

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA
Departament d'Enginyeria Electrònica

TESIS DOCTORAL

***APLICACIÓN DE LA RECTIFICACIÓN CONTROLADA EN LOS
CONVERTIDORES DC-DC DE VARIOS INTERRUPTORES DE
TANQUE RESONANTE SERIE***

Alfonso Conesa Roca

Tesis Doctoral

*Aplicación de la rectificación controlada en los
convertidores DC-DC de varios interruptores de tanque
resonante serie*

por

Alfonso Conesa Roca

presentada en el

Departament d'Enginyeria Electrònica

de la

Universitat Politècnica de Catalunya

Directores de Tesis:

Robert Piqué López

Enric Fossas Colet

Barcelona, Septiembre de 2005

Presentación de la Tesis Doctoral

En el presente trabajo se estudia la aplicación de la rectificación controlada en los convertidores DC-DC de varios interruptores de tanque resonante serie. Los convertidores estudiados son el PRC, el SRC y el SPRC. En estas estructuras se va a analizar las posibilidades de regulación que ofrecen dichos convertidores, con la finalidad de obtener la máxima robustez ante variaciones de la carga y de la tensión de entrada.

Tras el primer capítulo de introducción a la temática de la tesis, en el capítulo segundo se deducen unos nuevos convertidores derivados de los clásicos. Se obtienen los modelos matemáticos de los convertidores resultantes de la sustitución de las etapas rectificadoras y se sintetizan las nuevas estructuras rectificadoras. Los nuevos convertidores van a denominarse PRC-CR, SRC-CR y SPRC-CR, en clara alusión a su nueva etapa de rectificación controlada (*Controlled Rectification*).

En el tercer capítulo se introducen los controladores desarrollados para los nuevos convertidores. El control del convertidor se va a realizar actuando en el bloque rectificador mediante dos tipos básicos de actuación. El primero con realimentación de variable de estado del tanque resonante, mediante un controlador no lineal *One-Cycle*. El segundo con realimentación de variable de estado de salida, mediante un regulador lineal PI.

En el cuarto capítulo se analiza la estructura del convertidor PRC-CR mediante dos métodos de análisis. El primer método propuesto es el de aproximación al primer armónico, y de su análisis se deducirán interesantes conclusiones. En primer lugar puntos de trabajo óptimos para posibilitar la regulación en el convertidor dadas las condiciones de carga del mismo. Se obtendrá la dependencia de la variable propia de salida de cada convertidor respecto a la relación de conducción del bloque rectificador y se propondrán criterios de diseño del convertidor. La metodología planteada se verifica mediante la simulación del convertidor. El segundo método de análisis se basa en la solución del modelo matemático en espacio de estado del convertidor. Bajo este análisis se obtendrá nuevamente la relación de la tensión de salida respecto a la relación de conducción de la etapa rectificadora y los parámetros del convertidor. Finalmente se comparan los resultados obtenidos por ambos métodos de análisis.

En el quinto y sexto capítulo se analizan los convertidores SRC-CR y SPRC-CR, respectivamente, de igual forma a la propuesta en el capítulo cuarto del PRC-CR.

En el séptimo capítulo se presentan los resultados experimentales obtenidos de los prototipos de los convertidores desarrollados.

Finalmente en el capítulo octavo se presentan las conclusiones obtenidas de la tesis doctoral. Se evalúan los beneficios y limitaciones observadas en las estructuras desarrolladas. Se propone el planteamiento de posibles mejoras en función de las no idealidades del convertidor y del controlador propuesto, abriendo futuras líneas de investigación que servirán de complemento al presente trabajo.

Agradecimientos

Quiero presentar mis agradecimientos a todas las personas que han confiado en mí para la realización de este trabajo.

A Juan Martín de la Universidad de Oviedo por su apoyo y amistad. También a Arturo por sus sabios consejos.

A todos los profesores que he tenido en mi formación como ingeniero desde la diplomatura, pasando por la licenciatura, hasta el doctorado. En especial a los de la EUNETIB, pues además de maestros míos ahora son unos fantásticos compañeros.

A Francesc Guinjoan, que aunque siempre ha estado en el anonimato en este trabajo, su ayuda y apoyo ha sido de capital importancia para mí.

De forma especial a Guillermo Velasco su apoyo ofrecido durante todo el proceso de realización de esta Tesis y a Manuel Manzanares su ayuda en el pesado trabajo diario. Gracias sinceras.

A mis directores de tesis por la paciencia demostrada y ayuda ofrecida en la realización de este trabajo.

No obstante los mayores agradecimiento tengo que hacérselos a mi mujer Marta, y a mis hijos Blanca y Martí, por su paciencia, comprensión, ayuda, favor, apoyo, confianza, ... en el duro día a día.

ÍNDICE

Lista de Símbolos

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Convertidores resonantes de varios interruptores y su control	4
1.2 Problemática de los convertidores resonantes de varios interruptores.....	8
1.3 Objetivos del presente trabajo	10
2. OBTENCIÓN DE LAS NUEVAS ESTRUCTURAS	13
2.1 Introducción	15
2.2 El PRC con rectificación controlada	18
2.3 El SRC con rectificación controlada	24
2.4 El SPRC con rectificación controlada.....	30
2.5 Resumen de las estructuras y modelos obtenidos	36
3. CONTROLES PROPUESTOS	39
3.1 Introducción	41
3.2 Controlador <i>One-Cycle</i>	42
3.2.1 Caso del PRC-CR.....	44
3.2.2 Caso del SRC-CR.....	47
3.2.3 Caso del SPRC-CR	49
3.3 Controlador lineal.....	49
4. ANÁLISIS DEL PRC-CR	51
4.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	53
4.1.1 Comportamiento del PRC clásico a la frecuencia de resonancia.....	53
4.1.2 Impedancia de entrada del PRC clásico	55
4.1.3 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	61
4.1.4 Impedancia de entrada del PRC-CR	65
4.1.5 Función de transferencia del tanque resonante	70
4.1.6 Tensión de salida normalizada	76
4.1.7 Criterios de cálculo del convertidor	80
4.1.8 Resultados de simulación.....	83
4.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	87
4.2.1 Introducción	87
4.2.2 Referencias para el análisis de las formas de onda	88
4.2.3 Solución general de las variables resonantes	91
4.2.4 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	95
4.2.5 Duración del intervalo de t_0 a t_1	100
4.2.6 Tensión de salida.....	102
4.2.7 Cambio de variables y normalización de las ecuaciones	105

4.2.8 Resultados de simulación de la tensión de salida normalizada.....	108
4.3 Comparación de resultados	110
5. ANÁLISIS DEL SRC-CR	113
5.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	115
5.1.1 Impedancia de entrada del SRC clásico	115
5.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	117
5.1.3 Impedancia de entrada del SRC-CR	121
5.1.4 Corriente de salida normalizada.....	124
5.1.5 Criterios de cálculo del convertidor	126
5.1.6 Resultados de simulación.....	128
5.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	131
5.2.1 Introducción	131
5.2.2 Solución general de las variables resonantes	133
5.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	136
5.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1	141
5.2.5 Corriente de salida normalizada.....	142
5.3 Comparación de resultados	150
6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR	153
6.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	155
6.1.1 Impedancia de entrada del SPRC clásico.....	155
6.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	159
6.1.3 Impedancia de entrada del SPRC-CR.....	160
6.1.4 Función de transferencia del tanque resonante	166
6.1.5 Tensión de salida normalizada	170
6.1.6 Criterios de cálculo del convertidor	174
6.1.7 Resultados de simulación.....	175
6.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	178
6.2.1 Introducción	178
6.2.2 Solución general de las variables resonantes	179
6.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	181
6.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1	185
6.2.5 Tensión de salida normalizada.....	186
6.3 Comparación de resultados	190
7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES	193
7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio	195
7.1.1 Las etapas de potencia.....	195
7.1.2 El controlador <i>One-Cycle</i>	196
7.1.3 El controlador lineal con regulador Proporcional Integral.....	198
7.1.4 Los circuitos de activación.....	200
7.1.5 Fotografías de los prototipos.....	201
7.2 Resultados del PRC-CR.....	203

7.3 Resultados del SRC-CR	211
7.4 Resultados del SPRC-CR.....	217
8. CONCLUSIONES	225
8.1 Aportaciones realizadas	227
8.2 Conclusiones	229
8.3 Líneas futuras de investigación.....	231
BIBLIOGRAFÍA	233

Lista de Símbolos

E	Tensión del generador de entrada del convertidor continua – continua.
C_f	Condensador del filtro de salida.
C_r	Condensador resonante en el PRC y SRC.
C_{rs}	Condensador resonante serie en el SPRC.
C_{rp}	Condensador resonante paralelo en el SPRC.
d	Relación de conducción de los interruptores del bloque rectificador controlado.
F	Frecuencia normalizada.
f_m	Frecuencia en el punto m .
f_o	Frecuencia de natural del tanque resonante.
f_s	Frecuencia de conmutación del bloque inversor.
$H(j\omega)$	Función de transferencia del tanque resonante.
$ H(j\omega) $	Módulo de la función de transferencia del tanque resonante.
i_{bat}	Corriente por la fuente de tensión de entrada del convertidor.
i_L	Corriente de salida del bloque rectificador.
I_L	Valor medio de i_L .
I_L^*	Consigna de corriente de salida.
i_r	Corriente por el inductor resonante.
i_{rec}	Corriente de entrada al puente rectificador.
$i_{rec,1}$	Primer armónico de la corriente de entrada al puente rectificador.
i_{trf}	Corriente de entrada al transformador de aislamiento.
$i_{trf,1}$	Primer armónico de la corriente $i_{trf,1}$.
L_r	Inductancia del tanque resonante.
L_f	Inductancia del filtro de salida.
n	Relación de transformación del transformador de aislamiento.
N_p	Número de espiras del primario del transformador de aislamiento.
N_s	Número de espiras del secundario del transformador de aislamiento.
k_C	Relación entre capacidades del tanque resonante.
R_e	Resistencia efectiva.
R_L	Resistencia de carga.
rF	Relación de frecuencias.
T_s	Periodo de la forma de onda en la salida del bloque inversor.
t_{ON}	Tiempo de conducción del bloque rectificador.
u_1	Variable de control asociada al bloque inversor.
u_2	Variable de control asociada al bloque rectificador.

v_{gen}	Tensión de excitación del tanque resonante.
$v_{gen,1}$	Primer armónico de v_{gen} .
v_o	Tensión de salida del convertidor.
v_o^*	Consigna de tensión de salida.
V_o	Valor medio de la tensión de salida del convertidor.
v_p	Tensión en el primario del transformador de aislamiento del SRC.
$v_{p,1}$	Primer armónico de v_p .
v_r	Tensión en el condensador resonante.
v_r'	Tensión resonante en el secundario del transformador.
v_{rec}	Tensión de salida del puente rectificador.
v_{rp}	Tensión en el condensador resonante paralelo del SPRC.
Z_C	Impedancia característica del tanque resonante. Módulo.
$Z_e(d)$	Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del bloque rectificador.
$ Z_e(d) $	Módulo de $Z_e(d)$.
$Z_{IN}(j\omega)$	Impedancia de entrada.
$ Z_{IN}(j\omega) $	Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$.
Z_m	Impedancia de entrada a la frecuencia f_m . Módulo.
α	Ángulo de conducción de los interruptores del puente rectificador.
η	Rendimiento en la conversión energética del convertidor.
ω_o	Pulsación natural del tanque resonante.
ω_{os}	Pulsación natural del tanque resonante en cortocircuito. Sólo en el SPRC-CR.
\hat{x}	Valor de pico de la magnitud x .
$\langle x \rangle$	Valor medio de la magnitud x .

CAPÍTULO 1

INTRODUCCIÓN

Subíndice:

1. INTRODUCCIÓN	1
1.1 Convertidores resonantes de varios interruptores y su control	4
1.2 Problemática de los convertidores resonantes de varios interruptores.....	8
1.3 Objetivos del presente trabajo	10

Los convertidores de energía conmutados han ido gradualmente reemplazando a los sistemas lineales de alimentación de los equipos electrónicos actuales, debido a que son una solución más adecuada a los problemas de alimentación de dichos equipos. El rendimiento en la conversión de la energía de los sistemas conmutados es muy superior al de los sistemas lineales, pues estos últimos son claramente disipativos, mientras que los conmutados idealmente no lo son. Esta consideración está de acuerdo, también, con la tendencia actual de la electrónica de integración y optimización de sistemas, pues los convertidores conmutados van a presentar una mayor relación potencia/peso y potencia/volumen que los sistemas de alimentación electrónicos lineales.

No obstante, pese a las evidentes ventajas de los convertidores conmutados, presentan ciertos aspectos en los que se ha de contribuir a su mejora, tanto en el convertidor por su comportamiento no lineal y variante con el tiempo, por sus cambios cíclicos de topología ([MOH95],[RAS95]), como en el controlador del mismo pues plantea controles no lineales y complejos dada la estructura.

Aún presentando un alto rendimiento en el proceso de conversión de energía, éste se puede optimizar mediante las estrategias de conmutación denominadas de tensión cero, *Zero-Voltage Switching (ZVS)*, o de corriente cero, *Zero-Current Switching (ZCS)*, con las que reducir las pérdidas por conmutación de los interruptores del convertidor. En el conjunto de pérdidas atribuibles a los interruptores de un determinado convertidor PWM un importante tanto por ciento es debido a la disipación de energía que sucede en el proceso de encendido y apagado. Con el objetivo de minimizar dicha energía de pérdidas en conmutación, se plantea una actuación en el gobierno del interruptor cuando al menos una de las magnitudes que afectan a la potencia disipada, tensión o corriente, presente un valor nulo. Dependiendo del tipo de convertidor, dichos pasos por cero son propios de la estructura, tal como en los convertidores de tanque resonante, o se han de imponer mediante un circuito auxiliar. En ningún caso va existir un funcionamiento completamente óptimo, pues o se incrementa la complejidad del convertidor o se incrementan las pérdidas en conducción de los interruptores o se pierde agilidad para seguir una determinada ley de control. Todo ello, la mayoría de las veces, con clara dependencia del valor de la carga y el punto de trabajo del convertidor.

Mención aparte conviene citar el incremento de complejidad y análisis de las estructuras de conversión de energía resonantes, que hace que su diseño sea difícil y con excesiva dependencia de los efectos parásitos de los componentes del convertidor.

Pese a las dificultades citadas, los convertidores resonantes pueden aportar un incremento en el rendimiento energético de conversión eléctrica además de hacer disminuir la generación de interferencias electromagnéticas, EMI, tanto radiadas como conducidas, que puede afectar de forma importante a otros equipos del entorno. El incremento notable de las necesidades energéticas en nuestra sociedad ha hecho aumentar la demanda de sistemas de alimentación y de tratamiento de la energía eléctrica. Por tanto, cualquier iniciativa encaminada a conseguir un incremento del rendimiento en el proceso de conversión eléctrica, o mejora en algunos de los aspectos planteados, repercutirá en una reducción enorme en las pérdidas y optimización del uso de los actuales recursos energéticos, debido a la enorme difusión y uso de los actuales convertidores conmutados en nuestra sociedad.

La disminución de pérdidas en conmutación va a posibilitar aumentar el rendimiento de conversión energética o, asumiendo un rendimiento aceptable, incrementar la frecuencia de conmutación del convertidor. Esta última posibilidad es una tendencia clara en la evolución actual de todas las estructuras de conversión de energía en el ámbito de electrónica de potencia. Se contribuye a la disminución de volumen y peso de capacidades, de inductancias y transformadores en el equipo, incrementando la relación potencia/volumen o potencia/peso del convertidor hasta límites muy superiores a los posibles mediante los primeros convertidores lineales.

Los actuales convertidores DC-DC trabajan a elevadas frecuencias de conmutación (centenares de kHz) por lo que son sistemas de dinámica rápida. Esto facilita la posibilidad de regulación de la tensión o corriente de salida, y la actuación ante transitorios o perturbaciones en la carga y alimentación del convertidor, siempre mediante un control adecuado. Esta última condición justifica la importante vía de investigación actual que es el estudio de controles no lineales aplicados en los campos de la automática y electrónica de potencia, [MAR95], [KHA96]. El objetivo buscado en todo este área de conocimiento es optimizar, respecto a los controles lineales clásicos, el sistema o planta en estudio, mejorando su respuesta dinámica, su robustez ante variaciones en la carga e inmunidad ante las perturbaciones de la fuente de alimentación.

1.1 Convertidores resonantes de varios interruptores y su control

Existe gran cantidad de convertidores DC-DC resonantes y no resulta fácil realizar una clasificación clara de los diferentes tipos. Dependiendo del autor, la clasificación se podrá realizar respecto al número de transistores, tipo de conmutación, tipo de estructura, etc.

Sin embargo, parece claro que para manejar media o alta potencia en la conversión DC-DC, y en general para cualquier forma de conversión de energía, es necesario actualmente acudir a las topologías de varios interruptores [JAC04]. Estos convertidores resonantes están basados en los denominados inversores resonantes, pues excitan un circuito completamente resonante en un punto de funcionamiento típicamente próximo a su frecuencia de resonancia.

Estos circuitos están constituidos por diferentes etapas, por lo que dentro de estas estructuras existen diferentes configuraciones en función de cómo son las etapas que constituyen el convertidor. A continuación se citan las diferentes posibilidades:

- con la fuente de alimentación del convertidor de tensión o de corriente,
- si el inversor es de puente completo o medio puente,
- según el número y la forma de asociación de los inductores y condensadores que forman el tanque resonante,
- si la colocación de la carga respecto al circuito resonante es en serie con el tanque resonante o en paralelo a un componente del mismo, y
- el tipo de filtro de salida usado.

Todas estas posibilidades dan una gran variedad de convertidores. Sin embargo las tres estructuras más utilizadas en la industria son las estudiadas en esta tesis (PRC, SRC y SPRC) y presentadas en las figuras 1.1, 1.2, 1.3.

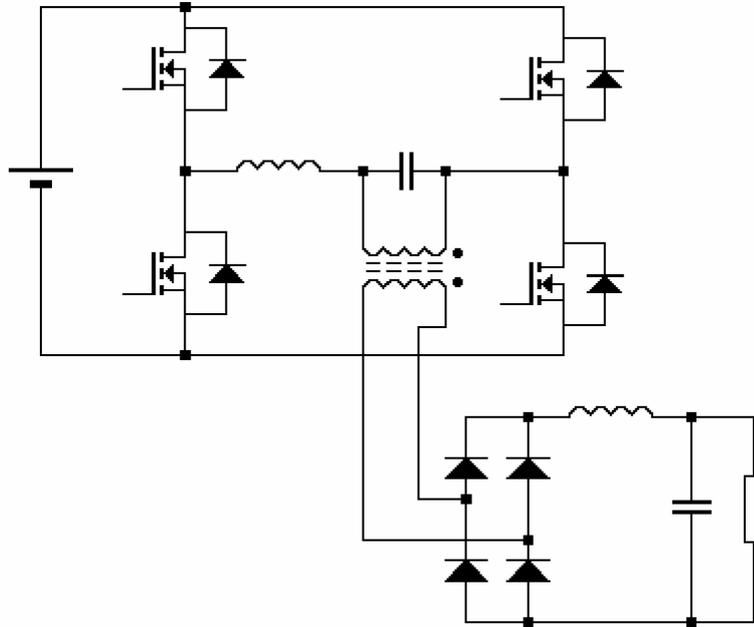


Fig. 1.1. Esquema del PRC (Parallel-loaded Resonant Converter)

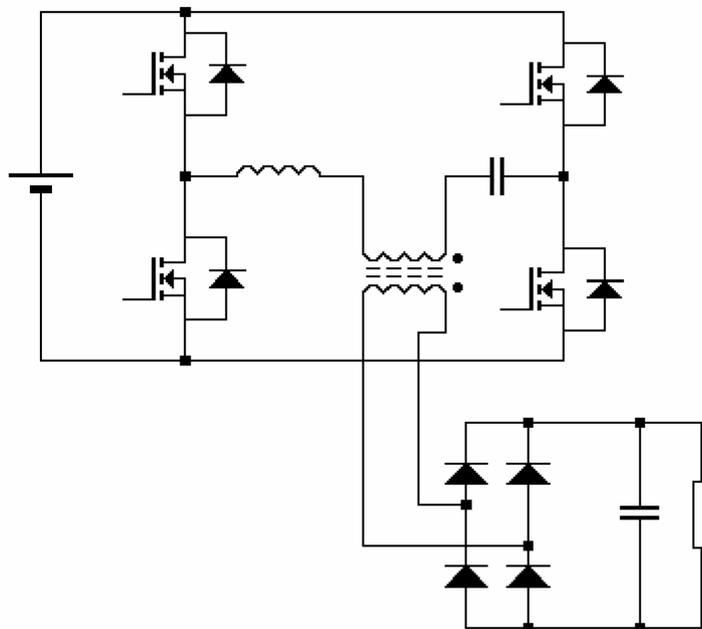


Fig. 1.2. Esquema del SRC (Series-loaded Resonant Converter)

Gran parte de esta popularidad es debida a que en la implementación física del convertidor, los efectos parásitos de los componentes se pueden incorporar a la estructura del convertidor. Por ejemplo la inductancia de dispersión del transformador

de enlace o su capacidad en los devanados, puede dejar de ser un inconveniente y pasar a ser parte activa del circuito resonante [JOH88b].

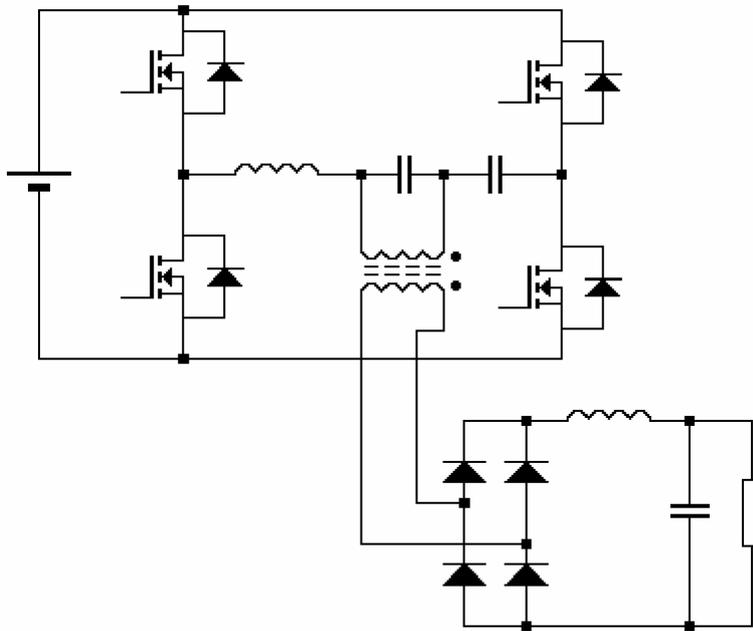


Fig. 1.3. Esquema del SPRC (*Series Parallel-loaded Resonant Converter*)

El primer análisis de un convertidor resonante DC-DC apareció en el año 1982 presentado por V. Vorperian y S. Čuk, en el que se realiza un análisis estático y dinámico del SRC. El siguiente trabajo importante fue el de R. L. Steigerwald [STE84] en el año 1984, con la primera clasificación importante de los convertidores de tanque resonante y la introducción del método de aproximación al primer armónico. Posteriores trabajos fueron el de A.F. Witulski y R.W. Erickson [WIT86] para el SRC y S.D. Johnson y R.W. Erickson [JOH88a] para el PRC. A partir de este momento empiezan a aparecer gran cantidad de aportaciones en la bibliografía, tanto en aplicaciones de los convertidores, como en el diseño y optimización de la planta y su control.

La aparición del convertidor SPRC fue posterior, en 1988, pero su uso se ha extendido rápidamente pese al incremento de componentes reactivos, por presentar los beneficios del convertidor serie y del paralelo.

El control de los convertidores resonantes siempre se ha realizado mediante el gobierno de los interruptores de la etapa inversora que hace de enlace de la fuente de alimentación con el tanque resonante. De esta forma, para realizar una variación de una determinada magnitud del convertidor, como por ejemplo la tensión en la carga, en los interruptores del conjunto inversor se plantean como acciones posibles a realizar en la forma de onda de tensión de salida del puente la:

- variación de su frecuencia,
- variación de su fase o intervalo de actuación (*clamped-mode*) y
- cuantificación de las secuencias de activación (*Quantum Sequence Control*).

Mediante la primera estrategia de actuación, los interruptores que excitan el tanque resonante son activados de manera que se aplique una forma de onda de tensión cuadrada, de frecuencia f_s y de amplitud E (figura 1.4). Con la segunda estrategia se aplica una forma de onda semicuadrada o tren de pulsos bipolares, de frecuencia f_s , de amplitud E y de tiempo muerto $T/2-t_{on}$ de tensión cero (figura 1.5). En la tercera se combinan unos periodos de tensión cuadrada, tal como en la actuación de frecuencia variable, con unos periodos de ausencia completa de tensión (figura 1.6). En las siguientes figuras se representan las formas de tensión de excitación del tanque resonante bajo las diferentes estrategias.

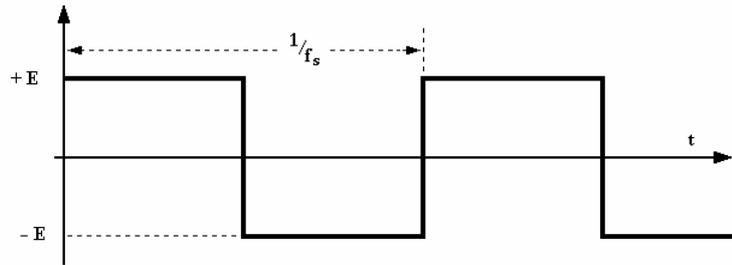


Fig. 1.4. Forma de onda en el inversor con actuación por variación de frecuencia

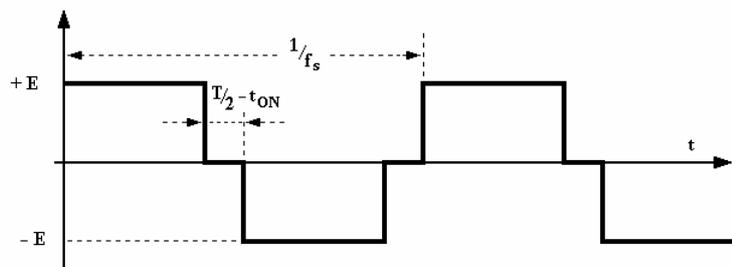


Fig. 1.5. Forma de onda en el inversor con actuación por variación de fase

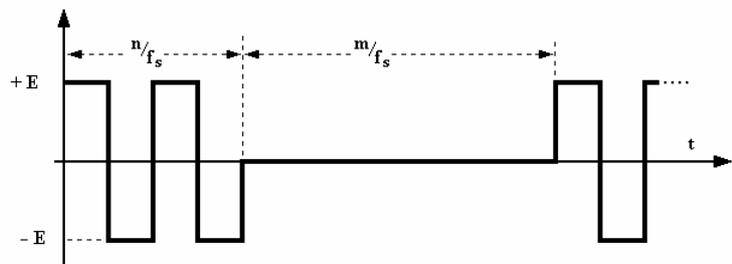


Fig. 1.6. Forma de onda en el inversor con actuación por cuantificación de las secuencias de activación

La gran variedad de aportaciones que se encuentran en la bibliografía técnica corresponden a trabajos de modelado de las citadas estructuras, de análisis del comportamiento estacionario, de aproximaciones de pequeña señal para analizar su comportamiento dinámico, de diferentes consideraciones de diseño físico del convertidor, propuestas de estrategias de control y presentación de aplicaciones industriales óptimas de estos convertidores.

En 1982 en [RAN82] ya era propuesta una regulación de la tensión de salida del PRC mediante la variación de la frecuencia de conmutación del tanque resonante.

El estudio del plano de fase que presentan los convertidores resonantes, supuso un punto de partida básico y referencia obligada en el estudio de estos convertidores. Dentro de este contexto, en gran cantidad de trabajos se ha estudiado el comportamiento y dinámica de dichos convertidores, y propuesto diferentes métodos de control tal como en [ORU85a],[ORU85b], [ORU85c], [ROS92], [TSA88a].

El estudio de la energía asociada al tanque resonante, también ha conducido a la propuesta de estrategias de control tal como en [KIM91b].

El estudio de la dinámica de forma discreta de estos convertidores ha hecho aparecer modelos y controles discretos, tal como los propuestos en [ELB88], [KIM91a].

Una propuesta interesante fue la aparecida en 1984 en [HAA84] con la aplicación de la *Integral Pulse Modulation* en el SRC. En él se estudia la dinámica del convertidor bajo esta nueva propuesta de control y se proponen mejoras de funcionamiento.

Así mismo, en [KLA86], [KLA89] aparece una nueva e interesante topología que permite un flujo de energía bidireccional, entre entrada y salida del convertidor SRC, posibilitando su uso como convertidor DC-AC mediante una técnica de modulación de pulsos de potencia (*power pulse modulation*). También, en [BID90] se presenta un ondulator mediante un convertidor SRC, y el lazo de control que lo posibilita.

Juntamente con los estudios relativos a las estructuras clásicas a tanque resonante, en [GU88] se proponen nuevas estructuras que permitan mejores métodos de regulación en los convertidores resonantes.

Para el convertidor SPRC también han habido aportaciones, como [BAT89], [BAT90], [BAT91], que desde el estudio del plano de fase han analizado la dinámica del convertidor y su control.

La introducción de controladores no lineales en estos convertidores a partir de los años 90, generó una gran variedad de aportaciones en la bibliografía [CAR00], [CAS00], [VEN04], siendo los controles más estudiados el de deslizamiento y el de pasividad.

También gran cantidad de publicaciones se encuentran abordando la problemática de las pérdidas en conmutación y de conducción de los interruptores controlados del bloque inversor [BUR01]. Mediante alternativas de control se pretenden minimizar dichas pérdidas para mejorar el rendimiento del convertidor.

1.2 Problemática de los convertidores resonantes de varios interruptores

Un primer aspecto está relacionado con el control de estas estructuras. El número de elementos almacenadores de energía en un convertidor indica el orden del convertidor, que resulta en un grado o estimación de su complejidad en su control. En los convertidores resonantes en estudio, el de menor orden es el SRC de orden tres por poseer tres elementos reactivos, el PRC es de orden cuatro y el SPRC de orden cinco. Pese a ser convertidores de elevado orden son sistemas del tipo *SISO* (*Single Input*

Single Output). La única actuación disponible para el control es desde los interruptores tipo MOSFET o IGBT del inversor, que es la primera etapa que forma el convertidor. Las acciones de control realizadas en el inversor tienen que propagarse a través del tanque resonante y el filtro de salida, hasta llegar a la carga. Esta propagación va a conllevar un retardo en la respuesta del sistema, que es tanto mayor cuanto menor sea el ancho de banda del filtro de salida de los convertidores y por tanto de dinámica más lenta.

Otro aspecto crítico es la excesiva influencia del valor de la carga en las formas de onda de las magnitudes resonantes de los convertidores. Dado que el tanque resonante es un circuito serie trabajando en torno a su frecuencia natural, el valor de la carga del convertidor afecta en enorme medida al valor de la corriente por la bobina resonante y al valor del voltaje del condensador resonante [ERI01].

Asumiendo una estrategia de control por variación de frecuencia, las variaciones del punto de trabajo del convertidor y las variaciones de carga pueden ocasionar variaciones enormes en las magnitudes resonantes. Si se han de soportar estas condiciones de trabajo en el convertidor, se ha de realizar un sobredimensionado de los interruptores y de los componentes resonantes. Los costes de diseño y de fabricación del convertidor se han de incrementar notablemente, y se verá disminuida su relación potencia/volumen (o peso). También el rendimiento de conversión energética del convertidor disminuirá pues las pérdidas de conducción en los interruptores se incrementarán.

Respecto a la conmutación de los transistores del puente inversor de estos convertidores de tanque resonante, las mínimas pérdidas de conmutación suceden en dos condiciones de trabajo diferentes. Una primera cuando el paso por cero de la tensión de excitación del tanque resonante coincide con el de la corriente resonante y una segunda cuando se consigue una conmutación del tipo *ZVS* que garantice el apagado de los transistores a tensión nula.

La primera condición de trabajo corresponde al caso particular que la frecuencia de conmutación del inversor impone un comportamiento resistivo a la entrada del tanque resonante. Esta frecuencia de conmutación coincide con la frecuencia natural del tanque resonante para el SRC, pero experimenta pequeñas variaciones dependiendo del valor de la carga para el PRC y del SPRC. Por tanto, si el margen de regulación y carga es amplio, no se puede garantizar una mínima disipación de potencia en todas las condiciones de trabajo de estos dos últimos convertidores.

Para el caso de una conmutación tipo *ZVS*, se puede garantizar el encendido y apagado de los transistores a tensión nula para un amplio margen de valores de carga. Pero, si la corriente resonante experimenta gran variación en sus valores, el apagado a tensión nula no se va a poder garantizar para todos los valores posibles de corriente resonante.

Por tanto, fuera de las condiciones de conmutación óptimas, en dichos convertidores pueden suceder conmutaciones con importante disipación de energía, tal como en un convertidor tipo PWM. Además las pérdidas en conducción pueden fácilmente incrementarse exponencialmente, hecho éste que cuestiona el uso de los convertidores de tanque resonante en aplicaciones con gran variación en el punto de trabajo y en la carga.

Para el caso particular del PRC, las aplicaciones típicas de uso son para generar una tensión continua fija a la salida sin grandes márgenes de regulación y en sistemas que presenten pocas perturbaciones entorno al punto de trabajo deseado. De esta forma, el lazo de control de los interruptores del inversor del tanque resonante regula pequeñas variaciones de frecuencia o ángulo de activación, según sea la estrategia de actuación. De hecho, la propia estructura del tanque resonante y la característica no lineal del conjunto de la carga provocan una pobre regulación de la tensión de salida en condiciones de gran variación de la carga.

Es interesante también comentar que el campo típico de uso de estos convertidores suele ser ante cargas que necesiten grandes niveles de voltaje [JOH88b], siendo poco usado en aplicaciones por debajo de los 48 V.

Por último, comentar que el método de actuación más utilizado es por variación de la frecuencia de la forma de onda de tensión cuadrada de excitación del tanque resonante. El circuito controlador necesita un oscilador controlado por tensión de alta sensibilidad en el control para corregir adecuadamente pequeñas perturbaciones, dada la respuesta en frecuencia del tanque resonante, que no es fácil de implementar y supone una dificultad añadida a la concepción del sistema.

1.3 Objetivos del presente trabajo

El estudio de la presente Tesis Doctoral va dirigido a las estructuras de convertidores continua-continua de tanque resonante serie de varios interruptores. Estas son:

- el Convertidor Resonante Paralelo, PRC (figura 1.1),
- el Convertidor Resonante Serie, SRC (figura 1.2) y
- el Convertidor Resonante con dos condensadores, SPRC o LCC (figura 1.3).

En estas estructuras se va a sustituir la actual etapa rectificadora no controlada que poseen por una etapa rectificadora controlada. La síntesis de cada nueva etapa vendrá determinada por las magnitudes resonantes que intervengan en el bloque rectificador de cada convertidor.

Desde las nuevas etapas rectificadoras se va a realizar el control del convertidor, por lo que se va a pasar de controlar mediante el bloque inversor del convertidor a controlar por el bloque rectificador. En este trabajo no se contempla la posibilidad de controlar los dos bloques a la vez. Nos centraremos en estudiar las posibilidades que ofrece el control desde la etapa rectificadora de los convertidores presentados, dejando el control simultáneo de los dos bloques como una posible continuación de la presente tesis.

Mediante el análisis de las nuevas estructuras obtenidas se ha de determinar para cada una de ellas en qué condiciones se consigue la máxima regulación de las magnitudes de salida. También para qué valores de carga, valores de los componentes del convertidor y condiciones de trabajo la regulación de las magnitudes de salida son óptimas.

Además, se han de deducir las frecuencias de conmutación del bloque inversor y las condiciones de carga que minimicen los problemas asociados a estos convertidores comentados en el anterior apartado 1.2. Se tendrán que determinar las condiciones

óptimas de diseño que garanticen la mínima variación de las magnitudes resonantes, todo ello aunque las magnitudes de salida del convertidor y su carga puedan experimentar gran variación.

Se propondrán dos tipos de controladores a los convertidores en estudio. El primero mediante realimentación de las variables de estado resonantes, deducido de la teoría de promediado de sistemas [KHA96] y que corresponde con un controlador no lineal tipo *One-Cycle*. El segundo controlador propuesto es el clásico lineal mediante la realimentación de variables de estado de salida y un regulador Proporcional Integral.

Otro tipo de controladores no lineales, como el de modo deslizante, han sido previamente estudiados y desestimados para los convertidores desarrollados en esta tesis, por su difícil implementación física y escasa aportación práctica [CON00].

De los dos controladores propuestos, el segundo citado es el típico *feedback* ampliamente utilizado en el control de convertidores DC-DC, mientras que el primero es un control *feedforward*. El uso del controlador *One-Cycle* es posible de implementar dada la nueva estrategia de control del convertidor mediante el rectificador controlado. Esta va a ser una nueva aportación del control de ciclo único, cuyo uso y aplicación se ha extendido enormemente en los convertidores de potencia desde su presentación en 1995 por Keyue M. Smedley y Slobodan Čuk, [SME95a]. La rápida extensión de este control no lineal viene justificada por las excelentes ventajas que teóricamente plantea, que van desde el rechazo a perturbaciones de línea y de carga de forma rápida, hasta la eliminación de error dinámico y estacionario entre la referencia y la magnitud conmutada promediada. Debido a su rapidez de acción, teóricamente se puede obtener un excelente comportamiento dinámico en tiempos transitorios y garantizar estados estacionarios robustos del convertidor.

Se ha de estudiar la influencia de los diferentes lazos de control propuestos en las nuevas estructuras sintetizadas y verificar las expectativas que *a priori* presentan dichos controladores en las prestaciones dinámicas de los nuevos convertidores.

CAPÍTULO 2

OBTENCIÓN DE LAS NUEVAS **ESTRUCTURAS**

Subíndice:

2. OBTENCIÓN DE LAS NUEVAS ESTRUCTURAS	13
2.1 Introducción	15
2.2 El PRC con rectificación controlada	18
2.3 El SRC con rectificación controlada	24
2.4 El SPRC con rectificación controlada.....	30
2.5 Resumen de las estructuras y modelos obtenidos	36

2.1 Introducción

En los tres convertidores en estudio se aprecia que están compuestos por dos etapas de conversión de energía. La primera formada por el conjunto inversor más el tanque resonante y la segunda por el conjunto rectificador más el filtro de salida. Ambas etapas están unidas o ligadas mediante la denominada 'variable resonante de transmisión de energía'.

Idealmente, el conjunto rectificador más el filtro de salida realiza el valor absoluto y promediado de la variable resonante de transmisión de energía que caracteriza el convertidor. Como resultado se obtiene en la salida la forma de onda denominada 'variable propia de la carga' que, dependiendo del convertidor, será una tensión o corriente continua constante.

En la figura 2.1 se representa el convertidor PRC clásico mostrando las dos etapas de conversión de energía comentadas.

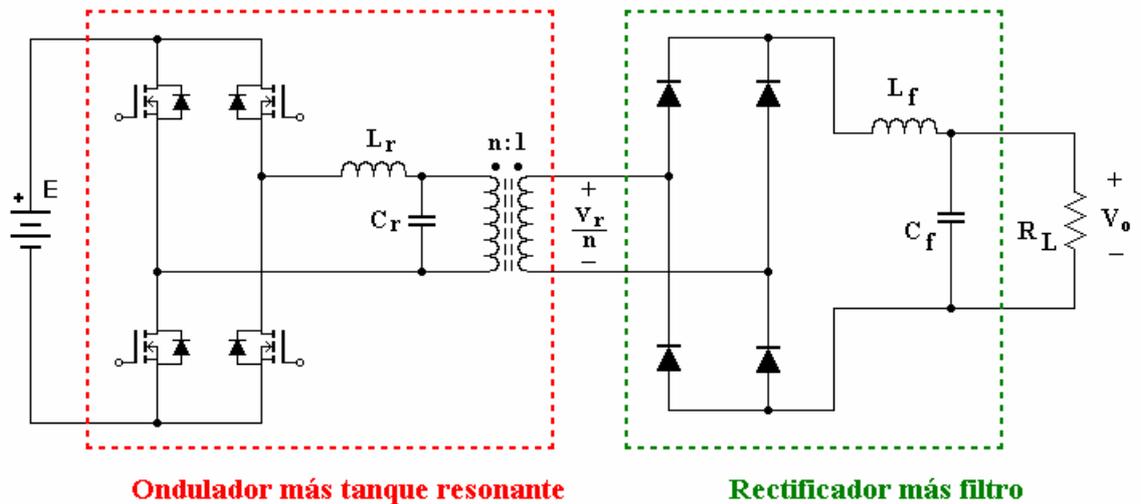


Fig.2.1. Etapas de conversión del PRC clásico

Queda definida la relación de transformación n como

$$n = \frac{N_p}{N_s} \quad (2.1)$$

siendo N_p el número de espiras del primario del transformador de aislamiento y N_s el número de espiras del secundario. Se va a considerar dicho transformador con comportamiento ideal.

Se observan en la figura 2.1 las dos etapas citadas del convertidor, siendo en este caso la variable de transmisión de energía el voltaje del secundario del transformador de enlace, v_r/n . La variable propia de la carga es la tensión de salida V_o , que idealmente será una magnitud constante, de valor

$$V_o = \frac{1}{T_s/2} \int_0^{T_s/2} \left| \frac{v_r(t)}{n} \right| dt \quad (2.2)$$

En forma de esquema de bloques, el PRC se considera como aparece en la figura 2.2.

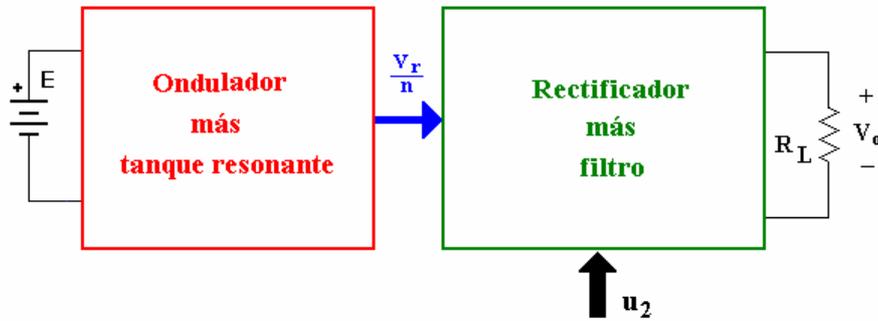


Fig. 2.2. Esquema de bloques del PRC

Para el PRC clásico la ley de control u_2 del bloque rectificador corresponde a la ecuación (2.3) por ser implementado dicho conjunto mediante interruptores no controlados tipo diodos.

$$u_2 = \text{sign}(v_r) \quad (2.3)$$

El convertidor SRC clásico se representa en la figura 2.3, siendo indicadas las dos etapas de conversión de energía.

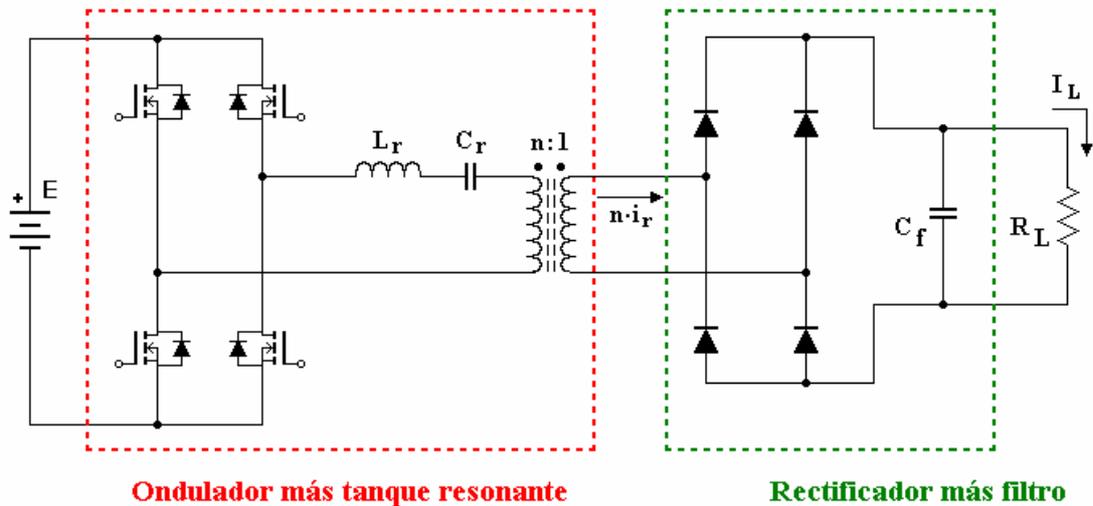


Fig.2.3. Etapas de conversión del SRC clásico

La variable de transmisión de energía es en este caso la corriente del secundario del transformador de enlace, $n \cdot i_r$, y la variable propia de carga es la corriente de salida I_L , que idealmente es una magnitud constante, de valor

$$I_L = \frac{1}{T_s/2} \int_0^{T_s/2} |n \cdot i_r(t)| dt \quad (2.4)$$

En la figura 2.4 se representa el SRC en forma de esquema de bloques.

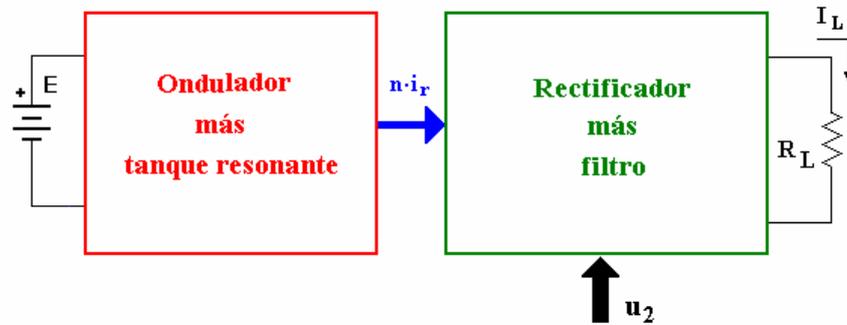


Fig. 2.4. Esquema de bloques del SRC

Dado que el conjunto rectificador se implementa con diodos, el control u_2 corresponde a la ecuación (2.5).

$$u_2 = \text{sign}(i_r) \quad (2.5)$$

En la figura 2.5 se representa el convertidor SPRC clásico con sus dos etapas de conversión de energía.

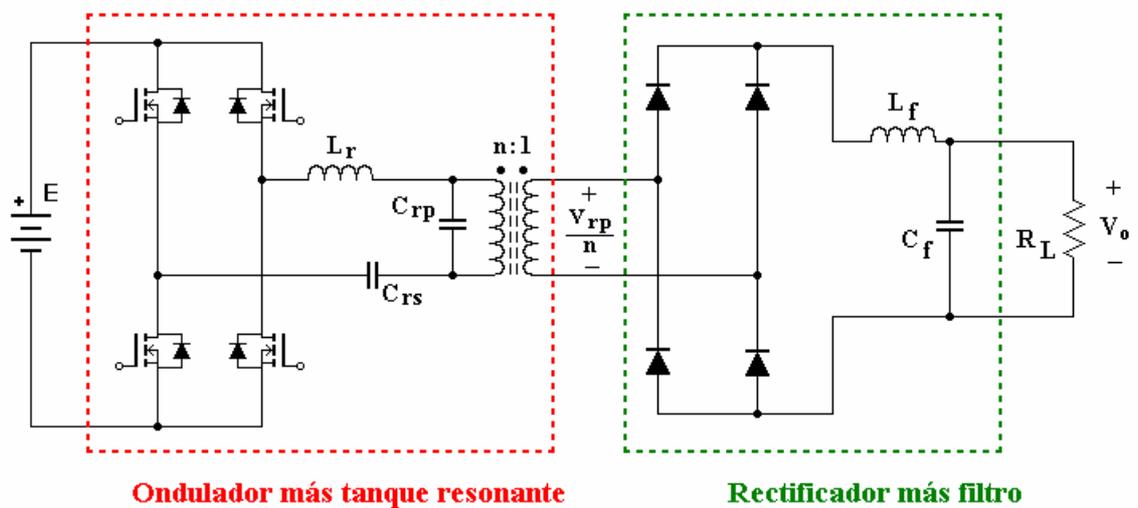


Fig.2.5. Etapas de conversión del SPRC clásico

De igual modo que en el PRC, la variable de transmisión de energía es el voltaje del secundario del transformador de enlace, v_{rp}/n , y la variable propia de carga la tensión de salida V_o , con valor

$$V_o = \frac{1}{T_s/2} \int_0^{T_s/2} \left| \frac{v_{rp}(t)}{n} \right| dt \quad (2.6)$$

En forma de esquema de bloques el SPRC se considera como aparece en la figura 2.6.

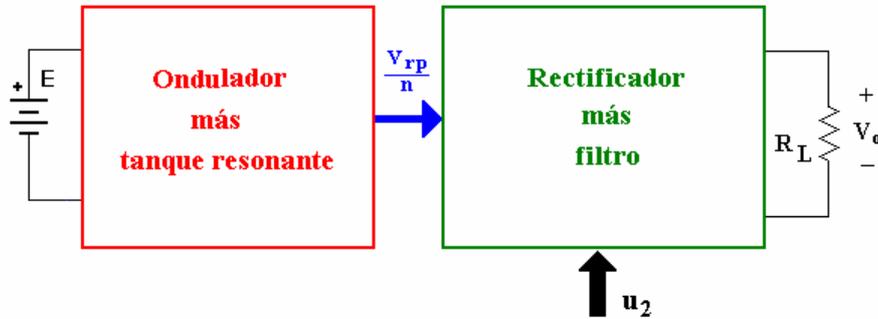


Fig. 2.6. Esquema de bloques del SPRC

Dadas las similitudes en la etapa rectificadora del SPRC clásico y el PRC clásico, el control u_2 va a ser el mismo que el de la ecuación (2.3), pero considerando la variable de transmisión de energía v_{rp} .

2.2 El PRC con rectificación controlada

En la figura 2.7 se representa el convertidor resonante paralelo de puente completo (*Full-Bridge Parallel-loaded Resonant Converter*) objeto de estudio. Para posibilitar una regulación de la tensión de salida, v_o , definida como la tensión en la resistencia de carga R_L , se precisa una actuación adecuada en los interruptores S_a , S_a' , S_b y S_b' , mediante las estrategias comentadas en el capítulo 1.1 de introducción.

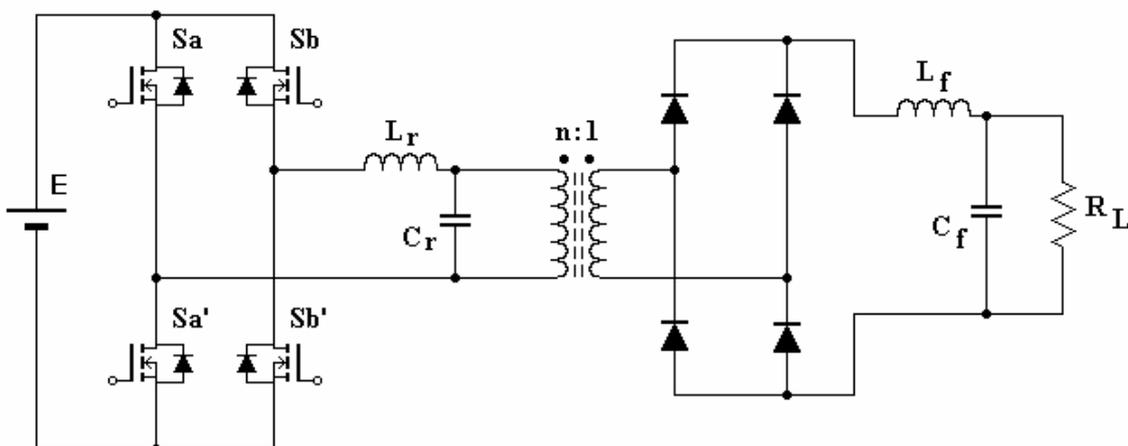


Fig. 2.7. Convertidor resonante paralelo de puente completo (FB-PRC)

Se trata de un convertidor de cuarto orden, por tener cuatro elementos que almacenan energía. En la figura 2.8 se presenta el convertidor con la etapa inversora parcialmente modelada. El sistema es del tipo *SISO* (*Single Input Single Output*), pues la tensión

aplicada al tanque resonante dependerá únicamente de la función de control u_1 , la cual puede tomar los valores $u_1 \in \{-1,0,1\}$.

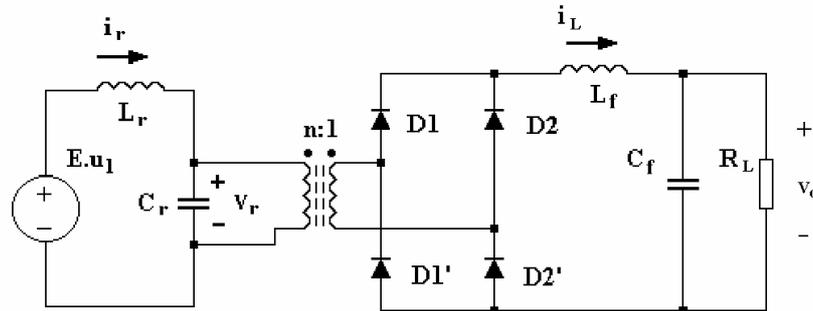


Fig. 2.8. Modelo del PRC clásico

Para posibilitar el control del convertidor mediante la etapa rectificadora se sustituyen los interruptores no controlados (diodos D1, D1', D2 y D2') por interruptores controlados. El nuevo esquema será el propuesto en la figura 2.9.

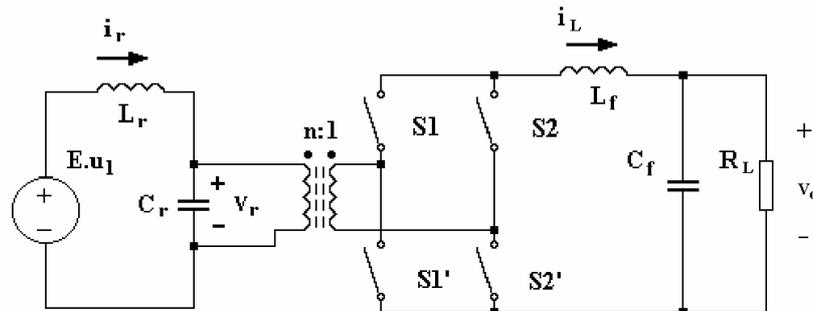


Fig. 2.9. Sustitución de interruptores no controlados por controlados en el PRC clásico

A partir de la anterior figura se analiza el conjunto de casos de interés, en función de la estructura que toma el circuito, mediante las diferentes posiciones (ON/OFF) que pueden tomar los interruptores. Previamente es importante tener presente la naturaleza de las magnitudes eléctricas que van a afectar a dichos interruptores: si van a tener un comportamiento como fuente de tensión o como fuente de corriente. Esta consideración se indica en la figura 2.10.

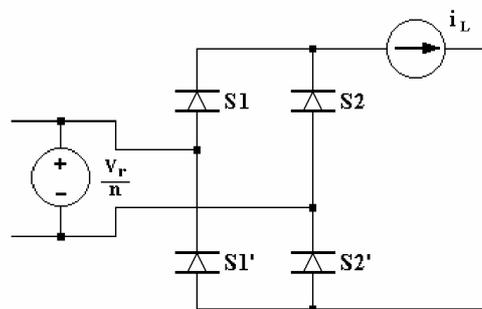


Fig. 2.10. Naturaleza de las magnitudes que intervienen en los nuevos interruptores controlados del PRC

Se observa que la nueva matriz de conmutación rectificadora es excitada por una fuente de tensión, tensión en extremos del condensador C_r ponderada por la relación de espiras del transformador, y presenta una salida por fuente de corriente, corriente por el inductor L_f . Esto condiciona que sean necesarios interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión en la nueva etapa rectificadora controlada, tal como se muestra en la misma figura 2.10.

Se proponen tres casos de interés, de los que se deduce un modelo general del PRC que incluye la nueva variable de control u_2 .

- Caso A, con los interruptores

$$S1: \text{ ON} \quad S1': \text{ OFF} \quad S2: \text{ OFF} \quad S2': \text{ ON}$$

Se describe con las ecuaciones

$$\begin{aligned} Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\ i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} + \frac{1}{n} i_L \\ \frac{v_r}{n} &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\ i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L} \end{aligned} \tag{2.7}$$

que en notación de espacio de estados resulta

$$\begin{aligned} \frac{di_r}{dt} &= \frac{E}{L_r} u_1 - \frac{v_r}{L_r} \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_r} \\ \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{n} \frac{v_r}{L_f} - \frac{v_o}{L_f} \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f} \end{aligned} \tag{2.8}$$

- Caso B, con los interruptores

$$S1: \text{ OFF} \quad S1': \text{ ON} \quad S2: \text{ ON} \quad S2': \text{ OFF}$$

Con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\
 i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} - \frac{1}{n} i_L \\
 -\frac{v_r}{n} &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\
 i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.9}$$

y en términos de espacio de estado

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= \frac{E}{L_r} u_1 - \frac{v_r}{L_r} \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} + \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_r} \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{n} \frac{v_r}{L_f} - \frac{v_o}{L_f} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.10}$$

- Caso C. Presenta dos opciones de interruptores, y ambas se describen por las mismas ecuaciones:

a)	S1: ON	S1': ON	S2: OFF	S2': OFF
b)	S1: OFF	S1': OFF	S2: ON	S2': ON

Queda descrito por las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\
 i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} \\
 0 &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\
 i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.11}$$

y en espacio de estado como

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= \frac{E}{L_r} u_1 - \frac{v_r}{L_r} \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_o}{L_f} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.12}$$

Considerando (2.8), (2.10) y (2.12) el caso general para el PRC es de la forma

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_r} u_2 \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_o}{L_f} + \frac{1}{n} \frac{v_r}{L_f} u_2 \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.13}$$

Los valores permitidos en las entradas u_1 y u_2 para el funcionamiento del PRC son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 u_1 &\in \{-1, 0, +1\} \\
 u_2 &\in \{-1, 0, +1\}
 \end{aligned}$$

Se observa que la variable de control u_1 está desacoplada de la variable u_2 . Esta última toma los siguientes valores en los tres diferentes casos de estudio:

$$\begin{aligned}
 \text{Caso A : } u_2 &= +1 \\
 \text{Caso B : } u_2 &= -1 \\
 \text{Caso C : } u_2 &= 0
 \end{aligned}$$

Con el nuevo modelo matemático del PRC deducido y para los casos en que se ha establecido su funcionamiento, la estructura clásica del convertidor se ha de modificar hacia una nueva estructura representada en la figura 2.11. Se observa en la figura que, en el bloque rectificador, con sólo dos interruptores controlados y dos espontáneos tipo diodo se consiguen los tres casos de interés para el funcionamiento deseado del convertidor. Además, se observa que la implementación física de los nuevos interruptores controlados se ha propuesto mediante el uso de transistores tipo MOSFET y diodos.

El nuevo convertidor presentado es denominado Convertidor de tanque Resonante Paralelo con Rectificación Controlada, *Parallel-loaded Resonant Converter with*

Controlled Rectification (PRC-CR), por contener en su estructura un rectificador controlado en vez del clásico rectificador no controlado.

Para garantizar la continuidad de la corriente por el inductor L_f para cualquier valor de la variable de control u_2 , se incluye un diodo de libre circulación en el bloque rectificador.

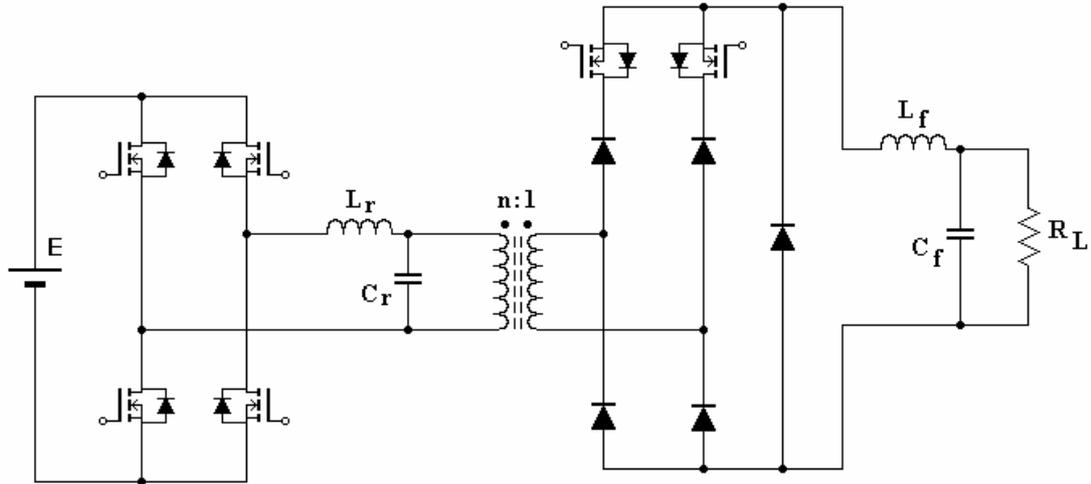


Fig. 2.11. Convertidor PRC-CR

Es importante comentar que el nuevo convertidor propuesto va a evitar el modo de conducción discontinua de la tensión en el condensador resonante por la acción del control u_2 . El controlador diseñado para el convertidor puede evitar la entrada en conducción de todos los interruptores del puente rectificador dado que no es un caso de interés de los planteados. Se evita así un modo de conducción indeseado del PRC clásico para la aplicación en estudio.

Al sistema de ecuaciones (2.13) se le puede realizar una normalización de variables con el fin de obtener un sistema de ecuaciones genérico formado por variables normalizadas. Para ello se proponen los siguientes cambios de variables:

$$x_{r1} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} i_r \quad (2.14)$$

$$x_{r2} = \frac{1}{E} v_r \quad (2.15)$$

$$x_{f1} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} i_L \quad (2.16)$$

$$x_{f2} = \frac{1}{E} v_o \quad (2.17)$$

Se propone también un cambio en la variable temporal de la forma

$$t = \sqrt{L_r C_r} \tau \quad (2.18)$$

El sistema de ecuaciones resultante es

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_{r1}}{d\tau} &= -x_{r2} + u_1 \\
 \frac{dx_{r2}}{d\tau} &= x_{r1} - \frac{1}{n} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} \sqrt{\frac{C_f}{L_f}} x_{f1} u_2 \\
 \frac{dx_{f1}}{d\tau} &= -\frac{\sqrt{L_r C_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{f2} + \frac{1}{n} \frac{\sqrt{L_r C_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{r2} u_2 \\
 \frac{dx_{f2}}{d\tau} &= \frac{\sqrt{L_r C_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{f1} - \frac{\sqrt{L_r C_r}}{R_L C_f} x_{f2}
 \end{aligned} \tag{2.19}$$

Tomando

$$\alpha = \frac{C_f}{C_r} \tag{2.20}$$

$$\beta = \frac{\sqrt{L_r C_r}}{\sqrt{L_f C_f}} \tag{2.21}$$

$$\delta = \frac{1}{R_L} \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \tag{2.22}$$

resulta el siguiente sistema normalizado para el PRC-CR

$$\begin{aligned}
 \frac{dx_{r1}}{d\tau} &= -x_{r2} + u_1 \\
 \frac{dx_{r2}}{d\tau} &= x_{r1} - \frac{1}{n} \alpha \beta x_{f1} u_2 \\
 \frac{dx_{f1}}{d\tau} &= \beta \left(-x_{f2} + \frac{1}{n} x_{r2} u_2 \right) \\
 \frac{dx_{f2}}{d\tau} &= \beta (x_{f1} - \delta x_{f2})
 \end{aligned} \tag{2.23}$$

2.3 El SRC con rectificación controlada

En la figura 2.12 se presenta el convertidor resonante serie de puente completo (*Full-Bridge Series-loaded Resonant Converter*). La operativa de análisis es idéntica a la de la anterior estructura.

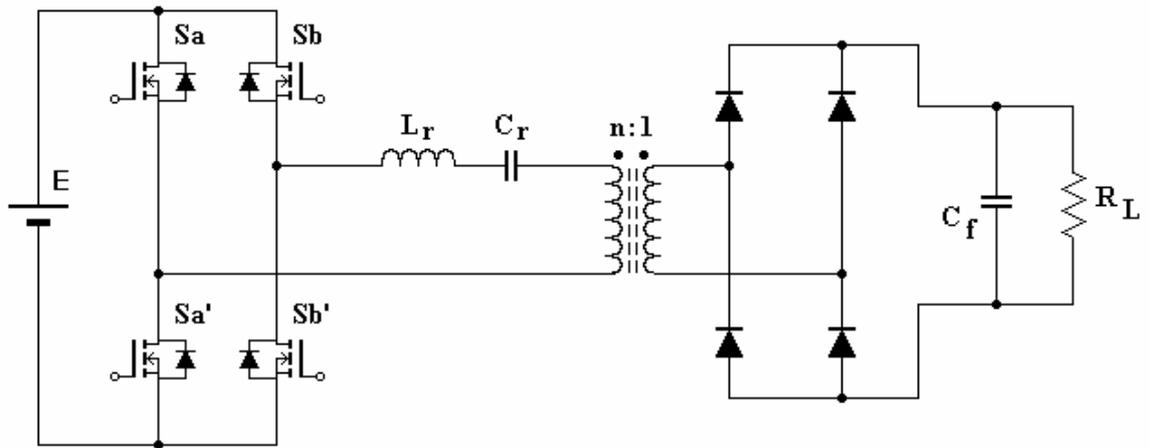


Fig. 2.12. Convertidor resonante serie de puente completo (FB-SRC)

Se observa que es un convertidor de tercer orden. En la figura 2.13 se sustituye el conjunto inversor por su circuito equivalente para simplificar el estudio del convertidor.

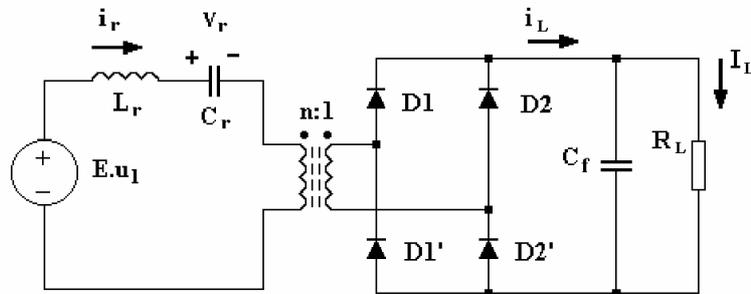


Fig. 2.13. Modelo del SRC

Nuevamente, el sistema es del tipo *SISO* en la corriente por la carga, I_L , con la función de control u_1 . Para posibilitar el control del convertidor desde la etapa rectificadora, se vuelven a sustituir los interruptores no controlados (diodos D1, D1', D2 y D2') por interruptores controlados, resultando el esquema propuesto en la figura 2.14.

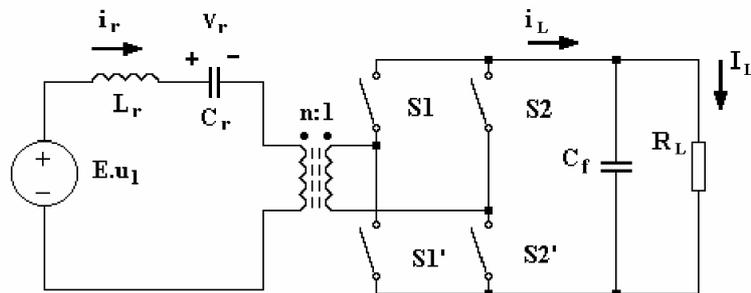


Fig. 2.14. Sustitución de interruptores no controlados por controlados en el SRC

En el SRC, la naturaleza de las magnitudes eléctricas que afectan a los nuevos interruptores tienen un comportamiento tal como el presentado en la figura 2.15. La nueva matriz de conmutación es excitada por una fuente de corriente, corriente por el inductor resonante L_r ponderada por la relación de espiras del transformador, y presenta una salida por fuente de tensión, tensión en extremos del condensador de salida C_f . Ésto

determina que los interruptores deben ser bidireccionales en corriente y unidireccionales en tensión, tal como se indica en la siguiente figura.

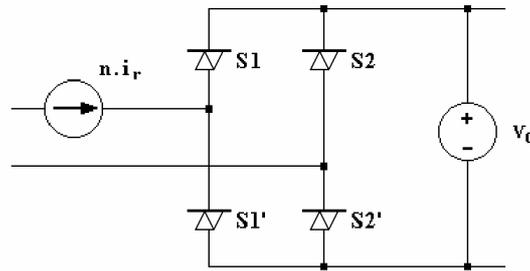


Fig. 2.15. Naturaleza de las magnitudes que intervienen en los nuevos interruptores controlados del SRC

Se presentan de nuevo tres casos de interés de los que se deduce un modelo general del SRC que incluye una variable nueva de control: u_2 .

- Caso A, con los interruptores

S1: ON S1': OFF S2: OFF S2': ON

Se describe con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 E u_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r + n v_o \\
 i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} \\
 n i_r &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.24}$$

que en notación de espacio de estado es

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} - n \frac{v_o}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= n \frac{i_r}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.25}$$

- Caso B, con los interruptores

S1: OFF S1': ON S2: ON S2': OFF

Se describe con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 E u_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r - n v_o \\
 i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} \\
 -n i_r &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.26}$$

que en espacio de estado es

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} + n \frac{v_o}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= -n \frac{i_r}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.27}$$

- Caso C, con los interruptores

S1: OFF S1': ON S2: OFF S2': ON

Se describe con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 E u_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\
 i_r &= C_r \frac{dv_r}{dt} \\
 0 &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.28}$$

que en espacio de estado queda como

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.29}$$

El caso general para el SRC resulta

$$\begin{aligned} \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} + \frac{E}{L_r}u_1 - n\frac{v_o}{L_r}u_2 \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} \\ \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{v_o}{R_L C_f} + n\frac{i_r}{C_f}u_2 \end{aligned} \quad (2.30)$$

Se observa que, de nuevo, el control u_1 está desligado del control u_2 . Los valores permitidos de ambas entradas, u_1 y u_2 , son los siguientes:

$$\begin{aligned} u_1 &\in \{-1, 0, 1\}, \\ u_2 &\in \{-1, 0, 1\}. \end{aligned}$$

Siendo para u_2 los valores en los tres diferentes casos de estudio:

$$\begin{aligned} \text{Caso A : } u_2 &= +1 \\ \text{Caso B : } u_2 &= -1 \\ \text{Caso C : } u_2 &= 0 \end{aligned}$$

Dado el nuevo modelo del SRC deducido y para los casos de funcionamiento en que está establecido su funcionamiento, la estructura clásica del convertidor se ha de modificar hacia la estructura presentada en la figura 2.16.

El nuevo convertidor se denominada Convertidor de tanque Resonante Serie con Rectificación Controlada, *Series-loaded Resonant Converter with Controlled Rectification* (SRC-CR). En la figura 2.16 se aprecia que en el bloque rectificador se han añadido dos interruptores del tipo transistor a los dos diodos inferiores (D1' y D2'). La activación de estos nuevos interruptores controlados permitirá que la corriente resonante se cierre en el propio tanque resonante evitando su circulación hacia el condensador C_f y la carga R_L .

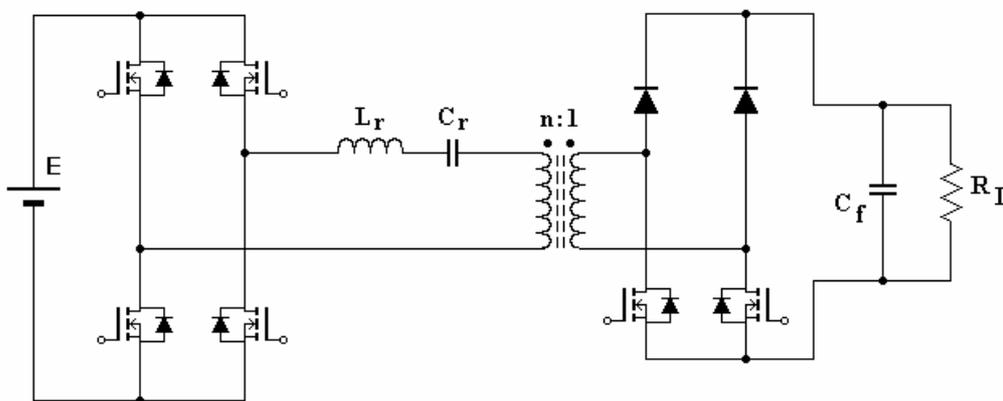


Fig. 2.16. Convertidor SRC-CR

La modificación planteada al SRC no es única en la bibliografía pues en [ROS98] se encuentra una propuesta similar para regular la tensión de salida del convertidor desde la etapa rectificadora.

Para la normalización de variables del sistema obtenido (2.30) se proponen los siguientes cambios de variables:

$$x_{r1} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_r}{C_r}} i_r \quad (2.31)$$

$$x_{r2} = \frac{1}{E} v_r \quad (2.32)$$

$$x_f = \frac{1}{E} v_o \quad (2.33)$$

Se propone también un cambio en la variable temporal de la forma

$$t = \sqrt{L_r C_r} \tau \quad (2.34)$$

Las ecuaciones resultantes son:

$$\begin{aligned} \frac{dx_{r1}}{dt} &= -x_{r2} + u_1 - n x_f u_2 \\ \frac{dx_{r2}}{dt} &= x_{r1} \\ \frac{dx_f}{dt} &= -\frac{\sqrt{L_r C_r}}{R_L C_f} x_f + n \frac{C_r}{C_f} x_{r1} u_2 \end{aligned} \quad (2.35)$$

Tomando

$$\alpha = \frac{C_f}{C_r} \quad (2.36)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{L_r C_r}}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (2.37)$$

$$\delta = \frac{1}{R_L} \cdot \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \quad (2.38)$$

resulta el siguiente sistema normalizado para el SRC-CR

$$\begin{aligned} \frac{dx_{r1}}{dt} &= -x_{r2} + u_1 - n x_f u_2 \\ \frac{dx_{r2}}{dt} &= x_{r1} \\ \frac{dx_f}{dt} &= \frac{1}{\alpha} (-\alpha\beta \delta x_f + n x_{r1} u_2) \end{aligned} \quad (2.39)$$

2.4 El SPRC con rectificación controlada

En la figura 2.17 se presenta el convertidor serie paralelo resonante de puente completo (*Full-Bridge Series Parallel loaded Resonant Converter*).

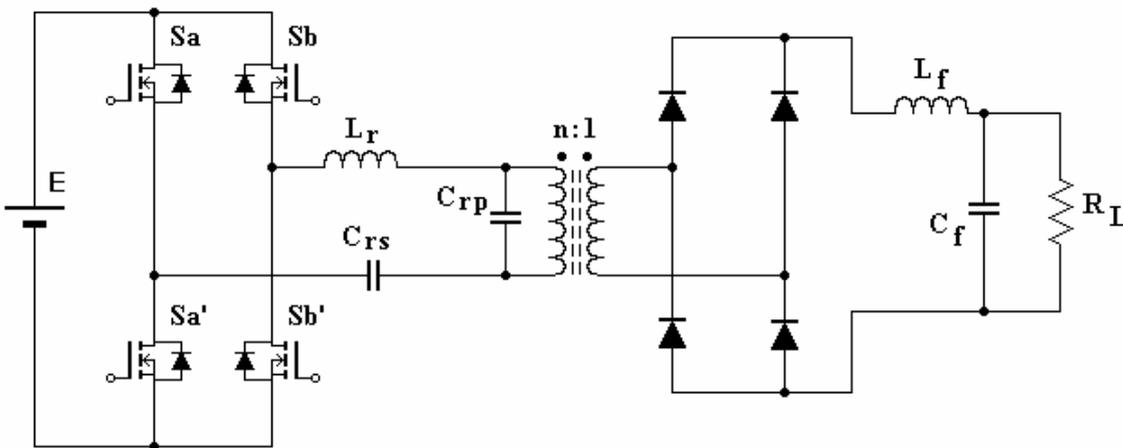


Fig. 2.17. Convertidor resonante serie paralelo de puente completo (FB-SPRC)

Se observa que es un convertidor de quinto orden. Para su análisis es interesante sustituir la etapa inversora por su modelo equivalente tal como aparece en la figura 2.18.

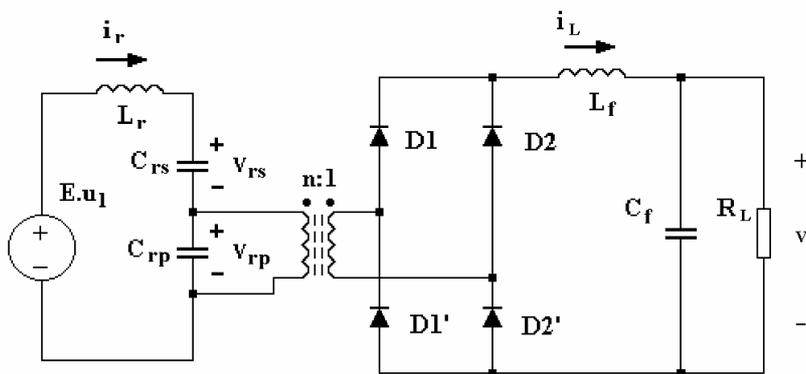


Fig. 2.18. Modelo del SPRC

Considerando como variable de salida v_o y observando que existe una única variable de control u_1 , el sistema se puede clasificar como *SISO* pese a su dificultad y complejidad topológica. Nuevamente, para poder controlar el convertidor desde la etapa rectificadora se sustituyen los interruptores no controlados, D1, D1', D2 y D2', por interruptores controlados. El nuevo esquema es el propuesto en la figura 2.19.

Las magnitudes eléctricas que afectan a los nuevos interruptores tienen un comportamiento tal como el presentado en la figura 2.20. La nueva matriz de conmutación rectificadora es atacada por una fuente de tensión, tensión en extremos del condensador C_{rp} ponderada por la relación de espiras del transformador, y presenta una salida por fuente de corriente, corriente por el inductor L_f . Esto condiciona que son necesarios interruptores unidireccionales en corriente y bidireccionales en tensión, tal como sucede para el PRC.

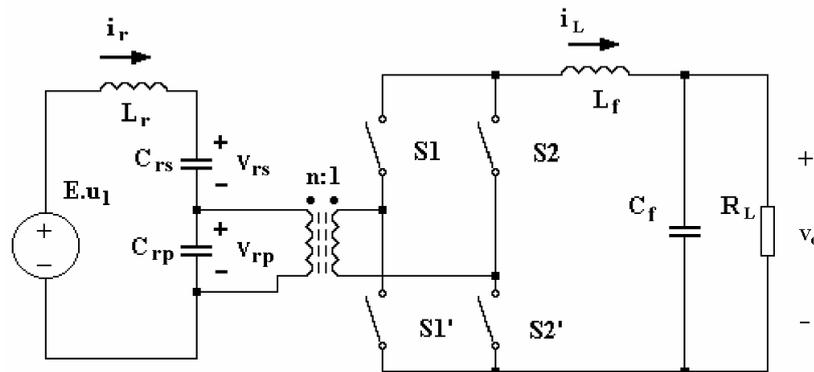


Fig. 2.19. Sustitución de interruptores no controlados por controlados en el SPRC

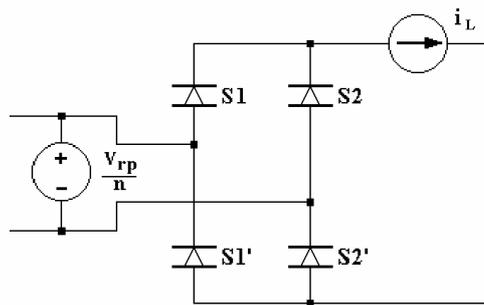


Fig. 2.20. Naturaleza de las magnitudes que intervienen en los nuevos interruptores controlados del SPRC

De todas las configuraciones posibles, se proponen nuevamente tres casos de interés. Considerando éstos, se obtiene un modelo general en el que aparece la nueva variable de control u_2 .

- Caso A, con los interruptores

S1: ON S1': OFF S2: OFF S2': ON

Con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\
 i_r &= C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} + \frac{1}{n} i_L \\
 i_r &= C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\
 \frac{v_{rp}}{n} &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\
 i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.40}$$

que en notación de espacio de estado resulta

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_{rs}}{L_r} - \frac{v_{rp}}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_{rp}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rp}} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_{rp}} \\
 \frac{dv_{rs}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rs}} \\
 \frac{di_L}{dt} &= \frac{1}{n} \frac{v_{rp}}{L_f} - \frac{v_o}{L_f} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.41}$$

- Caso B, con los interruptores

S1: OFF S1': ON S2: ON S2': OFF

Con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\
 i_r &= C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} - \frac{1}{n} i_L \\
 i_r &= C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\
 -\frac{v_{rp}}{n} &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\
 i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.42}$$

Y en notación de espacio de estado

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_{rs}}{L_r} - \frac{v_{rp}}{L_r} + \frac{E}{L_r}u_1 \\
 \frac{dv_{rp}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rp}} + \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_{rp}} \\
 \frac{dv_{rs}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rs}} \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{1}{n} \frac{v_{rp}}{L_f} - \frac{v_o}{L_f} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.43}$$

- Caso C. Presenta dos opciones de interruptores, y ambas son descritas por las mismas ecuaciones.

a)	S1: ON	S1': ON	S2: OFF	S2': OFF
b)	S1: OFF	S1': OFF	S2: ON	S2': ON

Con las ecuaciones

$$\begin{aligned}
 Eu_1 &= L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\
 i_r &= C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} \\
 i_r &= C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\
 0 &= L_f \frac{di_L}{dt} + v_o \\
 i_L &= C_f \frac{dv_o}{dt} + \frac{v_o}{R_L}
 \end{aligned} \tag{2.44}$$

Y en espacio de estados como

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_{rs}}{L_r} - \frac{v_{rp}}{L_r} + \frac{E}{L_r}u_1 \\
 \frac{dv_{rp}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rp}} \\
 \frac{dv_{rs}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rs}} \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_o}{L_f} \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned} \tag{2.45}$$

Con (2.41), (2.43) y (2.45) se presenta como caso general para el SPRC:

$$\begin{aligned}
 \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_{rs}}{L_r} - \frac{v_{rp}}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\
 \frac{dv_{rp}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rp}} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_{rp}} u_2 \\
 \frac{dv_{rs}}{dt} &= \frac{i_r}{C_{rs}} \\
 \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_o}{L_f} + \frac{1}{n} \frac{v_{rp}}{L_f} u_2 \\
 \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}
 \end{aligned}
 \tag{2.46}$$

Los valores permitidos en las entradas u_1 y u_2 para el funcionamiento del SPRC son de nuevo los siguientes:

$$\begin{aligned}
 u_1 &\in \{-1, 0, +1\} \\
 u_2 &\in \{-1, 0, +1\}
 \end{aligned}$$

La variable de control u_1 continua desacoplada de la variable u_2 , la cual toma los siguientes valores en los tres diferentes casos de interés:

- Caso A : $u_2 = +1$
- Caso B : $u_2 = -1$
- Caso C : $u_2 = 0$

Dado el nuevo modelo del SPRC deducido y para los casos de funcionamiento en que está establecido su funcionamiento, la estructura del convertidor clásica se ha de modificar hacia una nueva estructura como la propuesta a continuación.

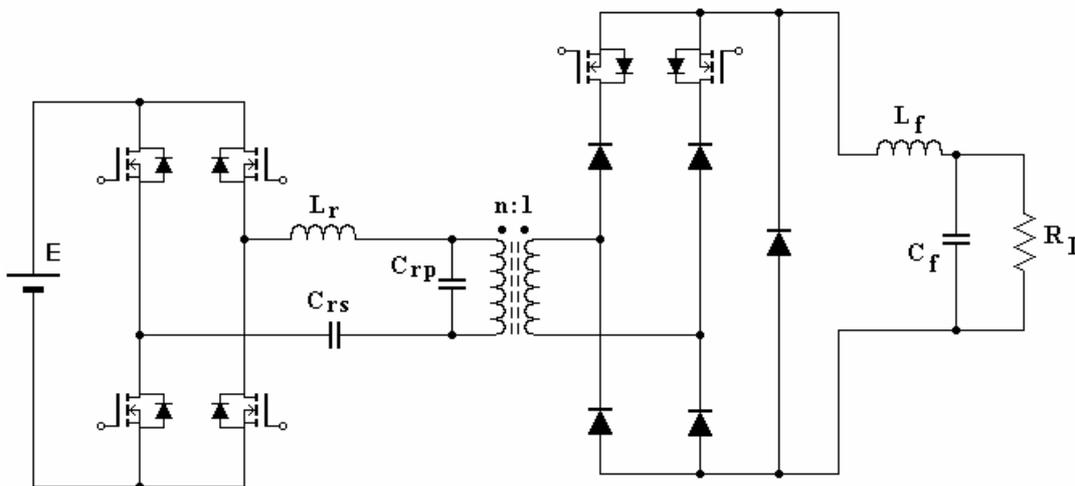


Fig. 2.21. Convertidor SPRC-CR

El nuevo convertidor presentado se denominada Convertidor de tanque Resonante Serie Paralelo con Rectificación Controlada, *Series Parallel loaded Resonant Converter with Controlled Rectification* (SPRC-CR). Se observa que la topología del rectificador de salida es idéntica a la del PRC. Esto es así por la coincidencia que existe entre ambos convertidores en la naturaleza de las variables que intervienen en su bloque rectificador.

Finalmente, con la normalización de variables se presenta un sistema de ecuaciones genérico del sistema (2.46). Para ello se realizan los siguientes cambios de variables.

$$x_{r1} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_r}{C'_r}} i_r \quad (2.47)$$

$$x_{r2} = \frac{1}{E} v_{rp} \quad (2.48)$$

$$x_{r3} = \frac{1}{E} v_{rs} \quad (2.49)$$

$$x_{f1} = \frac{1}{E} \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} i_L \quad (2.50)$$

$$x_{f2} = \frac{1}{E} v_o \quad (2.51)$$

siendo

$$C'_r = \frac{C_{rs} C_{rp}}{C_{rs} + C_{rp}} \quad (2.52)$$

Se realiza también un cambio en la variable temporal de la forma

$$t = \sqrt{L_r C'_r} \tau \quad (2.53)$$

El sistema de ecuaciones que resulta es

$$\begin{aligned} \frac{dx_{r1}}{d\tau} &= -x_{r2} - x_{r3} + u_1 \\ \frac{dx_{r2}}{d\tau} &= \frac{C'_r}{C_{rp}} x_{r1} - \frac{1}{n} \frac{\sqrt{L_r C'_r}}{C_{rp}} \sqrt{\frac{C_f}{L_f}} x_{f1} u_2 \\ \frac{dx_{r3}}{d\tau} &= \frac{C'_r}{C_{rs}} x_{r1} \\ \frac{dx_{f1}}{d\tau} &= -\frac{\sqrt{L_r C'_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{f2} + \frac{1}{n} \frac{\sqrt{L_r C'_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{r2} u_2 \\ \frac{dx_{f2}}{d\tau} &= \frac{\sqrt{L_r C'_r}}{\sqrt{L_f C_f}} x_{f1} - \frac{\sqrt{L_r C'_r}}{R_L C_f} x_{f2} \end{aligned} \quad (2.54)$$

Si se aplica el siguiente cambio de constantes

$$\alpha = \frac{C_f}{C_{rp}} \quad (2.55)$$

$$\beta = \frac{\sqrt{L_r C_r'}}{\sqrt{L_f C_f}} \quad (2.56)$$

$$\delta = \frac{1}{R_L} \cdot \sqrt{\frac{L_f}{C_f}} \quad (2.57)$$

$$\gamma = \frac{C_r'}{C_{rp}} \quad (2.58)$$

$$\rho = \frac{C_r'}{C_{rs}} \quad (2.59)$$

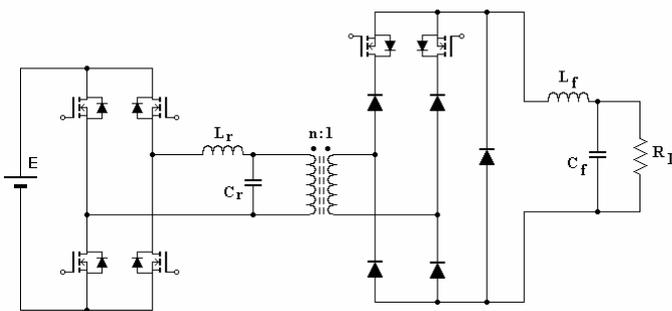
Resulta finalmente el sistema normalizado para el SPRC-CR

$$\begin{aligned} \frac{dx_{r1}}{d\tau} &= -x_{r2} - x_{r3} + u_1 \\ \frac{dx_{r2}}{d\tau} &= \gamma x_{r1} - \frac{1}{n} \alpha \beta x_{f1} u_2 \\ \frac{dx_{r3}}{d\tau} &= \rho x_{r1} \\ \frac{dx_{f1}}{d\tau} &= \beta \left(-x_{f2} + \frac{1}{n} x_{r2} u_2 \right) \\ \frac{dx_{f2}}{d\tau} &= \beta (x_{f1} - \delta x_{f2}) \end{aligned} \quad (2.60)$$

2.5 Resumen de las estructuras y modelos obtenidos

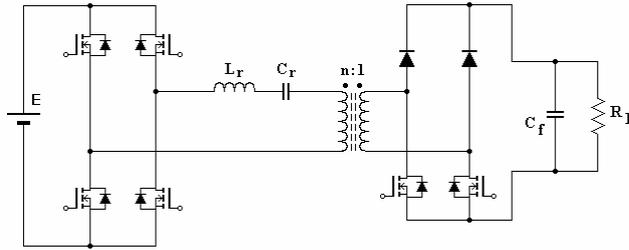
Como resumen se presentan las tres nuevas estructuras obtenidas y sus modelos matemáticos deducidos en notación de espacio de estado.

Para el PRC-CR corresponde la siguiente estructura y descripción matemática:



$$\begin{aligned} \frac{di_r}{dt} &= -\frac{v_r}{L_r} + \frac{E}{L_r} u_1 \\ \frac{dv_r}{dt} &= \frac{i_r}{C_r} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_r} u_2 \\ \frac{di_L}{dt} &= -\frac{v_o}{L_f} + \frac{1}{n} \frac{v_r}{L_f} u_2 \\ \frac{dv_o}{dt} &= \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f} \end{aligned}$$

Para el SRC-CR:

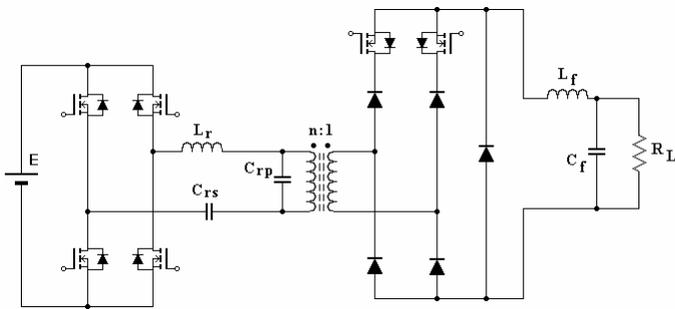


$$\frac{di_r}{dt} = -\frac{v_r}{L_r} + \frac{E}{L_r}u_1 - n\frac{v_o}{L_r}u_2$$

$$\frac{dv_r}{dt} = \frac{i_r}{C_r}$$

$$\frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{R_L C_f} + n\frac{i_r}{C_f}u_2$$

Para el SPRC-CR:



$$\frac{di_r}{dt} = -\frac{v_{rs}}{L_r} - \frac{v_{rp}}{L_r} + \frac{E}{L_r}u_1$$

$$\frac{dv_{rp}}{dt} = \frac{i_r}{C_{rp}} - \frac{1}{n} \frac{i_L}{C_{rp}}u_2$$

$$\frac{dv_{rs}}{dt} = \frac{i_r}{C_{rs}}$$

$$\frac{di_L}{dt} = -\frac{v_o}{L_f} + \frac{1}{n} \frac{v_{rp}}{L_f}u_2$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{i_L}{C_f} - \frac{v_o}{R_L C_f}$$

CAPÍTULO 3

CONTROLES PROPUESTOS

Subíndice:

3. CONTROLES PROPUESTOS	39
3.1 Introducción	41
3.2 Controlador <i>One-Cycle</i>	42
3.2.1 Caso del PRC-CR.....	44
3.2.2 Caso del SRC-CR.....	47
3.2.3 Caso del SPRC-CR	49
3.3 Controlador lineal.....	49

3.1 Introducción

A continuación se analizan las condiciones que han de cumplir los posibles controladores de la nueva etapa rectificadora controlada. El objetivo de dichos controladores es regular la variable propia de la carga de cada convertidor a un valor constante deseado y garantizar robustez ante variaciones de carga y de la tensión de entrada.

Tal como se ha comentado en el capítulo 2, cada una de las nuevas estructuras de convertidores presentadas se puede dividir en dos subsistemas. El primer subsistema corresponde al circuito del tanque resonante y el segundo corresponde al circuito del filtro de salida, estando ambos enlazados mediante los interruptores del rectificador. Ambos subsistemas presentan dinámicas bien diferentes debido a los valores típicos de diseño de los condensadores e inductores de cada circuito, resultando que las magnitudes eléctricas del tanque resonante tienen una evolución mucho más rápida que las del filtro de salida. Como hipótesis de análisis se va a considerar en estado estacionario la evolución de la tensión en los condensadores resonantes y la corriente por los inductores resonantes una forma de onda de alta frecuencia y periódica. Y para los filtros de salida, la evolución de la corriente por el inductor y la tensión en el condensador como formas de onda de baja frecuencia.

En nuestra propuesta de estudio se excita el subsistema del tanque resonante mediante una variable de control u_1 de frecuencia fija próxima a la frecuencia de resonancia con forma de onda cuadrada tomando como posibles valores $\{-1, 1\}$. Esta forma de trabajo es típica en la bibliografía [FOS95], pues hace evolucionar las magnitudes resonantes en régimen estacionario de forma estable y periódica. Gracias a esta periodicidad de las magnitudes del tanque resonante, en la segunda variable de control u_2 se pueden proponer diversas estrategias de control con las que conseguir la regulación y robustez deseadas en el convertidor.

En la figura 3.1 se representan las dos posibles estrategias que se pueden implementar con un controlador para el control de u_2 :

- mediante el sensado de la variable de estado del tanque resonante (opción 1), o
- mediante el sensado de la variable de estado de salida (opción 2).

La primera estrategia propuesta se puede conseguir con un controlador tipo *One-Cycle*. En este caso, la ley de control u_2 se obtendrá mediante el sensado de la variable resonante de transmisión de energía del convertidor en cuestión.

La segunda estrategia propuesta es la clásica de realimentación de la variable de salida con un regulador lineal o no lineal. La variable de control u_2 se obtendrá ahora mediante el sensado de la variable propia de la carga del convertidor.

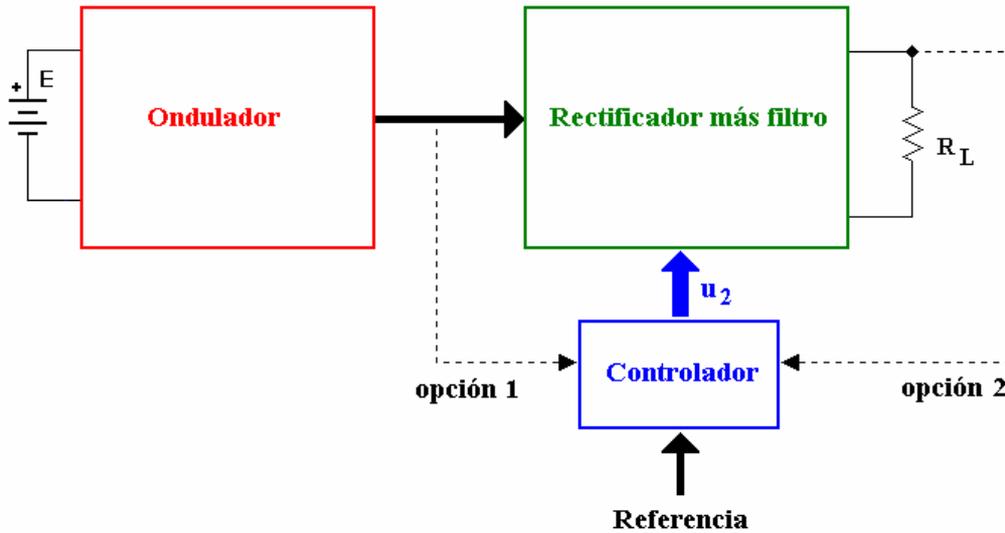


Fig.3.1. Posibles estrategias para determinar el control u_2

3.2 Controlador *One-Cycle*

Este controlador se deduce de la aplicación de la teoría de promediado de sistemas [KHA96] ampliamente utilizada en el análisis de sistema complejos.

El método de promediado se aplica a sistemas de la forma

$$\dot{x} = \varepsilon f(t, x, \varepsilon) \quad (3.1)$$

donde ε es un parámetro positivo pequeño y $f(t, x, \varepsilon)$ es T-periódica en t . Esto es

$$f(t+T, x, \varepsilon) = f(t, x, \varepsilon), \quad \forall (t, x, \varepsilon) \in [0, \infty) \times D \times [0, \varepsilon_0)$$

para un dominio $D \in \mathbb{R}^n$. El método aproxima la solución de este sistema por la solución de un “sistema promediado”, obtenido del promediado de $f(t, x, \varepsilon)$ en $\varepsilon=0$.

El lado derecho de la igualdad presentada en (3.1) está multiplicado por una constante positiva ε . Cuando ε es pequeña, la solución x variará “lentamente” respecto a las fluctuaciones periódicas de $f(t, x, \varepsilon)$. Es intuitivamente claro que si la respuesta de un sistema es mucho más lenta que la excitación, la respuesta será determinada básicamente por el valor medio de la excitación. Esta intuición tiene sus orígenes en la teoría de sistemas lineales, donde es conocido que si el ancho de banda de un sistema es mucho más pequeño que el ancho de banda de la entrada, entonces el sistema actuará como un filtro pasa bajos que rechazará la componente de alta frecuencia de la entrada.

Esta interpretación del promediado de un sistema supone un escalado temporal de la evolución de las variables del mismo por la eliminación de las componentes de alta frecuencia, realizando por tanto una interpretación de la dinámica del sistema más lenta. Estas ideas son también aplicables a los sistemas no lineales, tales como los sistemas de conversión de energía conmutados en estudio.

3. CONTROLES PROPUESTOS

Se asocia con el sistema (3.1) el denominado sistema promediado autónomo

$$\dot{x} = \varepsilon f_{av}(x) \quad (3.2)$$

donde

$$f_{av}(x) = \frac{1}{T} \int_0^T f(t, x, \varepsilon) d\tau \quad (3.3)$$

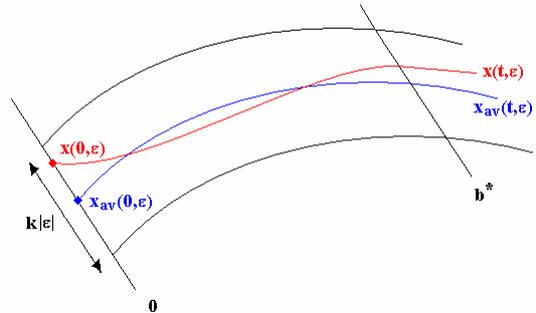
El problema básico en el método de promediado es determinar hasta que punto el comportamiento del sistema autónomo (3.2) se aproxima al comportamiento del sistema más complejo no autónomo (3.1). Mediante un cambio de variables adecuado se puede demostrar que el sistema no autónomo se comporta como una perturbación del sistema autónomo. Por tanto, la aproximación de un sistema no autónomo por uno autónomo será tanto más válida cuanto menos efecto presenten las perturbaciones del sistema, es decir, cuanto más atenuadas sean las componentes de entrada de alta frecuencia por el sistema.

La teoría de promediado nos presenta el siguiente teorema:

Sea $f(t, x, \varepsilon)$ continua y acotada, con derivadas parciales también continuas y acotadas hasta de segundo orden respecto a (x, ε) para $(t, x, \varepsilon) \in [0, \infty) \times D \times [0, \varepsilon_0)$. Se supone que f es T periódica en t para $t > 0$ y ε es un parámetro positivo. Sean $x(t, \varepsilon)$ y $x_{av}(t, \varepsilon)$ soluciones de (3.1) y (3.2), respectivamente.

- Si $x_{av}(t, \varepsilon) \in D \forall t \in [0, b/\varepsilon]$ y $\|x(0, \varepsilon) - x_{av}(0, \varepsilon)\| \leq k|\varepsilon|$, entonces

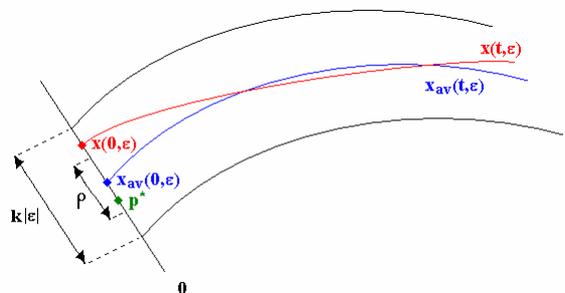
$$\|x(t, \varepsilon) - x_{av}(t, \varepsilon)\| \leq k|\varepsilon| \text{ en } [0, b/\varepsilon]$$



- Si $p^* \in D$ es un punto de equilibrio exponencialmente estable para el sistema promediado (3.2), entonces existe una constante positiva ρ tal que si

$$\|x_{av}(0, \varepsilon) - p^*\| < \rho \text{ y } \|x(0, \varepsilon) - x_{av}(0, \varepsilon)\| \leq k|\varepsilon|, \text{ entonces}$$

$$\|x(t, \varepsilon) - x_{av}(t, \varepsilon)\| \leq k|\varepsilon| \text{ para todo } t \in [0, \infty)$$



- Si $p^* \in D$ es un punto de equilibrio exponencialmente estable para el sistema promediado (3.2), entonces existe una constante positiva ε^* tal que para todo $0 < \varepsilon < \varepsilon^*$, (3.1) tiene una única solución periódica exponencialmente estable de periodo T en un entorno $k|\varepsilon|$ de p^* .

En nuestros sistemas en estudio, los convertidores de tanque resonante, las ecuaciones asociadas a los filtros de salida tienen una descripción en espacio de estado tal como la ecuación (3.1). Basta con observar las ecuaciones normalizadas de los convertidores (2.23), (2.39) y (2.60). Por tanto, el considerar un modelo promediado de trabajo en estado estacionario de las magnitudes del filtro de salida resulta una excelente aproximación de su comportamiento real.

3.2.1 Caso del PRC-CR

Con las hipótesis de trabajo planteadas, es de suponer un comportamiento periódico para la tensión de salida del rectificador controlado, $v_r/n \cdot u_2$, que también es la tensión de excitación del filtro de salida. En estas condiciones se puede aproximar la dinámica del filtro de salida por el sistema promediado siguiente

$$\begin{aligned} \frac{d\langle i_L \rangle}{dt} &= -\frac{\langle v_o \rangle}{L_f} + \frac{1}{L_f} \left\langle \frac{v_r}{n} u_2 \right\rangle \\ \frac{d\langle v_o \rangle}{dt} &= \frac{\langle i_L \rangle}{C_f} - \frac{\langle v_o \rangle}{R_L C_f} \end{aligned} \quad (3.4)$$

Nótese que el sistema de ecuaciones (3.4) proviene de las dos últimas ecuaciones del sistema presentado como caso general del PRC-CR en las ecuaciones (2.13). Ambas ecuaciones son las que corresponden al subsistema del filtro de salida y en ellas es donde se realiza el análisis por promediado de las variables.

Una variable particular de la ecuación (3.4) es la excitación

$$v_{rec} = \frac{v_r}{n} u_2 \quad (3.5)$$

cuyo promediado corresponde a

$$\left\langle \frac{v_r}{n} u_2 \right\rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{v_r(\tau)}{n} u_2(\tau) d\tau \quad (3.6)$$

Para el subsistema en estudio, el estado estacionario se alcanza cuando se cumplen las siguientes condiciones

$$\begin{aligned}\frac{d\langle i_L \rangle}{dt} &= 0 \\ \frac{d\langle v_o \rangle}{dt} &= 0\end{aligned}\quad (3.7)$$

Imponiendo las condiciones (3.7) en (3.4), queda definido el punto de equilibrio o de trabajo del convertidor por

$$\langle i_L^* \rangle = \frac{\langle v_o^* \rangle}{R_L} \quad (3.8)$$

$$\langle v_o^* \rangle = \left\langle \frac{v_r}{n} u_2 \right\rangle \quad (3.9)$$

Se observa en (3.9) que la variable de control u_2 condiciona, como era de esperar, la tensión de salida, y se propone que haga cumplir la siguiente ecuación

$$v_o^* = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} \frac{v_r(\tau)}{n} u_2(\tau) d\tau \quad (3.10)$$

siendo v_o^* el punto de equilibrio deseado o consigna en el convertidor.

La idea conceptual de la ecuación (3.10) es que, partiendo de condiciones iniciales nulas, se integre la tensión resonante hasta que dicha integral alcance el valor de consigna. Por tanto, el control u_2 inicia la evaluación tomando el valor +1 ó -1, en función del signo de v_r , hasta que se consigue el valor de consigna deseado, instante en el que u_2 pasa a tomar un valor cero. De esta forma se establece, para cada periodo de la tensión v_r , el ciclo de trabajo de los interruptores del puente rectificador controlado.

Para conservar la simetría propia de las variables resonantes, cuyo valor medio es nulo, interesa que la variable de control u_2 también tenga valor medio nulo para un período completo de v_r . Esta consideración hace que sea adecuado realizar el cálculo de u_2 para cada semiciclo de la tensión v_r , existiendo un t_{ON} para cada semiciclo y no un t_{ON} único en todo el periodo T , evitando así la generación de asimetrías en las magnitudes resonantes.

$$v_o^* = \frac{1}{T/2} \int_{t_0}^{t_0+T/2} \frac{v_r(\tau)}{n} u_2(\tau) d\tau \quad (3.11)$$

El controlador desarrollado corresponde con el tipo *One-Cycle Control*, introducido por Smedley y Čuk en [SME95a] y [SME95b].

En la figura 3.2 se presenta una evolución de las formas de onda más significativas.

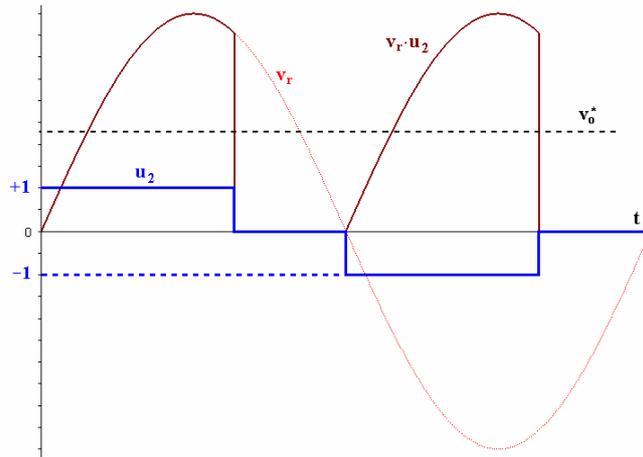


Fig. 3.2. Formas de onda de v_r , u_2 , $v_r u_2$ y v_o^*

El núcleo del controlador está formado por un integrador reseteable y un comparador, siendo necesaria una sincronización con los pasos por cero de la tensión v_r , así como conocer el signo del semiciclo en el que se está evaluando la ecuación (3.11). Será necesario, por tanto, un bloque rectificador de señal analógico para implementar la función valor absoluto y comparadores con los que detectar los pasos por cero y el signo de v_r .

Es un controlador que se puede implementar con estructuras típicas de electrónica analógica con amplificadores operacionales realimentados en tensión (VFOA), que necesita escasa lógica digital, y cuyo diseño con componentes discretos de consumo habitual es relativamente sencillo, siempre que la frecuencia de trabajo no sea excesivamente alta. Como la salida del controlador es actualizada cada semiperiodo de la tensión resonante, la frecuencia de funcionamiento del control es el doble de la frecuencia de conmutación del puente inversor.

El diagrama de bloques del control desarrollado se representa en la figura 3.3.

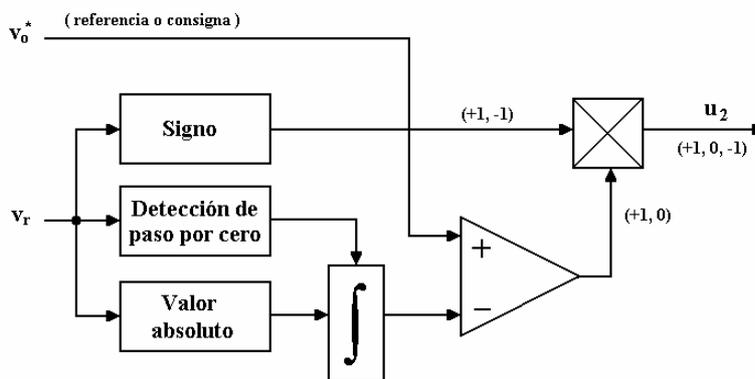


Fig. 3.3. Diagrama de bloques del control propuesto

La respuesta del control propuesto es rápida por su condición de *feedforward* y porque en un sólo semiperiodo de la variable de más alta velocidad del convertidor se está imponiendo el ciclo de trabajo adecuado a la consigna en los interruptores del

rectificador. No existen lazos de realimentación en el controlador, ni señales de error que retrasen la selección del ciclo de trabajo adecuado. Idealmente el controlador ha de hacer robusta la variable propia de la carga del convertidor, (I_L o V_o) ante perturbaciones en la carga y en la tensión de entrada del convertidor dentro del margen de regulación del convertidor.

Su comportamiento es claramente no lineal e independiente de los parámetros del convertidor. Precisamente por esta última consideración sucede que la dinámica del filtro de salida condiciona la respuesta en los transitorios de carga del convertidor, sin poder afectar el control *One-Cycle* en dicha evolución. Esto se convierte en un aspecto a tener en cuenta en el diseño del convertidor si va a ser controlado por este tipo de controlador. Para actuar sobre la dinámica del filtro de salida y poder controlar la evolución ante perturbaciones, la posibilidad que plantea este control es establecer un lazo de realimentación que regule de forma adecuada la denominada hasta ahora v_o^* , o consigna.

En la figura 3.4 se presenta un esquema de cómo sería este nuevo controlador. Realizando un sensado de la tensión de salida y dada la consigna v_o^* se puede deducir una señal de error que procesada por, por ejemplo, un regulador lineal tipo PI consiga que la evolución de la tensión de salida del convertidor se ajuste a un tipo deseado. Una solución tal como la presentada en la figura 3.4 es una estrategia en el control adecuada para solventar la problemática que representa el comportamiento no ideal de los componentes que forman el convertidor y el control del montaje experimental [GUE03]. Dichas no idealidades hacen aparecer errores estacionarios entre la salida del convertidor y la consigna, deteriorando las prestaciones que puede presentar el sistema de robustez ante variaciones de carga y alimentación.

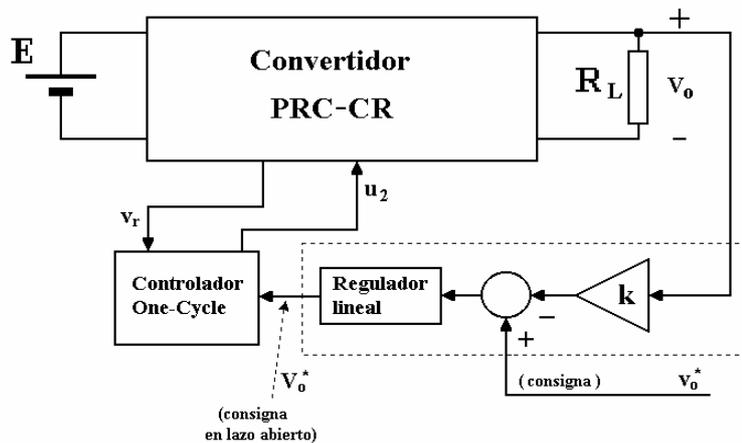


Fig. 3.4. Control *One-Cycle* con lazo de realimentación

3.2.2 Caso del SRC-CR

Se consideran las mismas hipótesis de trabajo que para el PRC-CR. Se asume una evolución periódica y de alta frecuencia en la forma de onda de la corriente resonante i_r y periódica y de baja frecuencia en la corriente i_L de salida del rectificador controlado. El valor de la citada corriente de salida es

$$i_L = n i_r u_2 \quad (3.12)$$

siendo la excitación del filtro de salida. Con estas condiciones se puede aproximar la dinámica del filtro de salida por el sistema promediado

$$\frac{d\langle v_o \rangle}{dt} = -\frac{\langle v_o \rangle}{R_L C_f} + \frac{n}{C_f} \langle i_r u_2 \rangle \quad (3.13)$$

La ecuación (3.13) corresponde a la última ecuación del sistema presentado como caso general del SRC-CR en (2.30) y con ella se caracteriza la dinámica del filtro de salida una vez realizado el promediado de sus variables.

El promediado de (3.12) viene dado por

$$\langle n i_r u_2 \rangle = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} n i_r(\tau) u_2(\tau) d\tau \quad (3.14)$$

Aplicando la condición de estado estacionario en (3.13), el punto de equilibrio del convertidor queda definido por

$$\frac{\langle v_o^* \rangle}{R_L} = n \langle i_r u_2 \rangle \quad (3.15)$$

En la ecuación (3.15) el término de la izquierda de la igualdad se puede expresar como

$$I_L^* = \frac{\langle v_o^* \rangle}{R_L} \quad (3.16)$$

Haciendo que el control u_2 satisfaga la ecuación

$$I_L^* = \frac{1}{T} \int_{t_0}^{t_0+T} n i_r(\tau) u_2(\tau) d\tau \quad (3.17)$$

se consigue que el convertidor se comporte como fuente de corriente, siendo I_L^* la corriente deseada por la carga.

Para conservar la necesaria simetría de las magnitudes del tanque resonante en estado estacionario, de igual forma que para el PRC, se plantea que la variable de control u_2 también tenga valor medio nulo para un periodo completo de i_r . De esta forma se propone que el ciclo de trabajo t_{ON} sea deducido para cada semiciclo y que se determine mediante la ecuación

$$I_L^* = \frac{n}{T/2} \int_{t_0}^{t_0+T/2} i_r(\tau) u_2(\tau) d\tau \quad (3.18)$$

El comportamiento del controlador es idéntico al propuesto para el PRC-CR pero ahora las magnitudes implicadas en el control son corrientes y no tensiones. Se podrán esperar evoluciones de formas de onda semejantes a las presentadas en la figura 3.2, pero considerando las variables i_r , u_2 , $i_r u_2$ y I_L^* .

3.2.3 Caso del SPRC-CR

La etapa rectificadora del SPRC-CR es idéntica a la del PRC-CR, por tanto el controlador va a ser idéntico para los dos convertidores. Su análisis resulta en las mismas ecuaciones que para el PRC-CR, pero sustituyendo como variable resonante de transmisión de energía la tensión v_r por la tensión v_{rp} .

3.3 Controlador lineal

Para los tres convertidores en estudio es posible controlar la variable propia de la carga mediante la típica estructura de control de sistemas lineales. En la figura 3.5 se presenta el diagrama de bloques del controlador lineal citado mediante realimentación de la variable propia de la carga adecuado para los convertidores ensayados.

Para el PRC y el SPRC se ha de sensar el voltaje en la carga del convertidor, mientras que para el SRC se debe sensar la corriente por la carga. Respecto al regulador lineal utilizado, para los tres convertidores se ha propuesto el tipo PI.

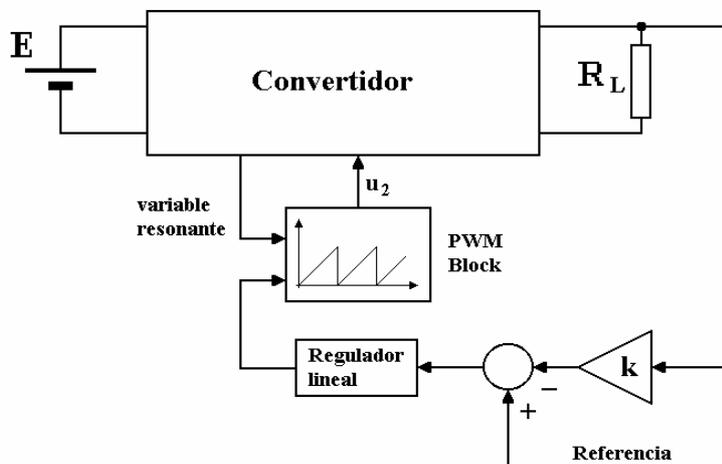


Fig. 3.5. Controlador lineal con lazo de realimentación

La única diferencia respecto al sistema clásico de regulación es que la forma de onda de la portadora es una rampa sincronizada con la variable resonante. En la figura 3.6 se presenta una evolución de dichas formas de onda.

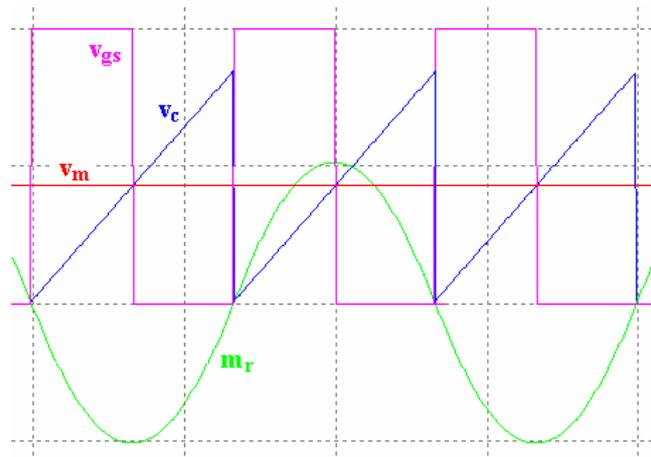


Fig. 3.6. Sincronización de formas de onda

En color verde, m_r , aparece la magnitud resonante sensada, en color azul, v_c , la rampa sincronizada con dicha variable resonante, en rojo, v_m , la salida del regulador lineal a modular y en rosa, v_{gs} , la señal de activación de los interruptores controlados del bloque rectificador.

Mediante esta sincronización se aprovechan los pasos por cero de la variable resonante de transmisión de energía para conmutar los interruptores y conseguir conmutaciones con la menor disipación de energía posible.

CAPÍTULO 4

ANÁLISIS DEL PRC-CR

Subíndice:

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR	51
4.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	53
4.1.1 Comportamiento del PRC clásico a la frecuencia de resonancia.....	53
4.1.2 Impedancia de entrada del PRC clásico	55
4.1.3 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	61
4.1.4 Impedancia de entrada del PRC-CR	65
4.1.5 Función de transferencia del tanque resonante	70
4.1.6 Tensión de salida normalizada.....	76
4.1.7 Criterios de cálculo del convertidor	80
4.1.8 Resultados de simulación.....	83
4.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	87
4.2.1 Introducción	87
4.2.2 Referencias para el análisis de las formas de onda	88
4.2.3 Solución general de las variables resonantes	91
4.2.4 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	95
4.2.5 Duración del intervalo de t_0 a t_1	100
4.2.6 Tensión de salida.....	102
4.2.7 Cambio de variables y normalización de las ecuaciones	105
4.2.8 Resultados de simulación de la tensión de salida normalizada.....	108
4.3 Comparación de resultados	110

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Es necesario analizar esta nueva propuesta de convertidor de tanque resonante denominada PRC-CR, pues una gran cantidad de variables son las que intervienen y condicionan su dinámica. Tal como sucede para los convertidores de tanque resonante clásicos, va a existir en el comportamiento del convertidor gran dependencia de la frecuencia de conmutación del inversor, de la impedancia característica del tanque resonante, de la relación de transformación del transformador de enlace y del valor de la carga.

Del análisis de la estructura se obtiene la dependencia de las formas de onda de tensión y corriente del convertidor respecto a los valores de componentes y parámetros del circuito antes mencionados. Como resultados se obtendrán

- ✓ frecuencias de conmutación óptimas de funcionamiento,
- ✓ márgenes óptimos de regulación,
- ✓ relación tensión de salida respecto a la carga del convertidor y el ciclo de trabajo del rectificador y
- ✓ criterios de cálculo del convertidor.

El estudio de la estructura es abordado, en primer lugar, mediante un análisis por aproximación al primer armónico. Este método, pese a su simplicidad, va a ofrecer unos resultados interesantes y con un pequeño error. Para corroborar este análisis se solucionan las ecuaciones del modelo matemático en variable de estado, obteniendo las ecuaciones temporales del convertidor. Finalmente son comparadas las soluciones obtenidas por ambos métodos de análisis y se observan sus similitudes.

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Este método fue propuesto en los trabajos de Steigerwarld [STE88] y considera de las diferentes formas de onda del convertidor únicamente el valor medio y el primer armónico. Esta visión de las formas de onda permite simplicidad y el considerar lineal un comportamiento claramente no lineal. No obstante el error que se comete en el análisis es pequeño para las condiciones habituales de trabajo de estos convertidores, con una frecuencia de conmutación entorno a la frecuencia de resonancia. La conocida respuesta selectiva del tanque resonante hace que los armónicos superiores al fundamental de la frecuencia de conmutación resulten excesivamente atenuados y apenas influyan en el comportamiento del convertidor.

4.1.1 Comportamiento del PRC clásico a la frecuencia de resonancia

Para cualquiera de los modos de actuación para el PRC clásico citados en el anterior apartado 1.1, se recomienda el trabajo en frecuencias ligeramente superiores a la de resonancia del tanque LC. Esta es una zona de funcionamiento estable del convertidor y que garantiza una conmutación *ZVS* en los interruptores del inversor que excitan el tanque. Así se limita el *stress* de dichos componentes y se reduce el tamaño de las redes *snubbers*, las cuales pueden ser no disipativas mediante condensadores.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

No obstante, dentro de un contexto de máxima regulación posible de la tensión de salida del convertidor o ante variaciones importantes de la resistencia de carga, una frecuencia de trabajo entorno a la de resonancia tiene varios aspectos negativos. Todos ellos están relacionados con la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ que presenta el conjunto tanque LC, transformador de aislamiento, puente rectificador, filtro de salida y resistencia de carga, a dicha frecuencia de trabajo. En la figura 4.1 se indica el punto de evaluación de dicha impedancia en el convertidor.

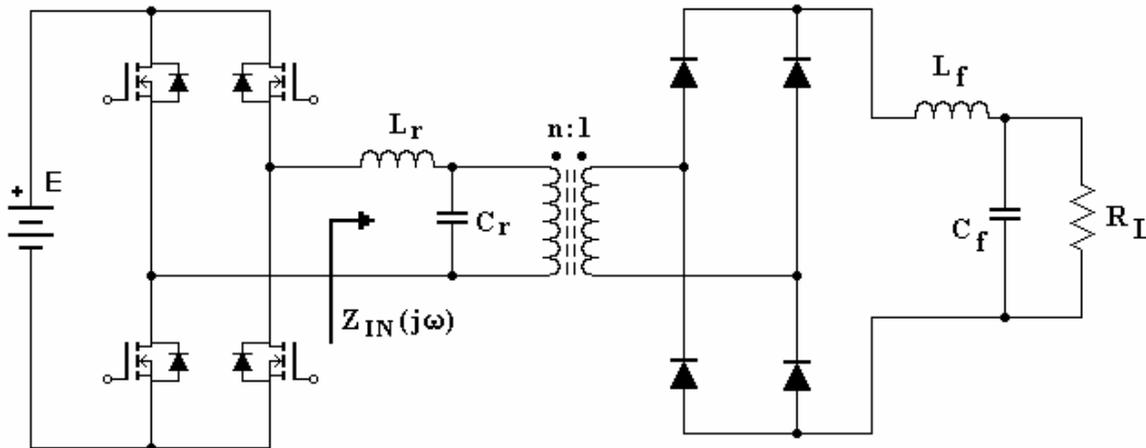


Figura 4.1. PRC clásico indicando los terminales de evaluación de la $Z_{IN}(j\omega)$

Esta impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, es una impedancia no lineal y que puede variar enormemente de un punto de trabajo a otro si la frecuencia del inversor es próxima a la frecuencia de resonancia del tanque LC. Es evidente que el punto de trabajo viene dado por la tensión y corriente de salida del convertidor. Por tanto, en nuestro estudio dentro del contexto de máxima regulación, se han de suponer gran cantidad de posibles puntos de trabajo o, lo que es lo mismo, suponer gran cantidad de posibles $Z_{IN}(j\omega)$ en el convertidor.

En torno a la frecuencia de resonancia, la $Z_{IN}(j\omega)$ puede tomar valores desde cercanos a la impedancia característica del tanque LC, Z_C , hasta valores nulos. Valores de impedancia próximos a este último caso presentan puntos de trabajo con corrientes idealmente infinitas. Esto implica un sobredimensionado de los interruptores del puente inversor y de los elementos reactivos del tanque por las elevadas corrientes que van a poder circular, así como por las tensiones que van a aparecer. Como medida de seguridad, será necesario acotar los puntos de trabajo que provoquen una $Z_{IN}(j\omega)$ nula o excesivamente baja, reduciendo en la medida necesaria el margen de regulación del convertidor.

Si se considera el PRC-CR [CON01], la $Z_{IN}(j\omega)$ será igualmente no lineal. Dependerá del conjunto resistencia de carga, filtro de salida, rectificador controlado, transformador de aislamiento y tanque resonante. Ahora, además del valor de la resistencia de carga del convertidor, afectará el ciclo de trabajo de los interruptores del puente rectificador. En la figura 4.2 se presenta el PRC-CR indicando los terminales de evaluación de la $Z_{IN}(j\omega)$.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Nos encontramos con la misma problemática por las grandes variaciones de la $Z_{IN}(j\omega)$, acentuada por los efectos de la relación de conducción del rectificador. Cuando dicha relación de conducción sea un valor pequeño el tanque resonante estará sin carga, resultando un módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ excesivamente bajo si la frecuencia de conmutación es próxima a la de resonancia. Para garantizar en estas condiciones el margen de regulación es necesario nuevamente un sobredimensionado de los componentes del convertidor, por lo que el diseño se convierte en poco eficiente, excesivamente voluminoso y pesado, y poco rentable económicamente.

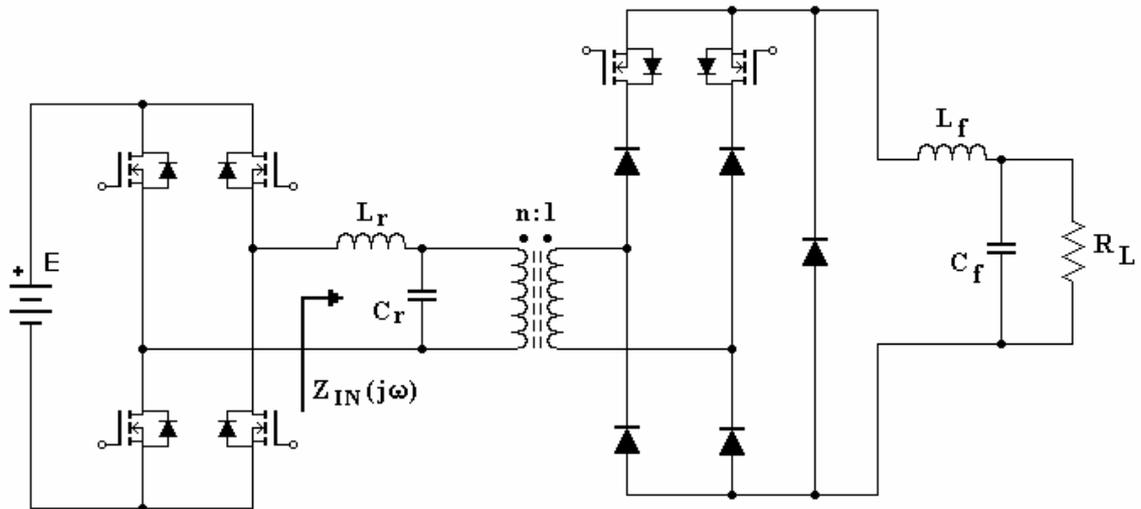


Fig. 4.2. PRC-CR indicando los terminales de evaluación de la $Z_{IN}(j\omega)$

Otro aspecto es la evolución inestable a la que va a tender el controlador cuando el ciclo de trabajo sea pequeño. Para ciclos de trabajo pequeños la $Z_{IN}(j\omega)$ tiende a ser igualmente pequeña, haciendo que las magnitudes resonantes, corriente por el inductor L_r y tensión en el condensador C_r , aumenten tal como se ha comentado anteriormente. Dado que el controlador del convertidor tenderá a garantizar la tensión de salida constante, ante un incremento de la tensión en el condensador resonante se reducirá el ciclo de trabajo del rectificador. Esta acción lleva nuevamente a disminuir la $Z_{IN}(j\omega)$ con una tendencia indeseada de corrientes infinitas en el inversor y ciclos de activación nulos en el puente rectificador. Esta tendencia sólo puede ser evitada por las no idealidades del control en forma de retardos y tiempos de respuesta, o por las resistencias parásitas de los componentes del convertidor (resistencias en conducción de los interruptores, resistencias parásitas de los componentes resonantes, etc ...)

De todas estas consideraciones se concluye que para el PRC-CR no es un margen de frecuencias de conmutación óptimo las frecuencias muy próximas a la de resonancia. Del estudio de la $Z_{IN}(j\omega)$ del convertidor serán deducidas frecuencias adecuadas de trabajo que posibiliten la regulación y robustez deseadas del convertidor, manteniendo acotada la impedancia de entrada del mismo.

4.1.2 Impedancia de entrada del PRC clásico

A modo de introducción al análisis del PRC-CR, se presenta la evolución de la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, del PRC clásico. Del estudio de dicha impedancia, se

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

determinan las frecuencias óptimas de trabajo del inversor del convertidor que nos minimizan la problemática de la $Z_{IN}(j\omega)$ citada en el anterior apartado, ante las posibilidades de grandes variaciones en el punto de trabajo del convertidor por variaciones de carga o de tensión de salida.

Consideramos como punto de inicio del estudio el indicado en la figura 4.3 como R_e . Dicha resistencia se encuentra ya analizada en la bibliografía [STE88, ERI01] para un PRC clásico, mediante la aproximación del primer armónico de las formas de onda implicadas en ese punto del convertidor.

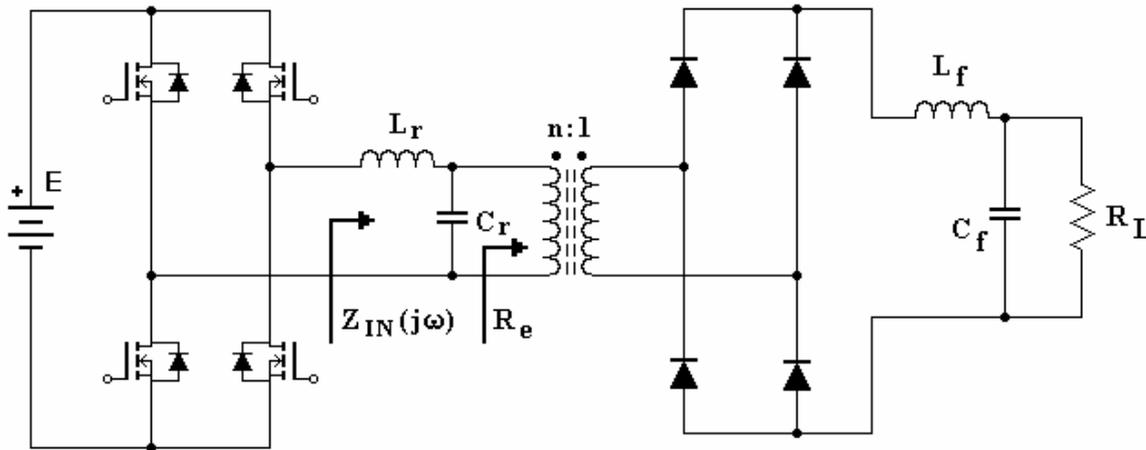


Fig. 4.3. PRC clásico indicando la R_e

De todo el conjunto resistencia de carga, filtro de salida, rectificador no controlado y transformador de aislamiento se deduce un equivalente denominado resistencia efectiva R_e de valor

$$R_e = \frac{\pi^2}{8} n^2 R_L \quad (4.1)$$

Dicho conjunto es un sistema no lineal de difícil modelado si no se analiza desde la aproximación de primer armónico. Con dicho análisis, el modelo de comportamiento que se obtiene como resistencia óhmica lineal da unas posibilidades de análisis muy interesantes con gran aproximación al comportamiento real del convertidor.

En el estudio del convertidor PRC-CR esa resistencia efectiva R_e será una impedancia efectiva, $Z_e(d)$, dependiente del ciclo de trabajo del puente rectificador, siendo esto demostrado más adelante. Pero, mientras tanto, consideremos el caso del PRC clásico. Se observa que la tensión resultante del puente inversor excita un filtro pasa bajos RLC formado por L_r , C_r y R_e , tal como en la figura 4.4.

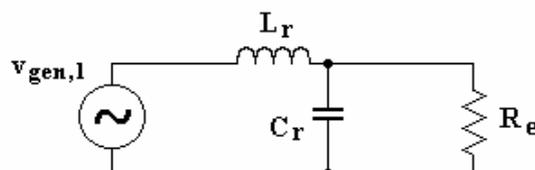


Fig. 4.4. Modelo circuital para el análisis de primer armónico

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

La excitación del circuito es el primer armónico de la forma de onda de tensión de salida del puente inversor $v_{gen,1}$. La impedancia de entrada del circuito viene dada por la expresión

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_L + (R_e // -jX_C) = j\omega L_r + \frac{R_e}{j\omega C_r R_e + 1} \quad (4.2)$$

Es evidente que el valor de dicha impedancia, para una inductancia y capacidad constantes, depende de la frecuencia de trabajo y del valor de R_e . Si se normaliza la función (4.2) respecto a la impedancia característica del tanque, $Z_C = (L_r/C_r)^{1/2}$, se obtiene

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = j \frac{\omega}{\omega_o} + \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_o} + \frac{Z_C}{R_e}} \quad (4.3)$$

En la figura 4.5 se representa el módulo de (4.3) respecto a la pulsación normalizada a la pulsación natural del tanque, ω_o . Se consideran cuatro posibles casos de carga normalizada R_e/Z_C . El valor límite ∞ , correspondiente a una R_e infinita (en color verde), el valor límite 0, correspondiente a una R_e nula (en color azul), el valor 0,5 (en color rojo) y el valor 2 (en color magenta).

De la representación de la ecuación (4.3) se obtienen las siguientes conclusiones:

- Para cualquier valor de R_e/Z_C el módulo de la impedancia de entrada, $|Z_{IN}(j\omega)|$, estará acotado a un valor perteneciente a la región que encierran las curvas de valor 0 e ∞ , tal como se representa en color en la figura 4.6.
- Existe una frecuencia en el margen inferior de resonancia denominada f_m , en la que el módulo de la impedancia de entrada del circuito es independiente del valor resistivo de R_e , sólo variando su fase. Dicho valor de frecuencia se representa en la figura 4.7.
- Para valores de frecuencia inferiores a f_m el módulo de la impedancia de entrada es siempre superior al caso de resistencia nula. Para frecuencias superiores a f_m el módulo $|Z_{IN}(j\omega)|$ es siempre inferior al caso de resistencia nula.

Las conclusiones primera y tercera indicadas se demuestran matemáticamente mediante el Teorema de Elementos Extras de Middlebrook [ERI01, MID89].

Pese a la simplicidad del modelo analizado, se observa que justifica la problemática comentada en el anterior apartado (apartado 4.1.1) respecto al PRC clásico trabajando el inversor en torno a la frecuencia de resonancia. Mediante la ecuación (4.3) o mediante la figura 4.5, se deduce que para frecuencias próximas a f_o existen valores de impedancia de entrada muy pequeños para ciertos valores de R_e/Z_C . En concreto, para la frecuencia f_o y para los valores de carga normalizada de 10 y 100 la impedancia de entrada normalizada corresponde prácticamente con los valores de 0,1 y 0,01, respectivamente.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Se da la circunstancia indeseada que conforme aumenta el valor de la resistencia de carga, disminuye dicha impedancia de entrada. Por tanto, se incrementa la corriente por el tanque resonante, la corriente por los interruptores del puente inversor y la corriente por la fuente de alimentación. Este comportamiento es particular del PRC y documentado en la bibliografía [STE88, ERI01] por su problemática asociada.

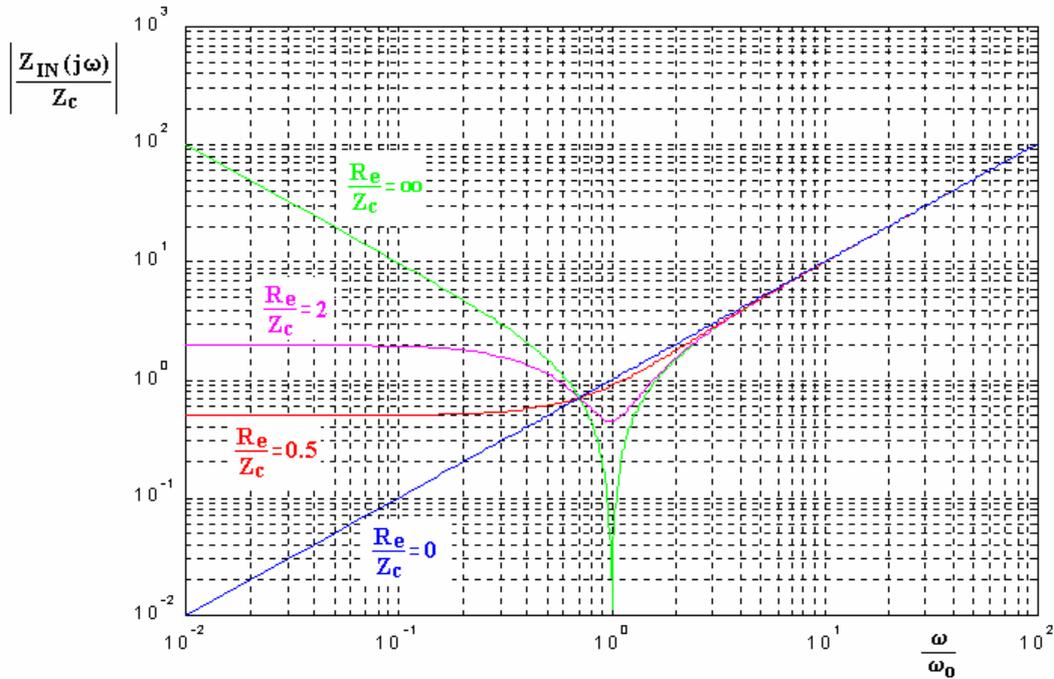


Fig. 4.5. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para diferentes valores de R_e/Z_c

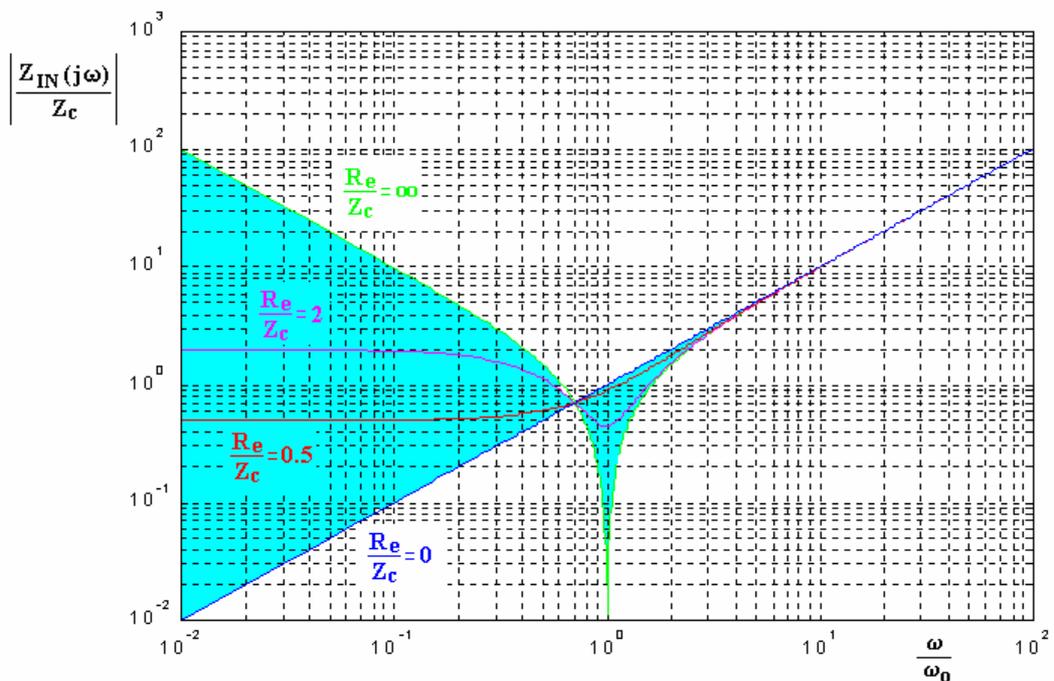


Fig. 4.6. Regiones de posibles valores de $Z_{IN}(j\omega)$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

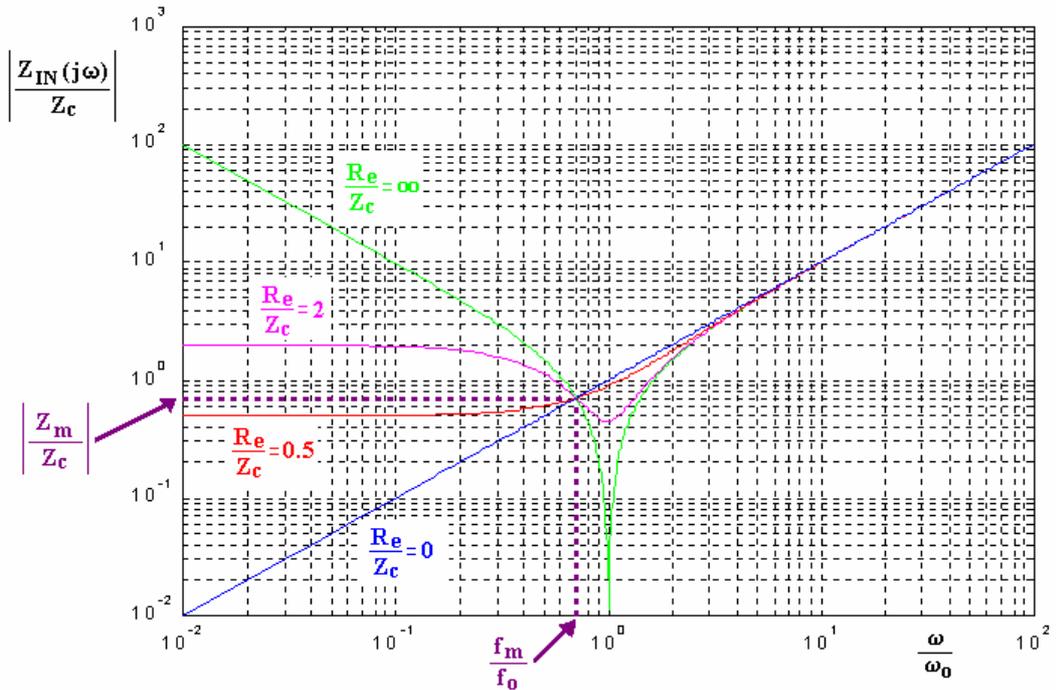


Fig. 4.7. Indicación de la f_m y de la Z_m

La posible aparición de puntos de trabajo que generen una baja impedancia $Z_{IN}(j\omega)$ es un efecto indeseable. Se van a incrementar las pérdidas en conducción de los interruptores, incrementar el desgaste o *stress* en los componentes pasivos (incluidos condensadores) y afecta también negativamente a la batería o fuente de entrada de alimentación. El diseño del convertidor pasa a ser un aspecto muy crítico, sobre todo para el inductor resonante y la selección del condensador resonante. Es necesario que el comportamiento de dichos componentes sea óptimo en todo el elevado margen dinámico de variación de las tensiones y corrientes que han de soportar, si se desea un rendimiento aceptable en el convertidor, multiplicándose la problemática si se desea aumentar la potencia de trabajo.

Por tanto desde la perspectiva que ofrece este análisis, para reducir las variaciones de $Z_{IN}(j\omega)$, las frecuencias de trabajo del inversor interesantes son:

- I. para valores por encima de resonancia, el margen de frecuencias de $f_s > 1,5f_o$, y
- II. para valores por debajo de resonancia, el punto $f_s = f_m$.

El caso I corresponde a un margen de frecuencias ligeramente superior al típico recomendado para el PRC y presenta como ventaja el garantizar una conmutación *ZVS* de los interruptores del puente inversor para cualquier valor de carga. El caso II es un punto concreto y en él no se garantizan conmutaciones *ZVS*, pues la conmutación va a depender del valor de la carga.

La frecuencia f_m es aquella en la que se iguala el módulo de la impedancia del caso de resistencia nula y el de resistencia infinita.

$$|j\omega_m L_r| = \left| j\omega_m L_r + \frac{1}{j\omega_m C_r} \right| = \left| \frac{j^2 \omega_m^2 L_r C_r + 1}{j\omega_m C_r} \right| = \left| \frac{-\omega_m^2 L_r C_r + 1}{j\omega_m C_r} \right| \quad (4.4)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Por tanto, expresada en términos de pulsación o velocidad angular, esa frecuencia se encuentra en

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{2}} \frac{1}{\sqrt{L_r C_r}} = \frac{\omega_o}{\sqrt{2}} \quad (4.5)$$

siendo el valor del módulo de la impedancia de entrada a la frecuencia f_m

$$|Z_{IN}(j\omega_m)| = \frac{Z_C}{\sqrt{2}} = Z_m \quad (4.6)$$

considerando Z_C la impedancia característica del tanque LC. Se observa que es un valor constante e independiente de R_e .

Por tanto, es interesante considerar como frecuencia posible de trabajo la f_m . A esta frecuencia, según el modelo lineal de funcionamiento analizado, se cumple la deseable característica de impedancia de entrada constante e independiente de la carga conectada al tanque resonante. Falta por verificar si va a ser también así en el caso en estudio del PRC-CR, dado que, anticipando resultados de análisis, la resistencia R_e se va a comportar como una impedancia $Z_e(d)$ (ver figura 4.8).

A la frecuencia f_m el módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ permanece constante al valor Z_m , pero no la fase. La $Z_{IN}(j\omega)$ podrá presentar un comportamiento tipo inductivo, capacitivo e incluso resistivo, en función del valor de la carga. Este efecto se aprecia en la figura 4.7 observando la pendiente de cada curva en la f_m . Para valores elevados de R_e/Z_C , la pendiente es negativa y el circuito presentará un comportamiento capacitivo. Para valores pequeños, la pendiente es positiva y el circuito presentará un comportamiento inductivo. Y de igual forma podrán existir valores próximos al valor de Z_m en los que la pendiente será nula, apareciendo un comportamiento resistivo.

En el puente inversor que la $Z_{IN}(j\omega)$ tenga un comportamiento resistivo, inductivo o capacitivo es muy importante, pues afecta a la forma que realizan la conmutación sus interruptores. En la bibliografía es un fenómeno muy estudiado [ERI01], siendo el caso más favorable obviamente cuando la carga es resistiva y el más desfavorable cuando la carga es capacitiva por sus conmutaciones ZCS. Estos conceptos van a afectar al diseño del puente inversor, en el que se tendrá que tener más en cuenta las posibles pérdidas por conmutación que las pérdidas por conducción, al poder tener acotada la corriente por los interruptores.

No obstante, la evolución tecnológica actual con los recientes dispositivos diodos de Carburo de Silicio está consiguiendo que el rendimiento de una etapa inversora con conmutación ZCS sea aceptable y cada vez más próximo al de la conmutación ZVS [ZVE01].

Se ha de tener en cuenta que si la estrategia de control fuese la típica de variación de frecuencia en el PRC, el trabajo en torno a la frecuencia f_m es desaconsejado pues el convertidor se puede comportar de forma inestable [PIQ93]. Pero en el caso en estudio

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

no se proponen variaciones de la frecuencia, sino que se propone un trabajo a frecuencia de conmutación constante.

4.1.3 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador

A continuación se determina la expresión de la impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador, $Z_e(d)$, mediante la aproximación de primer armónico en las formas de onda del convertidor. En la figura 4.8 se indican los terminales de evaluación de dicha impedancia.

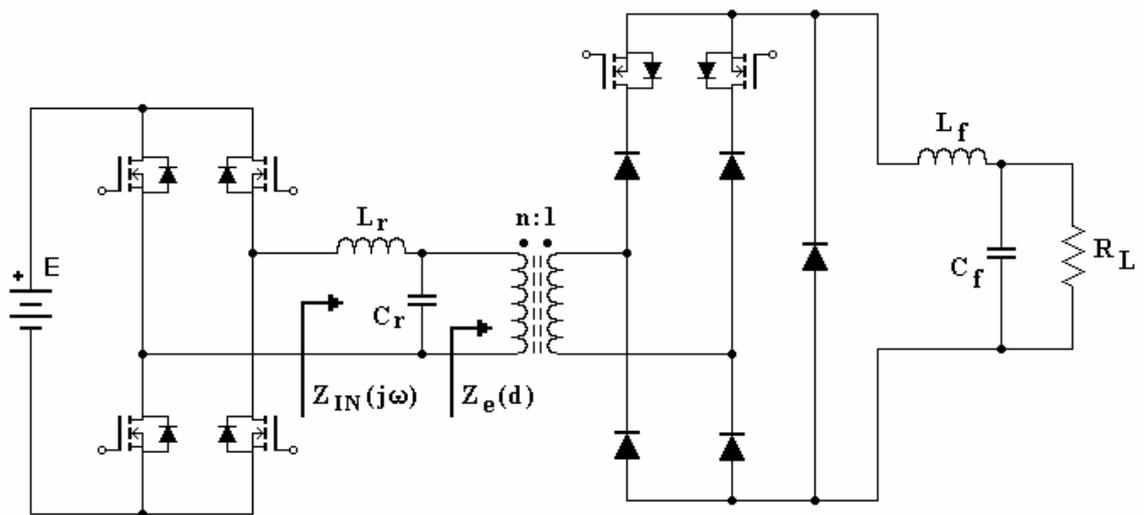


Fig. 4.8. PRC-CR indicando los terminales de evaluación de la $Z_e(d)$

En la figura 4.9 se presenta el convertidor PRC-CR con un modelado parcial del bloque inversor de excitación del tanque resonante y del bloque rectificador.

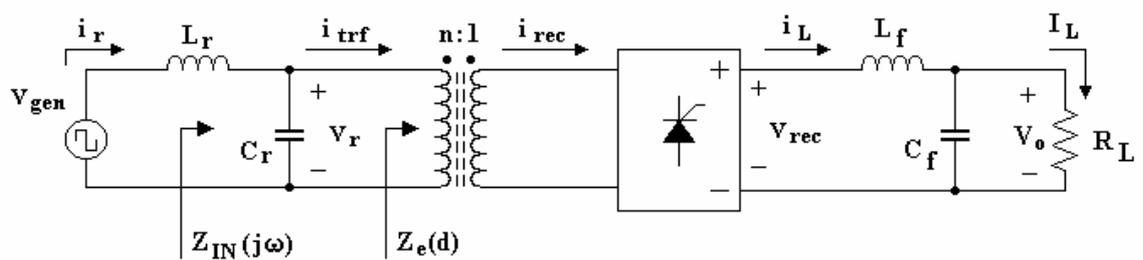


Fig. 4.9. Modelo circuital del convertidor PRC-CR

Se consideran los siguientes dos supuestos:

- rizado nulo en la corriente de la bobina del filtro de salida y
- rizado nulo en la tensión del condensador del filtro de salida.

La corriente que circula por la resistencia de carga será idéntica a la que circula por dicha bobina, siendo el valor de esta corriente I_L , supuesta de valor constante. La tensión en el condensador resonante se denomina v_r , la tensión de salida del bloque

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

rectificador controlado se denomina v_{rec} y la tensión en la carga V_o . Esta última tensión va a ser constante dados los supuestos de trabajo considerados, y de valor el valor medio de la tensión v_{rec} .

En la figura 4.10 se presenta una posible evolución de las formas de onda de la corriente I_L (en rojo), la corriente i_{rec} (en azul), el primer armónico de dicha corriente $i_{rec,1}$ (en rosa) y la tensión v_r (en verde), en estado estacionario y considerando una evolución ideal de dichas formas de onda mediante los dos supuestos anteriores.

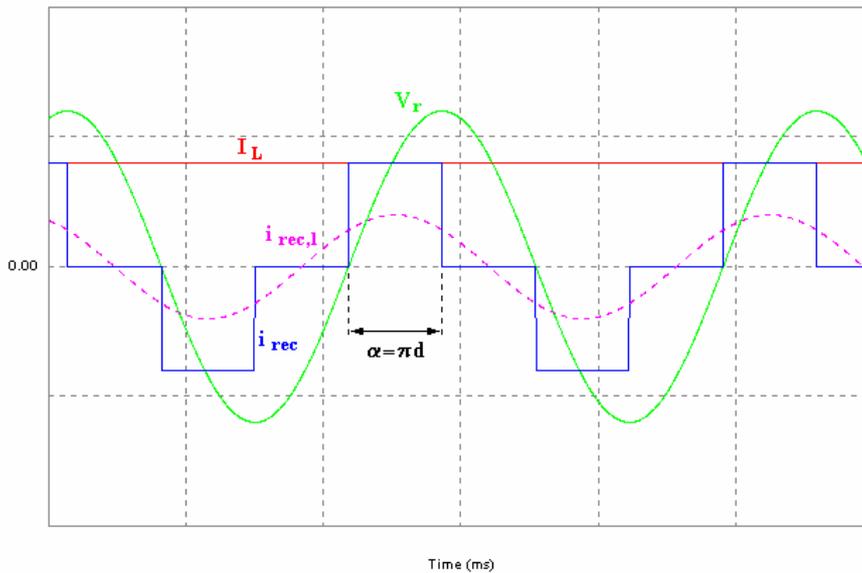


Fig. 4.10. Formas de onda ideales en el convertidor

La forma de onda de la corriente de entrada al bloque rectificador, i_{rec} , es semicuadrada de valor de pico I_L . Se puede definir un ángulo de conducción α o un ciclo de trabajo d relacionados tal como se indica en (4.7), con d comprendido entre 0 y 1.

$$\alpha = \pi d \quad (4.7)$$

Se observa además que entre el primer armónico de i_{rec} y v_r existe un desfase, por lo que es acertado hablar de una impedancia efectiva dependiente del ciclo de trabajo del rectificador, $Z_e(d)$, en lugar de R_e .

Dada la actuación de la rectificación controlada y del filtro de salida, la tensión de salida se obtiene, conocido el valor de pico de v_r , tal como para un rectificador monofásico de onda completa controlado, de la forma

$$V_o = \frac{\hat{v}_r}{n} \frac{(1 - \cos \pi d)}{\pi} \quad (4.8)$$

obtenida mediante la solución de la integral de un tramo de forma de onda senoidal, evaluado sobre medio periodo.

Por otro lado, mediante la descomposición en Serie de Fourier, el primer armónico de i_{rec} ($i_{rec,1}$) viene dado por la siguiente expresión

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$i_{rec,1}(t) = I_L \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 - \cos \pi d} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right) \quad (4.9)$$

que es evidentemente función del valor de la corriente constante I_L y de la relación de conducción d de los interruptores del rectificador.

La corriente por la bobina de filtrado es

$$I_L = \frac{V_o}{R_L} \quad (4.10)$$

y la corriente de entrada al transformador de aislamiento

$$i_{trf,1}(t) = \frac{i_{rec,1}(t)}{n} \quad (4.11)$$

Se sustituye 4.8, 4.9 y 4.10 en 4.11 para obtener

$$i_{trf,1}(t) = \frac{\hat{v}_r}{n^2 R_L} \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} (1 - \cos \pi d)^{3/2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right) \quad (4.12)$$

Reordenando mediante una representación fasorial, se obtiene la impedancia efectiva como

$$Z_e(d) = |Z_e(d)| e^{j\varphi_d} = \frac{\hat{v}_r e^{j(0)}}{\hat{i}_{trf,1} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)}} = \frac{\hat{v}_r e^{j(0)}}{\frac{\hat{v}_r}{n^2 R_L} \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} (1 - \cos \pi d)^{3/2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)}} \quad (4.13)$$

resultando

$$Z_e(d) = R_L n^2 \frac{\pi^2}{\sqrt{8 \cdot (1 - \cos \pi d)^3}} e^{j\left(\frac{\pi d}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4.14)$$

La representación gráfica de la ecuación (4.14) normalizada al valor de la resistencia de carga R_L y la relación de transformación, es presentada en las siguientes figuras. En las figuras 4.11 y 4.12 se presenta el módulo, cada una de ellas con diferente escala, y en la figura 4.13 el argumento.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

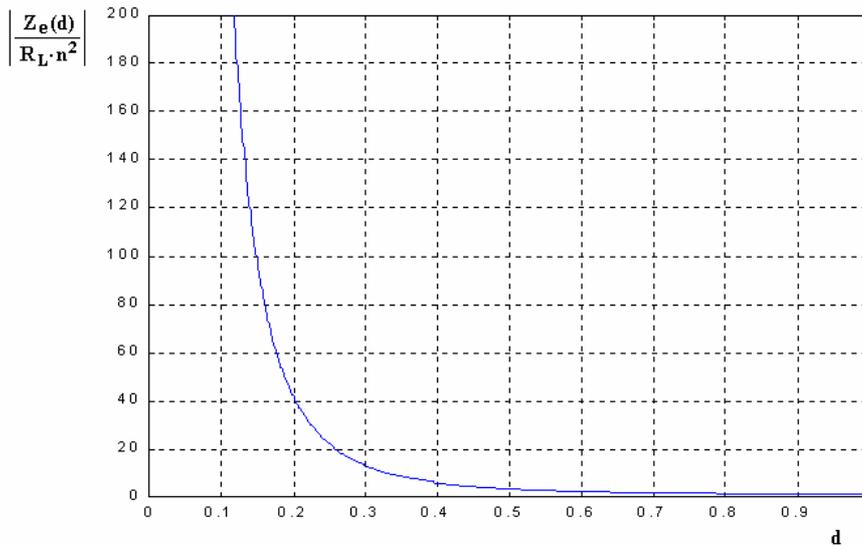


Fig. 4.11. Módulo de la $Z_e(d)$ normalizada respecto a la relación de conducción

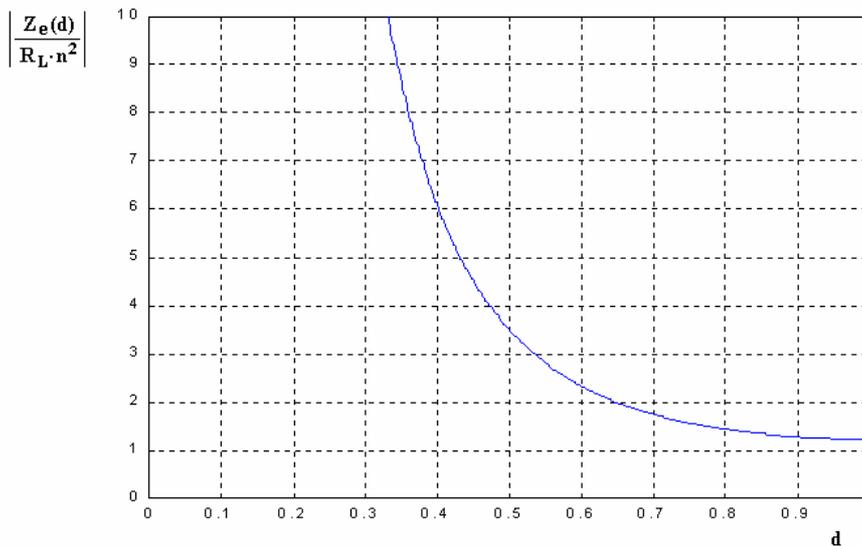


Fig. 4.12. Detalle del módulo de la $Z_e(d)$ normalizada

Como es de esperar, cuando los valores de la relación de conducción, d , tienden a cero el módulo tiende a infinito. Para valores de d que tienden a 1, dicho módulo tiende al valor de la resistencia efectiva de la ecuación (4.1) normalizado, tal como se indica a continuación.

$$\frac{R_e}{n^2 R_L} = \frac{\pi^2}{8} \quad (4.15)$$

Se observa también que la evolución del argumento de $\frac{Z_e(d)}{n^2 R_L}$ es lineal desde -90° a 0° .

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

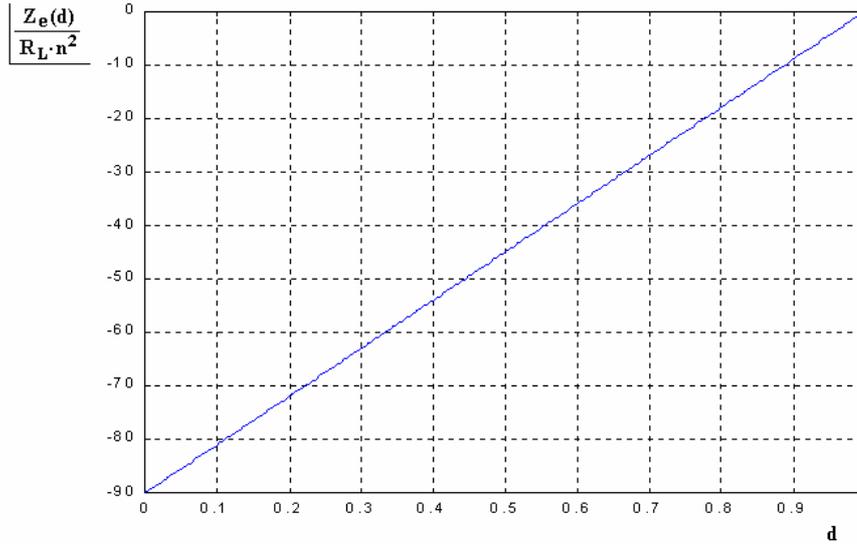


Fig. 4.13. Argumento de la $Z_e(d)$ normalizada

Es interesante para próximos cálculos, normalizar la ecuación (4.14) respecto a la impedancia característica, Z_C , obteniendo

$$\frac{Z_e(d)}{Z_C} = n^2 \frac{R_L}{Z_C} \frac{\pi^2}{\sqrt{8 \cdot (1 - \cos \pi d)^3}} e^{j\left(\frac{\pi d}{2} - \frac{\pi}{2}\right)} \quad (4.16)$$

Es conveniente definir también el término Índice de Carga como la relación

$$n^2 \frac{R_L}{Z_C} \quad (4.17)$$

4.1.4 Impedancia de entrada del PRC-CR

En este apartado, conocida la $Z_e(d)$, se analiza la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, para el convertidor PRC-CR. Es obtenida dicha función y son verificadas las predicciones derivadas del apartado 4.1.2 para el PRC clásico. Es decir, es necesario comprobar si las frecuencias de interés deducidas van a seguir siendo válidas para el PRC-CR.

La impedancia $Z_{IN}(j\omega)$ queda definida por la ecuación

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_L + (Z_e(d) // -jX_C) = j\omega L_r + \frac{Z_e(d)}{j\omega C_r Z_e(d) + 1} \quad (4.18)$$

que en forma normalizada se expresa como

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = j \frac{\omega}{\omega_o} + \frac{1}{j \frac{\omega}{\omega_o} + \frac{Z_C}{Z_e(d)}} \quad (4.19)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

La ecuación (4.19) depende de n , R_L y d , por el término de $Z_e(d)$, y depende de la frecuencia de trabajo. Dado que el módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ depende de varias variables, para caracterizar su comportamiento se representa para los siguientes casos con valores normalizados:

- i. respecto a la frecuencia de conmutación f_s para diferentes índices de carga, considerando varias relaciones de conducción, d , y
 - ii. respecto a f_s para diferentes d , considerando varios índices de carga.
- ✓ Caso i. Corresponde a las figuras 4.14, 4.15, 4.16, 4.17 y 4.18. Cada gráfica presenta una relación de conducción diferente en el convertidor, de 0,2 , 0,4 , 0,6 , 0,8 y 1,0. En cada gráfica aparecen los valores de índice de carga de 0,1 , 0,5 , 1 , 2 y 10.
- ✓ Caso ii. Corresponde a las figuras 4.19, 4.20, 4.21, 4.22 y 4.23. Cada gráfica presenta un índice de carga de 0,1 , 0,5 , 1 , 2 y 10. En cada gráfica aparecen los valores de relación de conducción de 0,2 , 0,4 , 0,6 , 0,8 y 1,0.

En las gráficas puede apreciarse que para frecuencias de trabajo próximas a la de resonancia, $0,9f_o \leq f_s \leq 1,1f_o$, el módulo de la impedancia decrece enormemente, tal como era de esperar. Su valor está condicionado por el índice de carga y ciclo de trabajo considerado, pero, en cualquier caso, este comportamiento afecta de forma importante al funcionamiento y rendimiento del convertidor, caso que se desee trabajar en este rango de frecuencias.

En el rango de frecuencias próximo a $f_s=1,5f_o$, se observa en las gráficas que las variaciones que experimenta el $|Z_{IN}(j\omega)|$ del PRC-CR son pequeñas. El comportamiento es muy parecido al del PRC clásico, e incluso para valores del índice de carga grandes las variaciones pueden ser mínimas, tal como se aprecia en las figuras 4.22 y 4.23. La variación es prácticamente nula y de valor próximo al caso de resistencia de carga del convertidor infinita.

Sin embargo para $f_s = f_m$ sí que existen variaciones apreciables respecto a las conclusiones extraídas de la figura 4.7 para el PRC clásico. La impedancia compleja $Z_e(d)$ afecta de forma importante en la $Z_{IN}(j\omega)$, cosa que no sucedía para el caso de la resistencia óhmica R_e . Se observa que la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ no es un valor concreto a la f_m independientemente de la carga del convertidor, ni tampoco es un valor acotado en todo el margen de frecuencias entre los valores de índice de carga nulo e infinito.

Los resultados en la f_m no son tan concluyentes como los obtenidos según el modelo de la figura 4.4. No obstante, se observa en las figuras 4.14 a 4.23 que la frecuencia f_m es el punto de trabajo en el margen de frecuencias inferiores a la de resonancia en el que se producen menores variaciones del $|Z_{IN}(j\omega)|$. Por tanto, dada la estrategia de funcionamiento planteada en el convertidor, queda justificado su interés como frecuencia de activación del tanque resonante por las ventajas que comporta: la corriente por el inductor resonante va a tender a ser constante, así como la corriente por los interruptores del puente inversor y, por consiguiente, la tensión en el condensador resonante.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

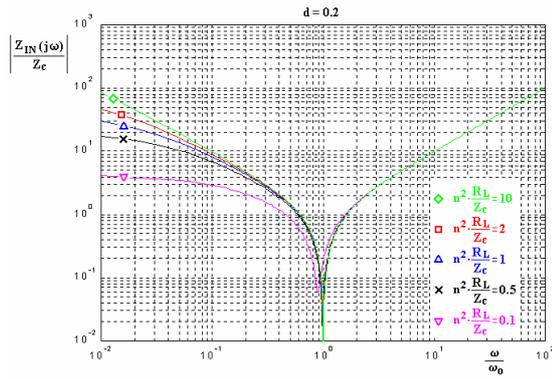


Fig. 4.14. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,2$

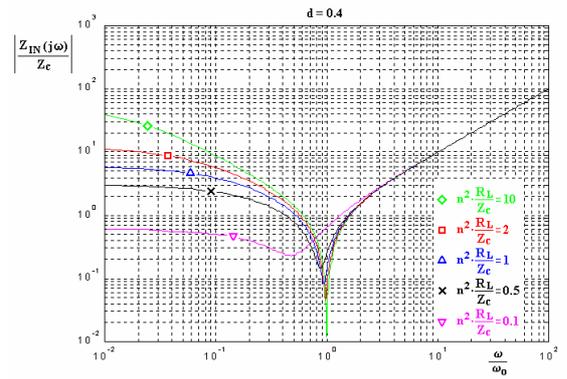


Fig. 4.15. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,4$

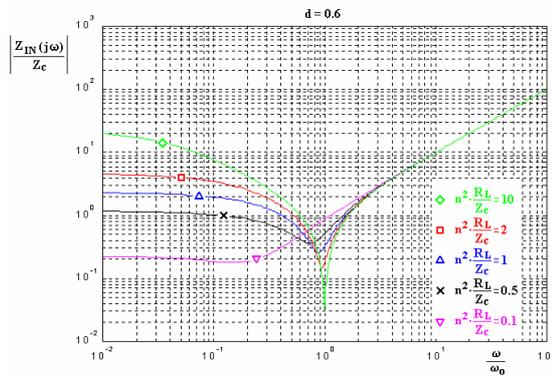


Fig. 4.16. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,6$

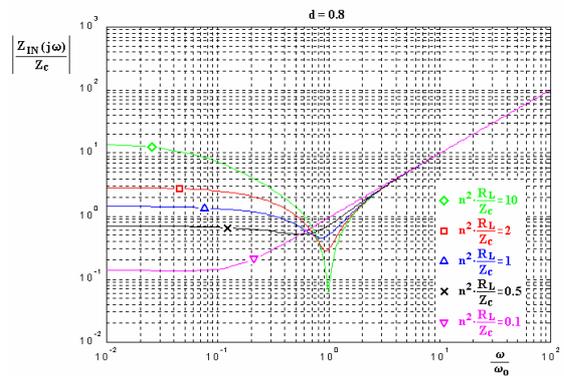


Fig. 4.17. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,8$

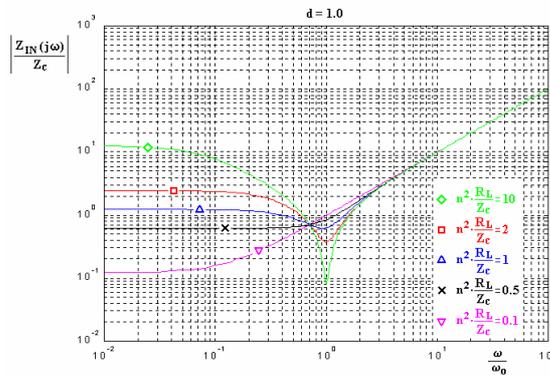


Fig. 4.18. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 1,0$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

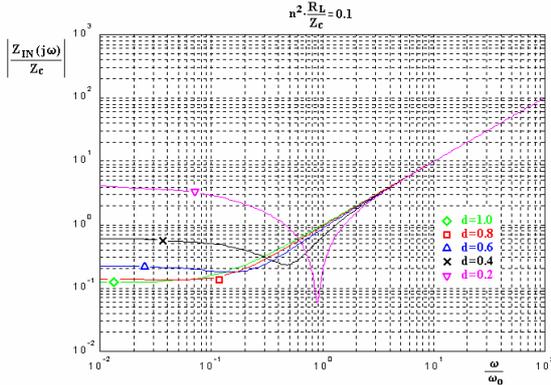


Fig. 4.19. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 0,1

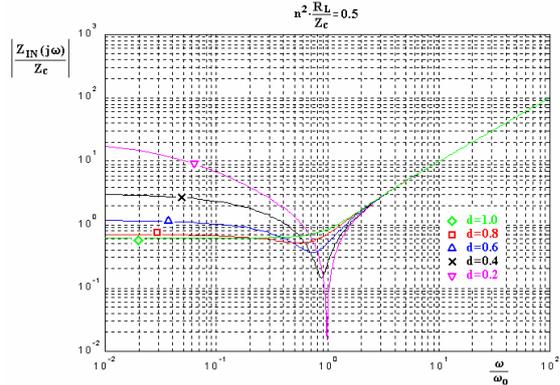


Fig. 4.20. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 0,5

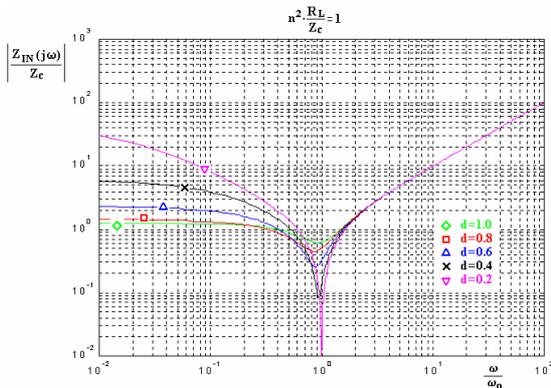


Fig. 4.21. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 1

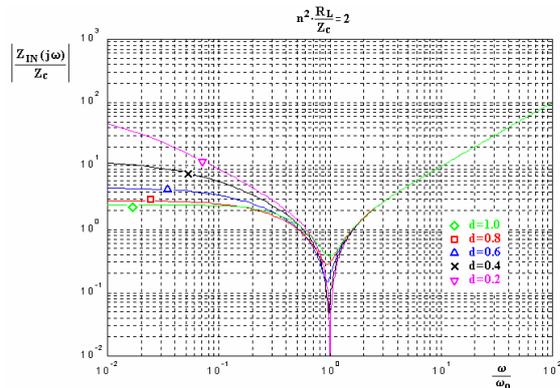


Fig. 4.22. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 2

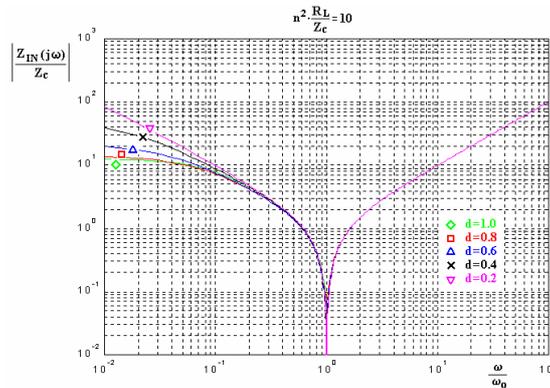


Fig. 4.23. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 10

A continuación se analiza en detalle el comportamiento de la $Z_{IN}(j\omega)$ para el caso de $f_s = f_m$. Evaluando la ecuación (4.19) a la frecuencia f_m resulta

$$\frac{Z_{IN}(j\omega_m)}{Z_c} = j\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{1}{j\frac{1}{\sqrt{2}} + \frac{Z_c}{Z_e(d)}} \quad (4.20)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

En la figura 4.24 se presenta el módulo de la impedancia de entrada normalizada a la frecuencia f_m , obtenido de la ecuación (4.20), respecto al índice de carga para diferentes relaciones de conducción en el puente rectificador.

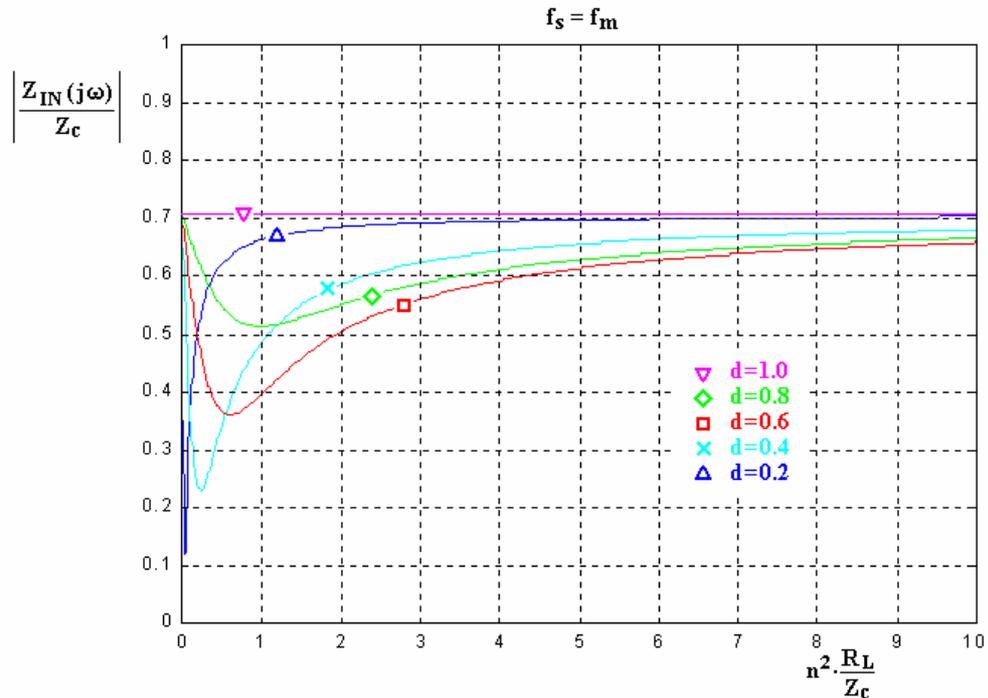


Fig. 4.24. Módulo de la $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada en el convertidor a la f_m , respecto al índice de carga.

Se observa en la figura que:

- para un gran margen de valores del índice de carga, dicho módulo permanece acotado en torno al valor de Z_m normalizado:

$$\frac{Z_m}{Z_C} = \frac{1}{\sqrt{2}} \quad (4.21)$$

- considerando el caso de índice de carga unitario, la variación que va a existir en la impedancia de entrada va a ser inferior al 50 %, y si se garantiza un índice de carga de valor 5 o superior, las variaciones van a ser inferiores al 15%.
- la máxima desviación respecto al valor de Z_m sucede con relaciones de conducción en torno al 0,5.

Por tanto, va a resultar adecuado el uso de un transformador reductor en el convertidor. El término relación de transformación, n , pasa a ser superior a la unidad, influyendo notablemente en la impedancia $Z_{IN}(j\omega)$ porque, como se observa en la ecuación (4.14), la impedancia reflejada en el primario de la $Z_e(d)$ queda multiplicada por el cuadrado de la relación de transformación. Este resultado es beneficioso en el contexto de la problemática analizada, pues el tanque resonante se hace más inmune a las variaciones de carga y de relación de conducción, permaneciendo la $Z_{IN}(j\omega)$ mucho más acotada al valor de diseño de Z_m .

4.1.5 Función de transferencia del tanque resonante

Una vez caracterizada la impedancia efectiva $Z_e(d)$ del convertidor, se procede a conseguir una ecuación que relacione las tensiones de entrada y salida en el tanque LC resonante. Se obtendrá, por tanto, la función de transferencia que relaciona las magnitudes que excitan el tanque resonante.

Considerando el primer armónico de la tensión de excitación del tanque resonante, $v_{gen,1}$, y la tensión v_r y la impedancia $Z_e(d)$, la función de transferencia que relaciona ambas magnitudes corresponde, como es obvio, con un filtro pasa-bajos de segundo orden, pero con una carga que es una impedancia. La ecuación es la siguiente:

$$H(j\omega) = \frac{v_r(j\omega)}{v_{gen,1}(j\omega)} = \frac{1}{j^2\omega^2 L_r C_r + j\omega \frac{L_r}{Z_e(d)} + 1} \quad (4.22)$$

que se puede describir como

$$H(j\omega) = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 + j \frac{\omega}{\omega_o} \frac{Z_c}{Z_e(d)}} \quad (4.23)$$

El término $Z_e(d)/Z_c$ que aparece en (4.23) es el deducido en (4.16), por lo que la función de transferencia del tanque resonante es una función del índice de carga.

Para el caso que la frecuencia de conmutación sea f_o , la función de transferencia resulta

$$H(j\omega_o) = -j \frac{Z_e(d)}{Z_c} \quad (4.24)$$

que es representada en la figura 4.25

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

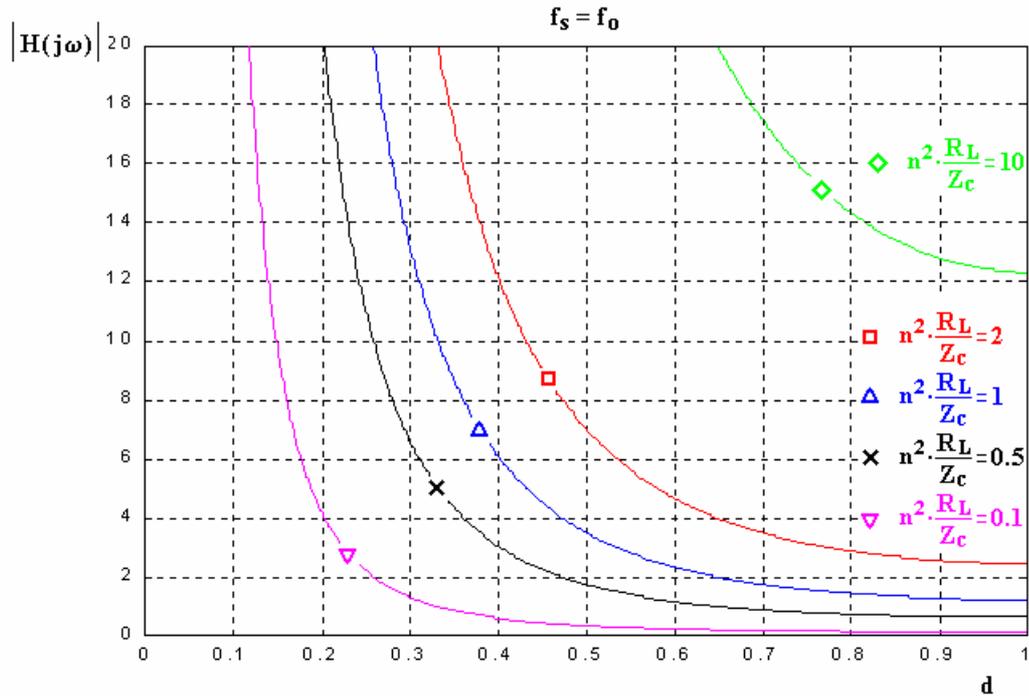


Fig. 4.25. Módulo de la función de transferencia del tanque resonante a f_o

El resultado obtenido en la figura 4.25 tiene relación con el presentado en las figuras 4.11 y 4.12 pues las tres figuras son una misma representación de la ecuación (4.16). Si se considera la ecuación (4.24) normalizada al índice de carga se obtiene

$$\frac{H(j\omega_o)}{n^2 \frac{R_L}{Z_C}} = -j \frac{Z_e(d)}{Z_C} = -j \frac{Z_e(d)}{n^2 R_L} \quad (4.25)$$

Por tanto, las gráficas representadas en la figura 4.25 son casos particulares para diferentes índices de carga de la figura 4.11.

Es interesante comentar que, para cualquier índice de carga, el sistema se vuelve inestable para d pequeñas, pues el módulo de la función de transferencia tiende a infinito. Se verifica nuevamente que una frecuencia próxima a la de resonancia en el inversor del convertidor no va a ser un punto de trabajo adecuado.

A continuación se evalúa la ecuación (4.23) en el margen de frecuencias entorno a $1,5f_o$. En las figuras 4.26 y 4.27 se presenta el caso de $1,2f_o$.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

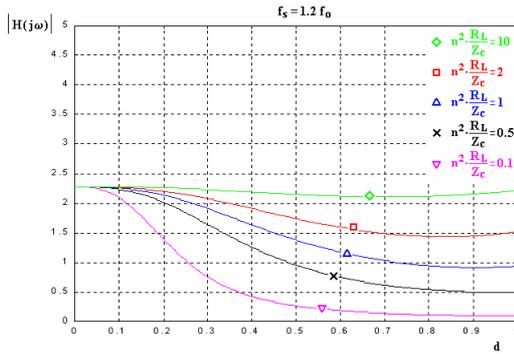


Fig. 4.26. Módulo de $H(j\omega)$ respecto a la relación de conducción para $1,2f_0$

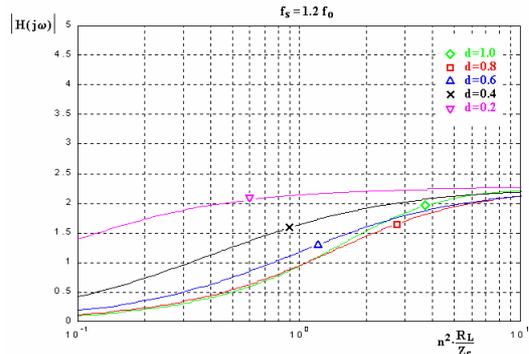


Fig. 4.27. Módulo de $H(j\omega)$ respecto al índice de carga para $1,2f_0$

En las figuras 4.28 y 4.29 se presenta el caso de $1,5f_0$.

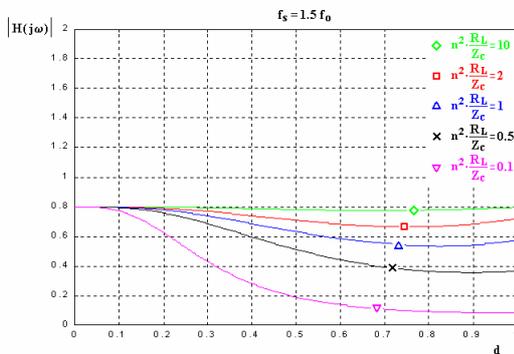


Fig. 4.28. Módulo de $H(j\omega)$ respecto a la relación de conducción para $1,5f_0$

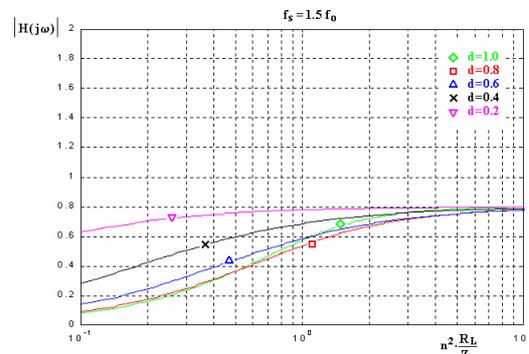


Fig. 4.29. Módulo de $H(j\omega)$ respecto al índice de carga para $1,5f_0$

En las figuras 4.30 y 4.31 se presenta el caso de $2f_0$.

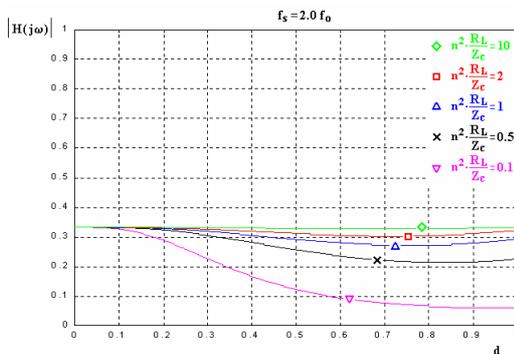


Fig. 4.30. Módulo de $H(j\omega)$ respecto a la relación de conducción para $2f_0$

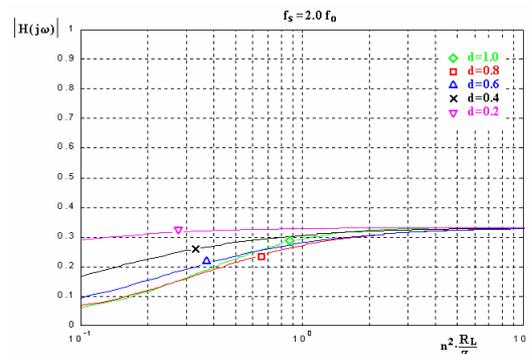


Fig. 4.31. Módulo de $H(j\omega)$ respecto al índice de carga para $2f_0$

En las figuras 4.32 y 4.33 se presenta el caso de $2,5f_0$.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

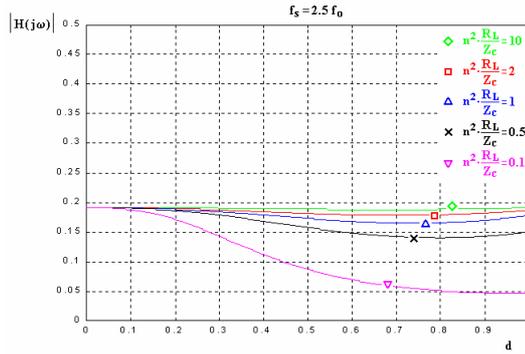


Fig. 4.32. Módulo de $H(j\omega)$ respecto a la relación de conducción para $2,5f_0$

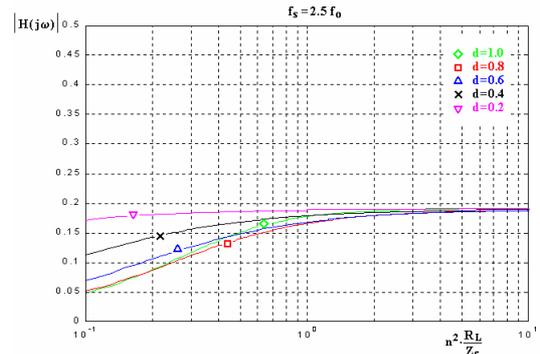


Fig. 4.33. Módulo de $H(j\omega)$ respecto al índice de carga para $2,5f_0$

Finalmente se evalúa la ecuación (4.23) a la frecuencia f_m . Considerando el valor de pulsación presentado en la ecuación (4.5) se obtiene

$$H(j\omega_m) = \frac{2}{1 + j\sqrt{2} \frac{Z_c}{Z_e(d)}} \quad (4.26)$$

En las figuras 4.34 y 4.35 se presenta el módulo de la ecuación (4.26), tal como se ha realizado para las anteriores posibles frecuencias de trabajo.

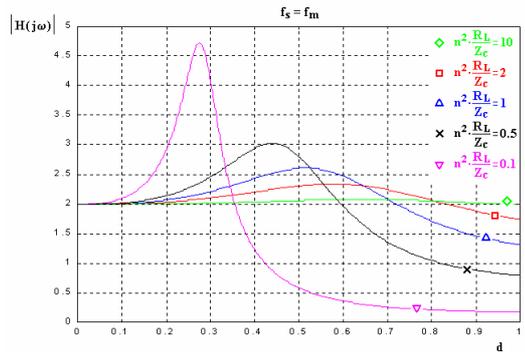


Fig. 4.34. Módulo de $H(j\omega)$ respecto a la relación de conducción para f_m

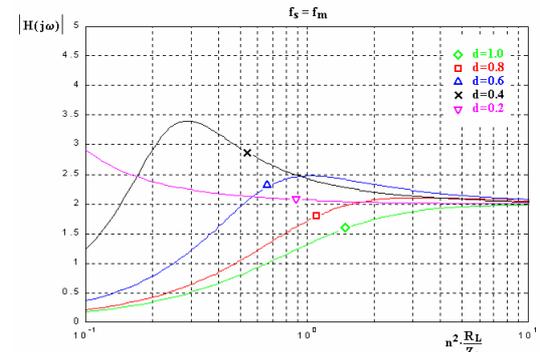


Fig. 4.35. Módulo de $H(j\omega)$ respecto al índice de carga para f_m

Comparando los resultados obtenidos en las diferentes frecuencias propuestas, se aprecia que conforme aumenta la frecuencia, el módulo de la función de transferencia del tanque resonante es menor. Por tanto, no es deseable incrementar en exceso la frecuencia de conmutación del convertidor, pues la transferencia del nivel de tensión desde la entrada del tanque resonante hacia la carga va a resultar atenuada, limitando el valor de tensión máxima posible a la salida del convertidor.

Por otra parte, se observa que la función de transferencia del tanque resonante permanece prácticamente constante para índices de carga elevados. El valor a que tiende dicho módulo en cada una de las frecuencias consideradas se obtiene de la ecuación (4.23) considerando la condición

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 \gg \frac{\omega}{\omega_o} \frac{Z_c}{|Z_e(d)|} \quad (4.27)$$

Mediante la condición (4.27) el módulo de la función de transferencia presentada en (4.23) resulta

$$|H(j\omega)| = \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (4.28)$$

En la Tabla 4.1 se presentan los valores de la ecuación (4.28) para las frecuencias tomadas como ejemplo.

$\frac{\omega}{\omega_o}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1,2	1,5	2,0	2,5
$ H(j\omega) $	2,00	2,27	0,80	0,33	0,19

Tabla 4.1. Valores del módulo de la función de transferencia del tanque resonante para índices de carga elevados

Que la función de transferencia sea prácticamente constante es un efecto beneficioso para el convertidor ya que garantiza que las magnitudes resonantes van a estar acotadas en torno a valores concretos. Por tanto, se continúa analizando este efecto. La condición (4.27) se puede organizar como

$$\frac{|Z_e(d)|}{Z_c} \gg \frac{\frac{\omega}{\omega_o}}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2} \quad (4.29)$$

Considerando la frecuencia normalizada a la frecuencia natural

$$F = \frac{\omega}{\omega_o} \quad (4.30)$$

y la relación de la frecuencia de trabajo rF como

$$rF = \frac{F}{1 - F^2} \quad (4.31)$$

la condición (4.29) queda de la forma

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$\frac{|Z_e(d)|}{Z_C} \gg rF \quad (4.32)$$

Si se considera un valor en la impedancia efectiva normalizada tal como

$$\frac{|Z_e(d)|}{Z_C} = 3 rF \quad (4.33)$$

la máxima desviación que se va a producir en el $|H(j\omega)|$ de la ecuación (4.23) es de tan solo el 5%. Este error es suficientemente pequeño y evidentemente decrece conforme se incrementa el módulo de $Z_e(d)$. Considerando los puntos que cumplen con el valor (4.33) como los puntos frontera que van a satisfacer la desigualdad (4.29), mediante el módulo de $Z_e(d)$ de la ecuación (4.16) se obtiene

$$n^2 \frac{R_L}{Z_C} \frac{\pi^2}{\sqrt{8 \cdot (1 - \cos \pi d)^3}} = 3 rF \quad (4.34)$$

Despejando la relación de conducción de (4.34), se obtiene el valor máximo de d que mantiene el $|H(j\omega)|$ constante respecto al índice de carga y a la relación de frecuencia. Viene dado por

$$d = \frac{1}{\pi} \arccos \left\{ 1 - \left[\frac{\pi^4}{8 \cdot 3^2 \cdot rF^2} \left(n^2 \frac{R_L}{Z_C} \right)^2 \right]^{\frac{1}{3}} \right\} \quad (4.35)$$

En la figura 4.36 se representa la ecuación (4.35). En ella aparecen las zonas en las que el módulo de la función de transferencia del tanque es prácticamente constante para la frecuencia en consideración. En dichas zonas están contenidos los valores de índice de carga y d que cumplen la condición (4.27).

Para la frecuencia $f_s = 1,2f_o$ la zona de ganancia constante es el área de color azul claro. El resto de puntos del plano no van a cumplir con la condición (4.27). De todos los casos contemplados este es el de menor zona de ganancia constante. Para la frecuencia $f_s = f_m = f_o / \sqrt{2}$ la zona óptima se incrementa hasta el límite indicado. Conforme se incrementa la frecuencia de trabajo se incrementa la zona de ganancia constante, siendo el caso $f_s = 2,5f_o$ el de máxima área óptima de las frecuencias consideradas.

En todas las frecuencias estudiadas se observa que la condición (4.27) no se cumple únicamente cuando el índice de carga es pequeño y con relaciones de conducción elevadas.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

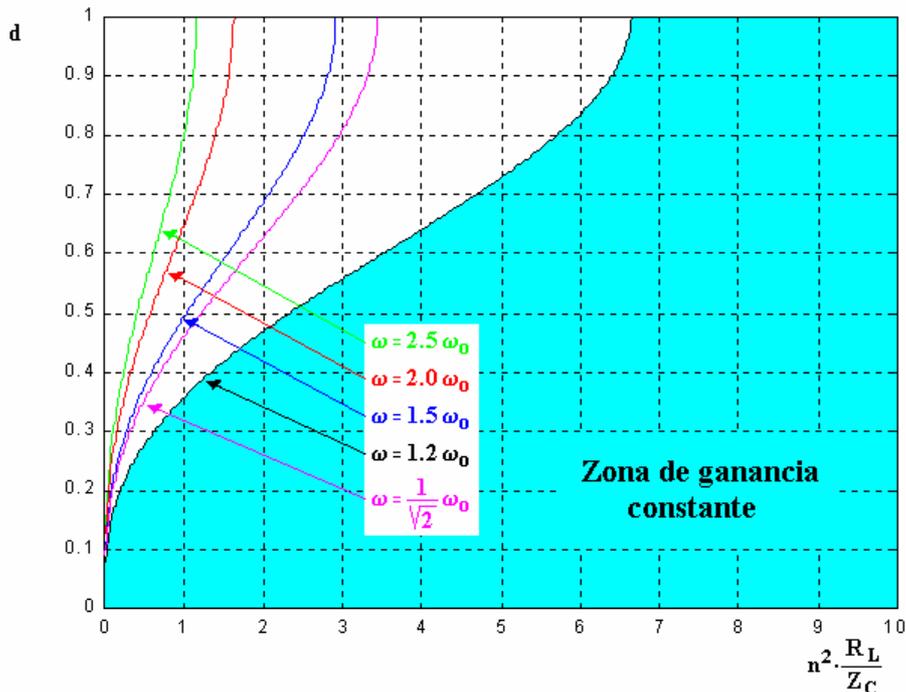


Fig. 4.36. Zonas de ganancia constante en el tanque resonante

De los resultados obtenidos se deriva que las frecuencias de trabajo más interesantes son $f_s = 1,5f_o$ y $f_s = f_m$. Ambas no necesitan un índice de carga excesivo para el funcionamiento óptimo del convertidor, pues entorno a valores de 3 ó 4 ya está suficientemente acotado el módulo de la función de transferencia. Además el valor de ganancia constante de su función de transferencia es aceptable y del orden de 2 en los dos casos.

Para futuros cálculos, va a ser interesante considerar la relación a continuación presentada del módulo de la función de transferencia del tanque resonante:

$$|H(j\omega)| = \frac{\hat{v}_r}{\hat{v}_{gen,1}} \quad (4.36)$$

4.1.6 Tensión de salida normalizada

El punto de partida está en la ecuación (4.8) y la expresión del módulo de la función de transferencia de (4.36). Considerando que la tensión de excitación del tanque resonante es una forma de onda cuadrada con valor de pico E , el valor del primer armónico es

$$\hat{v}_{gen,1} = \frac{4}{\pi} E \quad (4.37)$$

Por tanto se obtiene

$$n \frac{V_o}{E} = \frac{4}{\pi^2} (1 - \cos \pi d) |H(j\omega)| \quad (4.38)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

En primer lugar se evalúa la ecuación (4.38) para el margen de frecuencias por encima de resonancia. Para cada una de las frecuencias ejemplo de estudio se presenta su relación respecto al índice de carga y respecto a la relación de conducción.

Las figuras 4.37 y 4.38 presentan el resultado obtenido para una frecuencia de $1,2f_0$.

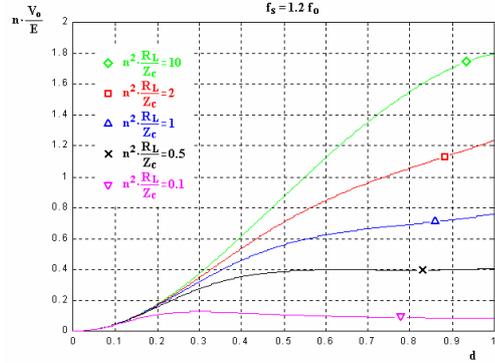


Fig. 4.37. Tensión de salida normalizada respecto a la relación de conducción para $1,2f_0$

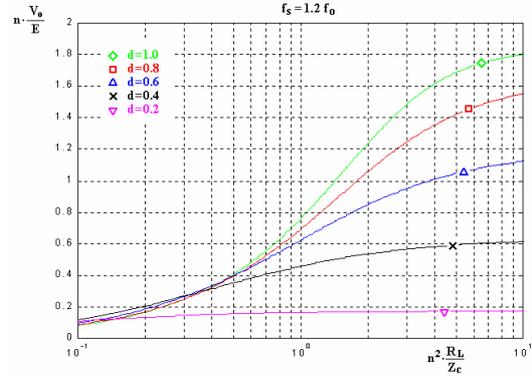


Fig. 4.38. Tensión de salida normalizada respecto al índice de carga para $1,2f_0$

Las figuras 4.39 y 4.40 presentan el resultado obtenido para una frecuencia de $1,5f_0$.

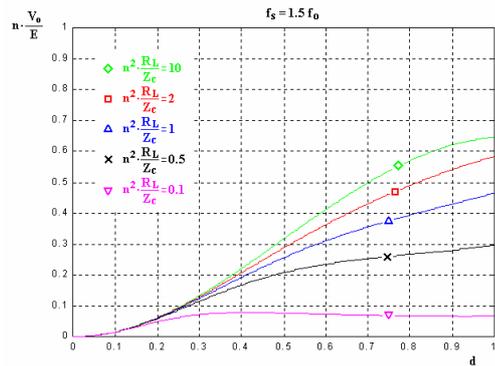


Fig. 4.39. Tensión de salida normalizada respecto a la relación de conducción para $1,5f_0$

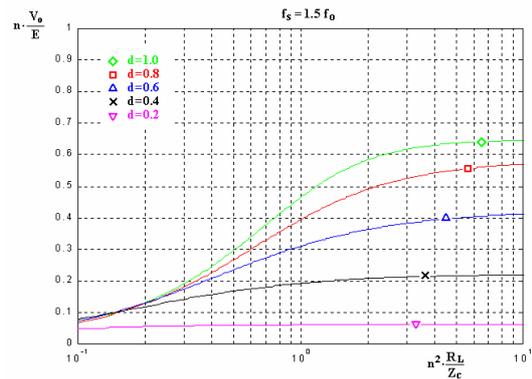


Fig. 4.40. Tensión de salida normalizada respecto al índice de carga para $1,5f_0$

Las figuras 4.41 y 4.42 presentan el resultado obtenido para una frecuencia de $2,0f_0$.

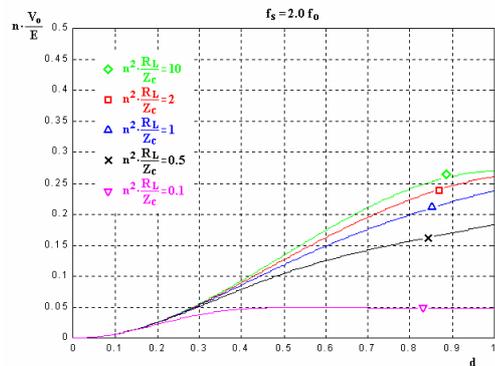


Fig. 4.41. Tensión de salida normalizada respecto a la relación de conducción para $2,0f_0$

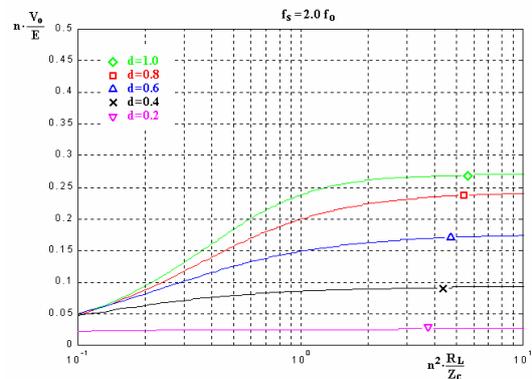


Fig. 4.42. Tensión de salida normalizada respecto al índice de carga para $2,0f_0$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Las figuras 4.43 y 4.44 presentan el resultado obtenido para una frecuencia de $2,5f_o$.

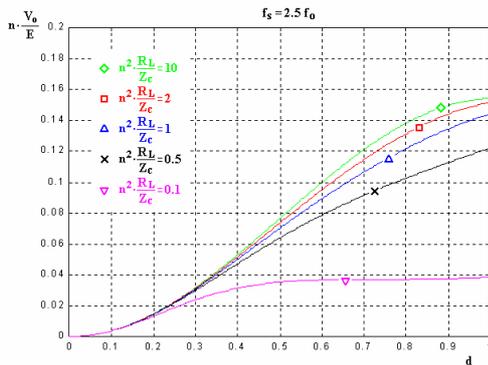


Fig. 4.43. Tensión de salida normalizada respecto a la relación de conducción para $2,5f_o$

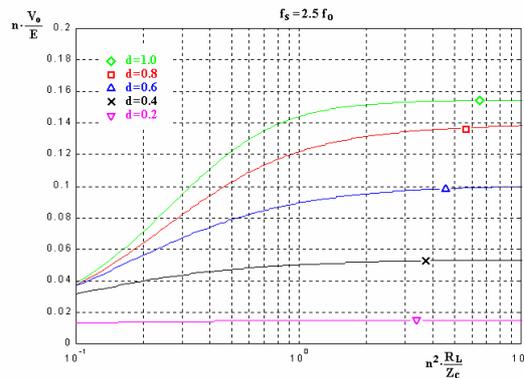


Fig. 4.44. Tensión de salida normalizada respecto al índice de carga para $2,5f_o$

A continuación se evalúa la ecuación (4.38) para la frecuencia f_m . En las figuras 4.45 y 4.46 se presenta su evolución respecto al índice de carga y respecto a la relación de conducción, respectivamente.

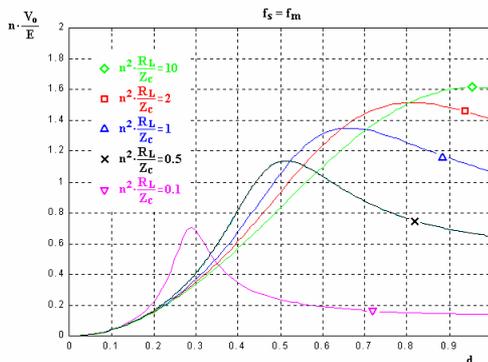


Fig. 4.45. Tensión de salida normalizada respecto a la relación de conducción para f_m

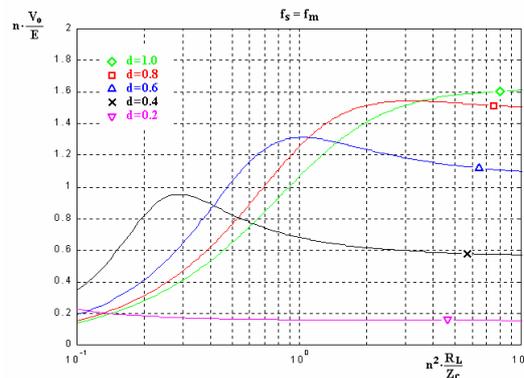


Fig. 4.46. Tensión de salida normalizada respecto al índice de carga para f_m

De las figuras que presentan la tensión de salida respecto al índice de carga se obtiene como conclusión que es óptimo, nuevamente, que el índice de carga sea alto en el convertidor. Las causas que llevan a esta conclusión son las siguientes:

1. el rango de tensiones de salida es el más amplio posible,
2. cualquier incremento en la relación de conducción es correspondido con un incremento de igual signo en la tensión de salida,
3. es donde sucede en mayor medida la independencia de las variaciones de carga.

La causa número 1 se aprecia en todas las figuras presentadas. Considerando $d=1$, la tensión de salida tiene el valor más elevado conforme se incrementa el índice de carga.

La causa número 2 se aprecia de forma más patente en la figura 4.46 para índices de carga bajos, por ejemplo 0,5. Se observa que la relación de conducción más grande no es el que ocasiona una tensión de salida mayor. Sin esta correspondencia entre incrementos de d y V_o , el controlador del convertidor no va a garantizar un punto de trabajo deseado ni corregir perturbaciones. Si la frecuencia de trabajo del convertidor es el margen de frecuencias entorno a $1,5f_o$ la correspondencia entre incrementos de d y V_o

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

está garantizada para la mayoría de valores de índice de carga. Pero, los valores de tensión de salida son mucho más reducidos que para una frecuencia de trabajo de f_m .

La causa presentada como número 3 se aprecia de forma más clara en las figuras 4.40, 4.42, 4.44 y 4.46. Se observa que las curvas tienden a ser planas para valores elevados del índice de carga, por lo que pequeñas variaciones en la carga van a afectar escasamente en la tensión de salida.

A continuación se analizan con más detalle los resultados obtenidos para el caso de frecuencia de conmutación la f_m . En este caso, la tensión de salida máxima es un valor en magnitud superior al posible a las otras frecuencias consideradas, aspecto éste positivo. Pero el índice de carga del convertidor ha de ser superior a 4 para poder realizarse una regulación de la tensión de salida. Se observa en la figura 4.45 que, para cada índice de carga, existe un margen óptimo de regulación de la tensión de salida o de variación de la relación de conducción. Este margen es el comprendido desde $d = 0$ hasta el valor en que la función en estudio alcanza su máximo. Como se aprecia en la figura, más allá del máximo de la función, si se aumenta la relación de conducción de los interruptores con la intención de que aumente la tensión de salida, dicha magnitud no crece en la medida deseada, o incluso decrece.

Para obtener la posición en la que se encuentra el máximo de la ecuación (4.38) para cada índice de carga, se ha de derivar esta ecuación respecto a la relación de conducción, igualar la función a cero y despejar d . Esta típica operación matemática de búsqueda de máximos no es trivial en dicha función por la complejidad de la ecuación (4.38), obteniéndose el máximo de la función mediante un algoritmo de detección de máximos programado en Matlab. En la figura 4.47 se presenta la solución obtenida que nos indica la relación de conducción límite con la que conseguir óptima regulación, en función del índice de carga.

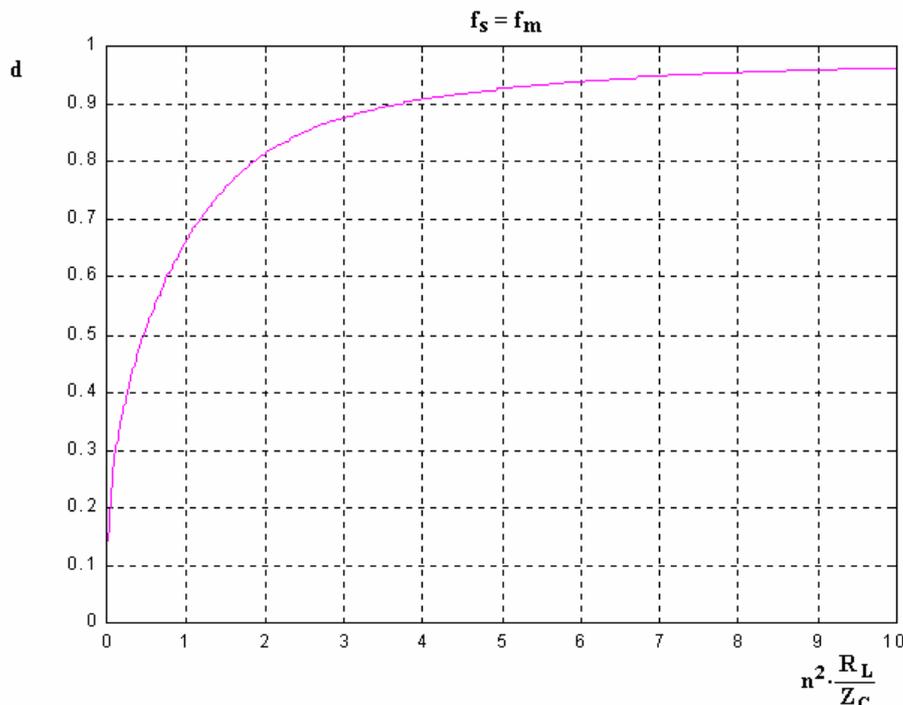


Fig. 4.47. Relación de conducción límite de la zona óptima de regulación respecto al índice de carga.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

También es interesante considerar la zona de ganancia constante para la f_m que se obtuvo del análisis de la función de transferencia del tanque resonante en el apartado 4.1.5. En la figura 4.36 se encuentra el resultado deducido para la frecuencia en análisis. Gráficamente se puede establecer la intersección de ambos resultados y plantear el mapa de puntos de trabajo óptimos del convertidor a esta frecuencia de conmutación. Este se presenta en la figura 4.48, siendo la zona indicada de color azul claro. La zona de color granate es una zona posible de trabajo, pero en ella el $|H(j\omega)|$ del convertidor no es constante y existirá dispersión en las amplitudes de las magnitudes resonantes.

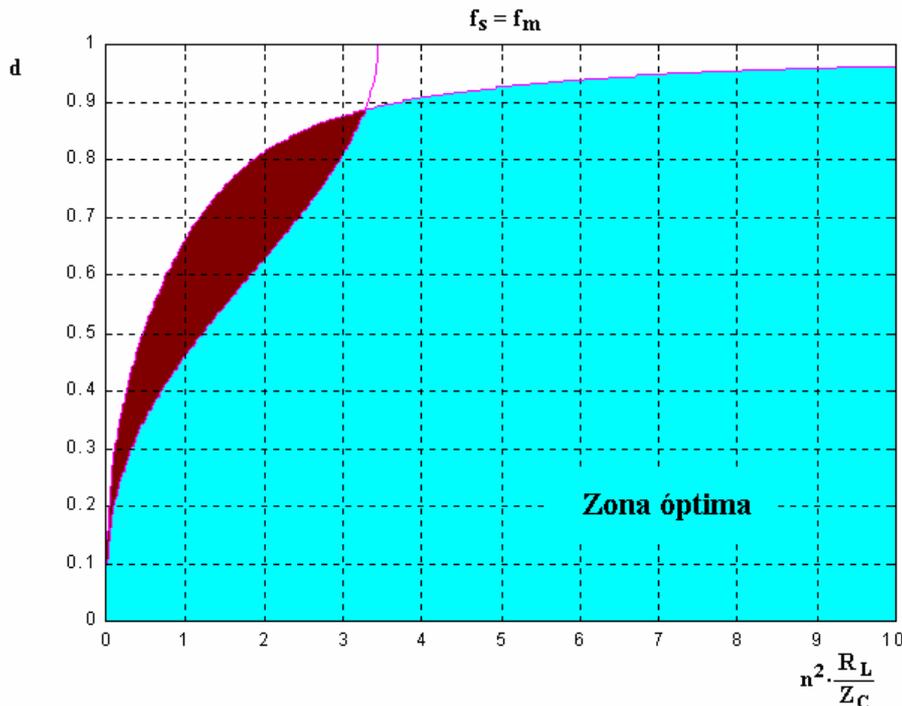


Fig. 4.48. Zona óptima de trabajo para la regulación de la tensión de salida respecto al índice de carga del convertidor

4.1.7 Criterios de cálculo del convertidor

El diseño del convertidor debe tener como objetivo que se garantice la máxima regulación y corrección de perturbaciones, y que las magnitudes resonantes permanezcan acotadas en torno a valores concretos. Esta situación simplifica enormemente el cálculo del convertidor y se pueden establecer unos valores promedio típicos que nos pueden ayudar para el diseño y cálculo de componentes.

Las especificaciones de partida son la tensión de salida máxima, $V_o(\text{máx})$, la resistencia de carga mínima, $R_L(\text{min})$, y la tensión continua constante de entrada del convertidor, E . Evaluando la potencia máxima en la entrada y en la salida del convertidor, y considerando el rendimiento esperado del convertidor, η , se obtiene en la siguiente ecuación el valor de corriente media máxima entregada por la fuente de entrada.

$$\langle i_{bat}(\text{máx}) \rangle = \frac{V_o^2(\text{máx})}{\eta \cdot R_L(\text{min}) \cdot E} \quad (4.39)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

La forma de onda de dicha corriente de entrada se ha de suponer, dada la aproximación del análisis en estudio, como una rectificadora sinusoidal de onda completa con un valor de pico

$$\hat{i}_{bat}(\text{máx}) = \frac{\pi}{2} \langle i_{bat}(\text{máx}) \rangle \quad (4.40)$$

Considerando que el índice de carga del convertidor garantiza que se cumpla la condición de poca dispersión en los valores de las magnitudes resonantes, para cualquier punto de trabajo del convertidor el valor deducido en (4.40) será también el valor de pico de la corriente resonante, i_r . Para ello se considera el comportamiento de los interruptores del puente inversor ideal y su caída de potencial en conducción nula. En la figura 4.49 se presenta la evolución de la forma de onda de i_r y de diferentes valores de i_{bat} para el caso de diferentes cargas. Se observa que una variación del punto de trabajo va a provocar variaciones del valor medio de la forma de onda, pero el valor de pico va a permanecer constante.

Conocida la corriente resonante se puede deducir el módulo de la impedancia de entrada del convertidor, mediante el primer armónico de v_{gen} presentado en (4.37).

$$|Z_{IN}(j\omega)| = \frac{\hat{v}_{gen,1}}{\hat{i}_r} = \frac{4 E}{\pi \hat{i}_r} \quad (4.41)$$

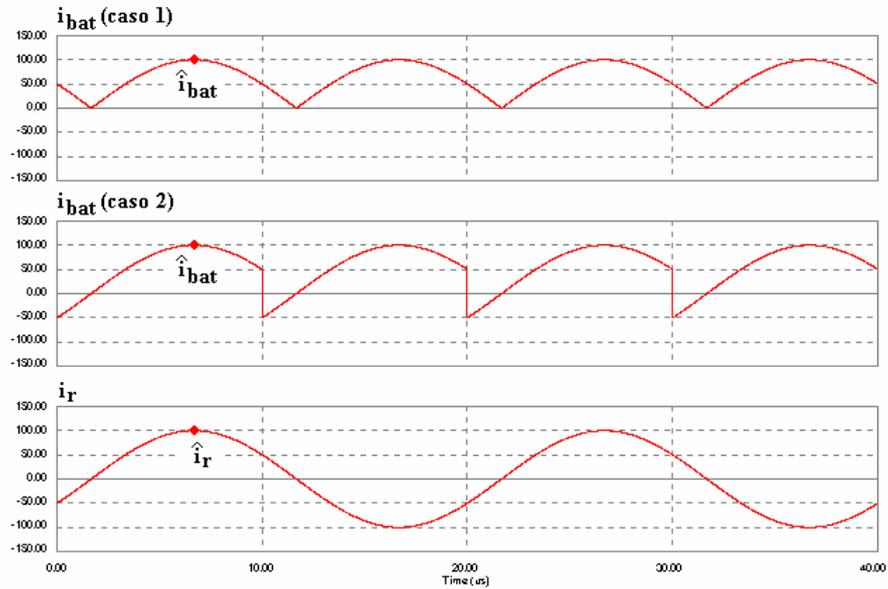


Fig. 4.49. Forma de onda ideal de la corriente resonante i_r y posibles valores de i_{bat} .

Para el caso de trabajar por encima de resonancia a frecuencias próximas a $1,5f_o$, se ha de considerar como impedancia mínima de entrada el caso de $Z_e(d)$ infinita. El módulo del valor buscado es, en estas condiciones,

$$|Z_{IN}(j\omega)|(\text{min}) = \left| j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} \right| = \left| \frac{-\omega^2 L_r C_r + 1}{j\omega C_r} \right| \quad (4.42)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

que también se puede expresar por

$$|Z_{IN}(j\omega)|(\min) = \left| \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 - 1}{\frac{\omega}{\omega_o}} \right| Z_C \quad (4.43)$$

Los valores que toma el módulo de la impedancia de entrada para las frecuencias en estudio se indican en la Tabla 4.2.

$\frac{\omega}{\omega_o}$	$\frac{1}{\sqrt{2}}$	1,2	1,5	2,0	2,5
$ Z_{IN}(j\omega) (\min)$	$\frac{1}{\sqrt{2}} \cdot Z_C$	$0,36 \cdot Z_C$	$0,83 \cdot Z_C$	$1,50 \cdot Z_C$	$2,10 \cdot Z_C$

Tabla 4.2. Impedancia de entrada mínima para diferentes frecuencias de trabajo

Dado el valor de (4.41), mediante la Tabla 4.2 se obtiene para la frecuencia de trabajo seleccionada el valor necesario de la impedancia característica del convertidor. Quedan por tanto seleccionados a partir de este momento la f_s y Z_C del convertidor.

Llegados a este punto conviene determinar si el convertidor va a tener un índice de carga que garantice la poca dispersión en los valores de las variables resonantes. Para ello se ha de saber la relación de transformación del transformador de aislamiento n . Se obtiene mediante la ecuación (4.38) despejando la n y considerando el caso de relación de conducción máxima

$$n = \frac{E}{V_o(\text{máx})} \frac{4}{\pi^2} 2 |H(j\omega)| \quad (4.44)$$

En la ecuación (4.44) el valor del módulo de la función de transferencia del tanque resonante, tal como se observa, depende de la frecuencia de trabajo. Se debe elegir el valor que corresponda según la Tabla 4.1, para la frecuencia de conmutación seleccionada en el convertidor.

Una vez determinada la relación n , se calcula el índice de carga, $n^2 R_L / Z_C$. Este valor ha de ser suficientemente grande para garantizar regulación de la tensión de salida y ganancia constante en la función de transferencia del tanque resonante. Esta comprobación se ha de realizar con las gráficas que relacionan la tensión de salida normalizada y el $|H(j\omega)|$ respecto al índice de carga, para la frecuencia de conmutación seleccionada.

Finalmente es interesante hacer la estimación del valor de tensión en el condensador resonante para su dimensionado y selección. Dada la frecuencia de trabajo elegida y el valor del módulo de la función de transferencia correspondiente, mediante la ecuación (4.36) y (4.37) se obtiene

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$\hat{v}_r = |H(j\omega)| \frac{4}{\pi} E \quad (4.45)$$

4.1.8 Resultados de simulación

Mediante el software simulador PSIM v 4.1, de Powersim Technologies Inc., se verifican los resultados obtenidos de las ecuaciones y gráficas deducidas en los apartados anteriores. Conviene recordar que dichos resultados provienen del análisis aproximado al primer armónico de las formas de onda en estudio, por lo que es necesario validar dicha hipótesis y observar si el error que introduce es aceptable o desproporcionado.

El esquema PSIM del convertidor PRC-CR se presenta en la figura 4.50. Se observa que la tensión de entrada del convertidor es de 100V. La relación de transformación del transformador de aislamiento es $n = 4$. La impedancia característica del tanque resonante es de $46,9 \Omega$, dados los valores de inductancia y condensador resonante utilizados. La resistencia de carga del convertidor es de 14Ω . Con estos datos resulta un índice de carga de valor $4,77$.

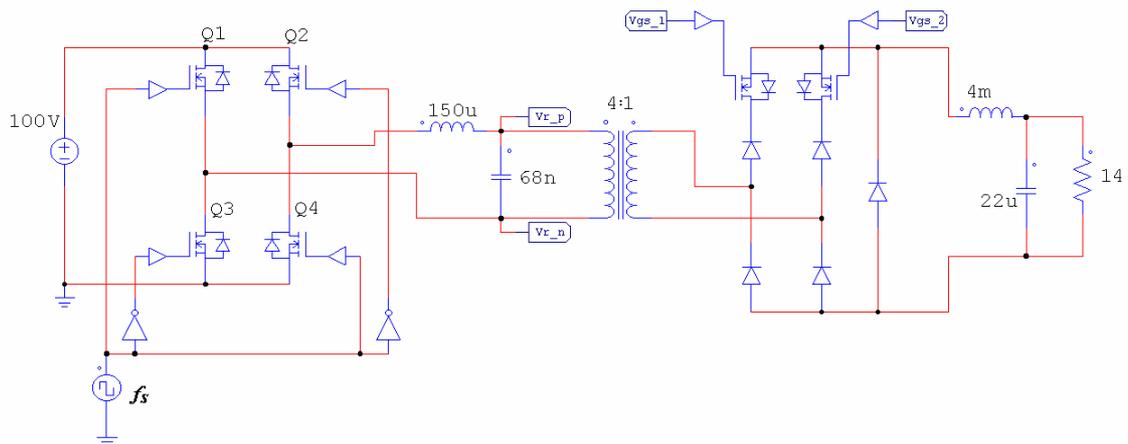


Fig. 4.50. Esquemático del convertidor

Se simula el convertidor a la frecuencia f_m y a la frecuencia $1,5f_o$. Para cada frecuencia se presentan dos posibles relaciones de conducción del conjunto rectificador.

- Simulación a la frecuencia f_m :
 - ✓ El $|Z_{IN}(j\omega)|$ esperado, mediante la ecuación (4.6) o la Tabla 4.2, es de $33,1 \Omega$.
 - ✓ El valor del índice de carga del convertidor es suficientemente grande para suponer la función de transferencia prácticamente constante. Mediante la gráfica 4.35 se puede apreciar esta afirmación. El valor de $|H(j\omega)|$ es, según la misma gráfica 4.35 o la Tabla 4.1, de 2.
 - ✓ El valor de pico esperado de la corriente resonante, mediante la ecuación (4.41), es de $3,84 \text{ A}$.
 - ✓ El valor de pico esperado de la tensión resonante, mediante la ecuación (4.45), es de 254 V .

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

En la figura 4.51 se representan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,3. En la gráfica superior se presenta la tensión resonante en el secundario del transformador, v_r' , (en rojo) y la tensión de salida del puente rectificador semicontrolado, v_{rec} , (en azul). En la gráfica inferior aparece la corriente resonante, i_r , (en rojo) y la corriente por el inductor del filtro de salida, I_L , (en azul).

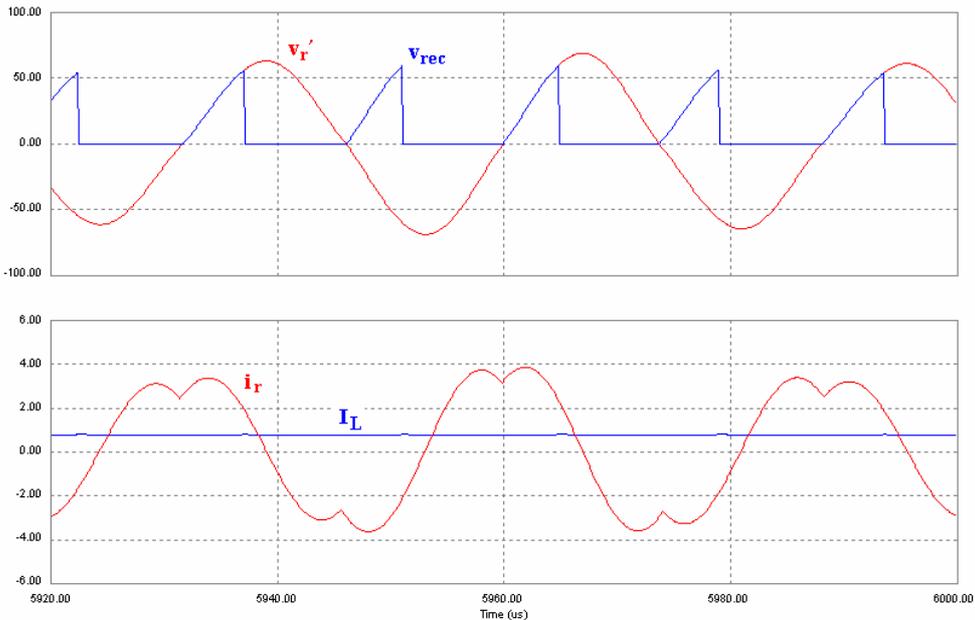


Fig.4.51. Resultados de simulación para f_m y $d = 0,3$

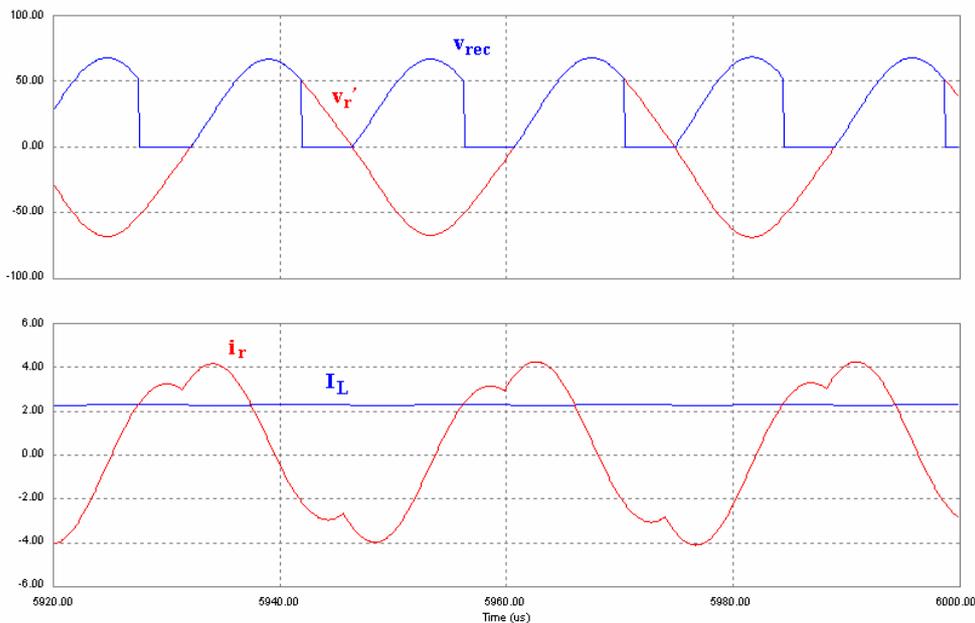


Fig.4.52. Resultados de simulación para f_m y $d = 0,7$

El valor de pico de la tensión resonante es de 276 V y el valor de pico de la corriente resonante es de 3,86 A. Se observa en la gráfica que estos dos valores son muy

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

próximos a los esperados, teniendo en cuenta que la tensión resonante representada es dividida por 4 por ser en extremos del secundario del transformador. Respecto a la tensión de salida, el valor obtenido es de 11 V, siendo el valor esperado de 10 V mediante la gráfica 4.46.

En la figura 4.52 se presentan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,7.

El valor de pico de la tensión resonante es de 272 V y el valor de pico de la corriente resonante es de 4,26 A. Se observa nuevamente que estos valores son muy próximos a los esperados, considerando la relación de transformación n en la tensión resonante. El valor obtenido de tensión de salida es de 32 V, siendo el valor esperado de 35 V mediante la gráfica 4.46.

- Simulación a la frecuencia $1,5f_o$:

- ✓ El $|Z_{IN}(j\omega)|$ esperado, mediante la Tabla 4.2, es de 38,9 Ω .
- ✓ Para el valor del índice de carga del convertidor, se puede suponer la función de transferencia prácticamente constante e igual a 0,8. Este valor se deduce de la gráfica 4.29 y la Tabla 4.1.
- ✓ El valor de pico esperado de la corriente resonante, mediante la ecuación (4.41), es de 3,27 A.
- ✓ El valor de pico esperado de la tensión resonante, mediante la ecuación (4.45), es de 102 V.

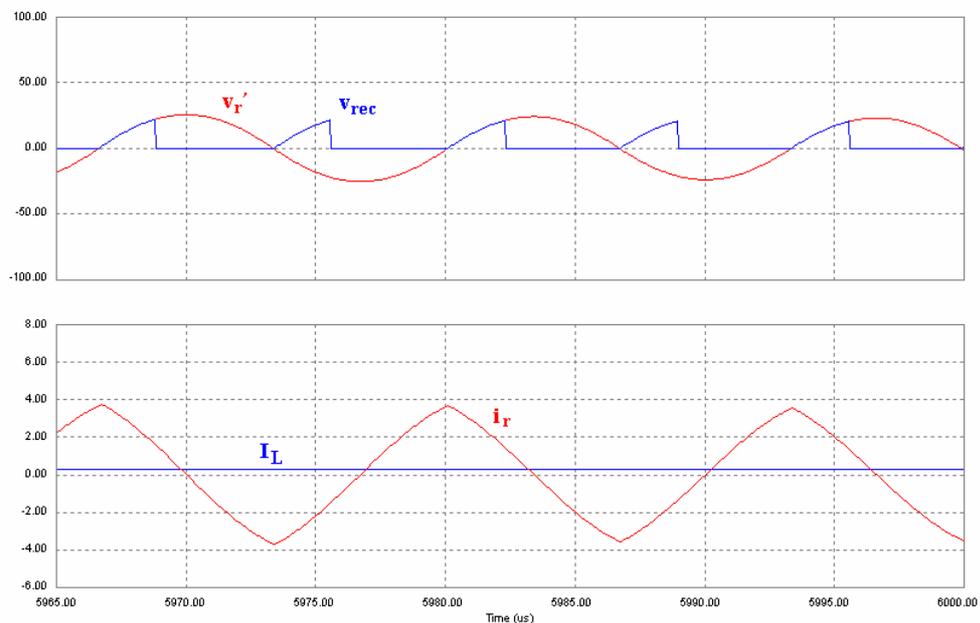


Fig.4.53. Resultados de simulación para $1,5f_o$ y $d = 0,3$

En la figura 4.53 se presentan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,3. El valor de pico de la tensión resonante es de 103 V y el valor de pico de la corriente resonante de 3,75 A. Se observa también que estos valores son muy próximos a los esperados, considerando la relación n

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.1 Análisis por aproximación al primer armónico

del transformador. Respecto a la tensión de salida, el valor obtenido es de 4 V, siendo el valor esperado de 3,8 V mediante la gráfica 4.40.

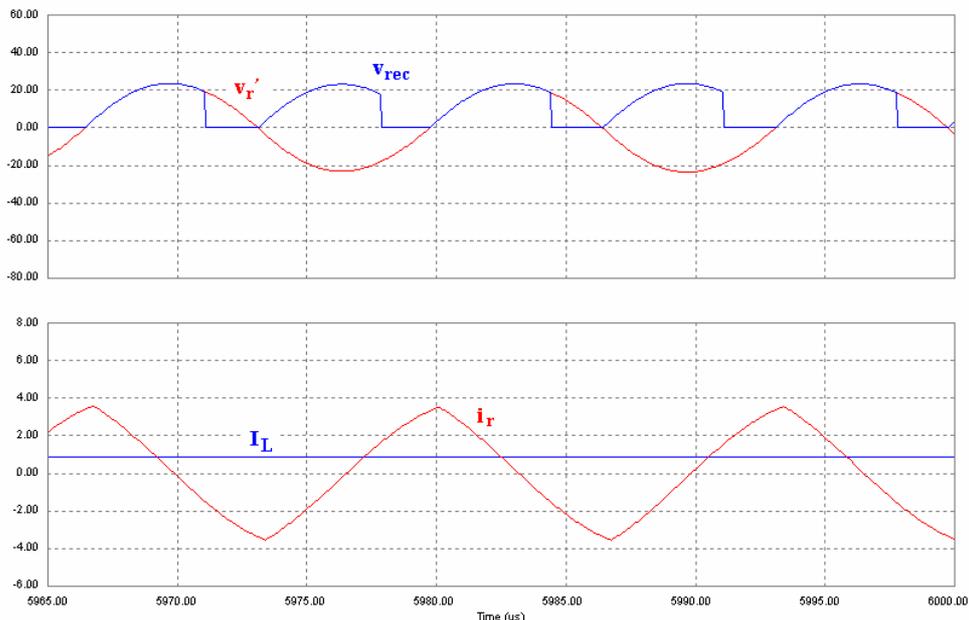


Fig.4.54. Resultados de simulación para $1,5f_o$ y $d = 0,7$

En la figura 4.54 se presentan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,7. El valor de pico de la tensión resonante es de 94,4 V y el valor de pico de la corriente resonante es de 3,58 A. Se observa nuevamente que estos valores son muy próximos a los esperados, considerando la n . El valor obtenido de tensión de salida es de 12 V, siendo el valor esperado de 12 V mediante la gráfica 4.40.

Se observa que los valores de corriente y tensión deducidos de las ecuaciones (4.41) y (4.45) coinciden en gran medida con los obtenidos en las simulaciones. La máxima desviación observada en las formas de onda presentadas es de sólo el 15%. Si la frecuencia de trabajo del PRC fuese entorno a la frecuencia de resonancia, las variaciones que se pueden producir en las variables del tanque resonante pueden llegar a ser del 100%. Por tanto, dentro de este contexto, se entiende que una variación del 15% pueda ser denominada como acotada.

Se puede concluir con que el análisis presentado aporta información para:

- ✓ predecir con pequeño error la evolución de las magnitudes del convertidor. De forma fácil se pueden obtener las variables de tensión y corriente resonantes, y la tensión de salida.
- ✓ deducir las frecuencias óptimas de trabajo. La frecuencia f_m para un funcionamiento por debajo de resonancia y la frecuencia $1,5f_o$ por encima de resonancia.
- ✓ diseñar adecuadamente el convertidor para garantizar que las variables resonantes permanezcan acotadas en sus valores de diseño, posibilitando la regulación de la tensión de salida.

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

4.2.1 Introducción

Un paso adelante en el análisis del PRC-CR en estado estacionario es determinar la evolución de las formas de onda de las magnitudes resonantes en el dominio del tiempo.

Existen gran cantidad de trabajos en la bibliografía que analizan la evolución en estado estacionario de las formas de onda del convertidor PRC clásico, obtienen ecuaciones cerradas de la tensión de salida del convertidor, presentan pautas de diseño e incluso análisis en régimen transitorio del convertidor. Algunos de estos trabajos son los de [JOH88a], [JOH88b], [BHA89], [RIC89], ... Pero la dinámica del convertidor PRC-CR se hace diferente a la del PRC clásico por la presencia del rectificador controlado, no siendo válidas las ecuaciones de estos trabajos citados en el nuevo convertidor que se está analizando.

La metodología que se va a seguir en el análisis es la misma que A. K. S. Bhat y M. M. Swamy propusieron en su trabajo [BHA89].

Se van a obtener las ecuaciones de evolución en el dominio del tiempo, pero implícitamente existen ciertas aproximaciones en el análisis, ya utilizadas en este trabajo y ampliamente utilizadas en la bibliografía:

- tensión constante en la carga,
- corriente constante por la bobina del filtro de salida.

Estas aproximaciones hacen que el convertidor pueda ser modelado tal como aparece en la figura 4.55, en la que todo el conjunto filtro de salida carga es sustituido por una fuente de corriente de valor constante I_L .

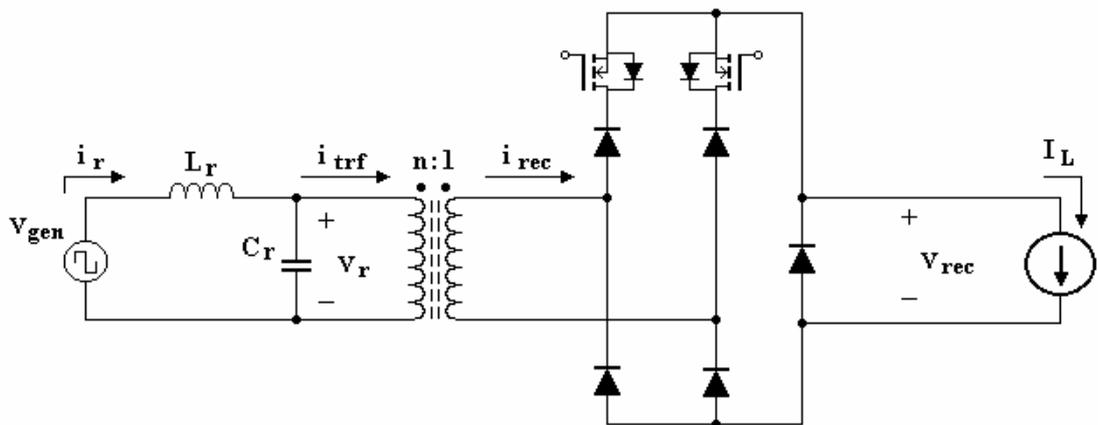


Fig. 4.55. Modelo circuital de comportamiento del PRC-CR

4.2.2 Referencias para el análisis de las formas de onda

En la mayoría de trabajos que existen en la bibliografía para el análisis del PRC clásico se toma como referencia de análisis la tensión cuadrada del puente inversor. Este planteamiento es lógico y adecuado pues las formas de onda de tensión y corriente del convertidor están condicionadas por la excitación del puente inversor.

En la figura 4.56 se presenta un resultado de simulación para la frecuencia de conmutación f_m . Aparece en la figura una evolución de las formas de ondas típicas en el convertidor, tomando como referencia la tensión de salida del puente inversor, v_{gen} , (en azul). En rojo también aparece la corriente por la bobina resonante, i_r , en verde la tensión en el condensador resonante, v_r , y en rosa la corriente de entrada al transformador de aislamiento, i_{trf} .

Se observa en la figura que dentro de un semiperiodo de funcionamiento aparecen dos modos topológicos en el convertidor, en los intervalos señalados de t_0 a t_1 y de t_1 a t_2 , condicionadas por el signo de la tensión resonante.

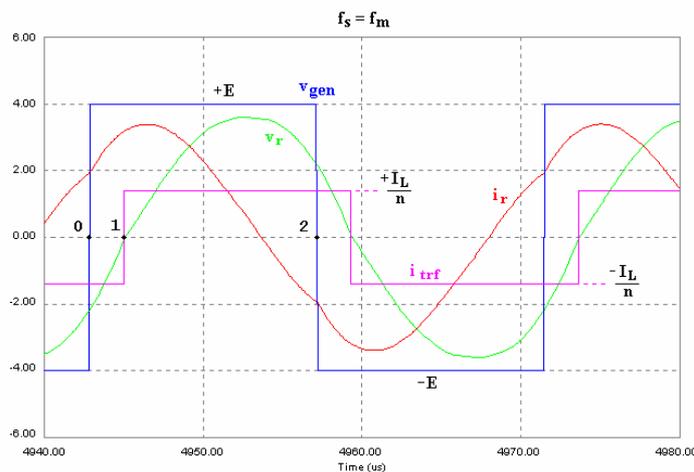


Fig. 4.56. Formas de onda en régimen estacionario del PRC clásico con referencia en la tensión del inversor

En la figura 4.57 se presentan unas formas de onda para el PRC-CR con la misma referencia clásica de la figura 4.56. En la figura se observa que las formas de onda de tensión y corriente resonantes son bastante parecidas, pero la corriente i_{trf} presenta un tiempo de conducción t_{ON} , que es variable e impuesto por la rectificación controlada.

En este caso, dentro de un semiperiodo de funcionamiento se observan tres modos topológicos en el convertidor para los intervalos señalados de t_0 a t_1 , de t_1 a t_2 y de t_2 a t_3 . Este aumento de modos topológicos provoca un incremento de la complejidad del análisis, siendo importante establecer un criterio de referencia adecuado al estudio.

La variable de control es el tiempo t_{ON} , o duración del intervalo de t_1 a t_2 , que se encuentra entre dos intervalos de funcionamiento de duración variable según el punto de trabajo del convertidor, el intervalo de t_0 a t_1 y el intervalo de t_2 a t_3 . Este aspecto incrementa la complejidad del análisis para establecer una referencia adecuada y se propone un cambio de referencia, tal como el presentado en la figura 4.58.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

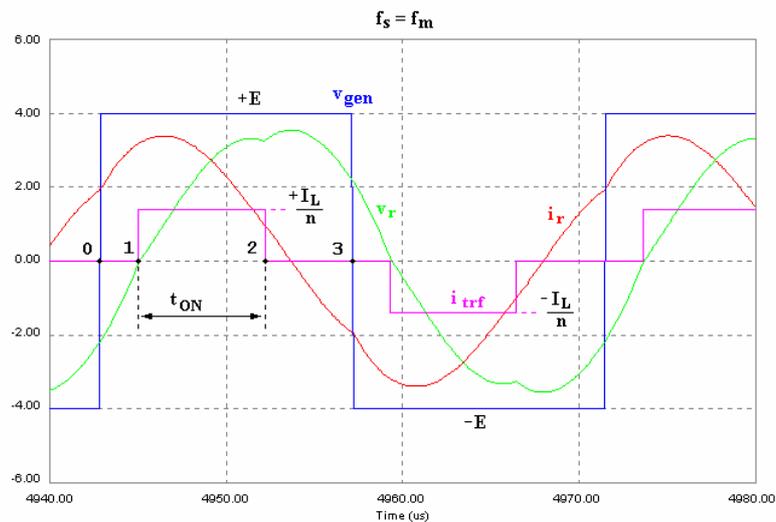


Fig. 4.57. Formas de onda en régimen estacionario del PRC-CR con referencia en la tensión del inversor

La nueva referencia de análisis propuesta es la tensión del condensador resonante. Para los controladores presentados en el capítulo 3, la entrada en conducción de los interruptores de la etapa rectificadora se realiza en los pasos por cero de la tensión v_r , estando la relación de conducción de los interruptores del rectificador determinada por el tiempo t_{ON} y la distancia temporal entre pasos por cero de dicha tensión. Es evidente que dicha distancia temporal coincidirá con los semiperiodos de la frecuencia de conmutación del puente inversor, en estado estacionario del convertidor. Los controladores necesitan una sincronización con dicha tensión resonante, por lo que es interesante que sea la referencia de análisis, tal como aparece en la figura 4.58.

Dada la simetría que existe entre semiperiodos de la tensión v_r , el estudio queda simplificado al semiperiodo positivo en el que, como se observa en la figura 4.58, aparecen tres intervalos de estudio:

- ✓ de t_0 a t_d , de duración impuesta por el controlador,
- ✓ de t_d a t_1 , de duración no controlada y variable dependiente del punto de trabajo del convertidor, y
- ✓ de t_1 a t_2 , también de duración variable por depender del segundo intervalo, y calculable una vez conocido el periodo de la tensión de excitación y la duración del primer y segundo intervalo.

Esta secuencia de intervalos es denominada **Caso 1**, y se observa que existe corriente i_{trf} de valor I_L/n desde el instante t_0 hasta el instante t_d , siempre antes del instante t_1 . No obstante puede existir otra secuencia de intervalos en el convertidor, tal como se presenta en la figura 4.59, estableciendo esta nueva secuencia el denominado **Caso 2**.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

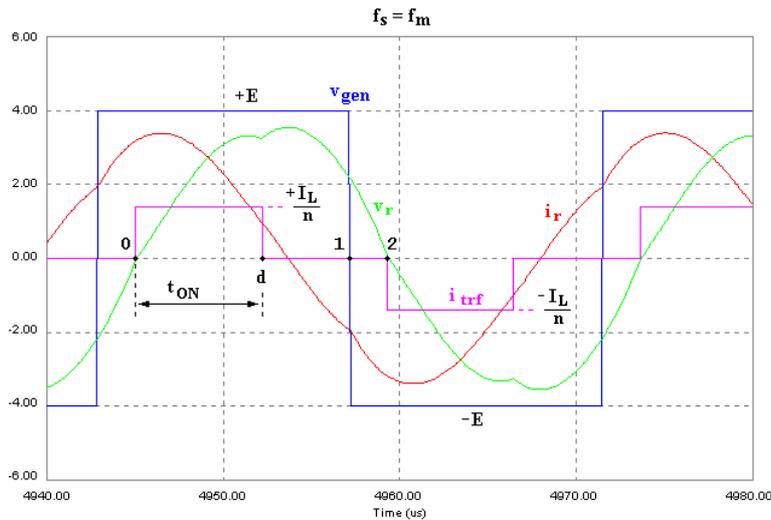


Fig. 4.58. Formas de onda en estacionario del PRC-CR con referencia en la tensión del condensador resonante. **Caso 1**

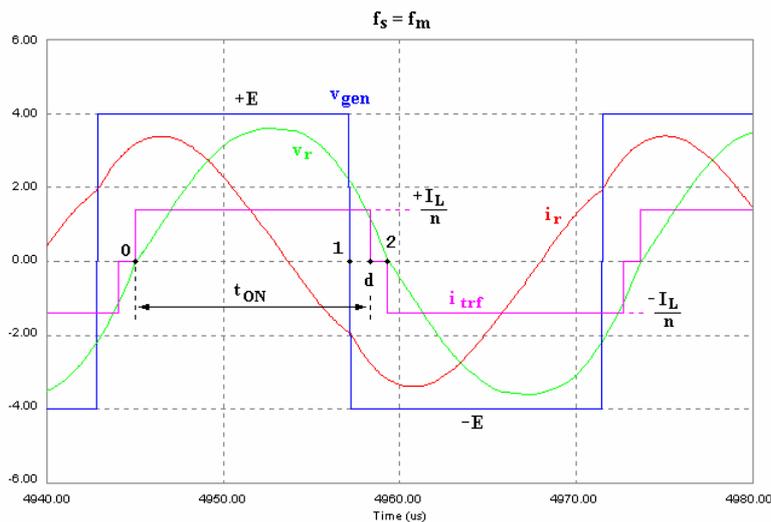


Fig. 4.59. Caso 2 de formas de onda del PRC-CR

En esta última secuencia sucede, tal como se aprecia en la figura, que t_d es posterior a t_1 , siendo los intervalos de estudio:

- ✓ de t_0 a t_1 , de duración no controlada y variable dependiente del punto de trabajo del convertidor,
- ✓ de t_1 a t_d , de duración variable dependiente del punto de trabajo del convertidor, pero deducible conocido el t_{ON} impuesto por el control y la duración del primer intervalo.
- ✓ de t_1 a t_2 , de duración conocida por depender del t_{ON} y del periodo de la tensión de excitación del tanque resonante.

Conviene mencionar que las formas de ondas de las anteriores figuras corresponden a la frecuencia de conmutación f_m . No obstante, siempre que la frecuencia de conmutación sea superior a $f_o/2$, la secuencia de intervalos sólo podrán ser de **Caso 1** o de **Caso 2**.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

Por ejemplo, en la figura 4.60 se presentan las formas de onda para una frecuencia de $1,5f_o$, que corresponde, como se puede observar, al **Caso 2** de funcionamiento.

Frecuencias de conmutación inferiores a $f_o/2$ no tienen interés en nuestro análisis, por lo que a partir de ahora nos centramos en la solución de las ecuaciones para ambos casos de funcionamiento.

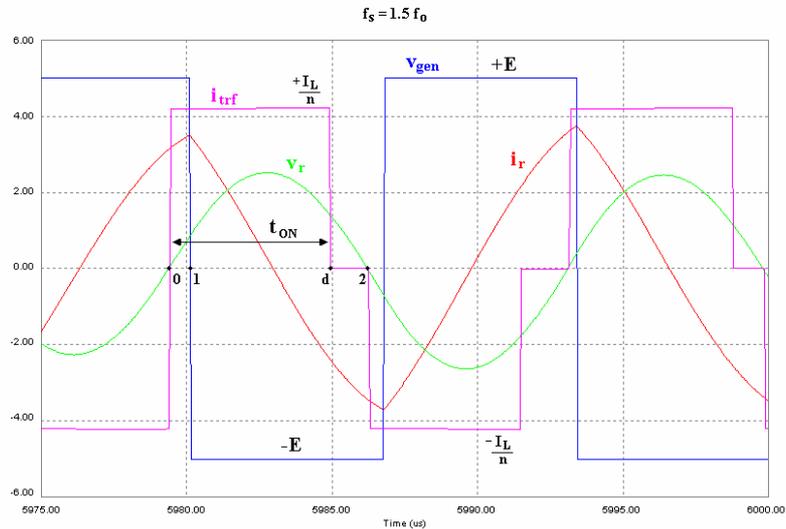


Fig. 4.60. Formas de onda del PRC-CR a la frecuencia de $1,5f_o$

4.2.3 Solución general de las variables resonantes

Comenzando por el **Caso 1** de estudio representado en la figura 4.58, se analizan las tres topologías por las que evoluciona el convertidor.

- Primera, de t_0 a t_d con el modelo circuital equivalente de la figura 4.61 y las ecuaciones (4.46):



Fig. 4.61. Modelo de t_0 a t_d

- Segunda, de t_d a t_1 con el modelo circuital equivalente de la figura 4.62 y las ecuaciones (4.47):

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado



Fig. 4.62. Modelo de t_d a t_1

- Tercera, de t_1 a t_2 con el modelo circuital equivalente de la figura 4.63 y las ecuaciones (4.48):

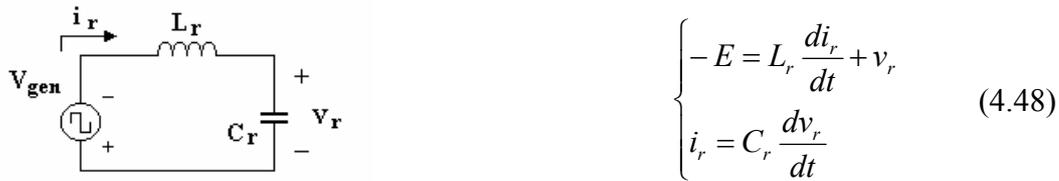


Fig. 4.63. Modelo de t_1 a t_2

El sistema modelado se puede describir en espacio de estado como

$$\begin{bmatrix} \frac{di_r}{dt} \\ \frac{dv_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & \frac{-1}{L_r} \\ \frac{1}{C_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_r} & 0 \\ 0 & \frac{-I_L}{nC_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (4.49)$$

donde

$$u_1 = \{+1, -1\} \quad (4.50)$$

y

$$u_2 = \{+1, 0\} \quad (4.51)$$

Se observa que es un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (4.52)$$

donde

$$\text{de } t_0 \text{ a } t_d : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{0d} = [+1 \quad +1]^T \quad (4.53)$$

$$\text{de } t_d \text{ a } t_1 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{d1} = [+1 \quad 0]^T \quad (4.54)$$

$$\text{de } t_1 \text{ a } t_2 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{12} = [-1 \quad 0]^T \quad (4.55)$$

con solución dentro de cada intervalo mediante la ecuación

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_i)} \mathbf{x}(t_i) + \int_{t_i}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau, \quad i := 0, d, l, 2 \quad (4.56)$$

La solución general de (4.52) usando (4.56) en el intervalo adecuado es

$$\begin{bmatrix} i_r(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \cos(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ri} \\ v_{ri} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & +\frac{I_L}{n}(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) \\ E(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) & -\frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \mathbf{u} \quad (4.57)$$

Continuando con el **Caso 2** de estudio de la figura 4.59 o de la figura 4.60, y con igual metodología que la planteada para el **Caso 1**, se analizan sus tres posibles modos topológicos.

- Primera, de t_0 a t_l con el modelo circuital equivalente de la figura 4.64 y las ecuaciones (4.58):



Fig. 4.64. Modelo de t_0 a t_l

- Segunda, de t_l a t_d con el modelo circuital equivalente de la figura 4.65 y las ecuaciones (4.59):

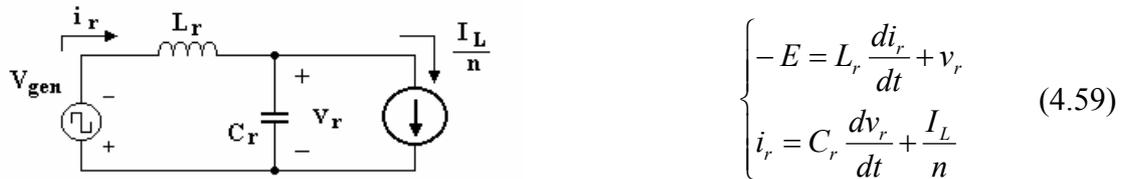
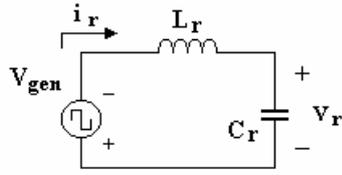


Fig. 4.65. Modelo de t_l a t_d

- Tercera, de t_d a t_2 con el modelo circuital equivalente de la figura 4.66 y las ecuaciones (4.60):

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado



$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (4.60)$$

Fig. 4.66. Modelo de t_d a t_2

El sistema descrito en el espacio de estado es

$$\begin{bmatrix} \frac{di_r}{dt} \\ \frac{dv_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{C_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_r} & 0 \\ 0 & -\frac{I_L}{nC_r} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} \quad (4.61)$$

donde

$$u'_1 = \{+1, -1\} \quad (4.62)$$

y

$$u'_2 = \{+1, 0\} \quad (4.63)$$

Se observa que, idénticamente al **Caso 1**, es un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}' \quad (4.64)$$

donde

$$\text{de } t_0 \text{ a } t_1 : \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{01} = [+1 \quad +1]^T \quad (4.65)$$

$$\text{de } t_1 \text{ a } t_d : \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{1d} = [-1 \quad +1]^T \quad (4.66)$$

$$\text{de } t_d \text{ a } t_2 : \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{d2} = [-1 \quad 0]^T \quad (4.67)$$

con solución dentro de cada intervalo mediante la ecuación

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_i)} \mathbf{x}(t_i) + \int_{t_i}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'(\tau) d\tau \quad , \quad i := 0, 1, d, 2 \quad (4.68)$$

De igual forma, se obtendrá la solución general de (4.64) usando (4.68) en el intervalo adecuado, resultando

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_r(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \cos(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ri} \\ v_{ri} \end{bmatrix} \dots \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & +\frac{I_L}{n}(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) \\ E(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) & -\frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \mathbf{u}' \end{aligned} \quad (4.69)$$

4.2.4 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo

Mediante las ecuaciones (4.56) y (4.68) se obtienen las soluciones en estado estacionario para el PRC-CR de los valores del vector de estado en cada uno de los dos casos en estudio. Para ello se comienza calculando el valor de las variables de estado al principio del intervalo de análisis, instante 0, sabiendo que su valor es igual y de signo opuesto a los valores del final de intervalo, instante 2 de cada caso.

Caso 1 de estudio

El vector de estado en el instante t_d es mediante (4.56)

$$\mathbf{x}(t_d) = e^{\mathbf{A}(t_d-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{0d} d\tau \quad (4.70)$$

El vector de estado en el instante t_l es de igual forma

$$\mathbf{x}(t_l) = e^{\mathbf{A}(t_l-t_d)} \mathbf{x}(t_d) + \int_{t_d}^{t_l} e^{\mathbf{A}(t_l-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d1} d\tau \quad (4.71)$$

Y en el instante t_2

$$\mathbf{x}(t_2) = e^{\mathbf{A}(t_2-t_l)} \mathbf{x}(t_l) + \int_{t_l}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{12} d\tau \quad (4.72)$$

Imponiendo la condición de estado estacionario, $\mathbf{x}(t_2) = -\mathbf{x}(t_0)$, y reordenando se obtiene el valor inicial como

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) &= -\left[\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}(t_2-t_0)} \right]^{-1} \left\{ e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \int_{t_0}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{0d} d\tau \dots \right. \\ &\quad \left. + e^{\mathbf{A}(t_2-t_l)} \int_{t_d}^{t_l} e^{\mathbf{A}(t_l-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d1} d\tau + \int_{t_l}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{12} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (4.73)$$

del que se obtienen las componentes siguientes:

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$i_r(t_0) = \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$+ \frac{E}{Z_C} \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \quad (4.74)$$

$$v_r(t_0) = E - E \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \quad (4.75)$$

Conocido ahora el vector de estado en el instante t_0 se calcula mediante (4.70) el vector de estado en el instante t_d , con las componentes

$$i_r(t_d) = \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$+ \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t_d - t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{E}{Z_C} \cos(\omega_o(t_d - t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$- \frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_1 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (4.76)$$

$$v_r(t_d) = E - E \frac{\cos(\omega_o(t_1 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$- E \cos(\omega_o(t_d - t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ E \sin(\omega_o(t_d - t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (4.77)$$

De idéntica forma mediante (4.71) se obtienen las componentes del vector de estado en el instante t_l .

$$i_r(t_l) = \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \cos(\omega_o(t_1 - t_d)) + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \sin(\omega_o(t_1 - t_d)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$- \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} + \frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (4.78)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$v_r(t_1) = \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t_1 - t_d)) - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \cos(\omega_o(t_1 - t_d)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \quad (4.79)$$

Mediante (4.72) se calculan las componentes en el instante t_2 , siendo el resultado, como era de esperar, idéntico al instante t_0 pero con el signo cambiado.

$$i_r(t_2) = -\frac{1}{2} \frac{I_L}{n} + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$- \frac{E}{Z_C} \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \quad (4.80)$$

$$v_r(t_2) = -E + E \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$- \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \quad (4.81)$$

En la figura 4.67 se indican los valores calculados en las ecuaciones de la (4.74) a la (4.81).

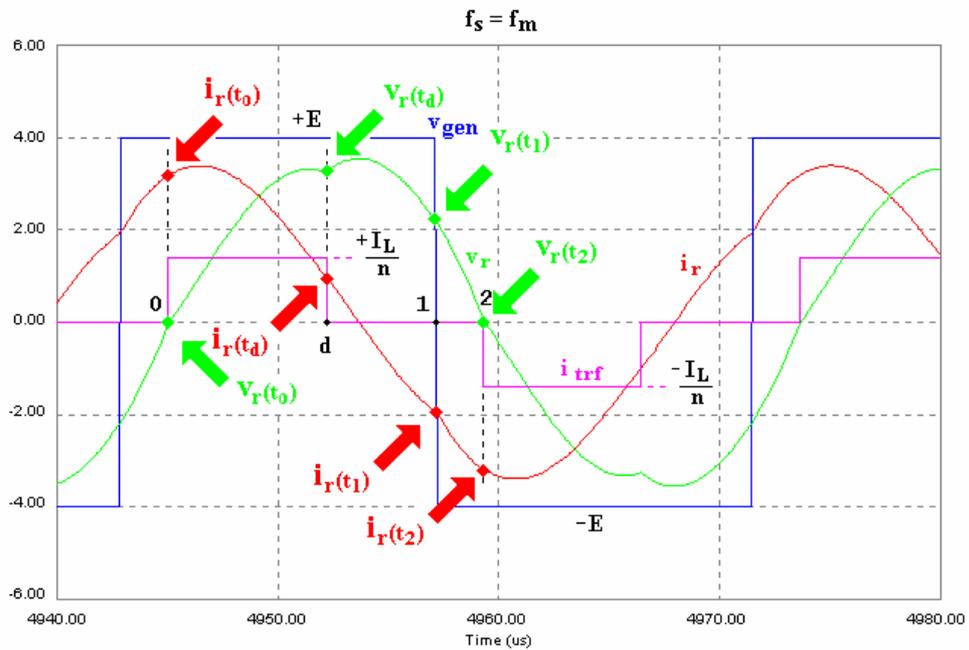


Fig.4.67. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo para el **Caso 1**

Caso 2 de estudio

Operando de igual forma, el vector de estado en el instante t_1 es mediante (4.68)

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{\mathbf{A}(t_1-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{01} d\tau \quad (4.82)$$

El vector de estado en el instante t_d es de igual forma

$$\mathbf{x}(t_d) = e^{\mathbf{A}(t_d-t_1)} \mathbf{x}(t_1) + \int_{t_1}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{1d} d\tau \quad (4.83)$$

Y en el instante t_2

$$\mathbf{x}(t_2) = e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \mathbf{x}(t_d) + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{d2} d\tau \quad (4.84)$$

Imponiendo nuevamente la condición de estado estacionario, $\mathbf{x}(t_2) = -\mathbf{x}(t_0)$, y reordenando, se obtiene el valor inicial para este caso como

$$\begin{aligned} \mathbf{x}(t_0) = & -\left[\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}(t_2-t_0)}\right]^{-1} \left\{ e^{\mathbf{A}(t_2-t_1)} \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{01} d\tau \dots \right. \\ & \left. + e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \int_{t_1}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{1d} d\tau + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{d2} d\tau \right\} \end{aligned} \quad (4.85)$$

del que se obtienen las soluciones siguientes:

$$\begin{aligned} i_r(t_0) = & \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left[\frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right] \dots \\ & + \frac{E}{Z_C} \left[\frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right] \end{aligned} \quad (4.86)$$

$$\begin{aligned} v_r(t_0) = & E - E \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right\} \dots \\ & + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right\} \end{aligned} \quad (4.87)$$

Es de notar que tanto el término $i_r(t_0)$ como el término $v_r(t_0)$ son idénticos en ambos casos de análisis.

Conocidas ahora las componentes del vector de estado en el instante t_0 se puede calcular mediante (4.82) las componentes del vector de estado en el instante t_1 .

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$i_r(t_1) = + \frac{I_L}{n} - \frac{I_L}{2n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} - \frac{I_L}{2n} \cos(\omega_o(t_d - t_1)) \dots$$

$$- \frac{I_L}{2n} \sin(\omega_o(t_d - t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}$$
(4.88)

$$v_r(t_1) = + \frac{I_L}{2n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} + \frac{I_L}{2n} Z_C \sin(\omega_o(t_d - t_1)) \dots$$

$$- \frac{I_L}{2n} Z_C \cos(\omega_o(t_d - t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}$$
(4.89)

Mediante (4.83) se obtiene el vector de estado en el instante t_d , con las componentes

$$i_r(t_d) = + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$- \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t_d - t_1)) + \frac{E}{Z_C} \cos(\omega_o(t_d - t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}$$
(4.90)

$$v_r(t_d) = -E + E \cos(\omega_o(t_d - t_1)) + E \sin(\omega_o(t_d - t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{I_L}{2n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}$$
(4.91)

Finalmente con (4.84) se calculan las componentes para el instante t_2 . El resultado, como es de esperar, es idéntico al instante t_0 del **Caso 2** pero con el signo cambiado e idéntico al instante t_2 del **Caso 1**.

$$i_r(t_2) = - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$- \frac{E}{Z_C} \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\}$$
(4.92)

$$v_r(t_2) = -E + E \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\} \dots$$

$$- \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \left\{ \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right\}$$
(4.93)

En las figura 4.68 y figura 4.69 se indican los valores calculados en las ecuaciones de la (4.86) a la (4.93), para diferentes frecuencias de conmutación.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

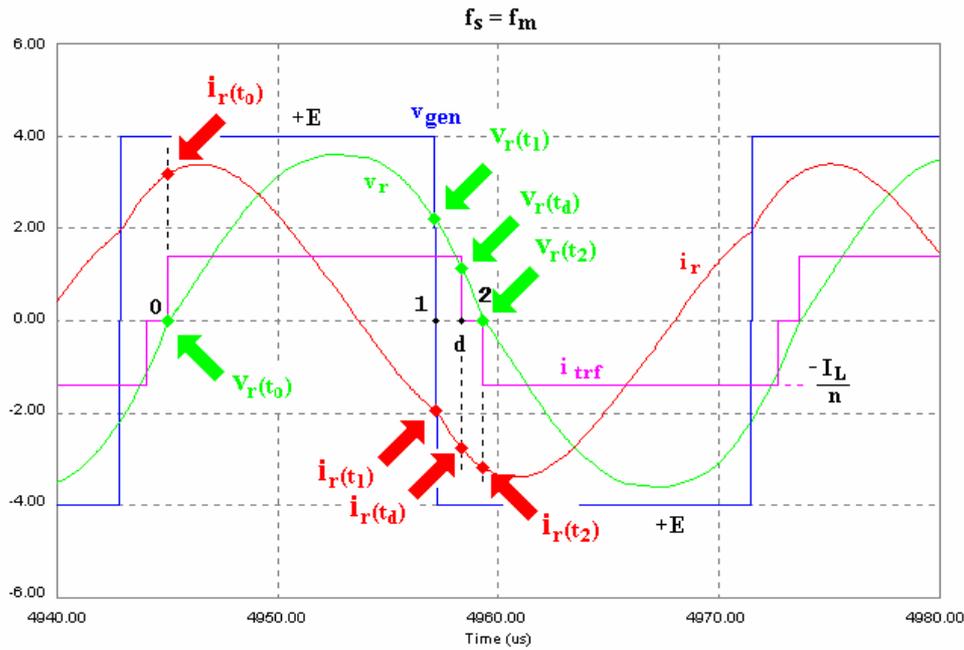


Fig.4.68. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo para el **Caso 2** a la frecuencia f_m

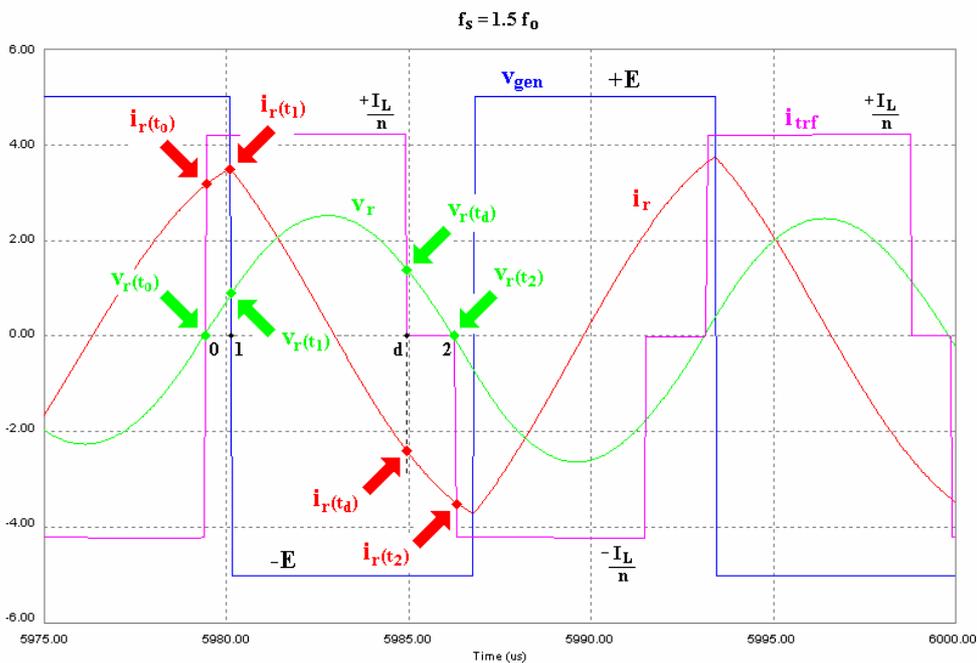


Fig.4.69. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo para el **Caso 2** a la frecuencia $1,5f_o$

4.2.5 Duración del intervalo de t_0 a t_1 .

Para ambos casos de análisis en el instante t_0 la tensión $v_r(t_0)$ es nula. Por tanto, imponiendo tal condición en la ecuación (4.75) ó (4.87) y reordenando se obtiene

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 & [1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))] \cos(\omega_o(t_1 - t_0)) + \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = \dots \\
 & = [1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))] + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \frac{Z_C}{E} \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \dots \\
 & \quad - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \frac{Z_C}{E} [\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))]
 \end{aligned} \tag{4.94}$$

Si se define

$$a = 1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0)) \tag{4.95}$$

$$b = \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \tag{4.96}$$

$$c = a + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \frac{Z_C}{E} \{ \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) - [\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))] \} \tag{4.97}$$

resulta

$$a \cos(\omega_o(t_1 - t_0)) + b \sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = c \tag{4.98}$$

que se puede reescribir como

$$\sin(\omega_o(t_1 - t_0) + \phi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \tag{4.99}$$

donde

$$\phi = \tan^{-1} \left(\frac{a}{b} \right) \tag{4.100}$$

Aplicando posibles cambios trigonométricos se llega a la expresión

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_o(t_2 - t_0)}{2} \tag{4.101}$$

En la ecuación (4.99) se ha de tener en cuenta el cuadrante de trabajo pues siempre hay dos posibles soluciones matemáticas y sólo una física. Con esta consideración, la duración del intervalo de t_0 a t_1 , como diferencia de ángulos, será

$$\begin{cases} \omega_o(t_1 - t_0) = \sin^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi & \text{si } f_s > f_o \\ \omega_o(t_1 - t_0) = \sin^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi + \pi & \text{si } f_s < f_o \end{cases} \tag{4.102}$$

4.2.6 Tensión de salida

La tensión de salida del convertidor, V_o , es el valor medio de la tensión de salida del puente rectificador controlado, v_{rec} . Por tanto, su cálculo se realiza evaluando v_{rec} sobre un semiperiodo del periodo de conmutación, dada la rectificación y periodicidad de la tensión resonante v_r . Se obtendrá mediante

$$V_o = \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_2} v_{rec}(t) dt \quad (4.103)$$

Para cada uno de los dos casos de funcionamiento propuestos, la evolución de los intervalos es diferente y, por tanto, la ecuación de cálculo de la tensión V_o también.

Dados los intervalos de evolución de la tensión resonante y la acción del control, la tensión de salida se expresa para el **Caso 1** como

$$V_o^{C1} = \frac{1}{t_2 - t_0} \left[\int_{t_0}^{t_d} \frac{v_r(t)}{n} \Big|_{0d} dt + \int_{t_d}^{t_2} 0 dt \right] \quad (4.104)$$

resultando finalmente

$$V_o^{C1} = \frac{1}{n(t_2 - t_0)} \int_{t_0}^{t_d} v_r(t) \Big|_{0d} dt \quad (4.105)$$

De igual forma, para el **Caso 2** la tensión de salida se expresa como

$$V_o^{C2} = \frac{1}{t_2 - t_0} \left[\int_{t_0}^{t_1} \frac{v_r(t)}{n} \Big|_{01} dt + \int_{t_1}^{t_d} \frac{v_r(t)}{n} \Big|_{1d} dt + \int_{t_d}^{t_2} 0 dt \right] \quad (4.106)$$

resultando finalmente

$$V_o^{C2} = \frac{1}{n(t_2 - t_0)} \left[\int_{t_0}^{t_1} v_r(t) \Big|_{01} dt + \int_{t_1}^{t_d} v_r(t) \Big|_{1d} dt \right] \quad (4.107)$$

Tensión de salida para el Caso 1.

La tensión en el condensador resonante, v_r , hay que considerarla solamente en el intervalo de t_0 a t_d . Por tanto operando en la ecuación (4.57) con los términos iniciales de (4.74) y (4.75), y el vector de control de (4.53), se obtiene

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 v_r(t)|_{od}^{C1} = & E + E \sin(\omega_o(t-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - E \cos(\omega_o(t-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - E \frac{\cos(\omega_o(t-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \cos(\omega_o(t-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))}
 \end{aligned} \tag{4.108}$$

Resolviendo la integral de la ecuación (4.105) con (4.108), la tensión de salida resulta

$$\begin{aligned}
 V_o^{C1} = & \frac{1}{n(t_2-t_0)} \left\{ E(t_d-t_0) - \frac{E}{\omega_o} \sin(\omega_o(t_d-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \right. \\
 & \left. + \frac{E}{\omega_o} [1 - \cos(\omega_o(t_d-t_0))] \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right\}
 \end{aligned} \tag{4.109}$$

Esta ecuación presenta como variable de cálculo el ángulo $\omega_o(t_d-t_0)$ que es impuesto directamente por el controlador. Depende también del ángulo $\omega_o(t_1-t_0)$, el cual depende del punto de trabajo del convertidor y que debe ser calculado mediante la ecuación (4.102) del apartado 4.2.5.

Tensión de salida para el Caso 2.

En este caso la tensión v_r debe ser evaluada para los intervalos de t_0 a t_1 y de t_1 a t_d .

Para el intervalo de t_0 a t_1 , operando en la ecuación (4.69) con los términos iniciales de (4.86) y (4.87), y el vector de control de (4.65), se obtiene

$$\begin{aligned}
 v_r(t)|_{o1}^{C2} = & E + E \sin(\omega_o(t-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - E \cos(\omega_o(t-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - E \frac{\cos(\omega_o(t-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \cos(\omega_o(t-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))}
 \end{aligned} \tag{4.110}$$

Se observa que ésta última ecuación es idéntica a la ecuación (4.108), por ser las ecuaciones y vectores de control utilizados en su obtención iguales.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

De igual forma, para el intervalo de t_1 a t_d , con la ecuación (4.69), con los términos (4.88) y (4.89) y con el vector (4.66), se obtiene

$$\begin{aligned}
 v_r(t) \Big|_{t_1}^{t_d} = & -E + E \cos(\omega_o(t-t_1)) + E \sin(\omega_o(t-t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_2))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_0))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \cos(\omega_o(t-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} Z_C \sin(\omega_o(t-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d))}{1+\cos(\omega_o(t_2-t_0))}
 \end{aligned} \tag{4.111}$$

Resolviendo la integral de la ecuación (4.107) con (4.110) y (4.111), la tensión de salida resulta

$$\begin{aligned}
 V_o^{C2} = & \frac{E}{n(t_2-t_0)} \left\{ 2(t_1-t_0) - (t_d-t_0) + \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{\omega_o [1+\cos(\omega_o(-t_2+t_0))]} \dots \right. \\
 & + \frac{\sin(\omega_o(t_d-t_0))}{\omega_o} \left[\cos(\omega_o(t_1-t_0)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1+\cos(\omega_o(-t_2+t_0))} \right] \dots \\
 & \left. - \frac{\cos(\omega_o(t_d-t_0))}{\omega_o} \left[\sin(\omega_o(t_1-t_0)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1+\cos(\omega_o(-t_2+t_0))} \right] \right\}
 \end{aligned} \tag{4.112}$$

Conocidas ahora las dos ecuaciones posibles de la tensión de salida del convertidor, (4.109) para el **Caso 1** y (4.112) para el **Caso 2**, la operativa de cálculo de la tensión V_o queda descrita en el diagrama de flujo de la figura 4.70.

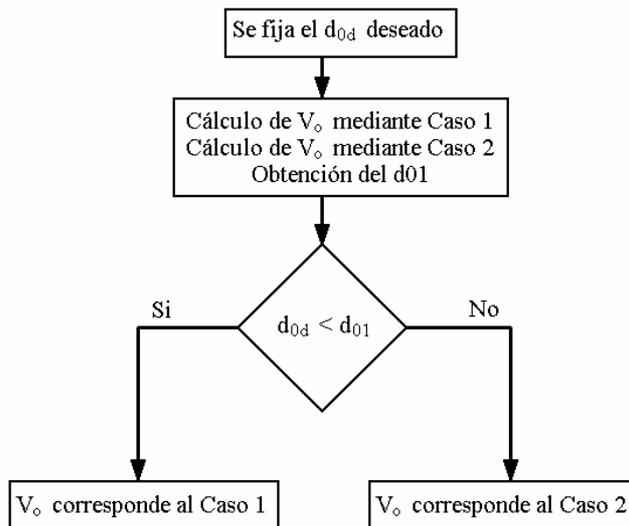


Fig. 4.70. Diagrama de flujo para la obtención de la V_o adecuada

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

4.2.7 Cambio de variables y normalización de las ecuaciones

Dada la complejidad de las ecuaciones obtenidas se proponen los siguientes cambios de variables que faciliten la notación matemática.

Se sustituye

$$t_2 - t_0 = \frac{T_s}{2} \quad (4.113)$$

y considerando el concepto de relación de conducción, se obtienen

$$d_{0d} = \frac{(t_d - t_0)}{T_s/2} \quad (4.114)$$

$$d_{01} = \frac{(t_1 - t_0)}{T_s/2} \quad (4.115)$$

$$d_{12} = \frac{(t_2 - t_1)}{T_s/2} \quad (4.116)$$

donde

$$t_2 - t_0 = (t_2 - t_1) + (t_1 - t_0) \quad (4.117)$$

por tanto

$$d_{01} + d_{12} = 1 \quad (4.118)$$

$$d_{0d} + d_{d2} = 1 \quad (4.119)$$

En el **Caso 1** de análisis se cumple

$$d_{0d} + d_{d1} + d_{12} = 1 \quad (4.120)$$

y para el **Caso 2**

$$d_{01} + d_{1d} + d_{d2} = 1 \quad (4.121)$$

cumpliendo ambos modos que

$$d_{01} + d_{1d} = d_{0d} \quad (4.122)$$

La relación entre la frecuencia de conmutación f_s del puente inversor respecto a la frecuencia natural f_o , tal como se había presentado en (4.30), queda definida como

$$F = \frac{f_s}{f_o} = \frac{T_o}{T_s} \quad (4.123)$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

Reordenando los términos de ángulos resultan

$$\omega_o(t_2 - t_0) = \omega_o \frac{T_s}{2} = 2\pi f_o \frac{1}{2f_s} = \pi \frac{f_o}{f_s} = \frac{\pi}{F} \quad (4.124)$$

$$\omega_o(t_2 - t_1) = 2\pi f_o(t_2 - t_1) = 2\pi \frac{f_s}{F}(t_2 - t_1) = \frac{2\pi}{F} \frac{(t_2 - t_1)}{T_s} = \frac{\pi}{F} \frac{(t_2 - t_1)}{T_s/2} = \frac{\pi}{F} d_{12} \quad (4.125)$$

$$\omega_o(t_1 - t_0) = 2\pi f_o(t_1 - t_0) = 2\pi \frac{f_s}{F}(t_1 - t_0) = \frac{2\pi}{F} \frac{(t_1 - t_0)}{T_s} = \frac{\pi}{F} \frac{(t_1 - t_0)}{T_s/2} = \frac{\pi}{F} d_{01} \quad (4.126)$$

$$\omega_o(t_d - t_0) = 2\pi f_o(t_d - t_0) = 2\pi \frac{f_s}{F}(t_d - t_0) = \frac{2\pi}{F} \frac{(t_d - t_0)}{T_s} = \frac{\pi}{F} \frac{(t_d - t_0)}{T_s/2} = \frac{\pi}{F} d_{0d} \quad (4.127)$$

Se define también

$$\gamma = \frac{\pi}{F} = \omega_o \frac{T_s}{2} \quad (4.128)$$

Para el **Caso 1**, la ecuación (4.109) de la tensión de salida del convertidor en términos de las nuevas variables es

$$V_o^{C1} = \frac{1}{n} \left\{ Ed_{0d} - \frac{E}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \frac{E}{\gamma} [1 - \cos(\gamma d_{0d})] \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (4.129)$$

que presentando en forma normalizada resulta

$$\boxed{n \frac{V_o^{C1}}{E} = d_{0d} - \frac{1}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots} \\ \left. + \frac{1}{\gamma} [1 - \cos(\gamma d_{0d})] \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (4.130)$$

Para el **Caso 2** la ecuación (4.112) resulta

$$V_o^{C2} = \frac{1}{n} \left\{ 2Ed_{01} - Ed_{0d} + \frac{E}{\gamma} \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \frac{E}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \left[\cos(\gamma d_{01}) - \sin(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma)}{1 + \cos(\gamma)} \right] \dots \right. \\ \left. - \frac{E}{\gamma} \cos(\gamma d_{0d}) \left[\sin(\gamma d_{01}) - \cos(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma)}{1 + \cos(\gamma)} \right] \right\} \quad (4.131)$$

que también en forma normalizada es

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 n \frac{V_o^{C2}}{E} = & 2d_{01} - d_{0d} + \frac{1}{\gamma} \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \\
 & + \frac{1}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \left[\cos(\gamma d_{01}) - \sin(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma)}{1 + \cos(\gamma)} \right] \dots \\
 & - \frac{1}{\gamma} \cos(\gamma d_{0d}) \left[\sin(\gamma d_{01}) + \cos(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma)}{1 + \cos(\gamma)} \right]
 \end{aligned} \tag{4.132}$$

Las ecuaciones (4.130) y (4.132) dependen, además de la relación de la frecuencia de trabajo del inversor γ , de

- el ciclo de trabajo d_{0d} impuesto por el control, y
- el ciclo de trabajo d_{01} que depende de la corriente de salida I_L del convertidor.

El ciclo de trabajo d_{01} se calcula mediante la siguiente ecuación, deducida de (4.102)

$$\begin{cases} d_{01} = \frac{1}{\gamma} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi \right\} & \text{si } f_s > f_o \\ d_{01} = \frac{1}{\gamma} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi + \pi \right\} & \text{si } f_s < f_o \end{cases} \tag{4.133}$$

A los términos que afectan a (4.133) se les efectúan los cambios de variables propuestos y son normalizados respecto a E , resultando

$$a = 1 + \cos(\gamma) \tag{4.134}$$

$$b = \sin(\gamma) \tag{4.135}$$

$$c = a + \frac{1}{2} \frac{I_L}{n} \frac{Z_C}{E} \{ \sin(\gamma) - [\sin((1 - d_{0d})\gamma) - \sin(d_{0d}\gamma)] \} \tag{4.136}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2} \tag{4.137}$$

La solución de la tensión de salida se puede representar en un plano de estado, es decir, respecto a la corriente de salida normalizada, o también respecto a la resistencia de carga del convertidor. Para el primer caso, el conjunto de ecuaciones se compacta como una función del tipo

$$n \frac{V_o}{E} = f \left(d_{0d}, \frac{I_L}{I_{base}} \right) \tag{4.138}$$

siendo

$$I_{base} = n \frac{E}{Z_C} \tag{4.139}$$

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

La función (4.138) es una función cerrada que ofrece una solución directa de la tensión de salida normalizada. En este caso, es óptimo presentar la ecuación (4.136) como

$$c = a + \frac{1}{2} \frac{I_L}{I_{base}} \{ \sin(\gamma) - [\sin((1-d_{0d})\gamma) - \sin(d_{0d}\gamma)] \} \quad (4.140)$$

Para el caso de representar la tensión de salida normalizada respecto a la resistencia de carga normalizada, el conjunto de ecuaciones se compacta como una función

$$n \frac{V_o}{E} = f \left(d_{0d}, n^2 \frac{R_L}{Z_C} \right) \quad (4.141)$$

siendo ahora óptimo presentar la ecuación (4.136) como

$$c = a + \frac{1}{2} \frac{n \frac{V_o}{E}}{n^2 \frac{R_L}{Z_C}} \{ \sin(\gamma) - [\sin((1-d_{0d})\gamma) - \sin(d_{0d}\gamma)] \} \quad (4.142)$$

Se observa que en la ecuación (4.142) aparece el término tensión de salida normalizada. Esto hace que la función (4.141) no sea una función cerrada y que tenga solución sólo de forma iterativa.

4.2.8 Resultados de simulación de la tensión de salida normalizada

Mediante el programa Matlab se puede programar fácilmente un fichero que presente la solución de la tensión de salida V_o de las ecuaciones (4.130) y (4.132) respecto el ciclo de trabajo impuesto por el control, tal como una función del tipo indicado en (4.141).

```
F=1/sqrt(2); % Frecuencia de conmutación (inferior a resonancia)
G=pi/F; % ángulo Gamma
RLZC=10; % índice de carga
% -----
a=1+cos(G); % Ecuaciones no dependientes de la corriente I.
b=sin(G);
phi=pi/2-G/2;
% -----
for n=1:1000 % Se hace un barrido del ciclo de trabajo d0d desde 0 a 1.
d0d(n)=n/1000;
% -----
voN=0;
for i=1:25 % Bucle para calcular voN y d01 iterativamente.
c=a+(voN/(2*RLZC)).*(sin(G)-sin((1-d0d(n)).*G)+sin(d0d(n).*G));
res=c/sqrt((a^2)+(b^2));
delta=asin(res);
alfa=pi+(delta-phi); % below resonance
d01=alfa/G;
d12=1-d01;

voNC1p1=(1/G).*sin(d0d(n).*G).*cos(d12*G)+cos(d01*G)/(1+cos(G));
voNC1p2=(1/G).*sin(d0d(n).*G).*sin(d12*G)-sin(d01*G)/(1+cos(G));
voNC1=d0d(n)-voNC1p1+voNC1p2;

voNC2p1=(1/G).*sin(d12*G)-sin(d01*G)/(1+cos(G));
voNC2p2=(1/G).*sin(d0d(n).*G).*cos(d01*G)-sin(d01*G).*sin(G)/(1+cos(G));
voNC2p3=(1/G).*cos(d0d(n).*G).*sin(d01*G)+cos(d01*G).*sin(G)/(1+cos(G));
```

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

```
voNC2=2*d01-d0d(n)+voNC2p1+voNC2p2-voNC2p3;  
  
    if d0d(n)<d01    voN=voNC1;           % asignación de Caso válido  
        else        voN=voNC2;  
    end  
end  
voutN(n)=voN;  
end  
  
plot(d0d,voutN,'g-');  
axis([0 1 0 2]);  
grid on;
```

Los resultados obtenidos se presentan en la figura 4.71 para el caso de frecuencia de conmutación f_m y en la figura 4.72 para el caso de frecuencia de conmutación $1,5f_o$.

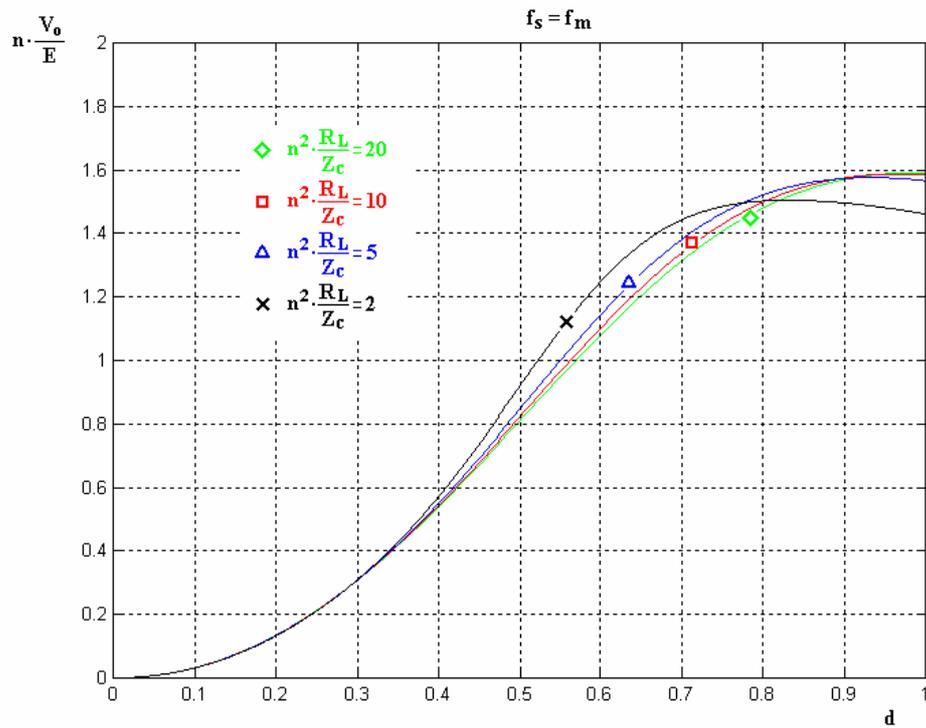


Fig. 4.71. Tensión de salida respecto a la relación de conducción para diferentes índices de carga a la f_m

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

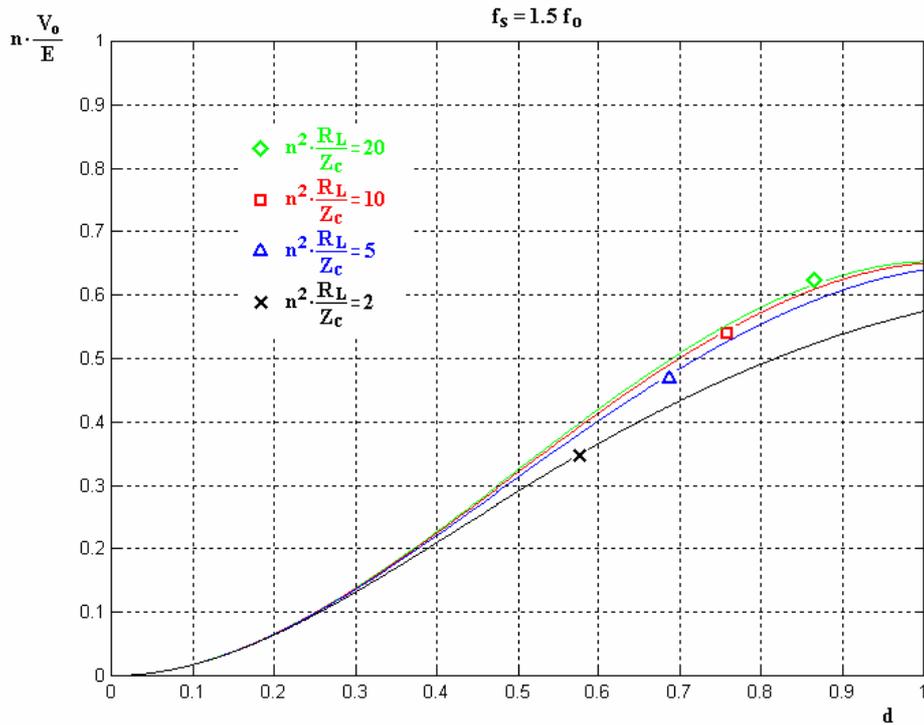


Fig. 4.72. Tensión de salida respecto a la relación de conducción para diferentes índices de carga $1,5f_0$

4.3 Comparación de resultados

Es interesante contrastar los resultados presentados en las figuras 4.71 y 4.72 procedentes de la solución del modelo de espacio de estado del convertidor, con los que se obtienen mediante la aproximación al primer armónico.

De la figura 4.73 a la 4.76 se presentan en azul los resultados que ofrecen las ecuaciones obtenidas en este apartado y en rojo los obtenidos mediante la aproximación al primer armónico para diferentes índices de carga y para la frecuencia $f_s = f_m$.

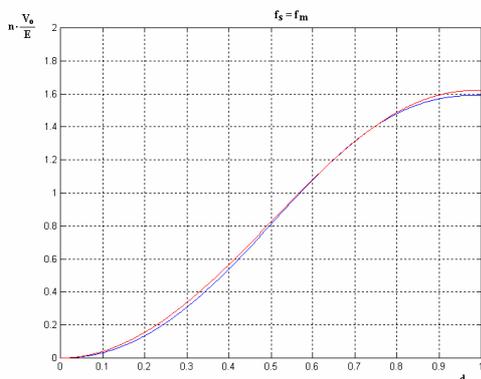


Fig. 4.73. Comparativa con índice de carga de 20

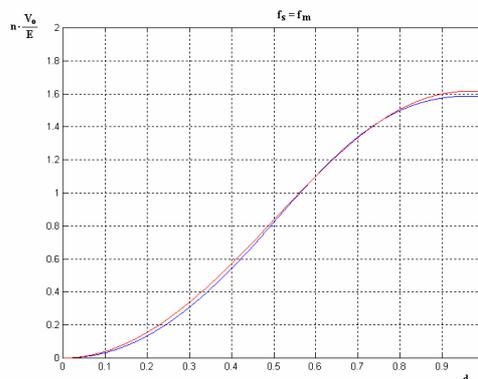


Fig. 4.74. Comparativa con índice de carga de 10

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

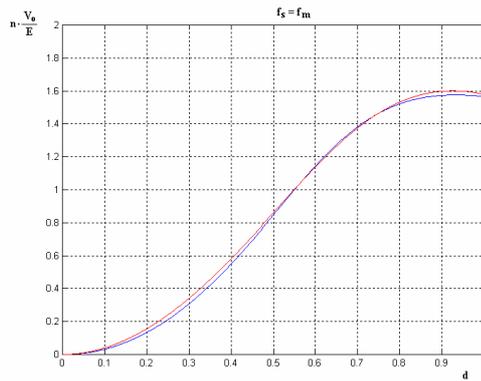


Fig. 4.75. Comparativa con índice de carga de 5

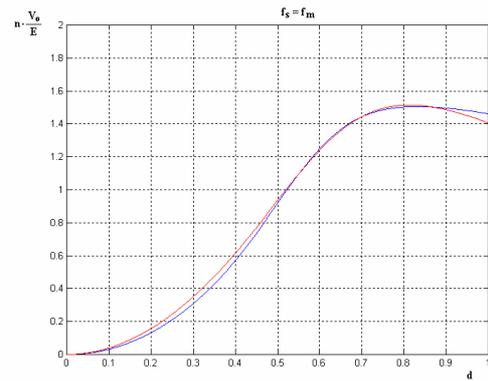


Fig. 4.76. Comparativa con índice de carga de 2

De la figura 4.77 a la 4.80 se presentan de igual forma los resultados para una frecuencia de conmutación $f_s = 1,5f_m$.

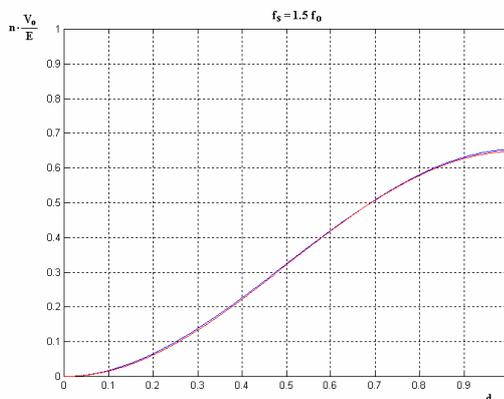


Fig. 4.77. Comparativa con índice de carga de 20

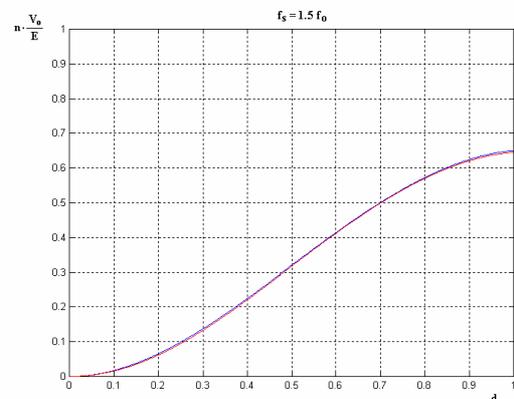


Fig. 4.78. Comparativa con índice de carga de 10

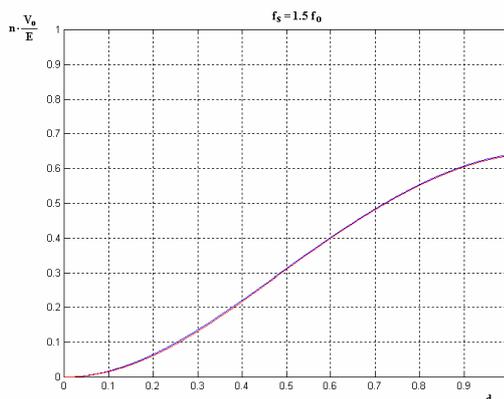


Fig. 4.79. Comparativa con índice de carga de 5

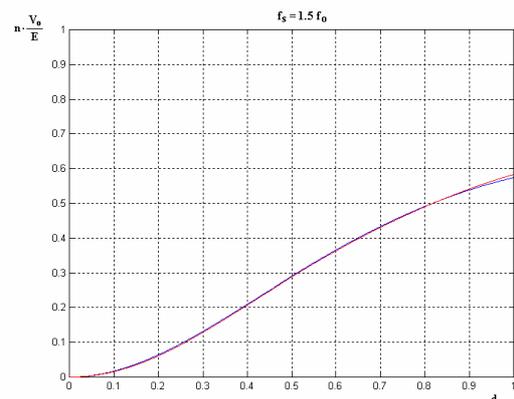


Fig. 4.80. Comparativa con índice de carga de 2

De las figuras se deduce que los resultados ofrecidos por ambos métodos de análisis son muy próximos en todos los casos presentados. Estos casos corresponden a condiciones adecuadas de trabajo del convertidor, tanto en lo que respecta a la frecuencia de conmutación de la etapa inversora como de índice de carga.

4. ANÁLISIS DEL PRC-CR

4.2 Solución del modelo en espacio de estado

La similitud entre sus resultados valida ambos métodos de análisis, aunque es interesante tener presente la diferencia entre uno y otro en cuanto a rapidez de cálculo y sencillez en su implementación. En un programa de cálculo tipo Matlab, el método de análisis por aproximación al primer armónico es mucho más sencillo de implementar y de mayor rapidez de cálculo, que con las ecuaciones obtenidas del modelo en espacio de estado.

CAPÍTULO 5

ANÁLISIS DEL SRC-CR

Subíndice:

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR	113
5.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	115
5.1.1 Impedancia de entrada del SRC clásico.....	115
5.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	117
5.1.3 Impedancia de entrada del SRC-CR	121
5.1.4 Corriente de salida normalizada.....	124
5.1.5 Criterios de cálculo del convertidor	126
5.1.6 Resultados de simulación.....	128
5.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	131
5.2.1 Introducción	131
5.2.2 Solución general de las variables resonantes	133
5.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	136
5.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1	141
5.2.5 Corriente de salida normalizada.....	142
5.3 Comparación de resultados	150

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

De igual forma que para el PRC-CR, se analiza el SRC-CR con el método de la aproximación al primer armónico.

Nuevamente, ante grandes variaciones en la regulación de las magnitudes eléctricas en la salida del convertidor o ante grandes variaciones de la resistencia de carga, si el inversor trabaja a frecuencias de conmutación cercanas a la de resonancia del tanque, van a existir grandes variaciones en la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, del convertidor. Para determinados valores de carga o de relación de conducción del bloque rectificador, el valor del $|Z_{IN}(j\omega)|$ será muy pequeño, con lo que la corriente por el bloque inversor y el tanque resonante puede ser un valor excesivamente alto. De nuevo tenemos, en estas frecuencias de trabajo, el problema de las pérdidas en conducción y del diseño del convertidor citados en el apartado 4.1.1.

El análisis que se realiza seguidamente, se orienta a caracterizar el comportamiento del convertidor con rectificación controlada y a encontrar los puntos de trabajo óptimos que minimicen los efectos indeseados comentados anteriormente. Esta perspectiva de garantizar un comportamiento constante a las magnitudes resonantes no es considerada en [ROS98], siendo fundamental en este trabajo.

El punto de partida del análisis se establece en el SRC clásico. En la figura 5.1 se presenta dicho convertidor indicando los terminales de evaluación de la impedancia de entrada.

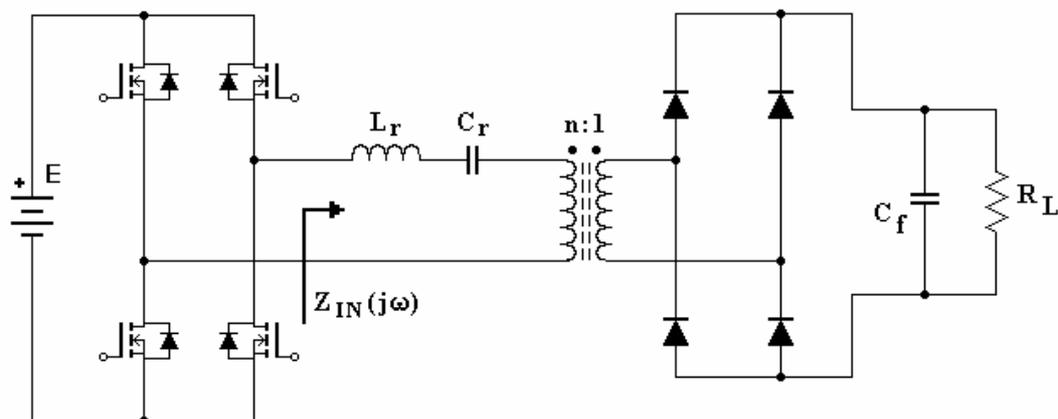


Fig. 5.1. SRC clásico indicando los terminales de evaluación de la $Z_{IN}(j\omega)$

5.1.1 Impedancia de entrada del SRC clásico

Consideramos de nuevo como punto de inicio al estudio de la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, el indicado en la figura 5.2 como R_e . Dicho término se encuentra ya analizado en la bibliografía [STE88] [ERI01] y se presenta como una resistencia efectiva, R_e , que modela todo el conjunto resistencia de carga, filtro de salida, rectificador no controlado y transformador de aislamiento. El valor de la citada resistencia es

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$R_e = \frac{8}{\pi^2} n^2 R_L \quad (5.1)$$

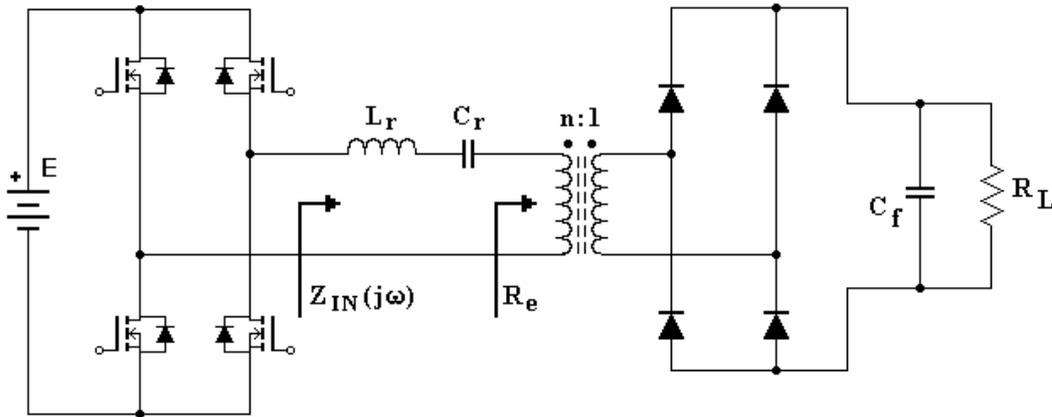


Fig. 5.2. SRC clásico indicando los terminales de evaluación de la R_e

Para el SRC clásico, la tensión de salida del puente inversor, y en concreto su primer armónico, $v_{gen,1}$, excita un sistema RLC serie formado por L_r , C_r y R_e , tal como se presenta en la figura 5.3.

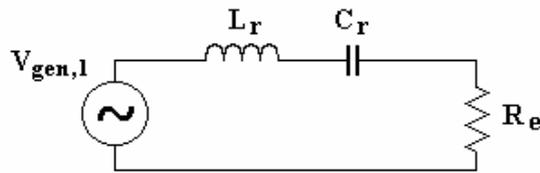


Fig. 5.3. Modelo de comportamiento en el análisis de primer armónico

Considerando R_e como una resistencia lineal óhmica, la impedancia de entrada del circuito se obtiene con la expresión:

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_{L_r} - jX_{C_r} + R_e = j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + R_e \quad (5.2)$$

Normalizando la ecuación (5.2) resulta

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = \frac{R_e}{Z_C} + j \left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \right) \quad (5.3)$$

En la figura 5.4 se representa el módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado respecto a la frecuencia normalizada, para diferentes valores de R_e/Z_C . Las tres curvas que aparecen en la figura son el valor límite 0, correspondiente a una R_e nula (en color azul), el valor 0,5 (en color rojo) y el valor 2 (en color magenta). Un valor de R_e infinito es evidente que provocará en el valor de $|Z_{IN}(j\omega)|$ un valor infinito para cualquier frecuencia.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

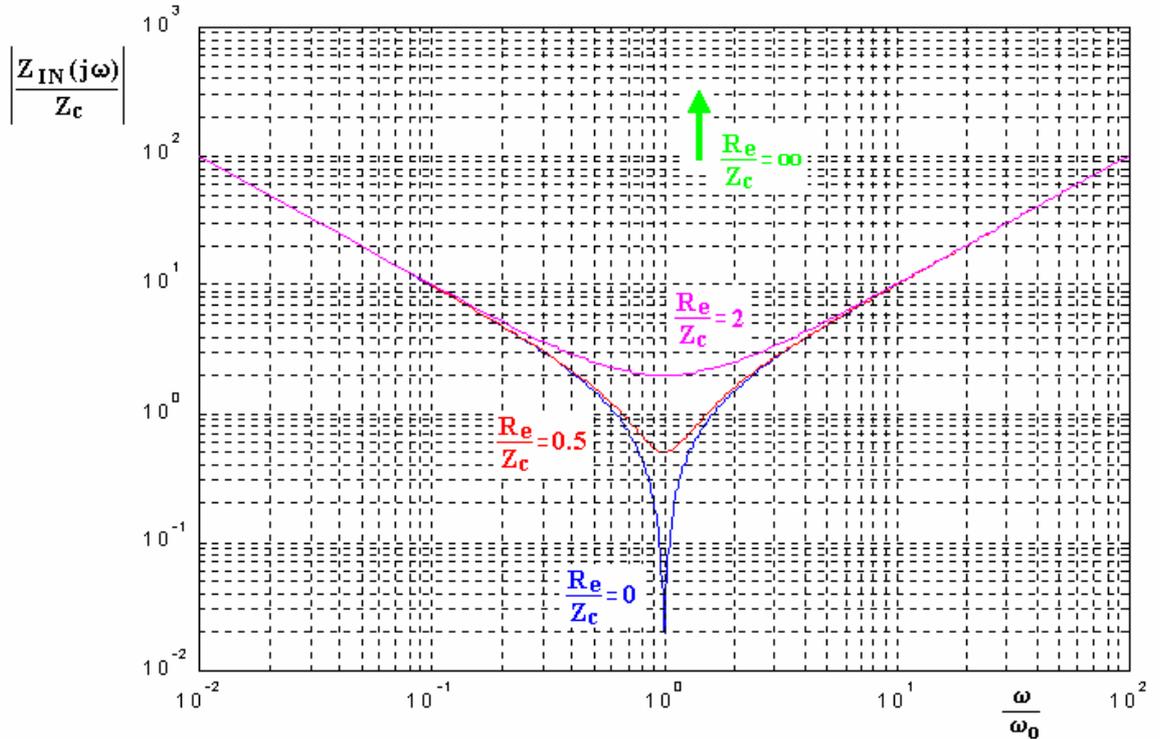


Fig. 5.4. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada

De la ecuación (5.3), en la que se considera una resistencia R_e lineal, se deducen las siguientes conclusiones:

- Para cualquier valor de resistencia efectiva, R_e , el módulo de la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ estará acotado a un valor perteneciente a la región que encierran las curvas $R_e = 0$ y $R_e = \infty$.
- Para cualquier frecuencia si disminuye la R_e , el $|Z_{IN}(j\omega)|$ tiende a disminuir y viceversa.

Esta última conclusión muestra, afortunadamente, en el SRC un comportamiento propio de un convertidor PWM. Un incremento del valor de la carga en el convertidor va a provocar una disminución de las corrientes por el convertidor, y viceversa. Conviene recordar que en el PRC este efecto sucede a la inversa, ocasionando una importante problemática que ha sido comentada en el anterior apartado.

El peor margen de frecuencias de trabajo continúa siendo el próximo a la frecuencia de resonancia, no existiendo puntos tal como la f_m que aparecen en el PRC. Esto hace que la determinación de un punto de frecuencia óptimo de trabajo no sea evidente y sea más propio hablar de una franja óptima.

5.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador

En la figura 5.5 se presenta el esquema del SRC-CR en estudio. En este convertidor la resistencia efectiva, R_e , será una impedancia efectiva dependiente del ángulo, $Z_e(d)$, tal como se demostrará a continuación.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

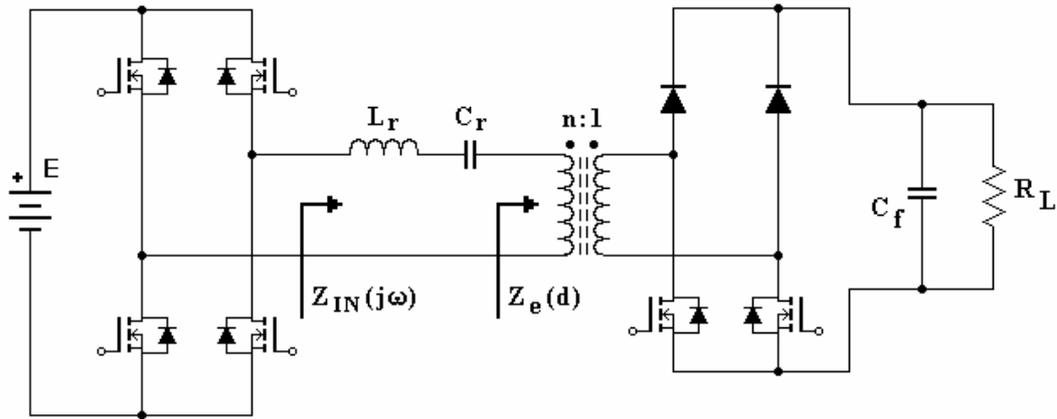


Fig. 5.5. SRC-CR indicando los terminales de evaluación de $Z_{IN}(j\omega)$ y $Z_e(d)$

Se procede a determinar una expresión de la impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador, $Z_e(d)$, dada la evolución de las formas de onda del convertidor. En la figura 5.6 se presenta el convertidor SRC-CR con un modelado parcial del bloque inversor de excitación del tanque resonante y del bloque rectificador.

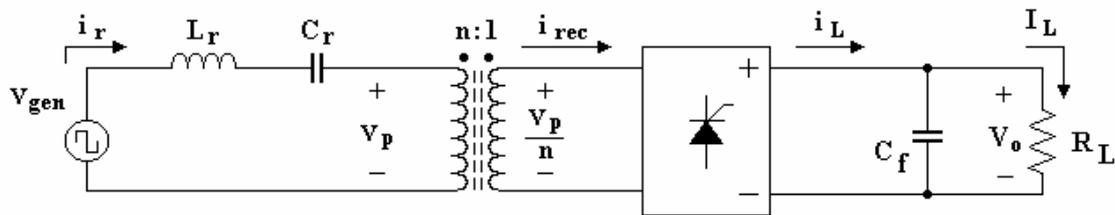


Fig. 5.6. Modelo del convertidor SRC-CR

Se considera el supuesto de rizado nulo en la tensión del condensador del filtro de salida. De esta forma, la tensión en la carga, V_o , es de valor constante. También, la corriente que circula por la resistencia de carga, I_L , es de valor constante e igual al valor medio de la corriente i_L . La tensión v_p tendrá forma de semicuadrada con una duración de su tiempo muerto impuesta por la relación de conducción de los interruptores del puente rectificador. Fuera de los instantes de valor nulo en v_p , su signo vendrá impuesto por el signo de la corriente i_r .

En la figura 5.7 se presenta una posible evolución de las formas de onda de corriente y tensión más significativas. Corresponden a una evolución ideal en estado estacionario y para una relación de transformación unitaria. Aparece la corriente resonante i_r (en verde), la tensión de salida V_o (en rojo), la tensión de entrada del transformador, v_p , o del puente rectificador, v_p/n (en azul) y su correspondiente primer armónico como $v_{p,1}$ (en rosa discontinuo).

Se observa que la tensión v_p es semicuadrada de valor de pico V_o y con un determinado ciclo de trabajo d impuesto por el rectificador. Se observa, además, que entre el primer armónico de v_p e i_r existe un desfase, por lo que nuevamente, para el SRC-CR, se ha de

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

hablar de una impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción, $Z_e(d)$, en lugar de R_e .

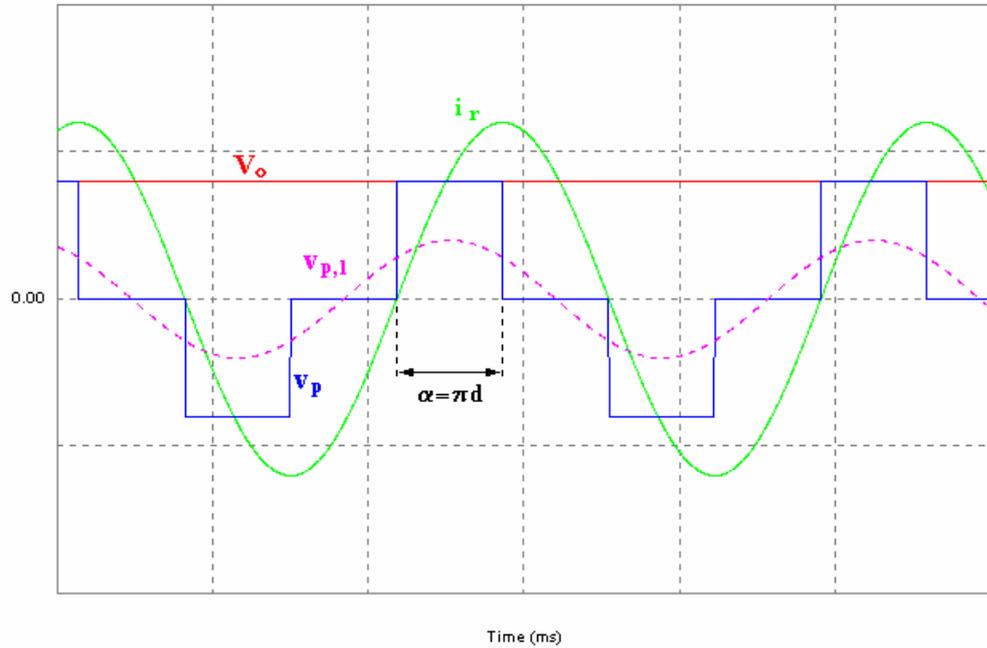


Fig. 5.7. Formas de onda ideales en el convertidor

El rectificador controlado y el filtro de salida hacen que la corriente por la carga cumpla

$$I_L = n \hat{i}_r \frac{(1 - \cos \pi d)}{\pi} \quad (5.4)$$

El primer armónico de v_p , $v_{p,1}$, mediante la descomposición en Serie de Fourier, viene dado por la siguiente expresión

$$v_{p,1}(t) = n V_o \frac{2\sqrt{2}}{\pi} \sqrt{1 - \cos \pi d} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right) \quad (5.5)$$

como función del valor de tensión constante V_o y de la relación de conducción, d , de los interruptores del rectificador.

Dado que

$$V_o = I_L R_L \quad (5.6)$$

se sustituye (5.4) en (5.6)

$$V_o = n R_L \frac{(1 - \cos \pi d)}{\pi} \hat{i}_r \quad (5.7)$$

y posteriormente en (5.5) para obtener

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$v_{p,1}(t) = \hat{i}_r n^2 R_L \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} (1 - \cos \pi d)^{3/2} \cdot \sin\left(\omega t + \frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right) \quad (5.8)$$

Mediante una representación fasorial de la tensión $v_{p,1}$ y la corriente i_r , se obtiene la impedancia efectiva como

$$Z_e(d) = |Z_e(d)| e^{j\varphi_d} = \frac{\hat{v}_{p,1} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)}}{\hat{i}_r e^{j(0)}} = \frac{\hat{i}_r n^2 R_L \frac{2\sqrt{2}}{\pi^2} (1 - \cos \pi d)^{3/2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)}}{\hat{i}_r e^{j(0)}} \quad (5.9)$$

resultando

$$Z_e(d) = R_L n^2 \frac{\sqrt{8 \cdot (1 - \cos \pi d)^3}}{\pi^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)} \quad (5.10)$$

La representación gráfica de la ecuación (5.10) normalizada al valor de la resistencia de carga R_L y la relación de transformación al cuadrado, se representa en las siguientes figuras. En la figura 5.8 se presenta el módulo y en la figura 5.9 el argumento. Se aprecia que cuando los valores de la relación de conducción, d , tienden a cero el módulo de la impedancia efectiva tiende también a cero, y para valores de d que tienden a 1 dicho módulo tiende al valor de la resistencia efectiva de la ecuación (5.1).

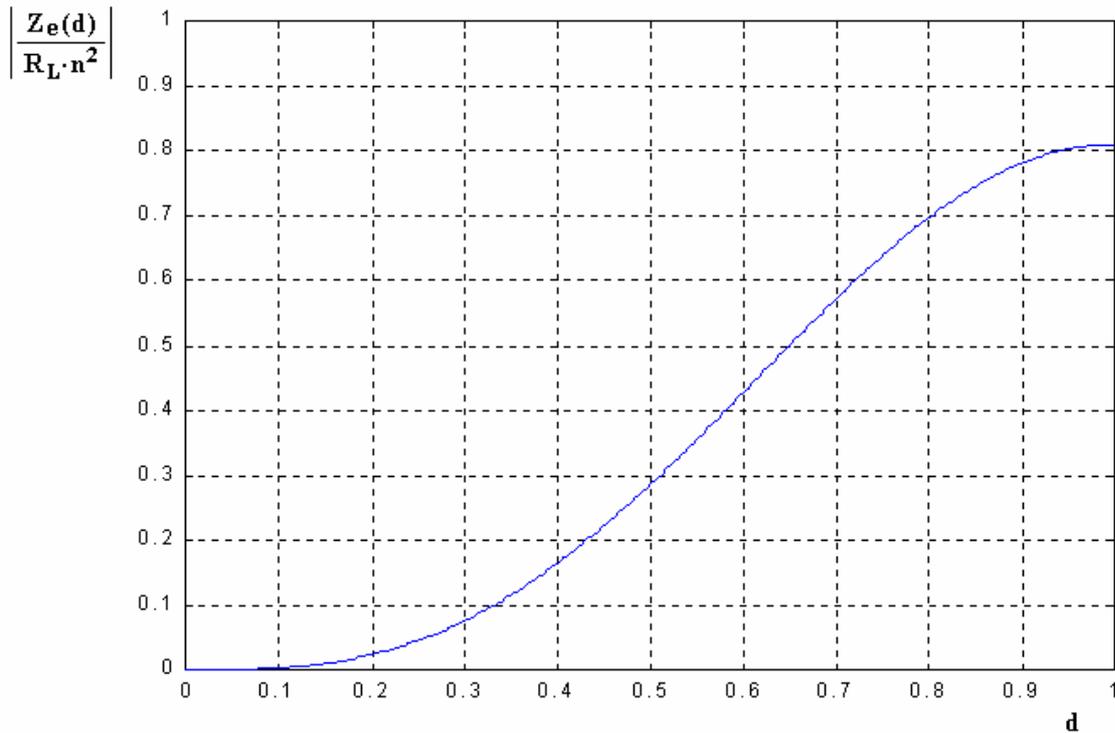


Fig. 5.8. Módulo de $Z_e(d)$ normalizado en R_L y n^2

Se observa también que la evolución del argumento de la impedancia efectiva es lineal desde 0° a 90° .

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

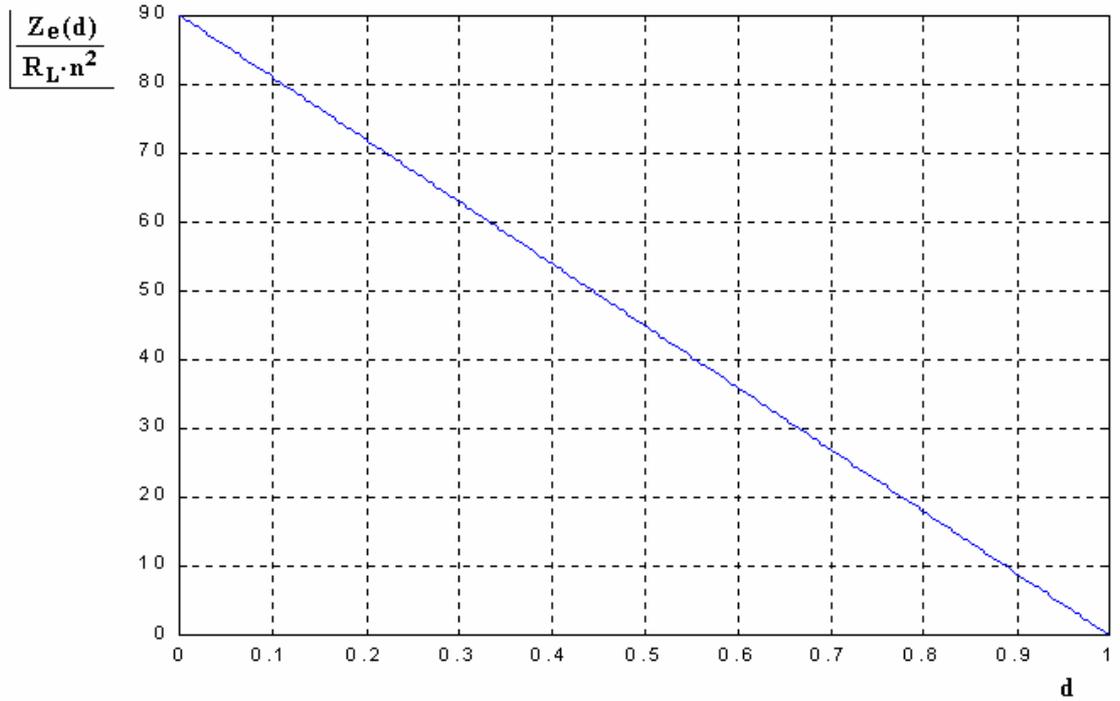


Fig. 5.9. Argumento de $Z_e(d)$

Normalizando la ecuación (5.10) respecto a la impedancia característica del tanque resonante, Z_C , se obtiene la ecuación (5.11) nuevamente en términos del índice de carga, $n^2 R_L / Z_C$, que será utilizada en posteriores deducciones.

$$\frac{Z_e(d)}{Z_C} = n^2 \frac{R_L}{Z_C} \frac{\sqrt{8 \cdot (1 - \cos \pi d)^3}}{\pi^2} e^{j\left(\frac{\pi}{2} - \frac{\pi d}{2}\right)} \quad (5.11)$$

5.1.3 Impedancia de entrada del SRC-CR

La impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ queda definida por la ecuación

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_{L_r} - jX_{C_r} + Z_e(d) = j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_r} + Z_e(d) \quad (5.12)$$

que se puede normalizar de la forma

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = \frac{Z_e(d)}{Z_C} + j\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right) \quad (5.13)$$

Esta última ecuación depende de R_L y d , por el término de $Z_e(d)$, y depende de la frecuencia de trabajo, f_s . En este momento del análisis aún no hay definido un punto de frecuencia óptimo del convertidor, por lo que existen tres variables en juego en dicha ecuación para su presentación gráfica. Para caracterizar el comportamiento de la $Z_{IN}(j\omega)$ se propone representar su módulo para los siguientes casos con valores normalizados:

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

- i. respecto a la frecuencia de conmutación f_s para diferentes índices de carga, considerando varias relaciones de conducción, d , y
- ii. respecto a f_s para diferentes d , considerando varios índices de carga.

✓ Caso i. Corresponde a las figuras 5.10 a 5.14. Cada gráfica presenta una relación de conducción, d , diferente en el convertidor, de 0,2 , 0,4 , 0,6 , 0,8 y 1,0. En cada gráfica aparecen los valores de índice de carga de 0,5 , 1, 2, 5 y 10.

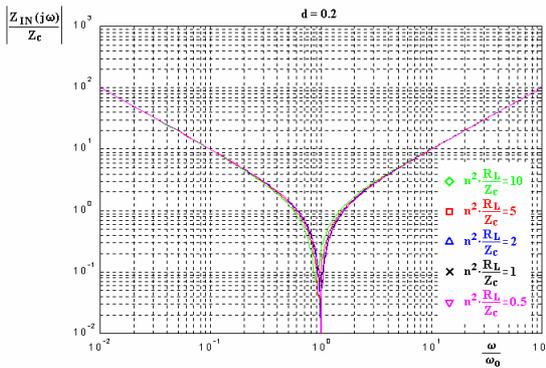


Fig. 5.10. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,2$

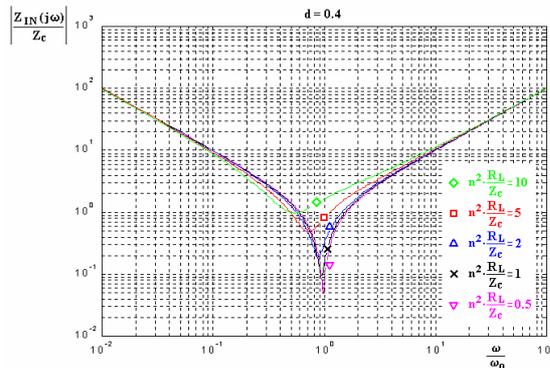


Fig. 5.11. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,4$

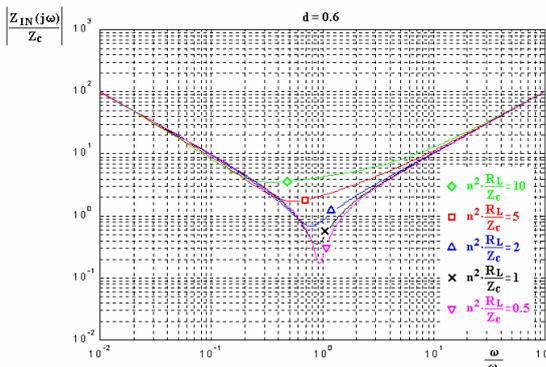


Fig. 5.12. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,6$

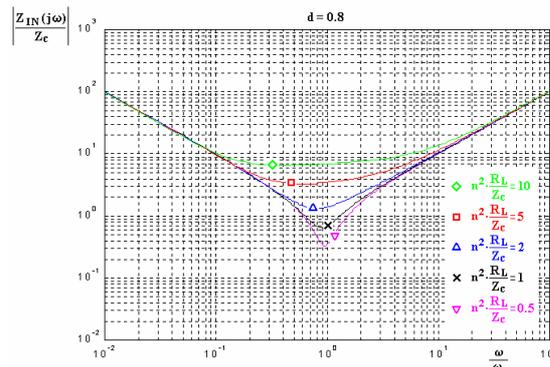


Fig. 5.13. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 0,8$

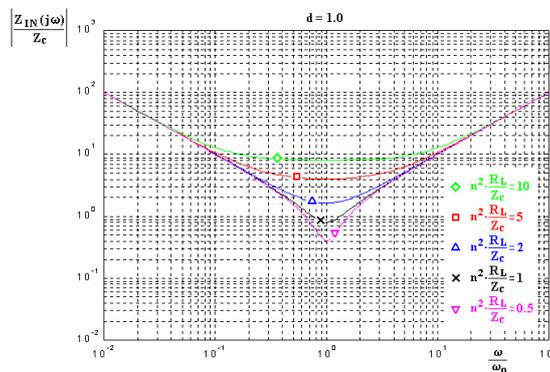


Fig. 5.14. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $d = 1,0$

Se observa que, debido al efecto de la $Z_e(d)$, se desplaza el punto de resonancia del convertidor. Esto hace que si la frecuencia f_s es superior a la de resonancia del tanque

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

LC se garantiza en la $Z_{IN}(j\omega)$ un comportamiento inductivo en el tanque resonante. Si f_s es inferior a la frecuencia de resonancia f_o , dependiendo del valor de resistencia R_L , el comportamiento puede ser capacitivo, resistivo o inductivo.

✓ Caso ii. Corresponde a las figuras 5.15 a 5.19. Cada gráfica presenta el comportamiento para un índice de carga de 0,5, 1, 2, 5 y 10. En cada gráfica se observa la evolución para las relaciones de conducción de 0,2, 0,4, 0,6, 0,8 y 1,0.

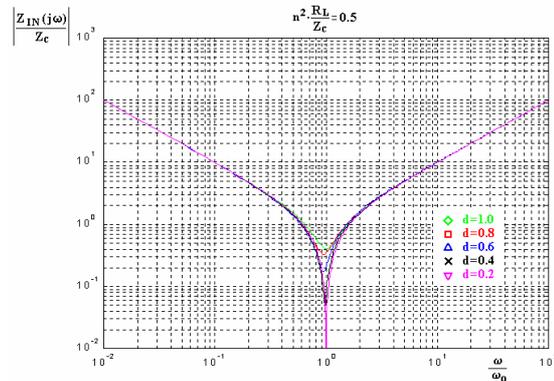


Fig. 5.15. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 0,5

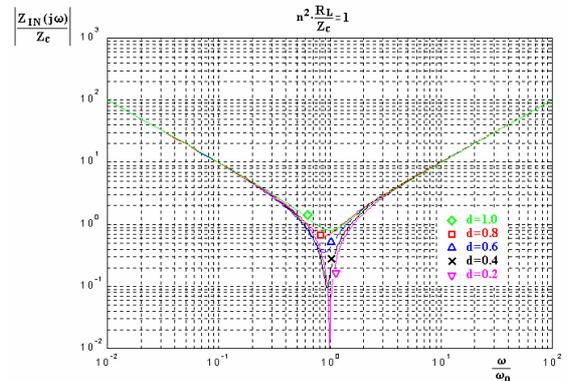


Fig. 5.16. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 1

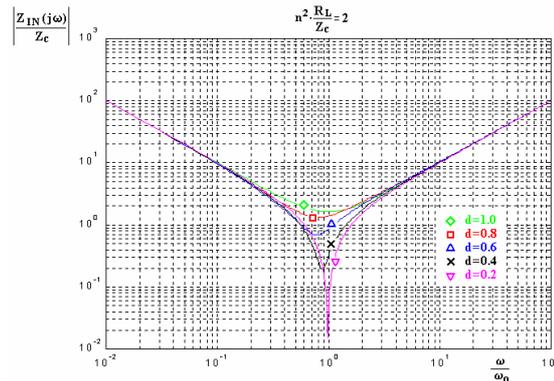


Fig. 5.17. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 2

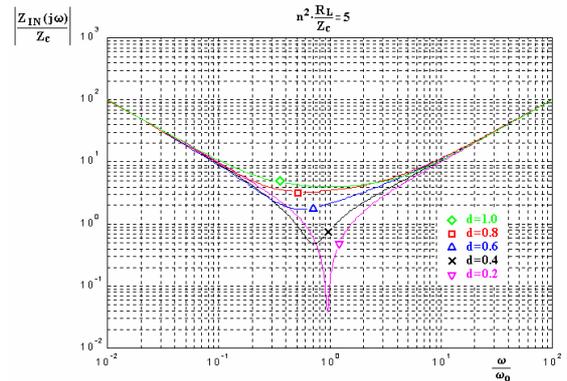


Fig. 5.18. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 5

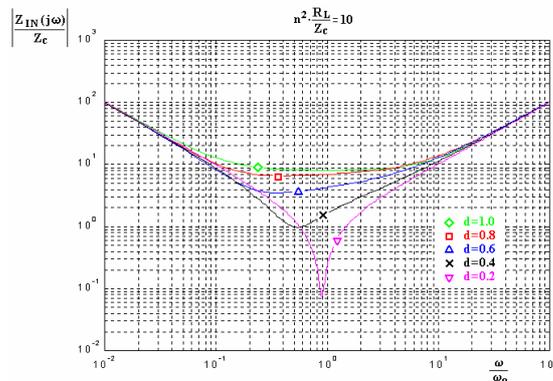


Fig. 5.19. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada para un índice de carga de 10

Se observa, tal como en el anterior caso presentado, que para determinados índices de carga, la variación del ángulo de conducción del bloque rectificador hace variar la

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

frecuencia de resonancia. En todos los casos observados la nueva frecuencia de resonancia es de valor inferior a la frecuencia natural del tanque LC.

De los resultados obtenidos se concluye que el margen óptimo de frecuencias de conmutación del inversor es por encima de la frecuencia de resonancia del tanque LC y suficientemente alejado de los puntos de baja impedancia. La impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, tendrá un comportamiento inductivo y el tipo de conmutación en los interruptores del inversor será *ZVS*, que es más recomendable que la conmutación *ZCS*. El punto óptimo de trabajo se situará en aquellas frecuencias en el margen indicado tal que garanticen un $|Z_{IN}(j\omega)|$ mínimo aceptable para los parámetros de diseño del convertidor en el caso de R_L nula o de relación de conducción nula.

Otras ecuaciones de interés para la impedancia de entrada son las indicadas a continuación:

$$Z_{IN}(j\omega) = \frac{v_{gen,1} e^{j\phi_v}}{i_r e^{j\phi_i}} \quad (5.14)$$

y su módulo

$$|Z_{IN}(j\omega)| = \frac{\hat{v}_{gen,1}}{\hat{i}_r} \quad (5.15)$$

5.1.4 Corriente de salida normalizada

Introduciendo (5.15) en (5.4) y sustituyendo el valor de pico del primer armónico de v_{gen} , (ecuación 4.37 del apartado 4.1.6) se obtiene

$$I_L = \frac{4n}{\pi^2} \frac{E}{|Z_{IN}(j\omega)|} (1 - \cos \pi d) \quad (5.16)$$

que se puede expresar en forma normalizada mediante el término I_{base} (ecuación 4.139 del apartado 4.2.7) como

$$\frac{I_L}{I_{base}} = \frac{4}{\pi^2} \frac{(1 - \cos \pi d)}{|Z_{IN}(j\omega)|} \quad (5.17)$$

Z_C

La ecuación (5.17) se representa para una frecuencia $1,1f_o$ respecto a d en la figura 5.20 y respecto al índice de carga en la figura 5.21.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

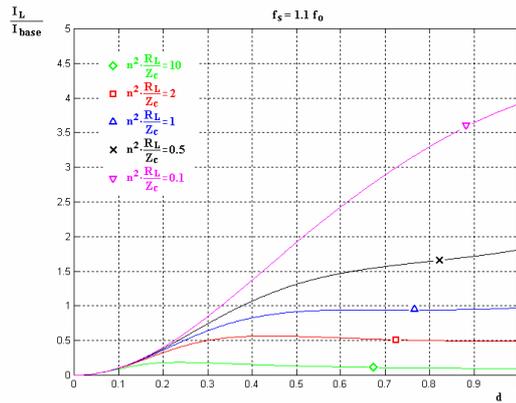


Fig. 5.20. I_L normalizada respecto a la relación de conducción

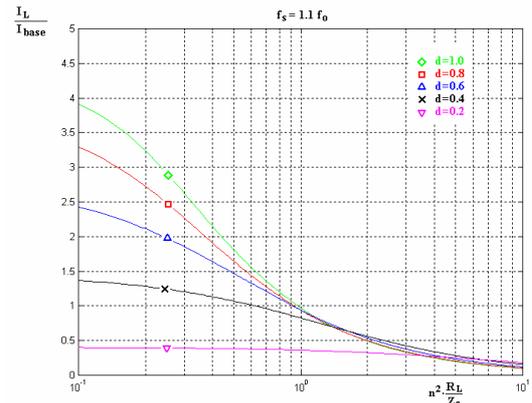


Fig. 5.21. I_L normalizada respecto al índice de carga

A continuación se representa para una frecuencia $1,5f_0$ en la figura 5.22 y en la figura 5.23.

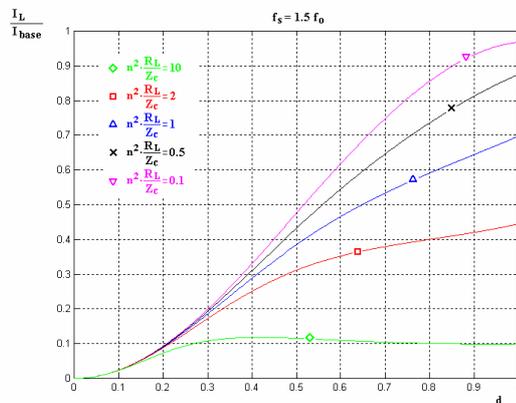


Fig. 5.22. I_L normalizada respecto a la relación de conducción

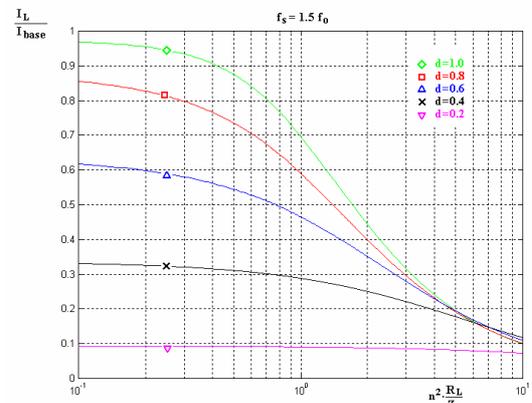


Fig. 5.23. I_L normalizada respecto al índice de carga

Finalmente se representa para una frecuencia $2,0f_0$ en la figura 5.24 y en la figura 5.25.

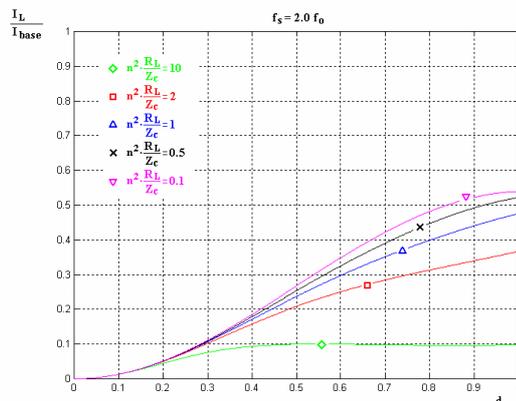


Fig. 5.24. I_L normalizada respecto a la relación de conducción

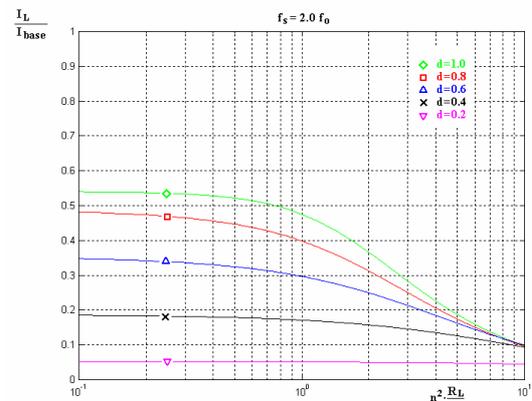


Fig. 5.25. I_L normalizada respecto al índice de carga

En las gráficas anteriores se observa que es posible realizar una regulación excelente de la corriente de salida del convertidor para un gran margen de valores de resistencia de

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

carga. En concreto para los índices de carga pequeños, en los que la regulación puede ser prácticamente lineal. Además, se deducen otras conclusiones de las figuras anteriormente presentadas sobre la corriente de salida del convertidor, y como es afectada por los valores del índice de carga y por la frecuencia de trabajo del puente inversor.

Respecto a los efectos del índice de carga en el convertidor, el caso más crítico corresponde al representado en la figura 5.21, el de frecuencia de conmutación más baja. En dicha figura se observa que, para índices de carga superiores aproximadamente a 1, no existe proporcionalidad entre los incrementos de la relación de conducción y los incrementos de la corriente de salida. Esta consideración es importante de cara a la efectividad del controlador en el convertidor, siendo evidentemente la zona de trabajo de interés aquella en la que existe proporcionalidad entre la relación de conducción y la corriente de salida. Por lo tanto, van a ser de interés los índices de carga pequeños, que se consiguen principalmente en aplicaciones en que sea necesario el uso de un transformador elevador. La relación de transformación, n , será un número inferior a la unidad, que al elevarse al cuadrado favorecerá que el índice de carga sea un valor suficientemente pequeño en el convertidor.

Respecto a la frecuencia de conmutación, f_s , el margen de proporcionalidad entre corriente de salida y relación de conducción se incrementa del valor aproximadamente 1 de la figura 5.21 hasta el valor de 5 en la figura 5.23 y hasta el valor 8 en la figura 5.25. Por tanto parece beneficioso el incremento de la frecuencia de conmutación, pero no es del todo aconsejado, pues la corriente de salida máxima del convertidor es más pequeña conforme se incrementa la frecuencia, tal como se observa en las figuras.

Conviene recordar que la frecuencia de conmutación del convertidor está básicamente condicionada por el $|Z_{IN}(j\omega)|$ mínimo deseada en el convertidor, por lo que es un parámetro de partida en el diseño del convertidor.

De las gráficas respecto al índice de carga también se puede deducir el impacto de las variaciones de la resistencia de carga, R_L , en la corriente de salida. Para los casos de índices de carga bajos (por ejemplo 0,2) y frecuencias normalizadas altas (por ejemplo 1,5 o 2) se observa que existen tramos en los que la pendiente de la curva de la corriente de salida es casi nula. En estos tramos, las perturbaciones de la carga apenas afectarán a la corriente de salida, siendo innecesaria una corrección por el controlador.

5.1.5 Criterios de cálculo del convertidor

La magnitud eléctrica principal en el dimensionado del convertidor es la corriente resonante, i_r . Su valor nos condicionará la selección de interruptores del puente inversor y el diseño de la bobina del tanque resonante.

El valor de i_r depende de la corriente de salida del convertidor, I_L , y ésta puede tomar valores entre un máximo, que ha de ser conocido, y un mínimo nulo. Para el caso que la corriente por la carga sea nula, la corriente i_r será máxima, pues la impedancia $Z_e(d)$ es nula y el $|Z_{IN}(j\omega)|$ mínimo. Para una corriente en la carga máxima, la corriente resonante será mínima pues la impedancia $Z_e(d)$ es máxima y, por tanto, el $|Z_{IN}(j\omega)|$ también.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

No obstante, si el índice de carga del convertidor es suficientemente bajo, del orden de 0,5 o inferior, la corriente resonante máxima y mínima son valores muy próximos que se pueden considerar, a efectos de cálculo, iguales. Esta observación se puede apreciar claramente en la figura 5.15. Bajo la aproximación de que la corriente i_r va a permanecer invariable para cualquier relación de conducción, es fácil calcular el convertidor pues el módulo de la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ va a ser constante.

Conviene recordar que tras realizar los simples cálculos de diseño será necesario verificar que el índice de carga es suficiente para cumplir con la aproximación realizada.

Por su simplicidad se considera el caso de corriente de salida nula. Su modelo circuital es el representado en la figura 5.26.

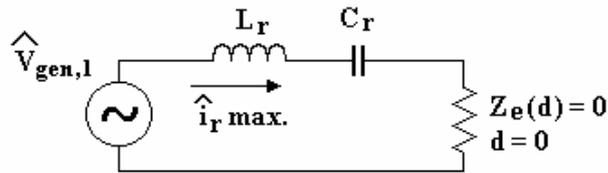


Fig. 5.26. Modelo para $I_L = 0$

Conocida la corriente de salida máxima del convertidor, $I_L máx$, se elige una relación de transformación, n , del transformador para que la corriente i_r sea del valor deseado mediante la siguiente ecuación:

$$\hat{i}_r = \frac{\pi I_L máx}{2 n} \quad (5.18)$$

Se observa que la relación de transformación da un grado de libertad para la estimación de la corriente i_r . El valor de la relación n , además, nos influirá en el índice de carga del convertidor.

La impedancia de entrada en el convertidor dependerá de la tensión de alimentación del convertidor y de la corriente resonante. Especificados ambos valores de tensión y corriente, el cálculo de la $Z_{IN}(j\omega)$ se obtiene mediante la ecuación (5.15) tal como

$$|Z_{IN}(j\omega)| = \frac{4 E}{\pi \hat{i}_r} \quad (5.19)$$

Por otro lado, el valor de la $Z_{IN}(j\omega)$ está caracterizado en la ecuación (5.13) respecto a los componentes del circuito y su frecuencia de trabajo, f_s . El módulo de dicha ecuación para el caso particular de $Z_e(d)$ nulo es

$$|Z_{IN}(j\omega)| = \frac{\left(\frac{\omega}{\omega_o}\right)^2 - 1}{\frac{\omega}{\omega_o}} Z_c \quad (5.20)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Mediante la ecuación (5.20) se elige el módulo de impedancia de entrada en el convertidor. Este valor está condicionado por la frecuencia de trabajo del inversor y de la impedancia característica del tanque. En la Tabla 5.1 se indican los valores que toma el término dependiente de la frecuencia de la ecuación (5.20) respecto a las frecuencias que están siendo consideradas como ejemplo.

$\frac{\omega}{\omega_o}$	1,1	1,5	2,0
$\left(\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega}\right)$	0,19	0,83	1,50

Tabla 5.1. Valores del término dependiente de la frecuencia en la ecuación (5.20)

Del análisis realizado en anteriores apartados para la $Z_{IN}(j\omega)$ (5.1.3) y de la I_L del convertidor (5.1.4), los mejores resultados se obtienen para frecuencias de conmutación del inversor entorno al valor de $1,5f_o$. Seleccionando una frecuencia en el margen indicado, se puede obtener el valor de la impedancia característica Z_C del tanque resonante con (5.20).

Conocida la relación de transformación, n , la impedancia característica, Z_C , y la resistencia de carga, R_L , máxima que va a existir en el convertidor, se puede estimar el índice de carga del convertidor. Este valor ha de estar en el margen adecuado anteriormente comentado. Si no es así, se ha de volver a realizar el cálculo del convertidor:

- ✓ dada la I_L máxima estimar un nuevo valor de n ,
- ✓ obtener la i_r ,
- ✓ obtener el $|Z_{IN}(j\omega)|$,
- ✓ seleccionar una frecuencia dentro del margen adecuado y obtener la Z_C ,
- ✓ verificar nuevamente el índice de carga.

Una vez verificado un índice de carga adecuado para el convertidor, conocida la Z_C y la frecuencia de conmutación, f_s , se puede elegir la bobina y el condensador resonantes, L_r y C_r , respectivamente.

5.1.6 Resultados de simulación

El esquema PSIM del convertidor SRC-CR se indica en la figura 5.27. La tensión de entrada del convertidor es de 175 V. La relación de transformación del transformador de aislamiento es $n = 0,25$. La impedancia característica del tanque resonante es de $46,9 \Omega$, dados los valores de inductancia y condensador resonantes utilizados. La resistencia de carga del convertidor es de 75Ω . Con estos datos resulta un índice de carga de valor 0,1.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

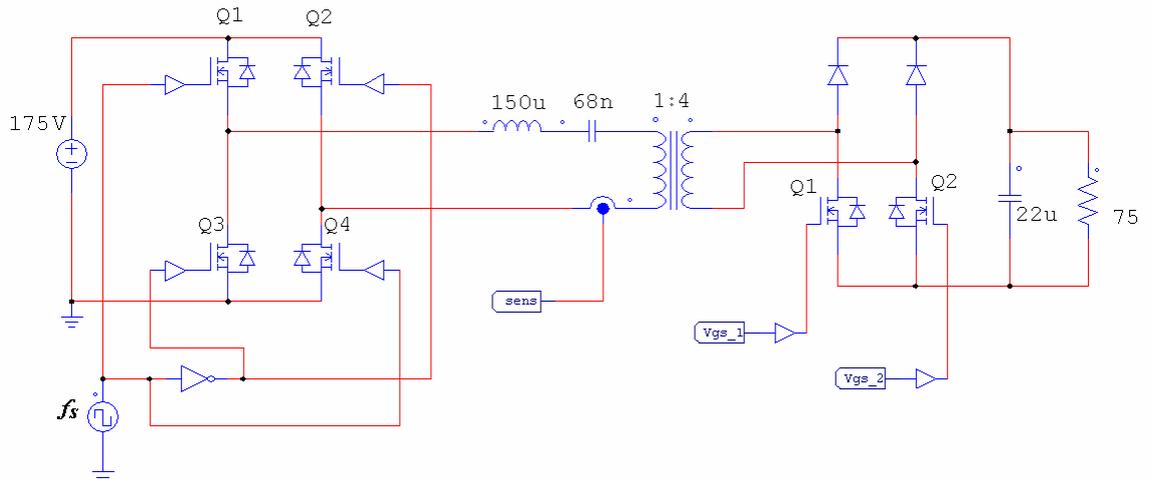


Fig. 5.27. Esquema del convertidor

Se simula el convertidor a la frecuencia de $1,5f_o$, que, con los componentes resonantes elegidos, resulta ser de 75 kHz. Los valores esperados en el convertidor son los siguientes:

- ✓ La impedancia de entrada $|Z_{IN}(j\omega)|$, mediante la ecuación (5.20) es de 39 Ω .
- ✓ Con el índice de carga del convertidor se puede suponer el $|Z_{IN}(j\omega)|$ prácticamente constante ante variaciones de la relación de conducción.
- ✓ El valor de pico de la corriente resonante, mediante la ecuación (5.19), es de 5,72 A.

En la figura 5.28 se representan las formas de onda obtenidas en la simulación correspondiente a una relación de conducción de 0,3 . El valor de pico observado en la corriente resonante i_r es de 6,2 A, siendo muy próximo al valor esperado de 5,72 A. El valor observado de la corriente de salida I_L es de 0,2 A, siendo muy próximo al valor que se deduce de la figura 5.23.

En la figura 5.29 se representan las formas de onda obtenidas en la simulación correspondiente a una relación de conducción de 0,6 . El valor de pico observado en la corriente resonante i_r es también de 6,2 A, por lo que se valida la hipótesis de que el módulo $|Z_{IN}(j\omega)|$ permanece constante y por tanto la corriente i_r también. El valor observado de la corriente de salida I_L es de 0,58 A, siendo idénticamente muy próximo al valor que se deduce de la figura 5.23.

De ambas simulaciones se puede deducir que el error entre los valores predecibles por el análisis y los obtenidos por simulación son pequeños, por lo que se valida, en este convertidor también, el método de análisis por aproximación al primer armónico y las deducciones derivadas a partir del método expuesto.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.1 Análisis por aproximación al primer armónico

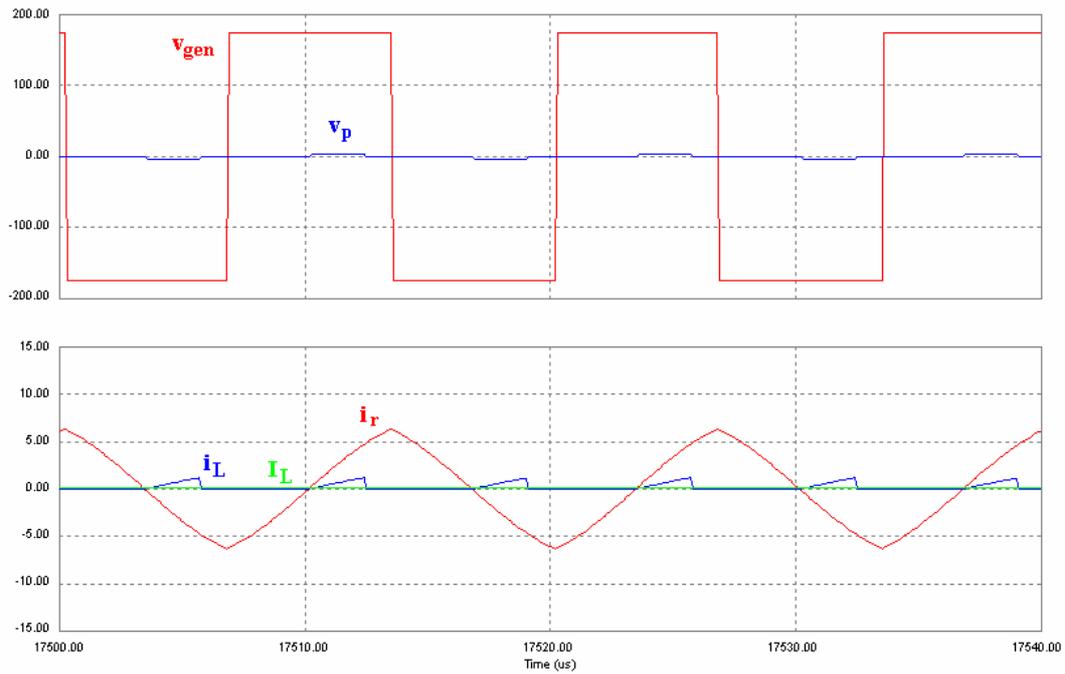


Fig. 5.28. Resultado de simulación para $d = 0,3$

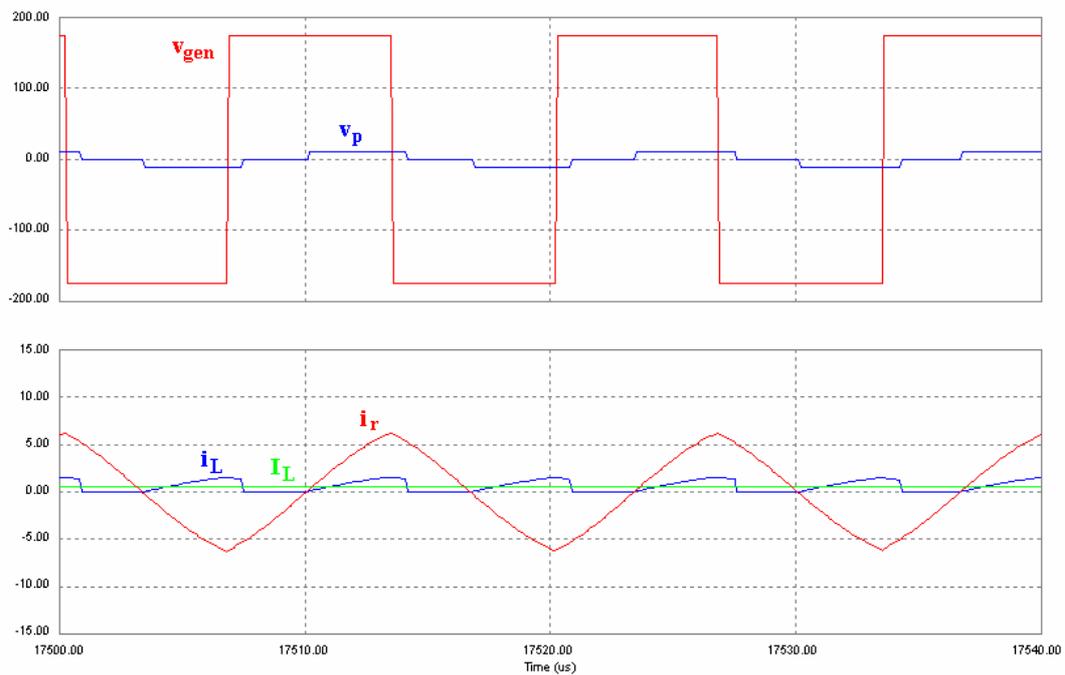


Fig. 5.29. Resultado de simulación para $d = 0,6$

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

5.2.1 Introducción

A continuación se va a determinar la evolución de las formas de onda en estado estacionario de las magnitudes resonantes en el dominio del tiempo del SRC-CR.

La metodología de análisis es la misma que la realizada para el convertidor PRC-CR. Dada la periodicidad y simetría de las formas de onda, el análisis se realizará sólo para el semiperiodo positivo de la corriente resonante, i_r , siendo sus conclusiones extensibles al semiperiodo negativo.

Mediante la aproximación típica de tensión constante en la carga, el convertidor se modela tal como aparece en la figura 5.30, en la que el filtro de salida se considera ideal y se sustituye por su equivalente como fuente de tensión.

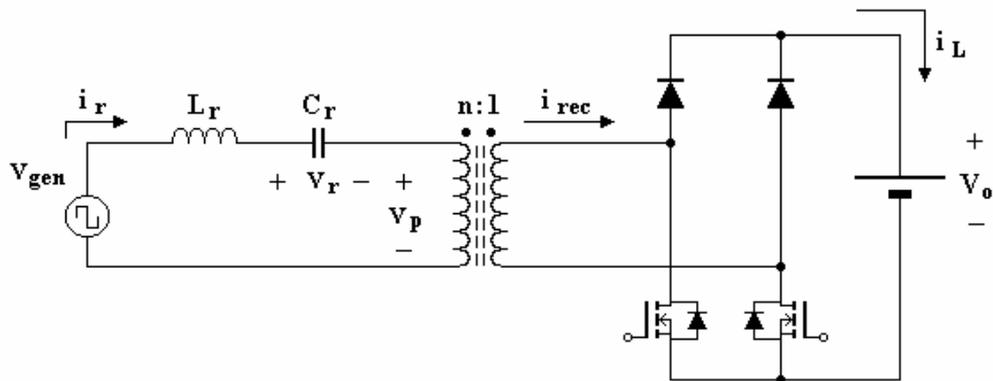


Fig. 5.30. Modelo de comportamiento del SRC-CR

En la figura 5.31 se representa una evolución típica de las formas de onda en el convertidor. Como es lógico, la forma de onda que se toma como referencia es la corriente resonante, i_r , (en rojo), pues con su paso por cero se inicia el intervalo de conducción de la etapa rectificadora de salida. Además, en la figura aparece en azul la tensión de salida del puente inversor, v_{gen} , en verde la corriente de salida del rectificador, i_L , y en rosa la tensión en el condensador resonante, v_r .

Se observa en la misma figura 5.31 que dentro de un semiperíodo de funcionamiento aparecen tres intervalos de estudio:

- ✓ de t_0 a t_d , de duración impuesta por el controlador, que establece el tiempo t_{ON} , del rectificador,
- ✓ de t_d a t_1 , de duración no controlada y variable dependiente del punto de trabajo del convertidor, y
- ✓ de t_1 a t_2 , también de duración variable por depender del segundo intervalo.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

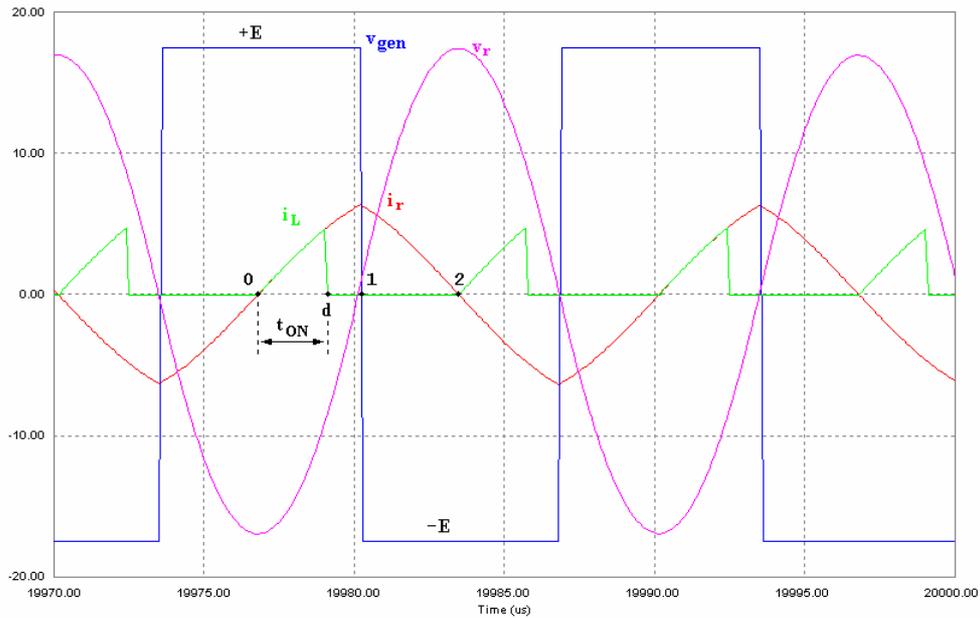


Fig. 5.31. Formas de onda en estado estacionario del SRC-CR con referencia en la corriente resonante. **Caso 1**

Esta secuencia de intervalos es denominada **Caso 1**, y se observa que existe corriente i_L , de valor $n \cdot i_r$, desde el instante t_0 hasta el instante t_d , siempre antes del instante t_1 . No obstante, puede existir otra secuencia de intervalos en el convertidor, tal como se presenta en la figura 5.32, estableciendo esta nueva secuencia el denominado **Caso 2**.

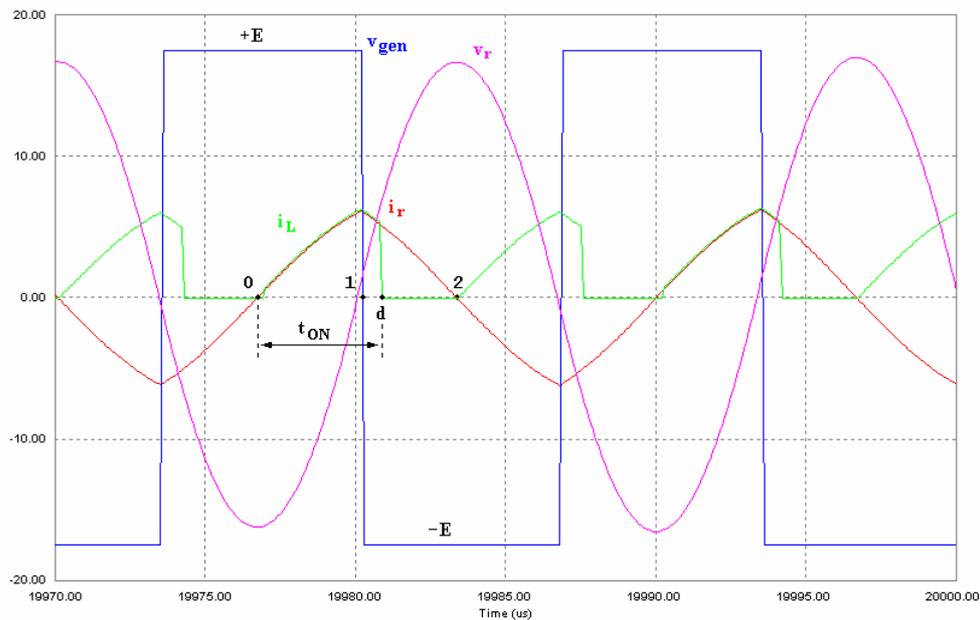


Fig. 5.32. Formas de onda en estado estacionario del SRC-CR con referencia en la corriente resonante. **Caso 2**

En esta última secuencia sucede, tal como se aprecia en la figura 5.32, que t_d es posterior a t_1 , siendo los intervalos de estudio:

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

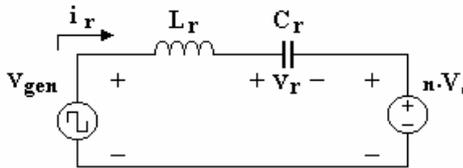
5.2 Solución del modelo en espacio de estado

- ✓ de t_0 a t_1 , de duración no controlada y variable dependiente del punto de trabajo del convertidor,
- ✓ de t_1 a t_d , de duración variable dependiente del punto de trabajo del convertidor, pero deducible conocidos el t_{ON} impuesto por el control y la duración del primer intervalo.
- ✓ de t_1 a t_2 , de duración conocida por depender de t_{ON} y del período de la tensión de excitación del tanque resonante.

5.2.2 Solución general de las variables resonantes

Comenzando por el **Caso 1** de estudio indicado en la figura 5.31, se analizan los tres modos topológicos por los que evoluciona el convertidor.

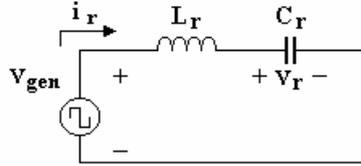
- Primero, de t_0 a t_d con el modelo circuital de la figura 5.33 y las ecuaciones (5.21):



$$\begin{cases} E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r + nV_o \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.21)$$

Fig. 5.33. Modelo de t_0 a t_d

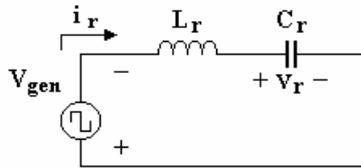
- Segundo, de t_d a t_1 con el modelo circuital de la figura 5.34 y las ecuaciones (5.22):



$$\begin{cases} E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.22)$$

Fig. 5.34. Modelo de t_d a t_1

- Tercero, de t_1 a t_2 con el modelo circuital de la figura 5.35 y las ecuaciones (5.23):



$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.23)$$

Fig. 5.35. Modelo de t_1 a t_2

El sistema modelado se puede describir en notación de espacio de estado, a partir de las ecuaciones (5.21) a (5.23), como

$$\begin{bmatrix} \frac{di_r}{dt} \\ \frac{dv_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{C_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_r} & \frac{-nV_o}{L_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (5.24)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

donde

$$u_1 = \{+1, -1\} \quad (5.25)$$

y

$$u_2 = \{+1, 0\} \quad (5.26)$$

Se observa que es un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (5.27)$$

donde

$$\text{de } t_0 \text{ a } t_d : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{0d} = [+1 \quad +1]^T \quad (5.28)$$

$$\text{de } t_d \text{ a } t_1 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{d1} = [+1 \quad 0]^T \quad (5.29)$$

$$\text{de } t_1 \text{ a } t_2 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{12} = [-1 \quad 0]^T \quad (5.30)$$

con solución dentro de cada intervalo mediante la ecuación

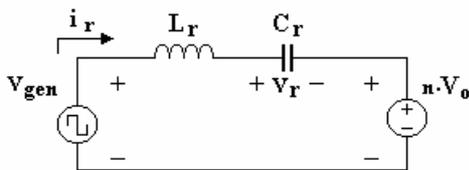
$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_i)} \mathbf{x}(t_i) + \int_{t_i}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad , \quad i := 0, d, 1, 2 \quad (5.31)$$

La solución general de (5.27) usando (5.31) en el intervalo adecuado es

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_r(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \cos(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ri} \\ v_{ri} \end{bmatrix} \dots \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{nV_o}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ E(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) & -nV_o(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (5.32)$$

Continuando con el **Caso 2** de estudio de la figura 5.32, y con igual metodología que la planteada para el **Caso 1**, se analizan sus tres modos topológicos.

- Primero, de t_0 a t_1 con el modelo circuital de la figura 5.36 y las ecuaciones (5.33):



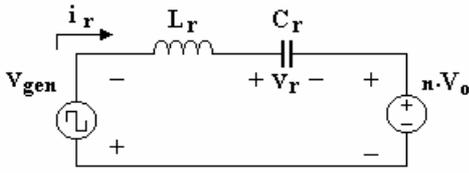
$$\begin{cases} E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r + nV_o \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.33)$$

Fig. 5.36. Modelo de t_0 a t_1

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

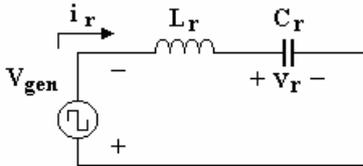
- Segundo, de t_1 a t_d con el modelo circuital de la figura 5.37 y las ecuaciones (5.34):



$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r + nV_o \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.34)$$

Fig. 5.37. Modelo de t_1 a t_d

- Tercero, de t_d a t_2 con el modelo circuital de la figura 5.38 y las ecuaciones (5.35):



$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_r \\ i_r = C_r \frac{dv_r}{dt} \end{cases} \quad (5.35)$$

Fig. 5.38. Modelo de t_d a t_2

El sistema descrito en ecuaciones de estado es, ahora,

$$\begin{bmatrix} \frac{di_r}{dt} \\ \frac{dv_r}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 \\ \frac{1}{C_r} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ v_r \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_r} & -\frac{nV_o}{L_r} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u'_1 \\ u'_2 \end{bmatrix} \quad (5.36)$$

donde

$$u'_1 = \{+1, -1\} \quad (5.37)$$

y

$$u'_2 = \{+1, 0\} \quad (5.38)$$

Se observa que, idénticamente al **Caso 1**, es un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u}' \quad (5.39)$$

donde

$$\text{de } t_0 \text{ a } t_1: \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{01} = [+1 \quad +1]^T \quad (5.40)$$

$$\text{de } t_1 \text{ a } t_d: \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{1d} = [-1 \quad +1]^T \quad (5.41)$$

$$\text{de } t_d \text{ a } t_2: \quad \mathbf{u}' = \mathbf{u}'_{d2} = [-1 \quad 0]^T \quad (5.42)$$

con solución dentro de cada intervalo mediante la ecuación

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\mathbf{x}(t) = e^{A(t-t_i)} \mathbf{x}(t_i) + \int_{t_i}^t e^{A(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'(\tau) d\tau, \quad i := 0, 1, d, 2 \quad (5.43)$$

De igual forma, se obtendrá la solución general de (5.39) usando (5.43) en el intervalo adecuado, resultando

$$\begin{bmatrix} i_r(t) \\ v_r(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cos(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \cos(\omega_o(t-t_i)) \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{ri} \\ v_{ri} \end{bmatrix} \dots \\ + \begin{bmatrix} \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{nV_o}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ E(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) & -nV_o(1-\cos(\omega_o(t-t_i))) \end{bmatrix} \mathbf{u}' \quad (5.44)$$

5.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo

Procediendo de forma similar a la realizada para el PRC-CR, mediante las ecuaciones (5.31) y (5.43) se obtienen las soluciones en estado estacionario para el SRC-CR de los valores del vector de estado, en cada uno de los dos casos en estudio. Para ello, se comienza calculando el valor de las variables de estado al principio del intervalo de análisis, instante 0, sabiendo que su valor es igual y de signo opuesto a los valores del final de intervalo, instante 2 de cada caso, dada la simetría existente en las formas de onda.

Caso 1 de estudio

El vector de estado en el instante t_d es, mediante (5.31),

$$\mathbf{x}(t_d) = e^{A(t_d-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_d} e^{A(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{0d} d\tau \quad (5.45)$$

El vector de estado en el instante t_1 viene dado por

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{A(t_1-t_d)} \mathbf{x}(t_d) + \int_{t_d}^{t_1} e^{A(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d1} d\tau \quad (5.46)$$

Y en el instante t_2

$$\mathbf{x}(t_2) = e^{A(t_2-t_1)} \mathbf{x}(t_1) + \int_{t_1}^{t_2} e^{A(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{12} d\tau \quad (5.47)$$

Imponiendo la condición de estado estacionario que $\mathbf{x}(t_2) = -\mathbf{x}(t_0)$ y reordenando, se obtiene el valor inicial como

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\mathbf{x}(t_0) = -[\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}(t_2-t_0)}]^{-1} \left\{ e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \int_{t_0}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{0d} d\tau \dots \right. \\ \left. + e^{\mathbf{A}(t_2-t_1)} \int_{t_d}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d1} d\tau + \int_{t_1}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{12} d\tau \right\} \quad (5.48)$$

del que se obtienen las siguientes soluciones para las componentes del vector de estado:

$$i_r(t_0) = \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.49)$$

$$v_r(t_0) = E - E \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2} + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.50)$$

Conocido ahora el vector de estado en el instante t_0 , se puede calcular mediante (5.45) las componentes del vector de estado en el instante t_d , resultando

$$i_r(t_d) = + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t_0+t_d+t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_1-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.51)$$

$$v_r(t_d) = +E - E \frac{\cos(\omega_o(-t_0+t_d+t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - E \frac{\cos(\omega_o(t_1-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2} + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.52)$$

De idéntica forma mediante (5.46) se obtiene el vector de estado en el instante t_1 , de componentes

$$i_r(t_1) = \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_d-t_0+t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_1-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.53)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$v_r(t_1) = + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$- \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_d - t_0 + t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (5.54)$$

Mediante (5.47) se calculan las componentes para el instante t_2 , siendo el resultado, como era de esperar, idéntico al instante t_0 pero con el signo cambiado.

$$i_r(t_2) = - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (5.55)$$

$$v_r(t_2) = -E + E \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots$$

$$+ \frac{nV_o}{2} - \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \quad (5.56)$$

En la figura 5.39 se indican los valores calculados en las ecuaciones de la (5.49) a la (5.56).

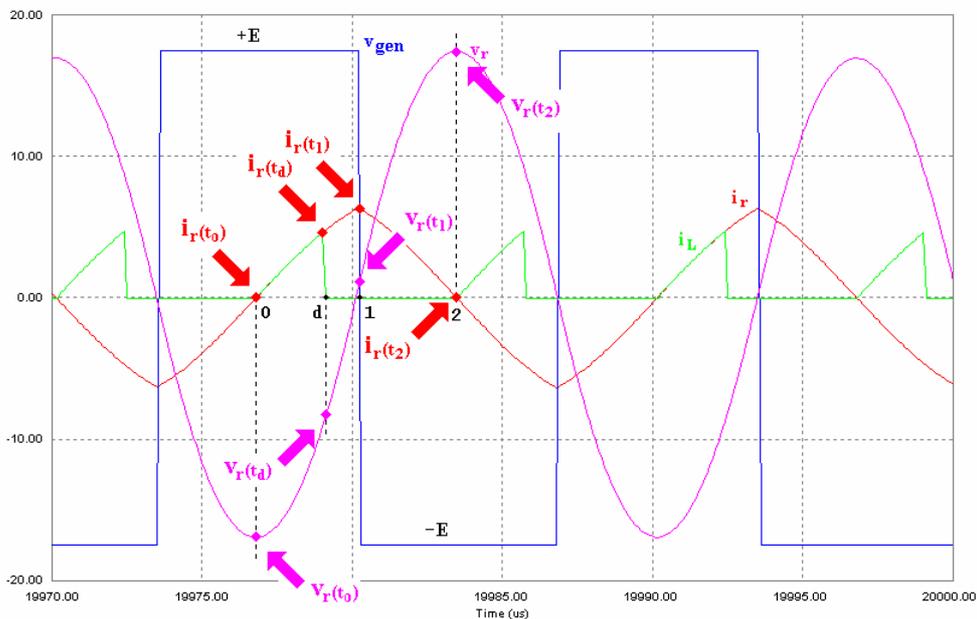


Fig. 5.39. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo para el **Caso 1**

Caso 2 de estudio

Operando de igual forma, el vector de estado en el instante t_1 es, mediante (5.43),

$$\mathbf{x}(t_1) = e^{A(t_1 - t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_1} e^{A(t_1 - \tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{01} d\tau \quad (5.57)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

El vector de estado en el instante t_d es, de igual forma,

$$\mathbf{x}(t_d) = e^{\mathbf{A}(t_d-t_1)} \mathbf{x}(t_1) + \int_{t_1}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{1d} d\tau \quad (5.58)$$

Y en el instante t_2

$$\mathbf{x}(t_2) = e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \mathbf{x}(t_d) + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{d2} d\tau \quad (5.59)$$

Imponiendo nuevamente la condición de estado estacionario, $\mathbf{x}(t_2) = -\mathbf{x}(t_0)$, y reordenando, se obtiene el valor inicial para este caso como

$$\mathbf{x}(t_0) = -\left[\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}(t_2-t_0)} \right]^{-1} \left\{ e^{\mathbf{A}(t_2-t_1)} \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{01} d\tau \dots \right. \\ \left. + e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \int_{t_1}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{1d} d\tau + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}'_{d2} d\tau \right\} \quad (5.60)$$

del que se obtienen las soluciones siguientes para sus componentes

$$i_r(t_0) = \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.61)$$

$$v_r(t_0) = E - E \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{nV_o}{2} + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.62)$$

Es de notar que tanto el término $i_r(t_0)$ como el término $v_r(t_0)$ son idénticos en ambos casos de análisis.

Conocido ahora el vector de estado en el instante t_0 se puede calcular mediante (5.57), el vector de estado en el instante t_1 . Sus componentes resultan ser

$$i_r(t_1) = + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_d-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t_0+t_1+t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (5.63)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 v_r(t_1) = & -nV_o + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(-t_0 + t_1 + t_2 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.64}$$

Mediante (5.58) se obtienen las componentes del vector de estado en el instante t_d .

$$\begin{aligned}
 i_r(t_d) = & + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t_0 + t_1 + t_2 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.65}$$

$$\begin{aligned}
 v_r(t_d) = & -E + E \frac{\cos(\omega_o(-t_0 + t_1 + t_2 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + E \frac{\cos(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & - \frac{nV_o}{2} + \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.66}$$

Finalmente mediante (5.59) se calculan las componentes en el instante t_2 . El resultado, como es de esperar, es idéntico al instante t_0 del **Caso 2** pero con el signo cambiado e idéntico al instante t_2 del **Caso 1**.

$$\begin{aligned}
 i_r(t_2) = & - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.67}$$

$$\begin{aligned}
 v_r(t_2) = & -E + E \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_1)) + \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{nV_o}{2} - \frac{nV_o}{2} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.68}$$

En la figura 5.40 se indican los valores calculados en las ecuaciones de la (5.61) a la (5.68).

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

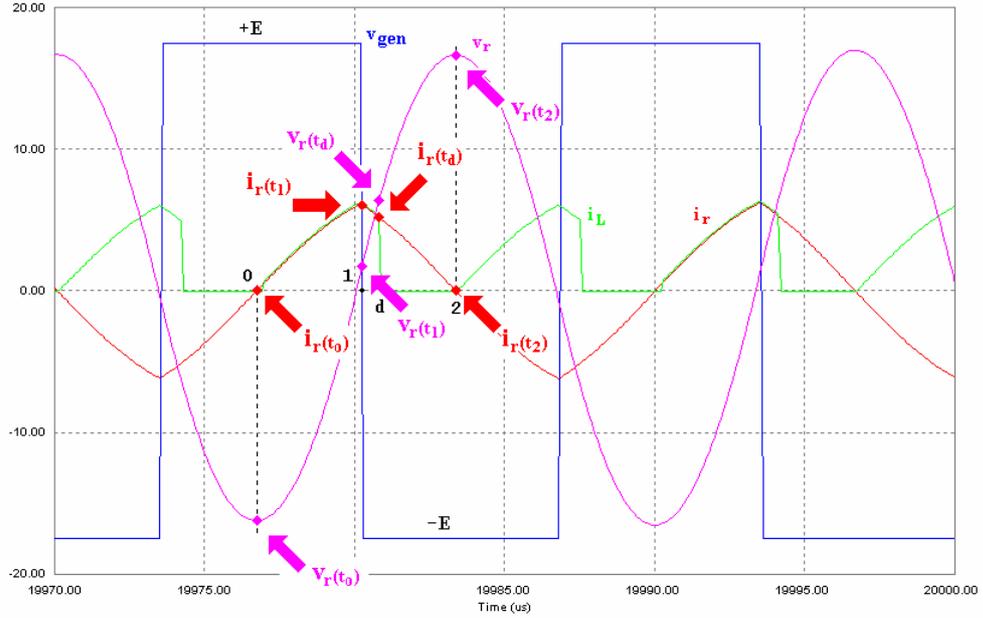


Fig. 5.40. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo para el **Caso 2**

5.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1

Para ambos casos de análisis en el instante t_0 la corriente $i_r(t_0)$ es nula. Por tanto, imponiendo tal condición en la ecuación (5.49) ó (5.61) y reordenando se obtiene

$$\begin{aligned} \sin(\omega_o(t_2 - t_0))\cos(\omega_o(t_1 - t_0)) - [1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))]\sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = \dots \\ + \frac{nV_o}{2E} [\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0)) - \sin(\omega_o(t_2 - t_0))] \end{aligned} \quad (5.69)$$

Si se define

$$a = \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \quad (5.70)$$

$$b = 1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0)) \quad (5.71)$$

$$c = \frac{nV_o}{2E} [\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0)) - \sin(\omega_o(t_2 - t_0))] \quad (5.72)$$

resulta

$$a \cos(\omega_o(t_1 - t_0)) - b \sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = c \quad (5.73)$$

que se puede reescribir como

$$\cos(\omega_o(t_1 - t_0) + \phi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (5.74)$$

donde

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{b}{a}\right) \quad (5.75)$$

Aplicando algunos cambios trigonométricos, se llega a la expresión

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_o(t_2 - t_0)}{2} \quad (5.76)$$

La ecuación (5.74) presenta dos posibles soluciones matemáticas en función del cuadrante de trabajo. Pero como el margen de frecuencias de conmutación propuesto es sólo por encima de la frecuencia de resonancia, la duración del intervalo de t_0 a t_1 es única y vendrá dada por

$$\omega_o(t_1 - t_0) = \cos^{-1}\left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \phi \quad \text{con } f_s > f_o \quad (5.77)$$

5.2.5 Corriente de salida normalizada

La corriente de salida del convertidor, I_L , es el valor medio de la corriente de salida del puente rectificador controlado, i_L . Evaluando sobre un semiperíodo ya es suficiente por la periodicidad de las formas de onda. Por tanto, se calcula como

$$I_L = \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_2} i_L(t) dt \quad (5.78)$$

Para cada uno de los dos casos de funcionamiento propuestos, la evolución de los intervalos es diferente y, por tanto, la ecuación de cálculo de la corriente I_L también.

Dados los intervalos de evolución de la tensión resonante y la acción del control, se expresa, para el **Caso 1**, la corriente de salida como

$$I_L^{C1} = \frac{1}{t_2 - t_0} \left[\int_{t_0}^{t_d} n i_r(t) \Big|_{0d} dt + \int_{t_d}^{t_2} 0 dt \right] \quad (5.79)$$

resultando finalmente

$$I_L^{C1} = \frac{n}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_d} i_r(t) \Big|_{0d} dt \quad (5.80)$$

De igual forma, para el **Caso 2** la tensión de salida se expresa como

$$I_L^{C2} = \frac{1}{t_2 - t_0} \left[\int_{t_0}^{t_1} n i_r(t) \Big|_{01} dt + \int_{t_1}^{t_d} n i_r(t) \Big|_{1d} dt + \int_{t_d}^{t_2} 0 dt \right] \quad (5.81)$$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

resultando finalmente

$$I_L^{C2} = \frac{n}{t_2 - t_0} \left[\int_{t_0}^{t_1} i_r(t)|_{01} dt + \int_{t_1}^{t_d} i_r(t)|_{1d} dt \right] \quad (5.82)$$

Corriente de salida para el Caso 1.

La corriente en el inductor resonante i_r hay que considerarla solamente en el intervalo de t_0 a t_d . Por tanto operando en la ecuación (5.32) con los términos iniciales de (5.49) y (5.50), y el vector de control de (5.28), se obtiene

$$\begin{aligned} i_r(t)|_{od}^{C1} = & + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_0+t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ & + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ & - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_0+t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \end{aligned} \quad (5.83)$$

Resolviendo la integral de la ecuación (5.80) con (5.83), la corriente de salida resulta:

$$\begin{aligned} I_L^{C1} = & \frac{n}{\omega(t_2-t_0)} \frac{E}{Zc} \left\{ \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \right. \\ & - \cos(\omega_o(t_d-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ & \left. + \sin(\omega_o(t_d-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right\} \end{aligned} \quad (5.84)$$

Esta ecuación presenta como variable de cálculo el ángulo $\omega_o(t_d-t_0)$, que es impuesto directamente por el controlador. Depende también del ángulo $\omega_o(t_1-t_0)$, el cual depende del punto de trabajo del convertidor y que va a ser calculado mediante la ecuación (5.77) del apartado 5.2.4.

Corriente de salida para el Caso 2.

En este caso, la corriente i_r debe considerarse en dos intervalos distintos: de t_0 a t_1 y de t_1 a t_d .

Para el intervalo de t_0 a t_1 , operando la ecuación (5.44) con los términos iniciales de (5.61) y (5.62), y el vector de control de (5.40), se obtiene

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 i_r(t) \Big|_{01}^{c2} = & + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_0+t_2-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_0+t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.85}$$

que, según se observa, es idéntica a la ecuación (5.83), como era de esperar.

De igual forma, para el intervalo de t_l a t_d , con la ecuación (5.44), con los términos (5.63) y (5.64) y con el vector (5.41), se obtiene

$$\begin{aligned}
 i_r(t) \Big|_{ld}^{c2} = & - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_1+t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(-t+t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} - \frac{nV_o}{2Zc} \frac{\sin(\omega_o(t-t_0+t_2-t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))}
 \end{aligned} \tag{5.86}$$

Resolviendo la integral de la ecuación (5.82) con (5.85) y (5.86), la corriente de salida resulta

$$\begin{aligned}
 I_L^{c2} = & \frac{n}{\omega(t_2-t_0)} \frac{E}{Zc} \left\{ -2E + \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \right. \\
 & + \cos(\omega_o(t_1-t_0)) \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\
 & \left. - \sin(\omega_o(t_1-t_0)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \right\}
 \end{aligned} \tag{5.87}$$

Conocidas ahora las dos ecuaciones posibles de la corriente de salida del convertidor, (5.84) para el **Caso 1** y (5.87) para el **Caso 2**, la operativa de cálculo de la corriente de salida, I_L , queda descrita en el diagrama de flujo de la figura 5.41.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

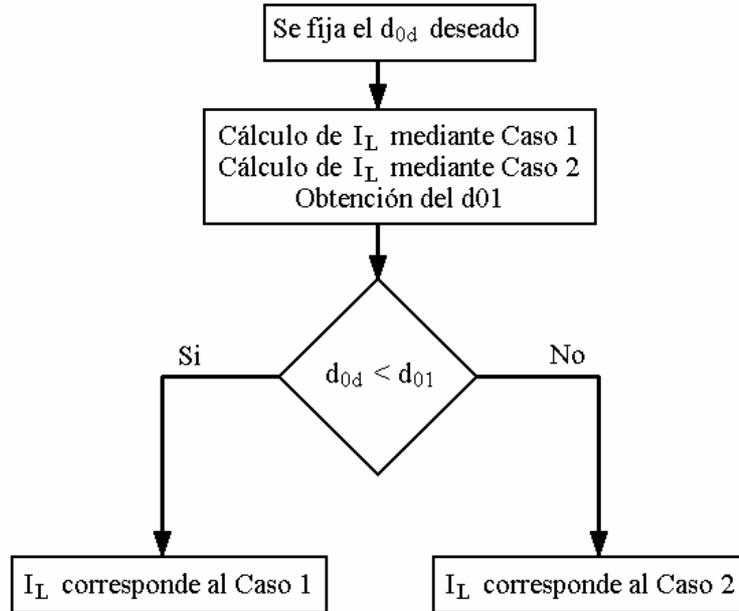


Fig. 5.41. Diagrama de flujo para la obtención de la I_L adecuada

Se proponen a las ecuaciones de la corriente de salida del convertidor los cambios de variables propuestos en el apartado 4.2.7 para el convertidor PRC-CR.

Para el **Caso 1**, la ecuación (5.84) de la corriente de salida del convertidor, en términos de las nuevas variables es

$$I_L^{C1} = \frac{n}{\gamma} \frac{E}{Z_c} \left\{ [1 - \cos(\gamma d_{0d})] \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \sin(\gamma d_{0d}) \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (5.88)$$

que en forma normalizada resulta ser

$$\left. \frac{I_L}{I_{base}} \right|^{C1} = \frac{1}{\gamma} \left\{ [1 - \cos(\gamma d_{0d})] \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \sin(\gamma d_{0d}) \frac{\sin(\gamma d_{12}) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (5.89)$$

Para el **Caso 2** la ecuación (5.87) resulta

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$I_L^{c2} = \frac{n E}{\gamma Zc} \left\{ -2 + \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \cos(\gamma d_{01}) \frac{\cos(\gamma d_{d2}) + \cos(\gamma d_{0d})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. - \sin(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma d_{d2}) - \sin(\gamma d_{0d})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (5.90)$$

que también en forma normalizada es

$$\left. \frac{I_L}{I_{base}} \right|^{c2} = \frac{1}{\gamma} \left\{ -2 + \frac{\cos(\gamma d_{12}) + \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. + \cos(\gamma d_{01}) \frac{\cos(\gamma(1 - d_{0d})) + \cos(\gamma d_{0d})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\ \left. - \sin(\gamma d_{01}) \frac{\sin(\gamma(1 - d_{0d})) - \sin(\gamma d_{0d})}{1 + \cos(\gamma)} \right\} \quad (5.91)$$

La relación de conducción d_{01} se calcula mediante la siguiente ecuación, deducida de (5.77)

$$d_{01} = \frac{1}{\gamma} \left\{ \cos^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi \right\} \quad \text{con } f_s > f_o \quad (5.92)$$

A los términos que afectan a (5.92) se les efectúan los cambios de variables propuestos, resultando

$$a = \sin(\gamma) \quad (5.93)$$

$$b = 1 + \cos(\gamma) \quad (5.94)$$

$$c = \frac{n V_o}{2 E} [\sin(\gamma(1 - d_{0d})) - \sin(\gamma d_{0d}) - \sin(\gamma)] \quad (5.95)$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2} \quad (5.96)$$

La solución de la corriente de salida se puede representar en un plano de estado, es decir, respecto a la tensión de salida normalizada, o también respecto a la resistencia de carga del convertidor.

Para el primer caso, el conjunto de ecuaciones se compacta como una función del tipo

$$\frac{I_L}{I_{base}} = f \left(d_{0d}, n \frac{V_o}{E} \right) \quad (5.97)$$

La función (5.97) es una función cerrada que ofrece una solución directa de la corriente de salida normalizada.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

Para el caso de representar la corriente de salida normalizada respecto a la resistencia de carga normalizada, el conjunto de ecuaciones se compacta como una función

$$\frac{I_L}{I_{base}} = f\left(d_{0d}, n^2 \frac{R_L}{Z_C}\right) \quad (5.98)$$

siendo ahora adecuado reescribir la ecuación (5.95) como

$$c = \frac{1}{2} n^2 \frac{R_L}{Z_C} \frac{I_L}{I_{base}} [\sin(\gamma(1-d_{0d})) - \sin(\gamma d_{0d}) - \sin(\gamma)] \quad (5.99)$$

Se observa que en la ecuación (5.99) aparece el término corriente de salida normalizada I_L/I_{base} . Esto hace que la función (5.98) no sea una función cerrada y que su solución deba encontrarse de forma iterativa.

Mediante el programa Matlab se puede determinar la solución de la corriente de salida normalizada de las ecuaciones (5.89) y (5.91) respecto a la relación de conducción impuesta por el controlador, tal como una función del tipo indicada en (5.98).

```
F=2.0; % Frecuencia de conmutación (above resonance)
G=pi/F; % ángulo Gamma
RLZC=2; % índice de carga
% -----
a=sin(G); % Ecuaciones no dependientes de la corriente I.
b=1+cos(G);
phi=pi/2-G/2; %phi=atan(a/b);
% -----
for n=1:1000 % Se hace un barrido de la relación de conducción d0d desde 0 a 1.
d0d(n)=n/1000;
% -----
ILN=0;
for i=1:25 % Bucle para calcular ILN y d01 iterativamente.
c=(RLZC*ILN/2).* (sin((1-d0d(n)).*G)-sin(d0d(n).*G)-sin(G));
res=c/sqrt((a^2)+(b^2));
delta=acos(res);
alfa=(delta-phi);
d01=alfa/G;
d12=1-d01;

ILNC1p1=(1-cos(d0d(n).*G)).*(cos(d12*G)+cos(d01*G))/(1+cos(G));
ILNC1p2=sin(d0d(n).*G).*(sin(d12*G)-sin(d01*G))/(1+cos(G));
ILNC1=(1/G).*(ILNC1p1+ILNC1p2);

ILNC2p1=(cos(d12*G)+cos(d01*G))/(1+cos(G));
ILNC2p2=cos(d01*G).*(cos((1-d0d(n)).*G)+cos(d0d(n).*G))/(1+cos(G));
ILNC2p3=sin(d01*G).*(sin((1-d0d(n)).*G)-sin(d0d(n).*G))/(1+cos(G));
ILNC2=(1/G).*(-2+ILNC2p1+ILNC2p2-ILNC2p3);

if d0d(n)<d01 ILN=ILNC1; % asignación de Caso válido
else ILN=ILNC2;
end
end
ILNout(n)=ILN;
% -----
end

plot(d0d, ILNout, 'm-');
axis([0 1 0 1]);
grid on;
```

En las figuras 5.42, 5.43 y 5.44 se representa la corriente de salida normalizada del convertidor trabajando a diferentes frecuencias de conmutación y para diferentes índices

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

de carga. Las frecuencias de conmutación consideradas son los valores de $1,1f_o$, $1,5f_o$ y $2,0f_o$, respectivamente.

Las ecuaciones obtenidas de la corriente de salida normalizada y el algoritmo de cálculo presentan problemas de convergencia dependiendo de la frecuencia de conmutación del convertidor y de su índice de carga. Para la frecuencia $1,1f_o$ las ecuaciones no convergen para índices de carga superiores a 0,2. Para la frecuencia $1,5f_o$ no convergen para índices de carga superiores a 0,7. Y para la frecuencia $2,0f_o$ para índices de carga superiores a 1,5.

No obstante, este problema de convergencia de las ecuaciones no es importante, porque sucede, para una determinada frecuencia de conmutación, cuando el índice de carga en el convertidor es un valor elevado. Estos índices de carga elevados corresponden a condiciones de trabajo no adecuadas para el convertidor, tal como se ha deducido en anteriores apartados, y, por tanto, la no convergencia de las ecuaciones no provoca una pérdida de información de interés en el análisis.

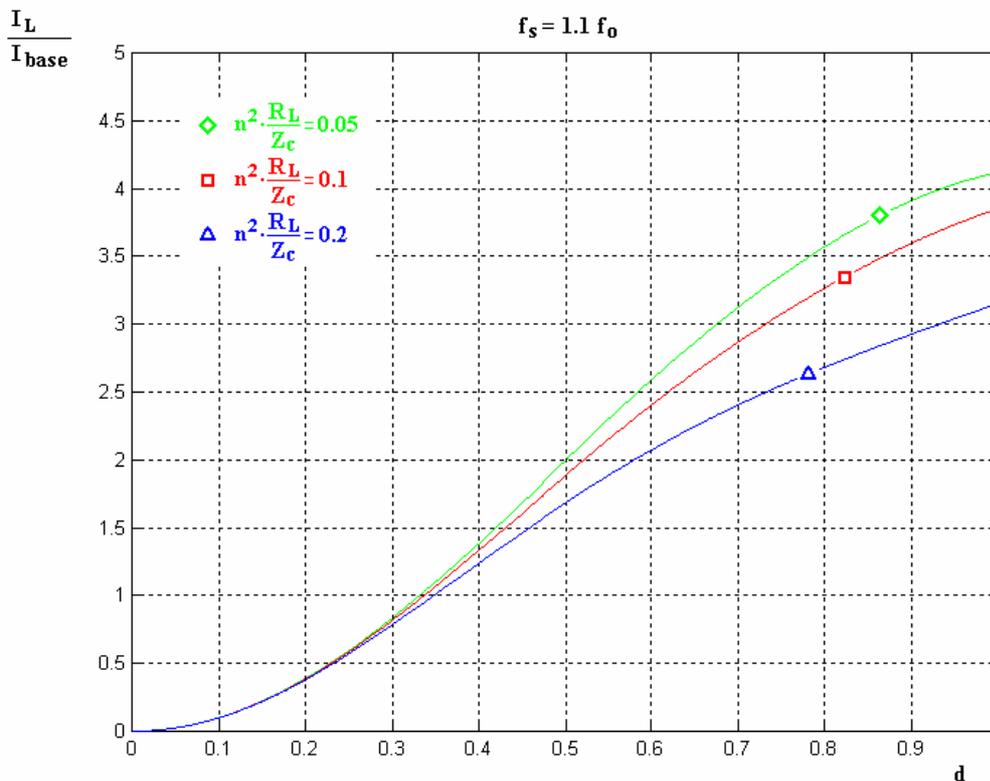


Fig. 4.42. Corriente de salida normalizada para $f_s = 1,1f_o$

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.2 Solución del modelo en espacio de estado

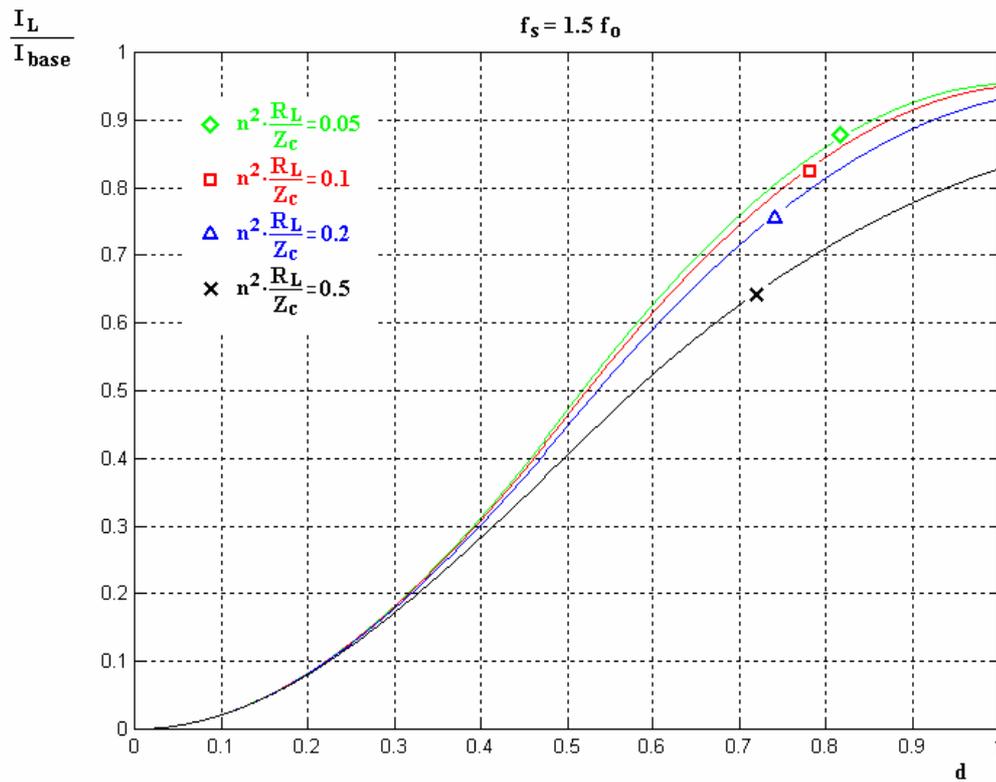


Fig. 4.43. Corriente de salida normalizada para $f_s = 1,5f_0$

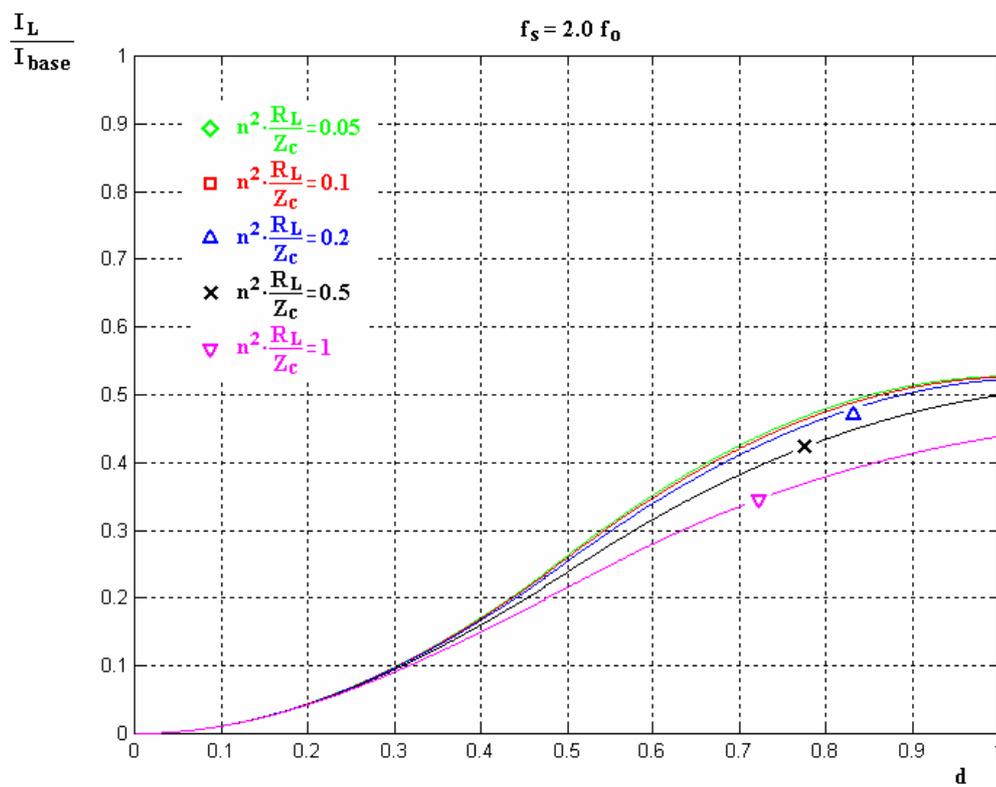


Fig. 4.44. Corriente de salida normalizada para $f_s = 2,0f_0$

5.3 Comparación de resultados

En las siguientes figuras (de 5.45 a 5.50) se representan los resultados que ofrecen la solución del modelo de espacio de estado, en azul, y la solución mediante la aproximación al primer armónico, en rojo, para diferentes índices de carga.

En las figuras 5.45 y 5.46 la frecuencia de conmutación considerada es de $1,1f_0$. Aparecen los casos de índice de carga de 0,1 y 0,2.

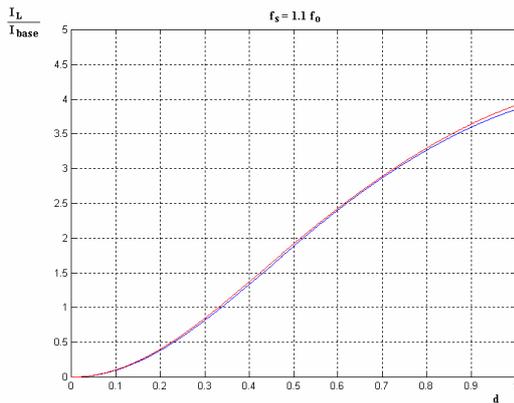


Fig. 5.45. Comparativa con índice de carga de 0,1

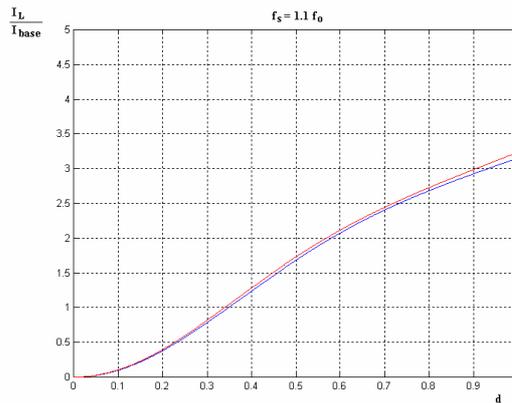


Fig. 5.46. Comparativa con índice de carga de 0,2

En las figuras 5.47 y 5.48 la frecuencia de conmutación considerada es de $1,5f_0$. Aparecen los casos de índice de carga de 0,1 y 0,5.

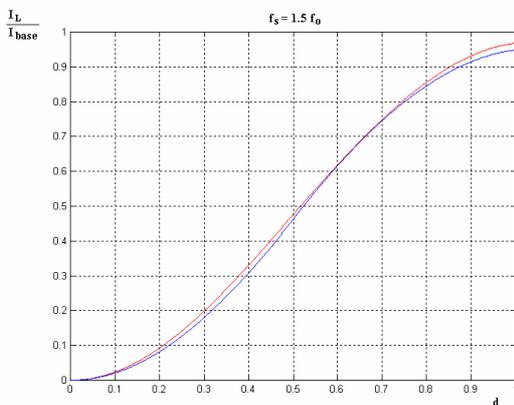


Fig. 5.47. Comparativa con índice de carga de 0,1

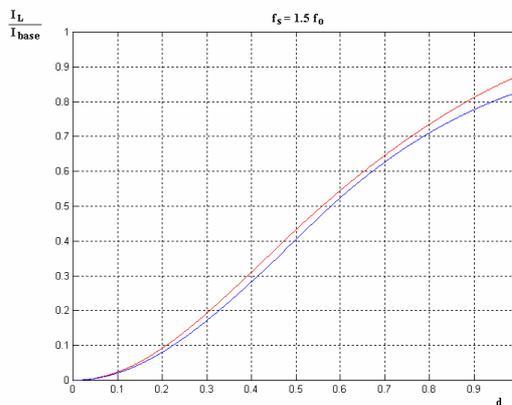


Fig. 5.48. Comparativa con índice de carga de 0,5

En las figuras 5.49 y 5.50 la frecuencia de conmutación considerada es de $2,0f_0$. Aparecen los casos de índice de carga de 0,1 y 1.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.3 Comparación de resultados

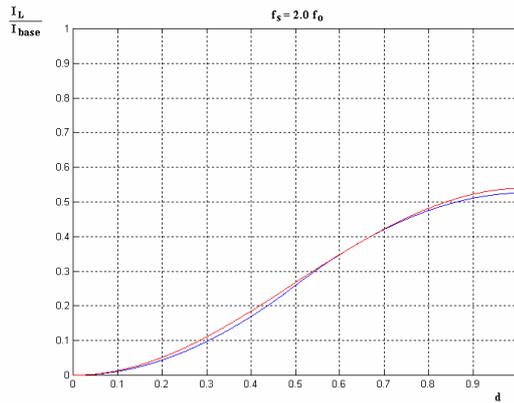


Fig. 5.49. Comparativa con índice de carga de 0,1

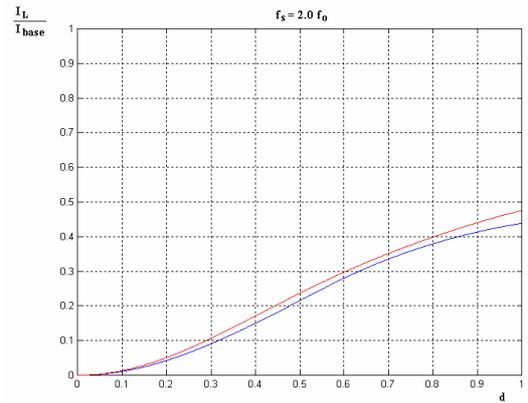


Fig. 5.50. Comparativa con índice de carga de 1

Es evidente que los resultados ofrecidos por ambos métodos de análisis son muy próximos. De esta forma queda justificado la validez del análisis de primer armónico presentado en el capítulo anterior, así como los resultados de él obtenidos.

5. ANÁLISIS DEL SRC-CR

5.3 Comparación de resultados

CAPÍTULO 6

ANÁLISIS DEL SPRC-CR

Subíndice:

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR	153
6.1 Análisis por aproximación al primer armónico.....	155
6.1.1 Impedancia de entrada del SPRC clásico.....	155
6.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador	159
6.1.3 Impedancia de entrada del SPRC-CR	160
6.1.4 Función de transferencia del tanque resonante	166
6.1.5 Tensión de salida normalizada.....	170
6.1.6 Criterios de cálculo del convertidor.....	174
6.1.7 Resultados de simulación.....	175
6.2 Solución del modelo en espacio de estado.....	178
6.2.1 Introducción	178
6.2.2 Solución general de las variables resonantes	179
6.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo	181
6.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1	185
6.2.5 Tensión de salida normalizada.....	186
6.3 Comparación de resultados	190

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

De igual forma que para los anteriores convertidores, mediante la aproximación al primer armónico se analiza el SPRC-CR. Se va a caracterizar el comportamiento en régimen estacionario del convertidor y encontrar los puntos de trabajo óptimos que minimicen los efectos indeseados propios de estas estructuras de tanque resonante comentados anteriormente.

En la figura 6.1 es presentado dicho convertidor indicando los terminales de evaluación de la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$.

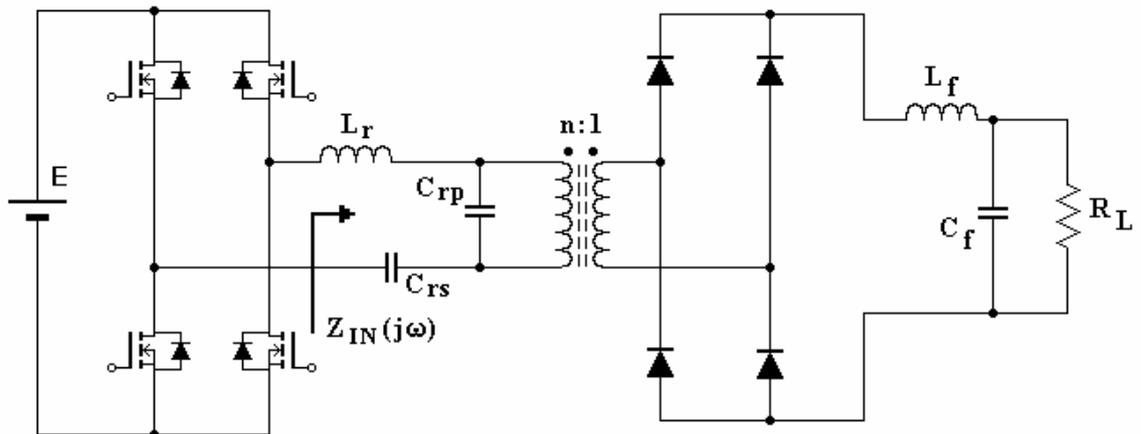


Fig. 6.1. SPRC clásico indicando los terminales de evaluación de la $Z_{IN}(j\omega)$

6.1.1 Impedancia de entrada del SPRC clásico

Consideremos de nuevo como punto de inicio al estudio de la impedancia de entrada el indicado en la figura 6.2 como R_e .

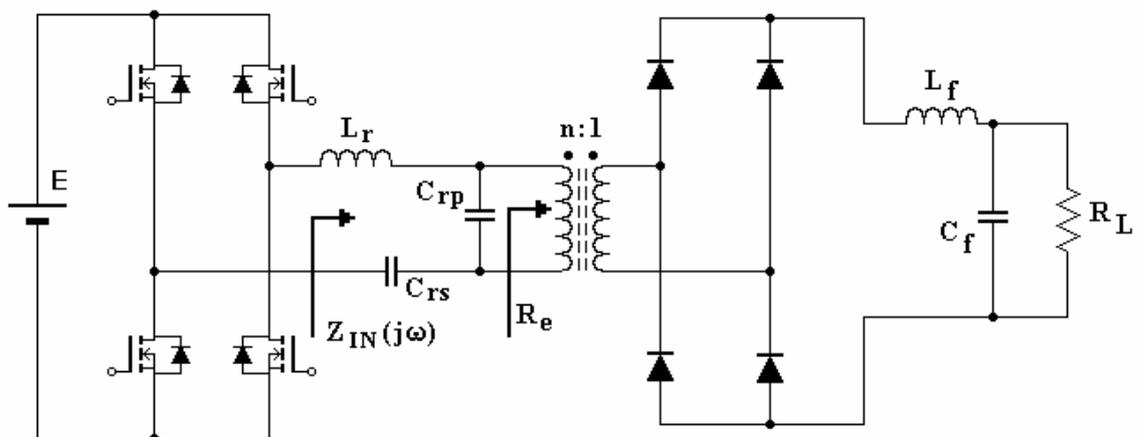


Fig. 6.2. SRC clásico indicando los terminales de evaluación de la R_e

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Tal como para los anteriores convertidores, este término es la resistencia efectiva R_e que modela todo el conjunto resistencia de carga, filtro de salida, rectificador no controlado y transformador de aislamiento. El valor de la citada resistencia equivalente es el mismo que para el convertidor PRC (ecuación 4.1), que es

$$R_e = \frac{\pi^2}{8} n^2 R_L \quad (6.1)$$

Si consideramos el SPRC clásico y su R_e , el primer armónico de la tensión de salida del puente inversor excita un sistema RLC formado por L_r , C_{rs} , C_{rp} y R_e , tal como se presenta en la figura 6.3.

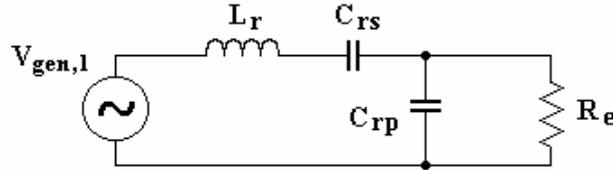


Fig. 6.3. Modelo de comportamiento en el análisis de primer armónico

Considerando dicha resistencia efectiva como una simple resistencia óhmica lineal, la impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, se obtiene como

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_{L_r} - jX_{C_{rs}} + (-jX_{C_{rp}} // R_e) = j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_{rs}} + \frac{R_e}{1 + j\omega C_{rp} R_e} \quad (6.2)$$

La impedancia característica Z_C del convertidor se define como

$$Z_C = \frac{\sqrt{\frac{L_r}{C_{rs} C_{rp}}}}{\sqrt{C_{rs} + C_{rp}}} \quad (6.3)$$

Respecto a la pulsación natural del convertidor, se define ω_o como la pulsación natural en circuito abierto de la forma

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{L_r \frac{C_{rs} C_{rp}}{C_{rs} + C_{rp}}}} \quad (6.4)$$

Normalizando la ecuación (6.2) con los términos introducidos en (6.3) y (6.4) se obtiene

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = j \left[\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \frac{1}{(k_c + 1)} \right] + \frac{1}{\frac{Z_C}{R_e} + j \frac{\omega}{\omega_o} \left(\frac{1}{k_c} + 1 \right)} \quad (6.5)$$

siendo

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

$$k_C = \frac{C_{rs}}{C_{rp}} \quad (6.6)$$

la relación entre capacidades del tanque resonante.

La impedancia de entrada depende del valor de k_C por lo que en las figuras de la 6.4 a la 6.8 se representa el módulo de la función obtenida en la ecuación (6.5) respecto a la frecuencia normalizada, para diferentes valores de R_e/Z_C y con diferentes relaciones k_C .

Se observa en cada gráfica que aparecen dos pulsaciones en las que tiende a anularse el $|Z_{IN}(j\omega)|$. La de mayor valor corresponde con la pulsación natural de circuito abierto ω_o , introducida en (6.4) y la de menor valor es la denominada pulsación natural de cortocircuito ω_{os} de valor

$$\omega_{os} = \frac{1}{\sqrt{L_r C_{rs}}} \quad (6.7)$$

Nuevamente interesantes conclusiones se obtienen de las figuras citadas aunque sea considerado el simple modelo de resistencia R_e lineal. Las más interesantes son:

- Para cualquier valor de R_e/Z_C y k_C el módulo de la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ estará acotado a un valor perteneciente a la región que encierran las curvas de valor $R_e/Z_C=0$ y $R_e/Z_C=\infty$.
- Existe una frecuencia, entre las dos frecuencias naturales del tanque (la de circuito abierto ω_o y la de cortocircuito ω_{os}), denominada f_m en la que el módulo de la impedancia de entrada del circuito es independiente del valor resistivo de R_e , sólo variando su fase.
- Para valores de frecuencia inferiores a f_m el módulo de la impedancia de entrada es siempre superior al caso de resistencia nula. Para frecuencias superiores a f_m dicho módulo es siempre inferior al caso de resistencia nula.

El valor de la frecuencia f_m es aquel en que el módulo de la impedancia en circuito abierto se iguala al módulo de la impedancia en cortocircuito, siendo su valor como pulsación

$$\omega_m = \frac{1}{\sqrt{L_r \frac{C_{rs} 2C_{rp}}{C_{rs} + 2C_{rp}}}} \quad (6.8)$$

El comportamiento del tanque resonante del SPRC es parecido al del PRC. Para el modo habitual de trabajo de elegir como frecuencia de conmutación una próxima a f_o , si el valor de la resistencia de carga aumenta, la corriente por el inversor también aumenta. En definitiva, en condiciones de poca corriente en la carga, las corriente por los transistores del inversor pueden ser elevadas o excesivamente elevadas y disminuir el rendimiento del convertidor por las elevadas pérdidas en conducción de sus transistores e incluso destruirlos.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Va a ser nuevamente crítico y objetivo de estudio el punto de frecuencia de trabajo a seleccionar del inversor si se desea garantizar las posibilidades de regulación y robustez ante variaciones de carga del convertidor.

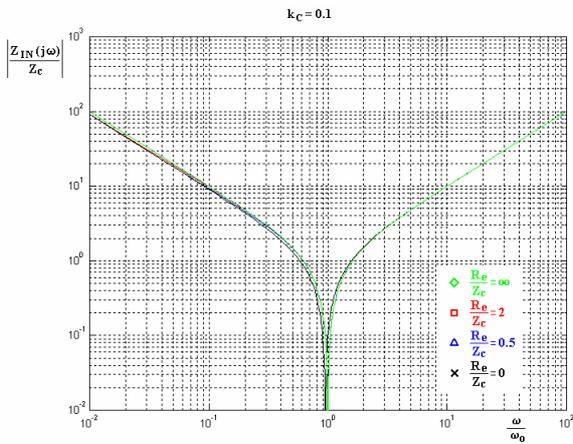


Fig. 6.4. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para $k_C=0,1$

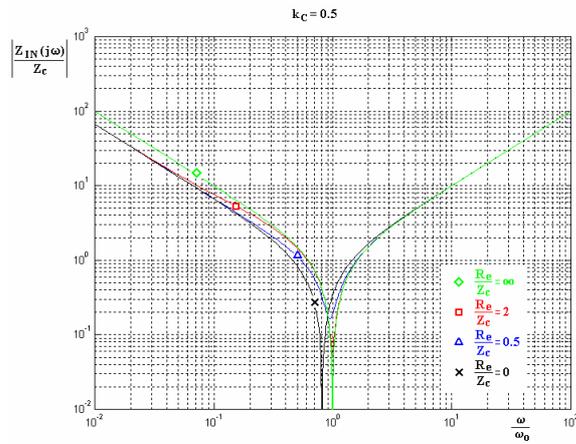


Fig. 6.5. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para $k_C=0,5$

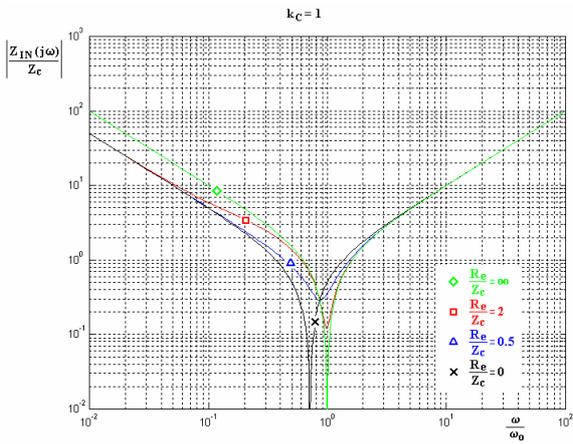


Fig. 6.6. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para $k_C=1$

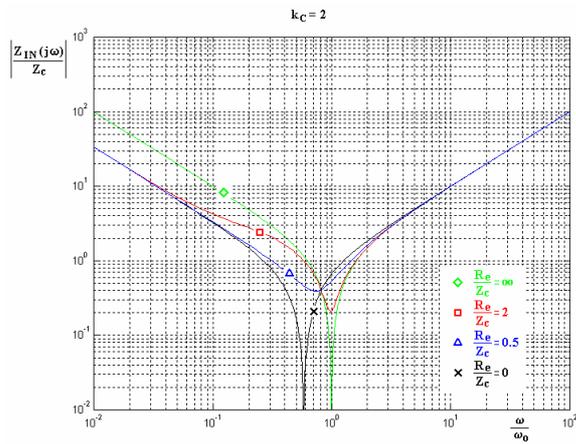


Fig. 6.7. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para $k_C=2$

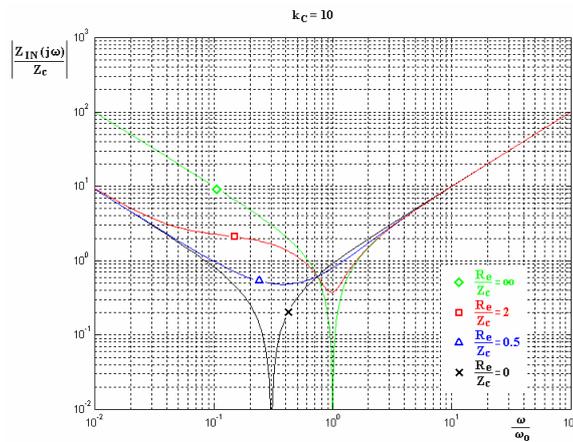


Fig. 6.8. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizado para $k_C=10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

6.1.2 Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador

En la figura 6.9 se presenta el esquema del SPRC-CR en estudio, indicando los puntos de evaluación de la impedancia de entrada y de la impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador, $Z_e(d)$, en el convertidor.

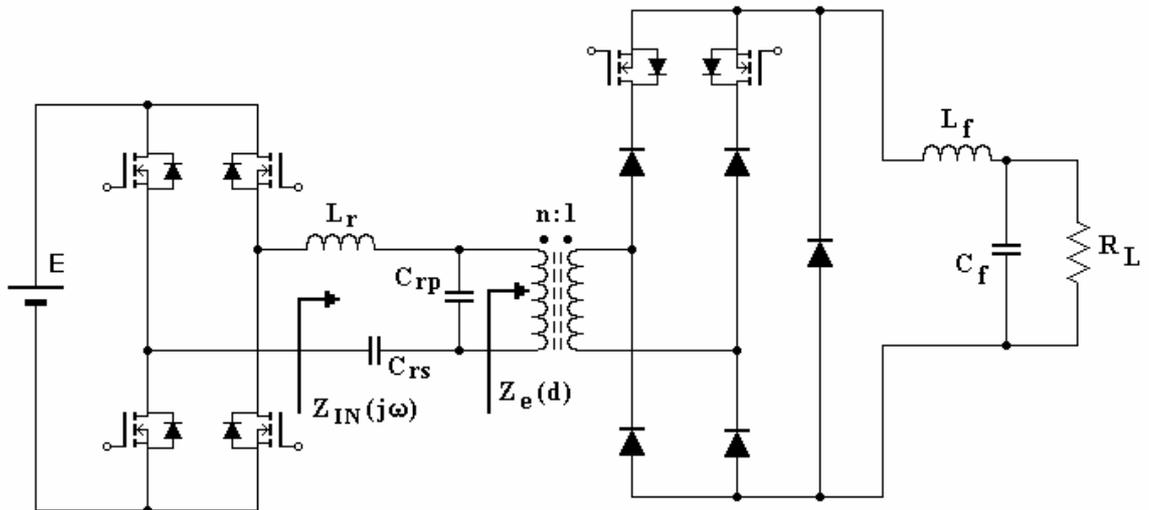


Fig. 6.9. SPRC-CR indicando los terminales de evaluación de $Z_{IN}(j\omega)$ y $Z_e(d)$

Para determinar la expresión del término $Z_e(d)$ la metodología empleada es muy parecida a la del PRC-CR. De hecho, introducido el modelo del convertidor y los supuestos de funcionamiento, se observa que la impedancia efectiva buscada va a ser idéntica a la del PRC-CR.

En la figura 6.10 se presenta el convertidor SPRC-CR con un modelado parcial del bloque inversor de excitación del tanque resonante y del bloque rectificador.

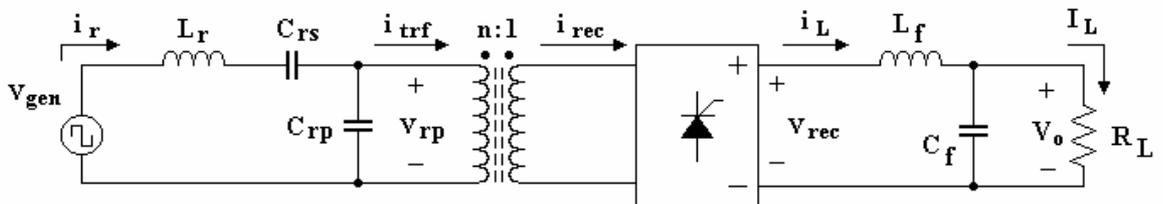


Fig. 6.10. Modelo del convertidor SPRC-CR

Se consideran los siguientes supuestos:

- rizado nulo en la corriente de la bobina del filtro de salida y
- rizado nulo en la tensión del condensador del filtro de salida.

Por tanto se esperan valores constantes en la tensión de salida V_o y en la corriente I_L que circula por la resistencia de carga. El valor de V_o va a ser igual al valor medio de la tensión v_{rec} . La corriente i_{trf} tendrá forma de semicuadrada con una duración de su tiempo muerto impuesta por la relación de conducción de los interruptores del puente

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

rectificador. Cuando exista conducción de corriente en el rectificador, el signo de i_{trf} e i_{rec} vendrá impuesto por el signo de la tensión v_{rp} .

Una posible evolución de las formas de onda ideales de corriente y tensión más significativas, en estado estacionario y con relación de transformación unitaria, sería tal como la presentada en la figura 4.10 del apartado 4.1.3. En la figura, en vez de suponer como tensión resonante v_r , se ha de considerar la forma de onda v_{rp} del SPRC-CR. El resto de formas de onda coinciden en forma y símbolo.

Las ecuaciones para determinar la impedancia $Z_e(d)$ son, por tanto, las mismas que para el PRC-CR, sustituyendo el término v_r por v_{rp} . Estas ecuaciones son en el apartado 4.1.3 desde la (4.8) hasta la (4.13), y el término final en la (4.14) y (4.16).

La representación gráfica de $Z_e(d)$ se encuentra en el citado apartado en las figuras 4.11, 4.12 y 4.13.

6.1.3 Impedancia de entrada del SPRC-CR

La impedancia de entrada, $Z_{IN}(j\omega)$, queda definida por la ecuación

$$Z_{IN}(j\omega) = jX_{Lr} - jX_{Crs} + (-jX_{Crp} // Z_e(d)) = j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_{rs}} + \frac{Z_e(d)}{j\omega C_{rp} Z_e(d) + 1} \quad (6.9)$$

que se puede normalizar con (6.3) y (6.4) de la forma

$$\frac{Z_{IN}(j\omega)}{Z_C} = j \left[\frac{\omega}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega} \frac{1}{(k_C + 1)} \right] + \frac{1}{\frac{Z_C}{Z_e(d)} + j \frac{\omega}{\omega_o} \left(\frac{1}{k_C} + 1 \right)} \quad (6.10)$$

El módulo de (6.10) depende de la frecuencia de trabajo, de la resistencia de carga, R_L , de la relación de conducción, d , y de la relación de condensadores del convertidor, k_C . Para caracterizar la $Z_{IN}(j\omega)$ se representa el módulo de (6.10) respecto a la pulsación de conmutación normalizada de la figura 6.11 a la 6.35. En cada gráfica aparecen diferentes relaciones de conducción, todas ellas para un mismo índice de carga y relación de condensadores.

Se observa en las gráficas que la pulsación ω_o , es la que domina el comportamiento de la impedancia en el convertidor. Únicamente para valores de k_C elevados e índices de carga bajos se aprecia el efecto de la pulsación natural de cortocircuito ω_{os} , tal como se aprecia en las figuras 6.26 y 6.31.

No va a tener sentido proponer la frecuencia f_m como punto óptimo de trabajo por debajo de la resonancia f_o por ser sólo interesante cuando el valor k_C es elevado (10 o más) y, además, se observa una gran dispersión en sus valores de $Z_{IN}(j\omega)$.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $k_C=0,1$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.11 a la 6.15.

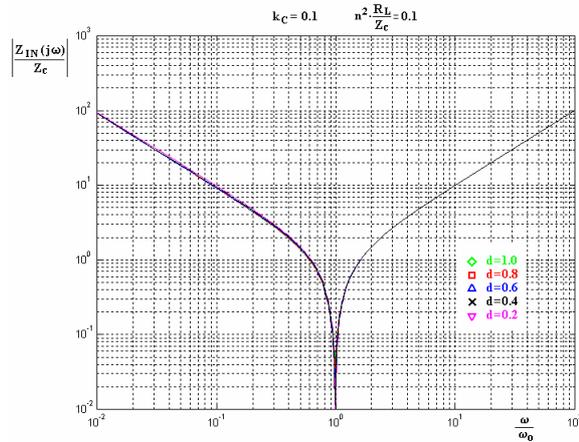


Fig. 6.11. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,1$ e índice de carga 0,1

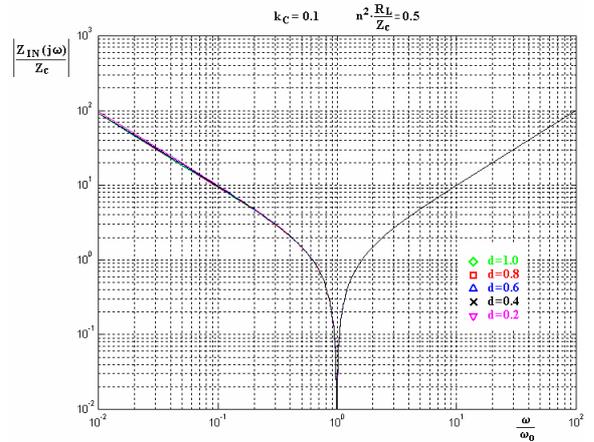


Fig. 6.12. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,1$ e índice de carga 0,5

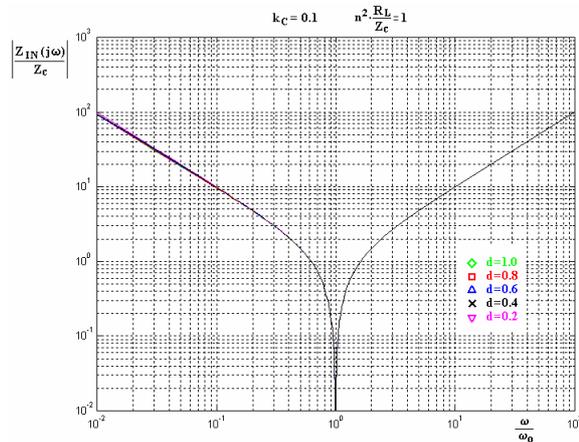


Fig. 6.13. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,1$ e índice de carga 1

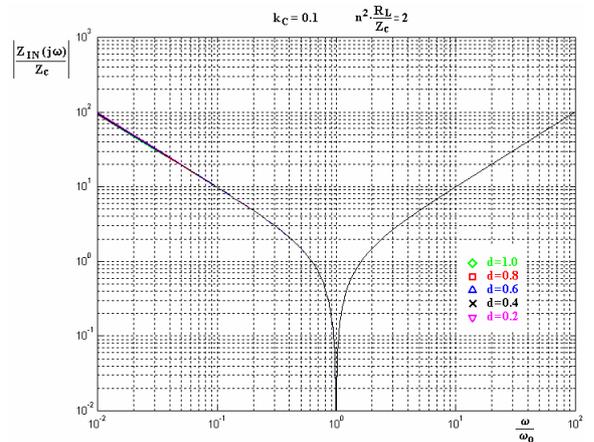


Fig. 6.14. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,1$ e índice de carga 2

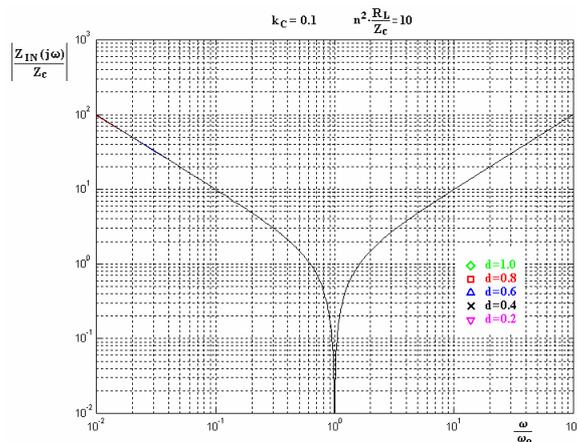


Fig. 6.15. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,1$ e índice de carga 10

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $k_C=0,5$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.16 a la 6.20.

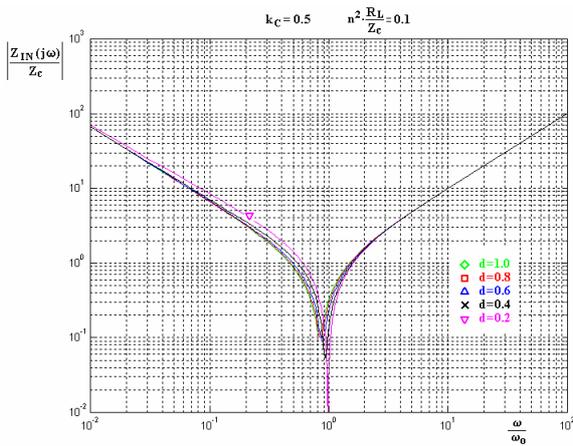


Fig. 6.16. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,5$ e índice de carga 0,1

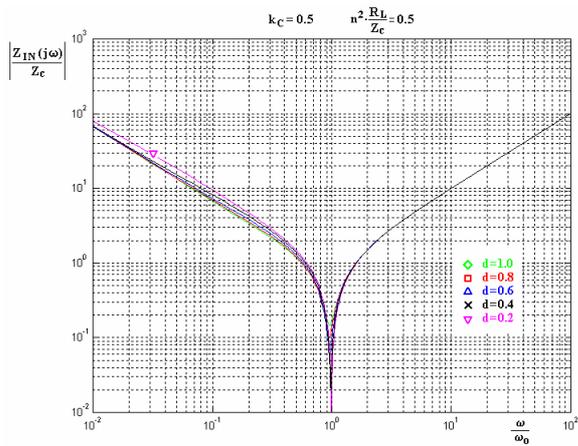


Fig. 6.17. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,5$ e índice de carga 0,5

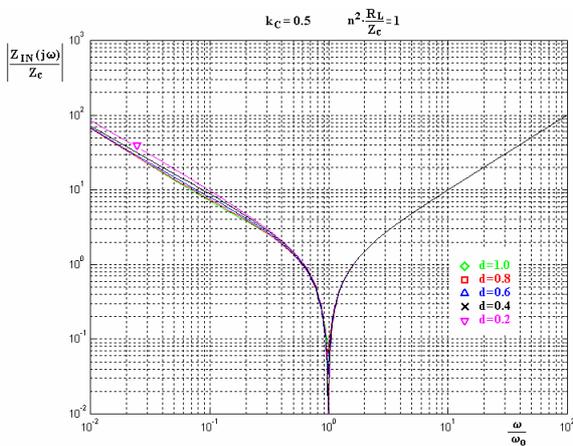


Fig. 6.18. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,5$ e índice de carga 1

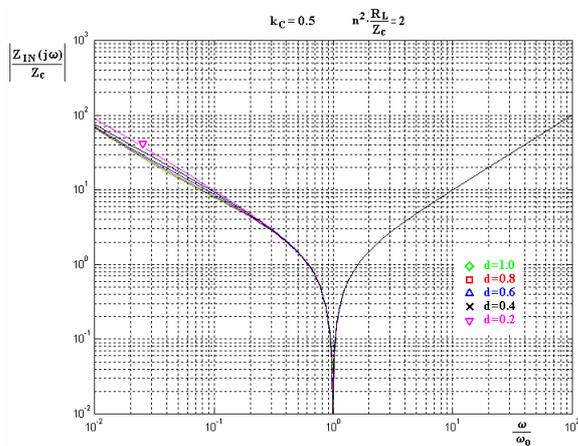


Fig. 6.19. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,5$ e índice de carga 2

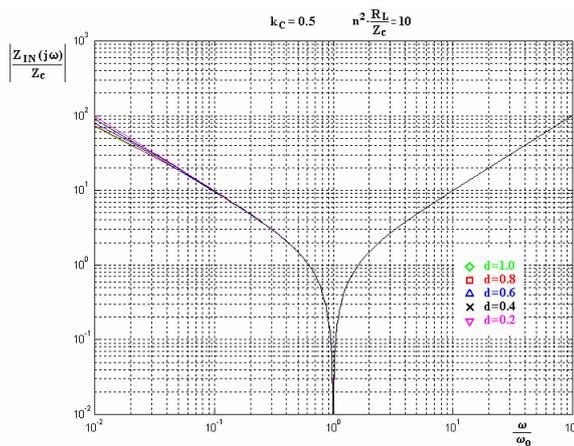


Fig. 6.20. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 0,5$ e índice de carga 10

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $k_C=1$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.21 a la 6.25.

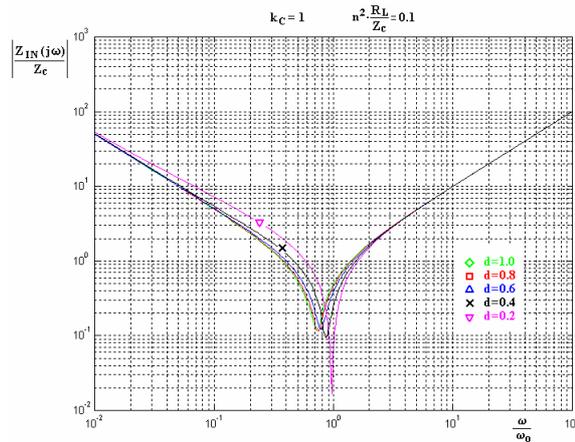


Fig. 6.21. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 1$ e índice de carga 0,1

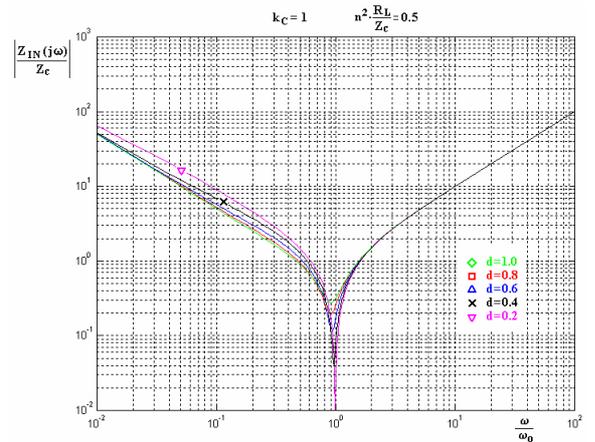


Fig. 6.22. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 1$ e índice de carga 0,5

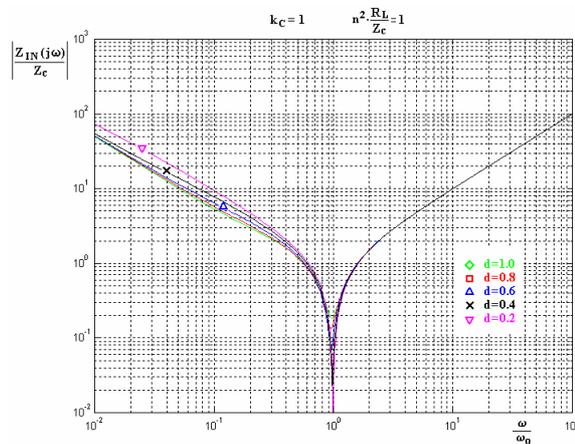


Fig. 6.23. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 1$ e índice de carga 1

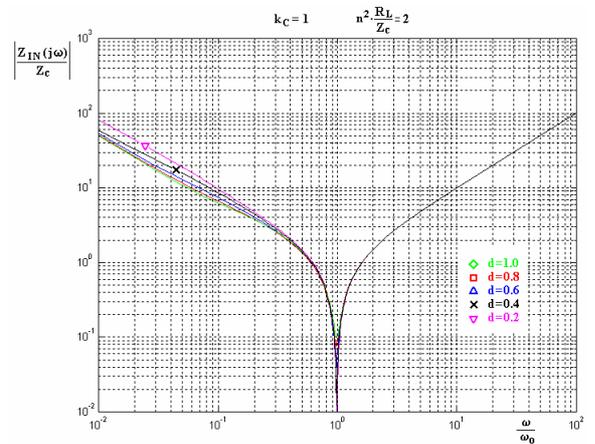


Fig. 6.24. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 1$ e índice de carga 2

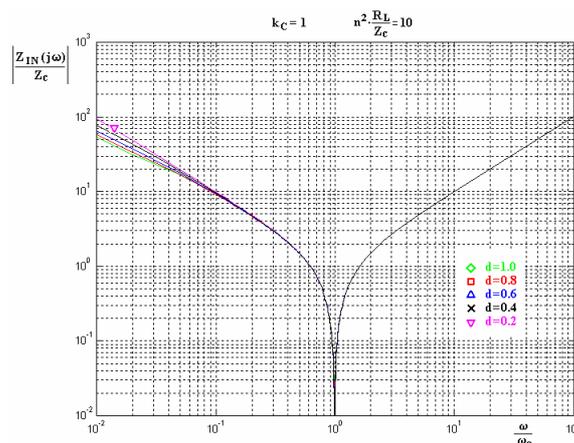


Fig. 6.25. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 1$ e índice de carga 10

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $k_C=2$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.26 a la 6.30.

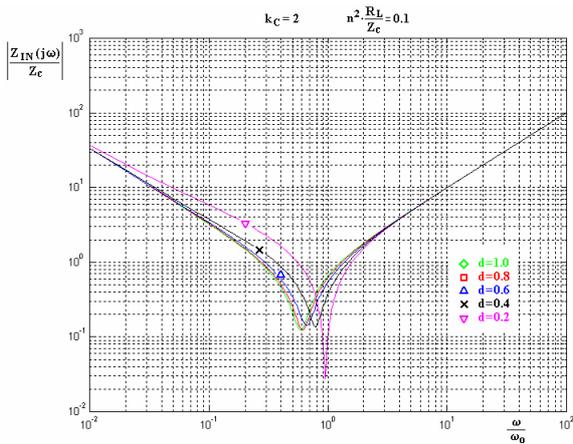


Fig. 6.26. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 2$ e índice de carga 0,1

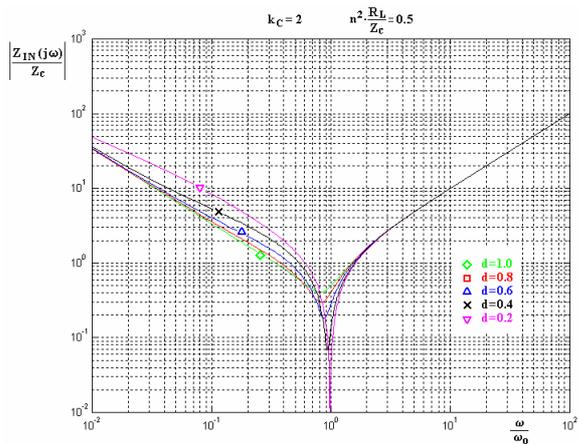


Fig. 6.27. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 2$ e índice de carga 0,5

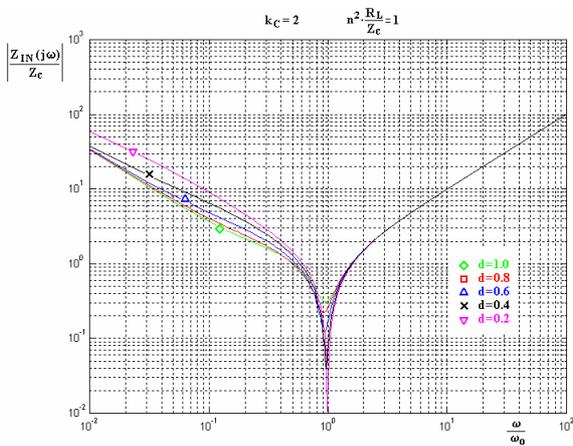


Fig. 6.28. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 2$ e índice de carga 1

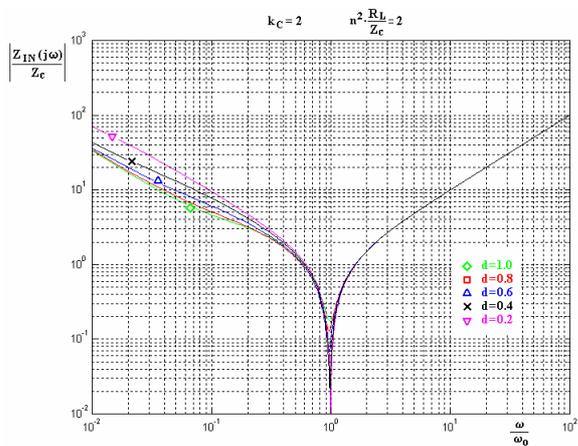


Fig. 6.29. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 2$ e índice de carga 2

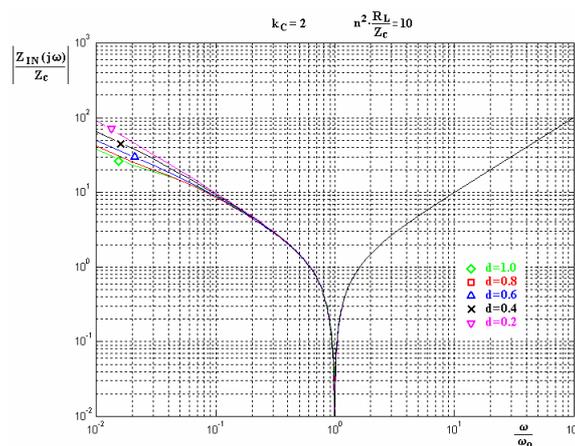


Fig. 6.30. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 2$ e índice de carga 10

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $k_C=10$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.31 a la 6.35.

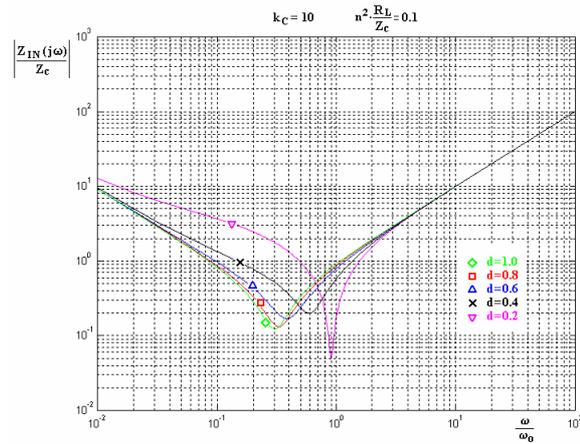


Fig. 6.31. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 10$ e índice de carga 0,1

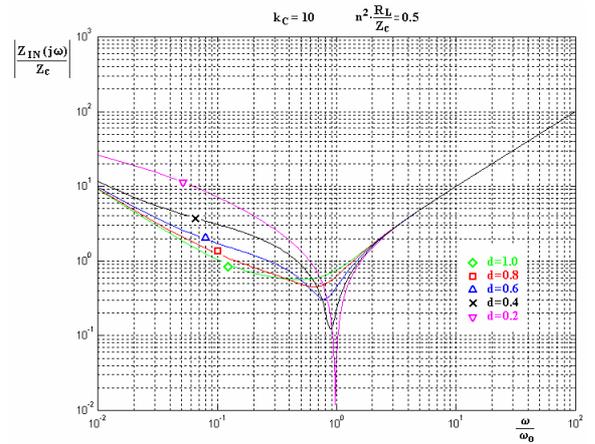


Fig. 6.32. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 10$ e índice de carga 0,5

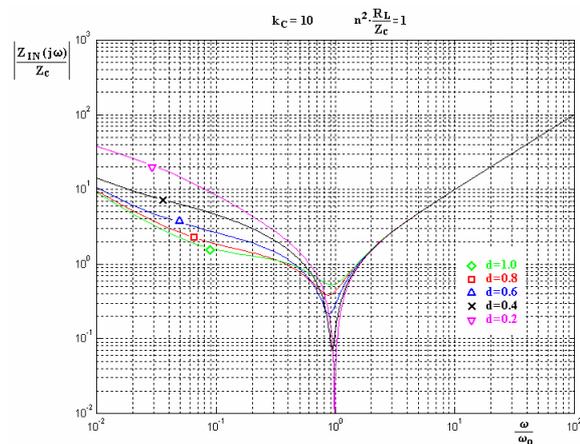


Fig. 6.33. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 10$ e índice de carga 1

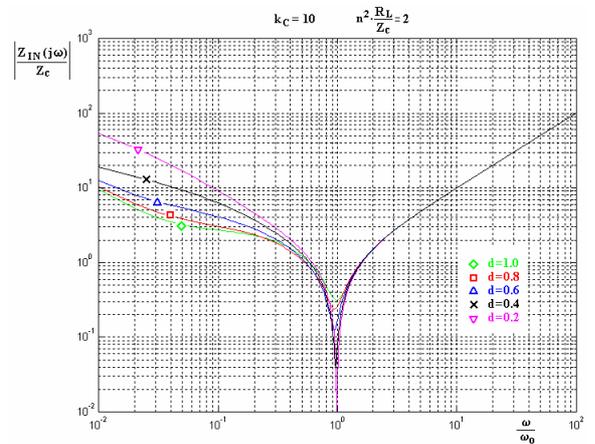


Fig. 6.34. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 10$ e índice de carga 2

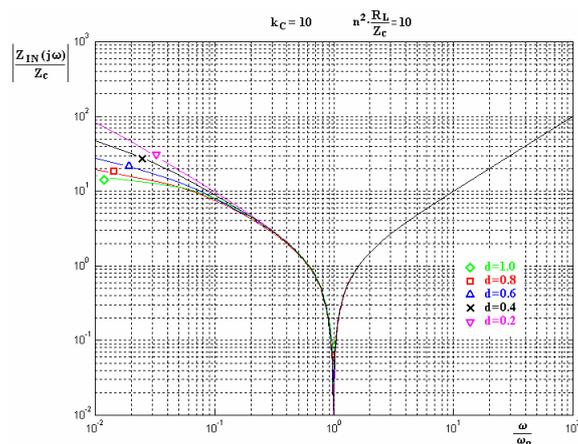


Fig. 6.35. Módulo de $Z_{IN}(j\omega)$ normalizada con $k_C = 10$ e índice de carga 10

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

En las figuras se aprecia para frecuencias superiores a f_o un comportamiento más estable e independiente del índice de carga, de k_C y de la relación de conducción del rectificador. Va a ser este el margen propuesto como óptimo de frecuencias de conmutación del inversor. La impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$ tendrá un comportamiento inductivo y el tipo de conmutación en los interruptores del inversor se garantiza *ZVS*.

Nuevamente el punto óptimo de trabajo se situará en aquella frecuencia en el margen indicado tal que garantice una $Z_{IN}(j\omega)$ mínima aceptable para los parámetros de diseño del convertidor en el caso de R_L nula o relación de conducción mínima.

6.1.4 Función de transferencia del tanque resonante

Conocida la impedancia $Z_e(d)$, la función de transferencia que relaciona el primer armónico de la tensión de excitación del tanque resonante, $v_{gen,1}$, y la tensión v_{rp} es

$$H(j\omega) = \frac{v_{rp}(j\omega)}{v_{gen,1}(j\omega)} = \frac{\frac{Z_e(d)}{1 + j\omega C_{rp} Z_e(d)}}{j\omega L_r + \frac{1}{j\omega C_{rs}} + \frac{Z_e(d)}{1 + j\omega C_{rp} Z_e(d)}} \quad (6.11)$$

que se puede describir como

$$H(j\omega) = \frac{j \frac{\omega}{\omega_o} \frac{Z_e(d)}{Z_c} (k_C + 1)}{j \frac{\omega}{\omega_o} \frac{Z_e(d)}{Z_c} \frac{(k_C + 1)^2}{k_C} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 \right] + 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 (k_C + 1)} \quad (6.12)$$

en términos de la impedancia característica definida en (6.3), de la pulsación resonante en circuito abierto definida en (6.4) y de la relación de condensadores (6.6). Se considera el término $Z_e(d)/Z_c$ deducido en la ecuación (4.16) del apartado 4.1.3, quedando la función de transferencia del tanque resonante también como una función del índice de carga, $n^2 R_I / Z_c$.

De la figura 6.36 a la 6.50 se presenta el módulo de (6.12) respecto al índice de carga del convertidor, para diferentes relaciones de conducción, relación de k_C y frecuencia. Las frecuencias mostradas corresponden al margen seleccionado como óptimo en el estudio de la impedancia de entrada del apartado anterior (6.1.3)

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $f_s = 1,2f_o$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.36 a la 6.40.

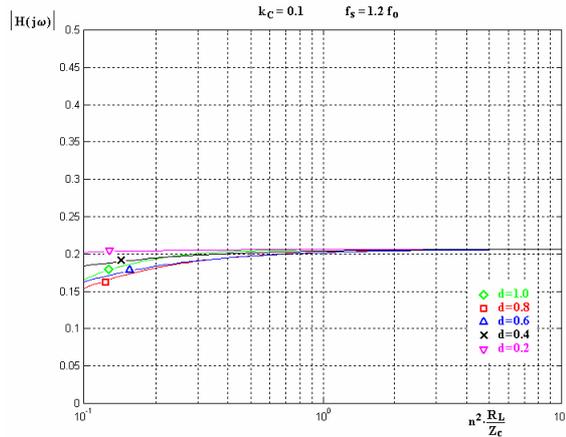


Fig. 6.36. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,1$

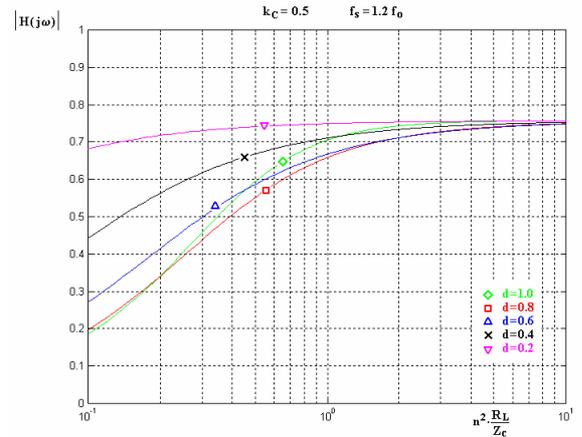


Fig. 6.37. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,5$

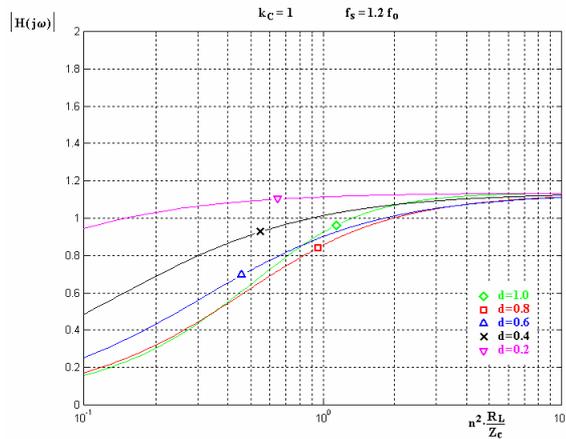


Fig. 6.38. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 1$

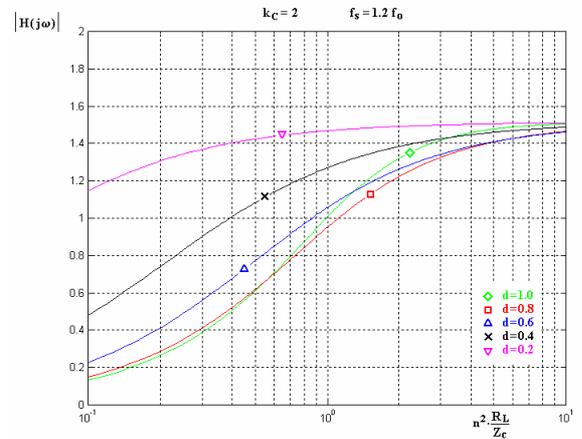


Fig. 6.39. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 2$

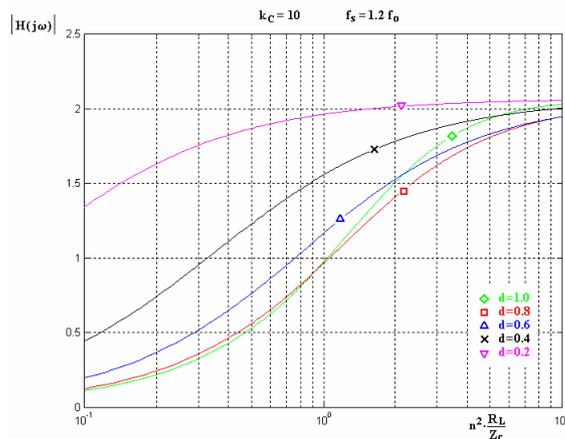


Fig. 6.40. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $f_s = 1,5f_0$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.41 a la 6.45.

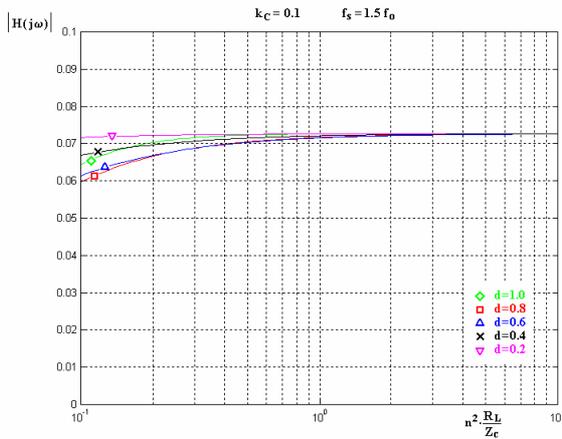


Fig. 6.41. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,1$

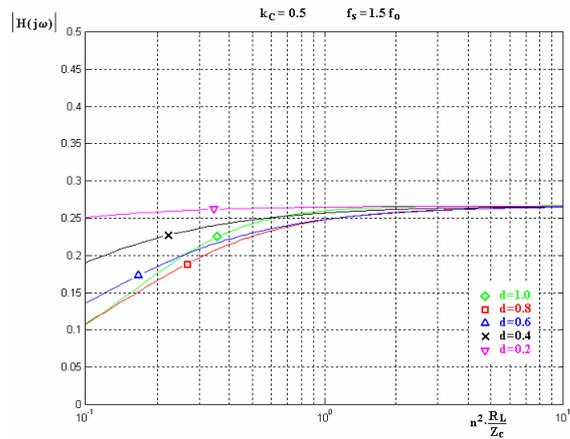


Fig. 6.42. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,5$

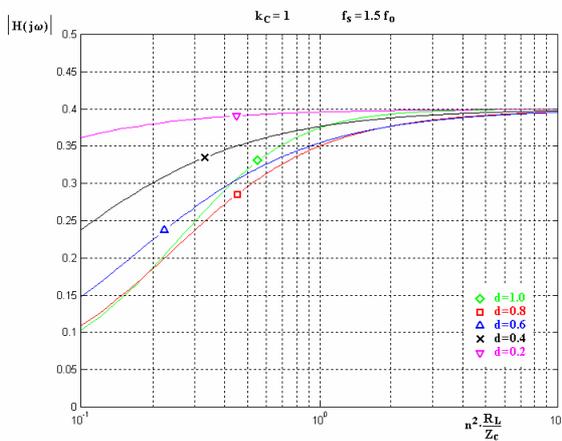


Fig. 6.43. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 1$

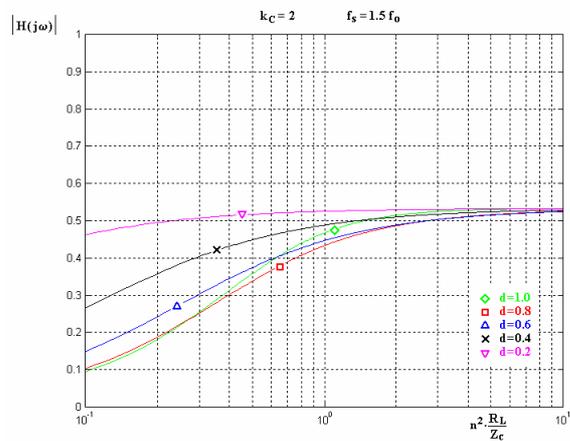


Fig. 6.44. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 2$

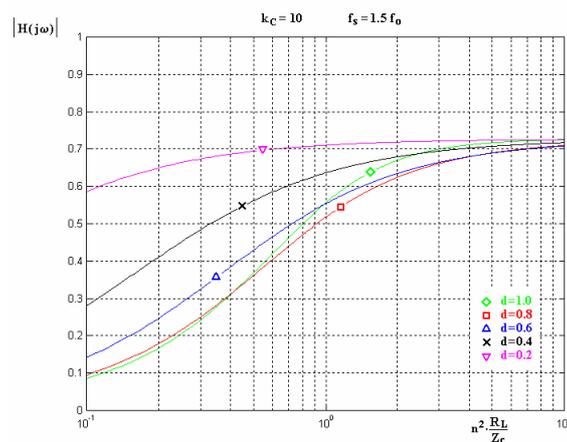


Fig. 6.45. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $f_s = 2f_0$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.46 a la 6.50.

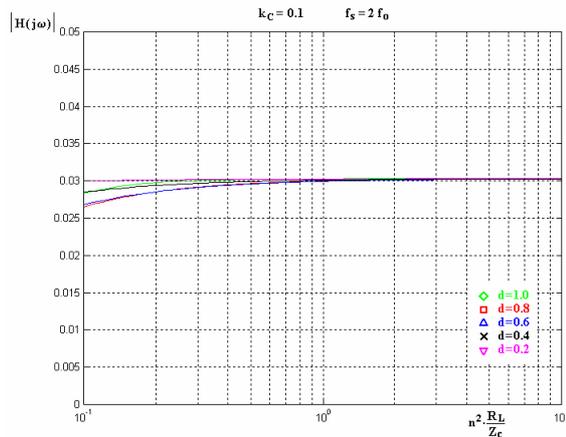


Fig. 6.46. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,1$

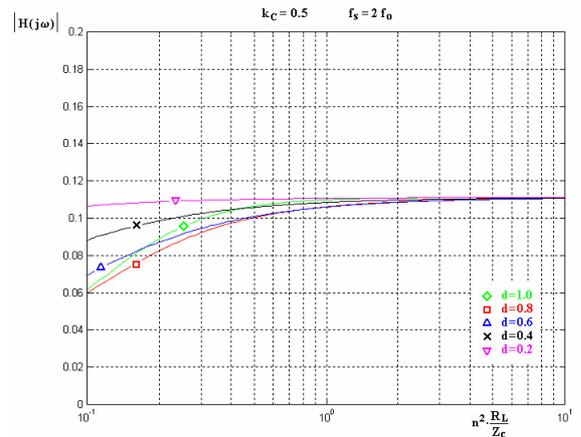


Fig. 6.47. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 0,5$

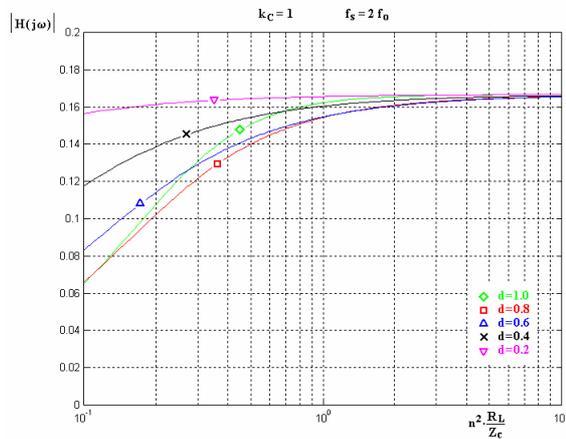


Fig. 6.48. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 1$

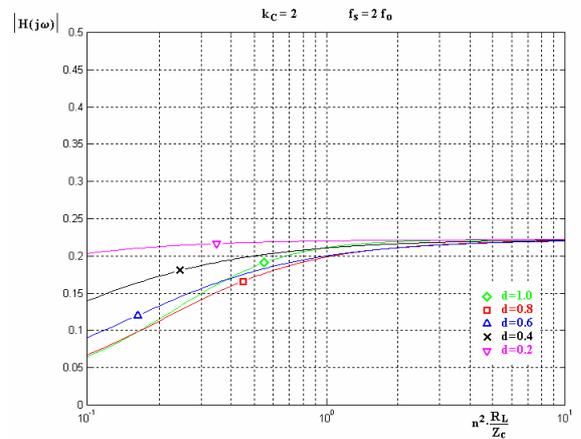


Fig. 6.49. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 2$

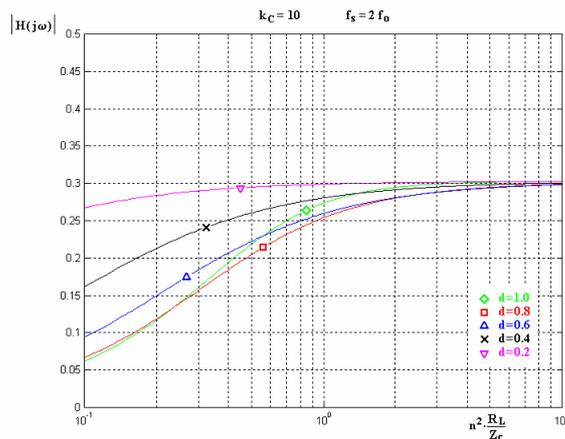


Fig. 6.50. Módulo de $H(j\omega)$
con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

De las gráficas presentadas se observa que conforme aumenta la frecuencia de trabajo, el módulo de la función de transferencia del tanque resonante se hace menor. Por tanto no es interesante incrementar en exceso la frecuencia de conmutación del inversor para que exista gran transferencia de tensión del tanque resonante a las etapas de salida.

También se aprecia en todas las gráficas que para valores altos del índice de carga el módulo de la función de transferencia tiende a un valor constante. Al valor que tiende el módulo en cada una de las frecuencias consideradas se obtiene de la ecuación (6.12) considerando la condición

$$\frac{\omega}{\omega_o} \frac{Z_e(d)}{Z_c} (k_c + 1) \frac{k_c + 1}{k_c} \left[1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 \right] \gg 1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^2 (k_c + 1) \quad (6.13)$$

Con la suposición (6.13), el módulo de la ecuación (6.12) queda

$$|H(j\omega)| = \frac{k_c}{(k_c + 1)} \frac{1}{1 - \left(\frac{\omega}{\omega_o} \right)^2} \quad (6.14)$$

En la Tabla 6.1 se presentan los valores de la ecuación (6.14) para cada frecuencia

$ H(j\omega) $	$k_c = 0,1$	$k_c = 0,5$	$k_c = 1$	$k_c = 2$	$k_c = 10$
$\frac{\omega}{\omega_o} = 1,2$	0,206	0,757	1,136	1,515	2,066
$\frac{\omega}{\omega_o} = 1,5$	0,073	0,267	0,400	0,533	0,727
$\frac{\omega}{\omega_o} = 2,0$	0,030	0,111	0,167	0,222	0,303

Tabla 6.1. Valores del módulo de la función de transferencia del tanque resonante para índices de carga elevados

6.1.5 Tensión de salida normalizada

La ecuación de la tensión de salida V_o normalizada del SPRC-CR es idéntica a la ecuación (4.38) del PRC-CR (apartado 4.1.6), pero considerando obviamente como función de transferencia la calculada para el SPRC-CR y presentada en (6.12). Dada la analogía entre las etapas rectificadoras del PRC-CR y la del SPRC-CR ambas quedan definidas por las mismas ecuaciones, compartiendo por tanto ecuación de tensión de salida del convertidor.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

De la figura 6.51 a la 6.65 se presentan las diferentes soluciones de la tensión de salida normalizada respecto al índice de carga del SPRC-CR. Los casos presentados son los propuestos de interés en el anterior apartado 6.1.4.

Para $f_s = 1,2f_0$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.51 a la 6.55.

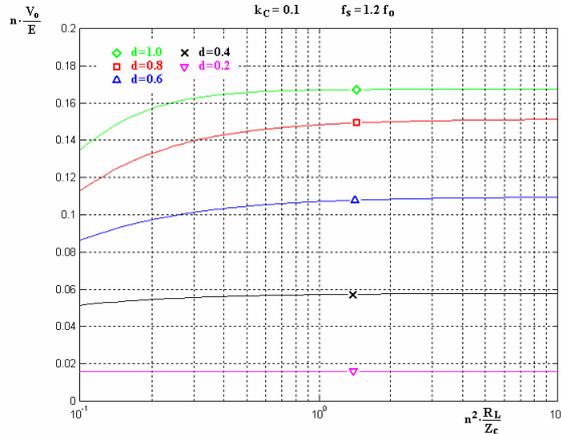


Fig. 6.51. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,1$

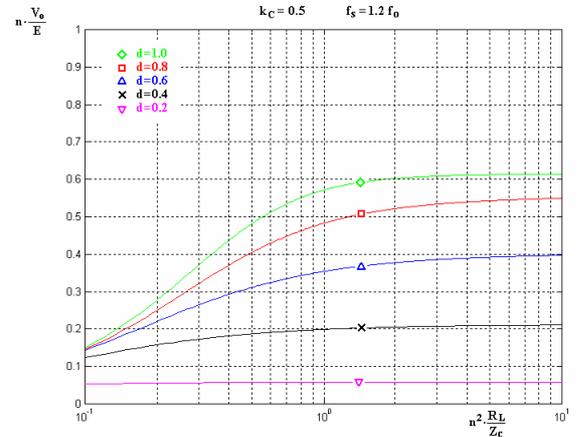


Fig. 6.52. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,5$

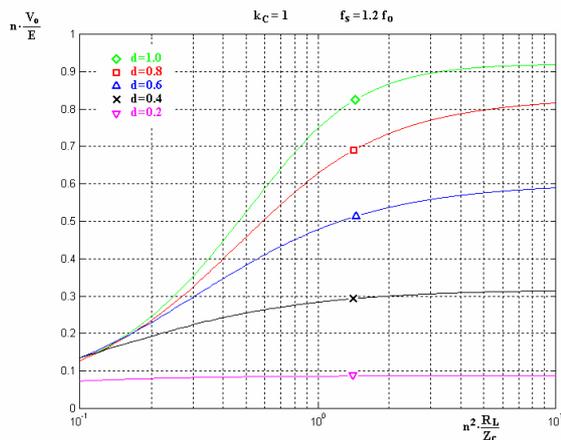


Fig. 6.53. Tensión de salida normalizada con $k_C = 1$

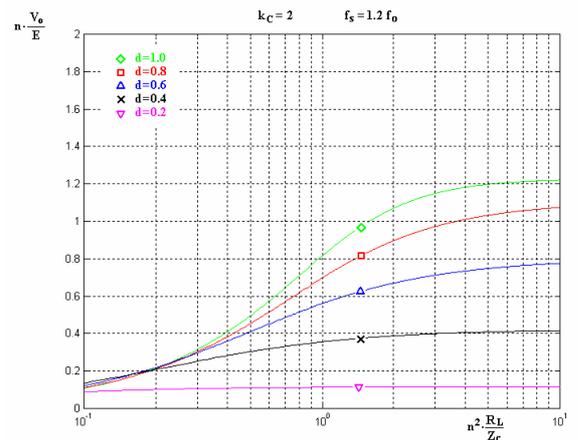


Fig. 6.54. Tensión de salida normalizada con $k_C = 2$

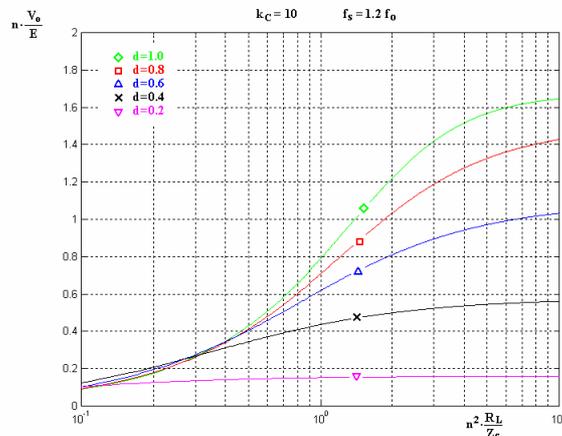


Fig. 6.55. Tensión de salida normalizada con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $f_s = 1,5f_0$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.56 a la 6.60.

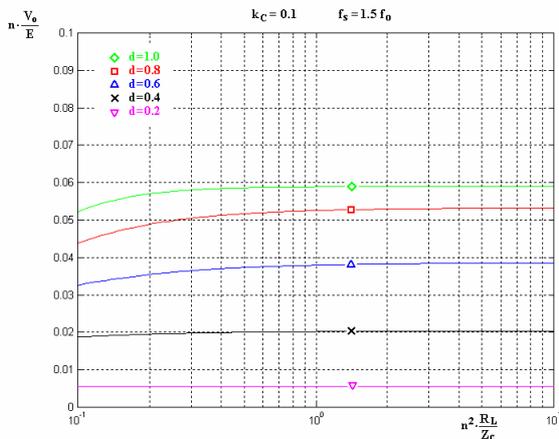


Fig. 6.56. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,1$

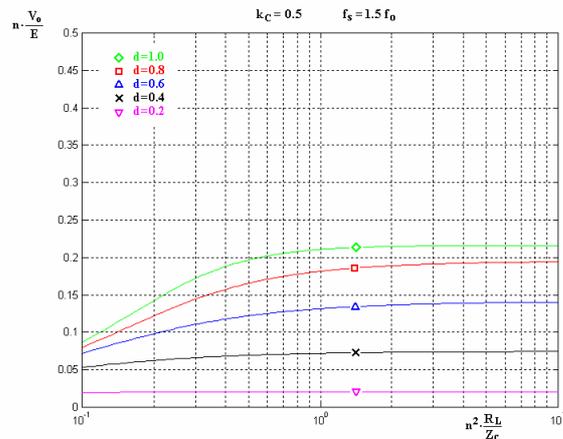


Fig. 6.57. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,5$

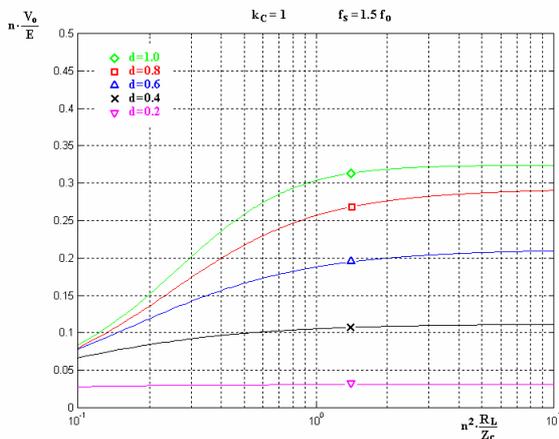


Fig. 6.58. Tensión de salida normalizada con $k_C = 1$

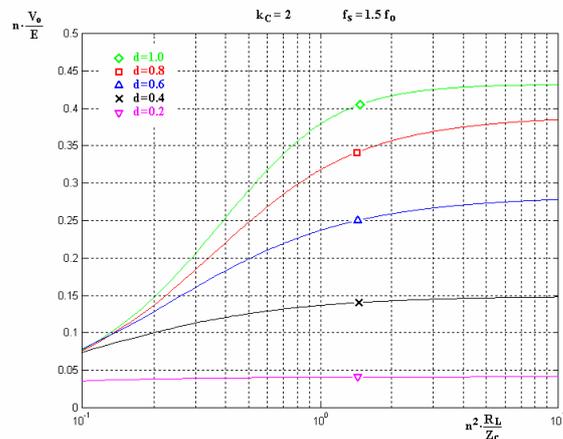


Fig. 6.59. Tensión de salida normalizada con $k_C = 2$

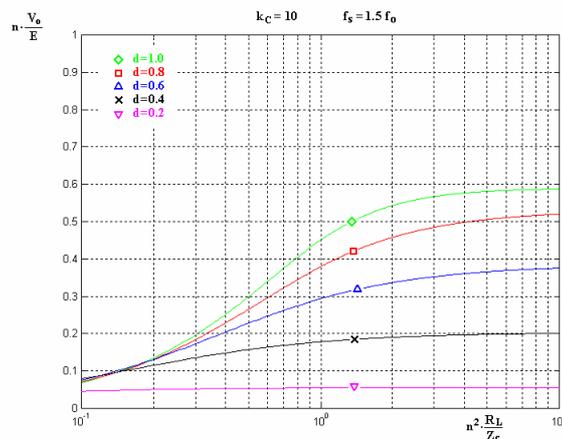


Fig. 6.60. Tensión de salida normalizada con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Para $f_s = 2f_0$ se obtiene el conjunto de gráficas de la figura 6.61 a la 6.65.

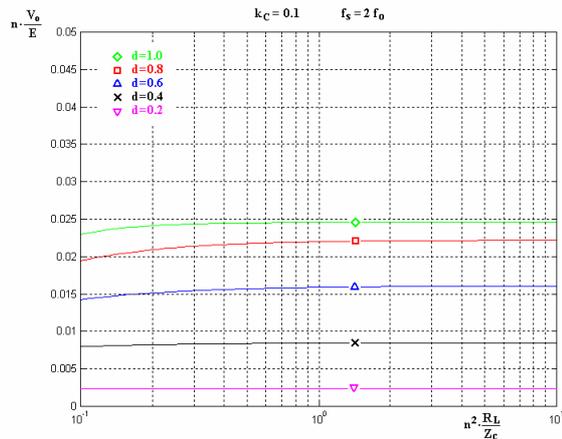


Fig. 6.61. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,1$

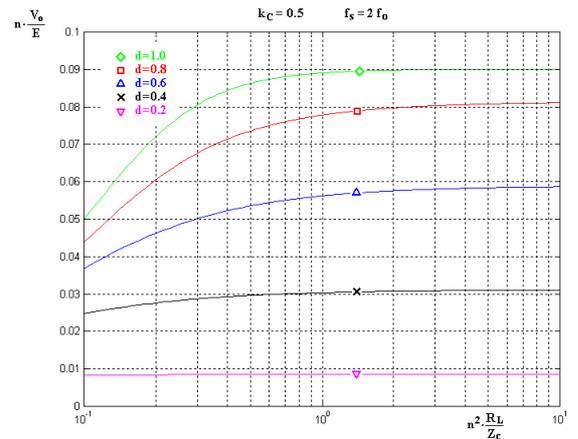


Fig. 6.62. Tensión de salida normalizada con $k_C = 0,5$

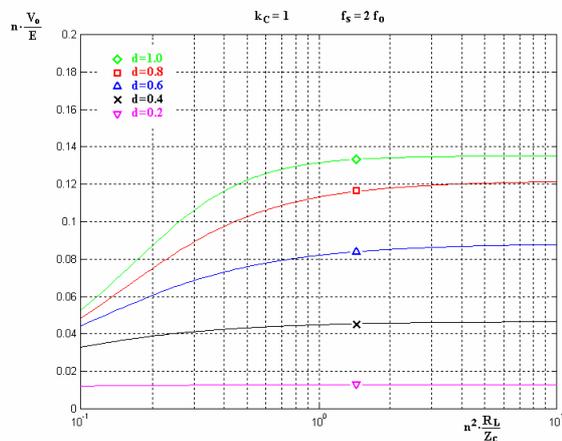


Fig. 6.63. Tensión de salida normalizada con $k_C = 1$

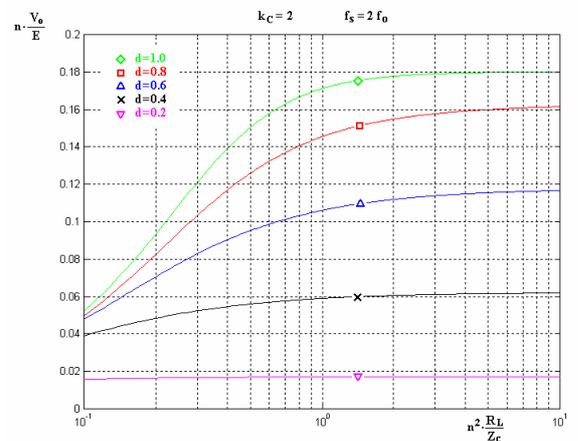


Fig. 6.64. Tensión de salida normalizada con $k_C = 2$

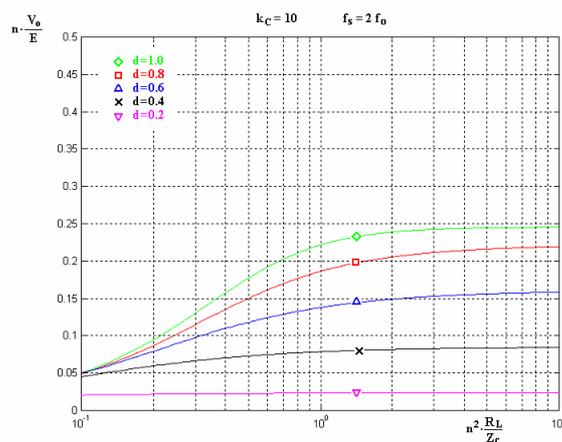


Fig. 6.65. Tensión de salida normalizada con $k_C = 10$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Se observa en las gráficas que existen gran cantidad de zonas de trabajo interesantes en las que es posible realizar una regulación excelente de la tensión de salida del convertidor para un gran margen de valores de resistencia de carga.

Diversos parámetros intervienen en el comportamiento del convertidor y, mediante el análisis realizado, puede determinarse la influencia de cada uno de ellos. Se proponen como objetivos a optimizar en el convertidor que la tensión de salida tenga el mayor margen de regulación posible y que las variaciones de la resistencia de carga afecten en la menor medida. Con estos objetivos se deduce de las gráficas obtenidas que interesa para una determinada frecuencia de conmutación que

- la relación de capacidades k_C sea grande, y
- el índice de carga sea grande.

Se observa en las gráficas que para un mismo índice de carga y una misma frecuencia de trabajo, con un valor de k_C elevado se tienen posibilidades de obtener una tensión de salida mayor. De igual forma, para un mismo valor de k_C , con un índice de carga mayor la tensión de salida puede ser mayor y más inmune a las variaciones de la resistencia de carga.

Respecto a la frecuencia, el nivel de tensión de salida será mayor si la frecuencia de conmutación es más próxima a resonancia. Basta con comparar las gráficas que presentan el caso de $f_s = 1,2f_o$ con las otras frecuencias de conmutación. Se observa que, para igualdad de valor de k_C e índice de carga, los niveles de tensión normalizada correspondientes a la citada frecuencia son superiores a las otras frecuencias. Esta condición esta limitada por el $|Z_{IN}(j\omega)|$ mínimo deseado en el convertidor que no puede ser excesivamente pequeño para garantizar una variación pequeña de las magnitudes resonantes. Es un parámetro importante de diseño convenientemente establecido en el cálculo del convertidor.

Se observa en las figuras que siempre que el índice de carga es superior a la unidad existe correspondencia entre los incrementos de la relación de conducción y los incrementos de la tensión de salida. Únicamente en algunas de las condiciones presentadas con índices de carga inferiores a la unidad no se cumple la citada correspondencia que haría imposible el control del convertidor.

Los puntos de trabajo más interesantes son aquellos en los que la curva de la tensión de salida normalizada tiene forma plana. En dichos puntos las variaciones de la resistencia de carga del convertidor apenas afectarán a la tensión de salida, garantizando robustez en el convertidor y haciendo imperceptibles las perturbaciones de carga. Un ejemplo de estos casos se obtiene a la frecuencia de $1,5f_o$, para una $k_C=2$ y un índice de carga de 5.

6.1.6 Criterios de cálculo del convertidor

El cálculo del SPRC-CR se plantea como el del PRC-CR, pero considerando los valores de impedancia de entrada y de función de transferencia que corresponden al convertidor. Por tanto el método de cálculo es el propuesto en el apartado 4.1.7 y con las ecuaciones (4.39), (4.40) y (4.41).

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

Tal como se ha deducido en anteriores apartados es óptimo trabajar a una frecuencia de conmutación por encima de la de resonancia en circuito abierto f_o . Por tanto, se proponen como frecuencias de trabajo valores en torno a $1,5f_o$.

Respecto a la impedancia de entrada, su valor mínimo corresponde nuevamente al caso de $Z_e(d)$ infinito. Operando con esta condición, el módulo de la ecuación (6.10) resulta de igual forma que la ecuación (4.43) del apartado 4.1.7. Nótese que en dicha ecuación no afecta la relación de condensadores resonantes k_C . Los valores del módulo de la impedancia se encuentran en la Tabla 4.2 del citado apartado.

Seleccionada la frecuencia de trabajo y obtenida la impedancia de entrada, está fijada la impedancia característica del tanque resonante. La selección de los componentes resonantes, L_r , C_{rs} y C_{rp} , tiene un grado de libertad dado por la constante k_C que se desee elegir. Esta constante afectará a la función de transferencia del tanque resonante.

Conocidos los valores de $|Z_{IN}(j\omega)|$ y de corriente resonante i_r de pico, se calcula la relación de transformación n mediante la ecuación (4.44). El módulo de la función de transferencia se deberá elegir el valor que corresponda de la Tabla 6.1 del apartado 6.1.4, acorde a la constante k_C elegida.

Una vez obtenido el valor de n y conocida la R_L mínima que, según especificaciones de diseño, existirá en la salida del convertidor, conviene verificar que el índice de carga mínimo, $n^2 R_L(\text{mín})/Z_C$, va a garantizar regulación óptima de la tensión de salida y ganancia constante en la función de transferencia del tanque resonante. Conviene recordar que este método sencillo de cálculo tiene pequeño error, y por tanto es aplicable, sólo si se cumple que la ganancia de la función de transferencia es constante.

Finalmente se puede estimar el valor de pico de la tensión en el condensador resonante paralelo mediante la ecuación siguiente, (6.15), obtenida directamente a partir de la ecuación (4.45) para el PRC-CR.

$$\hat{v}_{rp} = |H(j\omega)| \frac{4}{\pi} E \quad (6.15)$$

6.1.7 Resultados de simulación

El esquema PSIM del convertidor SPRC-CR se presenta en la figura 6.66. Se observa que la tensión de entrada del convertidor es de 100V. La relación de transformación del transformador de aislamiento es $n = 4$. La relación de condensadores k_C es 2. Con los valores de inductancia y condensadores resonantes utilizados, la impedancia característica del tanque resonante es de $57,5 \Omega$ y la frecuencia resonante en circuito abierto de 61033 Hz. La resistencia de carga del convertidor es de 14Ω . Con estos datos resulta un índice de carga de valor 3,89.

Se simula el convertidor a la frecuencia $1,2f_o$ presentando dos relaciones de conducción del conjunto rectificador.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

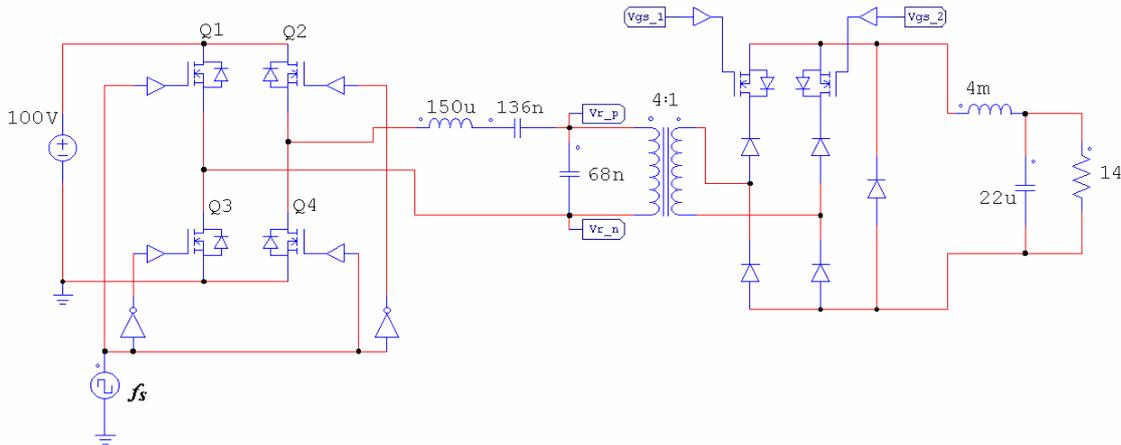


Fig. 6.66. Esquemático del convertidor

Los resultados esperados de simulación son los siguientes:

- ✓ El módulo de la impedancia de entrada $Z_{IN}(j\omega)$, mediante la Tabla 4.2, es de $20,7 \Omega$.
- ✓ Con el índice de carga del convertidor se puede suponer, mediante la gráfica 6.39, la función de transferencia prácticamente constante e igual a 1,51, según la Tabla 6.1.
- ✓ El valor de pico de la corriente resonante, mediante la ecuación (4.41), es de 6,15 A.
- ✓ El valor de pico esperado de la tensión resonante, mediante la ecuación (4.45), es de 192 V.

En la figura 6.67 se presentan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,3. En la gráfica superior se presenta la tensión resonante en el secundario del transformador, v_{rp}' , (en rojo) y la tensión de salida del puente rectificador semicontrolado, v_{rec} , (en azul). En la gráfica inferior aparece la corriente resonante, i_r , (en rojo) y la corriente por el inductor del filtro de salida, I_L , (en azul).

El valor de pico de la tensión resonante es de 187 V y el valor de pico de la corriente resonante es de 6,4 A. Se observa también que estos valores son muy próximos a los esperados, teniendo en cuenta que la tensión resonante presentada es dividida por la relación de transformación n por ser en extremos del secundario del transformador. Respecto a la tensión de salida, el valor obtenido es de 8 V, siendo el valor esperado de 7,5 V mediante la gráfica 6.54.

En la figura 6.68 se presentan las formas de onda obtenidas de la simulación correspondientes a una relación de conducción de 0,7. El valor de pico de la tensión resonante es de 175 V y el valor de pico de la corriente resonante es de 6,1 A. Se observa nuevamente que estos valores son muy próximos a los esperados, considerando la relación n . El valor obtenido de tensión de salida es de 22 V, siendo el valor esperado de 21,2 V mediante la gráfica 6.54.

Tal como en los dos anteriores convertidores el error entre los valores predecibles por el método de análisis y los obtenidos por simulación son pequeños. Es posible dimensionar y diseñar el convertidor de forma rápida e eficiente si las condiciones de carga del convertidor permiten garantizar un índice de carga suficientemente alto (valor superior a 3 ó 4). De esta forma se consigue hacer trabajar el convertidor de forma que

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.1 Análisis por aproximación al primer armónico

es posible la regulación de la tensión de salida con escasa variación de las magnitudes resonantes.

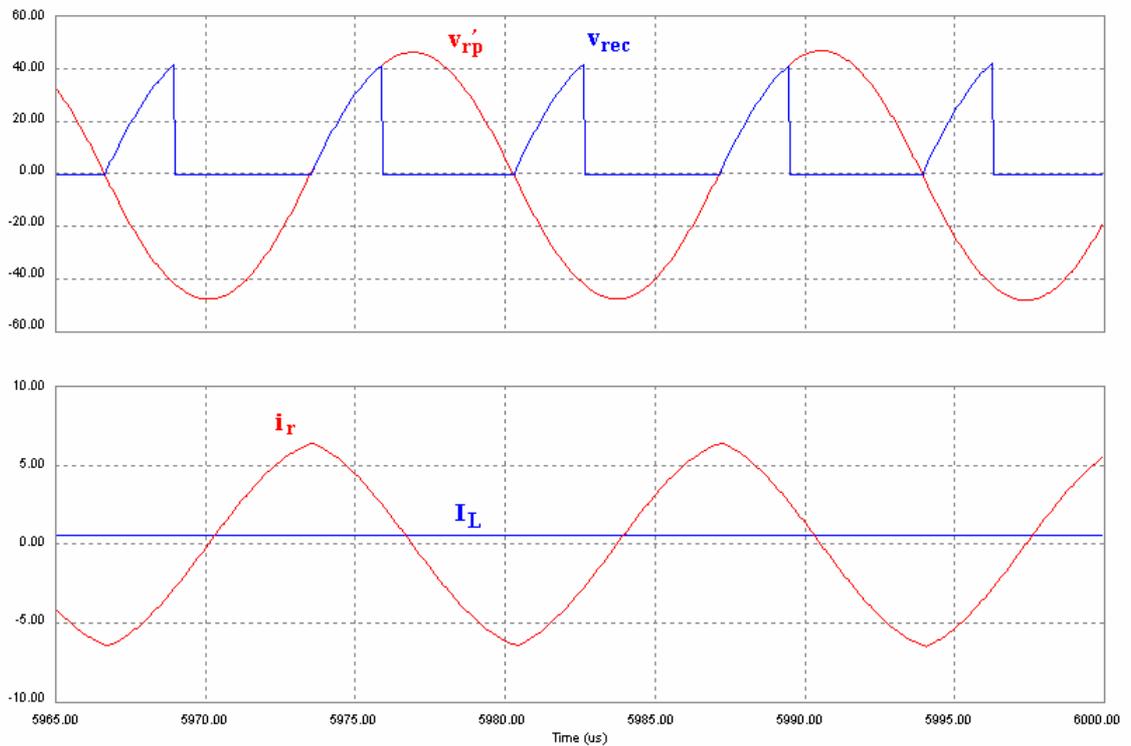


Fig.6.67. Resultados de simulación para $1,2f_o$ y $d = 0,3$

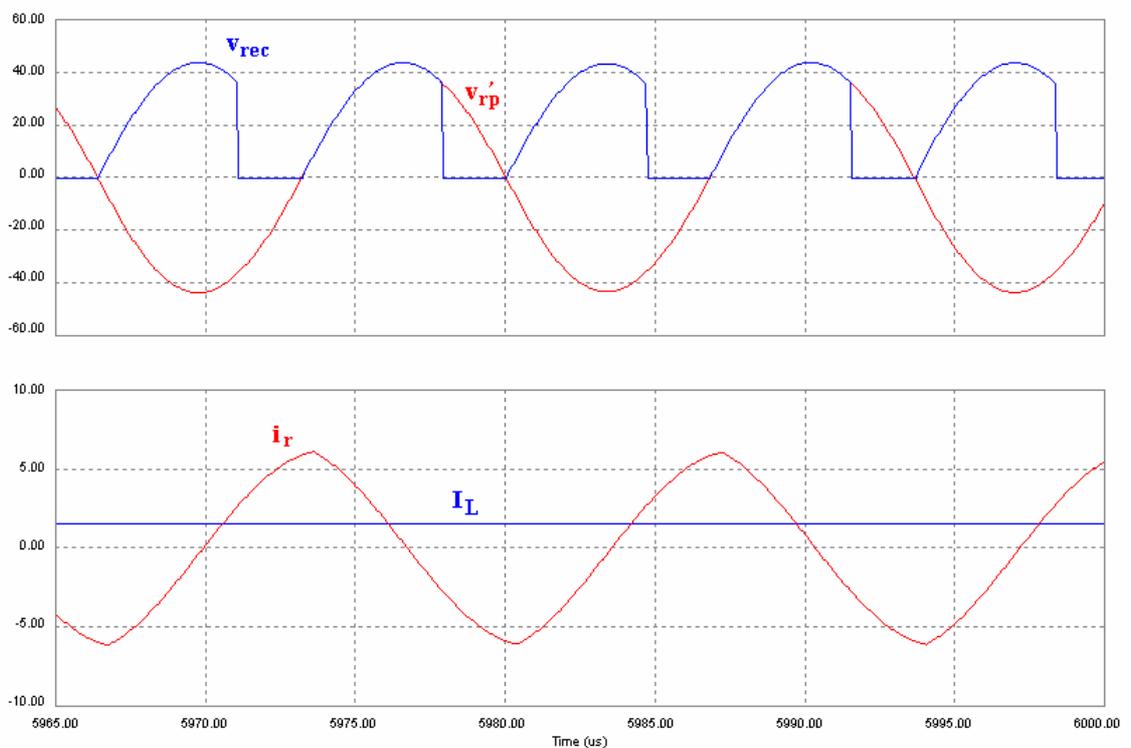


Fig.6.68. Resultados de simulación para $1,2f_o$ y $d = 0,7$

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

6.2.1 Introducción

Con la misma metodología que para el SRC-CR y PRC-CR, se van a obtener las ecuaciones de evolución en el dominio del tiempo para el SPRC-CR. Se asumen, nuevamente, las aproximaciones de análisis ya utilizadas en este trabajo y ampliamente utilizadas en la bibliografía:

- tensión constante en la carga,
- corriente constante por la bobina del filtro de salida.

El convertidor se va a modelar tal como aparece en la figura 6.69, en la que todo el conjunto filtro de salida carga se sustituye por una fuente de corriente.

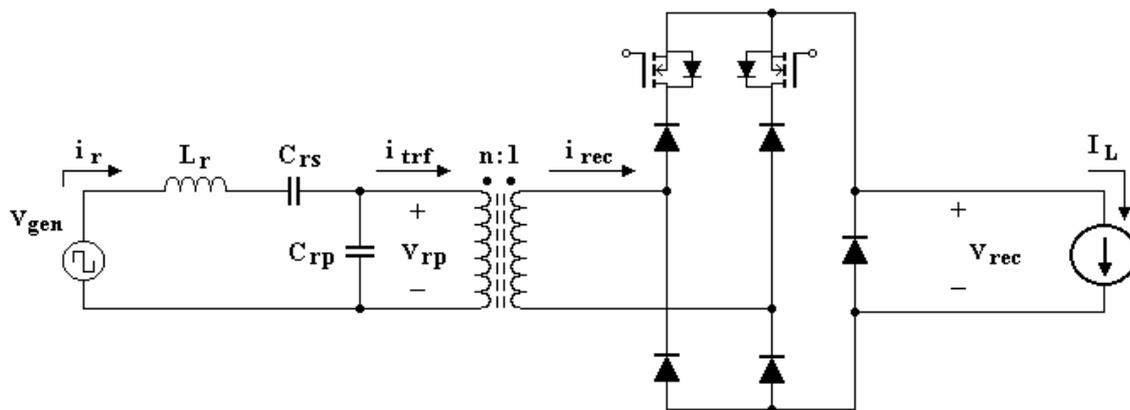


Fig. 6.69. Modelo circuital de comportamiento del SPRC-CR

En la figura 6.70 se presenta una simulación con las formas de onda del convertidor para el margen de frecuencias de conmutación óptimo de 1,2 a 1,5 veces f_o . La referencia usada en el análisis del SPRC-CR es la tensión del condensador resonante paralelo, v_{rp} , (en verde), cuyos pasos por cero determinan el periodo de conmutación y el inicio del tiempo de activación de los interruptores del puente rectificador, t_{ON} . En azul aparece la tensión de salida del puente inversor, v_{gen} , en rojo la corriente por la bobina resonante, i_r , en rosa la tensión en el condensador resonante serie, v_{rs} , y en negro la corriente de entrada al transformador de aislamiento, i_{trf} .

Dada la simetría en las formas de onda el estudio, el análisis queda simplificado al semiperiodo positivo de v_{rp} en el que aparecen tres intervalos de estudio:

- ✓ de t_0 a t_1 ,
- ✓ de t_1 a t_d ,
- ✓ de t_d a t_2 .

Se observa que existe corriente i_{trf} de valor I_L/n desde el instante t_0 hasta el instante t_d , este último siempre después del instante t_1 . No se considera que el intervalo de t_0 a t_d sea inferior al intervalo de t_0 a t_1 . Esta situación es muy improbable para las frecuencias

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

de trabajo que se quieren imponer al convertidor, pues supone una tensión prácticamente nula de salida de convertidor, careciendo por tanto de interés.

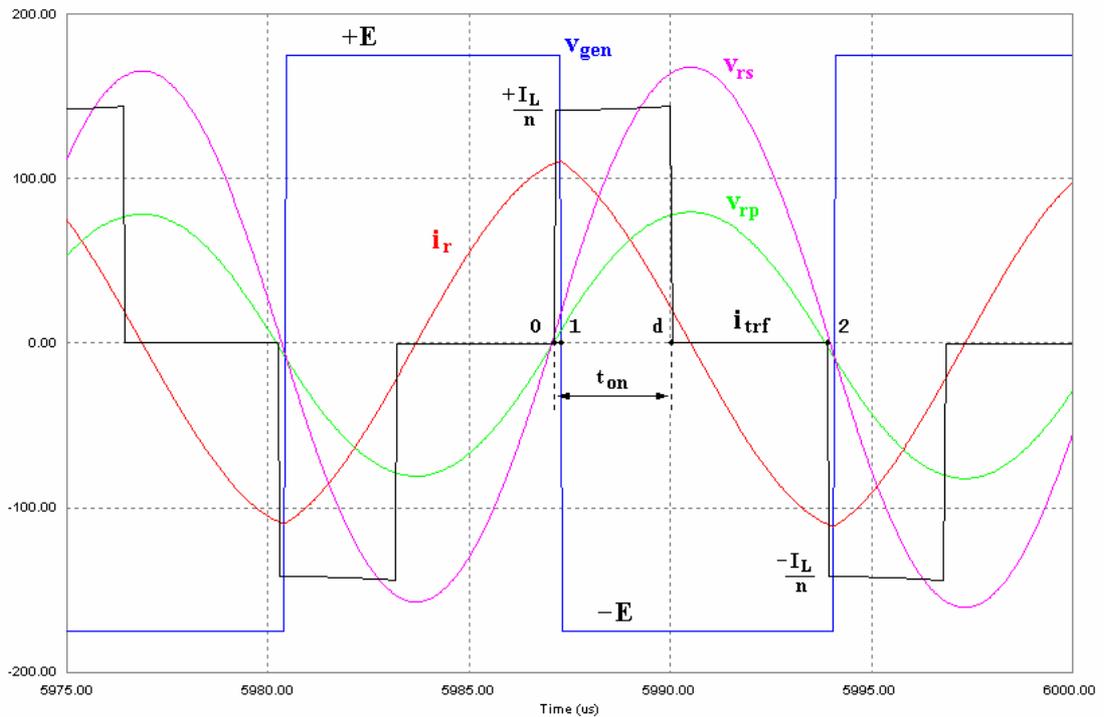


Fig. 6.70. Formas de onda en estacionario del SPRC-CR con referencia en la tensión del condensador resonante paralelo, v_{rp}

6.2.2 Solución general de las variables resonantes

Se analizan los tres modos topológicos por los que evoluciona el convertidor.

- Primero, de t_0 a t_1 con el modelo circuital de la figura 6.71 y las ecuaciones (6.16):

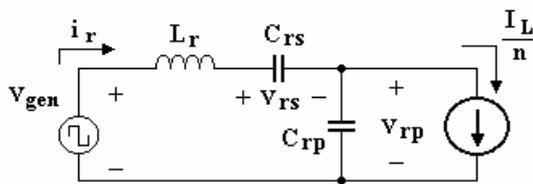


Fig. 6.71. Modelo de t_0 a t_1

$$\begin{cases} E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\ i_r = C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\ i_r = C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} + \frac{I_L}{n} \end{cases} \quad (6.16)$$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

- Segundo, de t_1 a t_d con el modelo circuital de la figura 6.72 y las ecuaciones (6.17):

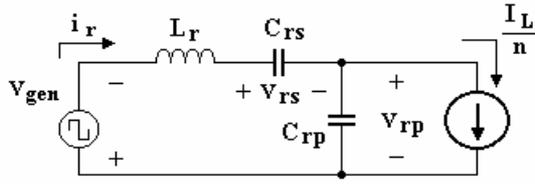


Fig. 6.72. Modelo de t_1 a t_d

$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\ i_r = C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\ i_r = C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} + \frac{I_L}{n} \end{cases} \quad (6.17)$$

- Tercero, de t_d a t_2 con el modelo circuital de la figura 6.73 y las ecuaciones (6.18):

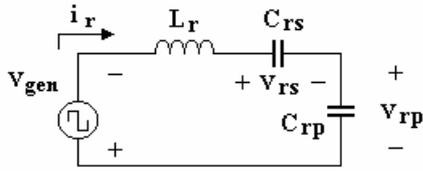


Fig. 6.73. Modelo de t_d a t_2

$$\begin{cases} -E = L_r \frac{di_r}{dt} + v_{rs} + v_{rp} \\ i_r = C_{rs} \frac{dv_{rs}}{dt} \\ i_r = C_{rp} \frac{dv_{rp}}{dt} \end{cases} \quad (6.18)$$

El sistema modelado se describe en notación de espacio de estado como

$$\begin{bmatrix} \frac{di_r}{dt} \\ \frac{dv_{rs}}{dt} \\ \frac{dv_{rp}}{dt} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -1 & -1 \\ L_r & L_r & \\ \frac{1}{C_{rs}} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_{rp}} & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r \\ v_{rs} \\ v_{rp} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L_r} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & \frac{-I_L}{nC_{rp}} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} u_1 \\ u_2 \end{bmatrix} \quad (6.19)$$

donde

$$u_1 = \{+1, -1\} \quad (6.20)$$

y

$$u_2 = \{+1, 0\} \quad (6.21)$$

Se observa que es un sistema de la forma

$$\dot{\mathbf{x}} = \mathbf{A} \mathbf{x} + \mathbf{B} \mathbf{u} \quad (6.22)$$

donde

$$\text{de } t_0 \text{ a } t_1 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{01} = [+1 \quad +1]^T \quad (6.23)$$

$$\text{de } t_1 \text{ a } t_d : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{1d} = [-1 \quad +1]^T \quad (6.24)$$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\text{de } t_d \text{ a } t_2 : \quad \mathbf{u} = \mathbf{u}_{d2} = [-1 \quad 0]^T \quad (6.25)$$

con solución dentro de cada intervalo mediante la ecuación

$$\mathbf{x}(t) = e^{\mathbf{A}(t-t_i)} \mathbf{x}(t_i) + \int_{t_i}^t e^{\mathbf{A}(t-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}(\tau) d\tau \quad , \quad i := 0, 1, d, 2 \quad (6.26)$$

La solución general de (6.22) usando (6.26) en el intervalo adecuado es

$$\begin{aligned} \begin{bmatrix} i_r(t) \\ v_{rs}(t) \\ v_{rp}(t) \end{bmatrix} &= \begin{bmatrix} \cos(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & -\frac{1}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) \\ \frac{1}{1+k_C} Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \frac{1}{1+k_C} [\cos(\omega_o(t-t_i)) + k_C] & \frac{1}{1+k_C} [\cos(\omega_o(t-t_i)) - 1] \\ \frac{k_C}{1+k_C} Z_C \sin(\omega_o(t-t_i)) & \frac{k_C}{1+k_C} [\cos(\omega_o(t-t_i)) - 1] & \frac{1}{1+k_C} [k_C \cos(\omega_o(t-t_i)) + 1] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_r(t_i) \\ v_{rs}(t_i) \\ v_{rp}(t_i) \end{bmatrix} + \dots \\ &+ \begin{bmatrix} \frac{E}{Z_C} \sin(\omega_o(t-t_i)) & \frac{k_C}{1+k_C} \frac{I_L}{n} (1 - \cos(\omega_o(t-t_i))) \\ \frac{1}{1+k_C} E(1 - \cos(\omega_o(t-t_i))) & \frac{k_C}{(1+k_C)^2} \frac{I_L}{n} Z_C [\omega_o(t-t_i) - \sin(\omega_o(t-t_i))] \\ \frac{k_C}{1+k_C} E(1 - \cos(\omega_o(t-t_i))) & -\frac{k_C}{(1+k_C)^2} \frac{I_L}{n} Z_C [\omega_o(t-t_i) + k_C \sin(\omega_o(t-t_i))] \end{bmatrix} \mathbf{u} \end{aligned} \quad (6.27)$$

6.2.3 Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo

Mediante la ecuación (6.26) se obtienen las soluciones en estado estacionario para el SPRC-CR de los valores del vector de estado en el caso de estudio.

El vector de estado en el instante t_l es

$$\mathbf{x}(t_l) = e^{\mathbf{A}(t_l-t_0)} \mathbf{x}(t_0) + \int_{t_0}^{t_l} e^{\mathbf{A}(t_l-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{01} d\tau \quad (6.28)$$

El vector de estado en el instante t_d es

$$\mathbf{x}(t_d) = e^{\mathbf{A}(t_d-t_l)} \mathbf{x}(t_l) + \int_{t_l}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{1d} d\tau \quad (6.29)$$

Y en el instante t_2

$$\mathbf{x}(t_2) = e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \mathbf{x}(t_d) + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d2} d\tau \quad (6.30)$$

Se impone de nuevo la condición de estado estacionario en la que $[x(t_2)] = -[x(t_0)]$. El valor en t_0 se obtiene como

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\mathbf{x}(t_0) = -\left[\mathbf{I} + e^{\mathbf{A}(t_2-t_0)}\right]^{-1} \left\{ e^{\mathbf{A}(t_2-t_1)} \int_{t_0}^{t_1} e^{\mathbf{A}(t_1-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{01} d\tau \dots \right. \\ \left. + e^{\mathbf{A}(t_2-t_d)} \int_{t_1}^{t_d} e^{\mathbf{A}(t_d-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{1d} d\tau + \int_{t_d}^{t_2} e^{\mathbf{A}(t_2-\tau)} \mathbf{B} \mathbf{u}_{d2} d\tau \right\} \quad (6.31)$$

del que se obtienen las componentes

$$i_r(t_0) = \frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} - \frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{[1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))]} \dots \\ + \frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{[1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))]} \quad (6.32)$$

$$v_{rs}(t_0) = + \frac{E}{(k_C+1)} - \frac{E}{(k_C+1)} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\omega(t_d-t_0)}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))} + \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))} \dots \\ - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))} \quad (6.33)$$

$$v_{rp}(t_0) = +E \frac{k_C}{k_C+1} - E \frac{k_C}{k_C+1} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ + \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_d-t_0) + \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (6.34)$$

Con las componentes del vector de estado en el instante t_0 se pueden calcular, mediante (6.28), las componentes del vector de estado en el instante t_1 .

$$i_r(t_1) = + \frac{I_L}{n} - \frac{I_L}{2n} \cos(\omega_o(t_d-t_1)) - \frac{I_L}{2n} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \\ - \frac{I_L}{2n} \sin(\omega_o(t_d-t_1)) \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} + \frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \quad (6.35)$$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 v_{rs}(t_1) = & -\frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_d - t_1) + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_1 - t_0) \dots \\
 & -\frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(-t_0 + t_1 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{6.36}$$

$$\begin{aligned}
 v_{rp}(t_1) = & +\frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_d - t_1) - \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_1 - t_0) \dots \\
 & -\frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(-t_0 + t_1 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{6.37}$$

Mediante (6.29) se obtienen las componentes del vector de estado en el instante t_d .

$$\begin{aligned}
 i_r(t_d) = & +\frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} - \frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} \frac{\cos(\omega_o(t_2 - t_d)) + \cos(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_1 - t_0 + t_2 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{E}{Zc} \frac{\sin(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{6.38}$$

$$\begin{aligned}
 v_{rs}(t_d) = & -\frac{E}{(1+k_C)} + \frac{E}{(1+k_C)} \frac{\cos(\omega_o(t_1 - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + \frac{E}{(1+k_C)} \frac{\cos(\omega_o(-t_0 + t_1 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_d - t_0) - \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))}
 \end{aligned} \tag{6.39}$$

$$\begin{aligned}
 v_{rp}(t_d) = & -E \frac{k_C}{(1+k_C)} + E \frac{k_C}{(1+k_C)} \frac{\cos(\omega_o(-t_0 + t_1 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + E \frac{k_C}{(1+k_C)} \frac{\cos(\omega_o(t_d - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & + \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C^2}{(1+k_C)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\
 & - \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C^2}{(1+k_C)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{I_L}{2n} Zc \frac{k_C}{(1+k_C)^2} \omega(t_d - t_0)
 \end{aligned} \tag{6.40}$$

Finalmente con (6.30) se calcula el instante t_2 , siendo el resultado, como es de esperar, idéntico al instante t_0 pero con el signo cambiado.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$i_r(t_2) = -\frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} + \frac{I_L}{2n} \frac{k_C}{k_C+1} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_d)) + \cos(\omega_o(t_d-t_0))}{[1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))]} \dots$$

$$-\frac{E}{Z_C} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_1)) - \sin(\omega_o(t_1-t_0))}{[1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))]} \quad (6.41)$$

$$v_{rs}(t_2) = -\frac{E}{(k_C+1)} + \frac{E}{(k_C+1)} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots$$

$$+ \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\omega(t_d-t_0)}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))} - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))} \dots \quad (6.42)$$

$$+ \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(-t_2+t_0))}$$

$$v_{rp}(t_2) = -E \frac{k_C}{k_C+1} + E \frac{k_C}{k_C+1} \frac{\cos(\omega_o(t_2-t_1)) + \cos(\omega_o(t_1-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots$$

$$- \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C+1)^2} \omega(t_d-t_0) - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))} \dots \quad (6.43)$$

$$+ \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C+1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t_2-t_d)) - \sin(\omega_o(t_d-t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2-t_0))}$$

En la figura 6.74 se indican los valores calculados en las ecuaciones de la (6.32) a la (6.43).

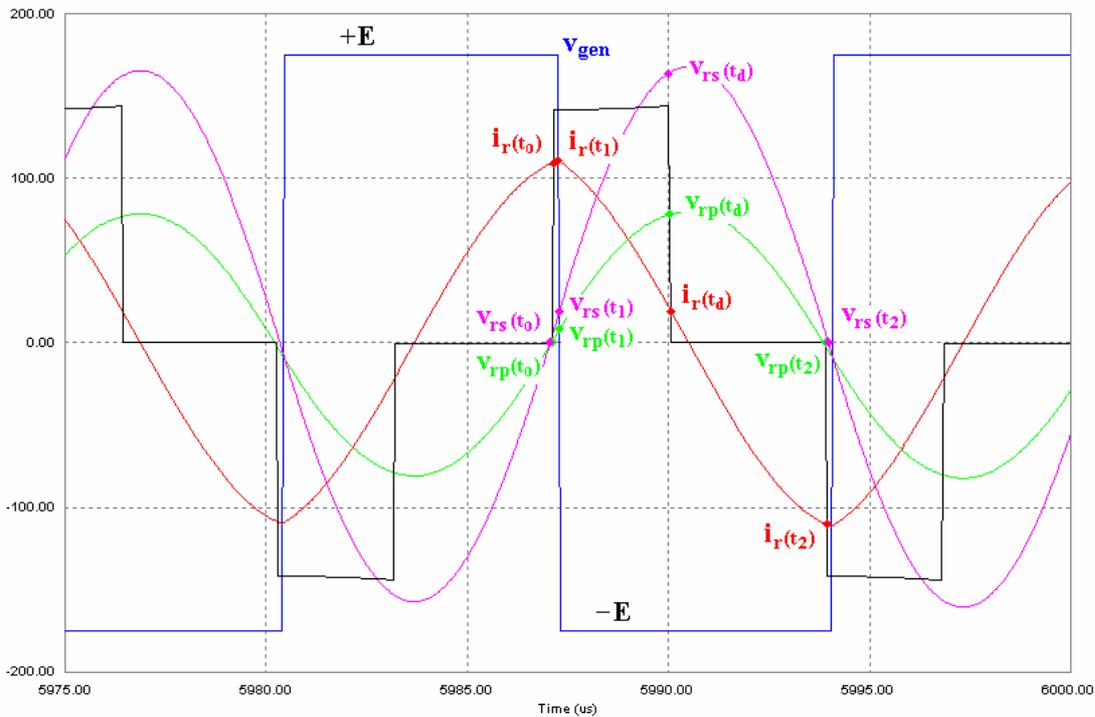


Fig. 6.74. Valores del vector de estado en los instantes de cambio de intervalo

6.2.4 Duración del intervalo de t_0 a t_1 .

Dado que la tensión $v_{rp}(t_0)$ es nula, de la ecuación (6.34) se obtiene la ecuación

$$\begin{aligned} (1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0)))\cos(\omega_o(t_1 - t_0)) + \sin(\omega_o(t_2 - t_0))\sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = \dots \\ + 1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0)) + \frac{I_L Zc}{2n E (k_C + 1)} \omega(t_d - t_0)(1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))) \dots \\ + \frac{I_L Zc}{2n E (k_C + 1)} \frac{k_C}{k_C + 1} \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) - \frac{I_L Zc}{2n E (k_C + 1)} \frac{k_C}{k_C + 1} (\sin(\omega_o(t_2 - t_d)) - \sin(\omega_o(t_d - t_0))) \end{aligned} \quad (6.44)$$

Si se define

$$a = 1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0)) \quad (6.45)$$

$$b = \sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \quad (6.46)$$

$$\begin{aligned} c = a + a \frac{I_L Zc}{2n E (k_C + 1)} \omega(t_d - t_0) \dots \\ + \frac{I_L Zc}{2n E (k_C + 1)} \frac{k_C}{k_C + 1} \{\sin(\omega_o(t_2 - t_0)) - \sin(\omega_o(t_2 - t_d)) + \sin(\omega_o(t_d - t_0))\} \end{aligned} \quad (6.47)$$

resulta

$$a \cos(\omega_o(t_1 - t_0)) + b \sin(\omega_o(t_1 - t_0)) = c \quad (6.48)$$

que se puede reescribir como

$$\sin(\omega_o(t_1 - t_0) + \phi) = \frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \quad (6.49)$$

donde

$$\phi = \tan^{-1}\left(\frac{a}{b}\right) \quad (6.50)$$

Aplicando posibles cambios trigonométricos se llega a la expresión

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\omega_o(t_2 - t_0)}{2} \quad (6.51)$$

Para el caso de funcionamiento considerado en el convertidor de frecuencia de conmutación $f_s > f_o$, se obtiene la duración del intervalo de t_0 a t_1 , como diferencia de ángulos, mediante la ecuación (6.49) de la forma:

$$\omega_o(t_1 - t_0) = \sin^{-1}\left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}}\right) - \phi \quad \text{con } f_s > f_o \quad (6.52)$$

6.2.5 Tensión de salida normalizada

La tensión de salida del convertidor, V_o , es el valor medio de la tensión de salida del puente rectificador semicontrolado. Evaluando sobre un semiperiodo ya es suficiente por el rectificado que se realiza de la tensión resonante. Por tanto se calcula como

$$V_o = \frac{1}{t_2 - t_0} \int_{t_0}^{t_2} v_{rec}(t) dt \quad (6.53)$$

que se puede expresar de la forma

$$V_o = \frac{1}{n(t_2 - t_0)} \left[\int_{t_0}^{t_1} v_{rp}(t) \Big|_{01} dt + \int_{t_1}^{t_d} v_{rp}(t) \Big|_{1d} dt \right] \quad (6.54)$$

Se observa en (6.54) que es necesario obtener la tensión v_{rp} en los intervalos de t_0 a t_1 y de t_1 a t_d .

Para el intervalo de t_0 a t_1 , operando la ecuación (6.27) con los términos iniciales de (6.32), (6.33) y (6.34), y el vector de control de (6.23), se obtiene

$$\begin{aligned} v_{rp}(t) \Big|_{01} = & \frac{k_C}{k_C + 1} E - \frac{k_C}{k_C + 1} E \frac{\cos(\omega_o(t - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{k_C}{k_C + 1} E \frac{\cos(\omega_o(t - t_0 + t_2 - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\ & - \frac{k_C}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{2n} Z_C \omega_o(t - t_d) - \frac{k_C}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{2n} Z_C \omega_o(t - t_0) \dots \\ & - \frac{1}{2} \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{1}{2} \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\ & - \frac{1}{2} \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t - t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{1}{2} \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{I_L}{n} Z_C \frac{\sin(\omega_o(t - t_0 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \end{aligned} \quad (6.55)$$

De igual forma, para el intervalo de t_1 a t_d , con la ecuación (6.27), con los términos (6.35), (6.36) y (6.37) y con el vector (6.24), se obtiene

$$\begin{aligned} v_{rp}(t) \Big|_{1d} = & -E \frac{k_C}{(k_C + 1)} + E \frac{k_C}{(k_C + 1)} \frac{\cos(\omega_o(t - t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} + E \frac{k_C}{(k_C + 1)} \frac{\cos(\omega_o(-t - t_0 + t_2 + t_1))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\ & - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C + 1)^2} \omega_o(t - t_d) - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C}{(k_C + 1)^2} \omega_o(t - t_0) \dots \\ & - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t - t_d))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \\ & - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t - t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} - \frac{I_L}{2n} Z_C \frac{k_C^2}{(k_C + 1)^2} \frac{\sin(\omega_o(t - t_0 - t_d + t_2))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \end{aligned} \quad (6.56)$$

Resolviendo la integral de la ecuación (6.54) con (6.55) y (6.56), la tensión de salida resulta

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

$$\begin{aligned}
 V_o = \frac{1}{n} \frac{1}{\omega_o(t_2 - t_0)} E \frac{k_C}{k_C + 1} \left\{ 2\omega_o(t_1 - t_0) - \omega_o(t_d - t_0) + \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_1)) - \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \dots \right. \\
 \left. + \sin(\omega_o(t_d - t_0)) \left[\cos(\omega_o(t_1 - t_0)) - \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \sin(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right] \dots \right. \\
 \left. - \cos(\omega_o(t_d - t_0)) \left[\sin(\omega_o(t_1 - t_0)) + \frac{\sin(\omega_o(t_2 - t_0)) \cos(\omega_o(t_1 - t_0))}{1 + \cos(\omega_o(t_2 - t_0))} \right] \right\} \quad (6.57)
 \end{aligned}$$

Se realizan a las ecuaciones de cálculo de la tensión de salida del convertidor los mismos cambios de variables propuestos en el apartado 4.2.7. La ecuación de V_o (6.57) en términos de las nuevas variables es

$$\begin{aligned}
 V_o = \frac{1}{n} E \frac{k_C}{k_C + 1} \left\{ 2d_{01} - d_{0d} + \frac{1}{\gamma} \frac{\sin(\gamma(1 - d_{01})) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\
 \left. + \frac{1}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \left[\cos(\gamma d_{01}) - \frac{\sin(\gamma) \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right] \dots \right. \\
 \left. - \frac{1}{\gamma} \cos(\gamma d_{0d}) \left[\sin(\gamma d_{01}) + \frac{\sin(\gamma) \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right] \right\} \quad (6.58)
 \end{aligned}$$

que presentado en forma normalizada resulta

$$\boxed{
 \begin{aligned}
 n \frac{V_o}{E} = \frac{k_C}{k_C + 1} \left\{ 2d_{01} - d_{0d} + \frac{1}{\gamma} \frac{\sin(\gamma(1 - d_{01})) - \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \dots \right. \\
 \left. + \frac{1}{\gamma} \sin(\gamma d_{0d}) \left[\cos(\gamma d_{01}) - \frac{\sin(\gamma) \sin(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right] \dots \right. \\
 \left. - \frac{1}{\gamma} \cos(\gamma d_{0d}) \left[\sin(\gamma d_{01}) + \frac{\sin(\gamma) \cos(\gamma d_{01})}{1 + \cos(\gamma)} \right] \right\} \quad (6.59)
 \end{aligned}
 }$$

La relación de conducción d_{01} se calcula mediante la siguiente ecuación, deducida de (6.52)

$$d_{01} = \frac{1}{\gamma} \left\{ \sin^{-1} \left(\frac{c}{\sqrt{a^2 + b^2}} \right) - \phi \right\} \quad \text{con } f_s > f_o \quad (6.60)$$

Los términos que afectan a (6.60) resultan

$$a = 1 + \cos(\gamma) \quad (6.61)$$

$$b = \sin(\gamma) \quad (6.62)$$

$$\begin{aligned}
 c = a + a \frac{I_L}{2n} \frac{Zc}{E} \frac{1}{(k_C + 1)} \gamma d_{od} \dots \\
 + \frac{I_L}{2n} \frac{Zc}{E} \frac{k_C}{(k_C + 1)} \{ \sin(\gamma) - \sin(\gamma(1 - d_{od})) + \sin(\gamma d_{od}) \} \quad (6.63)
 \end{aligned}$$

$$\phi = \frac{\pi}{2} - \frac{\gamma}{2} \quad (6.64)$$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

Tal como en los anteriores convertidores, la solución de la tensión de salida se puede representar en un plano de estado o respecto a la resistencia de carga del convertidor. Para el primer caso, el conjunto de ecuaciones se puede compactar como una función del tipo

$$n \frac{V_o}{E} = f\left(d_{od}, \frac{I_L}{I_{base}}\right) \quad (6.65)$$

estando definido I_{base} en (4.139) en el apartado 4.2.7. La función (6.65) es una función cerrada que va a ofrecer una solución directa de la tensión de salida normalizada. En este caso, es óptimo presentar la ecuación (6.63) como

$$c = a + a \frac{1}{2} \frac{I_L}{I_{base}} \frac{1}{(k_C + 1)} \gamma d_{od} \dots \quad (6.66)$$
$$+ \frac{1}{2} \frac{I_L}{I_{base}} \frac{k_C}{(k_C + 1)} \{\sin(\gamma) - \sin(\gamma(1 - d_{od})) + \sin(\gamma d_{od})\}$$

Para el caso de representar la tensión de salida normalizada respecto a la resistencia de carga normalizada, el conjunto de ecuaciones resulta una función como

$$n \frac{V_o}{E} = f\left(d_{od}, n^2 \frac{R_L}{Z_C}\right) \quad (6.67)$$

siendo ahora óptimo presentar la ecuación (6.63) de la forma

$$c = a + a \frac{1}{2} \frac{n \frac{V_o}{E}}{n^2 \frac{R_L}{Z_C}} \frac{1}{(k_C + 1)} \gamma d_{od} \dots \quad (6.68)$$
$$+ \frac{1}{2} \frac{n \frac{V_o}{E}}{n^2 \frac{R_L}{Z_C}} \frac{k_C}{(k_C + 1)} \{\sin(\gamma) - \sin(\gamma(1 - d_{od})) + \sin(\gamma d_{od})\}$$

Se observa que en la ecuación (6.68) aparece el término tensión de salida normalizada. Esto hace que la función (6.67) no sea una función cerrada y que tenga solución sólo de forma iterativa.

Con Matlab se programa un fichero que presente la solución de la tensión de salida V_o normalizada de la ecuación (6.59) respecto a la relación de conducción impuesta por el control, tal como una función del tipo indicado en (6.67).

Las ecuaciones obtenidas de la tensión de salida normalizada y el algoritmo de cálculo presentan problemas de convergencia dependiendo de la frecuencia de conmutación del convertidor y de su índice de carga. No obstante, estos problemas de convergencia

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

sucedan para valores fuera de la zona óptima de trabajo del convertidor, por lo que no representan ningún problema en nuestro análisis.

```
F=1.2; % Frecuencia de conmutación (superior a resonancia)
G=pi/F; % ángulo Gamma
RLZC=5; % índice de carga
k=2; % relación de condensadores (k=Crs/Crp)
% -----
a=1+cos(G); % Ecuaciones no dependientes de la corriente I.
b=sin(G);
phi=pi/2-G/2;
% -----
for n=1:1000 % Se hace un barrido del ciclo de trabajo d0d desde 0 a 1.
d0d(n)=n/1000;
% -----
voN=0;
for i=1:25 % Bucle para calcular voN y d01 iterativamente.
cp=1/2*1/(k+1)*VoN/RLZC*G;
c=a+a.*cp.*d0d(n)+cp.*(sin(G)-sin(G.*(1-d0d(n)))+sin(G.*d0d(n)));
res=c/sqrt((a^2)+(b^2));
delta=asin(res);
alfa=(delta-phi); % above resonance
d01=alfa/G;
d12=1-d01;

VoNC2p1=1/G*(sin(G*d12)-sin(G*d01))/(1+cos(G));
VoNC2p2=1/G.*sin(G.*d0d(n)).*(cos(G*d01)-sin(G)*sin(G*d01)/(1+cos(G)));
VoNC2p3=1/G.*cos(G.*d0d(n)).*(sin(G*d01)+sin(G)*cos(G*d01)/(1+cos(G)));
VoNC2=(k/(k+1)).*(2*d01-d0d(n)+VoNC2p1+VoNC2p2-VoNC2p3);

VoN=VoNC2;
end
VoutN(n)=voN;
end

plot(d0d,VoutN,'g-');
axis([0 1 0 2]);
grid on;
```

De la figura figura 6.75 a la figura 6.77 se presentan los resultados obtenidos para una frecuencia de conmutación de valor $1,2f_o$. Se observa que cada figura corresponde a un valor diferente de relación de condensadores k_C . De la figura figura 6.78 a la figura 6.80 aparecen los resultados para una frecuencia de conmutación de valor $1,5f_o$ y también diferentes valores de k_C .

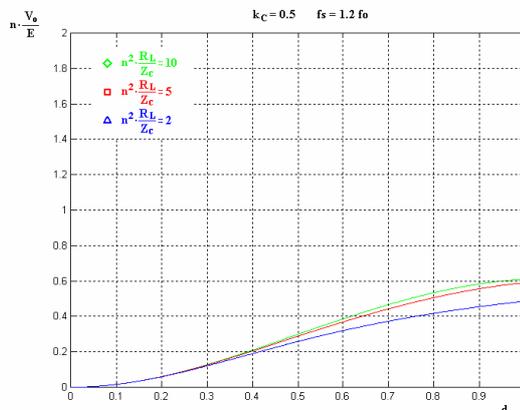


Fig. 6.75. Tensión de salida normalizada para $k_C=0,5$ y $f_s=1,2f_o$

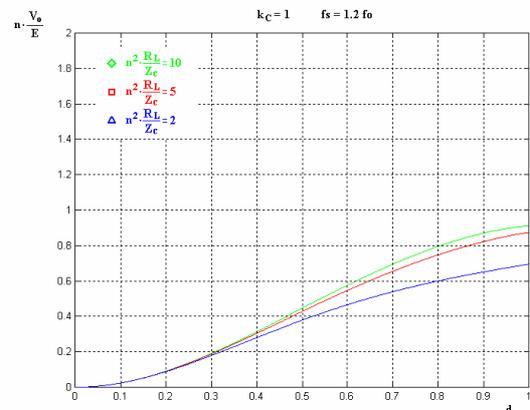


Fig. 6.76. Tensión de salida normalizada para $k_C=1$ y $f_s=1,2f_o$

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

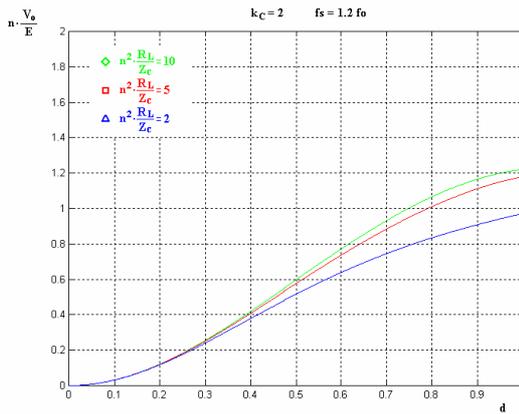


Fig. 6.77. Tensión de salida normalizada para $k_C=2$ y $f_s=1,2f_o$

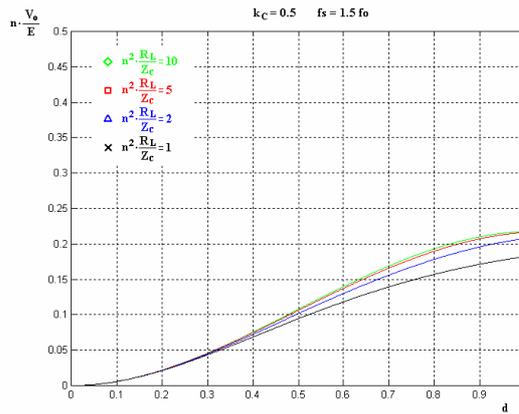


Fig. 6.78. Tensión de salida normalizada para $k_C=0,5$ y $f_s=1,5f_o$

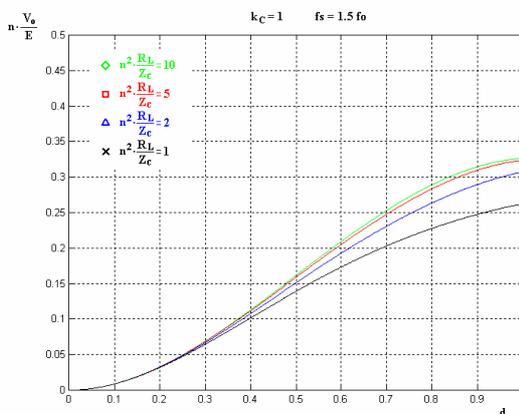


Fig. 6.79. Tensión de salida normalizada para $k_C=1$ y $f_s=1,5f_o$

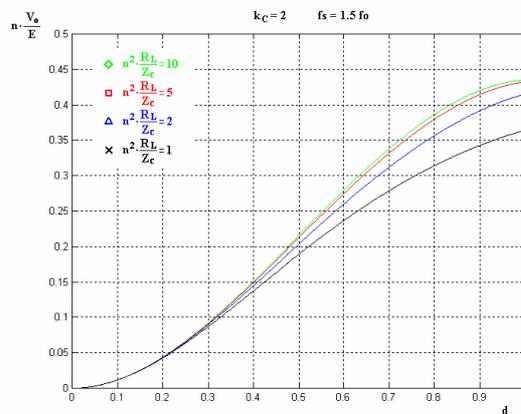


Fig. 6.80. Tensión de salida normalizada para $k_C=2$ y $f_s=1,5f_o$

6.3 Comparación de resultados

Es interesante contrastar los resultados obtenidos mediante la solución del modelo matemático en espacio de estado con los que se obtienen mediante la aproximación al primer armónico.

De la figura 6.81 a la 6.84 se considera la frecuencia de conmutación $1,2f_o$. Aparece en azul el resultado del modelo en espacio de estado y en rojo el resultado de la aproximación al primer armónico, para idénticas condiciones de ensayo de relación de condensadores k_C e índice de carga. De igual forma se considera la frecuencia de conmutación $1,5f_o$ de la figura 6.85 a la 6.88.

En la figura 6.81 se aprecian visibles diferencias, por estar trabajando a frecuencias próximas a resonancia y las aproximaciones de análisis dejan de ser ciertas. Pero para el resto de condiciones de trabajo se observa que los resultados ofrecidos por ambos métodos de análisis son muy próximos, tal como sucede para los anteriores convertidores.

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

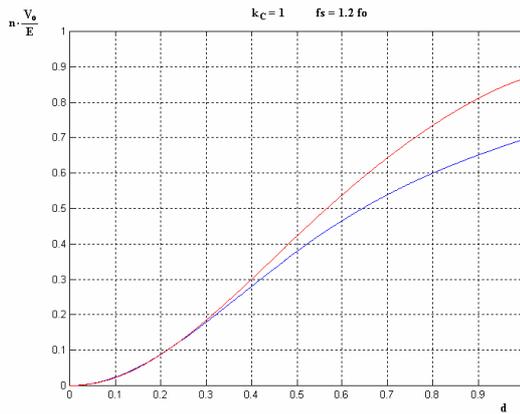


Fig. 6.81. Comparativa para $f_s = 1,2f_o$, $k_C=1$ e índice de carga de 2

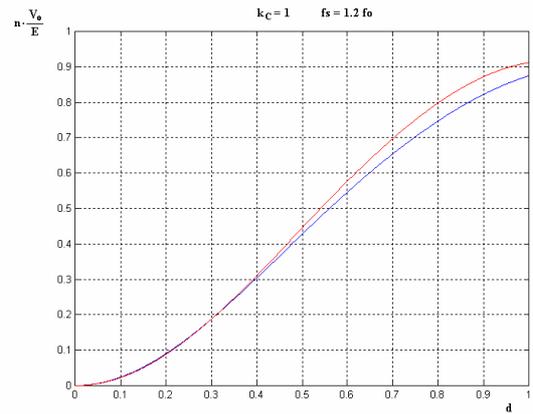


Fig. 6.82. Comparativa para $f_s = 1,2f_o$, $k_C=1$ e índice de carga de 5

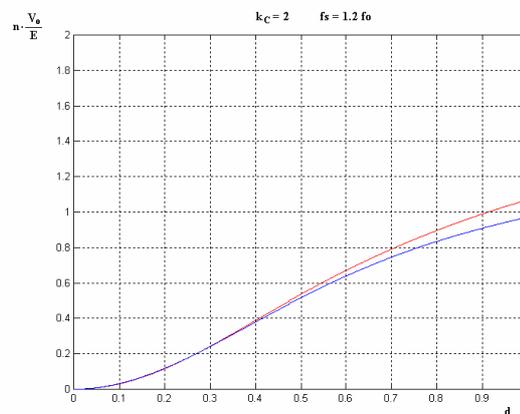


Fig. 6.83. Comparativa para $f_s = 1,2f_o$, $k_C=2$ e índice de carga de 2

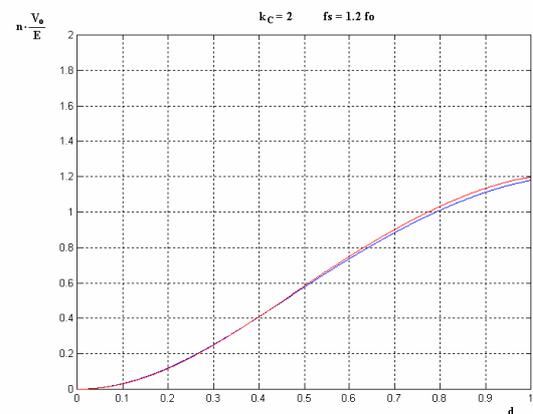


Fig. 6.84. Comparativa para $f_s = 1,2f_o$, $k_C=2$ e índice de carga de 5

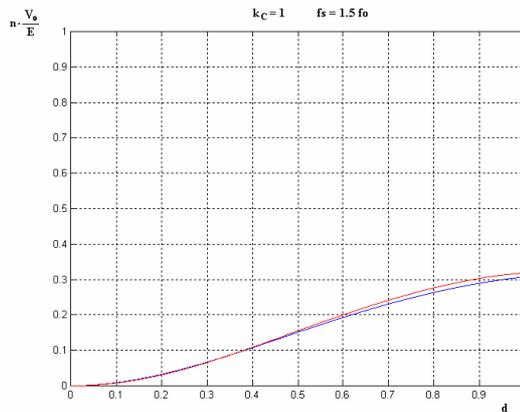


Fig. 6.85. Comparativa para $f_s = 1,5f_o$, $k_C=1$ e índice de carga de 2

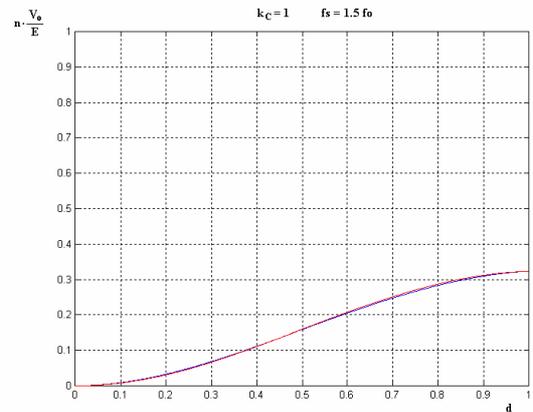


Fig. 6.86. Comparativa para $f_s = 1,5f_o$, $k_C=1$ e índice de carga de 5

6. ANÁLISIS DEL SPRC-CR

6.2 Solución del modelo en espacio de estado

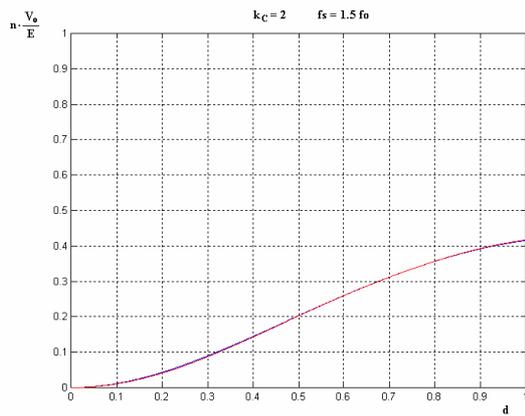


Fig. 6.87. Comparativa para $f_s = 1,5f_o$, $k_C=2$ e índice de carga de 2

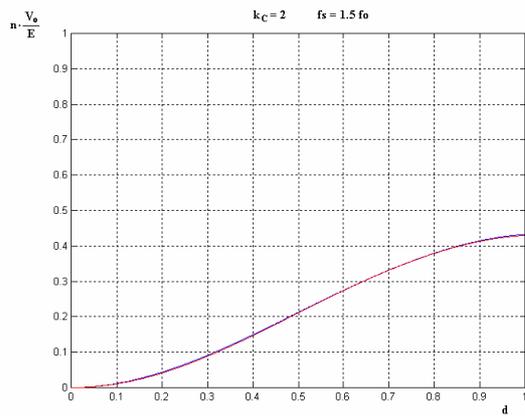


Fig. 6.88. Comparativa para $f_s = 1,5f_o$, $k_C=2$ e índice de carga de 5

CAPÍTULO 7

RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

Subíndice:

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES	193
7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio	195
7.1.1 Las etapas de potencia.....	195
7.1.2 El controlador <i>One-Cycle</i>	196
7.1.3 El controlador lineal con regulador Proporcional Integral.....	198
7.1.4 Los circuitos de activación.....	200
7.1.5 Fotografías de los prototipos.....	201
7.2 Resultados del PRC-CR	203
7.3 Resultados del SRC-CR	211
7.4 Resultados del SPRC-CR.....	217

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

Desde un principio este trabajo ha considerado los convertidores en estudio como un conjunto de etapas o bloques ligados de forma eficiente para realizar la conversión de energía. Dadas la similitudes y coincidencias entre estos tres convertidores, muchos de los bloques son comunes a todos ellos, tal como sucede en el bloque inversor. Esta circunstancia llevó a plantear los prototipos de laboratorio como un conjunto de bloques independientes que se puedan conectar fácilmente entre sí, en función del convertidor a ensayar. En la figura 7.1 se representa la descripción en bloques de los convertidores estudiados.

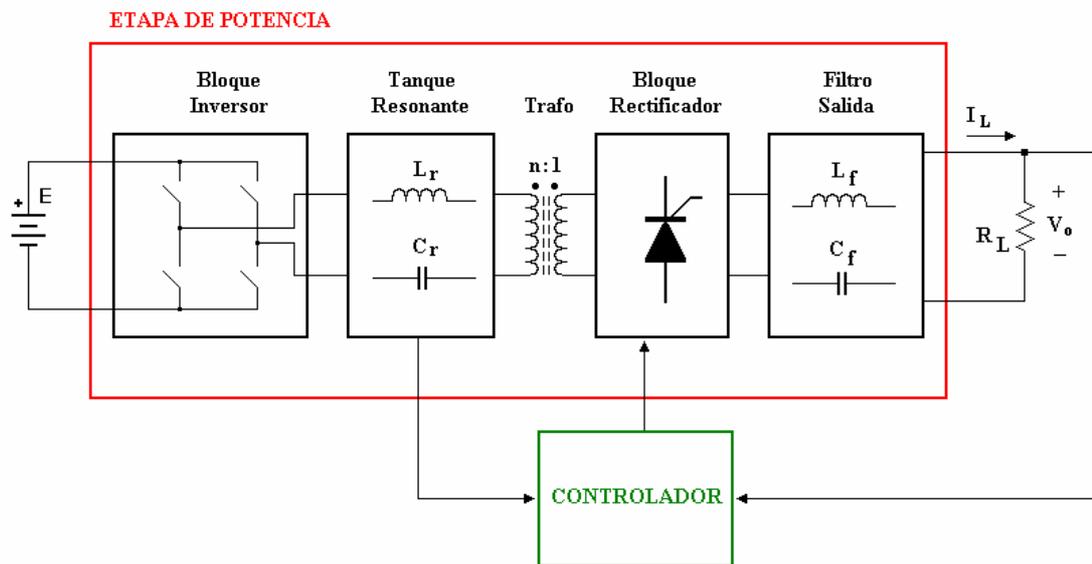


Fig. 7.1. Diagrama de bloques de los convertidores estudiados

A continuación se describen los componentes utilizados en las etapas de potencia y los esquemas electrónicos de las etapas de control, diseñados para ensayar los tres convertidores objeto de estudio.

7.1.1 Las etapas de potencia

En los tres convertidores ensayados, la entrada es una tensión continua constante. Esta forma de onda se obtiene mediante un simple rectificador de onda completa de la red. Mediante un transformador de red, un puente completo de diodos y un condensador de $1200 \mu\text{F}$ se obtiene una tensión continua de 100 V y de 2 V de rizado. Esta pequeña componente alterna varía ligeramente en los diferentes ensayos por depender de la impedancia de entrada del convertidor bajo test.

El bloque inversor es una estructura de puente completo, y es también utilizado por los tres convertidores. El transistor utilizado es el MOSFET IRFP460 de canal N, con las siguientes características principales de catálogo:

- encapsulado TO-247,
- resistencia en conducción, $R_{DS(ON)} < 0,27\Omega$,
- tensión máxima, $V_{DSS}=500\text{V}$ y

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

- ❑ corriente máxima continua, $I_D=18A$.

Los diodos en antiparalelo utilizados son los MUR1560 con los valores de catálogo:

- ❑ encapsulado TO-220,
- ❑ tiempo de recuperación en inversa, $t_{rr} < 55ns$,
- ❑ tensión máxima en inversa, $V_{RRM} = 600V$,
- ❑ corriente media máxima, $I_{FAV} = 15A$,
- ❑ corriente de pico máxima repetitiva, $I_{FRM} = 30 A$.

Se han realizado dos bloques rectificadores controlados: uno para el PRC-CR y el SPRC-CR, y otro para el SRC-CR. Ambos rectificadores, aunque presentan diferente topología, son realizados con los mismos componentes. Como diodo es utilizado el MUR1460, anteriormente comentado, y como transistores el MOSFET IRF 840 de canal N. Los datos de catálogo de transistor son:

- ❑ encapsulado TO-220,
- ❑ resistencia en conducción inferior, $R_{DS(ON)} < 0,85\Omega$,
- ❑ tensión máxima $V_{DSS}=500V$ y
- ❑ corriente máxima continua, $I_D=8A$.

La bobina resonante es de 150 μH . Está realizada utilizando un núcleo tipo ETD49/25/16, con material N67, un entrehierro de 1 mm y un total de 25 espiras.

Los condensadores resonantes son de 68 nF, 1000V, del tipo MKP.

El transformador de aislamiento es realizado en un núcleo E65/32/27, con material N27. Consta de un devanado de 40 espiras, otro de 10 espiras y un devanado auxiliar para sensar la tensión resonante de 2 espiras.

Para el sensado de la corriente resonante se utiliza un transformador de corriente implementado con un núcleo EFD25, con material 3F3. El primario consta de 2 espiras y el secundario de 60 espiras, siendo éste conectado a una resistencia de 60 Ω . La lectura de la corriente por el primario corresponderá con la mitad del valor de la caída de tensión en dicha resistencia de 60 Ω .

Las resistencias de carga del convertidor utilizadas son de 14 Ω , 33 Ω y 55 Ω .

7.1.2 El controlador *One-Cycle*

Pese a la sencillez conceptual del controlador comentada en el capítulo 3, su realización práctica no ha sido de fácil implementación para las frecuencias de trabajo de los convertidores. Para frecuencias de conmutación de 75 kHz las formas de onda en la etapa rectificadora son de frecuencia doble a la de conmutación, apareciendo problemas evidentes con la utilización de amplificadores operacionales y de retardos en la detección de niveles.

Conviene recordar que la frecuencia de conmutación citada es un valor bajo de frecuencia en el ámbito de los convertidores resonantes. Valores típicos actuales son de 300 kHz a 500 kHz, y para este margen de frecuencias el diseño del controlador *One-*

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

Cycle necesitaría un rediseño profundo, basado seguramente en bloques analógicos con procesado en modo de corriente.

En la figura 7.2 se representa la etapa de acondicionado de la variable resonante a sensor. Esta variable puede ser la tensión resonante para el PRC-CR y SPRC-CR o la corriente resonante para el SRC-CR. Además se realiza una detección de signo de dicha magnitud.

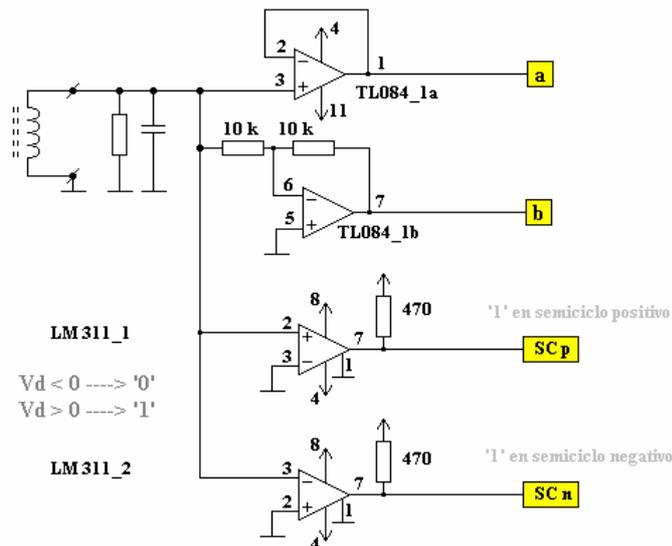


Fig. 7.2. Sensado de la variable resonante

En la figura 7.3 está el núcleo del controlador *One-Cycle*. Aparecen los integradores *reseteables*, uno para cada semiciclo, junto con los comparadores de la integración con la consigna o referencia. Una gran parte de la problemática en el diseño se encuentra en esta etapa, pues se ha de integrar partiendo de condiciones iniciales nulas para cada semiciclo de la forma de onda resonante.

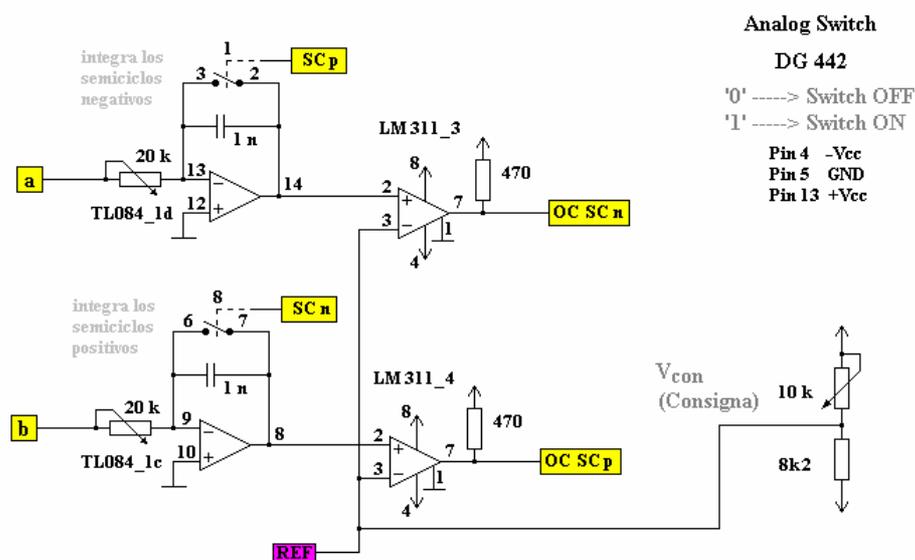


Fig. 7.3. Integradores *reseteables* y comparadores

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

Si el diseño se aborda con un solo integrador, no es posible garantizar un ciclo de trabajo completo, entre 0 y 1, de la señal de activación de los transistores. Si se opta por el uso de dos integradores, estos han de tener idéntica constante de integración. El *reset* de cada integrador se implementa mediante un *switch* analógico.

Con las señales de activación obtenidas de los comparadores, $OC\ SC\ n$ y $OC\ SC\ p$ (figura 7.3), el ciclo de trabajo final se obtiene mediante unas básculas JK que adecuan las activaciones dentro de cada semiciclo de la variable resonante. Tal como se aprecia en la figura 7.4, la básula JK 2b se pone a uno al inicio del semiciclo negativo, $SC\ n$, de la magnitud resonante. Su puesta a cero establecerá la relación de conducción deseada para el bloque rectificador en dicho semiciclo negativo. Dicho *reset* le llega con la activación del comparador en dicho semiciclo negativo, $OC\ SC\ n$, o con el inicio del semiciclo positivo, $SC\ p$.

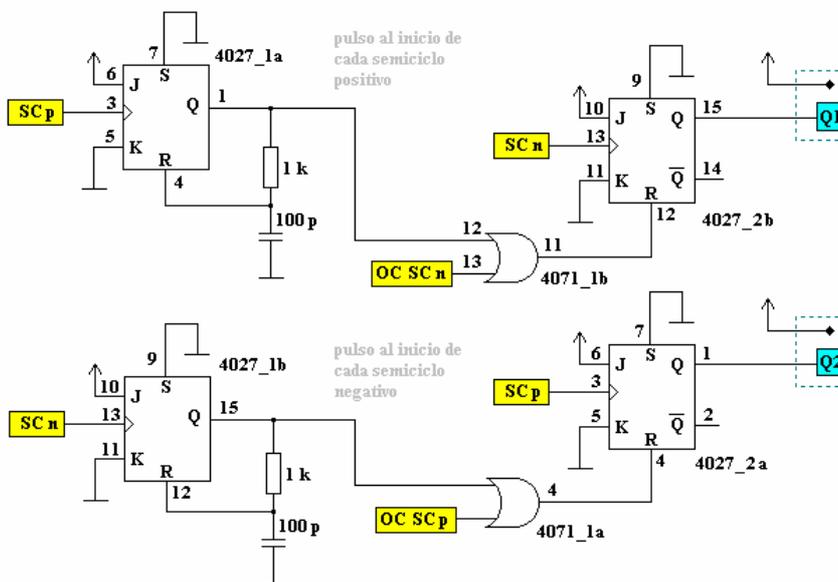


Fig. 7.4. Básculas para la obtención de la relación de conducción

Los terminales 1 y 15 del circuito integrado que contiene la básula 2 son las salidas del controlador *One-Cycle* que activarán los transistores Q1 y Q2 del bloque rectificador para los convertidores PRC-CR y SPRC-CR. Para el convertidor SRC-CR las salidas del controlador son los terminales negados de los anteriormente mencionados, es decir, los terminales 2 y 14 del circuito integrado de la básula 2.

Las salidas que correspondan, según el convertidor en ensayo, se envían a la tarjeta de activación o *drivers*. En dicha tarjeta se adecuan los niveles de activación para los transistores de potencia.

7.1.3 El controlador lineal con regulador Proporcional Integral

El diagrama en bloques del controlador lineal propuesto se indica en la figura 7.5, y se observa que está agrupado en tres bloques principales. El primero es el de adquisición de la magnitud de salida, que puede ser una tensión o una corriente. El segundo que incorpora el restador de la magnitud de salida con la consigna y el regulador proporcional integral. Y el tercero, un bloque PWM formado por un generador de

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

rampas sincronizadas con los pasos por cero de la magnitud resonante de transmisión de energía del convertidor.

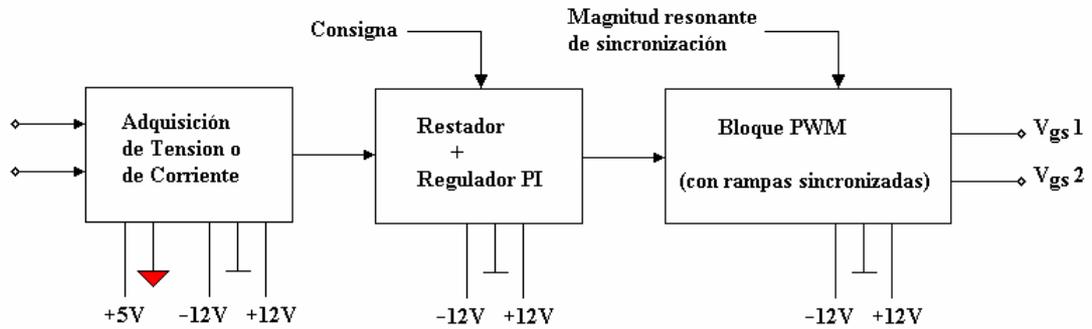


Fig. 7.5. Descripción en bloques del controlador lineal

La etapa de adquisición se realiza mediante el integrado HCPL 7840, que es un amplificador de aislamiento de excelentes prestaciones, constituido por un convertidor analógico digital interno del tipo sigma-delta (Σ - Δ). En la figura 7.6 se presenta la etapa de adquisición propuesta.

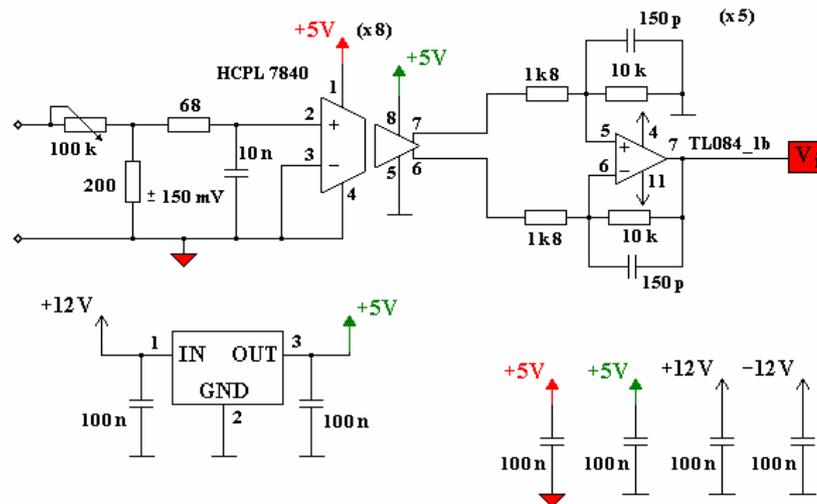


Fig. 7.6. Etapa de adquisición de la magnitud de salida

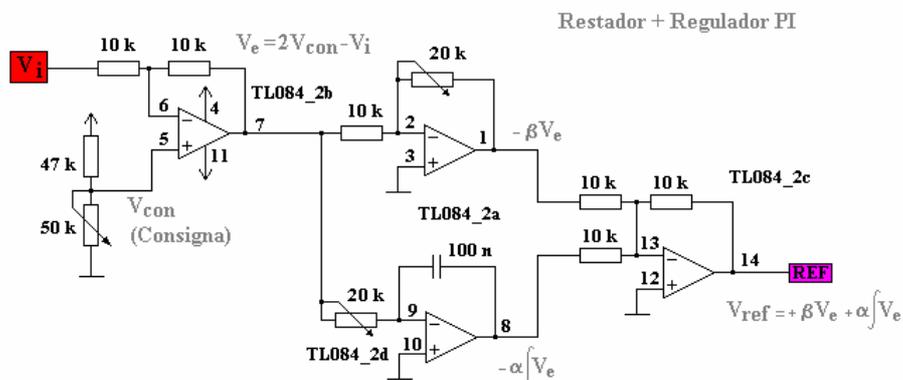


Fig. 7.7. Etapa del restador y del regulador PI

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

En la figura 7.7 se presenta la etapa núcleo del regulador. Como es habitual, está constituida por estructuras analógicas basadas en amplificadores operacionales del tipo restador, sumador, amplificador e integrador.

En la figura 7.8 se representa el bloque PWM del que se obtiene la relación de conducción de la etapa rectificadora para cada semiciclo de la magnitud resonante. Tal como se observa en la parte superior de la figura, mediante un simple comparador se detecta el signo de la magnitud resonante que marca la dinámica del convertidor.

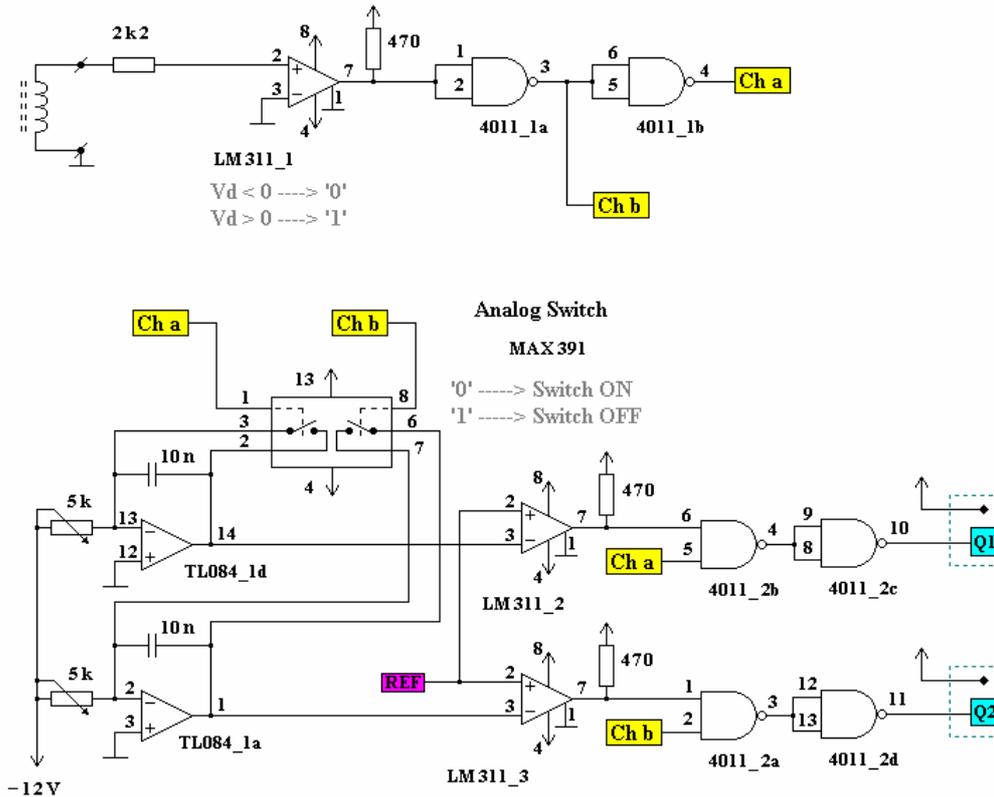


Fig. 7.8. Bloque PWM y generador de rampas

Mediante dos integradores reseteables se generan las rampas con las que se compara la salida del regulador PI de la figura 7.7.

Tal como sucede para el controlador *One-Cycle*, los terminales 10 y 11 del circuito integrado que contiene la puerta NAND 2 son las salidas del controlador que activarán los transistores del bloque rectificadora para los convertidores PRC-CR y SPRC-CR. Para el convertidor SRC-CR las salidas del controlador han de ser nuevamente los terminales negados de los anteriormente mencionados, es decir, los terminales 3 y 4 del circuito integrado de la puerta NAND 2.

7.1.4 Los circuitos de activación

Existen dos circuitos de activación o *drivers*: el de los transistores del bloque rectificadora y el de los transistores del bloque inversor. Ambos circuitos se han diseñado con idéntica estructura, con escasas variaciones entre ellos.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

El esquema del circuito *driver* propuesto para los transistores Q1 y Q2 de la etapa rectificadora controlada es el indicado en la figura 7.9.

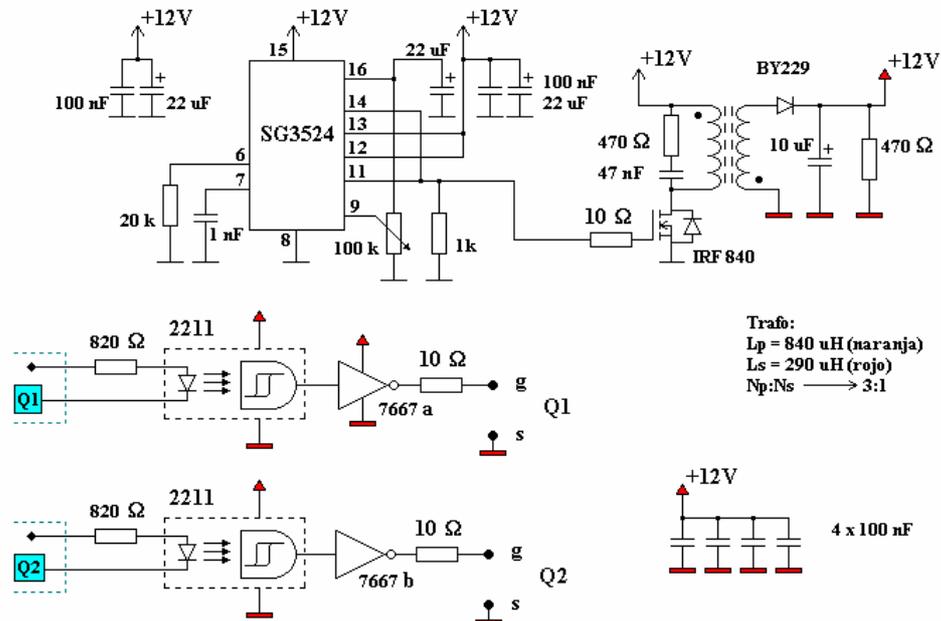


Fig. 7.9. *Driver* de los transistores del puente rectificador

Mediante el optoacoplador HCPL 2211 se transmite la señal del controlador al circuito de *driver*, garantizando el aislamiento eléctrico entre ambos circuitos. La activación del transistor de potencia se realiza mediante el inversor CMOS de potencia ICL7667. El nivel de tensión continua independiente necesario para que se produzca la activación de los transistores Q1 y Q2 se obtiene mediante un sencillo convertidor tipo *flyback*.

El circuito de *driver* propuesto para el bloque rectificador es el mismo para los tres convertidores. Tal como puede observarse en las figuras 2.11, 2.16 y 2.21, los dos transistores que imponen la relación de conducción del rectificador en los tres convertidores comparten el terminal de fuente. Esta disposición hace posible el uso de un mismo circuito *driver* para los tres convertidores.

Respecto a la estructura diseñada para el circuito de activación de los transistores del puente inversor, es muy parecida a la del circuito de la figura 7.9. Son necesarias tres tensiones independientes de 12 V, que se consiguen con un convertidor *flyback*, en el que el transformador de almacenamiento de energía cuenta con tres secundarios. Mediante un microcontrolador de propósito general (PIC16F84) se genera la secuencia de activación de los cuatro transistores del puente completo, a la frecuencia deseada. El paso de información del microcontrolador al *driver* es mediante el optoacoplador HCPL 2211. Finalmente la activación de los transistores es mediante el circuito integrado *driver* TC4420, que es capaz de suministrar picos de corriente de 6 A.

7.1.5 Fotografías de los prototipos

En las siguientes figuras se presentan fotografías de las diferentes partes que componen los prototipos desarrollados. Se observa que los prototipos han sido diseñados de forma modular para poder ensayar los tres convertidores objeto del presente trabajo.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

En las figuras 7.10 y 7.11 se presenta el bloque inversor desde una vista lateral y desde una vista inferior. Se observa el condensador de filtrado y su proximidad al bloque ondulator, de forma que garantice un bus de continua con pequeño rizado y que minimice la inductancia parásita. Los semiconductores están dispuestos en un disipador en la zona intermedia del conjunto y en la parte inferior se encuentra el circuito de activación o *driver* de los 4 transistores. En la figura 7.11 se observa de forma clara el transformador del convertidor *Flyback* con el que se obtienen las tensiones de activación de los transistores.

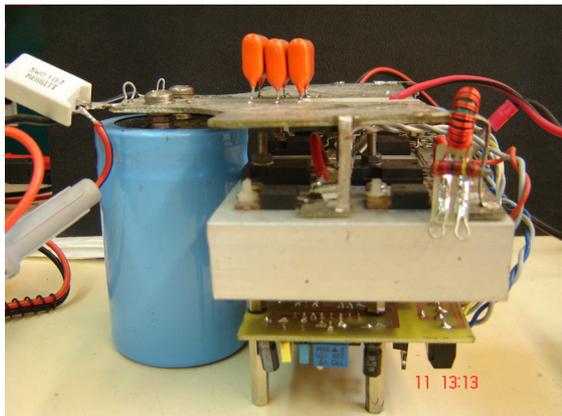


Fig. 7.10. El módulo inversor. Vista lateral

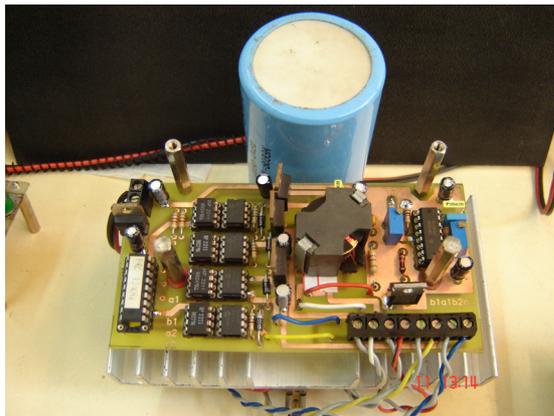


Fig. 7.11. El módulo inversor. Vista inferior

En la figura 7.12 se presentan dos bloques. El de la izquierda contiene el tanque resonante y el transformador de corriente para sensar la corriente resonante. El bloque de la derecha es el transformador de aislamiento del convertidor.

En la figura 7.13 se observan los interruptores del bloque rectificador controlado del SRC-CR en su disipador térmico. En la parte inferior a la mostrada se encuentra el *driver* de los transistores que se presenta posteriormente.

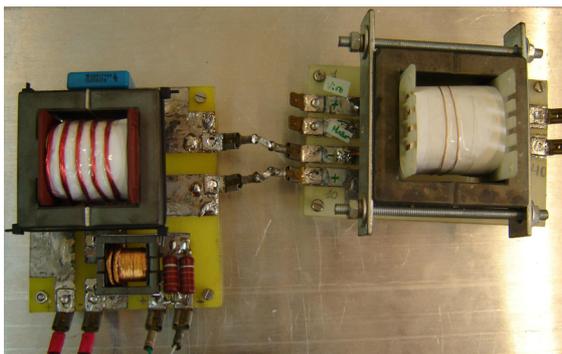


Fig. 7.12. El tanque resonante y el transformador de aislamiento. Vista superior

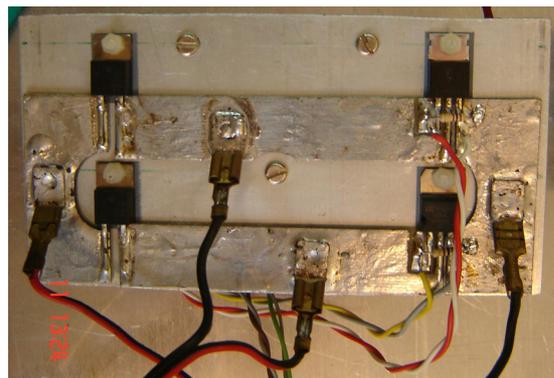


Fig. 7.13. El bloque rectificador controlado para el SRC-CR. Vista superior

La figura 7.14 presenta el bloque rectificador controlado del PRC-CR y del SPRC-CR. Y la figura 7.15 muestra el *driver* de activación, situado en la parte inferior del bloque rectificador, y que es utilizado indistintamente en los tres convertidores.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.1 Descripción de los prototipos de laboratorio

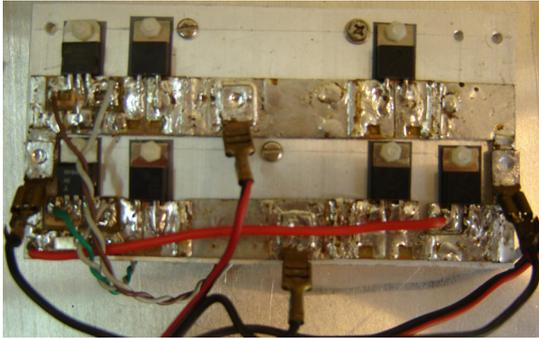


Fig. 7.14. El bloque rectificador controlado para el PRC-CR y el SPRC-CR. Vista superior

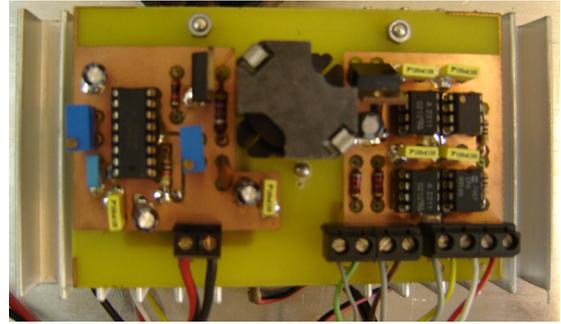


Fig. 7.15. El bloque rectificador controlado. Vista inferior

En la figura 7.16 aparecen las cargas utilizadas en los ensayos, de 14Ω , 33Ω y 55Ω . Finalmente, en la figura 7.17 se observa la placa que implementa el controlador por realimentación de salida con regulador PI utilizado también indistintamente en los tres convertidores ensayados.

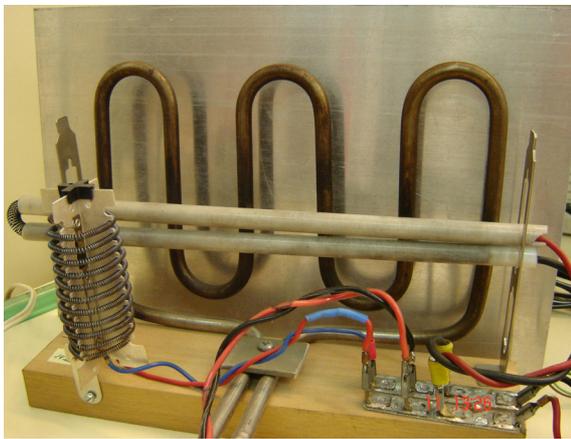


Fig. 7.16. Conjunto de cargas del convertidor

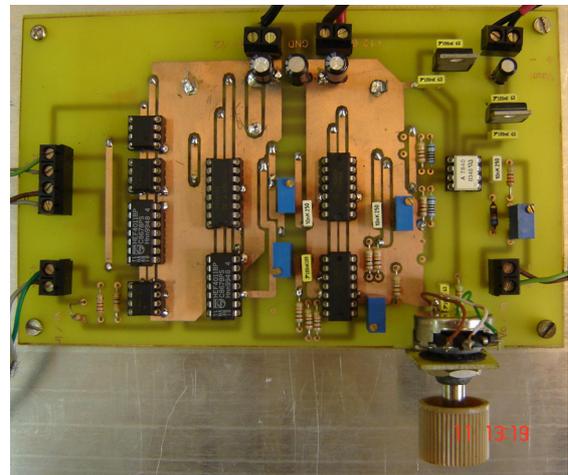


Fig. 7.17. El controlador lineal con regulador PI

7.2 Resultados del PRC-CR

La figura 7.18 presenta el esquema del PRC-CR sometido a ensayo. El controlador con el que se ha realizado la verificación experimental es el de realimentación de la salida con controlador lineal PI.

La figura 7.19 representa una simulación con PSIM del convertidor, con una relación de conducción de 0,3. En ella aparece la tensión resonante, v_r , dividida entre 10, en color rojo, la tensión de salida del rectificador v_{rec} , en azul, y la tensión en la carga, v_o , en verde. En las dos figuras siguientes están las formas de onda experimentales obtenidas en el convertidor. En la figura 7.20 se observa en rojo la tensión v_r y en azul la tensión v_{rec} . En la figura 7.21, en rojo nuevamente la tensión v_r y en azul la tensión v_o .

Las figuras 7.22, 7.23 y 7.24 presentan los resultados de simulación PSIM y experimentales del convertidor para una relación de conducción de 0,5 con idénticos colores que en las figuras previas.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

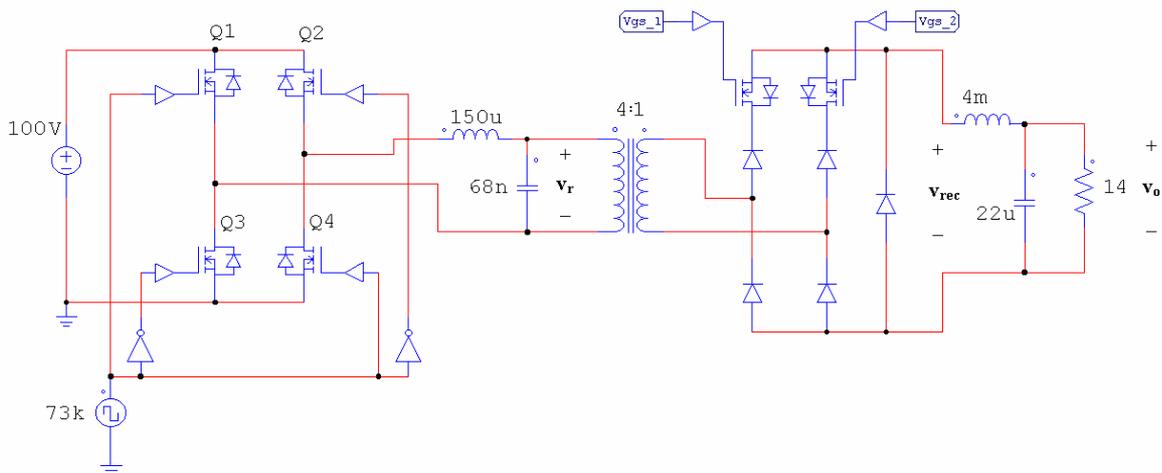


Fig. 7.18. Esquema del PRC-CR ensayado

Es de destacar en dichas figuras la gran similitud en las formas de onda obtenidas por simulación y las obtenidas del prototipo de laboratorio. No obstante, se observa en los resultados experimentales un retardo en la activación de v_{rec} . Este efecto es debido a los retardos propios del control e interruptores y a las inductancias parásitas del convertidor (inductancias de dispersión y distribuidas). Con un diseño del convertidor más compacto y optimizando el transformador de aislamiento este efecto sería menos apreciable.

La figura 7.25 presenta un ensayo de variación de carga del convertidor. La relación de conducción elegida es $d=0,3$ y la variación de carga realizada es un salto de 33 a 14 Ω . Se observa que el valor medio de la tensión en la salida se mantiene, apareciendo un incremento del rizado de la tensión.

Es importante comentar que se observan oscilaciones subarmónicas en las formas de onda del convertidor, tanto en los resultados experimentales del prototipo como en las simulaciones realizadas del sistema. Estas fluctuaciones se observan en las magnitudes resonantes y en las formas de ondas derivadas de estas, como por ejemplo la tensión resonante rectificadora.

En la figura 7.26 presenta la evolución de las formas de onda del convertidor para una frecuencia de conmutación $1,5f_o$, con una tensión de salida de 12 V, con un controlador *One-Cycle*. Corresponde al arranque del convertidor, partiendo de condiciones iniciales nulas. En la figura 7.27 se observa un detalle de dichas formas de onda, una vez conseguido el estado estacionario. En la tensión de salida del rectificador controlado, v_{rec} , es donde se observa en mayor medida la oscilación comentada.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

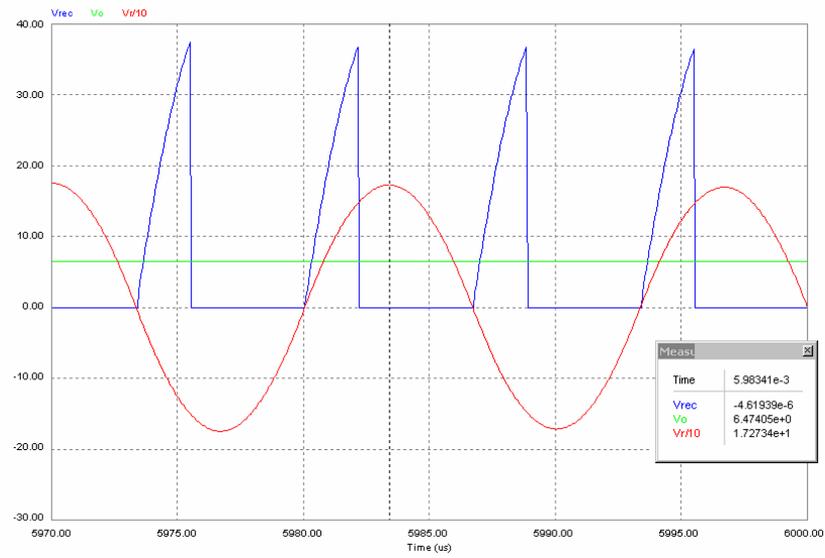


Fig. 7.19. Simulación del PRC-CR con $d=0,3$

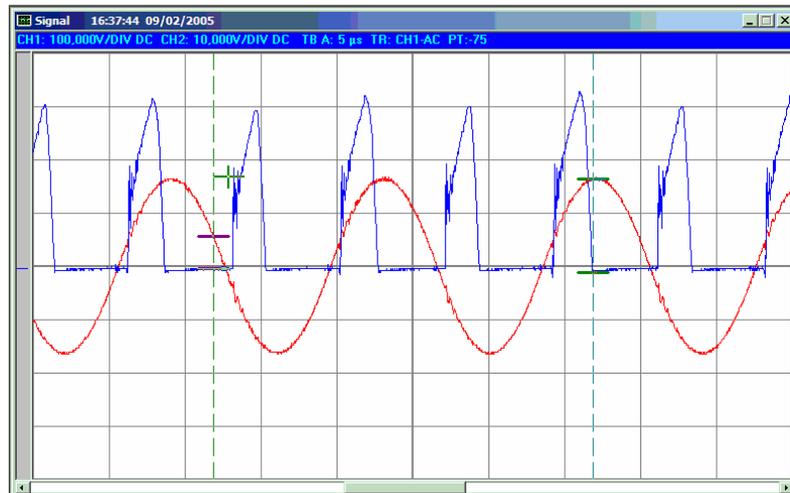


Fig. 7.20. Formas de onda experimentales del PRC-CR con $d=0,3$ (v_r y v_{rec})

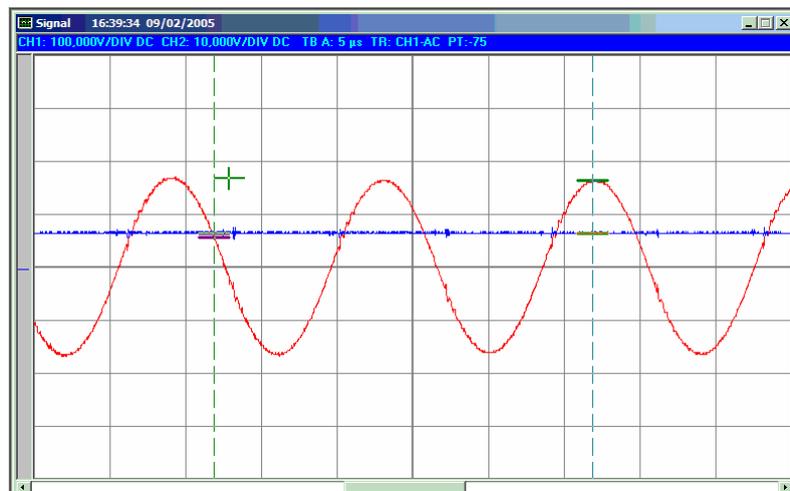


Fig. 7.21. Formas de onda experimentales del PRC-CR con $d=0,3$ (v_r y v_o)

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

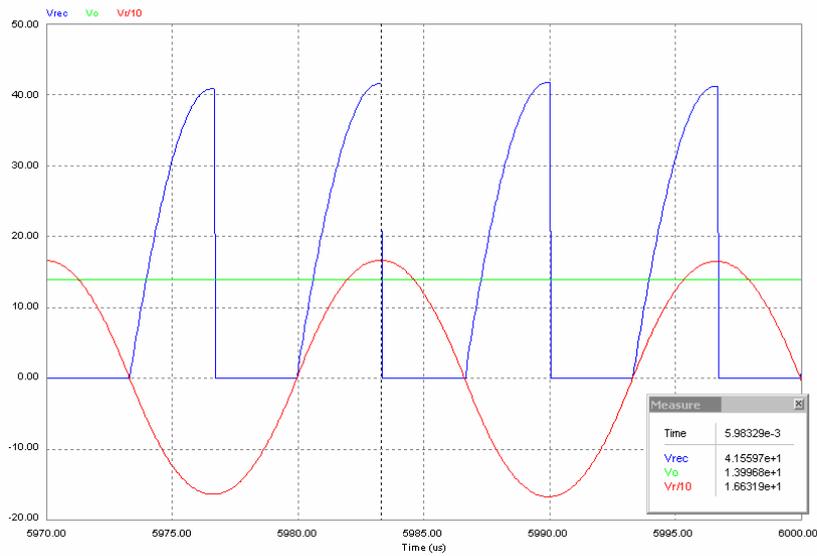


Fig. 7.22. Simulación del PRC-CR con $d=0,5$

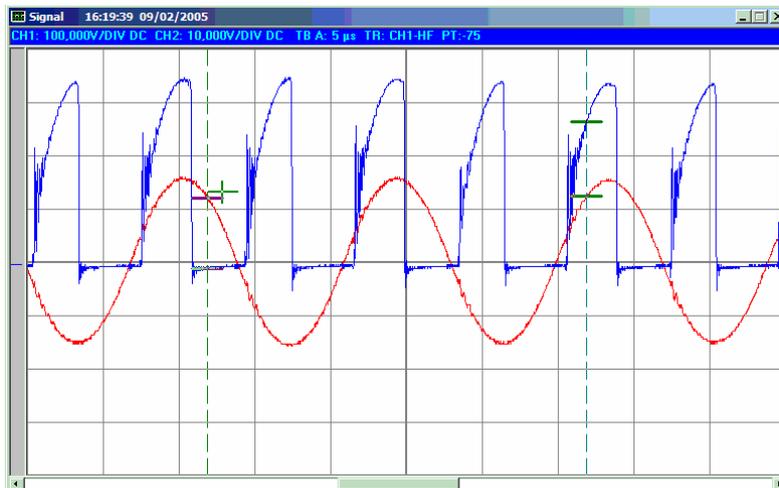


Fig. 7.23. Formas de onda experimentales del PRC-CR con $d=0,5$ (v_r y v_{rec})

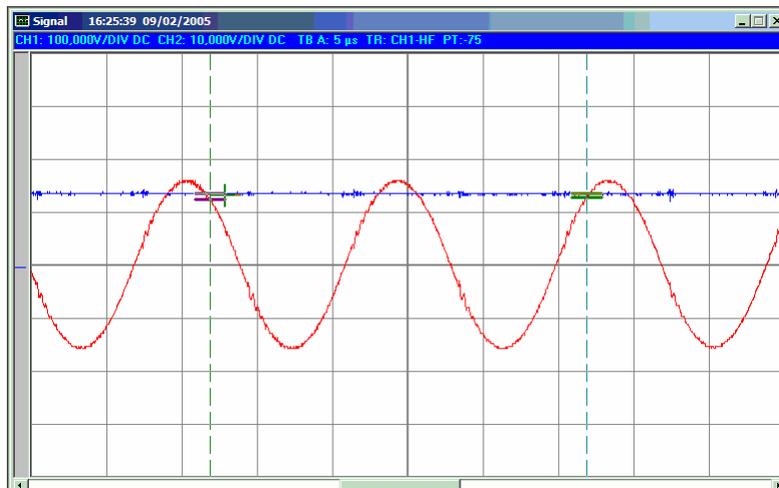


Fig. 7.24. Formas de onda experimentales del PRC-CR con $d=0,5$ (v_r y v_o)

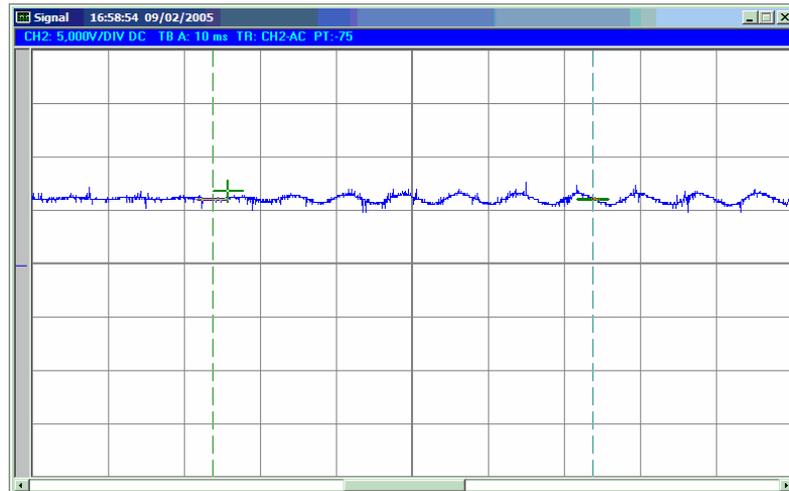


Fig. 7.25. Perturbación en la carga del PRC-CR con $d=0,3$ (de 33 a 14Ω)
Forma de onda de v_o

La figura 7.28 presenta un arranque del convertidor para las mismas condiciones de trabajo que la figura 7.26, pero con el controlador lineal mediante realimentación de la tensión de salida. En la figura 7.29 se observa el detalle en estado estacionario, con la conclusión de que las formas de onda son mucho más estables para este tipo de controlador que para el *One-Cycle*.

No obstante, los resultados experimentales realizados con el controlador lineal muestran la existencia de una pequeña oscilación tal como observamos en las figuras 7.30, 7.31 y 7.32. Estas figuras representan la tensión resonante y la tensión de salida del rectificador para una relación de conducción promedio de 0,5. Para este valor es donde en mayor medida se observan las citadas variaciones.

Por tanto, el control seleccionado para el convertidor influye de forma importante en la estabilidad de las magnitudes resonantes. Un controlador de dinámica rápida como es el *One-Cycle* puede corregir de forma rápida variaciones de carga y de línea en el convertidor, pero provoca oscilaciones subarmónicas en las variables resonantes. El controlador por realimentación de salida con un regulador PI es de menor rapidez, y, por tanto, su capacidad de corregir perturbaciones es más lenta, pero induce menos oscilaciones subarmónicas en las magnitudes resonantes.

En cualquier caso las oscilaciones observadas no llegan a la tensión de salida por el efecto del filtro de salida, pero dan un aspecto de inestabilidad a la evolución de las formas de onda del convertidor.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

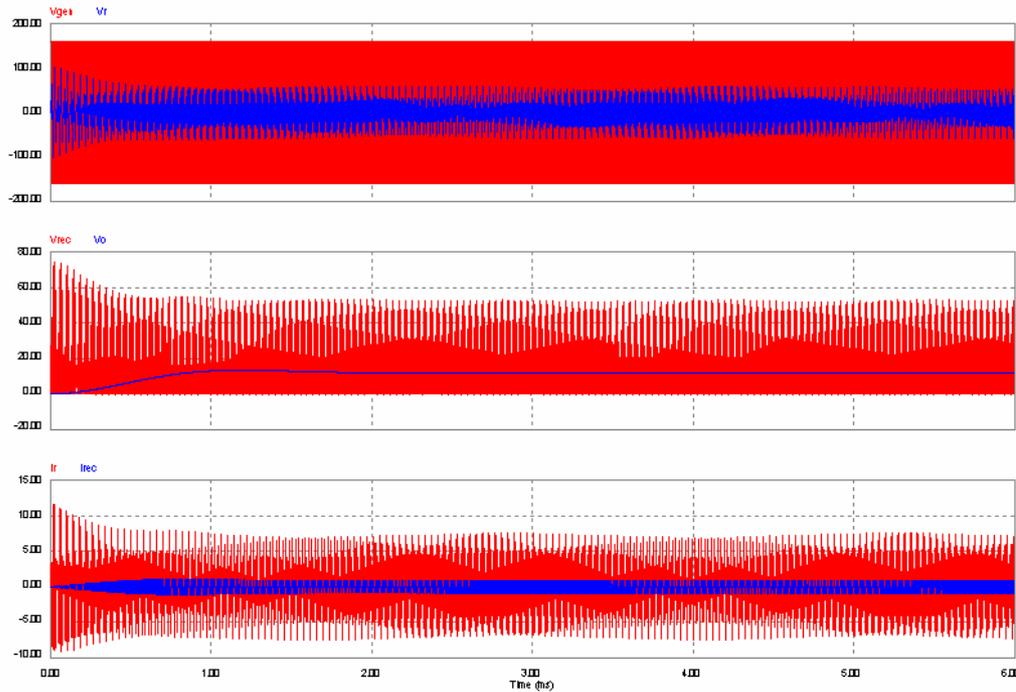


Fig. 7.26. Estabilidad de las formas de onda del PRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} y v_r . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

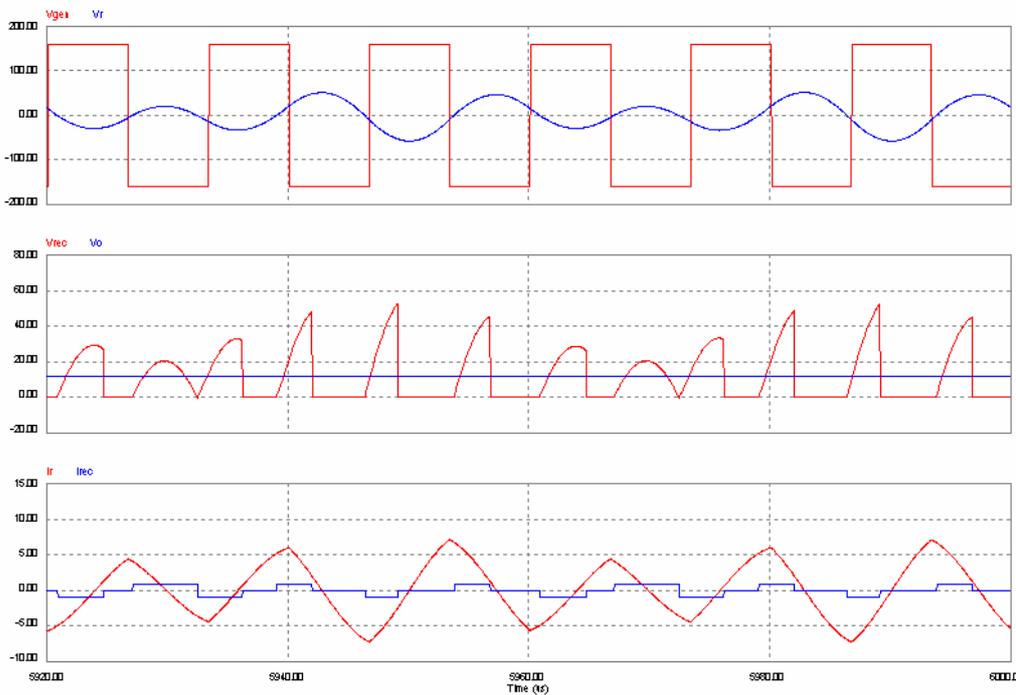


Fig. 7.27. Estabilidad de las formas de onda del PRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} y v_r . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

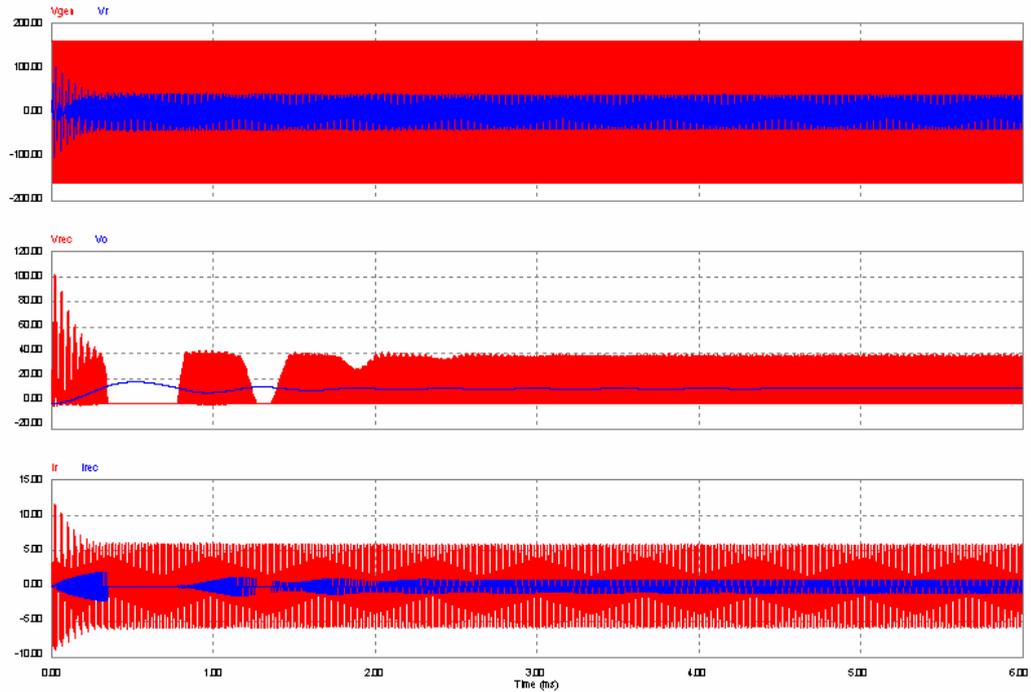


Fig. 7.28. Estabilidad de las formas de onda del PRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} y v_r . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

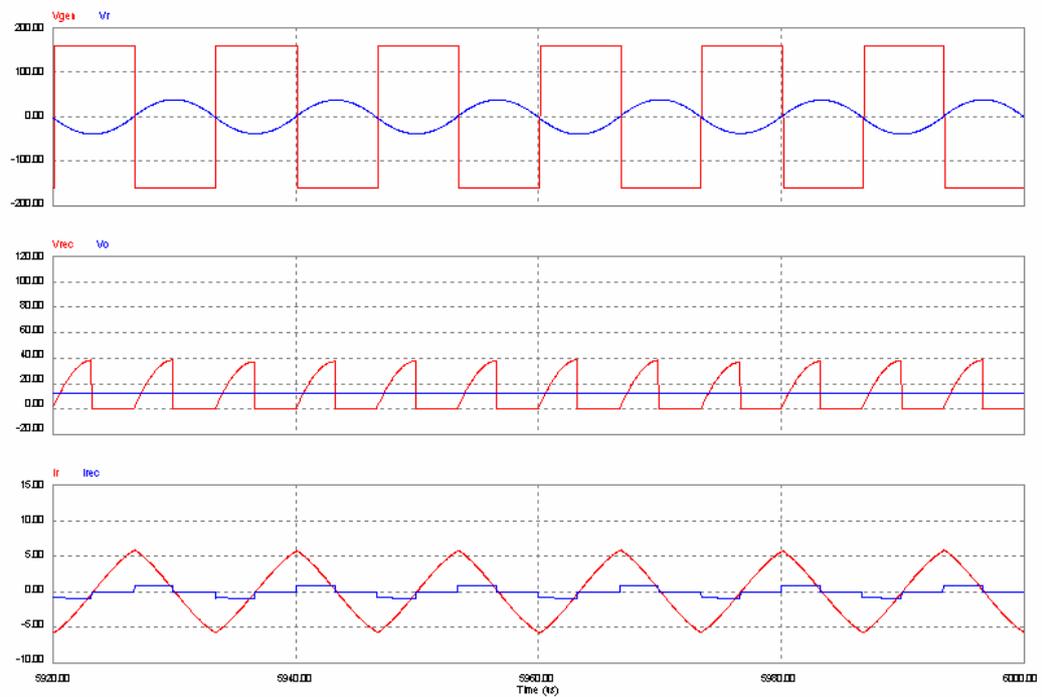


Fig. 7.29. Estabilidad de las formas de onda del PRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} y v_r . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.2 Resultados del PRC-CR

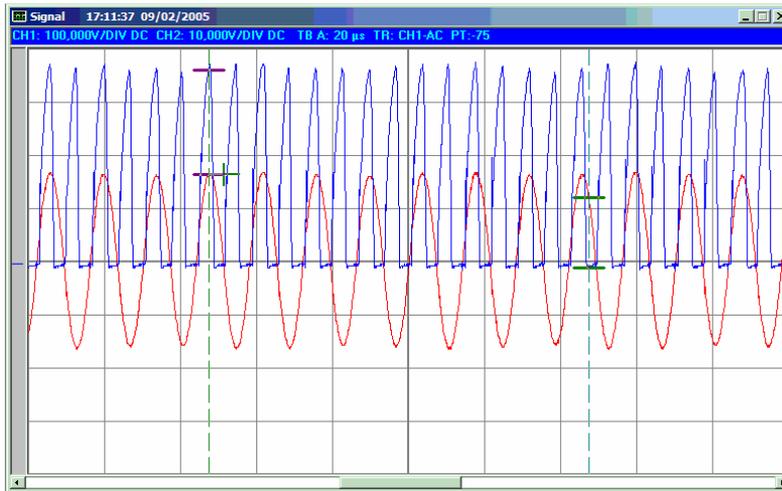


Fig. 7.30. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

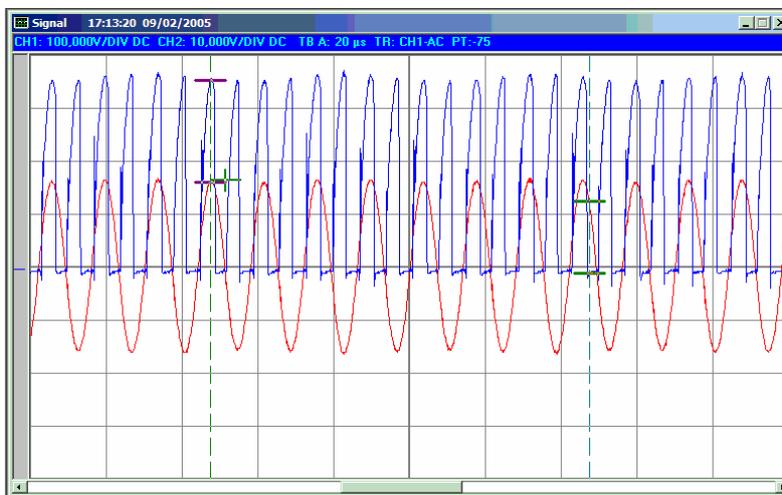


Fig. 7.31. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

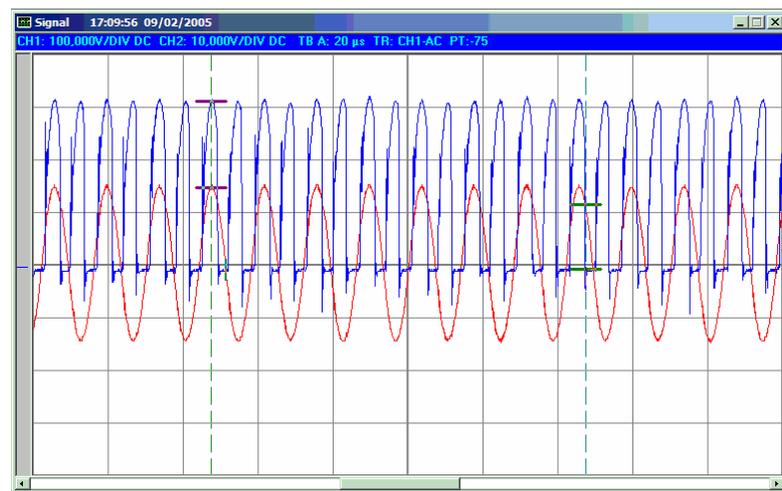


Fig. 7.32. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

7.3 Resultados del SRC-CR

El esquema del SRC-CR ensayado es el mostrado en la figura 7.33. El controlador con el que se ha realizado la verificación experimental es el de realimentación de la salida con controlador lineal PI.

La figura 7.34 presenta una simulación con PSIM del convertidor, con una relación de conducción de 0,4. En ella aparece la corriente resonante, i_r , en rojo, la corriente de salida del rectificador i_L , en azul, y la corriente por la carga, I_L , en verde. En las dos figuras siguientes están las formas de onda experimentales obtenidas en el convertidor. En la figura 7.35 se observa en azul la corriente i_r y en rojo la corriente i_L . En la figura 7.36, en azul nuevamente la corriente i_r y en rojo la corriente I_L .

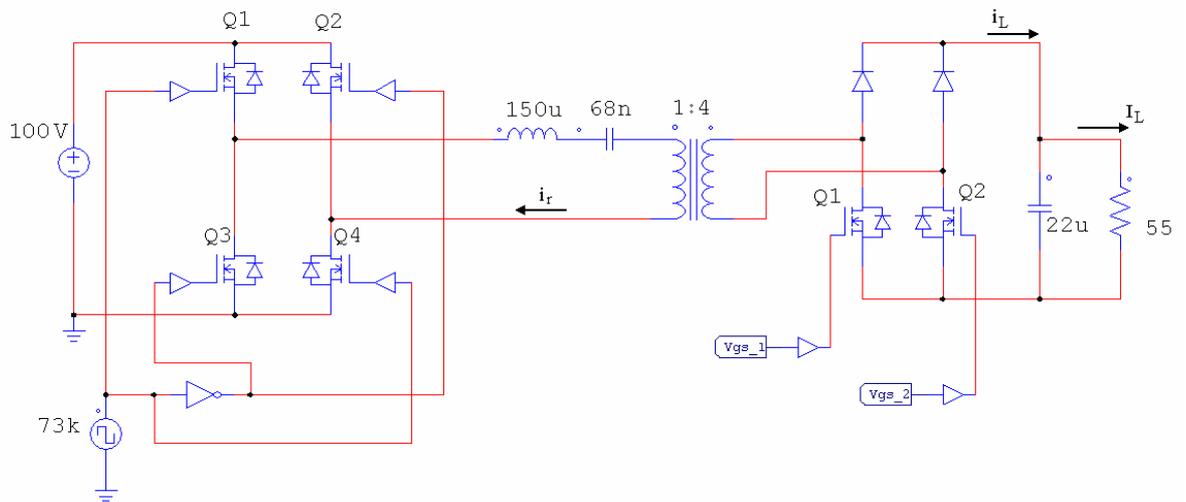


Fig. 7.33. Esquema del SRC-CR sometido a ensayo

La forma de onda de la corriente i_r que se observa en las capturas de osciloscopio, de las figuras 7.35 y 7.36, tiene un factor de conversión de 0,5A/V. Por tanto el valor de pico de dicha corriente es de

$$\hat{i}_r = 0,5 \frac{A}{V} \cdot 7,5V = 3,75A \quad (\text{xx}5.2)$$

La corriente i_L de la figura 7.35 tiene un factor de conversión de 2A/V, siendo, por tanto, el valor de pico de dicha corriente

$$\hat{i}_L = 2 \frac{A}{V} \cdot 0,5V = 1A \quad (5.2)$$

La corriente I_L de la figura 7.36 tiene un factor de conversión de 1A/V, siendo su valor de 0,2 A.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.3 Resultados del SRC-CR

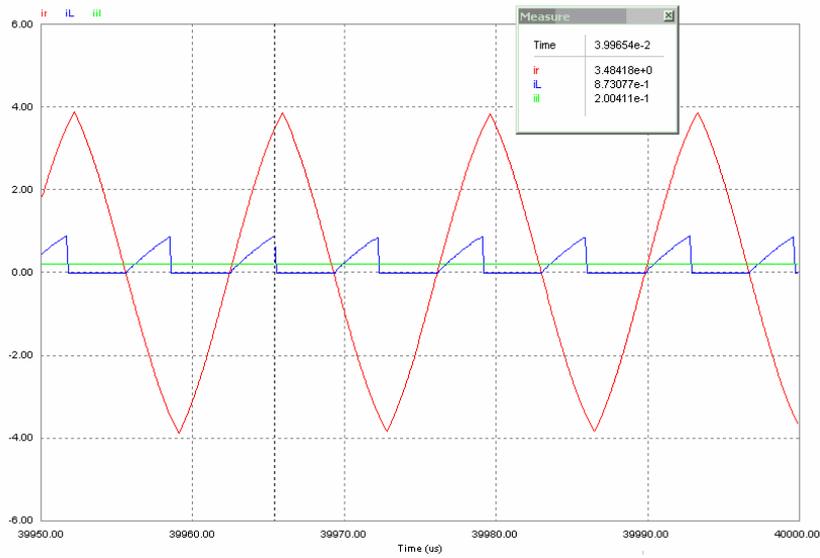


Fig. 7.34. Simulación del SRC-CR con $d=0,4$

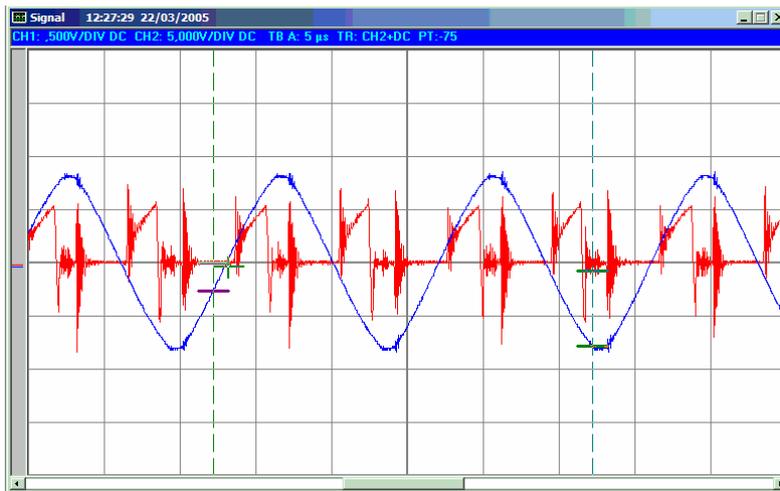


Fig. 7.35. Formas de onda experimentales del SRC-CR con $d=0,4$ (i_r e i_L)

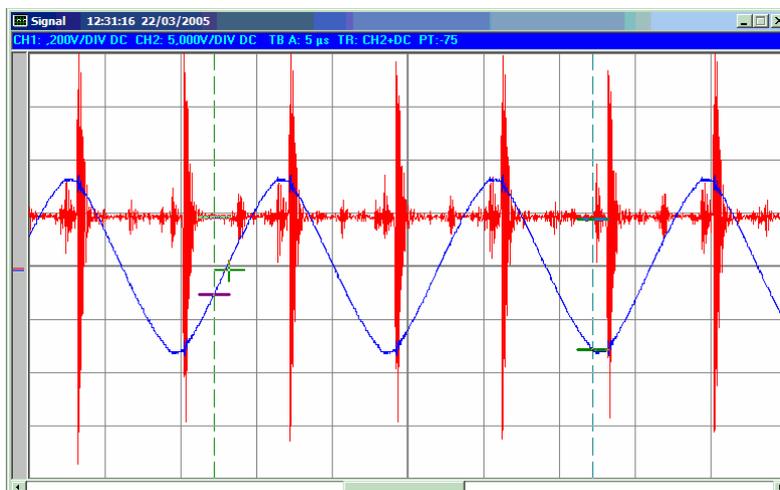


Fig. 7.36. Formas de onda experimentales del SRC-CR con $d=0,4$ (i_r e I_L)

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES
7.3 Resultados del SRC-CR

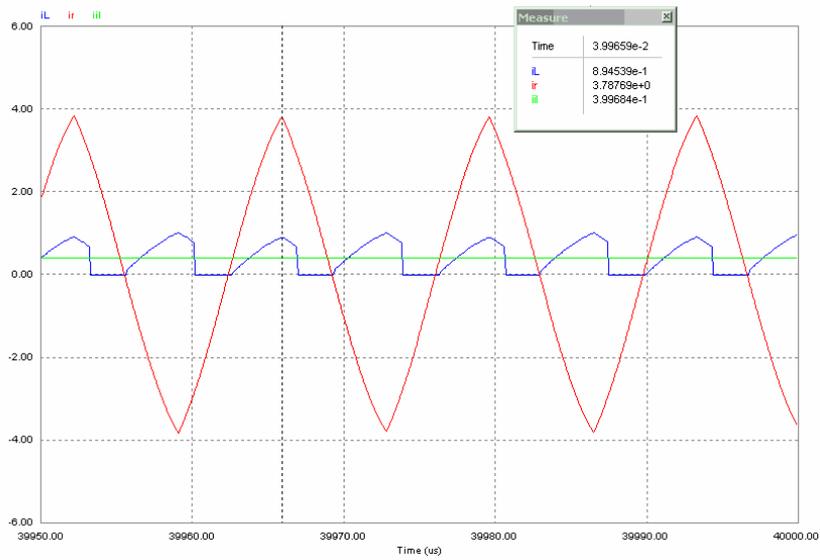


Fig. 7.37. Simulación del SRC-CR con $d=0,65$

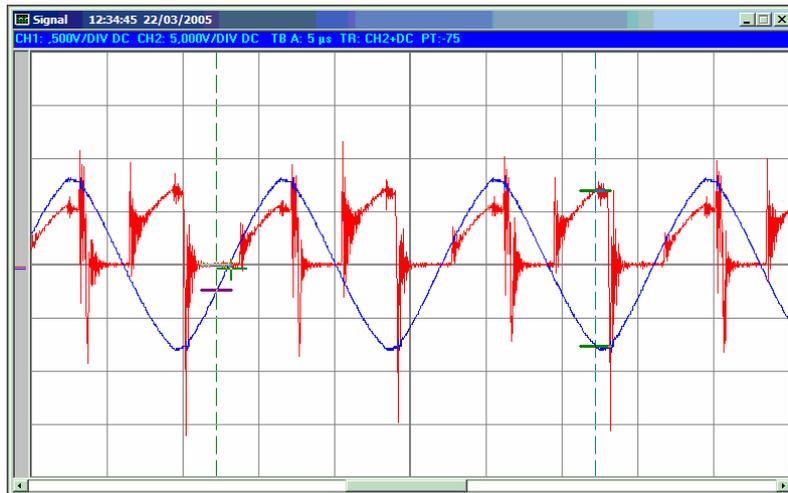


Fig. 7.38. Formas de onda experimentales del SRC-CR con $d=0,65$ (i_r e i_L)

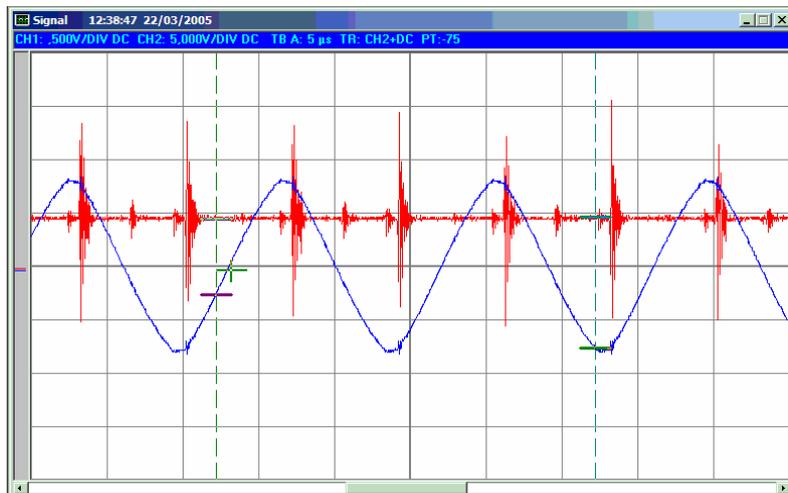


Fig. 7.39. Formas de onda experimentales del SRC-CR con $d=0,65$ (i_r e I_L)

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.3 Resultados del SRC-CR

Tal como en las gráficas anteriores, en la figura 7.37 se representa la simulación PSIM del convertidor para una relación de conducción de 0,65. En las figuras 7.38 y 7.39 se encuentran los resultados experimentales con idénticos colores y factores de conversión que en las figuras previas. Se observa que existe un gran parecido entre los resultados simulados y los resultados experimentales en el convertidor, salvo en el ruido propio de las mediciones de corriente y en el retardo de la entrada en conducción de la corriente de salida del rectificador, i_L .

Las figuras 7.40 y 7.41 presentan unos ensayos con variación de carga del convertidor. El ciclo de trabajo escogido es $d=0,65$ y las variaciones de carga realizadas son de 33 a 55 Ω y de 55 a 33 Ω

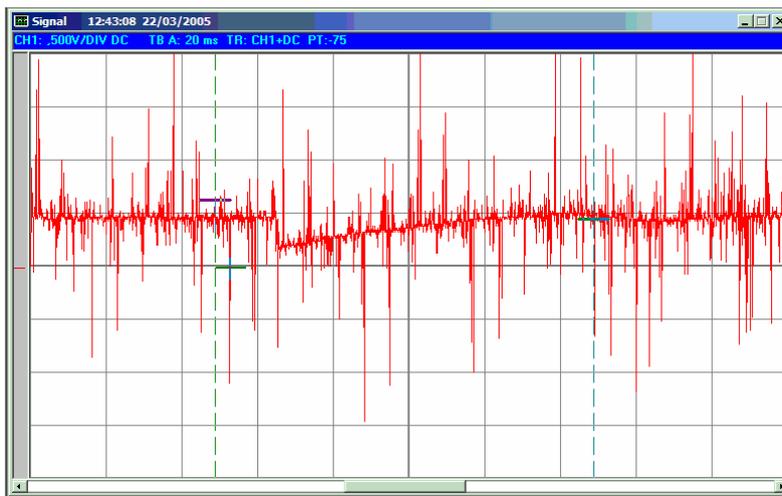


Fig. 7.40. Perturbación en la carga del SRC-CR con $d=0,65$ (de 33 a 55 Ω)
Forma de onda de I_L

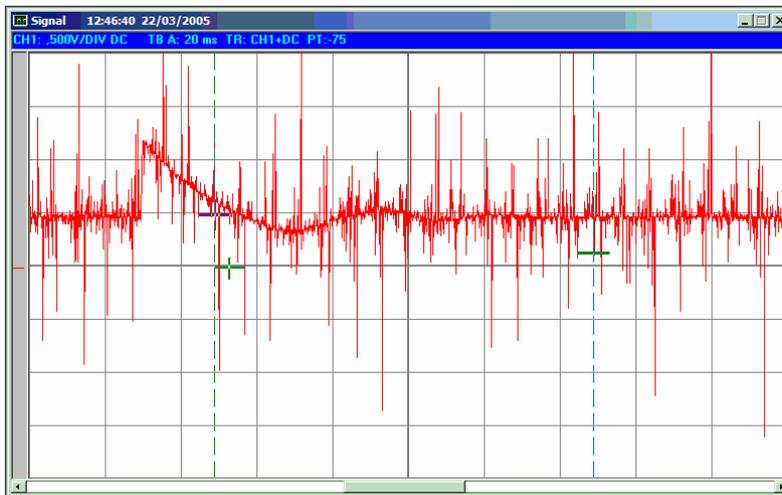


Fig. 7.41. Perturbación en la carga del SRC-CR con $d=0,65$ (de 55 a 33 Ω)
Forma de onda de I_L

Es interesante comentar que en el SRC-CR no se aprecian oscilaciones subarmónicas importantes de las formas de onda de las magnitudes resonantes.

Las figuras 7.42 y 7.43 representan las formas de onda obtenidas mediante simulación del convertidor para una relación de conducción de 0,6 y con un controlador *One-Cycle*.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.3 Resultados del SRC-CR

Las tensiones y corrientes no presentan oscilaciones apreciables, correspondiendo con su evolución inicialmente prevista.

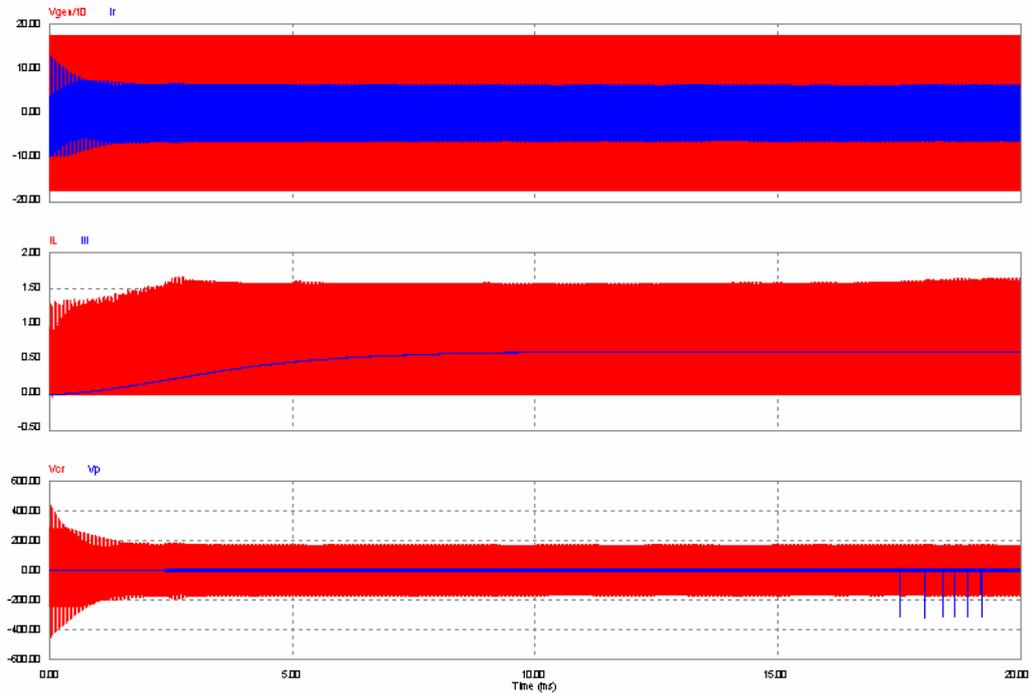


Fig. 7.42. Estabilidad de las formas de onda del SRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} e i_r . Media: i_L e I_L . Inferior: v_{cr} y v_p

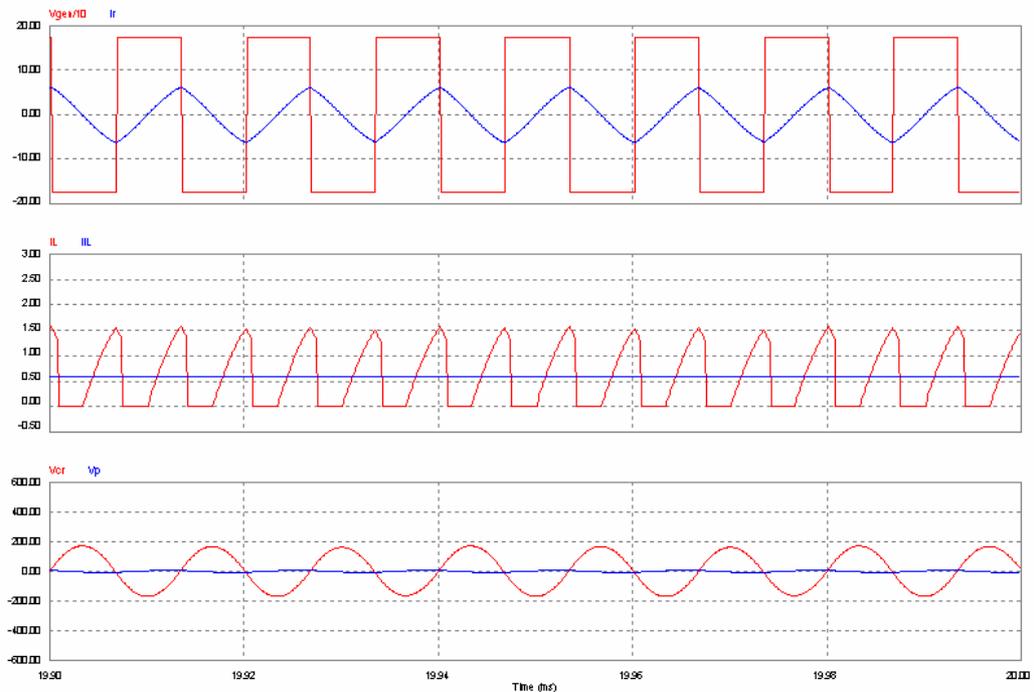


Fig. 7.43. Estabilidad de las formas de onda del SRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} e i_r . Media: i_L e I_L . Inferior: v_{cr} y v_p

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.3 Resultados del SRC-CR

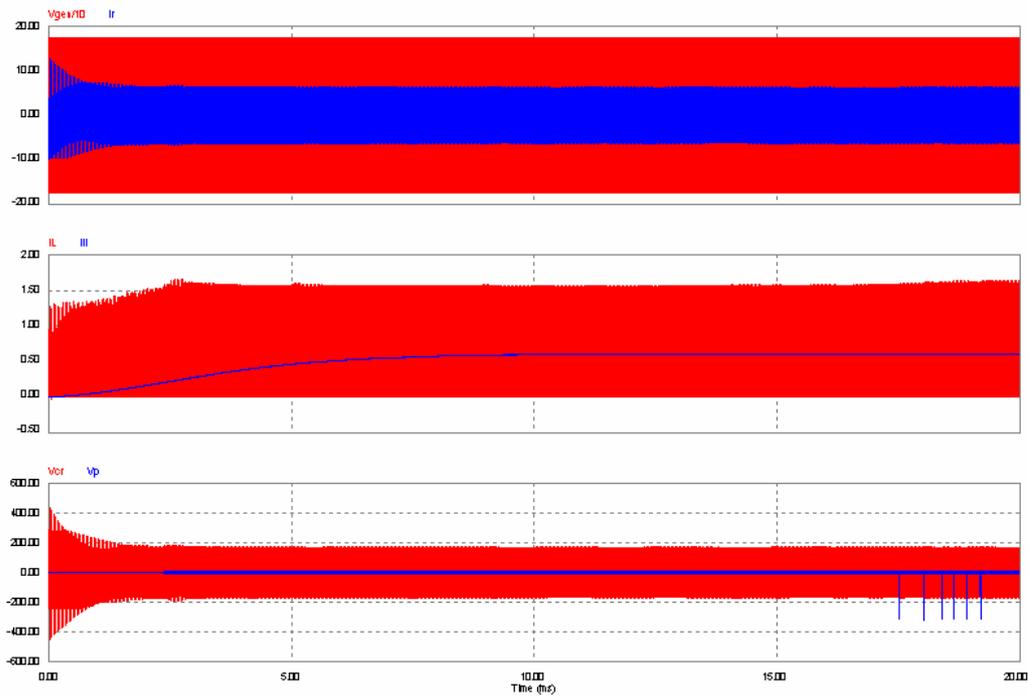


Fig. 7.44. Estabilidad de las formas de onda del SRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} e i_r . Media: i_L e I_L . Inferior: v_{cr} y v_p

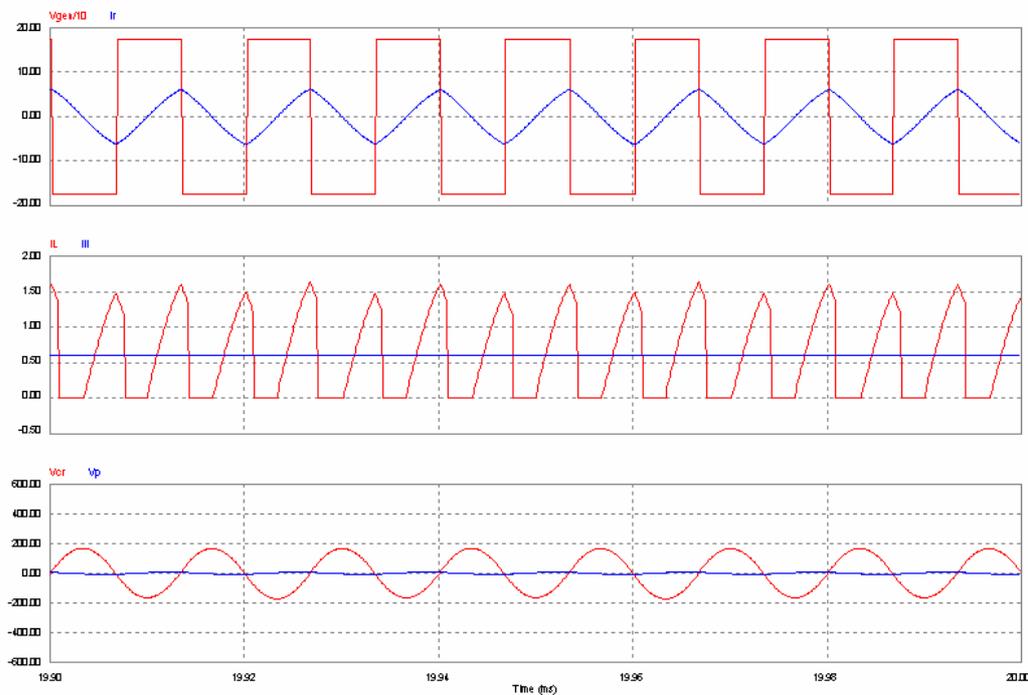


Fig. 7.45. Estabilidad de las formas de onda del SRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} e i_r . Media: i_L e I_L . Inferior: v_{cr} y v_p

Las figuras 7.44 y 7.45 corresponden al caso de control lineal mediante realimentación de la corriente de salida y con regulador PI, en las mismas condiciones de trabajo que en las dos figuras anteriores. En ellas se aprecia una pequeña oscilación que apenas presenta importancia en el comportamiento del convertidor.

Este comportamiento observado en las simulaciones se confirma en las pruebas experimentales realizadas al convertidor. Las variaciones en la corriente i_L observadas en la simulación de la figura 7.45 también se observan en la captura de laboratorio de la figura 7.38.

Pese a la existencia de las pequeñas oscilaciones comentadas, el comportamiento del SRC-CR es mucho más estable que el del PRC-CR, no alejándose de su evolución prevista teóricamente.

7.4 Resultados del SPRC-CR

El esquema del SPRC-CR sometido a ensayo se representa en la figura 7.46. El controlador con el que se ha realizado la verificación experimental es el de realimentación de la salida con controlador lineal PI.

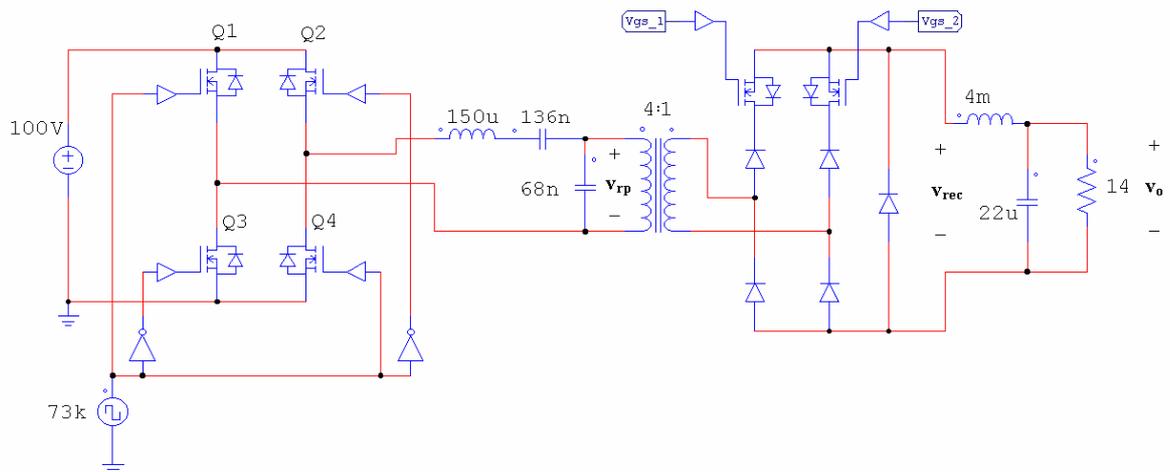


Fig. 7.46. Esquema del SPRC-CR ensayado

La figura 7.47 presenta una simulación mediante PSIM del convertidor, con una relación de conducción de 0,3. En color rojo aparece la tensión resonante, v_{rp} , dividida entre 10. En azul la tensión de salida del rectificador, v_{rec} , y, en verde la tensión en la carga, v_o . En las dos figuras siguientes están las formas de onda experimentales obtenidas en el convertidor. La figura 7.48 muestra en rojo la tensión v_{rp} y en azul la tensión v_{rec} , mientras que la figura 7.49 muestra en rojo nuevamente la tensión v_{rp} y en azul la tensión v_o .

Tal como en las figuras comentadas, en las figuras 7.50, 7.51 y 7.52 se representan resultados de simulación PSIM y experimentales del convertidor para una relación de conducción de 0,5.

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.4 Resultados del SPRC-CR

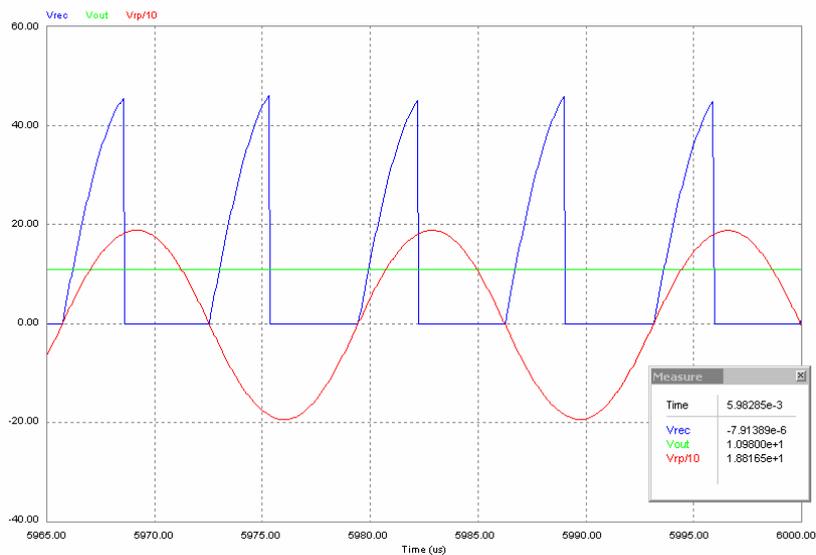


Fig. 7.47. Simulación del SPRC-CR con $d=0,3$

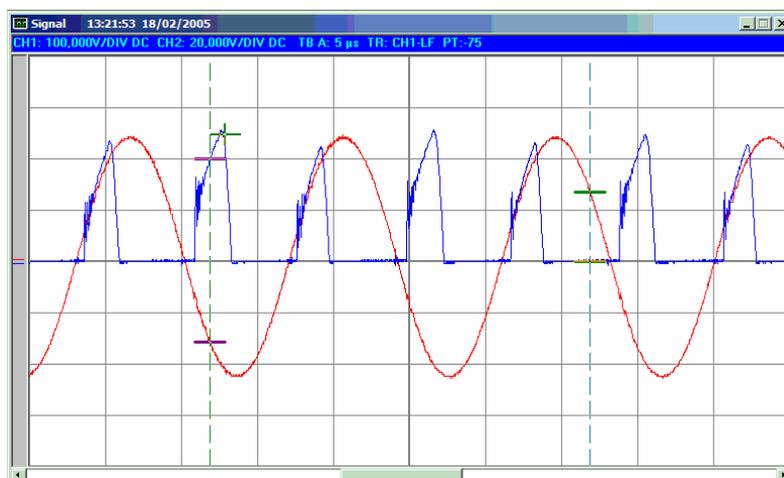


Fig. 7.48. Formas de onda experimentales del SPRC-CR con $d=0,3$ (v_{rp} y v_{rec})

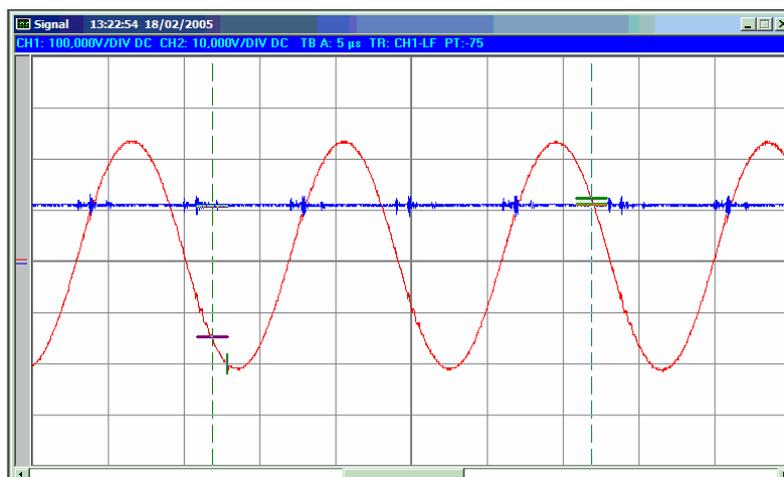


Fig. 7.49. Formas de onda experimentales del SPRC-CR con $d=0,3$ (v_{rp} y v_o)

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.4 Resultados del SPRC-CR

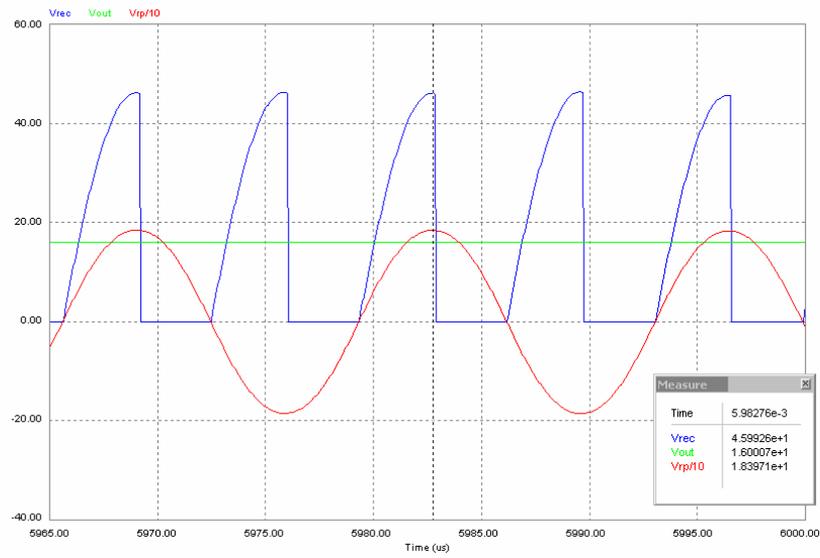


Fig. 7.50. Simulación del SPRC-CR con $d=0,5$

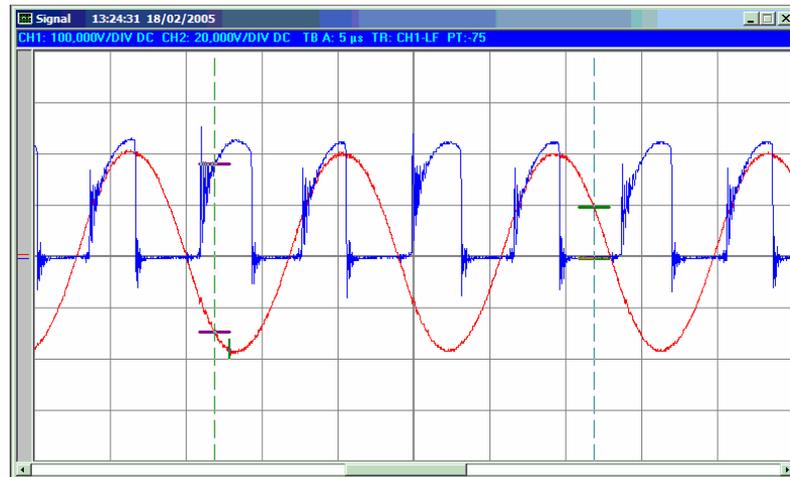


Fig. 7.51. Formas de onda experimentales del SPRC-CR con $d=0,5$ (v_{rp} y v_{rec})

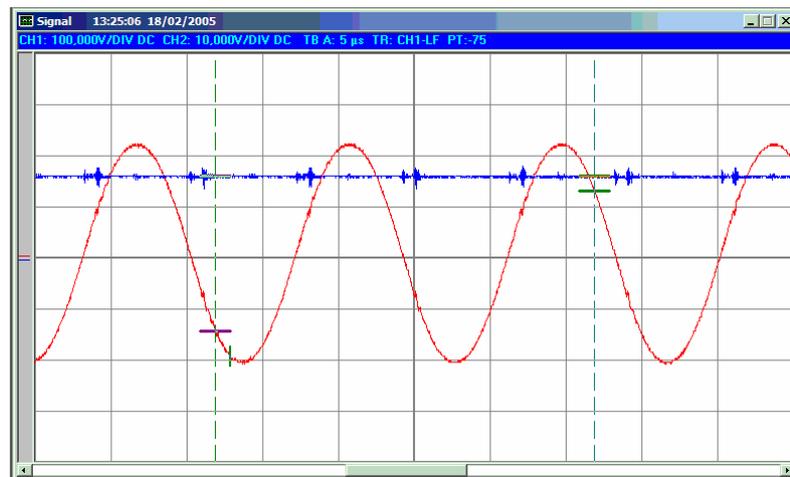


Fig. 7.52. Formas de onda experimentales del SPRC-CR con $d=0,5$ (v_{rp} y v_o)

Las formas de onda obtenidas por simulación y las observadas en el prototipo de laboratorio presentan gran parecido en su aspecto, aunque se aprecia una diferencia en sus amplitudes. Tal como se comenta posteriormente, esta discrepancia es debida a las oscilaciones subarmónicas que suceden en las magnitudes resonantes del convertidor. También se aprecia el retardo en la tensión v_{rec} , debido a los retardos en la secuencia de activación de los interruptores y a las inductancias parásitas en el convertidor.

En la figura 7.53 se presenta un ensayo de variación de carga del convertidor. La relación de conducción elegida es $d=0,3$ y la variación de carga realizada es un salto de 14 a 33 Ω . Se observa que el valor medio de la tensión en la salida se mantiene, apareciendo un incremento del rizado de la tensión.

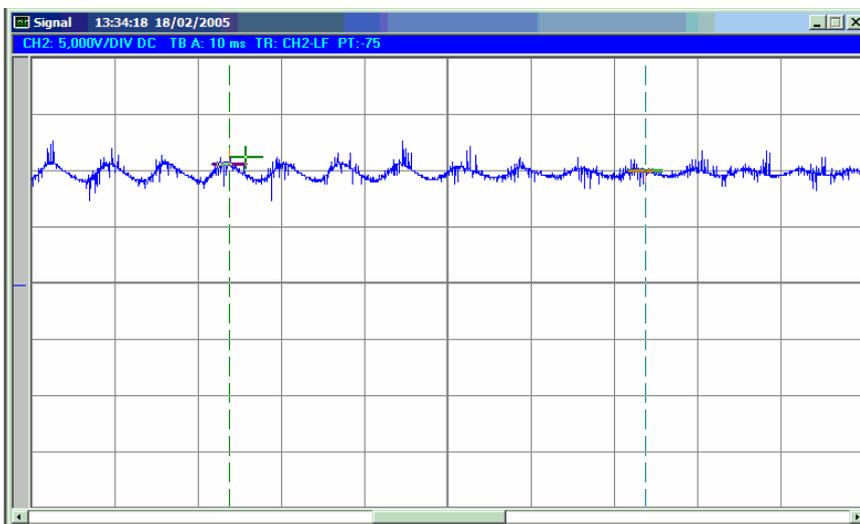


Fig. 7.53. Perturbación en la carga del SPRC-CR con $d=0,3$ (de 14 a 33 Ω)
Forma de onda de v_o

El convertidor SPRC-CR es, de los tres analizados, en el que se observan las oscilaciones subarmónicas en mayor medida. Tanto en los resultados experimentales del prototipo como en las simulaciones realizadas del sistema, se observan importantes fluctuaciones en las magnitudes resonantes y en las formas de ondas resultado de éstas, como por ejemplo la tensión v_{rec} .

La figura 7.54 representa la evolución de las formas de onda del convertidor para una frecuencia de conmutación $1,2f_o$, con una tensión de salida de 22 V, con un controlador *One-Cycle*. Corresponde al arranque del convertidor, partiendo de condiciones iniciales nulas. La figura 7.55 presenta un detalle de dichas formas de onda, una vez conseguido el estado estacionario, y es de resaltar la apreciable oscilación que sucede en la tensión resonante v_{rp} .

La figura 7.56 representa un arranque del convertidor para las mismas condiciones de trabajo que la figura 7.54, pero utilizando el controlador lineal mediante realimentación de la tensión de salida. En la figura 7.57 se observa un detalle de las formas de onda en estado estacionario, con la conclusión de que las formas de onda son mucho más estables para este tipo de controlador que para el *One-Cycle*.

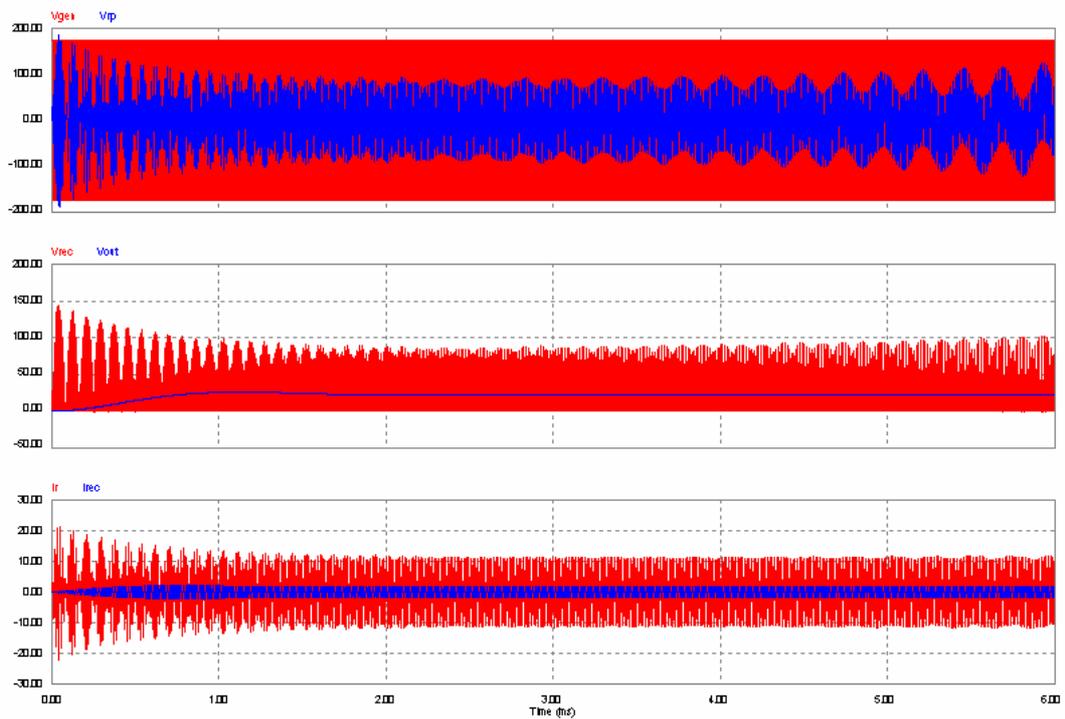


Fig. 7.54. Estabilidad de las formas de onda del SPRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} y v_{rp} . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

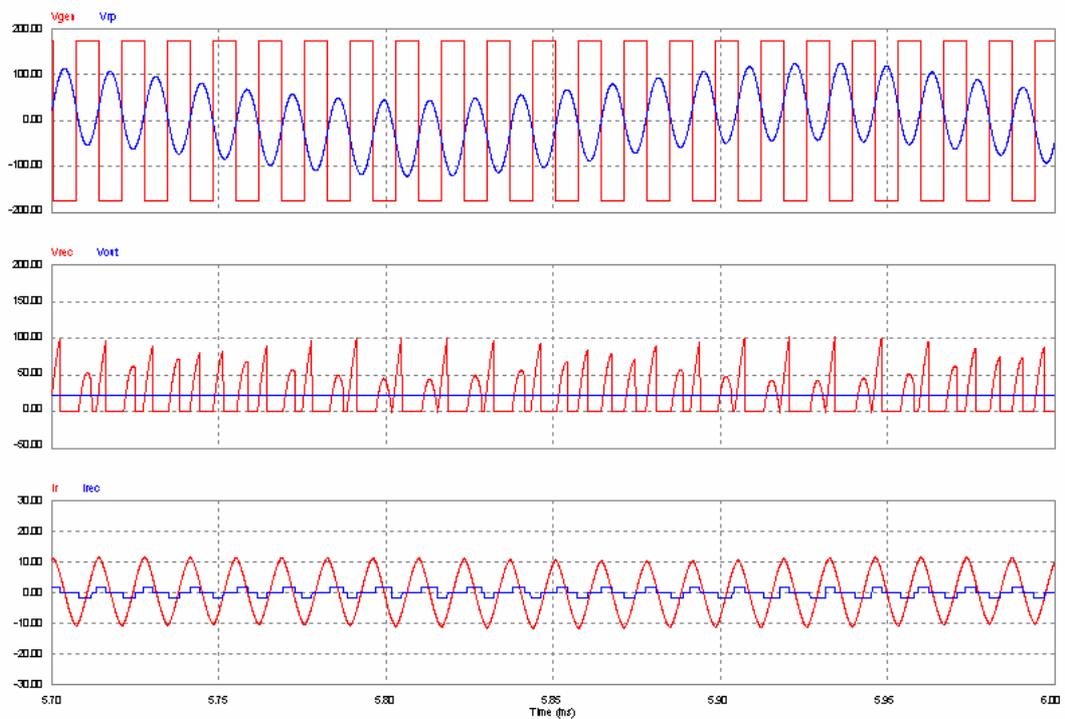


Fig. 7.55. Estabilidad de las formas de onda del SPRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador *One-Cycle*.
Superior: v_{gen} y v_{rp} . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.4 Resultados del SPRC-CR

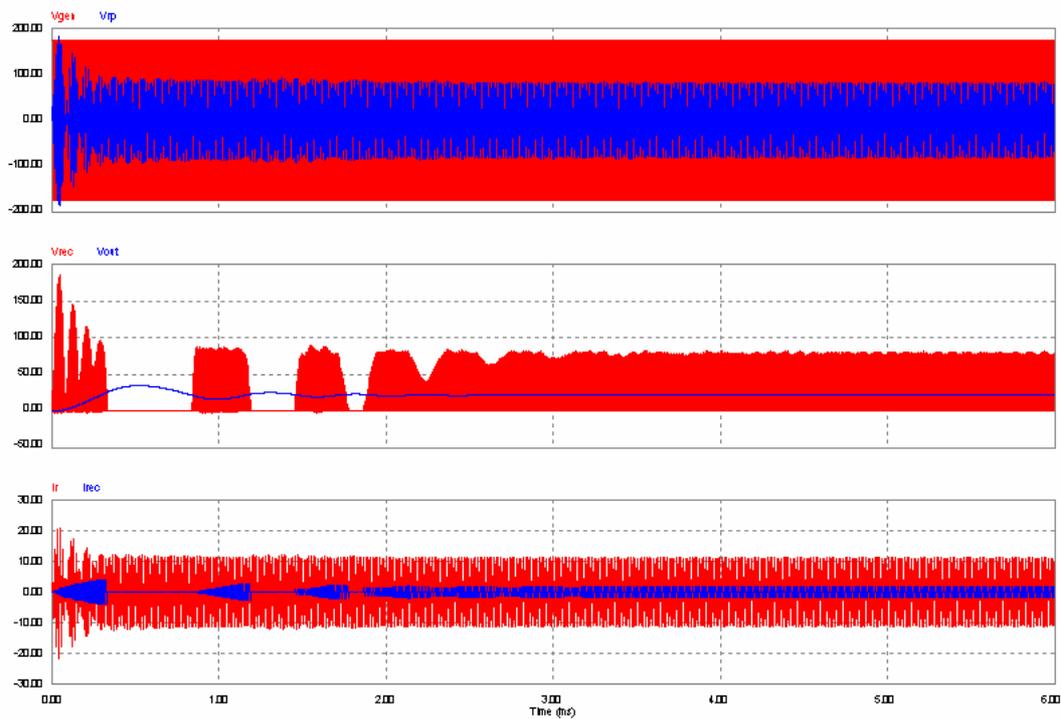


Fig. 7.56. Estabilidad de las formas de onda del SPRC-CR.
Arranque del convertidor con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} y v_{lp} . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

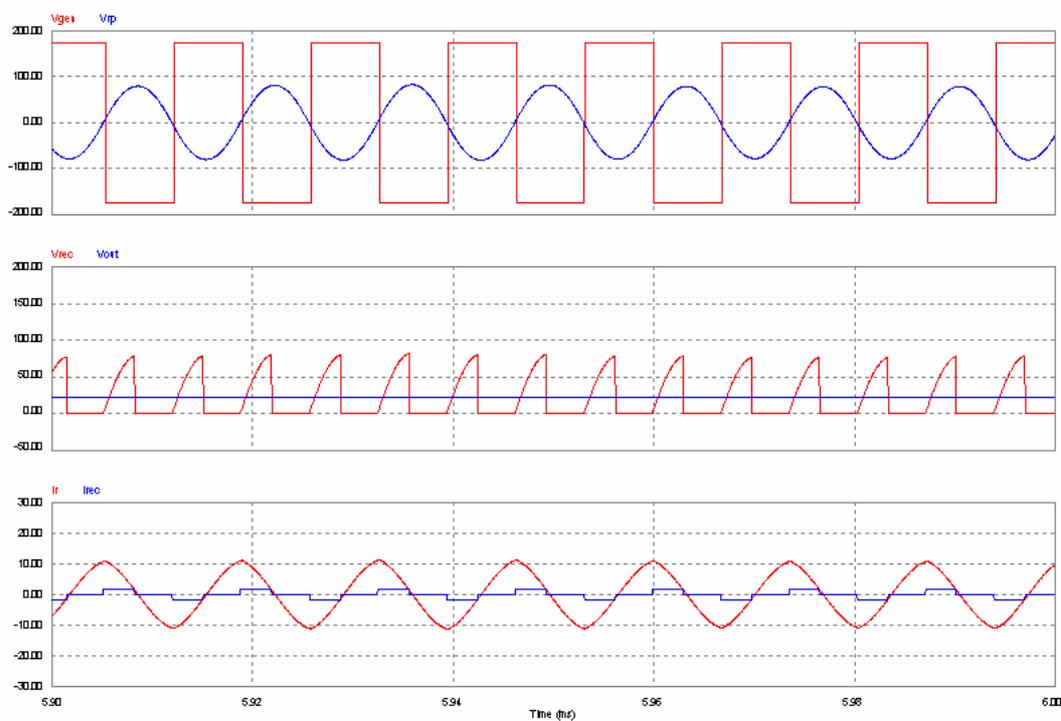


Fig. 7.57. Estabilidad de las formas de onda del SPRC-CR.
Detalle en estado estacionario con el controlador lineal.
Superior: v_{gen} y v_{lp} . Media: v_{rec} y v_o . Inferior: i_r e i_{rec}

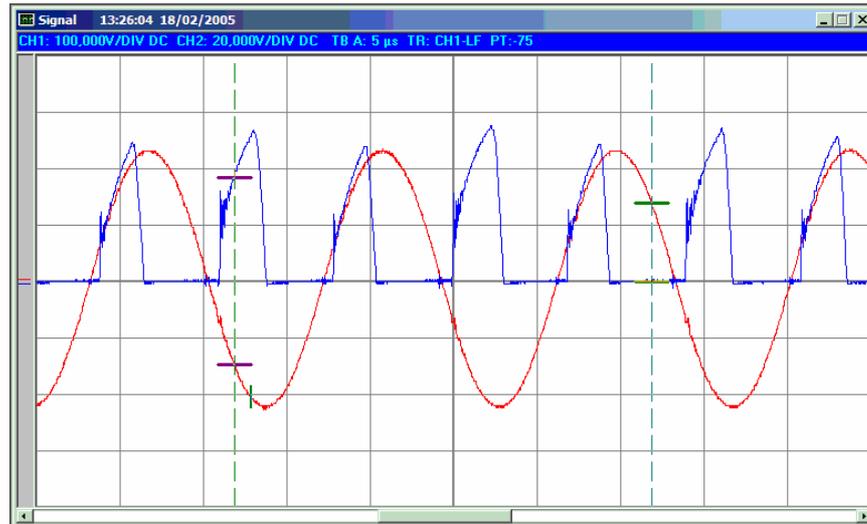


Fig. 7.58. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

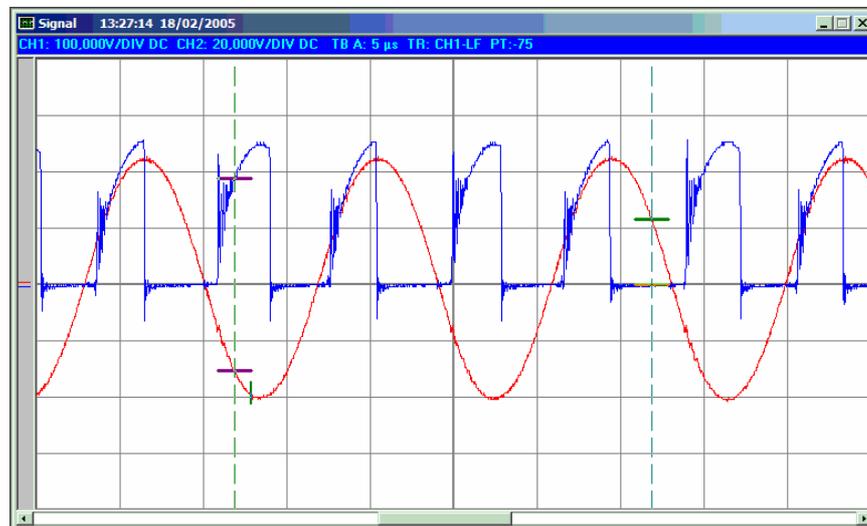


Fig. 7.59. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

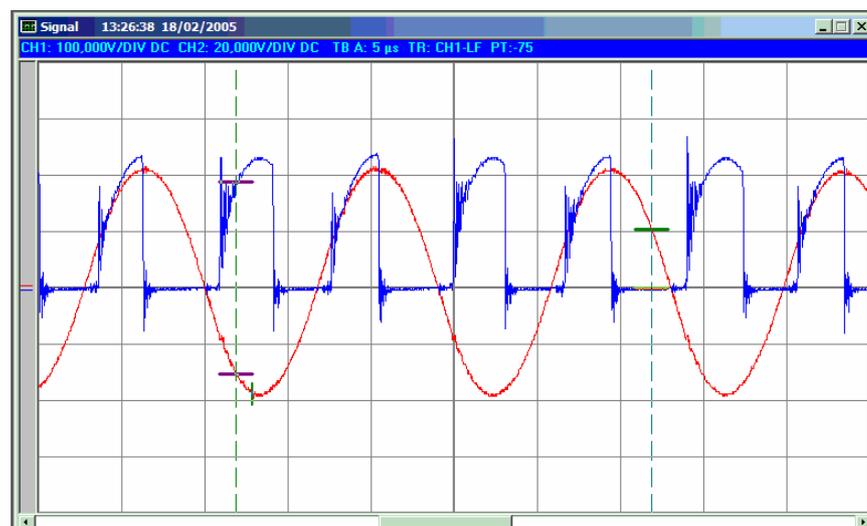


Fig. 7.60. Variaciones en las formas de onda de v_r y v_{rec}

7. RESULTADOS DE SIMULACIÓN Y EXPERIMENTALES

7.4 Resultados del SPRC-CR

Sin embargo, los resultados experimentales realizados con el controlador lineal muestran la presencia de una oscilación subarmónica tal como observamos en las figuras 7.58, 7.59 y 7.60. Estas figuras presentan la tensión resonante y la tensión de salida del rectificador para una relación de conducción media de 0,5. Para este valor es donde en mayor medida se observan las citadas variaciones.

La oscilación de las magnitudes resonantes es lo que provoca la variación de amplitud entre las formas de onda de simulación de las figuras 7.47 y 7.50 respecto a las formas de onda experimentales de las figuras 7.48, 7.49, 7.51 y 7.52.

CAPÍTULO 8

CONCLUSIONES

Subíndice:

8. CONCLUSIONES	225
8.1 Aportaciones realizadas	227
8.2 Conclusiones	229
8.3 Líneas futuras de investigación.....	231

En los diferentes capítulos que forman la presente Tesis Doctoral, dentro de cada punto de análisis realizado existen comentarios respecto al trabajo desarrollado, que comprenden desde la presentación de posibles alternativas y criterios de análisis, a la selección de soluciones y conclusiones de las mismas.

Conforme eran deducidas estructuras y controles en los convertidores estudiados, se deducían condiciones óptimas de trabajo de cada uno de ellos, se proponían criterios de diseño, se determinaba su desviación respecto al comportamiento teórico esperado, etc... Gran cantidad de conclusiones han ido apareciendo, siendo en este capítulo donde se presentan de forma resumida.

Por tanto, este último apartado de la tesis tiene como objetivos:

- ✓ realizar un sumario de las *Aportaciones realizadas*,
- ✓ recoger y presentar las *Conclusiones* más destacables obtenidas a lo largo del trabajo de investigación realizado y
- ✓ marcar las *Líneas futuras de investigación* para dar continuidad al trabajo realizado.

8.1 Aportaciones realizadas

En el presente trabajo se estudia la posibilidad de controlar los convertidores de tanque resonante serie desde la etapa rectificadora, mediante la implementación de un bloque rectificador controlado.

Se plantea una visión modular de los convertidores analizados que permite dividir el convertidor en dos bloques principales: el formado por el inversor y el tanque resonante, y el formado por el rectificador y filtro de salida. Ambos bloques están ligados mediante la denominada *Variable resonante de transmisión de energía*. Ésta es la tensión en el condensador resonante para el PRC, la corriente por la bobina resonante para el SRC y la tensión en el condensador resonante paralelo para el SPRC. El rectificado y promediado de dicha variable resonante, realizado por el bloque rectificador y filtro de salida, hace que se obtenga en la salida del convertidor la denominada *Variable propia de la carga*. Dicha variable será una tensión continua para el PRC y el SPRC, y una corriente continua para el SRC.

Se introducen las modificaciones necesarias en cada convertidor para posibilitar la rectificación controlada. La determinación del bloque rectificador controlado adecuado para cada convertidor viene dado por las variables de estado ligadas a dicho bloque, que condiciona el tipo de interruptor a utilizar. Los nuevos bloques rectificadores del PRC y SPRC son idénticos, y de estructura complementaria a la del SCR. Las modificaciones realizadas son de sustancial importancia y hacen que se deriven tres nuevas estructuras de conversión de energía denominadas *PRC-CR*, *SRC-CR* y *SPRC-CR*.

Se obtienen los modelos en gran señal de los convertidores. Resulta un modelo de quinto orden para el SPRC-CR, de cuarto orden para el PRC-CR y de tercer orden para el SRC-CR. Todos ellos contienen dos variables de control: u_1 y u_2 . La primera variable

es la asociada al control del inversor en los convertidores, y la segunda es la asociada al control del bloque rectificador controlado.

El presente trabajo estudia las posibilidades de regulación que ofrecen los citados convertidores mediante *La actuación de la variable de control u_2* . No se realiza actuación de control en la variable u_1 , que es limitada a la generación de una forma de onda cuadrada de frecuencia fija a la salida del inversor de los convertidores. Hasta ahora la regulación de las magnitudes de salida en estas estructuras era siempre realizada desde la variable u_1 , no contemplando actuación controlada desde la variable u_2 .

Se proponen dos controladores para el control de los convertidores: un control no lineal tipo *One-Cycle*, deducido del modelo en gran señal obtenido del convertidor, y un control lineal mediante realimentación de la salida.

Dado que la introducción de la etapa rectificadora controlada influye de forma notoria en la dinámica de los convertidores, se estudia el *Comportamiento en estado estacionario de las nuevas estructuras* desarrolladas. Este estudio se realiza mediante dos métodos de análisis. En primer lugar el análisis por aproximación al primer armónico y, en segundo, el análisis de la solución del modelo simplificado de espacio de estado. En ambos análisis se obtiene la *Relación entre la magnitud propia de salida de cada convertidor respecto a la relación de conducción del rectificador controlado*, con el fin de determinar las posibilidades de regulación de las topologías estudiadas.

Mediante la aproximación al primer armónico se analiza el comportamiento de los convertidores y se determinan las *Frecuencias óptimas de trabajo*. Estas frecuencias han de posibilitar dos objetivos fundamentales. El primero es minimizar los efectos que provoca la rectificación controlada en las magnitudes resonantes, de forma que éstas no experimenten gran variación según el punto de trabajo del convertidor. En definitiva se pretende minimizar la conocida problemática de estos convertidores de la gran variación que pueden experimentar las magnitudes resonantes por las variaciones de la carga del convertidor y por las variaciones de la frecuencia de trabajo. El segundo objetivo es que se facilite la transferencia de energía del generador de entrada a la carga.

Se ha caracterizado el comportamiento de las nuevas etapas de salida de los convertidores, introduciendo la expresión *Impedancia efectiva dependiente de la relación de conducción del rectificador ($Z_e(d)$)*. Esta expresión sustituye a la conocida resistencia efectiva R_e . Aparece también el término de *Índice de carga ($n^2 R_I / Z_C$)*, que permite la normalización de resultados del análisis realizado.

Con los nuevos términos introducidos se analiza la *Impedancia de entrada* del tanque resonante, las *Funciones de transferencia* de las magnitudes asociadas al tanque resonante y las relaciones de la *Variable propia de la carga respecto a la relación de conducción* del convertidor. En el caso del SPRC-CR se tiene en cuenta además la influencia de los valores de los condensadores resonantes en las funciones antes citadas. Los términos y ecuaciones obtenidos se presentan de forma normalizada para la generalidad del análisis.

Del análisis por aproximación al primer armónico se deducen unos *Criterios de cálculo y diseño* para los convertidores. Los criterios propuestos buscan la máxima regulación

posible en el convertidor, garantizando escasa variación en las magnitudes del tanque resonante.

Se obtienen las ecuaciones cerradas de los convertidores propuestos. Mediante la solución del modelo simplificado en espacio de estado se obtienen las *Ecuaciones que representan la variable propia de salida de cada convertidor*. La introducción de la rectificación controlada supone una modificación importante en la dinámica de los convertidores de tanque resonante clásicos (PRC, SRC y SPRC), siendo necesaria la obtención de las nuevas ecuaciones para los convertidores deducidos.

Las ecuaciones obtenidas se pueden representar, en su forma clásica, en un plano de estado de las variables normalizadas de salida. No obstante, se ha propuesto como forma de representación de la variable propia de carga de cada convertidor su *Relación respecto a la relación de conducción de la etapa rectificadora controlada y el índice de carga*. Esta nueva propuesta de presentación de resultados demuestra ser más adecuada en el estudio de las posibilidades de regulación del convertidor y las condiciones de carga del mismo.

Las ecuaciones obtenidas por ambos métodos de análisis ofrecen resultados muy similares entre ellas. Además la validez de las mismas queda confirmada mediante los resultados de simulación y experimentales realizados a los convertidores.

8.2 Conclusiones

- La implementación de la rectificación controlada permite trabajar a *Frecuencia de conmutación constante* y realizar una *Regulación excelente* de la magnitud propia de salida de los convertidores propuestos.
- Se garantiza *Poca variación* en los valores de pico de las magnitudes resonantes, manteniendo acotada la corriente por el bloque inversor de los convertidores a valores establecidos en el diseño del convertidor.
- Para los nuevos convertidores se proponen condiciones de trabajo en las que la carga influya lo mínimo posible en la dinámica del tanque resonante. Por tanto la regulación óptima de las variables de salida de los convertidores propuestos sucederá si las *Condiciones de carga* son las adecuadas. Dichas condiciones vienen dadas por el índice de carga ($n^2 R_L / Z_C$) del convertidor.

Se estiman índices de carga adecuados los siguientes valores:

- ✓ superiores a 3 para el PRC-CR,
- ✓ inferiores a 0,5 para el SRC-CR y
- ✓ superiores a 3 para el SPRC-CR

En estas condiciones se cumple, para los convertidores estudiados, que:

- ✓ el rango en la variable propia de carga es el más amplio posible, para la frecuencia de conmutación seleccionada,
- ✓ cualquier incremento en la relación de conducción se corresponde con un incremento de igual signo en dicha variable de salida, y

- ✓ para una relación de conducción del bloque rectificador constante, las variaciones de la carga apenas provocan variación en la variable propia de carga del convertidor.
- Las condiciones impuestas por el índice de carga hacen que sea favorable trabajar con *Transformadores de aislamiento* reductores en los convertidores PRC-CR y SPRC-CR, y elevadores en el convertidor SRC-CR.
- Las condiciones de diseño del convertidor (E , $R_{L\text{mín}}$, $V_o\text{ máx}$, n , f_s , ...) van a determinar su índice de carga. Si éste valor no está dentro del margen indicado anteriormente, *No es aconsejado el uso* de estas estructuras de conversión de energía.
- La propuesta de concepción del convertidor hace inviable que aparezca el *Modo de conducción discontinuo* propio de las topologías clásicas.
- La frecuencia de conmutación, f_s , adecuada para estos convertidores se debe encontrar en el margen de $1,2f_o$ a $2f_o$. Todas estas frecuencias están por encima de resonancia y puede existir una conmutación *ZVS* en los interruptores del puente inversor. Para los valores altos de la frecuencia de conmutación, dentro del margen citado, sucede que se pierde transferencia de energía del ondulator a la carga, pero se consiguen estabilizar las variables resonantes, además de aumentar la impedancia de entrada del convertidor. Un *Valor típico* de diseño es $1,5f_o$.
- Para el PRC-CR, además, se propone la posibilidad de trabajar a la frecuencia f_m . Está *Por debajo de resonancia* y no se garantiza una conmutación *ZVS*, pero se mantienen igualmente acotadas las magnitudes resonantes. No obstante se necesita un índice de carga superior a 5 para garantizar correspondencia entre los incrementos de relación de conducción en el bloque rectificador con la tensión de salida.
- El SPRC-CR cuenta además con la condición de diseño de la relación de los dos condensadores resonantes. El caso $C_{rs}=2C_{rp}$ es el *Más recomendable* por la aceptable ganancia de su función de transferencia asociada al tanque resonante, escasa variación de su impedancia de entrada e inmunidad a las variaciones de carga.
- En el SPRC-CR para idénticas condiciones de carga y frecuencias de trabajo se pueden obtener *Mayores tensiones de salida* que para el PRC-CR.
- El SRC-CR es el convertidor en el que se realizan *Menos modificaciones topológicas*, pues cuenta con una sustitución directa de 2 diodos por dos transistores Mosfet en el bloque rectificador.
- De los dos métodos de análisis utilizados en este trabajo, el método por aproximación al primer armónico es el *Más recomendado*. Pese a su simplicidad, los resultados obtenidos con él son muy próximos a los obtenidos con el método de solución del modelo simplificado de espacio de estado y a los obtenidos en los resultados de simulación y experimentales.

Este método ofrece una *Visión muy intuitiva* del comportamiento del convertidor en régimen senoidal permanente, por el tratamiento lineal que se realiza de los bloques del convertidor. Esta simplicidad facilita la comprensión del efecto que provoca la

rectificación controlada en los diferentes bloques que componen los convertidores estudiados.

El análisis por aproximación al primer armónico presenta también como ventajas la *Sencillez y facilidad de programación* de las expresiones obtenidas, así como la velocidad en su computación. Las soluciones obtenidas por el método de solución del modelo simplificado de espacio de estado son más complicadas de programar. La velocidad de computación es mucho mayor y presenta problemas de convergencia para valores en el índice de carga que se alejen de los recomendados.

- El control *One-Cycle* es difícil de implementar por la rapidez intrínseca del propio control. El controlador se ha de diseñar con componentes de alta velocidad y pequeños retardos, siendo éste un aspecto crítico ante velocidades de conmutación del convertidor superiores a 100 kHz. La dinámica que introduce el controlador *One-Cycle* puede provocar *Oscilaciones subarmónicas* en las magnitudes del tanque resonante. En condiciones estables de funcionamiento aporta robustez ante variaciones de línea y de carga (aunque se observa un error en estado estacionario por la no idealidad del filtro de salida).
- El controlador con realimentación de salida aporta una dinámica más lenta al convertidor ante perturbaciones de carga y línea, pero *Mejora la estabilidad* en las magnitudes resonantes respecto al *One-Cycle Control*.
- El efecto de las oscilaciones de las magnitudes resonantes se aprecia tanto en los resultados de simulaciones como en los resultados experimentales. En comparativa entre los tres convertidores, es el SPRC-CR donde sucede en *Mayor medida* dicho efecto, siendo el SRC-CR en el que *Menos*.

La presencia de subarmónicos incrementa la emisión de EMI del convertidor e incrementa los niveles de pico máximos esperados de tensión y corriente en los elementos resonantes y semiconductores.

8.3 Líneas futuras de investigación

Existen dos puntos claros como futuras líneas de investigación:

- En primer lugar, la obtención de los modelos de pequeña señal de los convertidores propuestos para mejorar su comportamiento dinámico. Ha quedado probado con los controles implementados que la dinámica del control afecta a la evolución de las magnitudes resonantes del convertidor. Es por tanto necesario mediante el análisis dinámico de las plantas y de los lazos de control establecer criterios para garantizar la estabilidad en las formas de onda resonantes y la ausencia de subarmónicos.
- En segundo lugar, minimizar las pérdidas por conmutación en las etapas de rectificación controlada. Existe penalización en el rendimiento de los convertidores por la conmutación dura que realizan los transistores que forman las etapas de rectificación controlada.

Como otras vías futuras de investigación se consideran:

Contemplar un control conjunto en los convertidores considerando variación de la frecuencia de conmutación en el conjunto inversor junto con la actuación del puente rectificador controlado.

El extender la regulación mediante rectificación controlada a otras estructuras de conversión de energía de tanque resonantes, tales como el PRC y SPRC sin inductor de filtro, ...

BIBLIOGRAFÍA

- [BAT89] Issa Batarseh, and C. Q. Lee. *'High-Frequency High-Order Parallel Resonant Converter'*. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 36, NO. 4, November 1989, Page(s): 485-498.
- [BAT90] Issa Batarseh, Rui Liu, C. Q. Lee, and Anand K. Upadhyay. *'Theoretical and Experimental Studies of the LCC-Type Parallel Resonant Converter'*. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 5, NO. 2, April 1990, Page(s): 140 – 150.
- [BAT91] Issa Batarseh, and C. Q. Lee. *'Steady-State Analysis of the Parallel Resonant Converter with LLCC-Type Commutation Network'*. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, NO. 3, July 1991, Page(s): 525-538.
- [BHA89] A. K. S. Bhat and M. M. Swamy. *'Analysis of Parallel Converter Operating Above Resonance'*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronics Systems, Vol. 25, NO. 4, July 1989, Page(s): 449-458.
- [BID90] P. Bidan, M. Valentin, F. Boudjema. *'Modele dynamique continu et commande d'un onduleur de tension sinusoidal à résonance commutant à courant nul à fréquence fixe'*. EPF'90 l'Electronique de Puissance du Futur, Page(s): 169 – 174, Toulouse (France), 1990.
- [BOU90] Boudjema, F.; Abatut, J.-L. *'Sliding Mode – A New Way to Control Series Resonant Converters'*. Industrial Electronics Society, 1990. (IECON'90), 16th Annual Conference of IEEE. Published: 1990. Volume: 2, Page(s): 938 – 943.
- [BUR01] Burdio, J.M.; Canales, F.; Barbosa, P.M.; Lee, F.C. *'Comparison study of fixed-frequency control strategies for ZVS DC/DC series resonant converters'*. Power Electronics Specialists Conference, 2001. PESC. 2001 IEEE 32nd Annual. Volume 1, 17-21 June 2001 Page(s):427 - 432 vol. 1.
- [CAR00] Carrasco, Juan M.; Galván, Eduardo; Escobar Valderrama, Gerardo; Ortega, Romeo; Stanković, Aleksandar M. *'Analysis and Experimentation of Nonlinear Adaptive Controllers for the Series Resonant Converter'*. IEEE Transactions on Power Electronics., Vol. 15, No. 3, MAY 2000, Page(s): 536 – 544.
- [CAS00] Castilla, M.; García de Vicuña, L.; López, M.; López, O.; Matas, J. *'Dynamic Response Optimization of Quantum Series-Parallel Resonant Converters using Sliding Mode Control'*. IEEE 31 Annual Power Electronics Specialists Conference, 2000 (PESC'00). Published: 2000. Volume: 2, Page(s): 702 – 707.

- [COB92] Cobos, J.A.; Sebastian, J.; Uceda, J.; de la Cruz, E.; Gras, J.M.; '*Study of the applicability of self-driven synchronous rectification to resonant topologies*'. Power Electronics Specialists Conference, 1992. PESC '92 Record., 23rd Annual IEEE 29 June-3 July 1992 Page(s):933 - 940 vol.2.
- [CON00] A. Conesa, R. Piqué y E. Fossas. '*Convertidor Resonante Paralelo de Salida Completamente Controlada con Control en Modo de Deslizamiento Condicionado por Límites*'. Seminario Anual de Automática, Electrónica Industrial e Instrumentación 2000 (SAAEI' 00). Page(s): 53 – 56.
- [CON01] A. Conesa, E. Fossas y R. Piqué. '*Full Output-Controlled Parallel-Loaded Resonant Converter with Robust PWM Control*'. EPE 2001. Graz, Austria. CDROM del congreso.
- [ELB88] Malik E. Elbuluk, George C. Verghese and John G. Kassakian. '*Sampled - Data Modeling and Digital Control of Load Resonant Converters*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 3, July 1988, Page(s): 344-354.
- [ERI01] Erickson, R.W.; Maksimovic, D. '*Fundamentals of Power Electronics*', 2° Edition. Kluwer Academic Publishers 2001.
- [FOS95] Enric Fossas and Robert Piqué. '*The parallel resonant converter. A dynamical system approach*'. European Power Electronics conference (EPE 95). Spain, Sevilla, 1995.
- [GAR94] Garcia, V.; Rico, M.; Sebastian, J.; Hernando, M.M.; Uceda, J.; '*An optimized DC-to-DC converter topology for high-voltage pulse-load applications*'. Power Electronics Specialists Conference, PESC '94 Record., 25th Annual IEEE 20-25 June 1994 Page(s):1413 - 1421 vol.2.
- [GU88] Wen-Jian Gu and Koosuke Harada. '*A New Method to Regulate Resonant Converters*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 4, October 1988, Page(s): 430-439.
- [GUE03] José María Guerrero Zapata. '*Control Descentralizado de Sistemas Distribuidos de Alimentación*'. Tesis Doctoral. Junio 2003.
- [HAA84] Sjoerd W. H. De Haan. '*A New Integral Pulse Module for the Series-Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. IE-31, NO. 3, August 1984, Page(s): 255-262.
- [ISM95] Ismail, E.H.; Erickson, R.W. '*Application of One-Cycle Control to Three-Phase High Quality Resonant Rectifier*'. Power Electronics Specialists Conference, 1995 (PESC'95). Published: 1995. Volume: 2 , Page(s): 1183 – 1190.

- [JAC04] **Joep Jacobs, Andreas Averberg, Rik De Doncker** '*A Novel Three-Phase DC/DC Converter for High-Power Applications*'. 2004 35th Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference. Aachen, Germany, 2004.
- [JOH88a] **Steven D. Johnson and Robert W. Erickson**. '*Steady-State Analysis and Design of the Parallel Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 1, January 1988, Page(s): 93-104.
- [JOH88b] **S. D. Johnson, A. F. Witulski and R. W. Erickson**. '*Comparison of Resonant Topologies in High-Voltage DC Applications*'. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 24, NO. 3, May 1988, Page(s): 263-274.
- [JOU89] **Gyu B. Joung; Chun T. Rim; Gyu H. Cho**. '*Integral Cycle Mode Control of the Series Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: January 1989, vol. 4, no. 1, page(s): 83 – 91.
- [KAS91] **Kassakian, John G.; Schlecht Martin F.; Verghese George C**. '*Principles of Power Electronics*'. Addison-Wesley Publishing Company, 1991.
- [KAZ95] **Kazimierczuk, Marian K.; Czarkowski, Dariusz**. '*Resonant Power Converters*'. John Wiley and Sons, 1995.
- [KHA96] **Hassan K. Khalil**. '*Nonlinear Systems*'. 2^{on} Edition. Prentice Hall 1996.
- [KIM91a] **Marn Go Kim and Myung Joong Youn**. '*A Discrete Time Domain Modeling and Analysis of Controlled Series Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 38, NO. 1, February 1991, Page(s): 32-40.
- [KIM91b] **Marn-Go Kim and Myung-Joong Youn**. '*An Energy Feedback Control of Series Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 6, NO. 3, July 1991, Page(s): 338-345.
- [KLA86] **J. Ben Klaassens**. '*DC-to-AC Series-Resonant Converter System with High Internal Frequency Generating Synthesized Waveforms for Multikilowatt Power Levels*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. PE-1, NO. 1, January 1986, Page(s): 9-20.
- [KLA89] **J. Ben Klaassens**. '*Steady-State Analysis of a Series-Resonant DC-DC Converter With a Bipolar Power Flow*'. IEEE Transactions on Industrial Electronics, Vol. 36, NO. 1, February 1989, Page(s): 48-55.
- [KRE98] **Krein, Philip T**. '*Elements of Power Electronics*'. Oxford University Press, 1998.

- [KWO94] Woo H. Kwon; Gyu H. Cho. '*Optimum Quantum Sequence Control of Quantum Series Resonant Converter for Minimum Output Voltage Ripple*'. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: January 1994, vol. 9, no. 1, page(s): 74 – 84.
- [LAI95] Lai, Zheren; Smedley, K.M. '*A Low Distortion Switching Audio Power Amplifier*'. Power Electronics Specialists Conference, 1995 (PESC'95). Published: 1995 Volume: 1 , Page(s): 174 – 180.
- [LAI96] Lai, Z.; Smedley, K.M. '*A New Extension of One-Cycle Control and its Application to Switching Power Amplifiers*'. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: Jan. 1996. Volume: 11 1, Page(s): 99 – 105.
- [LAI97] Lai, Zheren; Smedley, K.M.; Ma, Yunhong. '*Time Quantity One-Cycle Control for Power-Factor Correctors*'. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: March 1997. Volume: 12 2, Page(s): 369 – 375.
- [MAR95] Riccardo Marino and Patrizio Tomei. '*Nonlinear Control Design*'. Prentice Hall 1995.
- [MOH89] Mohan, N. Underland, T.M. and Robbins, W. P. '*Power Electronics: Converters, Applications and Design*'. Second Edition. John Wiley and Sons, New York, 1989, 1995.
- [MID89] R. D. Middlebrook. '*Null Double Injection and the Extra Element Theorem*'. IEEE Transactions on Education, Vol. 32, No. 3, August 1989, Page(s): 167-180.
- [ORU85a] Ramesh Oruganti and Fred C. Lee. '*Resonant Power Processors, Part I- State Plane Analysis*'. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-21, NO. 6, November/December 1985, Page(s): 1453-1460.
- [ORU85b] Ramesh Oruganti and Fred C. Lee. '*Resonant Power Processors, Part II- Methods of Control*'. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-21, NO. 6, November/December 1985, Page(s): 1461-1471.
- [ORU85c] Ramesh Oruganti, James J. Yang and Fred C. Lee. '*Implementation of Optimal Trajectory Control of Series Resonant Converter*'. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 3, July 1988, Page(s): 318 - 327.
- [ORU85d] Ramesh Oruganti and Fred C. Lee. '*State Plane Analysis of Parallel Resonant Converter*'. IEEE Power Electron. Specialists Conf. (PESC), 1985, Page(s): 350-367.
- [PIQ92b] R. Piqué and L Martínez-Salamero. '*Inclusión de los Efectos de Carga en Modelos Circuitales de Convertidores Resonantes con Carga en Paralelo*'. 1992 Technical Proceedings of the CIEP in Cuernavaca, Mexico, pp. 141-154.

- [PIQ93] Robert Piqué i López. *'Simulador per a Convertidors Ressonants de Tipus Paralel'*. Tesis Doctoral. Septiembre 1993.
- [RAN82] V. T. Ranganathan, Phoivos D. Ziogas, and Victor R. Stefanovic. *'A Regulated DC-DC Voltage Source Converter Using a High Frequency Link'*. IEEE Transactions on Industry Applications, Vol. IA-18, NO. 3, May/June 1982, Page(s): 279-287.
- [RAS95] Rashid, M.H. *'Electrónica de Potencia, Circuitos, Dispositivos y Aplicaciones 2/Ed.'*. Prentice Hall Hispanoamericana, México 1995.
- [RIC89] Manuel Rico Secades. *'Estudio, modelado, simulación y optimización de los convertidores continua continua de estructura resonante con carga paralelo'*. Tesis Doctoral. Enero de 1989
- [RIC90] Rico, M.; Garcia, V.; Hernando, M.; Nuno, F.; Sebastian, J.; Uceda, J.; *'A unified method to model resonant switching converters'*. Industrial Electronics Society, 1990. IECON '90., 16th Annual Conference of IEEE 27-30 Nov. 1990 Page(s):964 - 969 vol.2.
- [ROS92] L. Rossetto. *'A simple control technique for series resonant converters'*. 23rd Annual IEEE Power Electronics Specialists Conference, 1992 (PESC'92), Published: 1992. Vol. 2, Page(s): 787-792.
- [ROS98] L. Rossetto and G. Spiazzi. *'Series resonant converter with wide load range'*. Industry Applications Conference, 1998. Thirty-Third IAS Annual Meeting. The 1998 IEEE volume 2, 12-15 oct. Page(s): 1326-1331.
- [SIR87] Hebertt Sira-Ramirez. *'Sliding Motions in Bilinear Switched Networks'*. IEEE Transactions on Circuits and Systems. Published: August 1987, vol. cas-34, no. 8, page(s): 919 – 933.
- [SIR88] Hebertt Sira-Ramirez. *'Differential Geometric Methods in Variable-Structure Control'*. INT.J.CONTROL . Published: March 1988, vol. 48, no. 4, page(s): 1359 – 1390.
- [SME95a] Smedley, K.M.; Čuk, S. *'One-Cycle Control of Switching Converters'*. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: Nov. 1995. Volume: 10 6, Page(s): 625 – 633.
- [SME95b] Smedley, K.M.; Čuk, S. *'Dinamics of One-Cycle Controlled Čuk Converters'*. IEEE Transactions on Power Electronics. Published: Nov. 1995. Volume: 10 6, Page(s): 634 – 639.
- [STE88] Steigerwald, R.L., *'A Comparison of Half-Bridge Resonant Converter Topologies'*. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 2, April 1988, Page(s): 174-182.

- [TRZ98] Trzynadlowsky, Andrzej M. *'Introduction to Modern Power Electronics'*. John Wiley and Sons, 1998.
- [TSA88a] Fu-Sheng Tsai, Yuan Chin, and Fred C. Y. Lee. *'State-Plane Analysis of a Constant-Frequency Clamped-Mode Parallel-Resonant Converter'*. IEEE Transactions on Power Electronics, Vol. 3, NO. 3, July 1988, Page(s): 364-378.
- [UTK92] V. I. Utkin. *'Sliding Modes in Control Optimization'*. Springer-Verlag, Berlin, Heidelberg, 1992.
- [VEN04] Venketraman, S.; Sriram, V.B.; Welch, J.F. *'Choosing a nonlinear controller for a series resonant DC-DC converter'*. Power Electronics Systems and Applications, 2004. Proceedings. 2004 First International Conference on 9-11 Nov. 2004 Page(s):231 - 234.
- [WIT86] A. F. Witulski and R. W. Erickson. *'Design of the Series Resonant Converter for Minimum Component Stress'*. IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems, Vol. 22, NO. 4, July 1986, Page(s): 356-363.
- [ZHO00] Zhou, L.; Smedley, K.M. *'Unified Constant-Frequency Integration Control of Active Power Filters'*. Applied Power Electronics Conference and Exposition, 2000 (APEC 2000). Published: 2000. Volume: 1, Page(s): 406 – 412.
- [ZVE01] Ilya Zverev, Michael Treu, Holger Kapels, Oliver Hellmund, Roland Rupp, Jörg Weiss. *'SiC Schottky rectifiers: Performance, reliability and key application'*. EPE 2001. Graz, Austria. CDROM del congreso.