

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Departament d'Enginyeria Electrònica

**“MODELOS NO LINEALES Y CONTROL
EN MODO DESLIZAMIENTO DE
CONVERTIDORES DE ESTRUCTURA
RESONANTE”**

Autor: Miguel Castilla Fernández
Director: Jose Luis García de Vicuña

Mayo de 1998

3. MODELOS NO LINEALES DE CONVERTIDORES DE ESTRUCTURA RESONANTE

3.1. INTRODUCCIÓN

Tradicionalmente, la concepción y el diseño del subsistema de control en un convertidor de estructura resonante se ha centrado en la utilización de modelos de pequeña señal. En general, la consecución de un modelo de pequeña señal se basa en la linealización de las ecuaciones de estado del convertidor en el punto de operación del sistema [17]-[23].

No obstante, los modelos de pequeña señal tienen únicamente validez en un entorno reducido del punto de funcionamiento del sistema. En consecuencia, la información en cuanto a estabilidad y respuesta temporal deja de ser realista no sólo en el arranque del sistema, sino cuando se produce una variación de gran señal en la entrada o en la carga del convertidor.

Por lo tanto, la herramienta adecuada para el diseño de un subsistema de control que garantice la estabilidad en una amplia región de funcionamiento del convertidor y contemple la posibilidad de variaciones de gran señal en las entradas del sistema debe ser un modelo no lineal de la etapa de potencia del convertidor.

Durante la última década han aparecido en la literatura específica un número importante de trabajos especializados en la consecución de modelos promediados no lineales de convertidores conmutados [19][23], y en particular, de convertidores de estructura resonante [17][18][21][22]. No obstante, la dificultad asociada a la aplicación de algunos métodos y la falta de generalidad de otros no está en concordancia con el elevado orden de los modelos resultantes, lo que ha originado la escasa aceptación de los mismos.

El presente capítulo se inicia con el establecimiento de una nueva técnica de promediado de convertidores de estructura resonante, que proporciona unos modelos no lineales simples y de fácil utilización, y que describen de forma muy acertada el comportamiento de estas células de conversión [86]. Los restantes apartados se destinan a la aplicación del método de modelado a diversas topologías resonantes, con el fin de obtener sus principales características, y al mismo tiempo, derivar una herramienta útil que permita introducir técnicas de control no lineal en sus subsistemas de control.

3.2. FORMULACIÓN DE UN MODELO PROMEDIADO NO LINEAL

En este apartado se aborda el establecimiento de un nuevo método de modelado de convertidores de estructura resonante, basado en la clasificación y aproximación de las variables de estado según su comportamiento dinámico [86].

En concreto, las variables de estado de los circuitos resonantes con comportamiento claramente oscilatorio serán sustituidas por funciones senoidales con amplitud y fase variables en el tiempo, mientras que las variables de estado de los filtros de entrada y salida serán aproximadas por la componente continua de estas variables en un semiperiodo de conmutación.

3.2.1. CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO

En los convertidores conmutados es posible distinguir dos tipos de variables de estado según su comportamiento dinámico: variables de estado lentas y variables de estado rápidas.

Las variables de estado lentas se caracterizan por mantener su valor prácticamente constante durante un semiperiodo de conmutación, mientras que las variables rápidas presentan una variación durante el citado intervalo que no puede ser despreciada frente a sus valores medios en un semiperiodo de conmutación.

Según la clasificación anterior, la ecuación de estado que caracteriza el comportamiento dinámico de un convertidor conmutado puede ser expresada como:

$$\dot{x}_F = f(t, x_F, x_S) \quad (3.1a)$$

$$x_S = g(t, x_F, x_S) \quad (3.1b)$$

donde el vector x_F está constituido por variables rápidas $x_F = (x_{F1}, x_{F2}, \dots, x_{Fn})^t$, mientras que las variables de estado que componen x_S son variables lentas $x_S = (x_{S1}, x_{S2}, \dots, x_{Sm})^t$.

En el caso de los convertidores de estructura resonante, las variables de estado asociadas a los filtros de entrada y salida son consideradas variables lentas, mientras que las variables de estado de los circuitos resonantes son variables rápidas. Estas últimas presentan un comportamiento prácticamente senoidal debido al efecto de filtrado de los circuitos resonantes, por lo que pueden ser aproximadas por funciones senoidales con amplitud y fase variables en el tiempo:

$$x_{Fi} = X_{Fi} \cdot \sin(\omega_s t - \alpha_i) \quad i = 1, 2, \dots, n \quad (3.2)$$

Además, el comportamiento dinámico de las nuevas variables $X_F = (X_{F1}, X_{F2}, \dots, X_{Fn})^t$ y $\alpha = (\alpha_1, \alpha_2, \dots, \alpha_n)^t$ las hace ser clasificadas como variables lentas.

La aproximación anterior se efectúa para caracterizar el comportamiento del convertidor únicamente mediante variables lentas, y de esta forma, facilitar el procedimiento de promediado de la ecuación de estado, que puede ser reescrita al sustituir (3.2) en (3.1):

$$\dot{X}_F, \dot{\alpha} = f(t, X_F, \alpha, x_S) \quad (3.3a)$$

$$x_S = g(t, X_F, \alpha, x_S) \quad (3.3b)$$

3.2.2. PROMEDIADO DE LA ECUACIÓN DE ESTADO

La clasificación de las variables de estado realizada con anterioridad condiciona el procedimiento de promediado a aplicar a las ecuaciones (3.3a) y (3.3b). Debido al comportamiento oscilatorio de las variables de estado rápidas en un convertidor de estructura resonante, el método de promediado aplicado a la ecuación (3.3a) debe retener esencialmente el comportamiento de la componente armónica fundamental de tales variables, mientras que en el caso de las variables de estado lentas es suficiente con mantener el valor medio de estas variables en un semiperiodo de conmutación.

De esta forma, integrando la ecuación (3.3b) en un semiperiodo de conmutación $T/2$, se obtiene la siguiente función [22][23]:

$$g_{av}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) = \frac{1}{T/2} \int_t^{t+T/2} g(t, X_F, \alpha, x_S) dt \quad (3.4)$$

y, en este caso, la ecuación promediada de las variables lentas puede ser expresada como:

$$\dot{\bar{x}}_S = g_{av}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.5)$$

Para el caso de las variables rápidas, el procedimiento de promediado se basa en una aproximación muy utilizada en el análisis y modelado de este tipo de estructuras de conversión: *la transferencia energética en el convertidor se realiza a través del primer armónico de la señal de entrada al tanque resonante* (por ejemplo, R.L. Steigerwald en [11], y, el principio de las funciones descriptivas extendidas [20][21]). La validez de esta consideración se debe al efecto de filtrado que realizan los circuitos resonantes.

El comportamiento dinámico de cada una de las variables rápidas comprendidas en (3.3a) puede ser expresado como:

$$x_{Fi} = \left[\dot{X}_{Fi} \cdot \cos \alpha_i + X_{Fi} \cdot (\omega_s - \alpha_i) \cdot \sin \alpha_i \right] \cdot \sin \omega_s t + \left[-\dot{X}_{Fi} \cdot \sin \alpha_i + X_{Fi} \cdot (\omega_s - \alpha_i) \cdot \cos \alpha_i \right] \cdot \cos \omega_s t = f_i(t, X_F, \alpha, x_S) \quad (3.6)$$

donde $f_i(t, X_F, \alpha, x_S)$ es generalmente una función no lineal. El primer paso para extraer la respuesta promediada de (3.6) consiste en sustituir las componentes no lineales de $f_i(t, X_F, \alpha, x_S)$ por el armónico fundamental de tales componentes, operación que se conoce en el estudio de oscilaciones en sistemas no lineales como *linealización armónica* [19]:

$$f_i(t, X_F, \alpha, x_S) \approx f_{is}(X_F, \alpha, x_S) \cdot \sin \omega_s t + f_{ic}(X_F, \alpha, x_S) \cdot \cos \omega_s t \quad (3.7)$$

Al reemplazar (3.7) en (3.6), se obtiene una combinación lineal de las funciones $\sin \omega_s t$ y $\cos \omega_s t$, con coeficientes constituidos únicamente por variables de estado lentas. En este caso, es posible identificar tales coeficientes con objeto de obtener las ecuaciones que gobiernan el comportamiento de las variables lentas X_{Fi} y α_i . Este segundo paso en el promediado de las variables de estado rápidas se denomina *balance armónico* [19]:

$$\sin \omega_s t: \quad \dot{\bar{X}}_{Fi} \cdot \cos \bar{\alpha}_i + \bar{X}_{Fi} \cdot (\omega_s - \dot{\bar{\alpha}}_i) \cdot \sin \bar{\alpha}_i = f_{is}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.8a)$$

$$\cos \omega_s t: \quad -\dot{\bar{X}}_{Fi} \cdot \sin \bar{\alpha}_i + \bar{X}_{Fi} \cdot (\omega_s - \dot{\bar{\alpha}}_i) \cdot \cos \bar{\alpha}_i = f_{ic}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.8b)$$

o de forma equivalente:

$$\dot{\bar{X}}_{Fi} = f_{is}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \cdot \cos \bar{\alpha}_i - f_{ic}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \cdot \sin \bar{\alpha}_i \quad (3.9a)$$

$$\dot{\bar{\alpha}}_i = \omega_s - \frac{1}{\bar{X}_{Fi}} \cdot \left[f_{is}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \cdot \sin \bar{\alpha}_i + f_{ic}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \cdot \cos \bar{\alpha}_i \right] \quad (3.9b)$$

Las ecuaciones (3.9) permiten derivar de forma sistemática el comportamiento de las variables de estado lentas \bar{X}_{Fi} y $\bar{\alpha}_i$. Estas expresiones pueden reescribirse con carácter general

como:

$$\dot{\bar{X}}_F = f_{X_{av}}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{X}_S) \quad (3.10a)$$

$$\dot{\bar{\alpha}} = f_{\alpha_{av}}(\bar{X}_F, \bar{\alpha}, \bar{X}_S) \quad (3.10b)$$

Las ecuaciones (3.5) y (3.10) forman un primer modelo promediado en gran señal de un convertidor de estructura resonante. No obstante, el modelo utilizado con mayor frecuencia se deriva al sustituir la envolvente de las variables rápidas \bar{X}_F por el valor medio de tales variables en un semiperiodo de conmutación \bar{x}_F :

$$\bar{x}_F = \frac{1}{T/2} \int_t^{t+T/2} |x_F| dt = \frac{2}{\pi} \cdot \bar{X}_F \quad (3.11)$$

Por consiguiente, sustituyendo (3.11) en (3.5) y (3.10) se obtiene:

$$\dot{\bar{x}}_S = g_{av}(\bar{x}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.12a)$$

$$\dot{\bar{x}}_F = f_{X_{av}}(\bar{x}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.12b)$$

$$\dot{\bar{\alpha}} = f_{\alpha_{av}}(\bar{x}_F, \bar{\alpha}, \bar{x}_S) \quad (3.12c)$$

Por lo tanto, las ecuaciones (3.12) forman el modelo promediado no lineal que se propone en este trabajo.

Obsérvese que los modelos derivados a partir de (3.12) serán siempre de orden superior a la ecuación de estado del convertidor resonante, ya que la sustitución de cada variable rápida por una función senoidal con amplitud y fase variables en el tiempo da lugar a la aparición de dos nuevas variables lentas. Este inconveniente es común a los modelos que se obtienen tras la aplicación de los métodos de promediado propuestos en [19][21][22].

No obstante, la ecuación (3.12) permite identificar modelos de orden reducido, como se verá en los siguientes apartados, lo que constituye una de las principales ventajas del método aquí propuesto.

3.2.3. LÍMITES DE VALIDEZ DEL MODELO

El método de promediado propuesto en el subapartado anterior consta básicamente de las siguientes aproximaciones:

- 1) Las variables de estado del circuito resonante son sustituidas por funciones senoidales con amplitud y fase variables en el tiempo.
- 2) Las variables de estado de los filtros de entrada y salida son consideradas constantes en un semiperiodo de la frecuencia de conmutación.
- 3) En el promediado de las variables rápidas, las componentes no lineales de las ecuaciones de estado son sustituidas por el armónico fundamental de tales componentes (linealización armónica).

- 4) En el promediado de las variables lentas, las componentes no lineales de las ecuaciones de estado son sustituidas por su componente continua.

Las tres últimas aproximaciones hacen prever que los modelos promediados no lineales preservarán correctamente el comportamiento en régimen estacionario e incluso el comportamiento dinámico de baja frecuencia de los convertidores de estructura resonante.

De la primera aproximación se desprende que el comportamiento de los modelos se irá alejando del deseado a medida que las formas de onda de las variables de estado rápidas dejen de ser senoidales. Este es el caso, por ejemplo, de un convertidor resonante controlado en frecuencia en el que la frecuencia de conmutación va aumentando (o disminuyendo) por encima (o debajo) de la frecuencia de resonancia.

En los convertidores resonantes que operan a frecuencia de resonancia y utilizan la estrategia de control sobre los interruptores presentada en el capítulo anterior, las formas de onda de las variables de estado rápidas son estrictamente senoidales, y en consecuencia, el comportamiento de los modelos no lineales se espera que sea aún mejor que en los convertidores controlados en frecuencia.

Finalmente, nótese que en modo de conducción discontinua las variables de estado rápidas se anulan o bien permanecen constantes, y en consecuencia, los modelos derivados a partir de (3.12) no serán válidos en este caso.

3.3. APLICACIÓN DEL MODELO NO LINEAL A UN CONVERTIDOR RESONANTE SERIE CONTROLADO EN FRECUENCIA

En este apartado, el método de modelado presentado previamente se aplica a un convertidor resonante serie controlado en frecuencia. La topología básica del convertidor, con estructura de entrada en puente completo, puede observarse en la Fig. 2.1.

3.3.1. CLASIFICACIÓN DE LAS VARIABLES DE ESTADO

Para conseguir una disminución de las pérdidas de conmutación y una buena respuesta dinámica, la frecuencia de funcionamiento en un convertidor de estructura resonante se elige de forma que el periodo de conmutación sea varios órdenes de magnitud menor que las constantes de tiempo asociadas a los filtros de entrada y salida del sistema. En consecuencia, es posible considerar que:

- 1) Las variables de estado rápidas son las asociadas al circuito resonante: corriente en el inductor resonante i_L y tensión en el condensador resonante v_C .
- 2) Las variables de estado lentas son las asociadas al filtro de salida: tensión en el condensador de filtrado v_o .

Las variables de estado rápidas presentan un comportamiento prácticamente senoidal debido al efecto de filtrado del circuito resonante por lo que pueden ser aproximadas por funciones senoidales con amplitud y fase variables en el tiempo:

$$i_L = I_L \cdot \sin(\omega_s t - \alpha) \quad (3.13a)$$

$$v_C = V_C \cdot \sin(\omega_s t - \beta) \quad (3.13b)$$

Debido a su comportamiento dinámico, las nuevas variables I_L , V_C , α y β son variables lentas.

3.3.2. MODELO PROMEDIADO NO LINEAL

La ecuación de estado del convertidor resonante serie controlado en frecuencia puede expresarse como (véase Fig.2.1):

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} [E \cdot \text{sgn}(\sin\omega_s t) - v_o \cdot \text{sgn}(i_L) - v_C] \quad (3.14a)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_L \quad (3.14b)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[|i_L| - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.14c)$$

donde la acción de control se efectúa sobre la frecuencia de conmutación $\omega_s = 2\pi/T$.

La ecuación promediada de la variable de estado lenta se deriva al sustituir (3.13) en (3.14c), y después de integrar el resultado en un semiperiodo de conmutación $T/2$:

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{\bar{I}_L}{C_o} - \frac{\bar{v}_o}{RC_o} \quad (3.15)$$

La obtención de la ecuación promediada de las variables de estado rápidas requiere de un proceso más laborioso. En primer lugar, se sustituye (3.13) en (3.14a) y (3.14b):

$$f_1 = \frac{1}{L} [E \cdot \text{sgn}(\sin\omega_s t) - v_o \cdot \text{sgn}(\sin(\omega_s t - \alpha)) - V_C \cdot \sin(\omega_s t - \beta)] \quad (3.16a)$$

$$f_2 = \frac{I_L}{C} \cdot \sin(\omega_s t - \alpha) \quad (3.16b)$$

A continuación, se realiza una linealización armónica de las funciones f_1 y f_2 :

$$f_1 = f_{1s} \cdot \sin\omega_s t + f_{1c} \cdot \cos\omega_s t \quad \text{y} \quad f_2 = f_{2s} \cdot \sin\omega_s t + f_{2c} \cdot \cos\omega_s t \quad (3.17)$$

siendo:

$$f_{1s} = \frac{4E}{\pi L} - \frac{4v_o}{\pi L} \cdot \cos\alpha - \frac{V_C}{L} \cdot \cos\beta \quad f_{2s} = \frac{I_L}{C} \cdot \cos\alpha \quad (3.18a)$$

$$f_{1c} = \frac{4v_o}{\pi L} \cdot \sin\alpha + \frac{V_C}{L} \cdot \sin\beta \quad f_{2c} = -\frac{I_L}{C} \cdot \sin\alpha \quad (3.18b)$$

Para finalmente, imponer un balance armónico como se describe en (3.8). De tal forma que al sustituir (3.18) en (3.9) se obtiene el comportamiento dinámico de las envolventes y fases de las variables de estado rápidas:

$$\frac{d\bar{I}_L}{dt} = \frac{4E}{\pi L} \cdot \cos\bar{\alpha} - \frac{4\bar{v}_o}{\pi L} - \frac{\bar{V}_C}{L} \cdot \cos(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.19a)$$

$$\frac{d\bar{V}_C}{dt} = \frac{\bar{I}_L}{C} \cdot \cos(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.19b)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = \omega_s - \frac{1}{\bar{I}_L} \cdot \left[\frac{4E}{\pi L} \cdot \sin\bar{\alpha} + \frac{\bar{V}_C}{L} \cdot \sin(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \right] \quad (3.19c)$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \omega_s - \frac{\bar{I}_L}{C\bar{V}_C} \cdot \sin(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.19d)$$

Las ecuaciones (3.15) y (3.19) forman un modelo promediado en gran señal del convertidor resonante serie controlado en frecuencia. Sin embargo, a efectos prácticos resulta más cómodo utilizar un modelo que dependa de los valores medios de las variables de estado rápidas en un semiperiodo de conmutación, en lugar de las envolventes de tales variables. Así pues se definen las nuevas variables:

$$\bar{i}_L = \frac{1}{T/2} \int_t^{t+T/2} |i_L| dt = \frac{2}{\pi} \cdot \bar{I}_L \quad \text{y} \quad \bar{v}_C = \frac{1}{T/2} \int_t^{t+T/2} |v_C| dt = \frac{2}{\pi} \cdot \bar{V}_C \quad (3.20)$$

y, sustituyendo (3.20) en (3.15) y (3.19) se obtiene:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{8}{\pi^2 L} \cdot [E \cos\bar{\alpha} - \bar{v}_o] - \frac{\bar{v}_C}{L} \cdot \cos(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.21a)$$

$$\frac{d\bar{v}_C}{dt} = \frac{\bar{i}_L}{C} \cdot \cos(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.21b)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = \omega_s - \frac{1}{\bar{i}_L} \cdot \left[\frac{8E}{\pi^2 L} \cdot \sin\bar{\alpha} + \frac{\bar{v}_C}{L} \cdot \sin(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \right] \quad (3.21c)$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \omega_s - \frac{\bar{i}_L}{C\bar{v}_C} \cdot \sin(\bar{\beta} - \bar{\alpha}) \quad (3.21d)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{\bar{i}_L}{C_o} - \frac{\bar{v}_o}{RC_o} \quad (3.21e)$$

donde la acción de control ω_s , la tensión de la fuente de entrada E y la carga R deben ser consideradas como las entradas del modelo.

3.3.3. ANÁLISIS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

El comportamiento en régimen estacionario del convertidor resonante serie controlado en frecuencia se deduce al igualar a cero las derivadas del modelo promediado (3.21):

$$\langle \bar{v}_o \rangle = V_o = \frac{E}{\sqrt{1 + \left[\frac{\pi^2}{8} \cdot Q \cdot \left(\frac{\omega_s}{\omega_o} - \frac{\omega_o}{\omega_s} \right) \right]^2}} \quad \langle \bar{i}_L \rangle = \frac{V_o}{R} \quad (3.22a)$$

$$\langle \bar{v}_C \rangle = Q \cdot \frac{\omega_o}{\omega_s} \cdot V_o \quad \cos \langle \bar{\alpha} \rangle = \frac{V_o}{E} \quad \langle \bar{\beta} \rangle = \langle \bar{\alpha} \rangle + \frac{\pi}{2} \quad (3.22b)$$

donde la frecuencia de resonancia del circuito tanque ω_o , el factor de calidad Q y la impedancia característica Z_o pueden ser expresados como:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad Q = \frac{Z_o}{R} \quad Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (3.23)$$

La Fig. 3.1 muestra la función de transferencia en régimen estacionario del convertidor V_o/E en función de la frecuencia de conmutación normalizada ω_s/ω_o y para diversos valores del factor de calidad Q . El comportamiento en régimen estacionario deducido coincide exactamente con los resultados presentados en [4] y [11].

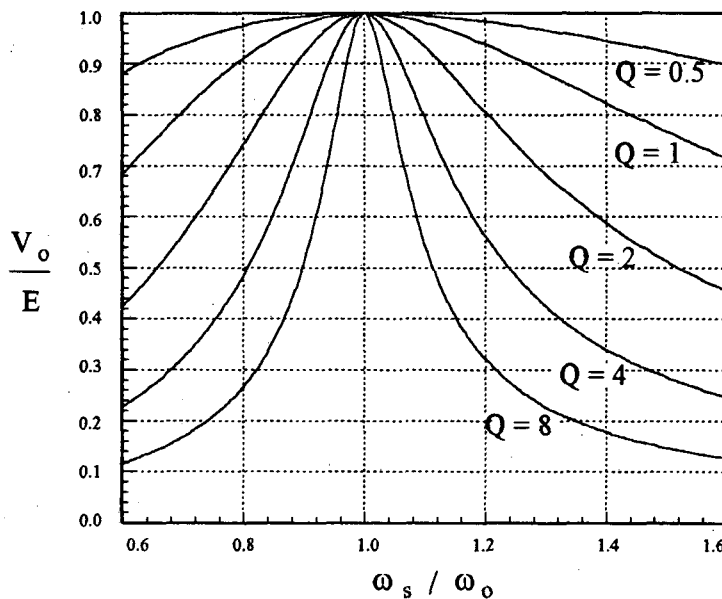


Fig. 3.1. Función de transferencia en régimen estacionario del convertidor resonante serie controlado en frecuencia

3.3.4. VERIFICACIÓN DEL MODELO MEDIANTE SIMULACIÓN

En este subapartado se presentan resultados de simulación en lazo abierto del convertidor resonante serie controlado en frecuencia, obtenidos mediante el programa MATLAB-Simulink.

La simulación ha consistido en implementar en el citado entorno de programación la ecuación de estado del convertidor (3.14) y el modelo promediado (3.21), para comparar el comportamiento de ambos sistemas. Para ello, se han elegido los siguientes valores:

$$E = 20V, \quad L = 51\mu H, \quad C = 56nF, \quad C_o = 100\mu F, \quad R = 4\Omega, \quad \omega_s = 2\pi 100kHz$$

En la Fig.3.2 se muestra la evolución temporal de las variables de estado del convertidor y de su modelo promediado. La excelente correlación entre estas formas de onda pone de manifiesto la validez del modelo promediado.

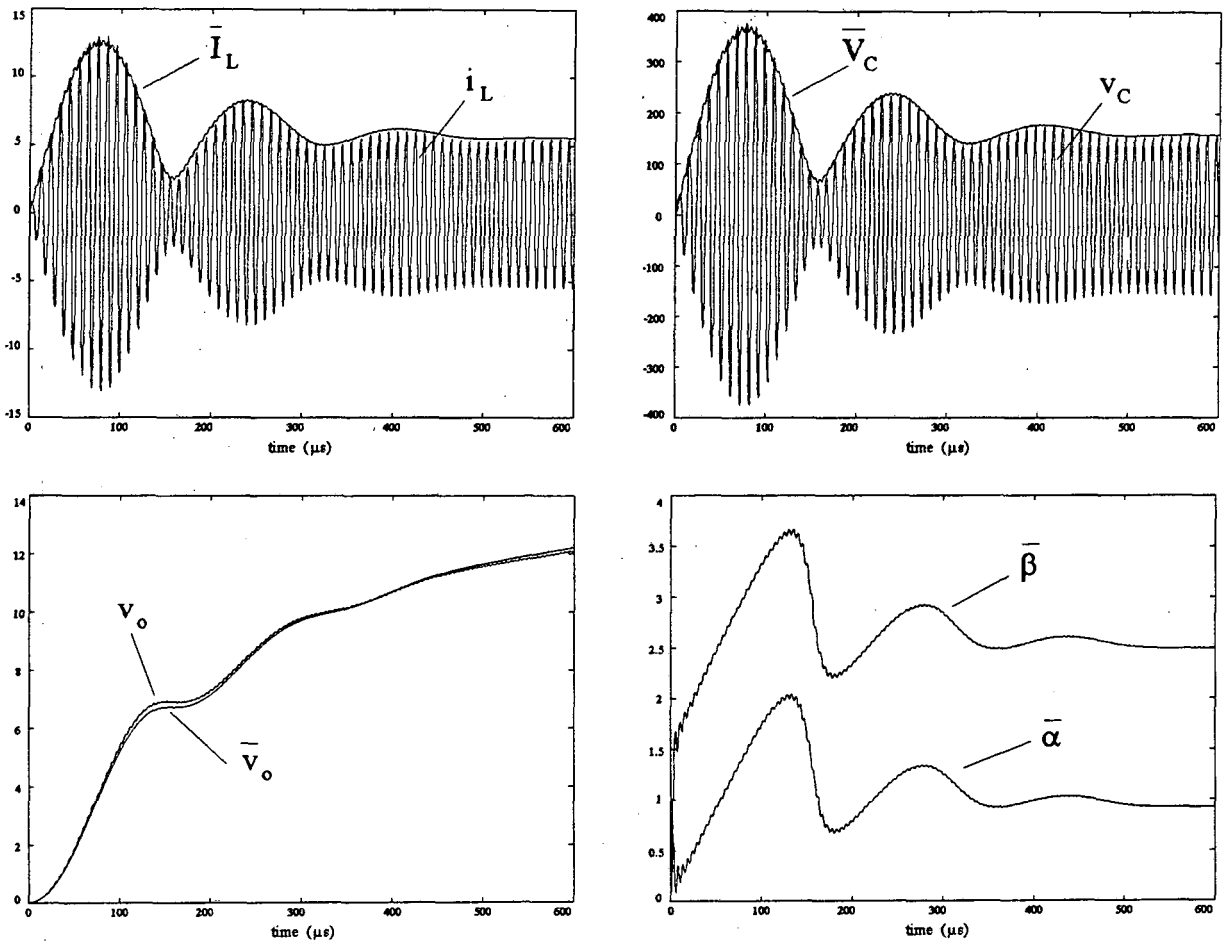


Fig. 3.2. Comparación entre las formas de onda del convertidor resonante serie controlado en frecuencia y de su modelo promediado

3.4. APLICACIÓN DEL MODELO NO LINEAL A CONVERTIDORES RESONANTES *QUANTUM* SERIE

El presente apartado se dedica al estudio y la caracterización de los convertidores resonantes *Quantum* con circuito resonante serie, presentados en el capítulo 2. En primer lugar se deduce un modelo promediado, que permite derivar las principales características de estas estructuras de conversión y que será utilizado en capítulos posteriores en el diseño de los lazos de control.

3.4.1. MODELO PROMEDIADO NO LINEAL

El establecimiento de un modelo promediado para el convertidor resonante serie que opera a frecuencia de resonancia toma como punto de partida el modelo circuital mostrado en la Fig.2.12. Este modelo resume las topologías de los convertidores resonantes presentados en los apartados 2.2 y 2.3, mediante la adecuada particularización de las entradas de control u_1 y u_2 .

La ecuación de estado del convertidor resonante serie que opera a frecuencia de

resonancia puede expresarse como (véase Fig.2.12):

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} [(u_1 E - nu_2 v_o) \cdot \text{sgn}(i_L) - v_c] \quad (3.24a)$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_L \quad (3.24b)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[nu_2 |i_L| - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.24c)$$

En los convertidores resonantes, las variables de estado rápidas son las asociadas al circuito resonante, mientras que las variables lentas corresponden a las de los filtros de entrada y salida. En este caso, las variables rápidas pueden ser aproximadas por las siguientes funciones:

$$i_L = I_L \cdot \sin \omega_o t \quad (3.25a)$$

$$v_c = V_c \cdot \sin(\omega_o t - \alpha) \quad (3.25b)$$

donde:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad Q = \frac{Z_o}{R} \quad Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

y las variables promediadas I_L , V_c y α son consideradas variables lentas. Obsérvese que en las funciones senoidales anteriores se toma la fase de la corriente resonante igual a cero, ya que el funcionamiento del convertidor a frecuencia de resonancia provoca que la tensión de entrada al circuito resonante y la corriente resonante se encuentren en todo momento en fase (véase Fig.2.4).

Sustituyendo (3.25) en (3.24), y aplicando a la ecuación resultante el procedimiento de promediado descrito en el subapartado 3.2.2, se obtiene el modelo promediado que se expresa a continuación:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{4}{\pi^2 L} \cdot (u_1 E - nu_2 \bar{v}_o) \quad (3.26a)$$

$$\bar{v}_c = \frac{Z_o \cdot \bar{i}_L}{\sin \alpha} \quad (3.26b)$$

$$\frac{d\bar{v}_c}{dt} = \frac{\bar{i}_L}{C} \cdot \cos \alpha \quad (3.26c)$$

$$\frac{d\alpha}{dt} = \omega_o \cdot \cos^2 \alpha \quad (3.26d)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left(nu_2 \bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \quad (3.16e)$$

donde las acciones de control u_1 y u_2 , la tensión de la fuente de entrada E y la carga R son las entradas del modelo.

Si bien para el estudio y la caracterización del convertidor resonante se precisa de toda la información incluida en las ecuaciones (3.26a) a (3.26e), el diseño de los lazos de control del convertidor se simplifica con la ayuda de modelos de orden reducido. En este sentido, las

ecuaciones (3.26a) y (3.26e) contienen todas las entradas del modelo y sus variables de estado más significativas, y por lo tanto, forman un modelo promediado de orden dos. La Fig.3.3 muestra una representación circuital del citado modelo, donde $L_{eq} = \pi^2 L/4$.

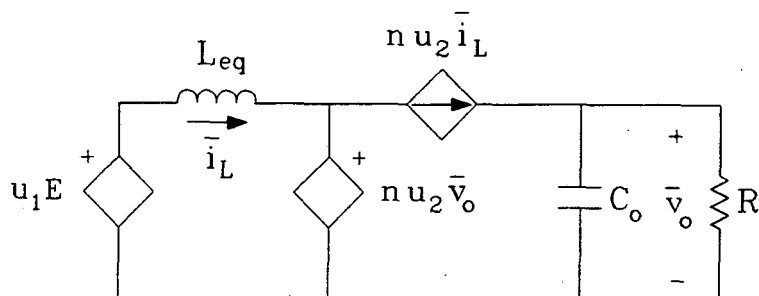


Fig. 3.3. Modelo promediado del convertidor resonante serie con dos acciones de control

Cuando las dos entradas de control del convertidor resonante serie son particularizadas como se muestra en la Tabla 3.1, los modelos promediados resultantes coinciden exactamente con las etapas de potencia de los convertidores convencionales *Buck*, *Boost* y *Buck-Boost*, como puede observarse en la Fig.3.4. Como consecuencia, el convertidor resonante serie puede emular el comportamiento de estos convertidores convencionales, y de esta forma, adquirir características equivalentes.

QSRC	<i>Buck</i>	<i>Boost</i>	<i>Buck-Boost</i>
u_1	u	1	u
u_2	1	$1-u$	$1-u$

Tabla 3.1. Asignación de las entradas de control

3.4.2. ANÁLISIS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Tras la obtención del modelo promediado, a continuación se aborda el estudio del comportamiento del convertidor en régimen estacionario. En primer lugar, se deduce el valor en régimen estacionario de las variables de estado al igualar a cero las derivadas del modelo promediado (3.26):

$$\langle \bar{v}_o \rangle = V_o = \frac{\langle u_1 \rangle E}{n \langle u_2 \rangle} \quad \langle \bar{i}_L \rangle = \frac{V_o}{n \langle u_2 \rangle R} \quad (3.27a)$$

$$\langle \bar{v}_C \rangle = \frac{Q \cdot V_o}{n \langle u_2 \rangle} \quad \langle \bar{\alpha} \rangle = \frac{\pi}{2} \quad (3.27b)$$

siendo $\langle u_1 \rangle$ y $\langle u_2 \rangle$ el valor medio de las entradas de control en un periodo o ciclo de control.

En régimen estacionario las entradas de control presentan un comportamiento periódico. Si se define m como el número de semiperiodos de la frecuencia de resonancia que

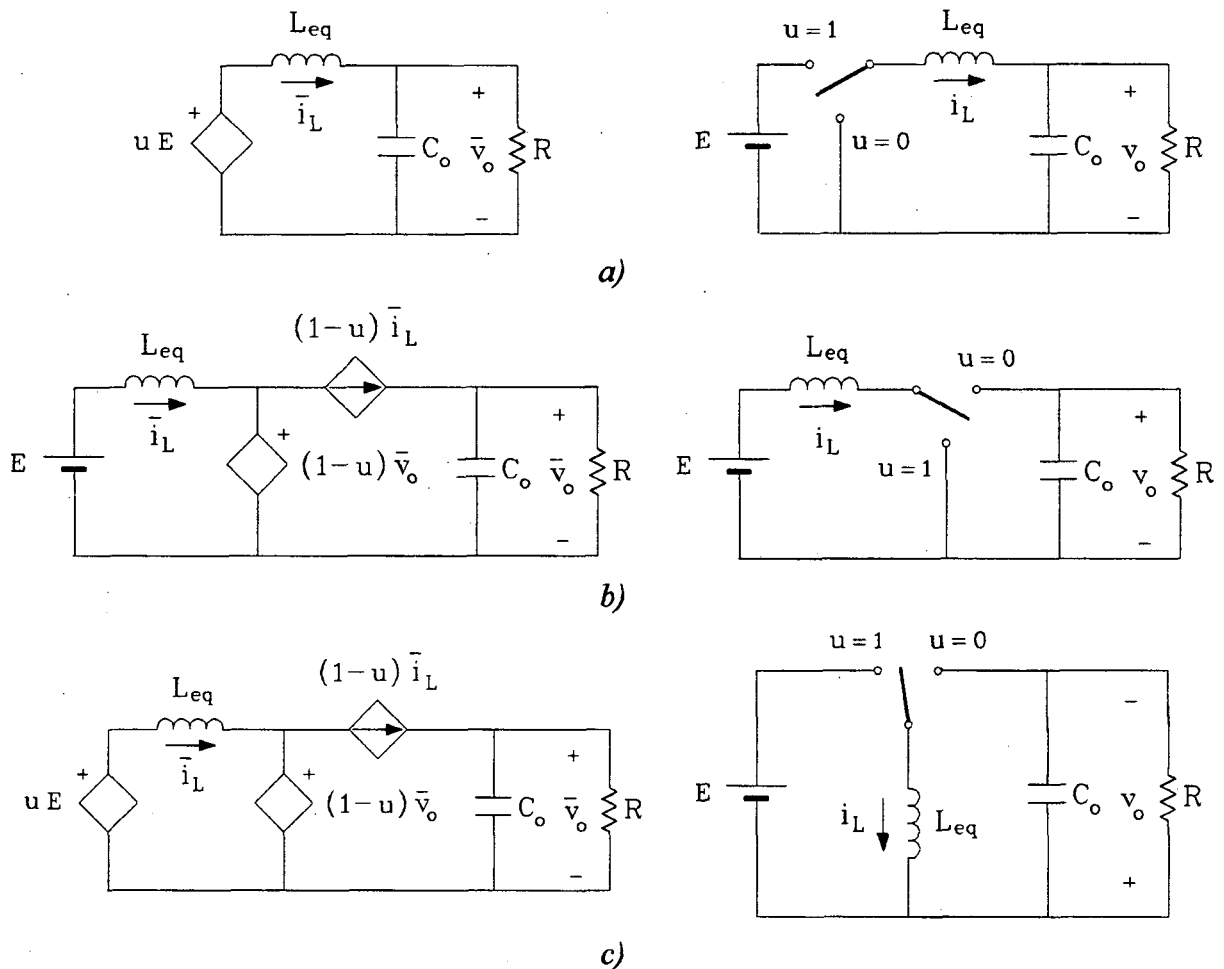


Fig. 3.4. Modelos promediados del convertidor resonante serie con una acción de control y etapas de potencia de los convertidores convencionales: a) Buck, b) Boost y c) Buck-Boost

tienen lugar en un ciclo de control, y m_1 , m_2 y m_3 corresponden al número de semiperiodos en los que el convertidor opera en los modos de energización ($u_1 = 1$), resonancia libre ($u_1 = 0$) y regeneración ($u_1 = -1$) en un ciclo de control, entonces, la variable $\langle u_1 \rangle$ puede ser expresada como:

$$\langle u_1 \rangle = \frac{m_1 - m_3}{m} \quad (3.28)$$

De la misma forma, las variables m_4 , m_5 y m_6 se definen como el número de semiperiodos de resonancia en un ciclo de control en los que la variable de control u_2 toma los valores 1, 0 y -1, y como consecuencia:

$$\langle u_2 \rangle = \frac{m_4 - m_6}{m} \quad (3.29)$$

Las variables definidas previamente deben cumplir las siguientes relaciones:

$$m_1 + m_2 + m_3 = m \quad m_4 + m_5 + m_6 = m \quad (3.30)$$

Sustituyendo (3.28) y (3.29) en (3.27), se obtiene la función de transferencia en régimen estacionario de los convertidores QSRC:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{m_1 - m_3}{n \cdot (m_4 - m_6)} \quad (3.31)$$

Para el caso de los convertidores gobernados mediante una única acción de control, la función de transferencia en modo de conducción continua se deriva al particularizar convenientemente la ecuación (3.31), como puede verse en la Tabla 3.2.

QSRC	<i>Buck</i>	<i>Boost</i>	<i>Buck-Boost</i>
$\frac{V_o}{E}$	$\frac{m_1}{m}$	$\frac{m}{m_4}$	$\frac{m_1}{m - m_1}$

Tabla 3.2. Función de transferencia en régimen estacionario de los convertidores QSRC que disponen de una única acción de control

La expresión (3.31) pone de manifiesto una serie de características fundamentales de los convertidores resonantes que utilizan la estrategia de control sobre los interruptores presentada en el capítulo 2. En primer lugar, obsérvese que cuando el convertidor opera en modo de conducción continua, la tensión de salida en régimen estacionario no depende de la carga ni de ningún parámetro del convertidor. Esta tensión se establece únicamente en función de los modos de operación que tienen lugar en un ciclo de control.

Por otra parte, otra observación interesante es que la duración finita de un ciclo de control provoca que la tensión de salida en régimen estacionario tome solamente valores discretos. Esta característica limita la aplicación práctica de los convertidores *Quantum* en lazo abierto. No obstante, la utilización de una técnica de control adecuada para la implementación de los lazos de control permitirá obtener niveles continuos en la tensión de salida, como se verá en el próximo capítulo.

3.4.3. MODO DE CONDUCCIÓN DISCONTINUA

En apartados precedentes se ha estudiado el comportamiento de los convertidores QSRC en modo de conducción continua. No obstante, el conocimiento completo del comportamiento de tales sistemas requiere un estudio de los mismos cuando operan en modo de conducción discontinua.

En primer lugar se establece un modelo de los convertidores QSRC válido en conducción continua y discontinua, con el que se complementará la caracterización de estas estructuras de conversión.

Durante los modos de resonancia libre y de regeneración correspondientes a conducción continua, el tanque resonante va cediendo energía hacia la carga y hacia la fuente, lo que produce una disminución de la tensión y la corriente resonantes. A causa de una excesiva reducción de las citadas amplitudes, se produce una paralización de forma totalmente incontrolada del transvase energético entre la fuente de entrada y el circuito resonante, que corresponde al modo de conducción discontinua.

En esta situación, la ecuación de estado del convertidor puede ser expresada como:

$$\frac{di_L}{dt} = 0, \quad \text{con } i_L = 0 \quad \frac{dv_C}{dt} = 0 \quad \frac{dv_o}{dt} = -\frac{v_o}{RC_o} \quad (3.32)$$

Utilizando los modelos (3.24) y (3.32) y una nueva variable discreta d , que indica el modo de conducción en el que opera el convertidor, se deduce un sistema de ecuaciones en forma compacta, válido tanto en conducción continua como en discontinua:

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} [(u_1 E - nu_2 v_o) \cdot \text{sgn}(i_L) - v_C] \cdot d \quad (3.33a)$$

$$\frac{dv_C}{dt} = \frac{1}{C} \cdot i_L \cdot d \quad (3.33b)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[nu_2 |i_L| \cdot d - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.33c)$$

siendo:

$d = 1 \Rightarrow$ modo de conducción continua

$d = 0 \Rightarrow$ modo de conducción discontinua

Para determinar automáticamente el valor de la variable d , se deduce a continuación una condición que indica el modo de conducción del convertidor QSRC. Para ello, se define t_1 como el instante en el que la corriente resonante pasa por cero, y se consideran las posibilidades representadas en la Fig.3.5.

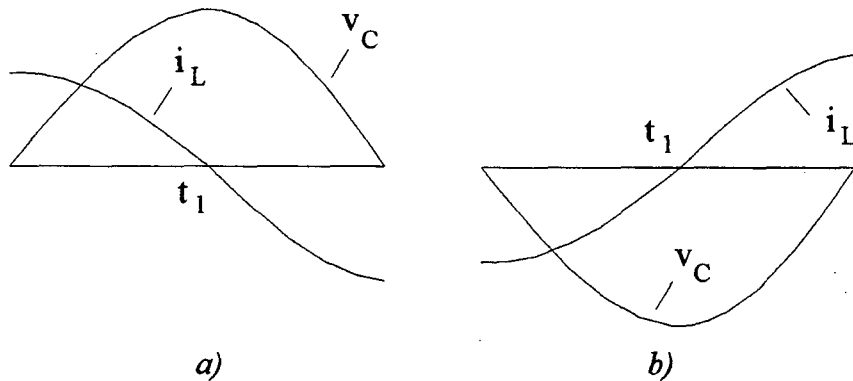


Fig. 3.5. Formas de onda de la corriente y la tensión resonante

Para asegurar que el convertidor opera en modo de conducción continua en el siguiente semiperiodo, una vez que la corriente resonante pasa por cero, debe cumplirse:

$$a) \quad \text{si } i_L(t_1^+) < 0 \Rightarrow di_L(t_1^+)/dt < 0 \quad (3.34a)$$

$$b) \quad \text{si } i_L(t_1^+) > 0 \Rightarrow di_L(t_1^+)/dt > 0 \quad (3.34b)$$

Sustituyendo las condiciones anteriores en (3.33a) se obtiene:

$$a) \quad v_C(t_1^+) > -[u_1 E - u_2 v_o(t_1^+)] \quad (3.35a)$$

$$b) \quad -v_C(t_1^+) > -[u_1 E - u_2 v_o(t_1^+)] \quad (3.35b)$$

Considerando el valor absoluto de la tensión en el condensador resonante en el instante de cruce por cero de la corriente resonante, es posible reescribir (3.35) como:

$$|v_C(t_1^+)| > -[u_1 E - u_2 v_o(t_1^+)] \quad (3.36)$$

De hecho la condición anterior contempla únicamente la entrada del convertidor en modo de conducción discontinua, situación que ha de producirse en los instantes de paso por cero de la corriente resonante. Ya que en conducción discontinua, la corriente resonante y su derivada temporal son nulas, el cambio de modo de conducción puede producirse en cualquier momento.

La siguiente expresión combina ambas posibilidades, al sustituir la variable $|v_C(t_1^+)|$ por la envolvente de la tensión resonante \bar{V}_C y considerar que la tensión de salida se mantiene constante en un semiperiodo de la frecuencia de resonancia (véase Fig.3.6):

$$\bar{V}_C > -[u_1 E - u_2 \bar{v}_o] \quad (3.37)$$

En consecuencia, la variable que indica el modo de conducción del convertidor puede determinarse de forma automática a partir de la siguiente expresión:

$$d = \begin{cases} 1, & \text{si: } \bar{V}_C > -[u_1 E - u_2 \bar{v}_o] \\ 0, & \text{si: } \bar{V}_C \leq -[u_1 E - u_2 \bar{v}_o] \end{cases} \quad (3.38)$$

o de forma equivalente:

$$d = \begin{cases} 1, & \text{si: } \bar{v}_C > -\frac{2}{\pi} \cdot [u_1 E - u_2 \bar{v}_o] \\ 0, & \text{si: } \bar{v}_C \leq -\frac{2}{\pi} \cdot [u_1 E - u_2 \bar{v}_o] \end{cases} \quad (3.39)$$

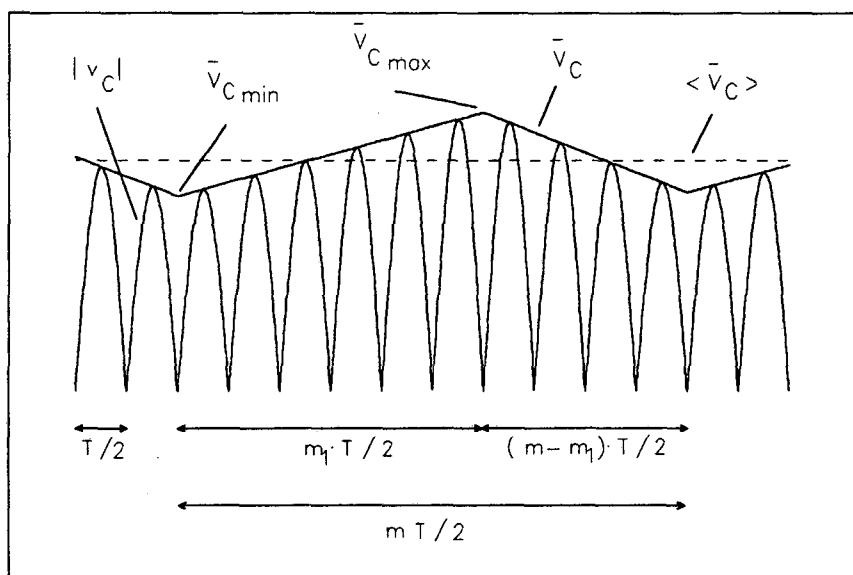


Fig. 3.6. Evolución en régimen estacionario de las variables $|v_C|$, \bar{V}_C y $\langle \bar{V}_C \rangle$

Estas condiciones límite entre modos de conducción, junto con la ecuación de estado del convertidor (3.33), serán utilizadas en el apartado 3.4.4. para simular el comportamiento del convertidor en ambos modos de conducción.

Para finalizar el estudio del modo de conducción discontinua, seguidamente se deriva una condición de diseño del convertidor que establece el modo de conducción en régimen estacionario, en función de los parámetros del sistema. Para ello, considérese un convertidor *Buck* QSRC, sin transformador de aislamiento, y que opera en los modos de energización y resonancia libre.

En ese caso, la condición que garantiza conducción continua en régimen estacionario puede ser expresada como:

$$\bar{V}_C > V_o - uE \quad (3.40)$$

Nótese que el modo de energización ($u=1$) asegura el funcionamiento del convertidor *Buck* QSRC en conducción continua, debido al comportamiento del sistema como reductor de tensión. En consecuencia, la expresión anterior puede reescribirse como:

$$\bar{V}_C > V_o \quad (3.41)$$

A continuación se determina el valor mínimo en régimen estacionario de la tensión \bar{V}_C , para posteriormente, imponer que este valor verifique la condición (3.41).

Para garantizar el funcionamiento en conducción continua, la situación más desfavorable consiste en distribuir los modos de energización de forma que se encuentren dispuestos consecutivamente al inicio de cada ciclo de control (véase Fig.3.6). En cualquier otra situación, al distribuir los semiperiodos de energización a lo largo del ciclo, el rizado de la tensión resonante se reduce, y con ello, las condiciones de operación en conducción continua se vuelven menos restrictivas. En consecuencia, de la Fig.3.6 pueden deducirse las siguientes expresiones:

$$\langle \bar{V}_C \rangle = \bar{V}_{Cmin} + \frac{1}{m} \cdot \left[\frac{1}{2} m \cdot (\bar{V}_{Cmax} - \bar{V}_{Cmin}) \right] \quad (3.42a)$$

$$\bar{V}_{Cmax} = \bar{V}_{Cmin} + \left. \frac{d\bar{V}_C}{dt} \right|_{u=1} \cdot m_1 \frac{T}{2} \quad (3.42b)$$

$$\bar{V}_{Cmin} = \bar{V}_{Cmax} + \left. \frac{d\bar{V}_C}{dt} \right|_{u=0} \cdot (m - m_1) \frac{T}{2} \quad (3.42c)$$

siendo T el periodo de la frecuencia de resonancia.

La derivada de la tensión \bar{V}_C se deduce del modelo promediado del convertidor (3.26):

$$\frac{d\bar{V}_C}{dt} = \frac{2Z_o}{\pi L_{eq}} (uE - V_o) \quad (3.43)$$

y, en consecuencia, el valor mínimo de la tensión \bar{V}_C puede ser expresado como:

$$\bar{V}_{Cmin} = \left[\frac{\pi}{2} Q + m_1 - m \right] \cdot V_o \quad (3.44)$$

Sustituyendo la expresión anterior en (3.41) se obtiene la condición que asegura la operación del convertidor en conducción continua:

$$Q > Q_{\min} = \frac{2}{\pi} \cdot (m - m_1 - 1) \quad (3.45)$$

o de forma equivalente:

$$R < R_{\max} = \frac{\pi}{2} \cdot \frac{Z_0}{m - m_1 - 1} \quad (3.46)$$

Las expresiones anteriores ponen de manifiesto que el convertidor operará en modo de conducción discontinua cuando se produzca una excesiva reducción de la energía almacenada en el tanque resonante. Esta situación puede producirse debido a un escaso número de modos de energización en un ciclo de control o bien por la necesidad de alimentar a una carga de elevado valor.

3.4.4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El presente apartado tiene como objetivo la verificación de los modelos del convertidor QSRC, mediante comparación entre los resultados teóricos y los de simulación.

En primer lugar, se implementan en entorno PSPICE las ecuaciones de estado del convertidor (3.24) y el modelo promediado (3.26), tomando los siguientes valores:

$$E = 20V, \quad L = 51\mu H, \quad C = 56nF, \quad C_o = 100\mu F, \quad R = 2.5\Omega$$

La Fig.3.7 muestra la evolución temporal de las variables de estado de ambos sistemas, para dos secuencias diferentes de las entradas de control. La comparación de estas formas de onda pone de manifiesto la validez del modelo promediado.

Seguidamente se programa en el entorno MATLAB-Simulink la ecuación de estado (3.33), que contempla la operación del convertidor en conducción discontinua, junto con la condición frontera entre modos de conducción (3.38).

La Fig.3.8 muestra la evolución temporal de las variables de estado y la variable que indica el modo de conducción del convertidor d , para una secuencia determinada de las entradas de control, cuando la resistencia de carga toma el valor $R = 20\Omega$.

Finalmente, la Fig.3.9 muestra la función de transferencia en régimen estacionario V_o/E del convertidor *Buck* QSRC, para diferentes valores del factor de calidad Q y del número de semiperiodos de energización m_1 en un ciclo de control.

Obsérvese el excelente comportamiento del convertidor en modo de conducción continua, donde la ganancia de tensión presenta un comportamiento claramente lineal, ya que depende exclusivamente del número de modos de energización en un ciclo de control. No obstante, si el convertidor opera en modo de conducción discontinua, la tensión de salida en régimen estacionario depende claramente del valor de la carga, como puede observarse en la Fig.3.9 con la aparición de una región no lineal en la función de transferencia del convertidor.

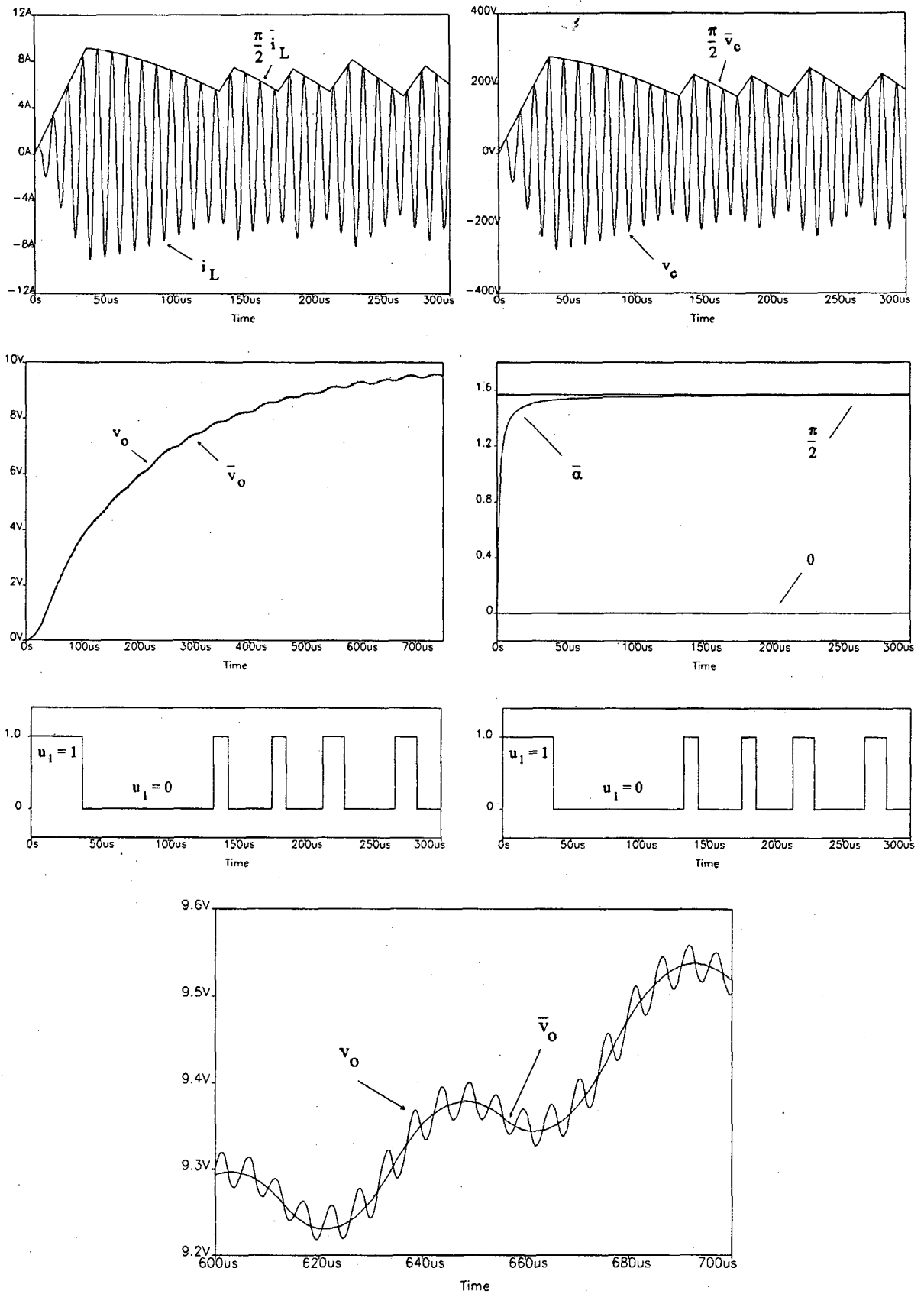


Fig. 3.7.(a) Comparación de las formas de onda del convertidor Buck QSRC ($u_2 = 1$) y de su modelo promediado

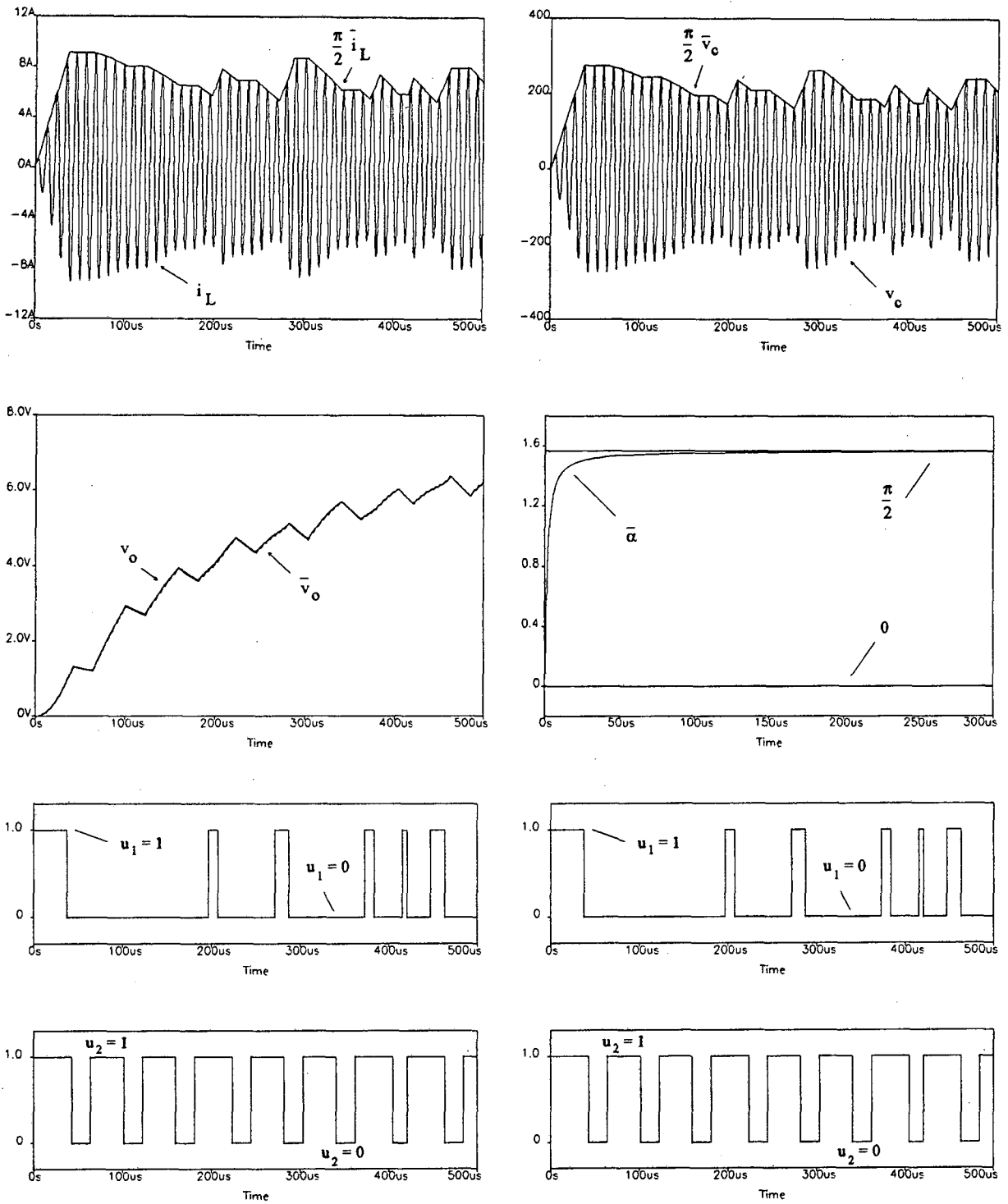


Fig. 3.7.(b) Comparación de las formas de onda del convertidor QSRC con dos entradas de control y de su modelo promediado

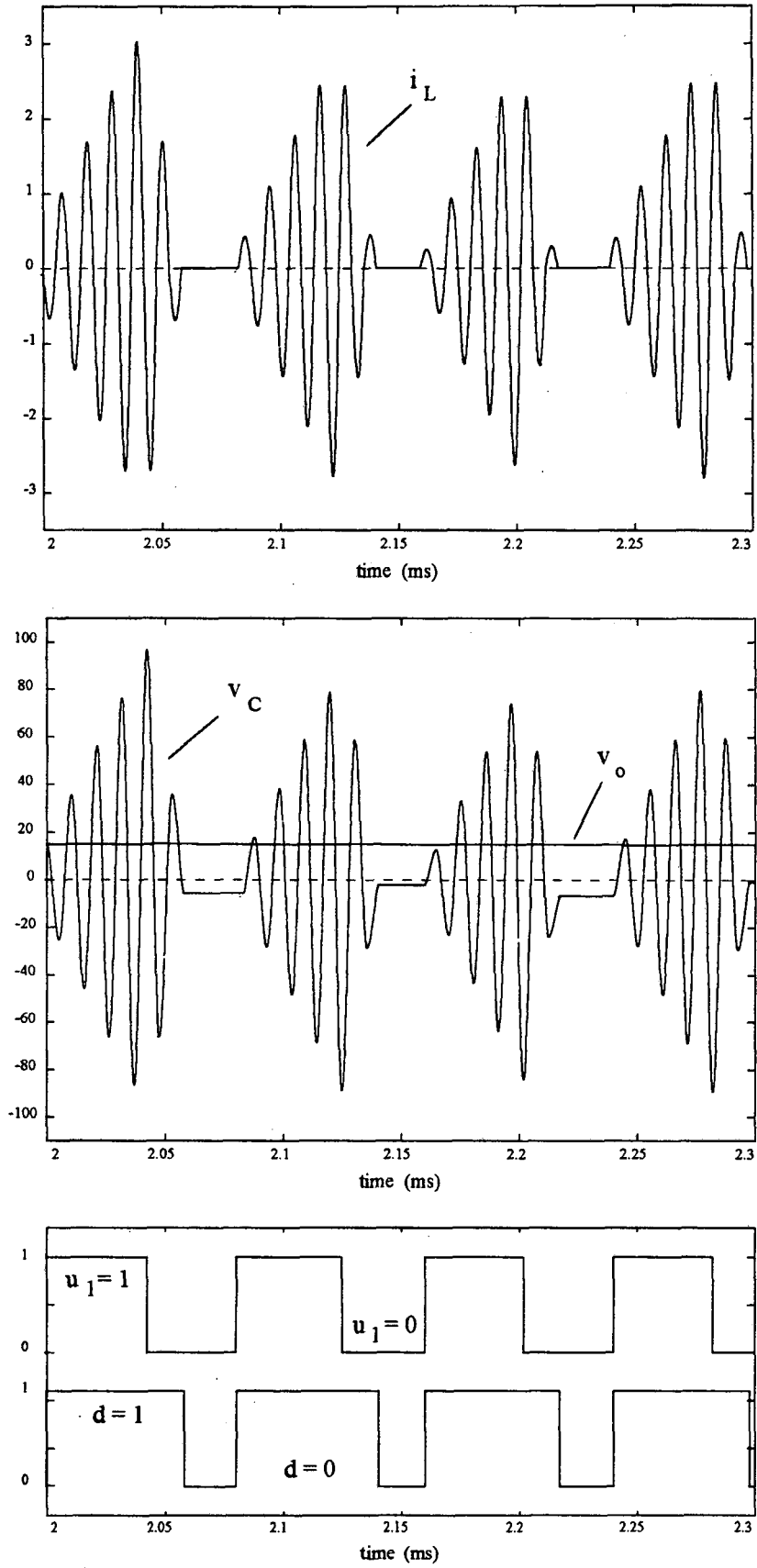


Fig. 3.8. Convertidor QSRC en modo de conducción discontinua

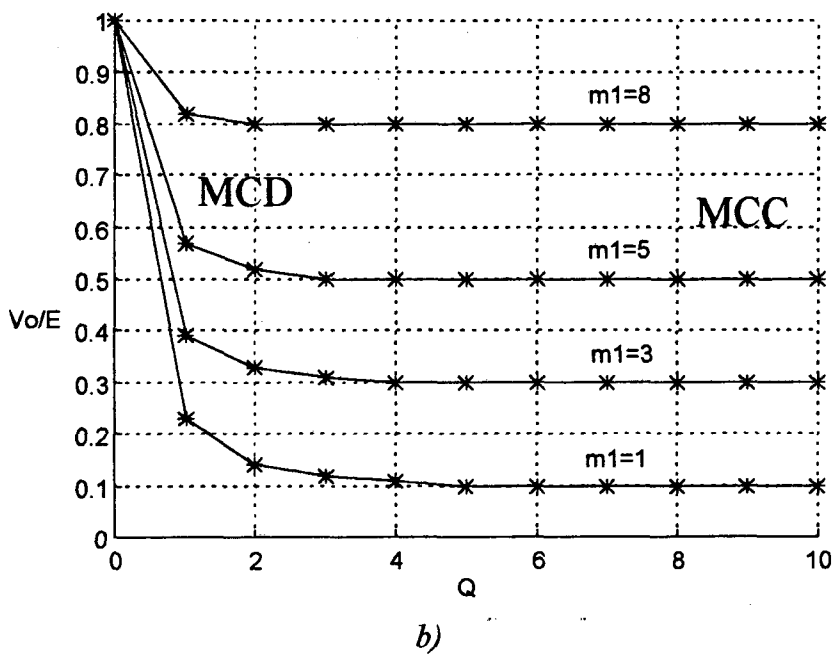
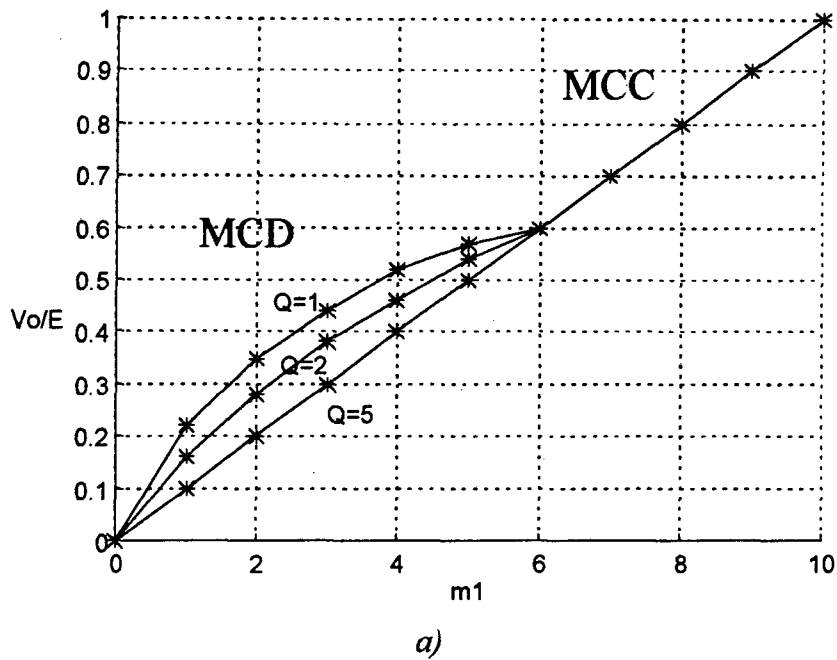


Fig.3.9. Curvas de regulación del convertidor Buck QSRC
 a) V_o/E versus m_1 para diferentes valores de Q ($m=10$)
 b) V_o/E versus Q para diferentes valores de m_1 ($m=10$)

MCC : Modo de Conducción Continua
 MCD : Modo de Conducción Discontinua

3.5. APLICACIÓN DEL MODELO NO LINEAL A CONVERTIDORES RESONANTES *QUANTUM* PARALELO

La finalidad del presente apartado es la caracterización de los convertidores resonantes *Quantum* con circuito resonante paralelo QPRC, presentados en el capítulo 2. Estas topologías resonantes pueden ser derivadas de los convertidores QSRC utilizando conceptos de dualidad, y en consecuencia, sus características serán duales a las de estos convertidores.

3.5.1. MODELO PROMEDIADO NO LINEAL

La ecuación de estado del convertidor QPRC puede expresarse como (véase Fig.2.17):

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{L_s} \cdot [E - u_1 \cdot |v_c|] \quad (3.47a)$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} [(u_1 i_s - u_2 i_f) \cdot \text{sgn}(v_c) - i_L] \quad (3.47b)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot v_c \quad (3.47c)$$

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \cdot [u_2 \cdot |v_c| - v_o] \quad (3.47d)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[i_f - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.47e)$$

En este caso, las variables de estado lentas son las corrientes i_s e i_f y la tensión v_o , mientras que las variables de estado del circuito resonante i_L y v_c son las variables rápidas. Estas últimas pueden ser aproximadas por las siguientes funciones senoidales:

$$v_c = V_C \cdot \sin \omega_o t \quad (3.48a)$$

$$i_L = I_L \cdot \sin(\omega_o t - \alpha) \quad (3.48b)$$

donde:

$$\omega_o = \sqrt{\frac{1}{LC}} \quad Q = \frac{R}{Z_o} \quad Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

y las variables promediadas V_C , I_L y α son variables lentas.

Sustituyendo (3.48) en (3.47), y aplicando a la ecuación resultante el método de promediado propuesto en el apartado 3.2, se obtiene:

$$\frac{d\bar{i}_s}{dt} = \frac{1}{L_s} \cdot [E - u_1 \cdot \bar{v}_c] \quad (3.49a)$$

$$\frac{d\bar{v}_c}{dt} = \frac{4}{\pi^2 C} \cdot [u_1 \bar{i}_s - u_2 \bar{i}_f] \quad (3.49b)$$

$$\frac{d\bar{i}_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \cdot [u_2 \bar{v}_c - \bar{v}_o] \quad (3.49c)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[\bar{i}_f - \frac{\bar{v}_o}{R} \right] \quad (3.49d)$$

$$\bar{v}_c = Z_o \cdot \bar{i}_L \cdot \sin\bar{\alpha} \quad (3.49e)$$

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{\bar{v}_c}{L} \cdot \cos\bar{\alpha} \quad (3.49f)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = \omega_o \cdot \cos^2\bar{\alpha} \quad (3.49g)$$

Las entradas del modelo promediado (3.49) son las acciones de control u_1 y u_2 , la tensión de la fuente de entrada E y la carga R . Obsérvese que estas entradas aparecen en las ecuaciones (3.49a) a (3.49d) junto con las variables de estado más significativas, por lo que forman un modelo promediado de orden reducido. La Fig.3.10 se muestra una representación circuital de este modelo, donde $C_{eq} = \pi^2 C/4$.

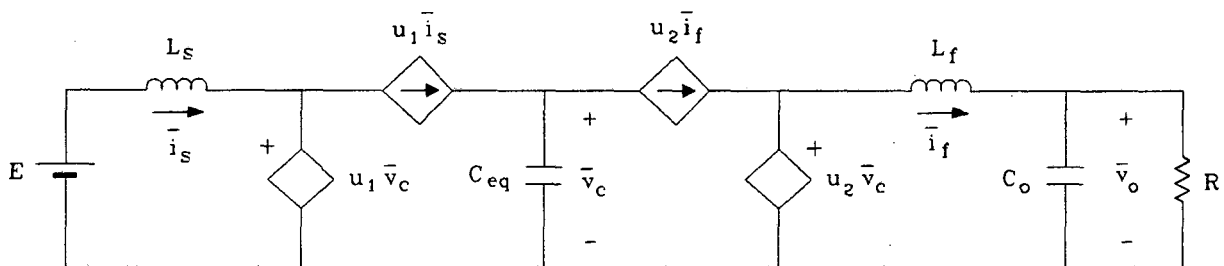


Fig.3.10. Modelo promediado del convertidor QPRC

El convertidor QPRC puede emular el comportamiento de los convertidores convencionales *Boost* con filtro de salida, *Buck* con filtro de entrada y *Cuk*, cuando sus entradas de control se particularizan como muestra la Tabla 3.3. En ese caso, los modelos promediados resultantes coinciden exactamente con las etapas de potencia de estos convertidores convencionales, como puede observarse en la Fig.3.11.

QPRC	<i>Boost</i>	<i>Buck</i>	<i>Cuk</i>
u_1	$1-u$	1	$1-u$
u_2	1	u	u

Tabla 3.3. Asignación de las entradas de control

3.5.2. ANÁLISIS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

El comportamiento en régimen estacionario del convertidor QPRC se deduce al igualar a cero las derivadas del modelo (3.49):

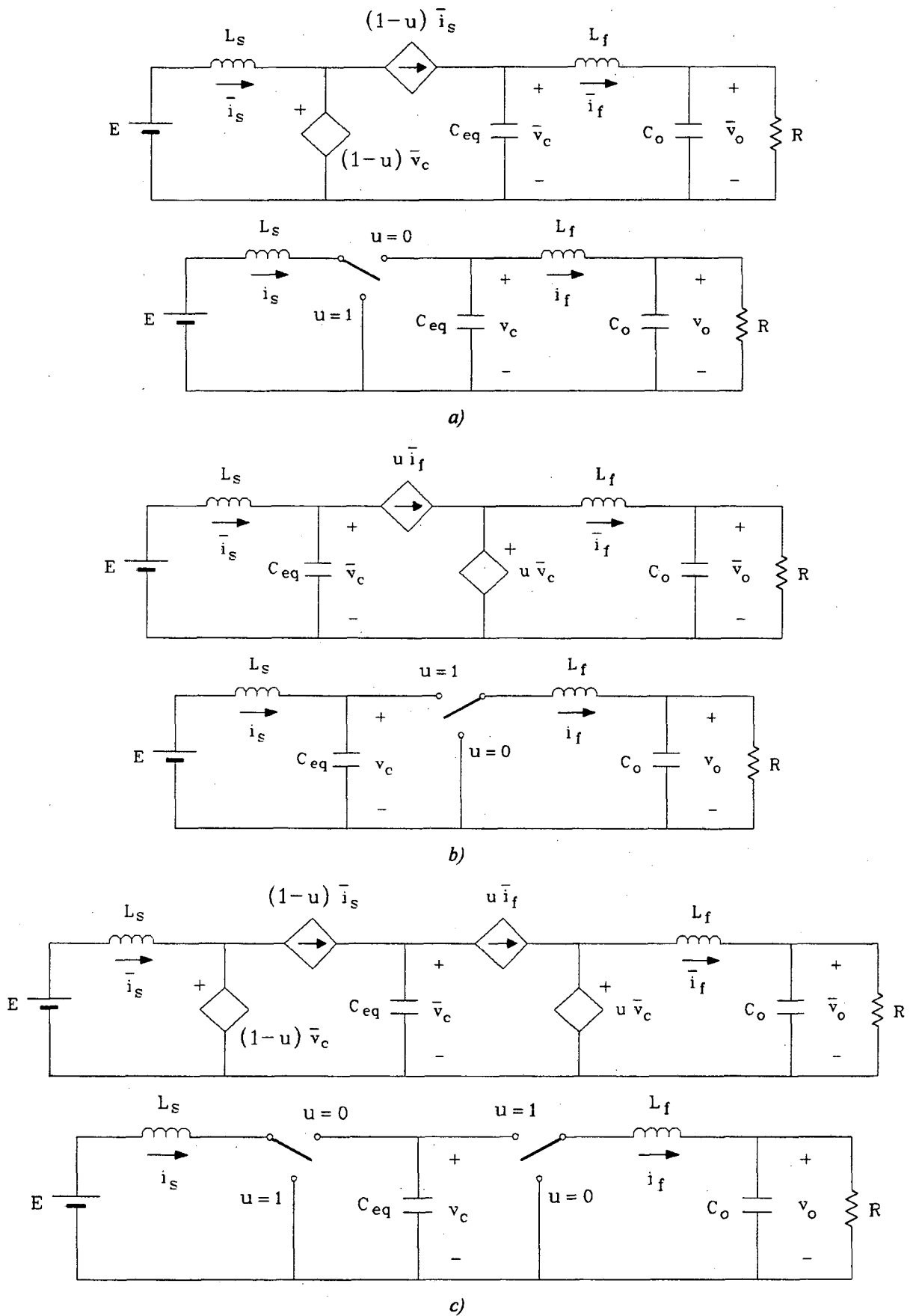


Fig.3.11. Modelos promediados del convertidor QPRC con una acción de control y convertidores PWM: a) Boost con filtro de salida, b) Buck con filtro de entrada, c) Cuk

$$\langle \bar{v}_o \rangle = V_o = \frac{\langle u_2 \rangle}{\langle u_1 \rangle} \cdot E \quad \langle \bar{i}_s \rangle = \frac{V_o^2}{RE} \quad \langle \bar{i}_f \rangle = \frac{V_o}{R} \quad (3.50a)$$

$$\langle \bar{v}_C \rangle = \frac{E}{\langle u_1 \rangle} = \frac{V_o}{\langle u_2 \rangle} \quad \langle \bar{i}_L \rangle = \frac{V_o}{Z_o \langle u_2 \rangle} \quad \langle \bar{\alpha} \rangle = \frac{\pi}{2} \quad (3.50b)$$

siendo $\langle u_1 \rangle$ y $\langle u_2 \rangle$ el valor medio de las entradas de control en un periodo o ciclo de control.

La función de transferencia de los convertidores QPRC en régimen estacionario puede expresarse como:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{m_4 - m_6}{m_1 - m_3} \quad (3.51)$$

donde m_1 , m_3 , m_4 y m_6 se definieron en el apartado 3.4.2. En la Tabla 3.4 se particulariza la expresión anterior para los convertidores gobernados mediante una única acción de control.

QPRC	<i>Boost</i>	<i>Buck</i>	<i>Cuk</i>
$\frac{V_o}{E}$	$\frac{m}{m_1}$	$\frac{m_4}{m}$	$\frac{m - m_1}{m_1}$

Tabla 3.4. Función de transferencia en régimen estacionario de los convertidores QPRC que disponen de una única acción de control

3.5.3. MODO DE CONDUCCIÓN DISCONTINUA

El comportamiento del convertidor QPRC en conducción discontinua se caracteriza por la presencia de un nivel de tensión nulo en el condensador resonante, una corriente constante en el inductor resonante y una progresiva descarga del filtro de salida sobre la carga. Mientras tanto, la corriente de entrada i_s crece de forma lineal hasta que el convertidor abandona este modo de conducción, lo que puede provocar la destrucción del puente de interruptores de entrada (véase Fig. 2.14).

Esta conducta se describe, conjuntamente con el comportamiento en conducción continua, mediante la siguiente ecuación de estado:

$$\frac{di_s}{dt} = \frac{1}{L_s} \cdot [E - u_1 \cdot |v_c| \cdot d] \quad (3.52a)$$

$$\frac{dv_c}{dt} = \frac{1}{C} [(u_1 i_s - u_2 i_f) \cdot \text{sgn}(v_c) - i_L] \cdot d \quad (3.52b)$$

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} \cdot v_c \cdot d \quad (3.52c)$$

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \cdot [u_2 \cdot |v_c| \cdot d - v_o] \quad (3.52d)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[i_f - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.52e)$$

donde la variable discreta d se obtiene como:

$$d = \begin{cases} 1 & \text{(cond. continua),} & \text{si: } \bar{I}_L > -[u_1 \bar{i}_s - u_2 \bar{i}_f] \\ 0 & \text{(cond. discontinua),} & \text{si: } \bar{I}_L \leq -[u_1 \bar{i}_s - u_2 \bar{i}_f] \end{cases} \quad (3.53)$$

La condición anterior puede deducirse a partir del procedimiento descrito en el apartado 3.4.3, o bien aplicando dualidad a la expresión (3.38).

3.5.4. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En primer lugar, se implementan en entorno PSPICE las ecuaciones de estado del convertidor (3.47) y el modelo promediado (3.49), tomando los siguientes valores:

$$E = 20V, \quad L_s = 0.5mH, \quad C = 470nF, \quad L = 5.3\mu H, \quad L_f = 2mH, \quad C_o = 10\mu F, \quad R = 10\Omega$$

La Fig.3.12 muestra la respuesta temporal del convertidor QPRC y de su modelo promediado, para una secuencia determinada de las entradas de control. La excelente correlación entre estas formas de onda confirma la validez del modelo promediado.

Seguidamente se programa en el entorno MATLAB-Simulink la ecuación de estado (3.52), que contempla la operación del convertidor en conducción discontinua, junto con la condición frontera entre modos de conducción (3.53). Estas expresiones son utilizadas para simular el comportamiento en régimen estacionario del convertidor en ambos modos de conducción.

La Fig.3.13 muestra la ganancia de tensión de un convertidor *Boost* QPRC, para diferentes valores del factor de calidad Q y del número de semiperiodos de energización m_1 en un ciclo de control. Obsérvese como en conducción discontinua el comportamiento del convertidor depende claramente de la carga.

3.6. APLICACIÓN DEL MODELO NO LINEAL A UN CONVERTIDOR RESONANTE *QUANTUM* SERIE-PARALELO

El presente apartado se destina al estudio del convertidor resonante *Quantum* serie-paralelo (QSPRC), presentado en el capítulo 2. En primer lugar, se deducirá un modelo promediado que permite derivar las principales características del convertidor, y que será utilizado en capítulos posteriores en el diseño de los lazos de control.

3.6.1. MODELO PROMEDIADO NO LINEAL

La ecuación de estado de un convertidor QSPRC que opera en modo de conducción continua puede expresarse como (véase Fig.2.19):

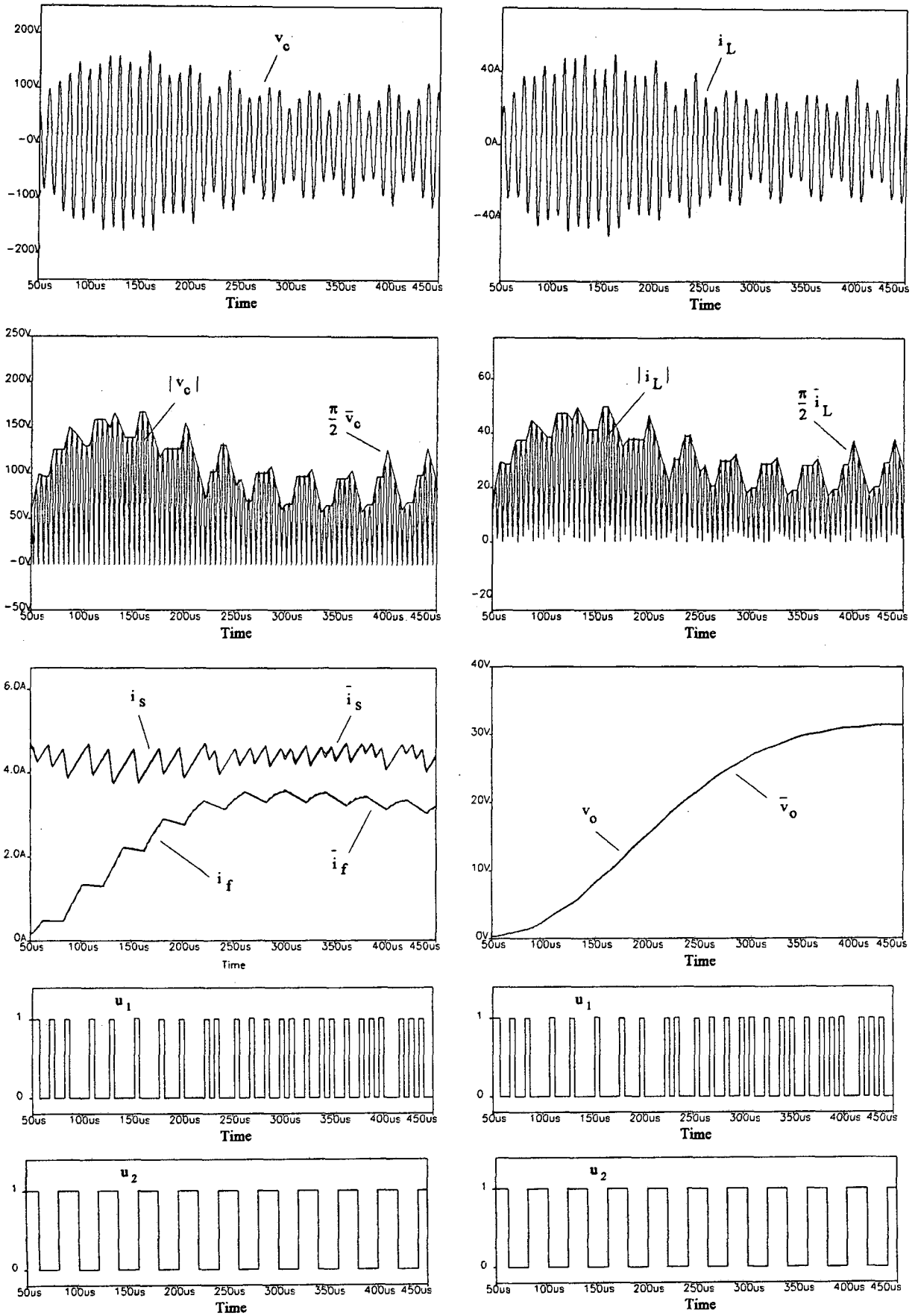


Fig.3.12. Comparación de las formas de onda del convertidor QPRC y de su modelo promediado

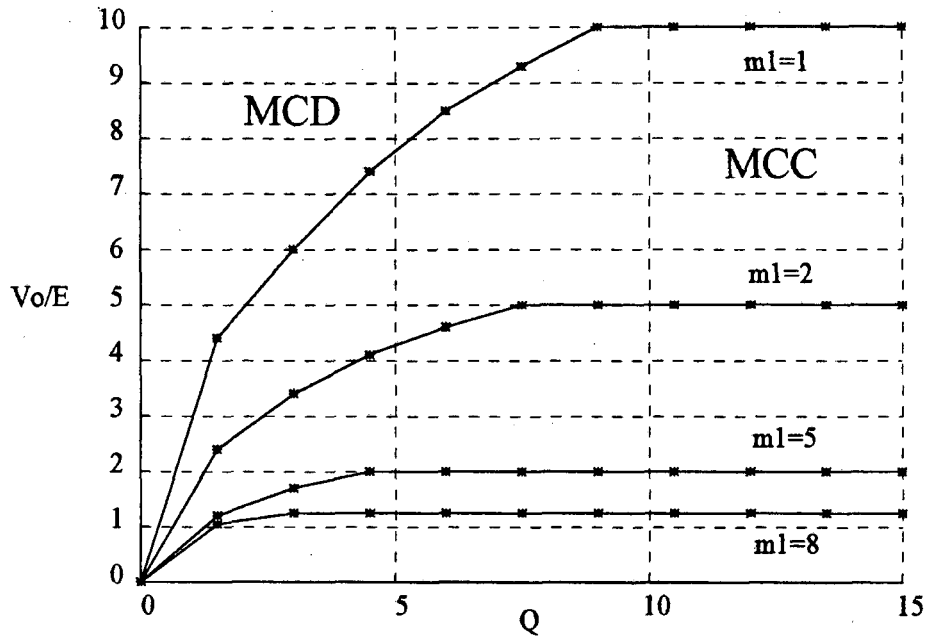


Fig.3.13. Curvas de regulación del convertidor Boost QPRC ($m=10$)

$$\frac{di_L}{dt} = \frac{1}{L} [uE \operatorname{sgn}(i_L) - v_{cs} - v_{cp}] \quad (3.54a)$$

$$\frac{dv_{cs}}{dt} = \frac{1}{C_S} \cdot i_L \quad (3.54b)$$

$$\frac{dv_{cp}}{dt} = \frac{1}{C_P} \cdot [i_L - i_f \operatorname{sgn}(v_{cp})] \quad (3.54c)$$

$$\frac{di_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \cdot [|v_{cp}| - v_o] \quad (3.54d)$$

$$\frac{dv_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[i_f - \frac{v_o}{R} \right] \quad (3.54e)$$

donde las variables de estado del filtro de salida i_f y v_o son variables lentas, y las correspondientes al circuito resonante i_L , v_{cs} y v_{cp} son variables rápidas. Ya que el convertidor opera a frecuencia de resonancia ω_r , las variables rápidas pueden ser aproximadas por las siguientes funciones senoidales:

$$i_L = I_L \cdot \sin(\omega_r t) \quad (3.55a)$$

$$v_{cs} = V_{Cs} \cdot \sin(\omega_r t - \alpha) \quad (3.55b)$$

$$v_{cp} = V_{Cp} \cdot \sin(\omega_r t - \beta) \quad (3.55c)$$

donde:

$$\left[\frac{\omega_r}{\omega_o} \right]^2 = \frac{(1+A) \cdot B - 1 + \sqrt{((1+A) \cdot B - 1)^2 + 4AB}}{2 \cdot (1+A) \cdot B}$$

$$\omega_o = \frac{1}{\sqrt{LC}}, \quad Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}, \quad C = \frac{C_S \cdot C_P}{C_S + C_P}, \quad A = \frac{C_P}{C_S}, \quad B = (1+A) \cdot Q^2, \quad Q = R/Z_o$$

y las nuevas variables \bar{i}_L , \bar{v}_{Cs} , \bar{v}_{Cp} , α y β deben ser consideradas variables lentas.

Sustituyendo (3.55) en (3.54), y aplicando a la ecuación resultante el método de promediado propuesto en el apartado 3.2, se obtiene:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{1}{L_{eq}} \cdot \left[uE - \frac{Z_o}{1+A} \cdot \frac{\omega_o}{\omega_r} \cdot \bar{i}_f \cdot \sin\bar{\beta} \right] \quad (3.56a)$$

$$\frac{d\bar{v}_{cp}}{dt} = \frac{1}{C_{eq}} \cdot \left[\frac{\pi^2}{8} \cdot \bar{i}_L \cdot \cos\bar{\beta} - \bar{i}_f \right] \quad (3.56b)$$

$$\frac{d\bar{\beta}}{dt} = \omega_o \cdot \left[\frac{\omega_r}{\omega_o} - \frac{Z_o}{1+A} \cdot \frac{\bar{i}_L \sin\bar{\beta}}{\bar{v}_{cp}} \right] \quad (3.56c)$$

$$\frac{d\bar{i}_f}{dt} = \frac{1}{L_f} \cdot \left[\bar{v}_{cp} - \bar{v}_o \right] \quad (3.56d)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left[\bar{i}_f - \frac{\bar{v}_o}{R} \right] \quad (3.56e)$$

$$\bar{i}_L = \frac{\omega_o}{Z_o \cdot \omega_r} \cdot \left[\bar{v}_{cs} \cdot \sin\bar{\alpha} + \bar{v}_{cp} \cdot \sin\bar{\beta} \right] \quad (3.56f)$$

$$\frac{d\bar{v}_{cs}}{dt} = \frac{Z_o \omega_o A}{1+A} \cdot \bar{i}_L \cdot \cos\bar{\alpha} \quad (3.56g)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}}{dt} = \omega_o \cdot \left[\frac{\omega_r}{\omega_o} - \frac{A \cdot Z_o}{1+A} \cdot \frac{\bar{i}_L \sin\bar{\alpha}}{\bar{v}_{cs}} \right] \quad (3.57h)$$

donde:

$$L_{eq} = \frac{\pi^2}{4} \cdot L \quad C_{eq} = \frac{\pi^2}{8} \cdot (1+A) \cdot C$$

Las ecuaciones (3.56a) a (3.56e) contienen las entradas u , E y R , junto con las variables de estado más significativas, por lo que forman un modelo promediado de orden reducido. La representación circuital de este modelo se muestra en la Fig 3.14.

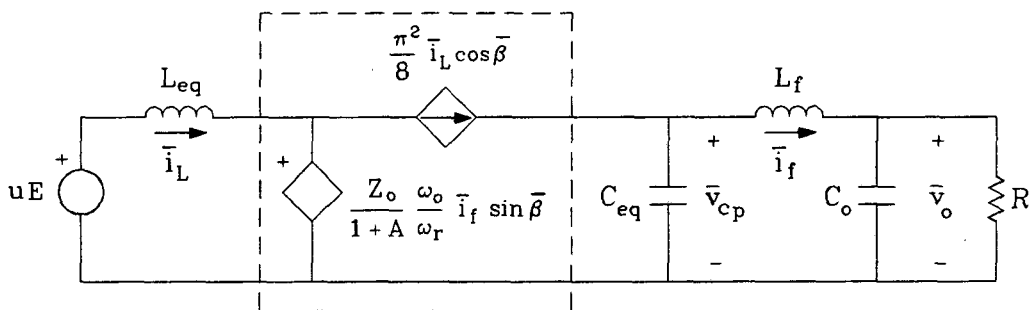


Fig.3.14. Modelo promediado del convertidor QSPRC

Los modelos anteriores serán válidos siempre que las formas de onda de las variables de estado rápidas sean senoidales, como se planteó en (3.55). Seguidamente se deducen una serie de condiciones que garantizan la operación del convertidor en modo de conducción continua, y en consecuencia, aseguran la validez de los modelos promediados.

En primer lugar considérese la situación representada en la Fig.3.15, en la que se muestra la evolución temporal de las variables resonantes cuando el convertidor opera en conducción continua. Sobre la figura se han definido los instantes de paso por cero de la corriente en el inductor resonante t_1 y t_3 y de la tensión en el condensador resonante paralelo t_2 y t_4 .

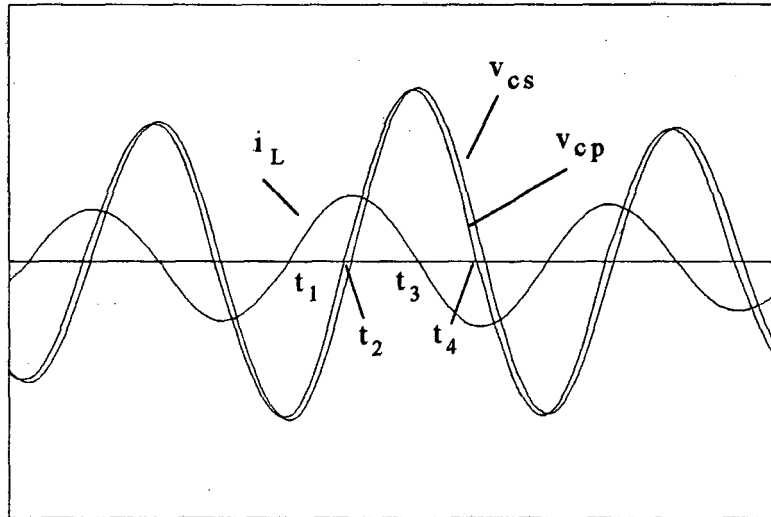


Fig.3.15. Formas de onda de las variables de estado resonantes

Para asegurar conducción continua en las variables de estado resonantes, una vez que estas han cruzado por cero, debe cumplirse:

$$\text{si } i_L(t_1^+) > 0 \Rightarrow di_L(t_1^+)/dt > 0 \quad (3.57a)$$

$$\text{si } i_L(t_3^+) < 0 \Rightarrow di_L(t_3^+)/dt < 0 \quad (3.57b)$$

$$\text{si } v_{cp}(t_2^+) > 0 \Rightarrow dv_{cp}(t_2^+)/dt > 0 \quad (3.57c)$$

$$\text{si } v_{cp}(t_4^+) < 0 \Rightarrow dv_{cp}(t_4^+)/dt < 0 \quad (3.57d)$$

Sustituyendo las condiciones anteriores en (3.54a) y (3.54c), se obtiene:

$$\left| v_{cs}(t_i^+) + v_{cp}(t_i^+) \right| > -uE \quad i = 1, 3 \quad (3.58a)$$

$$\left| i_L(t_i^+) \right| > i_f(t_i^+) \quad i = 2, 4 \quad (3.58b)$$

o de forma equivalente:

$$\bar{v}_{cs} + \bar{v}_{cp} > -u \frac{2E}{\pi} \quad (3.59a)$$

$$\bar{i}_L > \frac{2}{\pi} \cdot \bar{i}_f \quad (3.59b)$$

En consecuencia, la corriente resonante será senoidal cuando el convertidor opere en los modos de energización y resonancia libre, o cuando en modo de regeneración se cumpla:

$$\bar{v}_{cs} + \bar{v}_{cp} > \frac{2E}{\pi} \quad (3.60)$$

mientras que la tensión resonante v_{cp} será senoidal cuando se verifique la condición (3.59b).

En el siguiente subapartado se determina el comportamiento del convertidor QSPRC en régimen estacionario, y se deduce con la ayuda de las relaciones previas una condición de diseño que garantiza la operación del convertidor en modo de conducción continua.

3.6.2. ANÁLISIS EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

El comportamiento en régimen estacionario del convertidor QSPRC puede ser expresado como:

$$\langle \bar{v}_o \rangle = V_o = \frac{\omega_r}{\omega_o} \cdot \frac{(1+A)QE}{\sin \langle \bar{\beta} \rangle} \cdot \langle u \rangle \quad \langle \bar{i}_L \rangle = \frac{V_o^2}{RE \langle u \rangle} \quad (3.61a)$$

$$\langle \bar{v}_{cs} \rangle = \frac{A V_o}{\sin \langle \bar{\beta} \rangle} \quad \langle \bar{v}_{cp} \rangle = V_o \quad \langle \bar{i}_f \rangle = \frac{V_o}{R} \quad (3.61b)$$

$$\text{tg} \langle \bar{\beta} \rangle = \frac{\pi^2}{8} \cdot \frac{\omega_r}{\omega_o} \cdot (1+A)Q \quad \langle \bar{\alpha} \rangle = \frac{\pi}{2} \quad (3.61c)$$

siendo $\langle u \rangle$ el valor medio de la entrada de control en un ciclo de control.

De (3.61a), y teniendo en cuenta la definición de m_1 , m_3 y m realizada en el subapartado 3.4.2, la ganancia en tensión del convertidor puede escribirse como:

$$\frac{V_o}{E} = \frac{\omega_r}{\omega_o} \cdot \frac{(1+A)Q}{\sin \langle \bar{\beta} \rangle} \cdot \frac{m_1 - m_3}{m} \quad (3.62)$$

Obsérvese que, contrariamente al comportamiento de los convertidores *Quantum* que disponen de dos elementos reactivos en el tanque resonante, la tensión de salida en régimen estacionario del convertidor QSPRC presenta una dependencia lineal con el valor de la resistencia de carga.

Por otra parte, la frecuencia de resonancia y el desfase entre la corriente en el inductor y en el condensador C_p pueden expresarse, para valores de Q elevados ($R \gg Z_o$), como:

$$\omega_r \approx \omega_o \quad \langle \bar{\beta} \rangle \approx \frac{\pi}{2} \quad (3.63)$$

En ese caso, la caracterización del comportamiento del convertidor se simplifica de forma considerable.

Para finalizar el subapartado, se propone una condición de diseño sobre los parámetros del convertidor que garantiza la operación en conducción continua.

Si se desea que el convertidor opere en conducción continua es preferible que la transferencia energética se realice únicamente con los modos de energización y resonancia

libre, lo que asegura que la corriente en el inductor resonante será en todo momento una función senoidal con amplitud variable en el tiempo. Bajo este supuesto, se aplica el procedimiento descrito en el apartado 3.4.3 a las expresiones (3.61) y (3.62), obteniéndose la siguiente expresión:

$$Q > Q_{\min} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{1}{(1+A)^2} \cdot [m - m_1 - (1+A)] \quad (3.64)$$

o de forma equivalente:

$$R > R_{\min} = \frac{2}{\pi} \cdot \frac{Z_o}{(1+A)^2} \cdot [m - m_1 - (1+A)] \quad (3.65)$$

Por lo tanto, el convertidor operará en modo de conducción continua siempre que disponga de suficiente energía almacenada en el tanque resonante. Esta situación puede producirse debido a un número elevado de modos de energización en un ciclo de control o bien por la necesidad de alimentar una carga de elevado valor.

3.6.3. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

En primer lugar, se implementan en entorno PSPICE las ecuaciones de estado del convertidor (3.54) y el modelo promediado (3.56), tomando los siguientes valores:

$$E = 20V, L = 50.6\mu H, C_s = 100nF, C_p = 100nF, L_f = 4.5mH, C_o = 350nF, R = 80\Omega$$

La Fig.3.16 muestra la respuesta temporal del convertidor QSPRC y de su modelo promediado, para una secuencia determinada de la entrada de control. La excelente correlación entre estas formas de onda confirma la validez del modelo promediado.

Los resultados de simulación de la ganancia de tensión V_o/E se representan en la Fig.3.17, para diferentes valores del factor de calidad Q y del número de semiperiodos de energización m_1 en un ciclo de control. Obsérvese la gran linealidad que presentan estas curvas, viéndose alterada únicamente por la pequeña región correspondiente al modo de conducción discontinua.

3.7. CONCLUSIONES

El presente capítulo se ha dedicado al estudio y la caracterización de los convertidores resonantes *Quantum*, presentados en el capítulo anterior. El análisis de estas células de conversión se ha llevado a cabo a partir de unos modelos promediados, que describen muy acertadamente el comportamiento de los convertidores resonantes.

Los modelos han sido derivados mediante la aplicación de una nueva técnica de promediado de convertidores de estructura resonante, propuesta en este capítulo, y tienen en común las características que se enumeran a continuación:

- 1) Son válidos en modo de conducción continua, ya que se basan en considerar que las tensiones y corrientes resonantes son funciones senoidales, con amplitudes y fases variables en el tiempo.

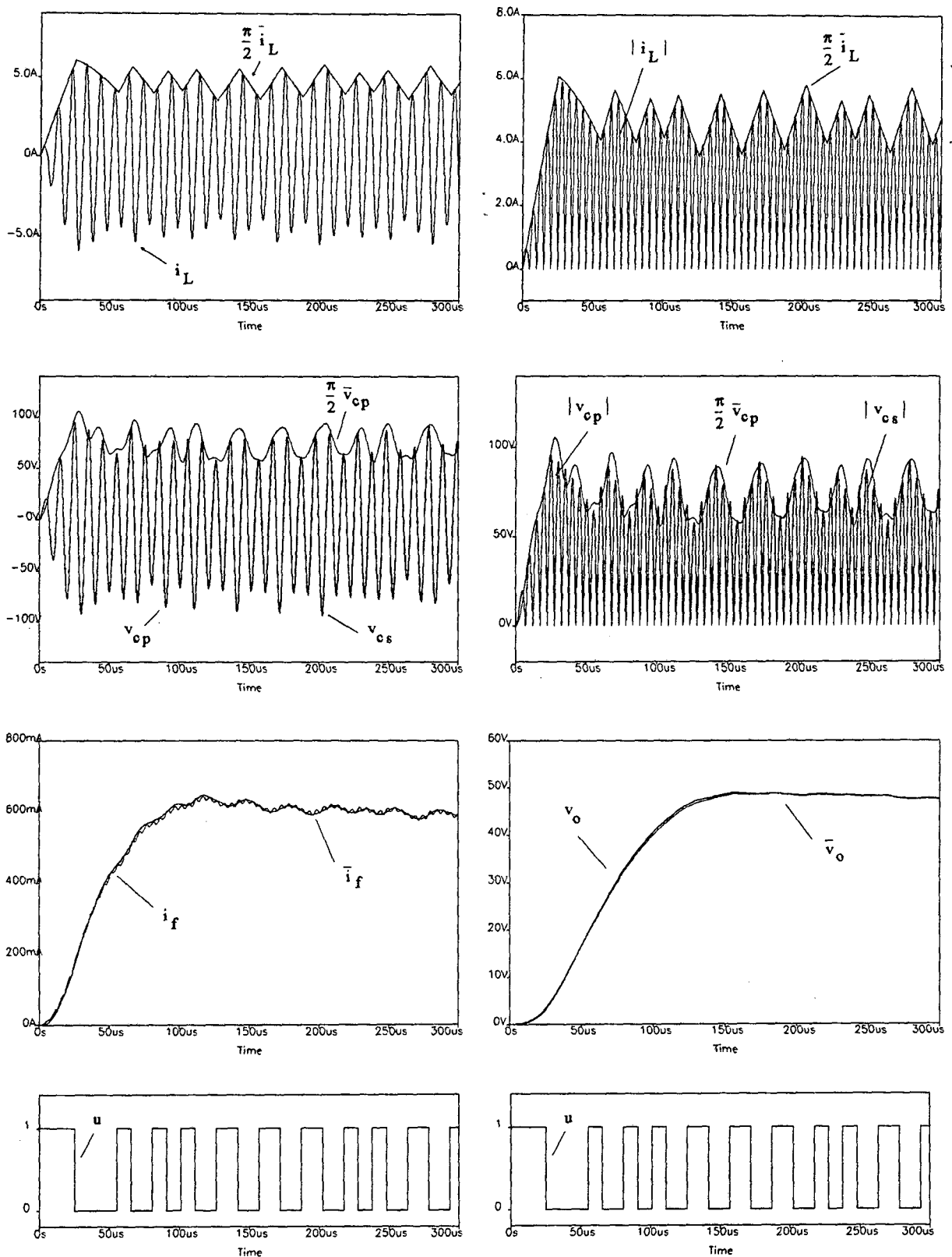
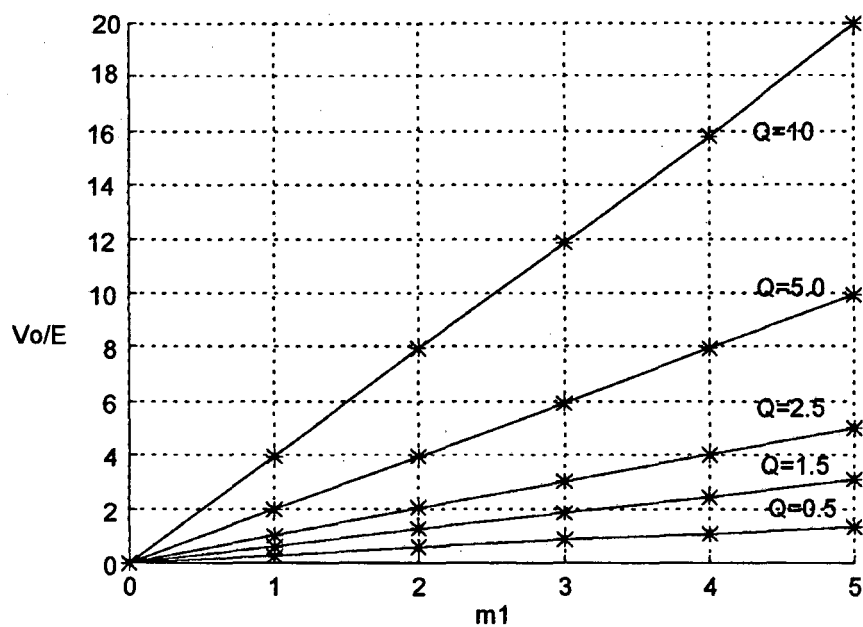
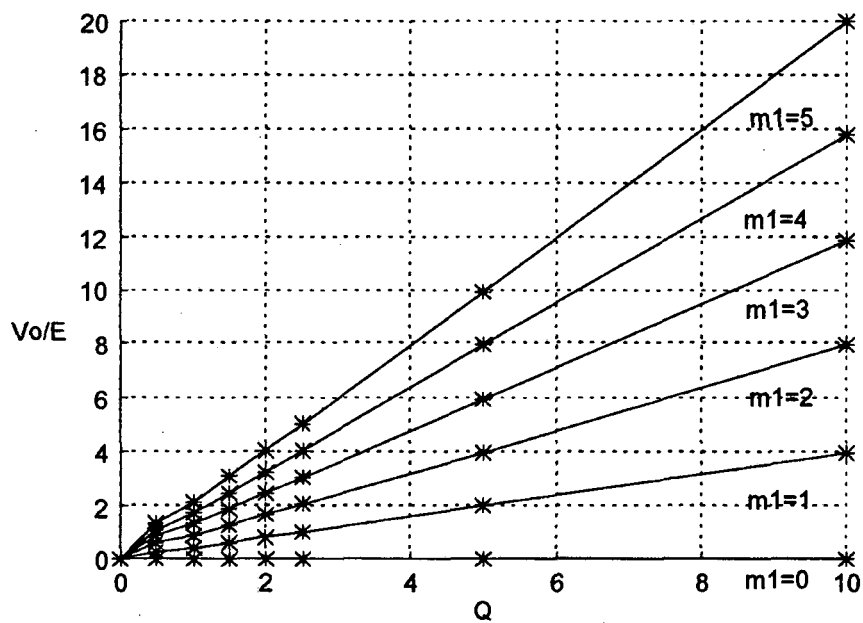


Fig. 3.16. Comparación de las formas de onda del convertidor QSPRC y de su modelo promediado



a)



b)

Fig.3.17. Curvas de regulación del convertidor QSPRC, operando en los modos de energización y de resonancia libre

a) V_o/E versus m_1 para diferentes valores de Q ($m=5$)

b) V_o/E versus Q para diferentes valores de m_1 ($m=5$)

- 2) Son válidos en gran señal, ya que no se realizan aproximaciones de pequeña señal en el establecimiento de los modelos.
- 3) Son válidos tanto en régimen transitorio como en el estacionario.
- 4) Conservan el comportamiento en baja frecuencia de los convertidores resonantes, ya que sus variables de estado siguen la evolución de la envolvente de las corrientes y tensiones resonantes y del valor medio de las variables de estado de los filtros de entrada y salida.
- 5) Proporcionan una visión clara del comportamiento de los convertidores resonantes, al mismo tiempo que permiten identificar de forma sencilla el efecto de las entradas de control.
- 6) Es posible identificar modelos de orden reducido, que contienen las entradas de control, la tensión de la fuente de entrada y la carga, y además, las variables de estado más significativas.
- 7) Pueden ser representados mediante circuitos equivalentes, formados por fuentes dependientes de tensión y corriente.
- 8) Son la herramienta adecuada para introducir técnicas de control no lineal en los convertidores resonantes, y los modelos de orden reducido se utilizan en el diseño de los controladores en lazo cerrado como se verá en el siguiente capítulo.

La validez de la técnica de modelado propuesta en este capítulo ha quedado suficientemente demostrada mediante la comparación de los resultados de simulación de los convertidores resonantes y de sus modelos promediados.

Asimismo, el estudio de los convertidores resonantes *Quantum* ha proporcionado las principales características de estas células de conversión, las cuales pueden resumirse en los siguientes puntos:

- 1) Operan a frecuencia de resonancia, lo que provoca la aparición de formas de onda perfectamente senoidales en el tanque resonante, y en consecuencia, se reduce el espectro de ruido EMI.
- 2) Todos los dispositivos de potencia conmutan a tensión o corriente nula, con la consiguiente reducción de las pérdidas de conmutación hasta niveles prácticamente despreciables.
- 3) Ciertas topologías disponen de dos entradas de control, permitiendo el transvase energético entre la fuente y el tanque resonante y entre este y la carga de forma totalmente independiente.
- 4) Reproducen el comportamiento de los convertidores convencionales *Buck*, *Boost*, *Buck-Boost* y *Cuk*, cuando son gobernados mediante una única acción de control.
- 5) Presentan excelentes curvas de regulación, que dependen únicamente del número de modos de energización y regeneración en un ciclo de control en una amplia región de funcionamiento (modo de conducción continua), a excepción del convertidor resonante serie-paralelo, en el que dichas curvas dependen además de forma lineal con el factor de calidad Q .
- 6) Exhiben un comportamiento en modo de conducción discontinua que depende fuertemente de la carga y de los parámetros del sistema. No obstante, en el presente capítulo se han deducido condiciones que indican el modo de conducción del

convertidor, y en consecuencia, la operación en conducción discontinua puede ser evitada mediante un diseño cuidadoso de los parámetros del sistema.

El gran inconveniente de la utilización de los convertidores resonantes *Quantum* en lazo abierto se debe al compromiso existente entre la duración de un ciclo de control y los niveles discretos permitidos en la tensión de salida del sistema.

Por un lado interesa que el ciclo de control contenga un pequeño número de modos de energización y desenergización, para que la frecuencia efectiva de funcionamiento del convertidor sea elevada, y en consecuencia, el sistema presente una rápida velocidad de respuesta y un rizado despreciable en la tensión de salida. Sin embargo, en esta situación la tensión de salida podrá tomar muy pocos niveles discretos.

A modo de ejemplo considérese un convertidor *Buck* QSRC cuyo ciclo de control coincide con un periodo de la frecuencia de resonancia. En ese caso se consigue una frecuencia de funcionamiento máxima e igual a la frecuencia de resonancia, pero al mismo tiempo, la tensión de salida quedará fijada a la mitad de la tensión de la fuente de entrada, ya que la única secuencia permitida es un modo de energización seguido de uno de resonancia libre.

Por otro lado, la disponibilidad de un elevado número de niveles discretos de la tensión de salida provoca que la frecuencia efectiva de funcionamiento disminuya drásticamente, lo que se traduce en una reducción importante de la velocidad de respuesta del sistema y en la aparición de un severo rizado en la tensión de salida.

Por consiguiente, la aplicación práctica de los convertidores resonantes *Quantum* requiere de la utilización de un esquema de control en lazo cerrado que realice la transferencia energética en el sistema de acuerdo con la estrategia de actuación sobre los interruptores, y cuya concepción esté basada en una técnica de control adecuada.