

UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

Departament d'Enginyeria Electrònica

**“MODELOS NO LINEALES Y CONTROL
EN MODO DESLIZAMIENTO DE
CONVERTIDORES DE ESTRUCTURA
RESONANTE”**

Autor: Miguel Castilla Fernández
Director: Jose Luis García de Vicuña

Mayo de 1998

4. CONTROL EN MODO DE DESLIZAMIENTO DE REGULADORES CONMUTADOS BASADOS EN CONVERTIDORES RESONANTES

4.1. CONTROL DE CONVERTIDORES RESONANTES *QUANTUM*

En lazo abierto, la operación de los convertidores resonantes *Quantum* presenta una serie de inconvenientes que desaconsejan la utilización práctica de los mismos. Entre estas limitaciones, la baja frecuencia efectiva de funcionamiento del sistema y la discretización de los niveles permitidos en la tensión de salida en régimen estacionario son las más destacadas.

Con el fin de eliminar estos inconvenientes, un importante número de trabajos han sido publicados en la literatura específica, entre los que cabe destacar los que se basan en la utilización de controladores predictivos, [37] a [41]. El principio de funcionamiento de los lazos de control se basa en seleccionar el próximo modo de operación (modo de energización o desenergización) a partir de un método de estimación basado en la minimización del error de una determinada variable del convertidor.

Tomando como punto de partida la minimización del error de la tensión de salida, los primeros trabajos proponen controladores en modo tensión, que proporcionan una rápida respuesta transitoria y una tensión de salida continua con un pequeño rizado; sin embargo, en este caso, la corriente de entrada al convertidor presenta un rizado elevado, ya que la dinámica de la corriente resonante es mucho más rápida que la de la tensión de salida, lo que produce un excesivo estrés sobre los interruptores y sobre los elementos del tanque resonante, que debido al necesario sobredimensionado de los mismos dará lugar a la selección de componentes de mayor tamaño y coste.

El anterior inconveniente puede ser solucionado con la utilización de controladores predictivos en modo corriente, que se basan en la minimización del error del valor medio de la corriente resonante rectificada. Los controladores en corriente requieren de un lazo de control en tensión que genere el valor de la corriente de referencia que garantiza que la tensión de salida tomará el valor deseado, y de un lazo de corriente que es el encargado de proporcionar las señales de mando a los interruptores mediante la estimación del modo de operación necesario para el próximo semiperiodo de la frecuencia de resonancia.

Con la utilización de controladores en modo corriente se consigue un control preciso de la corriente resonante y una reducción drástica del rizado de la misma, lo que se traduce en un pequeño rizado de la tensión de salida. Asimismo, estos controladores proporcionan al sistema una rápida respuesta transitoria con niveles de tensión de salida continuos.

Si bien las prestaciones de los reguladores basados en controladores predictivos pueden ser consideradas suficientemente satisfactorias, la realización práctica de los lazos de control requiere de la utilización de excesiva circuitería, lo que añade una dificultad adicional al correcto funcionamiento de los mismos. La complejidad de los lazos de control se debe a que dichos controladores requieren de un conocimiento preciso del estado y del comportamiento del sistema, y para ello, es necesario realizar el sensado de un gran número de señales y disponer de un modelo dinámico que describa de forma muy precisa la evolución de estas señales.

Una posible alternativa a la aplicación de control predictivo para la realización práctica de controladores que realicen la transferencia energética en el convertidor siguiendo la estrategia propuesta por Joung es la utilización de control en modo de deslizamiento, ya que esta técnica de control proporciona controladores de estructura simple y de sencilla implementación, [68] a [71].

El presente capítulo tiene como objetivo fundamental la aplicación de las técnicas de control en modo de deslizamiento para la concepción, realización y diseño de los lazos de control de los reguladores conmutados que utilizan como etapas de potencia los convertidores resonantes estudiados en los capítulos precedentes.

Se inicia el capítulo con un apartado introductorio cuya finalidad es presentar los conceptos básicos y los métodos de diseño tradicionales del control en modo de deslizamiento. En el siguiente apartado se propone un nuevo procedimiento de diseño basado en el segundo método de Lyapunov, con el que se pretenden eliminar los inconvenientes de los métodos de diseño clásicos.

Los apartados restantes están dedicados al estudio del control mediante estos métodos de diseño, con objeto de comparar y seleccionar el que confiera al regulador las prestaciones más satisfactorias.

4.2. DISEÑO DE CONTROLADORES EN MODO DESLIZAMIENTO BASADO EN EL MÉTODO DEL CONTROL EQUIVALENTE

4.2.1. INTRODUCCIÓN

En los años 50, un grupo de investigadores de la Unión Soviética encabezados por Emelyanov propusieron y elaboraron una técnica de control para sistemas de estructura variable, que dotaba a estos sistemas de una rápida respuesta transitoria y baja sensibilidad frente a perturbaciones externas.

Desde los trabajos iniciales que consideraban una planta lineal de segundo orden hasta hoy día, el control en modo de deslizamiento ha sido utilizado en muy diversas aplicaciones como por ejemplo: movimiento de robots, motores de continua, síncronos y de inducción, vehículos eléctricos, servomecanismos, procesos químicos, ... [54].

En el caso general de sistemas con múltiples entradas de control, la técnica de control en modo de deslizamiento define un conjunto de discontinuidades en el espacio de estado, denominadas superficies de deslizamiento o de conmutación, que dividen el espacio de estado en subespacios caracterizados por diferentes valores de las variables de control, y en consecuencia, subespacios donde el sistema adquirirá diferente comportamiento dinámico.

La adecuada selección de las superficies de deslizamiento y la correcta asignación de los valores de las entradas de control a cada subespacio provocará que el estado del sistema se dirija hacia la intersección de todas las superficies, y permanezca sobre la misma cuando esta haya sido alcanzada. En este caso, el movimiento restringido del estado del sistema sobre la intersección de las superficies (régimen deslizante), provoca que el sistema presente un comportamiento dinámico de orden reducido, lo que resulta en una disminución de la sensibilidad frente a ciertos parámetros del sistema [51][52][53].

Los convertidores conmutados pueden ser descritos muy acertadamente como sistemas de estructura variable, ya que la topología efectiva de la etapa de potencia se modifica en función del estado de los interruptores. Con la introducción del control se gobierna el tiempo de validez de cada topología y la secuencia en que estas topologías deben seleccionarse, para controlar alguna de las características de la potencia entregada a la carga. En consecuencia, la técnica de control en modo de deslizamiento aparece como una opción natural para el control de este tipo de circuitos [56].

4.2.2. MODELADO DEL SISTEMA Y ESTRUCTURA DEL CONTROLADOR

Considérese un sistema no lineal en el espacio de estado y lineal en el control, de manera que sus ecuaciones de estado puedan expresarse como:

$$\dot{x}(t) = f(x, t) + \sum_{i=1}^m g_i(x, t) \cdot u_i(x, t) \quad (4.1)$$

donde el vector de estado $x \in \mathbb{R}^n$, las entradas de control $u_i(x, t) \in \mathbb{R}$ y $f(x, t), g_i(x, t) \in \mathbb{R}^n$. Además, los campos vectoriales f y g deben ser continuos y con derivadas respecto al vector de estado también continuas.

La estructura de un controlador en modo de deslizamiento para este tipo de sistemas consiste en un conjunto de superficies de conmutación $S_i(x, t)$ y de sus leyes de control asociadas, las cuales pueden ser expresadas como:

$$u_i(x, t) = \begin{cases} u_i^+(x, t), & \text{para } S_i(x, t) > 0 \\ u_i^-(x, t), & \text{para } S_i(x, t) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.2)$$

En el caso de los reguladores conmutados, las leyes de control se simplifican de forma considerable, ya que las entradas de control toman únicamente valores discretos, asociados al estado de los interruptores, y por otra parte, las superficies de conmutación no presentan una dependencia explícita con el tiempo. En consecuencia, las leyes de control pueden escribirse como:

$$u_i = \begin{cases} u_i^+, & \text{para } S_i(x) > 0 \\ u_i^-, & \text{para } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.3)$$

donde las entradas u_i^+ y u_i^- pueden tomar los valores 1, 0 o -1.

4.2.3. CONDICIONES PARA LA EXISTENCIA DE UN RÉGIMEN DESLIZANTE

Se dice que existe un modo de deslizamiento, o régimen deslizante, si en la vecindad de la superficie de conmutación $S_i(x)$ las acciones de control oportunas consiguen que el vector velocidad \dot{x} esté siempre dirigido hacia la superficie. En consecuencia, si la trayectoria de estado cruza la superficie de conmutación en un instante t_0 , en adelante las trayectorias permanecerán sobre la superficie:

$$S_i(x(t)) = 0, \quad \forall t \geq t_0 \quad (4.4)$$

en ese caso puede hablarse de la existencia de un modo de deslizamiento ideal sobre $S_i(x) = 0$.

Para garantizar que las trayectorias permanezcan sobre la superficie es necesario que la frecuencia de conmutación sea infinita. Sin embargo, debido a efectos de histéresis, retardos, etc. presentes en los sistemas reales, la frecuencia de conmutación es finita, y en consecuencia, la trayectoria de estado evoluciona alrededor de la superficie de deslizamiento, provocando la aparición de un rizado conocido como *chattering*. En una primera aproximación, si la frecuencia de conmutación es muy elevada respecto a la dinámica del sistema, los efectos del *chattering* pueden ser despreciados [51].

Las condiciones de Utkin, también conocidas como condiciones de alcanzabilidad local de la superficie de deslizamiento, garantizan la existencia de un modo de deslizamiento sobre $S_i(x)$, al imponer que en las cercanías de la superficie de deslizamiento la trayectoria de estado converge hacia la superficie (véase Fig.4.1). Estas condiciones pueden expresarse como [48]:

$$\lim_{S_i \rightarrow 0^+} \langle \nabla S_i, x \rangle < 0 \Leftrightarrow \lim_{S_i \rightarrow 0^+} \langle \nabla S_i, h + g_i u_i^+ \rangle < 0 \quad (4.5a)$$

$$\lim_{S_i \rightarrow 0^-} \langle \nabla S_i, x \rangle > 0 \Leftrightarrow \lim_{S_i \rightarrow 0^-} \langle \nabla S_i, h + g_i u_i^- \rangle > 0 \quad (4.5b)$$

siendo $\langle \cdot, \cdot \rangle$ el producto escalar de dos vectores, y:

$$h(x, t) = f(x, t) + \sum_{j \neq i} g_j(x, t) \cdot u_j \quad (4.6)$$

De forma equivalente, las condiciones anteriores pueden escribirse como:

$$S_i \cdot \dot{S}_i < 0 \quad (4.7)$$

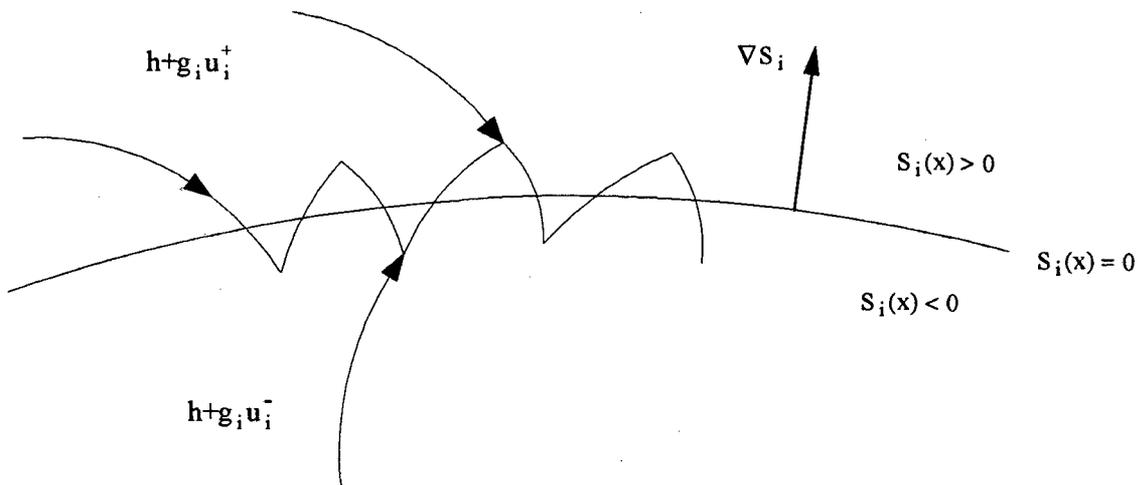


Fig.4.1. Régimen deslizante sobre la superficie de conmutación $S_i(x)$

donde el término \dot{S}_i indica:

$$\dot{S}_i = \frac{\partial S_i}{\partial t} + \frac{\partial S_i}{\partial x} \cdot \frac{\partial x}{\partial t} = 0 + \langle \nabla S_i, x \rangle \quad (4.8)$$

La condición de Utkin expresada en (4.7) se utiliza frecuentemente en el diseño de las leyes de control, debido a su forma compacta y a su carácter general. Nótese que la expresión anterior contempla la posibilidad que la superficie $S_i(x)$ presente una dependencia explícita con el tiempo.

4.2.4. CONTROL EQUIVALENTE

El diseño del control en modo de deslizamiento se realiza habitualmente en dos pasos. En primer lugar se eligen unas superficies de conmutación que proporcionan el comportamiento deseado al sistema, y seguidamente, se establecen las leyes de control adecuadas de forma que el sistema alcance la curva intersección de las superficies elegidas, y a partir de ese momento, deslice sobre la misma hasta alcanzar el punto de equilibrio estable deseado.

En general, las superficies de conmutación pueden ser funciones no lineales, aunque en los diseños prácticos suelen ser habituales las lineales, de manera que:

$$S_i(x) = a \cdot x + b = \sum_{i=1}^n a_i \cdot x_i + b \quad (4.9)$$

siendo a_i y b coeficientes constantes.

Una vez elegidas las superficies de conmutación, se debe definir un criterio determinado para asignar los valores a las entradas de control u_i^+ y u_i^- , de forma que las leyes de control resultantes dirijan las trayectorias de estado hacia la curva intersección de las superficies de deslizamiento.

La técnica clásica utilizada para establecer las leyes de control es la conocida como método del control equivalente [48]. Este método puede estructurarse en los siguientes pasos:

- 1) Cálculo del control equivalente.
- 2) Cálculo del dominio de atracción.
- 3) Definición de las leyes de control.

A continuación se describe con detalle cada uno de estos conceptos y se presentan una serie de condiciones necesarias para la controlabilidad de un sistema mediante las técnicas de control en modo de deslizamiento.

El control equivalente u_{ieq} es el valor que debería tomar la entrada de control u_i , para que una vez alcanzada la superficie de deslizamiento $S_i(x)$, las trayectorias de estado se mantuviesen sobre la superficie (véase Fig.4.2).

El valor del control equivalente se obtiene a partir de las condiciones de invarianza, que expresan el hecho de que, una vez alcanzada la superficie de deslizamiento, la dinámica del sistema debe permanecer sobre la superficie:

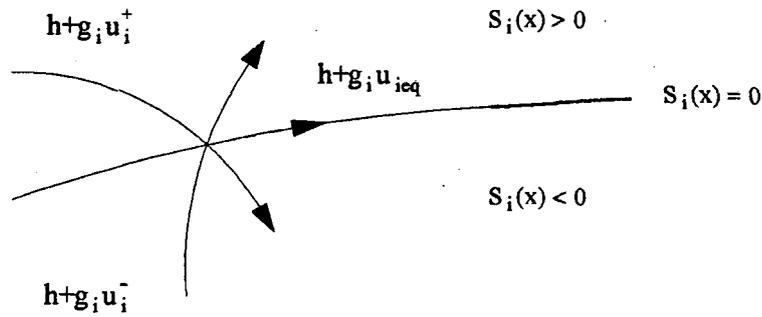


Fig.4.2. Control equivalente y régimen deslizante ideal sobre $S_i(x)$

$$S_i(x) = 0 \quad \text{y} \quad \dot{S}_i(x) = 0 \quad (4.10)$$

Considerando que $u_i = u_{ieq}$ en régimen deslizante sobre $S_i(x)$, y sustituyendo (4.1) en (4.10), se obtiene:

$$u_{ieq} = - \frac{\langle \nabla S_i, h \rangle}{\langle \nabla S_i, g_i \rangle} \quad (4.11)$$

Obsérvese que una condición necesaria para la existencia de un régimen deslizante sobre $S_i(x)$ es que el producto escalar $\langle \nabla S_i, g_i \rangle$ sea no nulo. Esta condición, conocida como condición de transversalidad, establece que el campo vectorial g_i no puede ser tangente a la superficie de deslizamiento $S_i(x)$, ya que en caso contrario las acciones de control no podrán dirigir a las trayectorias de estado hacia la superficie de conmutación.

El comportamiento del sistema sobre la superficie de deslizamiento $S_i(x)$ se obtiene al sustituir u_{ieq} en (4.1). La dinámica descrita por estas ecuaciones, que se denomina dinámica deslizante ideal sobre $S_i(x)$, debe cumplir las n ecuaciones de estado del sistema, y al mismo tiempo, la condición $S_i(x) = 0$, de manera que la dinámica deslizante ideal corresponderá a la de un sistema de orden $n-1$.

A medida que el sistema se dirige hacia la intersección de las superficies de deslizamiento pueden ir apareciendo modos de deslizamiento locales que provocan que el sistema presente un comportamiento de orden reducido. Una vez establecido un régimen deslizante sobre la intersección de las superficies de conmutación, el comportamiento del sistema deberá verificar las m condiciones $S_1(x) = 0, \dots, S_m(x) = 0$, y en consecuencia, la dinámica deslizante ideal corresponderá a la de un sistema $n-m$.

Finalmente, recuérdese que las entradas de control en el caso de los convertidores conmutados pueden tomar únicamente valores discretos. En consecuencia, el control equivalente no se corresponderá con un valor realmente alcanzable por estas variables, que irán tomando sucesivamente los valores discretos posibles. De hecho el valor medio de las entradas de control coincide con el valor del control equivalente, como se demuestra en [48]:

$$\langle u_i \rangle = u_{ieq} \quad i = 1, \dots, m \quad (4.12)$$

4.2.5. DOMINIO DE ATRACCIÓN

Un dominio de atracción local es aquella región del espacio de estado en la vecindad de la superficie de conmutación $S_i(x) = 0$ en la que las acciones de control permiten que se establezca un modo de deslizamiento. En consecuencia, se corresponde con la región donde se cumple la siguiente condición:

$$\min \{u_i^+, u_i^-\} < u_{ieq} < \max \{u_i^+, u_i^-\} \quad (4.13)$$

La expresión (4.13) está relacionada con las condiciones de Utkin (4.5), de manera que esta relación establece una condición necesaria y suficiente para la existencia de un régimen deslizante sobre $S_i(x) = 0$, ya que:

- 1) Tiene que existir u_{ieq} , entonces debe cumplirse la condición de transversalidad (condición necesaria).
- 2) Se cumplen las condiciones de Utkin (condición suficiente).

Realmente interesa que exista un régimen deslizante sobre la intersección de las m superficies de conmutación, independientemente de como esta intersección sea alcanzada, bien de forma directa o mediante la existencia de modos de deslizamiento locales en las superficies de conmutación. En consecuencia, el dominio de atracción de interés será la intersección de las regiones de existencia locales, que cumplen la expresión (4.13) para $i=1, 2, \dots, m$.

Es interesante diferenciar el concepto de región de atracción, que tiene únicamente validez en un entorno reducido de las superficies de deslizamiento, del concepto de región del espacio de estado desde la que se podría iniciar con total seguridad un régimen deslizante, que generalmente se corresponde con una zona extensa del espacio de estado. No obstante, si la intersección de las condiciones (4.13) para $i=1, 2, \dots, m$ se cumple para todo el espacio de estado, puede asegurarse que todas las trayectorias del espacio convergen hacia la intersección de las superficies, independientemente del punto de inicio de las mismas.

4.2.6. DISEÑO DE LAS LEYES DE CONTROL

Después de elegir las superficies de deslizamiento y verificar las condiciones de existencia de régimen deslizante, el último paso en el diseño del control consiste en asignar convenientemente los valores de las entradas de control.

La aplicación del método del control equivalente a los convertidores conmutados permite realizar esta asignación de forma directa a partir de las condiciones de Utkin. Para ello, se reescribe (4.5):

$$\langle \nabla S_i, h \rangle + \langle \nabla S_i, g_i \rangle \cdot u_i^+ < 0 \quad (4.14a)$$

$$-\langle \nabla S_i, h \rangle - \langle \nabla S_i, g_i \rangle \cdot u_i^- < 0 \quad (4.14b)$$

sumando ambas expresiones, se obtiene:

$$\langle \nabla S_i, g_i \rangle \cdot (u_i^+ - u_i^-) < 0 \quad (4.15)$$

de modo que:

$$\text{si } \langle \nabla S_i, g_i \rangle > 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} u_i^+ = u_{i\min} \\ u_i^- = u_{i\max} \end{cases} \quad (4.16a)$$

$$\text{si } \langle \nabla S_i, g_i \rangle < 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} u_i^+ = u_{i\max} \\ u_i^- = u_{i\min} \end{cases} \quad (4.16b)$$

En consecuencia, las leyes de control se determinan mediante el signo del producto escalar del gradiente de la superficie de deslizamiento y del campo vectorial del vector velocidad que es directamente accesible a la entrada de control.

4.2.7. CONCLUSIONES

En este apartado se han presentado las nociones fundamentales de la técnica de control en modo de deslizamiento en sistemas de estructura variable. Estos fundamentos han sido utilizados para introducir el procedimiento clásico de diseño del control: el método del control equivalente.

El proceso de diseño del lazo de control consiste básicamente en los pasos que se indican a continuación:

- 1) Elección de las superficies de conmutación adecuadas a la dinámica deseada para el sistema.
- 2) Verificación de las condiciones necesarias para la existencia de régimen deslizante y la controlabilidad del sistema en lazo cerrado.
- 3) Desarrollo de las leyes de control que aseguran el régimen deslizante sobre las superficies de deslizamiento elegidas.

De hecho, como se verá a lo largo del presente capítulo, el método del control equivalente es una herramienta fundamental y de gran utilidad en el diseño de controladores en modo de deslizamiento. No obstante, la obtención de un lazo de control que garantice el comportamiento deseado en el sistema precisa generalmente de un esfuerzo considerable, debido a la propia concepción del método de diseño.

En el peor de los casos, la superficie de conmutación elegida cumplirá las condiciones de existencia de régimen deslizante, lo que da paso al cálculo del control equivalente, el dominio de atracción, y la dinámica deslizante ideal. Entonces, una vez aplicado casi la totalidad del método, el punto de equilibrio sobre la superficie elegida puede resultar inestable, y en consecuencia, debe iniciarse el método de nuevo con otra superficie de conmutación distinta.

En el próximo apartado, se propone un nuevo método de diseño de controladores en modo de deslizamiento que elimina el inconveniente comentado con anterioridad.

4.3. DISEÑO DE CONTROLADORES EN MODO DESLIZAMIENTO BASADO EN EL SEGUNDO MÉTODO DE LYAPUNOV

4.3.1. INTRODUCCIÓN

El principal inconveniente del diseño de controladores en modo de deslizamiento mediante el método del control equivalente reside en que la controlabilidad del sistema en lazo cerrado no puede asegurarse hasta que el procedimiento de diseño ha sido aplicado totalmente, lo que lleva asociado en la mayoría de los casos un importante esfuerzo en la utilización del método.

En este apartado se propone un nuevo procedimiento de diseño que toma como punto de partida el segundo método de Lyapunov, lo que garantiza ya inicialmente la estabilidad del sistema en lazo cerrado. Además, la aplicación del nuevo método a un convertidor conmutado permite derivar las superficies de deslizamiento y las leyes de control, que garantizan estabilidad global en el sistema.

El apartado se inicia con la presentación de los fundamentos del nuevo método de diseño. En particular, se deriva la función de Lyapunov adecuada que permite verificar la estabilidad en lazo abierto de cualquier convertidor conmutado.

Seguidamente se desarrolla el procedimiento de diseño del control basado en Lyapunov, y se aplica a un conjunto de convertidores con objeto de comprobar la validez del método y derivar las prestaciones de los sistemas que lo utilizan.

4.3.2. ESTABILIDAD DE UN CONVERTIDOR CONMUTADO EN LAZO ABIERTO

Considérese una situación en lazo abierto, en la que los interruptores de un convertidor conmutado operan de acuerdo con una secuencia de activación determinada, lo que proporcionará un punto de funcionamiento específico en el convertidor.

En esa situación, se definen unas tensiones y corrientes incrementales para cada elemento del convertidor como:

$$\Delta v(t) = v(t) - V \quad \Delta i(t) = i(t) - I \quad (4.17)$$

donde V e I representan las tensiones y corrientes correspondientes al punto nominal de funcionamiento y $v(t)$ e $i(t)$ son los valores instantáneos de estas variables.

Aplicando el Teorema de Tellegen a los elementos de cualquier topología del convertidor, se obtiene [55]:

$$\sum_{\text{fuentes}} \Delta v \cdot \Delta i + \sum_{\text{int.}} \Delta v \cdot \Delta i + \sum_{\text{res.}} \Delta v \cdot \Delta i + \sum_{\text{ind.}} \Delta v \cdot \Delta i + \sum_{\text{cap.}} \Delta v \cdot \Delta i = 0 \quad (4.18)$$

Los sumatorios correspondientes a las fuentes y a los interruptores son siempre nulos, ya que cualquier incremento en tensión o en corriente de estos elementos será necesariamente cero.

El tercer sumatorio de (418) es siempre no negativo, ya que cada uno de sus términos será positivo o nulo como resultado del comportamiento pasivo de las resistencias. De hecho,

este sumatorio puede ser interpretado como la potencia incremental disipada en las resistencias respecto al punto de funcionamiento nominal.

Los dos últimos sumatorios representan la dinámica temporal de la energía incremental almacenada en el convertidor:

$$\frac{d}{dt} V(\Delta x) = \sum_{\text{ind.}} \Delta v \cdot \Delta i + \sum_{\text{cap.}} \Delta v \cdot \Delta i = \Delta v_{\text{ind}}^t \cdot \Delta i_{\text{ind}} + \Delta v_{\text{cap}}^t \cdot \Delta i_{\text{cap}} \quad (4.19)$$

donde:

$$V(\Delta x) = \frac{1}{2} \Delta i_{\text{ind}}^t \cdot L \cdot \Delta i_{\text{ind}} + \frac{1}{2} \Delta v_{\text{cap}}^t \cdot C \cdot \Delta v_{\text{cap}} \quad (4.20)$$

y L y C son matrices de inductancias y capacitancias con coeficientes constantes y positivos, y Δv_{ind}^t , Δv_{cap}^t y Δi_{ind}^t son las matrices transpuestas de Δv_{ind} , Δv_{cap} y Δi_{ind} , respectivamente.

La energía incremental $V(\Delta x)$ es una función cuadrática de las variables de estado del convertidor, y como consecuencia, es una función definida positiva. Además, la derivada temporal de $V(\Delta x)$ es continua y verifica la siguiente expresión:

$$\frac{d}{dt} V(\Delta x) = - \sum_{\text{res.}} \Delta v \cdot \Delta i \leq 0 \quad (4.21)$$

ya que la expresión (4.18) se cumple para cualquier topología del convertidor.

Por lo tanto, la operación de un convertidor conmutado en lazo abierto, excitado mediante una secuencia de activación determinada, presenta un comportamiento estable en gran señal, ya que la energía incremental almacenada en sistema $V(\Delta x)$ es una función de Lyapunov para el punto nominal de funcionamiento correspondiente a la secuencia de conmutación dada.

4.3.3. DISEÑO DE LAS SUPERFICIES DE DESLIZAMIENTO Y LAS LEYES DE CONTROL

En el presente subapartado se introduce un procedimiento de diseño de controladores en modo de deslizamiento, basado en la función de Lyapunov utilizada en el subapartado anterior. El método de diseño, de fácil aplicación, permite derivar la estructura de las superficies de conmutación y las leyes de control, que garantizan un comportamiento óptimo en cuanto a estabilidad del sistema.

En primer lugar, se define un nuevo vector de estado Δx y un nuevo conjunto de entradas de control Δu , de la forma:

$$\Delta x = x - X \quad \Delta u = u - U_{\text{eq}} \quad (4.22)$$

donde X representa el estado de equilibrio del sistema y U_{eq} representa el control equivalente en el punto de equilibrio. En este caso, el modelo incremental del sistema, utilizando (4.1) y (4.22), puede ser expresado como:

$$\Delta \dot{x} = \dot{x} = h(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot \Delta u_i \quad (4.23)$$

donde:

$$h(x) = f(x) + \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot U_{ieq} \quad (4.24)$$

El punto de equilibrio del sistema (4.1) será asintóticamente estable si una función escalar definida positiva $V(x)$, con primeras derivadas parciales continuas, satisface la siguiente condición:

$$\dot{V}(\Delta x) < 0 \quad (4.25)$$

Como en el caso estudiado en el subapartado anterior, se ha elegido la función de Lyapunov $V(x)$ como la función energía incremental del sistema:

$$V(\Delta x) = \frac{1}{2} \Delta x^t Q \Delta x \quad (4.26)$$

donde Q es una matriz simétrica con coeficientes constantes y positivos, y Δx^t es la transpuesta de Δx .

Sustituyendo (4.26) en (4.25), se obtiene:

$$\Delta x^t Q h(x) + \Delta x^t Q \sum_{i=1}^m g_i(x) \cdot \Delta u_i < 0 \quad (4.27)$$

El término $\Delta x^t Q h(x)$ es siempre negativo, ya que corresponde a una situación en lazo abierto ($u_i = U_{eq,i} \Leftrightarrow \Delta u_i = 0, i = 1, \dots, n$) en la que cualquier convertidor conmutado presenta un comportamiento estable, como se demostró en el subapartado anterior.

En tal caso, un posible método de diseño del control consiste en elegir cada entrada Δu_i de acuerdo con el signo de cada expresión $\Delta x^t Q g_i(x)$, de forma que los productos $\Delta x^t Q g_i(x) \cdot \Delta u_i$ sean siempre negativos, lo que garantiza que la expresión (4.27) se cumpla [82].

Por lo tanto, las leyes de control pueden ser expresadas como:

$$\Delta u_i = \begin{cases} 0 - U_{ieq}, & \text{para } \Delta x^t Q g_i(x) > 0 \\ 1 - U_{ieq}, & \text{para } \Delta x^t Q g_i(x) < 0 \end{cases} \quad (4.28)$$

o, de forma equivalente,

$$u_i = \begin{cases} 1, & \text{para } S_i(x) > 0 \\ 0, & \text{para } S_i(x) < 0 \end{cases} \quad \text{con: } S_i(x) = -\Delta x^t Q g_i(x) \quad (4.29)$$

Es importante destacar que el nuevo método de diseño no sustituye al método del control equivalente, si no que lo complementa. De hecho, la aplicación del método de diseño basado en Lyapunov proporciona la estructura del controlador que garantiza un comportamiento óptimo en cuanto a estabilidad, mientras que la utilización del método del control equivalente facilita condiciones de diseño sobre los parámetros del controlador.

En consecuencia, el diseño de un controlador en modo de deslizamiento debe estructurarse en los puntos que se enumeran a continuación:

- 1) Aplicación del método basado en Lyapunov:
 - a) Modelado del sistema.
 - b) Cálculo de los puntos de equilibrio.
 - c) Obtención de la función de Lyapunov.
 - d) Obtención de las superficies de deslizamiento.
 - e) Obtención de las leyes de control.
- 2) Aplicación del método del control equivalente:
 - a) Cálculo del control equivalente.
 - b) Cálculo del dominio de atracción.
 - c) Obtención de las condiciones de diseño.

En general, las condiciones de diseño sobre los parámetros del control se derivan al imponer que el punto de equilibrio del sistema pertenezca al dominio de atracción.

4.3.4. APLICACIÓN A CONVERTIDORES RESONANTES *QUANTUM*

El presente subapartado tiene como objetivo el diseño de los lazos de control de los convertidores resonantes *Quantum* mediante el método propuesto en el subapartado anterior. El estudio de los controladores derivados de la aplicación del método de diseño, junto con los resultados de simulación de los convertidores en lazo cerrado, permitirá verificar la validez del método y proporcionará las prestaciones de los reguladores conmutados que lo utilizan.

El método de diseño de controladores en modo de deslizamiento desarrollado en el subapartado 4.3.3. toma como punto de partida una descripción adecuada de la etapa de potencia del convertidor. En el caso de los convertidores resonantes *Quantum*, el diseño del control se realiza a partir de los modelos promediados obtenidos en el capítulo 3.

A modo de ejemplo de aplicación detallada del diseño del control se utiliza un convertidor *Buck* QSRC. La ecuación de estado en variables promediadas del convertidor se reescribe a continuación en forma matricial con el fin de ajustarse a la notación sistemática del método de diseño:

$$\dot{x} = f(x) + g(x) \cdot u \quad (4.30)$$

donde:

$$x = \begin{bmatrix} \bar{i}_L & \bar{v}_o \end{bmatrix}^t \quad f(x) = \begin{bmatrix} -\frac{\bar{v}_o}{L_{eq}} & \frac{1}{C_o} \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \end{bmatrix}^t \quad g(x) = \begin{bmatrix} E/L_{eq} & 0 \end{bmatrix}^t \quad (4.31)$$

Los puntos de equilibrio del sistema se obtienen igualando a cero el vector velocidad (4.30), de forma que:

$$\bar{i}_{LEQ} = \frac{\bar{v}_{oEQ}}{R} \quad (4.32)$$

Dado que se pretende realizar un regulador CC/CC de tensión, el objetivo fundamental

será estabilizar la tensión de salida. Para ello, si se toma una tensión de referencia externa V_{oref} , los puntos de equilibrio pueden reescribirse como:

$$\bar{i}_{LEQ} = \frac{V_{oref}}{R} \quad \bar{v}_{oEQ} = V_{oref} \quad (4.33)$$

y, en consecuencia, el vector de estado incremental $\Delta x(t)$ puede reescribirse como:

$$\Delta x(t) = [\Delta \bar{i}_L \quad \Delta \bar{v}_o]^t = \left[\bar{i}_L - \frac{V_{oref}}{R} \quad \bar{v}_o - V_{oref} \right]^t \quad (4.34)$$

Una vez establecido el punto de equilibrio deseado, se toma la función de Lyapunov como la energía incremental almacenada en el convertidor:

$$V(\Delta x) = \frac{1}{2} \Delta x^t Q \Delta x = \frac{1}{2} L_{eq} \left(\bar{i}_L - \frac{V_{oref}}{R} \right)^2 + \frac{1}{2} C_o (\bar{v}_o - V_{oref})^2 \quad (4.35)$$

de donde se deduce que $Q = \begin{bmatrix} L_{eq} & 0 \\ 0 & C_o \end{bmatrix}$.

En lazo abierto ($\Delta u_i = 0$), la derivada temporal de la función de Lyapunov coincide con la potencia incremental disipada en la carga cambiada de signo:

$$\dot{V}(\Delta x) = \Delta x^t Q h = -\frac{1}{R} (\bar{v}_o - V_{oref})^2 \leq 0 \quad (4.36)$$

lo que confirma el comportamiento estable del convertidor en esta situación.

La estructura del controlador que garantiza un comportamiento óptimo del convertidor en cuanto a estabilidad se obtiene sustituyendo (4.31), (4.34) y (4.35) en (4.29):

$$S = E \cdot \left(\frac{V_{oref}}{R} - \bar{i}_L \right) \quad u = \begin{cases} 1, & S(x) > 0 \\ 0, & S(x) < 0 \end{cases} \quad (4.37)$$

La superficie de deslizamiento anterior puede ser simplificada si se tiene en cuenta que la ley de control necesita únicamente el signo de la superficie y, además, que en un convertidor *Buck* QSRC la tensión de la fuente de entrada debe ser siempre positiva:

$$S = \frac{V_{oref}}{R} - \bar{i}_L \quad u = \begin{cases} 1, & S(x) > 0 \\ 0, & S(x) < 0 \end{cases} \quad (4.38)$$

Después de establecer la estructura del controlador, se aplica el método del control equivalente para determinar las condiciones de diseño sobre los parámetros del sistema.

La expresión del control equivalente se obtiene de (4.11):

$$u_{eq} = \frac{\bar{v}_o}{E} \quad (4.39)$$

La dinámica deslizante ideal describe la evolución del estado del convertidor sobre la superficie de conmutación cuando existe un régimen deslizante y los efectos del *chattering* son despreciables. En ese caso, sustituyendo (4.39) en (4.30) se obtiene:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = 0 \quad \Rightarrow \quad \bar{i}_{L_{EQ}} = \frac{V_{oref}}{R} \quad (4.40a)$$

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \quad \Rightarrow \quad \frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{RC_o} \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) \quad (4.40b)$$

Como puede observarse, el convertidor se comportará como un sistema lineal de primer orden respecto a las variables de estado promediadas, y además, presenta un comportamiento estable, como era de esperar ya que esta es la premisa fundamental del método de diseño utilizado.

La estabilidad del punto de equilibrio se deduce directamente de (4.40b) sin necesidad de integrar esta expresión, ya que si:

$$\begin{aligned} \bar{v}_o < V_{oref} &\Rightarrow \frac{d\bar{v}_o}{dt} > 0 \\ \bar{v}_o > V_{oref} &\Rightarrow \frac{d\bar{v}_o}{dt} < 0 \end{aligned}$$

tendiendo la tensión de salida en ambos casos al valor de la tensión de referencia.

En el convertidor *Buck* QSRC, la entrada de control sólo puede tomar los valores discretos 1 o 0, como se indicó anteriormente. De este modo, el dominio de atracción puede determinarse a partir de (4.13):

$$0 < u_{eq} < 1 \quad (4.41)$$

Sustituyendo el valor del control equivalente obtenido en (4.39) se llega a:

$$0 < \bar{v}_o < E \quad (4.42)$$

Como puede observarse, la región de existencia de régimen deslizante no se corresponde con todo el espacio de estado, y en consecuencia, existe una región donde el vector velocidad no apunta a la superficie de conmutación. No obstante un diseño adecuado de los parámetros del controlador permitirá que las trayectorias iniciadas desde cualquier punto del espacio de estado alcancen la superficie de conmutación y se establezca un régimen deslizante.

Para ello, es suficiente con imponer que el punto de equilibrio del convertidor esté ubicado dentro de la región de existencia. De modo que sustituyendo (4.33) en (4.42) se obtiene:

$$0 < V_{oref} < E \quad (4.43)$$

En consecuencia, como era de esperar, el convertidor *Buck* QSRC con control en modo de deslizamiento actuará únicamente como reductor de tensión.

Hasta aquí se ha realizado un estudio teórico completo de un regulador conmutado basado en un convertidor *Buck* QSRC y un controlador en modo de deslizamiento, que ha comprendido la concepción y el diseño del subsistema de control.

Utilizando la metodología aplicada al convertidor *Buck* QSRC para el caso de los restantes convertidores *Quantum* estudiados en el capítulo 3, se obtienen los controladores y las condiciones de diseño mostrados en las Tablas 4.1 y 4.2, donde:

Convertidor	Estructura del controlador	Condiciones de diseño
Buck QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{R} - \bar{i}_L \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$0 < V_{\text{oref}} < E$
Boost QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_o - \bar{i}_L \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$V_{\text{oref}} > E$
Buck-Boost QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot (E + \bar{v}_o) - \bar{i}_L \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$V_{\text{oref}} > 0$
Boost QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c - \bar{i}_s \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$V_{\text{oref}} > E$
Buck QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c - \bar{i}_f \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$0 < V_{\text{oref}} < E$
Cuk QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c - (\bar{i}_s + \bar{i}_f) \quad u^+ = 1, u^- = 0$	$V_{\text{oref}} > 0$
QSPRC	$S = A_s \cdot \frac{V_{\text{oref}}}{R} - \bar{i}_L \quad u^+ = 1, u^- = 0, -1$	$0 < V_{\text{oref}} < A_s \cdot E$
Q elevado	$S = (1 + A) \cdot \frac{V_{\text{oref}}}{Z_o} - \bar{i}_L \quad u^+ = 1, u^- = 0, -1$	$0 < V_{\text{oref}} < (1 + A)QE$

Tabla 4.1. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante una entrada de control

Conv	Estructura del controlador	Condiciones de diseño
QSRC	$S_1 = I_{\text{ref}} - \bar{i}_L \quad u_1^+ = 1, u_1^- = 0, -1$ $S_2 = \frac{V_{\text{oref}}}{I_{\text{ref}}} \cdot \bar{i}_L - \bar{v}_o \quad u_2^+ = 1, u_2^- = 0, -1$	$I_{\text{ref}} > \max \left[\frac{ V_{\text{oref}} }{R}, \frac{V_{\text{oref}}^2}{RE} \right]$ $V_{\text{oref}} > V_{\text{omin}}$
QPRC	$S_1 = \frac{V_{\text{oref}}^2}{REV_{\text{cref}}} \cdot \bar{v}_c - \bar{i}_s \quad u_1^+ = 0, -1, u_1^- = 1$ $S_2 = \frac{V_{\text{oref}}}{RV_{\text{cref}}} \cdot \bar{v}_c - \bar{i}_f \quad u_2^+ = 1, u_2^- = 0$	$V_{\text{cref}} > E$ $0 < V_{\text{oref}} < V_{\text{cref}}$

Tabla 4.2. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante dos entradas de control

$$A_s = \frac{8}{\pi^2} \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{\pi^2}{8} (1 + A) Q \frac{\omega_r}{\omega_0} \right]^2}$$

$$V_{\text{omin}} = \max \left[u_{1\text{min}} \cdot \sqrt{REI_{\text{ref}}}, u_{2\text{min}} \cdot RI_{\text{ref}} \right]$$

Como puede observarse en la Tabla 4.1, la superficie de conmutación para el convertidor QSPRC consta de un nivel de referencia de la corriente resonante promediada de difícil implementación. No obstante, en situaciones en las que el regulador alimente a cargas de elevado valor con respecto a la impedancia Z_0 (Q elevado), la superficie de conmutación se simplifica de forma considerable, ya que desaparecen los términos no lineales y la dependencia directa con el valor de la resistencia de carga.

4.3.5. REALIZACIÓN DE LOS CONTROLADORES

En el subapartado anterior se ha derivado la estructura de los controladores en modo de deslizamiento que garantizan un comportamiento óptimo en cuanto a estabilidad en los convertidores resonantes *Quantum*. Una vez efectuado un estudio teórico completo de estos reguladores conmutados, en este subapartado se presentan las líneas básicas a seguir para la realización de los subsistemas de control.

En general, el subsistema de control de estos sistemas de potencia se compone de una circuitería de sensado, una etapa de generación de las superficies de deslizamiento y las leyes de control, y un bloque de lógica de conmutación.

A modo de ejemplo, la Fig.4.3 muestra la estructura completa de dos reguladores conmutados, que incluye la topología de la etapa de potencia y el diagrama de bloques del lazo de control.

La concepción del subsistema de control de estos reguladores se ha llevado a cabo a partir de un modelo promediado de la etapa de potencia, y en consecuencia, tanto las superficies de deslizamiento como las leyes de control constan de variables de estado promediadas.

Una vez sensadas las variables necesarias para determinar el estado del convertidor, las variables promediadas asociadas a los circuitos resonantes se obtienen después de un rectificado y un filtrado de las variables de estado rápidas. Estas operaciones se realizan mediante un rectificador de onda completa y un filtro pasa-bajos (véase Fig.4.3).

Por otra parte, las variables de estado lentas son utilizadas directamente en el controlador, ya que pueden sustituir correctamente a sus valores medios en un semiperiodo de la frecuencia de resonancia (aproximación de bajo rizado).

La implementación de las superficies de conmutación se realiza mediante circuitos sumadores, multiplicadores y divisores, que toman como entradas las variables de estado promediadas y los niveles de referencia externos. La presencia de circuitos multiplicadores y divisores aumenta la complejidad de los subsistemas de control, ya que requieren de un laborioso proceso de calibración y disponen de un ancho de banda estrecho.

Para que las superficies de conmutación sean sensibles a las variaciones de la carga, es necesario realizar un sensado de la tensión y la corriente en la carga, y mediante un circuito

Control en Modo de Deslizamiento de Reguladores Conmutados Basados en Convertidores Resonantes

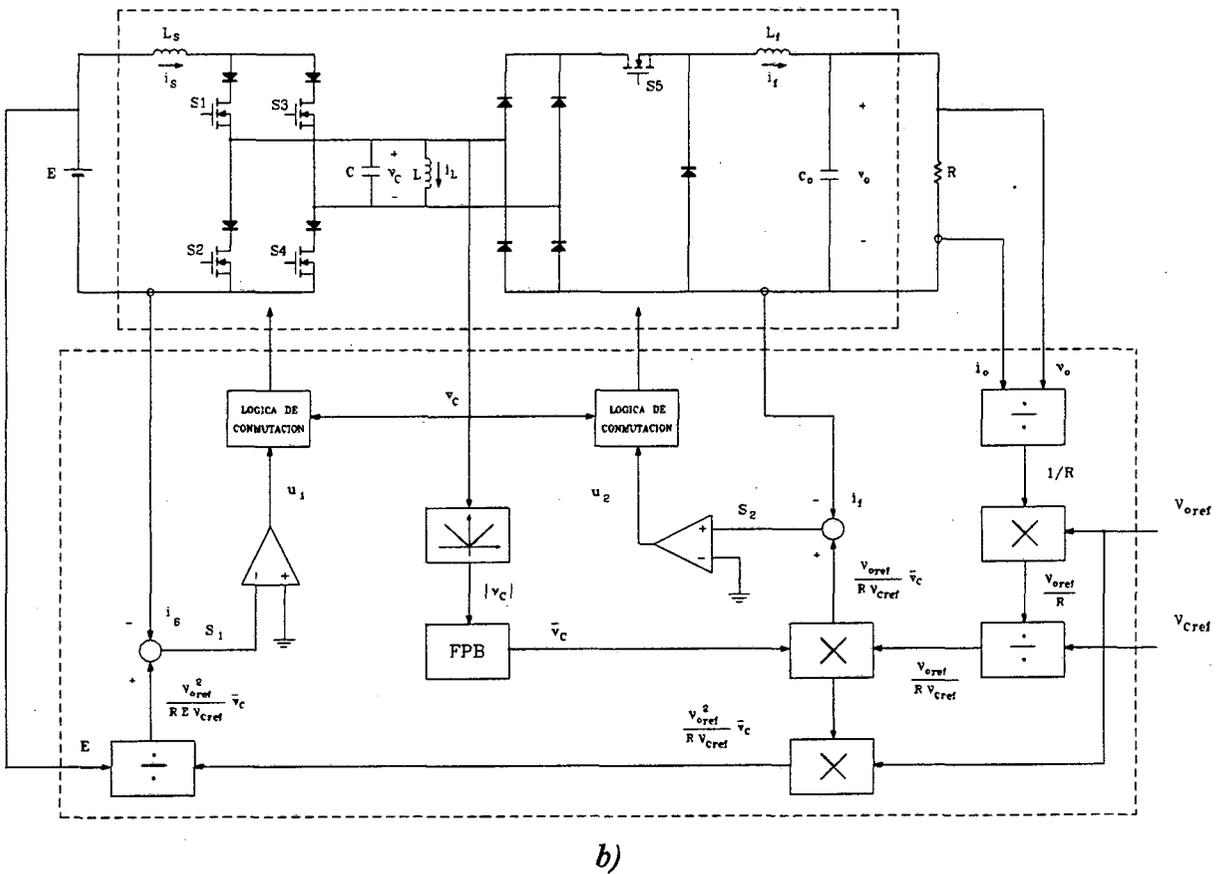
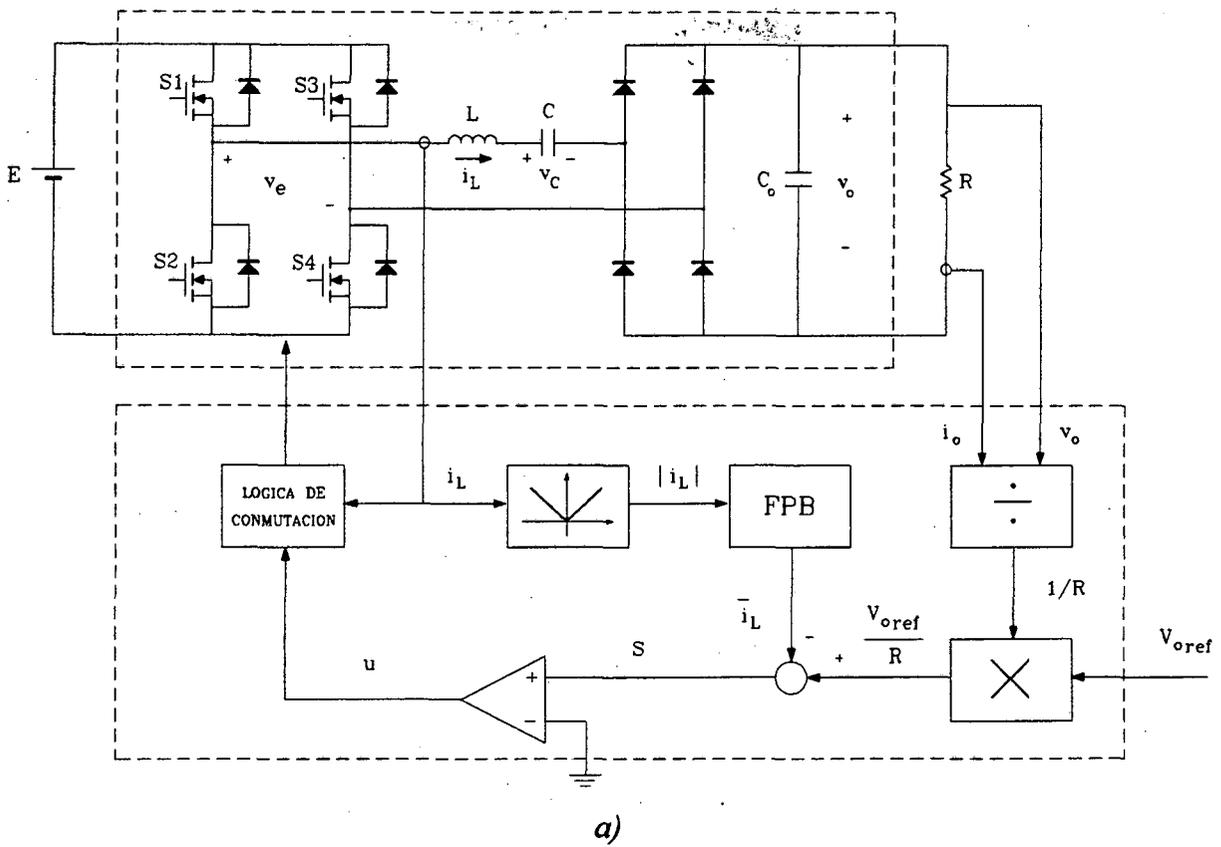


Fig.4.3. Reguladores conmutados basados en convertidores resonantes Quantum y controladores en modo de deslizamiento: a) Convertidor QSRC, b) Convertidor QPRC con dos entradas de control

divisor generar una variable R que suministre su valor instantáneo. Asimismo, para que el regulador QPRC sea sensible a las perturbaciones en la tensión de entrada, la superficie de conmutación S_1 incluye una muestra de esta tensión (véase Fig.4.3.b).

Finalmente, la ley de control se realiza mediante un simple comparador, que determina el signo de la superficie de deslizamiento, y un bloque adicional denominado *lógica de conmutación*. Este elemento realiza las funciones que se enumeran a continuación:

- 1) Permite que los cambios en la entrada de control se efectúen en sincronismo con los pasos por cero de la corriente en el inductor resonante o la tensión en el condensador resonante, lo que producirá pérdidas de conmutación prácticamente nulas.
- 2) Limita la máxima frecuencia de funcionamiento del regulador a la frecuencia de resonancia del convertidor.
- 3) Activa convenientemente los interruptores de la etapa de potencia de acuerdo con el valor de la entrada de control.

4.3.6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

El presente subapartado tiene como objetivo la verificación mediante simulación de la validez del método de diseño de controladores en modo de deslizamiento propuesto en este trabajo. Asimismo los resultados de simulación permitirán derivar las principales prestaciones de los reguladores conmutados que lo utilizan.

En primer lugar destacar que han sido probados todos los reguladores conmutados basados en los controladores en modo de deslizamiento que aparecen en las Tablas 4.1 y 4.2, proporcionando las características esperadas en cuanto a estabilidad, buena respuesta transitoria y baja sensibilidad frente a perturbaciones externas.

No obstante, para el presente subapartado se han seleccionado los resultados de simulación correspondientes a un regulador *Buck* QSRC y un regulador QSRC con dos entradas de control, con los siguientes parámetros:

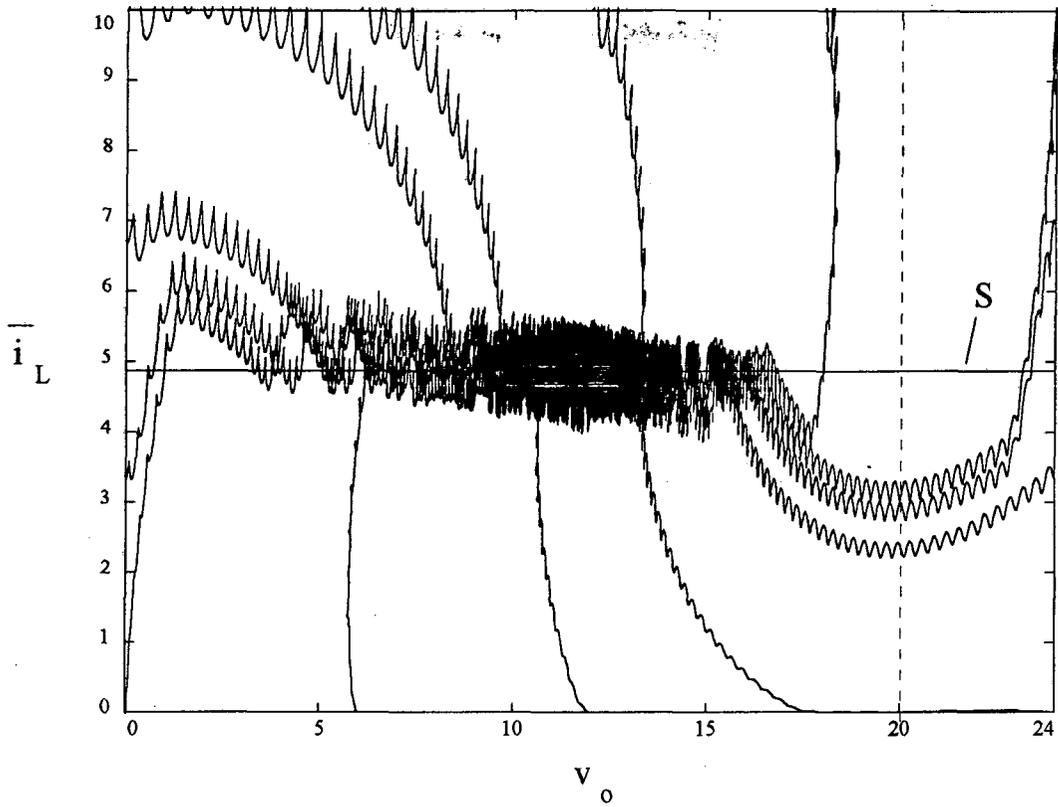
Buck QSRC: $E = 20V$, $L = 51\mu H$, $C = 56nF$, $C_o = 100\mu F$, $R = 2.5\Omega$, $V_{oref} = 12V$

QSRC: $E = 20V$, $L = 102\mu H$, $C = 6.2nF$, $C_o = 100\mu F$, $R = 10\Omega$, $I_{ref} = 9A$, $V_{oref} = 36V$

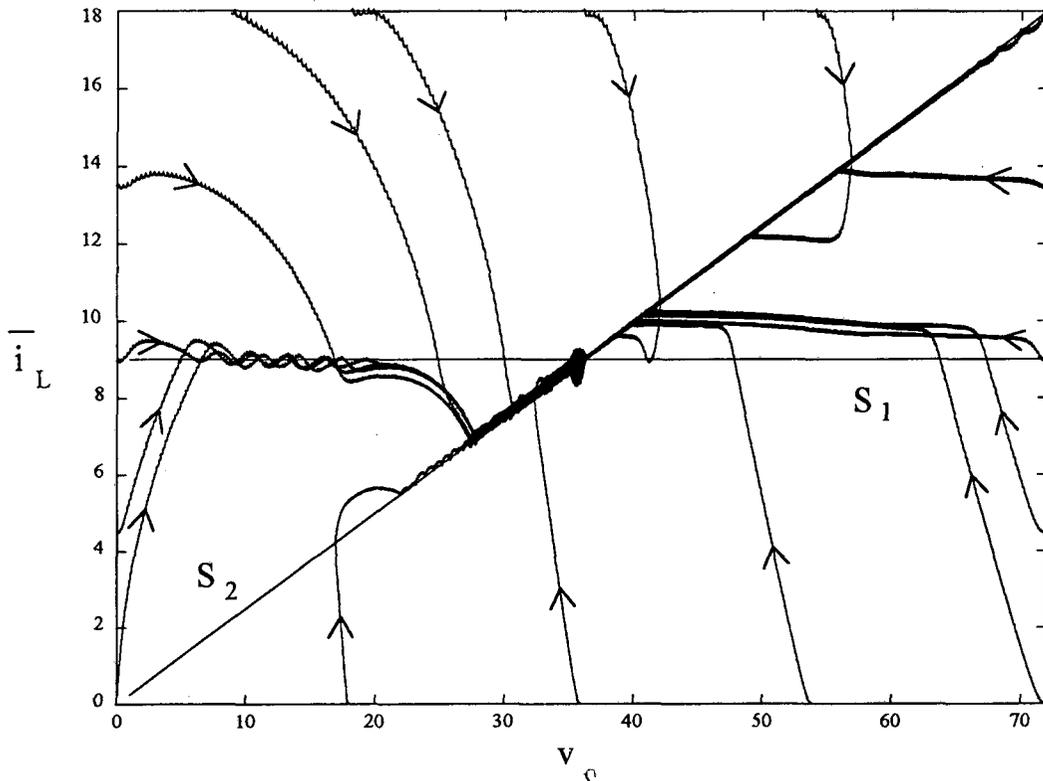
Con el fin de corroborar la estabilidad global de estos sistemas, la Fig.4.4 muestra las trayectorias en el plano de estado de ambos reguladores partiendo de distintas condiciones iniciales.

Como puede observarse en la figura, el rizado de las trayectorias de estado en el convertidor *Buck* QSRC es más importante que en el regulador QSRC. Este hecho se debe a que los elementos del tanque resonante se han elegido de forma que la frecuencia de resonancia del primer convertidor es aproximadamente la mitad que la frecuencia de resonancia del segundo (*Buck* QSRC: $f_o = 94.2kHz$, QSRC con dos entradas: $f_o = 200kHz$).

Por otra parte, cuando las trayectorias cruzan las superficies de conmutación fuera del dominio de atracción no se establece un régimen deslizante (véase Fig.4.4). Sin embargo, todas las trayectorias tienden al punto de equilibrio estable sobre la superficie de deslizamiento, independientemente si parten desde dentro o fuera del dominio de atracción.



a)



b)

Fig.4.4. Trayectorias en el plano de estado de los reguladores
 a) Buck QSRC, b) QSRC con dos entradas de control!

A continuación, se muestran los resultados de simulación en el dominio temporal del regulador *Buck* QSRC. En concreto, se presenta la respuesta temporal de la tensión de salida frente a perturbaciones en los parámetros del regulador.

En la Fig.4.5 se muestra un detalle de la evolución temporal de la superficie de conmutación, la corriente resonante y la entrada de control. Obsérvese como los cambios en la entrada de control se realizan de forma sincronizada con los pasos por cero de la corriente resonante, lo que produce pérdidas de conmutación prácticamente nulas.

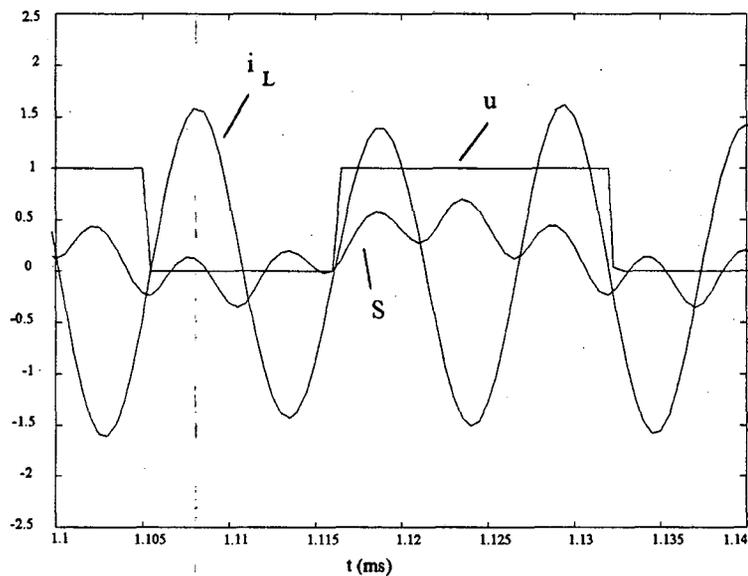
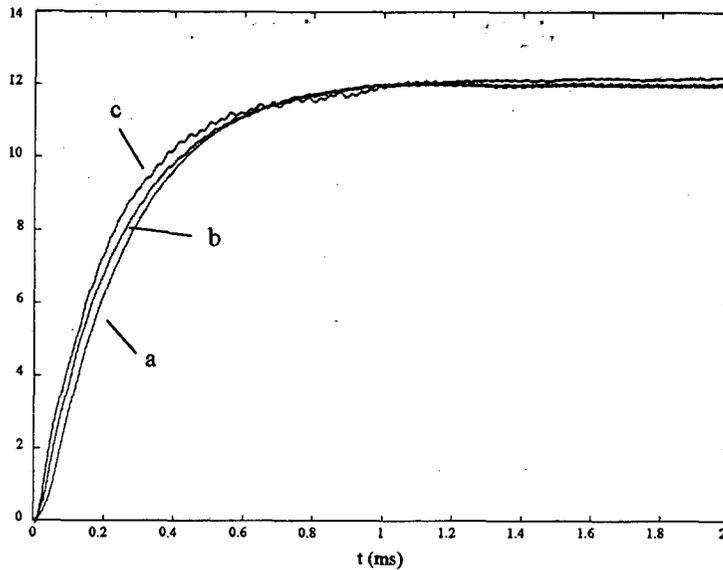


Fig.4.5. Detalle del sincronismo de la entrada de control con la corriente resonante

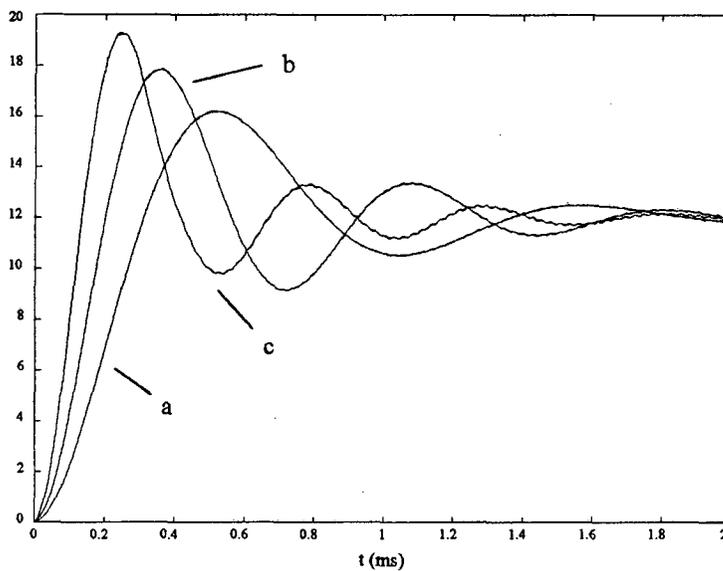
En la Fig.4.6 se compara la influencia del valor de los elementos del tanque resonante sobre la dinámica de la tensión de salida, en una situación en lazo cerrado y otra en lazo abierto. En ambos casos se modifica el valor del inductor y el condensador resonantes, manteniendo constante la frecuencia de resonancia, y, al mismo tiempo, se fija la tensión de salida a 12V. Para ello, en lazo abierto se excita el puente de interruptores con una secuencia periódica, que incluye tres modos de energización y dos de resonancia libre en un ciclo de control.

Obsérvese la gran sensibilidad de la tensión de salida en lazo abierto frente a la variación de estos elementos, que contrasta de forma considerable con la escasa variación que se aprecia en la situación de lazo cerrado. En concreto, un aumento del valor de la inductancia resonante produce una respuesta temporal más lenta de la tensión de salida en lazo abierto, aunque al mismo tiempo se produce un menor sobreimpulso en esta tensión. En consecuencia, el diseño de los elementos resonantes del convertidor en lazo cerrado se verá facilitado en gran medida por la baja sensibilidad de la tensión de salida.

Por otra parte, la influencia del valor de la capacidad de filtrado sobre la dinámica de la tensión de salida puede apreciarse en la Fig.4.7. La disminución de la capacidad de filtrado produce una mejora en la dinámica de la salida, aunque al mismo tiempo, aumenta el rizado de la tensión de salida. En consecuencia, la velocidad de respuesta y el rizado en la tensión de salida suponen una situación de compromiso en el diseño del filtro de salida.



1)



2)

Fig.4.6. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de los elementos del tanque: a) $L = 102\mu\text{H}$, $C = 28\text{nF}$; b) $L = 51\mu\text{H}$, $C = 56\text{nF}$; c) $L = 25.5\mu\text{H}$, $C = 112\text{nF}$

- 1) Convertidor Buck QSRC con control en modo de deslizamiento
- 2) Convertidor Buck QSRC en lazo abierto

La evolución de la tensión de salida para diversos valores de la tensión de referencia se muestra en la Fig.4.8. Como puede observarse en la figura, la tensión de salida real presenta un cierto error en régimen estacionario respecto a su valor de referencia deseado, que depende claramente del nivel de referencia.

Este fenómeno, evidentemente indeseado en el comportamiento de un regulador CC/CC, es común a los controladores derivados en el subapartado 4.3.3, lo que constituye uno de sus principales inconvenientes. En el próximo apartado, se discutirá tanto las posibles causas de la aparición del error como la forma en que este puede ser eliminado.

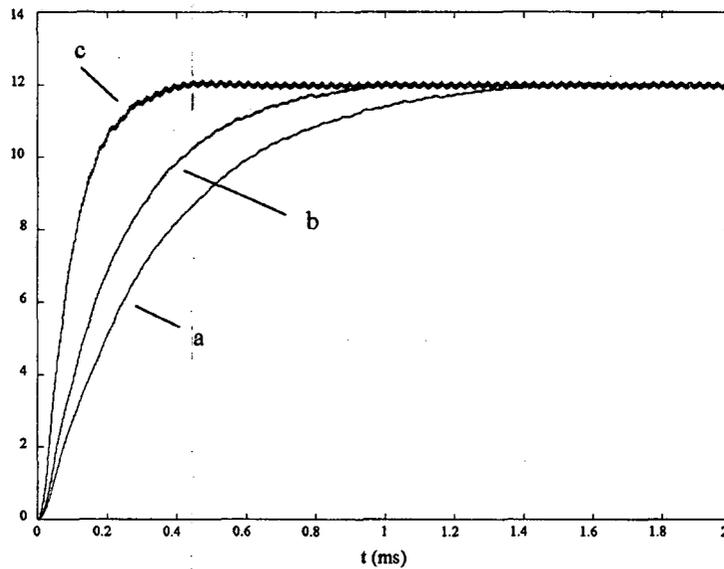


Fig.4.7. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores del filtro de salida:
 a) $C_o = 150\mu\text{F}$; b) $C_o = 100\mu\text{F}$; c) $C_o = 40\mu\text{F}$

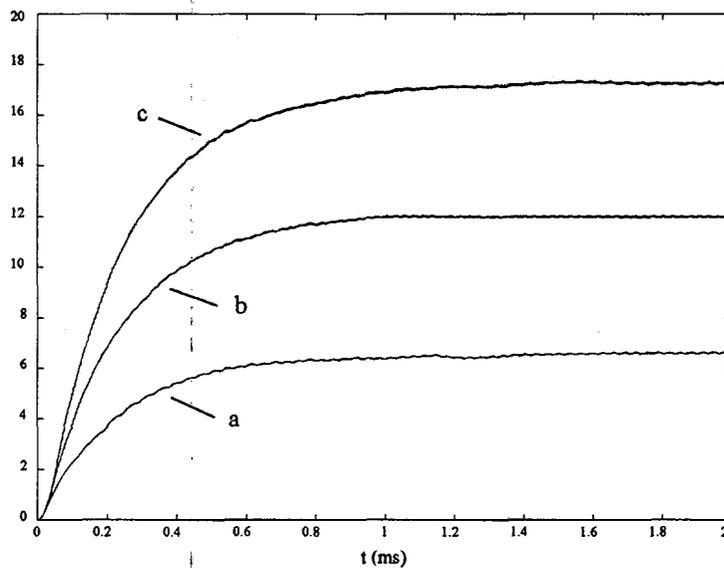


Fig.4.8. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la tensión de referencia: a) $V_{\text{oref}} = 6\text{V}$; b) $V_{\text{oref}} = 12\text{V}$; c) $V_{\text{oref}} = 18\text{V}$

Finalmente, las Fig.4.9 y 4.10 muestran la respuesta del regulador frente a perturbaciones de gran señal en la tensión de entrada y en la carga. En estas figuras se observa la baja influencia de las variaciones de la tensión de entrada sobre la tensión de salida, y la rápida respuesta del sistema frente a saltos en escalón en la carga. Este hecho se debe por un lado a que el punto de equilibrio del sistema no depende de la tensión de entrada, y por otro lado a que para la generación de la superficie de conmutación se ha sensado el valor instantáneo de la carga. No obstante, obsérvese de nuevo la aparición de error en la tensión de salida en régimen estacionario.

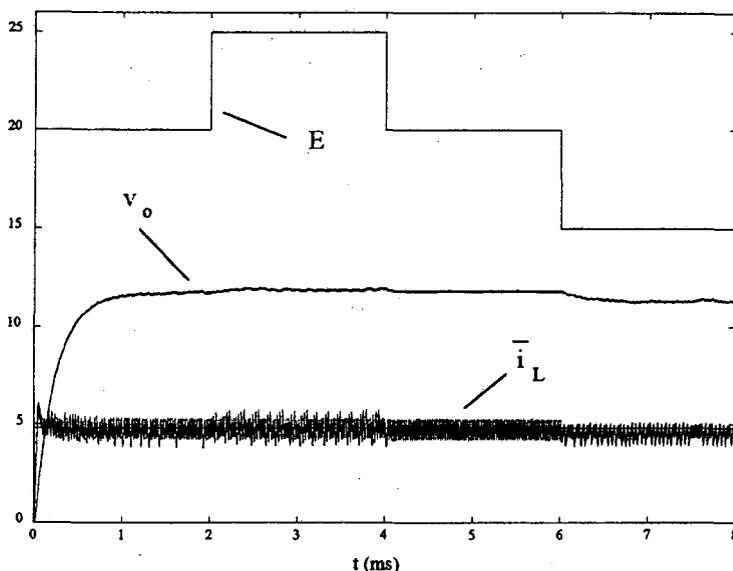


Fig.4.9. Respuesta del regulador frente a perturbaciones en escalón en la tensión de entrada

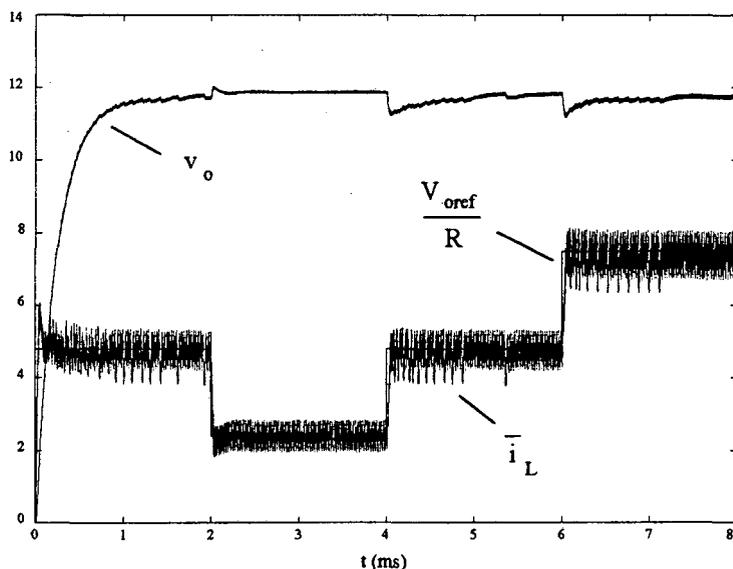


Fig.4.10. Respuesta del regulador frente a perturbaciones en escalón en la carga

4.3.7. CONCLUSIONES

El presente apartado se ha dedicado a la presentación de un nuevo procedimiento de diseño de controladores en modo de deslizamiento basado en el segundo método de Lyapunov. Con esta técnica de diseño se eliminan los inconvenientes inherentes al método del control equivalente, ya que facilita de un modo sistemático y directo la estructura del controlador que garantiza un comportamiento globalmente estable del regulador.

No obstante, la utilización práctica de los controladores basados en Lyapunov encuentra un freno decisivo en los siguientes inconvenientes: complejidad de implementación de los lazos de control y aparición de un error en la tensión de salida en régimen estacionario.

Un criterio fundamental para la selección de una superficie de deslizamiento es la sencillez de realización práctica. En el caso de los controladores basados en Lyapunov, la mayoría de las superficies de conmutación dependen de la tensión de entrada y de la carga. En ese caso, la necesaria inclusión de circuitos multiplicadores y divisores en los lazos de control aumenta de forma considerable la dificultad de ajuste y calibración de los subsistemas de control.

Por otra parte, los estudios teóricos realizados en el presente apartado no han previsto la aparición de un error en la tensión de salida en régimen estacionario, y sin embargo, en las simulaciones puede observarse el error claramente. La existencia del error se debe básicamente a las imperfecciones y retardos que tienen lugar en los lazos de control.

Una posible solución a la presencia del error consiste en incluir en la superficie de deslizamiento un término integral que memorice el error que se está cometiendo, de forma que lo contrarreste hasta que lo anule. Si el término integral sustituye al nivel de referencia que depende de la tensión de entrada y la carga, se consiguen controladores en modo de deslizamiento de simple realización práctica, que garantizan la correcta estabilización de la tensión de salida sin error en régimen estacionario. Estos conceptos se aplican al control de convertidores resonantes *Quantum* en el próximo apartado.

Aún teniendo en cuenta las importantes limitaciones asociadas a la realización práctica de los controladores basados en Lyapunov, el método de diseño propuesto en el presente apartado es una herramienta de gran utilidad como primera aproximación a la solución práctica definitiva. De hecho, las superficies de conmutación derivadas de la aplicación del método contienen las variables de estado necesarias para el correcto funcionamiento del regulador, y en consecuencia, la introducción de términos integrales del error de la tensión de salida se realizará tomando como punto de partida estas superficies básicas.

Finalmente indicar que los convertidores resonantes *Quantum* han sido utilizados para mostrar en detalle la aplicación del método de diseño basado en Lyapunov, lo que ha permitido derivar al mismo tiempo la composición de sus subsistemas de control. En concreto, el estudio teórico realizado y el análisis de los resultados de diversas simulaciones han permitido deducir las conclusiones que se enumeran a continuación:

- 1) Los controladores obtenidos aseguran un comportamiento estable del regulador desde cualquier condición inicial en el arranque del sistema.
- 2) Con la elección de superficies de deslizamiento y leyes de control adecuadas se consiguen reguladores CC/CC con buena respuesta dinámica.
- 3) La técnica de control en modo de deslizamiento dota a los reguladores de baja sensibilidad frente a variaciones en la tensión de entrada y en la carga. Si la función que expresa la superficie de deslizamiento depende de la tensión de entrada y la carga, será necesario el sensado de estas variables para conseguir el comportamiento deseado en el sistema.
- 4) La elección de los componentes del filtro de salida del convertidor afecta directamente la dinámica de la tensión de salida. Con una frecuencia de corte elevada se consigue una buena dinámica, pero al mismo tiempo la tensión de salida presenta un rizado excesivo. En consecuencia, el diseño de los componentes debe establecer un compromiso entre dinámica y rizado de la tensión de salida.

- 5) El valor de los elementos del tanque resonante no afecta de forma apreciable a la dinámica de la tensión de salida, en contraposición con la gran dependencia que aparece en una situación de lazo abierto. En consecuencia, el dimensionado adecuado de estos componentes deberá tener en cuenta la frecuencia de resonancia deseada y su máximo estrés permitido.

4.4. CONTROLADORES BASADOS EN SUPERFICIES DE DESLIZAMIENTO CON TÉRMINOS INTEGRALES

4.4.1. INTRODUCCIÓN

Los controladores obtenidos hasta el momento no permiten un correcto funcionamiento de los reguladores CC/CC, ya que la salida del sistema presenta un error en régimen estacionario con respecto a la tensión de referencia deseada.

En el presente apartado se propone una posible solución al inconveniente anterior, que consiste en modificar de forma sistemática las superficies de conmutación derivadas mediante Lyapunov, con la inclusión de un término integral del error de la tensión de salida.

El apartado se inicia con el análisis de las posibles causas que provocan la existencia de error en régimen estacionario, lo que da paso a una discusión sobre las superficies que disponen de términos integrales.

Seguidamente se introducen las modificaciones necesarias en el método de diseño del control para que contemple la existencia de términos integrales en las superficies de deslizamiento, y se aplica a un conjunto de convertidores con la finalidad de comprobar la validez de la solución propuesta y derivar las prestaciones de los nuevos reguladores.

4.4.2. EXISTENCIA DE ERROR EN RÉGIMEN ESTACIONARIO

Los resultados de simulación presentados en el apartado anterior muestran como la tensión de salida en régimen estacionario de los convertidores *Quantum* con controladores basados en Lyapunov presentan un error de salida en régimen estacionario.

El origen de este fenómeno se debe conjuntamente a la imposibilidad de que las entradas de control tomen valores continuos, y además, a la existencia de imperfecciones y retardos en los lazos de control.

Como las entradas de control no pueden ser continuas en un convertidor conmutado, las trayectorias de estado se mantienen en un entorno de la superficie de deslizamiento. En una situación ideal en la que las entradas de control pudiesen adoptar el valor del control equivalente, la dinámica del sistema permanecería exactamente sobre la superficie de deslizamiento, y en consecuencia, la tensión de salida se correspondería a la tensión de referencia deseada.

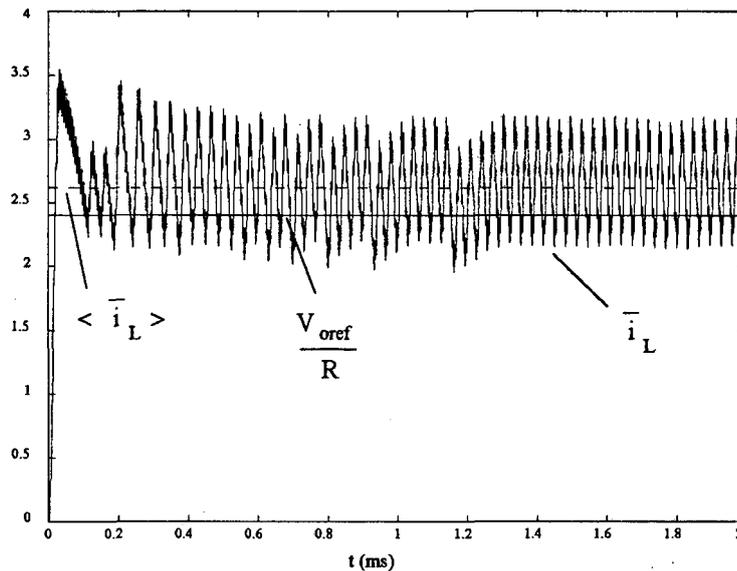


Fig.4.11. Evolución de la corriente resonante promediada en un regulador Buck QSRC

Pero además, el valor medio de la trayectoria de estado que evoluciona alrededor de la superficie de deslizamiento tampoco coincide con el valor de la superficie, y en consecuencia, el punto de equilibrio deseado no puede ser alcanzado.

Estos fenómenos pueden ser observados claramente en la Fig.4.11, que muestra la evolución de la corriente resonante promediada en el regulador Buck QSRC presentado en el apartado anterior. Obsérvese como el nivel medio de esta corriente no coincide con el nivel de referencia necesario para que la tensión de salida tome el valor deseado:

$$\langle \bar{i}_L \rangle = 2.6\text{A} \neq \bar{i}_{L\text{ref}} = \frac{V_{\text{oref}}}{R} = \frac{6\text{V}}{2.5\Omega} = 2.4\text{A}$$

lo que origina la aparición de un error de 0.5V en la tensión de salida real.

A continuación se comentan las principales causas de imperfecciones y retardos en los lazos de control de los convertidores resonantes *Quantum*: discretización de los instantes de cambio en las entradas de control y realización del promediado de las variables de estado resonantes.

Con el fin de garantizar pérdidas de conmutación prácticamente nulas en los interruptores de potencia, los cambios en las entradas de control se permiten únicamente en los pasos por cero de la corriente o la tensión resonante, lo que produce un retardo difícilmente predecible en estas variables (véase Fig.4.5).

Por otro lado, en el método de modelado de convertidores propuesto en el capítulo 3, se definieron las variables promediadas del tanque resonante como el valor medio de las variables instantáneas en un semiperiodo de conmutación. La realización del promediado de estas variables de estado se aproxima mediante un filtro pasa-bajos, como se vio en el apartado anterior.

Para que la salida del filtro sea una buena aproximación del nivel medio deseado, la frecuencia de corte del filtro debe ser suficientemente elevada (el análisis de los resultados de diferentes simulaciones sugieren que la frecuencia de corte sea establecida alrededor de la mitad de la frecuencia de resonancia del convertidor). Aún eligiendo la frecuencia de corte

óptima, las variables promediadas presentan un cierto retardo respecto al valor medio teórico y, al mismo tiempo, un rizado de alta frecuencia por defecto del filtrado, lo que puede provocar cambios en las entradas de control en instantes de tiempo inadecuados.

4.4.3. SUPERFICIES DE DESLIZAMIENTO CON TÉRMINOS INTEGRALES

Una vez establecidas las causas que producen error en la salida de los reguladores estudiados en el apartado 4.3, en el presente subapartado se proponen controladores en modo de deslizamiento que aseguran el correcto funcionamiento de los reguladores sin la presencia de estos errores.

La diferencia entre la tensión de salida real y su nivel de referencia deseado puede ser eliminada mediante la inclusión de un término integral del error de la tensión de salida en las superficies de conmutación. La función del integrador es acumular el error existente y desplazar la superficie de deslizamiento hasta la posición en la que el error de salida desaparece.

En el ejemplo de la Fig. 4.11, el término integral correspondería en régimen estacionario a una corriente de 0.2A que añadida a la referencia de 2.4A estaría proporcionando el nivel de corriente adecuado para que la tensión de salida coincidiese con la tensión de referencia externa.

Una de las ventajas adicionales de la utilización de términos integrales en las superficies de conmutación es el carácter dinámico que adquieren estas superficies, ya que el propio principio de funcionamiento de los integradores les hace adecuarse a cada nueva situación tomando en todo momento el valor necesario para compensar el error en la tensión de salida.

La inclusión del término integral en las superficies deducidas en el apartado anterior da lugar a los controladores que aparecen en las Tablas 4.3 y 4.4. Nótese que en el caso de los convertidores gobernados mediante dos entradas de control, el integrador sólo se añade en la superficie de conmutación que realiza la regulación de la tensión de salida.

La siguiente expresión general resume las superficies de conmutación con término integral mostradas en las Tablas 4.3 y 4.4:

$$S = \bar{x}_{ref} - \bar{x} = \left[\bar{x}_{ref, EQ} + \bar{x}_{ref, i} \right] - \bar{x} \quad (4.44)$$

donde $\bar{x}_{ref, EQ}$ es una función que depende de los parámetros y las variables de estado del regulador, $\bar{x}_{ref, i}$ es una nueva variable de estado lenta que se asocia a la acción del término integral:

$$\frac{d\bar{x}_{ref, i}}{dt} = k_i \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) \quad (4.45)$$

y, finalmente, \bar{x} es la variable de estado que determina si el lazo de realimentación es en tensión o en corriente.

La expresión (4.44) permite interpretar la función de los términos que componen la superficie de conmutación. El término $\bar{x}_{ref, EQ}$ es el encargado de dotar al regulador del punto de equilibrio deseado; sin embargo, las imperfecciones y retardos que tienen lugar en el controlador hacen necesaria la presencia del término integral $\bar{x}_{ref, i}$.

Convertidor	Superficie de conmutación	Ley de control
Buck QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{R} + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$
Boost QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_o + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$
Buck-Boost QSRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot (E + \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$
Boost QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_s$	$u^+ = 1, u^- = 0$
Buck QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_f$	$u^+ = 1, u^- = 0$
Cuk QPRC	$S = \frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \bar{v}_c + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - (\bar{i}_s + \bar{i}_f)$	$u^+ = 1, u^- = 0$
QSPRC	$S = \frac{8}{\pi^2} \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{\pi^2}{8} (1+A) Q \frac{\omega_r}{\omega_o} \right]^2} \cdot \frac{V_{\text{oref}}}{R} + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	
Q elevado	$S = (1+A) \cdot \frac{V_{\text{oref}}}{Z_o} + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0, -1$

Tabla 4.3. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante una entrada de control

Conv	Superficies de conmutación	Leyes de control
QSRC	$S_1 = I_{\text{ref}} - \bar{i}_L$	$u_1^+ = 1, u_1^- = 0, -1$
	$S_2 = \frac{V_{\text{oref}}}{I_{\text{ref}}} \cdot \bar{i}_L + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{v}_o$	$u_2^+ = 1, u_2^- = 0, -1$
QPRC	$S_1 = \frac{V_{\text{oref}}^2}{RE V_{\text{cref}}} \cdot \bar{v}_c - \bar{i}_s$	$u_1^+ = 0, -1, u_1^- = 1$
	$S_2 = \frac{V_{\text{oref}}}{RV_{\text{cref}}} \cdot \bar{v}_c + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_f$	$u_2^+ = 1, u_2^- = 0$

Tabla 4.4. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante dos entradas de control

El principal inconveniente de los controladores mostrados en las tablas anteriores es la complejidad asociada a la realización práctica de las superficies de conmutación. Este hecho se debe a la dependencia del término $\bar{x}_{ref, EQ}$ con diversas variables del sistema, como la tensión de entrada, la carga, la referencia externa y alguna variable promediada, por lo que la implementación de las superficies de conmutación requiere de la utilización de circuitos multiplicadores y divisores.

Una posible solución consiste en eliminar de las superficies de conmutación la expresión que provoca el problema mencionado $\bar{x}_{ref, EQ}$, de forma que la función de establecer el punto de equilibrio deseado sea asumida también por el término integral $\bar{x}_{ref, i}$. Esta opción simplifica la estructura de la superficie, pudiéndose ser expresada de la siguiente forma:

$$S = \bar{x}_{ref, i} - \bar{x} = k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{x} \quad (4.46)$$

Ahora bien, la respuesta transitoria de los reguladores que utilizan la superficie de deslizamiento anterior puede que no sea satisfactoria, debido a la lentitud que introduce el término integral. En ese caso, un término proporcional del error de la tensión de salida proporcionará la velocidad de respuesta necesaria al lazo de control. Por lo tanto, la superficie de conmutación resultante puede ser expresada como:

$$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{x} \quad (4.47)$$

La realización práctica de las superficies de deslizamiento (4.46) y (4.47) es extremadamente simple en comparación con la función (4.44), y al mismo tiempo, ambas superficies aseguran ausencia de error en régimen estacionario en la salida del regulador. Estas características fundamentales las convierte en firmes candidatas a ser utilizadas en la implementación de los controladores en modo de deslizamiento para los convertidores resonantes *Quantum*.

4.4.4. DISEÑO DE LOS CONTROLADORES

En el presente apartado se introducen las líneas básicas a seguir en el diseño de controladores en modo de deslizamiento que utilizan superficies de conmutación con términos integrales. La aplicación del procedimiento de diseño a los convertidores resonantes *Quantum* permitirá verificar la controlabilidad de estos sistemas con los lazos de control propuestos en el apartado anterior, así como deducir las principales restricciones que han de verificar sus parámetros para el correcto funcionamiento de los reguladores.

El punto de partida del estudio teórico que se realiza en este apartado es la superficie de conmutación (4.47). De hecho, en determinadas circunstancias la superficie (4.46) puede dotar al regulador de características más satisfactorias, siendo incluso más sencilla de implementar. No obstante, los resultados derivados del estudio de la superficie (4.47) son perfectamente válidos para la superficie (4.46) tomando $k_p = 0$, lo que confiere al estudio un carácter generalista.

El procedimiento de diseño de los controladores basados en la superficie (4.47) toma en consideración los principios del método de diseño basado en Lyapunov y el método del control equivalente. El primer método se utiliza para determinar las variables de estado del convertidor que deben aparecer en la superficie de deslizamiento sustituyendo al término \bar{x} , mientras que

con el segundo método se determinará la viabilidad de la utilización del controlador propuesto y se determinarán las condiciones de diseño aplicables a los parámetros del controlador.

Por otra parte, el término integral de la superficie de deslizamiento será tratado indistintamente como una nueva variable de estado, lo que incrementa en uno el orden del sistema.

Por lo tanto, el diseño del controlador basado en la superficie (4.47) debe estructurarse en los puntos que se enumeran a continuación:

- 1) Aplicación del método basado en Lyapunov:
 - a) Modelado del sistema.
 - b) Cálculo de los puntos de equilibrio.
 - c) Obtención de la función de Lyapunov.
 - d) Obtención de las superficies de deslizamiento.
- 2) Modificación de las superficies de deslizamiento.
 - a) Inclusión de los términos proporcional e integral del error.
 - b) Identificación y eliminación de la expresión \bar{x}_{ref} , EQ.
- 3) Aplicación del método del control equivalente:
 - a) Cálculo del control equivalente.
 - b) Cálculo del dominio de atracción.
 - c) Obtención de los nuevos puntos de equilibrio.
 - d) Verificación de la estabilidad del sistema.
 - e) Obtención de las condiciones de diseño.
 - f) Diseño de las leyes de control.

La aplicación del método del control equivalente debe contemplar la posibilidad que la superficie de deslizamiento (4.47) proporcione un punto de equilibrio inestable al regulador, ya que aún partiendo del método de Lyapunov las superficies resultantes han sido modificadas substancialmente.

A continuación se utiliza un convertidor *Buck* QSRC a modo de ejemplo de aplicación detallada del diseño del control. La ecuación de estado en variables promediadas del convertidor, considerando la nueva variable de estado \bar{i}_{int} asociada al término integral de la superficie de deslizamiento, puede ser expresada como:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{1}{L_{eq}} \cdot (uE - \bar{v}_o) \quad \frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \quad (4.48a)$$

$$\frac{d\bar{i}_{int}}{dt} = k_i \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) \quad (4.48b)$$

Para el caso del convertidor *Buck* QSRC, los puntos 1 y 2 del diseño del control han sido realizados en apartados anteriores, por lo que teniendo en cuenta los resultados mostrados en la Tabla 1 y con las consideraciones previas, la estructura del controlador para este sistema resonante puede expresarse como:

$$S = k_p \cdot (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L \quad u = \begin{cases} u^+, & \text{para } S(x) > 0 \\ u^-, & \text{para } S(x) < 0 \end{cases} \quad (4.49)$$

Sin embargo, la realización del controlador puede ser simplificada con la utilización de una superficie de deslizamiento equivalente, que depende únicamente de una variable promediada del sistema de potencia:

$$S = k_p \cdot (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) dt + k_d \cdot \frac{d}{dt} (V_{\text{oref}} - \bar{v}_o) \quad (4.50)$$

Esta superficie se deriva al sustituir la ecuación de estado de la dinámica de la tensión de salida (4.48a) en la superficie anterior, y teniendo en cuenta que la ganancia del término diferencial debe tomar el valor: $k_d = C_o$.

El procedimiento previo de simplificación de superficies de deslizamiento no puede ser generalizado para el resto de convertidores *Quantum*, ya que en la mayoría de los casos la dinámica de la tensión de salida depende de las entradas de control. Esta dependencia provoca que las funciones resultantes presenten discontinuidades, lo que las convierte en funciones no derivables, y en consecuencia, no pueden ser consideradas superficies de deslizamiento.

A continuación se estudia, mediante el método del control equivalente, la existencia de régimen deslizante sobre la superficie (4.50), la ley de control y el dominio de atracción, así como la estabilidad del sistema en lazo cerrado.

En primer lugar, se reescribe la superficie (4.50) de forma más conveniente para la aplicación del método de diseño del control:

$$S = k_p \cdot V_{\text{oref}} - \bar{i}_L - \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \cdot \bar{v}_o + \bar{i}_{\text{int}} \quad (4.51)$$

Seguidamente se obtiene el gradiente de la superficie de deslizamiento, necesario para el cálculo del control equivalente:

$$\nabla S = \left[\frac{\partial S}{\partial \bar{i}_L} \quad \frac{\partial S}{\partial \bar{v}_o} \quad \frac{\partial S}{\partial \bar{i}_{\text{int}}} \right] = \left[-1 \quad -\left(k_p - \frac{1}{R} \right) \quad 1 \right] \quad (4.52)$$

lo que permite determinar el producto escalar del gradiente de la superficie de deslizamiento y del campo vectorial de la dinámica del vector de estado que es directamente accesible a la entrada de control:

$$\langle \nabla S, g \rangle = \left[\frac{\partial S}{\partial \bar{i}_L} \quad \frac{\partial S}{\partial \bar{v}_o} \quad \frac{\partial S}{\partial \bar{i}_{\text{int}}} \right] \cdot \left[\begin{array}{ccc} E & 0 & 0 \\ L_{\text{eq}} & & \end{array} \right]^t = -\frac{E}{L_{\text{eq}}} \neq 0 \quad (4.53)$$

Obsérvese que la expresión anterior, conocida como condición de transversalidad, se cumple siempre, lo que garantiza que las trayectorias de estado pueden ser dirigidas por las acciones de control oportunas hacia la superficie de conmutación.

Además, en todo el espacio de estado el producto escalar es siempre negativo, lo que permite escribir la expresión de la ley de control como (véase apartado 4.2.6):

$$\text{si } \langle \nabla S, g \rangle < 0 \quad \Rightarrow \quad \begin{cases} u^+ = u_{\text{max}} = 1 \\ u^- = u_{\text{min}} = 0 \end{cases} \quad (4.54)$$

A partir de las condiciones de invarianza (4.10) se deduce la expresión del control equivalente:

$$u_{eq} = \frac{\bar{v}_o}{E} + \frac{k_i L_{eq}}{E} \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) - \frac{L_{eq}}{C_o E} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R}\right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}\right) \quad (4.55)$$

Sustituyendo la expresión anterior en la ecuación de estado del convertidor (4.48), se obtiene la dinámica deslizante ideal:

$$\frac{d\bar{i}_L}{dt} = \frac{d\bar{i}_{int}}{dt} - \left(k_p - \frac{1}{R}\right) \cdot \frac{d\bar{v}_o}{dt} \quad \frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{1}{C_o} \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}\right) \quad (4.56a)$$

$$\frac{d\bar{i}_{int}}{dt} = k_i \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) \quad (4.56b)$$

En el sistema anterior, la primera ecuación es combinación lineal de las otras dos, de forma que el convertidor en lazo cerrado se comportará como un sistema de segundo orden.

El punto de equilibrio del sistema sobre la superficie de deslizamiento (4.50) se deriva al igualar a cero las ecuaciones diferenciales de la dinámica deslizante ideal:

$$\bar{i}_{LEQ} = \bar{i}_{intEQ} = \frac{V_{oref}}{R} \quad \bar{v}_{oEQ} = V_{oref} \quad (4.57)$$

Las regiones de existencia pueden calcularse sustituyendo el valor del control equivalente en la condición $0 < u_{eq} < 1$:

$$0 < \bar{v}_o + k_i L_{eq} \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) - \frac{L_{eq}}{C_o} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R}\right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}\right) < E \quad (4.58)$$

En equilibrio, la región de existencia puede expresarse como:

$$0 < V_{oref} < E \quad (4.59)$$

lo que confirma el comportamiento del regulador como reductor de tensión.

Por otra parte, la relación (4.58) muestra como las regiones de existencia dependen del valor de la ganancia del integrador k_i y del término proporcional del error k_p . Este hecho permite, como se verá a continuación, derivar condiciones de diseño sobre estos parámetros del controlador.

Para ello, se plantean las situaciones siguientes:

a) Si $\bar{v}_o < V_{oref}$, entonces: $k_{i, \min 1} < k_i < k_{i, \max 1}$ (4.60a)

siendo:

$$k_{i, \min 1} = \frac{1}{(V_{oref} - \bar{v}_o)} \cdot \left[-\frac{\bar{v}_o}{L_{eq}} + \frac{1}{C_o} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R}\right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}\right) \right]$$

$$k_{i, \max 1} = \frac{1}{(V_{oref} - \bar{v}_o)} \cdot \left[\frac{E - \bar{v}_o}{L_{eq}} + \frac{1}{C_o} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R}\right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R}\right) \right]$$

b) Si $\bar{v}_o > V_{oref}$, entonces: $k_{i, \min 2} < k_i < k_{i, \max 2}$ (4.60b)

donde:

$$k_{i, \min 2} = \frac{1}{(\bar{v}_o - V_{\text{oref}})} \cdot \left[\frac{\bar{v}_o - E}{L_{\text{eq}}} - \frac{1}{C_o} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \right]$$

$$k_{i, \max 2} = \frac{1}{(\bar{v}_o - V_{\text{oref}})} \cdot \left[\frac{\bar{v}_o}{L_{\text{eq}}} - \frac{1}{C_o} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \cdot \left(\bar{i}_L - \frac{\bar{v}_o}{R} \right) \right]$$

Las funciones $k_{i, \min 1}$, $k_{i, \max 1}$, $k_{i, \min 2}$ y $k_{i, \max 2}$ delimitan la región del espacio de estado donde puede existir un régimen deslizante. La Fig.4.12 muestra una representación aproximada de estas funciones en un espacio de dos dimensiones, donde los puntos más representativos son derivados a continuación:

a) Arranque del sistema: $\bar{i}_L, \bar{v}_o \rightarrow 0$

$$k_{i, \min 1} = 0 \qquad k_{i, \max 1} = \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$$

b) Entorno del punto de equilibrio:

$$\lim_{\bar{v}_o \rightarrow V_{\text{oref}}^-} k_{i, \min 1} \rightarrow -\infty \qquad \lim_{\bar{v}_o \rightarrow V_{\text{oref}}^-} k_{i, \max 1} \rightarrow \infty$$

$$\lim_{\bar{v}_o \rightarrow V_{\text{oref}}^+} k_{i, \min 2} \rightarrow -\infty \qquad \lim_{\bar{v}_o \rightarrow V_{\text{oref}}^+} k_{i, \max 2} \rightarrow \infty$$

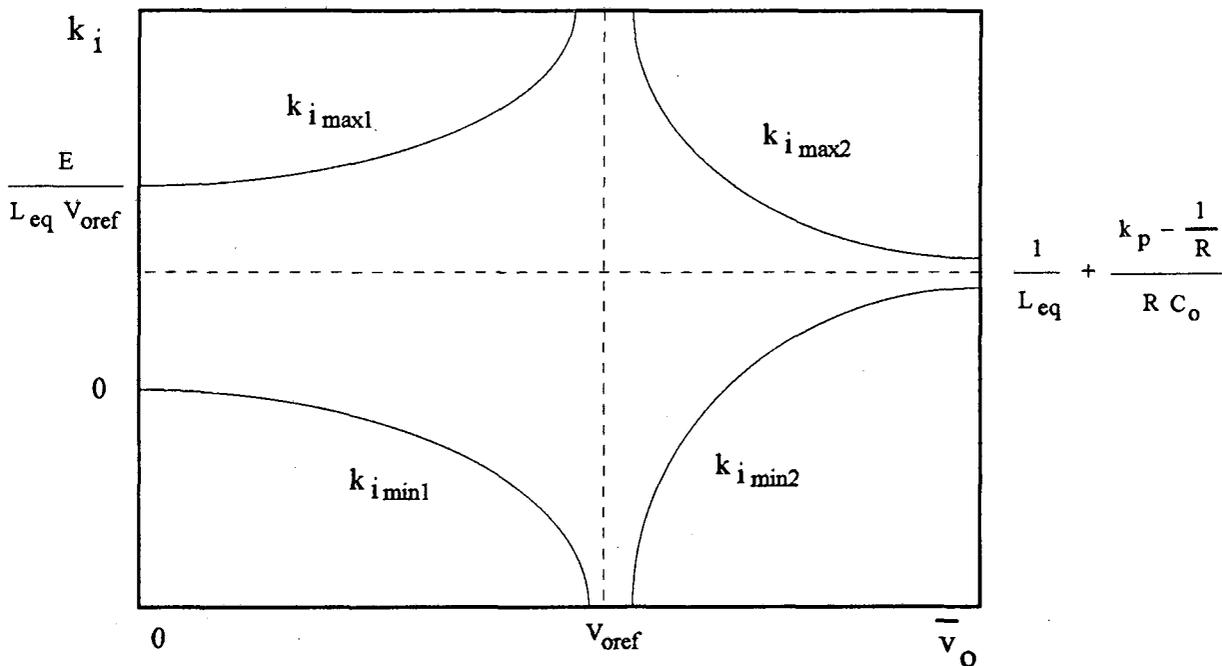


Fig.4.12. Dominio de atracción en función de la ganancia del término integral y de la tensión de salida del regulador

c) $\bar{v}_0 \rightarrow \infty$:

$$k_{i, \min 2} = \frac{1}{L_{eq}} + \frac{1}{RC_0} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \quad k_{i, \max 2} = \frac{1}{L_{eq}} + \frac{1}{RC_0} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right)$$

Durante la fase de establecimiento de un régimen deslizante, la superficie de conmutación será alcanzada con mayor seguridad cuando el dominio de atracción sea máximo. Esta situación se garantiza si los parámetros del regulador cumplen la siguiente condición (véase Fig.4.12):

$$k_i = \frac{1}{L_{eq}} + \frac{1}{RC_0} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \quad (4.61)$$

Sin embargo, la relación anterior puede ser demasiado restrictiva, ya que permite únicamente un grado de libertad en el ajuste de los parámetros de la superficie. Esta situación es especialmente grave, por ejemplo, en el caso que la dinámica resultante no coincida con la deseada. Además es importante tener en cuenta que la superficie de deslizamiento puede ser alcanzada aún cuando el punto de arranque del sistema no pertenezca al dominio de atracción.

Por lo tanto, se desea establecer unos márgenes de variación de los parámetros del controlador, de forma que sea posible un ajuste posterior que garantice el comportamiento deseado en el sistema, y al mismo tiempo se consiga una región de atracción máxima. Estos criterios permiten derivar, con la ayuda de la Fig.4.12, las condiciones de diseño que se expresan a continuación:

$$0 < k_i < \frac{E}{L_{eq} V_{oref}} \quad k_p < \frac{1}{R} + \frac{RC_0}{L_{eq}} \cdot \frac{E - V_{oref}}{V_{oref}} \quad (4.62)$$

Por otra parte, para que el sistema sea controlable no es suficiente con la existencia de régimen deslizante sino también que el sistema sea estable. Seguidamente se determinan las condiciones necesarias para que el punto de equilibrio del regulador sea estable.

En primer lugar se deducen los autovalores del sistema, a partir de la dinámica deslizante ideal:

$$|\lambda I - A| = \begin{vmatrix} \lambda + \frac{1}{C_0} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) & k_i - \frac{1}{RC_0} \cdot \left(k_p - \frac{1}{R} \right) \\ -\frac{1}{C_0} & \lambda + \frac{1}{RC_0} \end{vmatrix} = \lambda^2 + \frac{k_p}{C_0} \lambda + \frac{k_i}{C_0} = 0 \quad (4.63a)$$

$$\lambda = \frac{1}{2} \cdot \left[-\frac{k_p}{C_0} \pm \sqrt{\left(\frac{k_p}{C_0} \right)^2 - \frac{4k_i}{C_0}} \right] \quad (4.63b)$$

Para que el punto de equilibrio sea estable es necesario que la parte real de los autovalores del sistema sea negativa. Esta condición se cumplirá siempre que:

$$k_i > 0 \quad k_p > 0 \quad (4.64)$$

Las expresiones (4.59), (4.62), y (4.64) indican los valores permitidos en los parámetros

del controlador para que el convertidor *Buck* QSRC sea controlable mediante la superficie de deslizamiento y la ley de control propuestas en este apartado:

Hasta aquí se ha realizado un estudio teórico completo de un regulador conmutado basado en un convertidor *Buck* QSRC y un controlador en modo de deslizamiento con la superficie (4.50) que dispone de un término proporcional, integral y diferencial del error de la tensión de salida.

Utilizando la metodología aplicada al convertidor *Buck* QSRC para el caso de los restantes convertidores *Quantum* estudiados en el capítulo 3, se obtienen los controladores y las condiciones de diseño mostrados en las Tablas 4.5, 4.6, 4.7 y 4.8.

En las Tablas 4.5 y 4.6 se observa que algunas superficies de conmutación han sido simplificadas como en el caso del regulador *Buck* QSRC. En concreto, en los convertidores *Cuk* QPRC y QPRC con dos entradas de control, la corriente \bar{i}_f ha sido sustituida por un término diferencial del error de la tensión de salida, lo que evita el sensado y posterior procesado de esta corriente.

Asimismo, es necesario destacar que el convertidor *Buck* QPRC no puede ser controlado en modo de deslizamiento mediante la superficie de conmutación que se deriva de (4.47):

$$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_f \quad (4.65)$$

La aplicación del método del control equivalente indica que es posible la existencia de un régimen deslizante con esta superficie y permite derivar condiciones sobre los parámetros del regulador que garantizan la existencia de un punto de equilibrio estable. No obstante, la dinámica de la tensión en el condensador resonante, excesivamente rápida en este convertidor, impide que la superficie de deslizamiento pueda ser alcanzada, y en ese caso, el régimen deslizante no puede llegar a ser establecido. Por lo tanto, el control en modo de deslizamiento del regulador *Buck* QPRC debe basarse en la superficie derivada a partir del diseño del control basado en Lyapunov (véase Tabla 4.1).

Finalmente indicar que en el convertidor QSPRC las condiciones de diseño se simplifican considerablemente para valores de Q elevados.

4.4.5. REALIZACIÓN DE LOS CONTROLADORES

La finalidad del presente apartado es mostrar la estructura completa de los reguladores *Quantum* con superficies de deslizamiento basadas en términos integrales y establecer una comparativa entre estos sistemas y los que se presentaron en el apartado 4.3.5.

Para ello, a modo de ejemplo, las figuras 4.13 y 4.14 muestran la estructura de los reguladores *Buck* QSRC y QPRC con dos entradas de control, con los subsistemas de control propuestos en las Tablas 4.5 y 4.6.

Puede apreciarse que la realización de los lazos de control es notablemente más sencilla que en la solución propuesta en la Fig.4.3. En concreto, la generación de las superficies de deslizamiento no precisa de circuitos multiplicadores y divisores, que incrementan la complejidad del controlador.

Convertidor	Superficie de conmutación	Ley de control
<i>Buck</i> QSRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt + k_d \cdot \frac{d}{dt} (V_{oref} - \bar{v}_o)$	
<i>Boost</i> QSRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$
<i>Buck-Boost</i> QSRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$
<i>Boost</i> QPRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_s$	$u^+ = 1, u^- = 0$
<i>Cuk</i> QPRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt + k_d \cdot \frac{d}{dt} (V_{oref} - \bar{v}_o) - \bar{i}_s$	
QSPRC	$S = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{i}_L$	$u^+ = 1, u^- = 0$

Tabla 4.5. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes *Quantum* gobernados mediante una entrada de control (la ley de control de los convertidores *Buck* y *Cuk* QSRC coincide con la del resto de convertidores)

Conv	Superficies de conmutación	Leyes de control
QSRC	$S_1 = I_{ref} - \bar{i}_L$	$u_1^+ = 1, u_1^- = 0, -1$
	$S_2 = k_p \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_i \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt - \bar{v}_o$	$u_2^+ = 1, u_2^- = 0, -1$
QPRC	$S_1 = k_{p1} \cdot (V_{cref} - \bar{v}_c) + k_{i1} \cdot \int (V_{cref} - \bar{v}_c) dt - \bar{i}_s$	$u_1^+ = 0, -1, u_1^- = 1$
	$S_2 = k_{p2} \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) + k_{i2} \cdot \int (V_{oref} - \bar{v}_o) dt + k_{d2} \cdot \frac{d}{dt} (V_{oref} - \bar{v}_o)$	$u_2^+ = 1, u_2^- = 0$

Tabla 4.6. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes *Quantum* gobernados mediante dos entradas de control

Convertidor	Condiciones de diseño sobre los parámetros del controlador
<i>Buck</i> QSRC	$0 < V_{\text{oref}} < E$ $0 < k_i < \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$ $0 < k_p < \frac{1}{R} + \frac{RC_o}{L_{\text{eq}}} \cdot \frac{E - V_{\text{oref}}}{V_{\text{oref}}}$
<i>Boost</i> QSRC	$V_{\text{oref}} > E$ $0 < k_i < \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$ $-\frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \left[2 - k_i L_{\text{eq}} \frac{V_{\text{oref}}}{E} \right] < k_p < \frac{RC_o}{L_{\text{eq}}} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}}$
<i>Buck-Boost</i> QSRC	$V_{\text{oref}} > 0$ $0 < k_i < \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$ $-\frac{1}{R} \cdot \left(1 + \frac{V_{\text{oref}}}{E} \right) \cdot \left[\frac{E + 2V_{\text{oref}}}{E + V_{\text{oref}}} - k_i L_{\text{eq}} \frac{V_{\text{oref}}}{E} \right] < k_p < \frac{RC_o}{L_{\text{eq}}} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}}$
<i>Boost</i> QPRC	$V_{\text{oref}} > E$ $0 < k_i < \frac{E}{L_s V_{\text{oref}}}$ $-\frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \left[2 - k_i L_s \frac{V_{\text{oref}}}{E} \right] < k_p < \frac{RC_o}{L_s} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}}$
<i>Cuk</i> QPRC	$V_{\text{oref}} > 0$ $0 < k_i < \frac{E}{L_s V_{\text{oref}}}$ $-\frac{V_{\text{oref}}}{RE} \cdot \left[2 - k_i L_s \frac{V_{\text{oref}}}{E} \right] < k_p < \frac{1}{R} + \frac{RC_o}{L_f} \cdot \left[\frac{L_f}{L_s} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}} - 1 \right]$
QSPRC	$0 < V_{\text{oref}} < \frac{8E}{\pi^2} \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{\pi^2}{8} (1+A) Q \frac{\omega_r}{\omega_o} \right]^2}$ $0 < k_i < \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$ $-\frac{8}{\pi^2 R} \cdot \sqrt{1 + \left[\frac{\pi^2}{8} (1+A) Q \frac{\omega_r}{\omega_o} \right]^2} < k_p < \frac{RC_o}{L_{\text{eq}}} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}}$
Q elevado	$0 < V_{\text{oref}} < (1+A)Q \cdot E$ $0 < k_i < \frac{E}{L_{\text{eq}} V_{\text{oref}}}$ $-\frac{1+A}{Z_o} < k_p < \frac{RC_o}{L_{\text{eq}}} \cdot \frac{E}{V_{\text{oref}}}$

Tabla 4.7. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante una entrada de control

Conv	Condiciones de diseño sobre los parámetros del controlador
QSRC	$I_{ref} > \max \left[\frac{ V_{oref} }{R}, \frac{V_{oref}^2}{RE} \right] \quad 0 < k_i < \frac{1+k_p}{C_o} \cdot \frac{I_{ref}}{V_{oref}}$ $V_{oref} > \max [u_{1min} \cdot \sqrt{REI_{ref}}, u_{2min} \cdot RI_{ref}] \quad k_p > -1$
QPRC	$V_{cref} > E > 0 \quad 0 < V_{oref} < V_{cref}$ $0 < k_{i1} < \frac{E}{L_s V_{cref}} \quad 0 < k_{i2} < \frac{V_{cref}}{L_f V_{oref}}$ $0 < k_{p1} < \frac{RC_{eq}}{L_s} \cdot \frac{V_{cref} E}{V_{oref}^2} \quad 0 < k_{p2} < \frac{1}{R} + \frac{RC_o}{L_f} \cdot \frac{V_{cref} - V_{oref}}{V_{oref}}$

Tabla 4.8. Controladores en modo de deslizamiento para convertidores resonantes Quantum gobernados mediante dos entradas de control

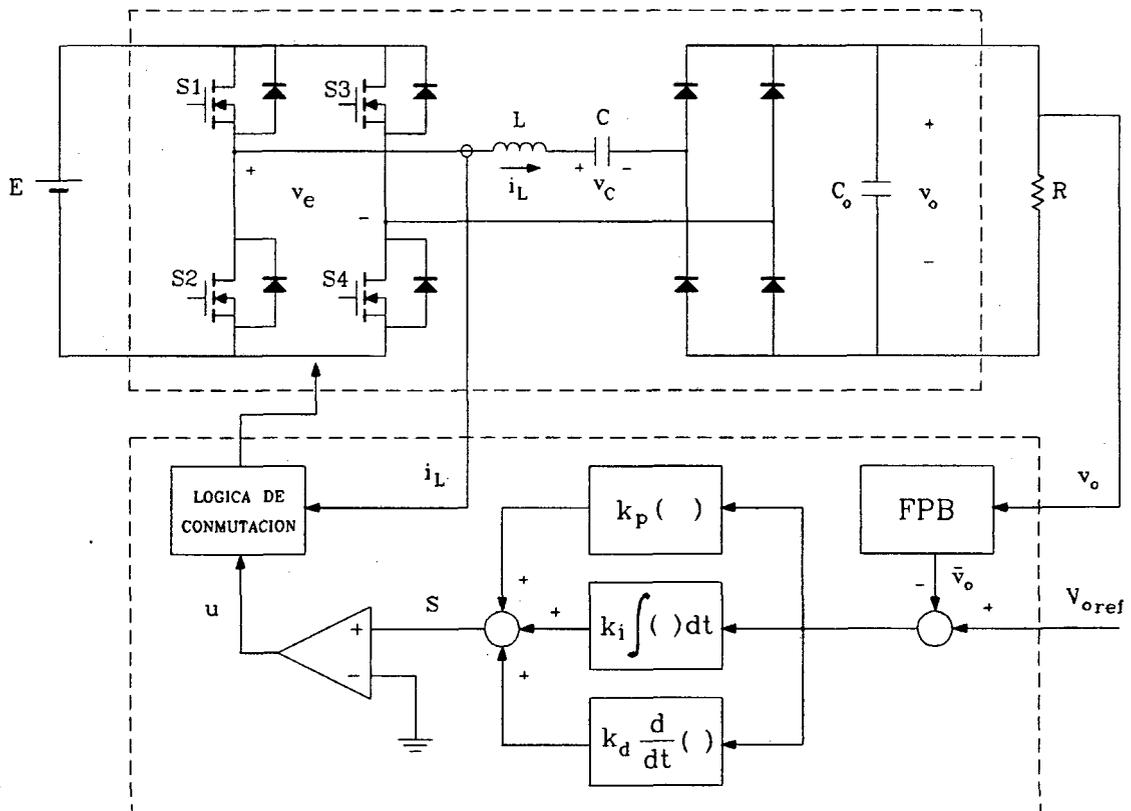


Fig.4.13. Regulador Buck QSRC con el controlador en modo de deslizamiento de la Tabla 4.5

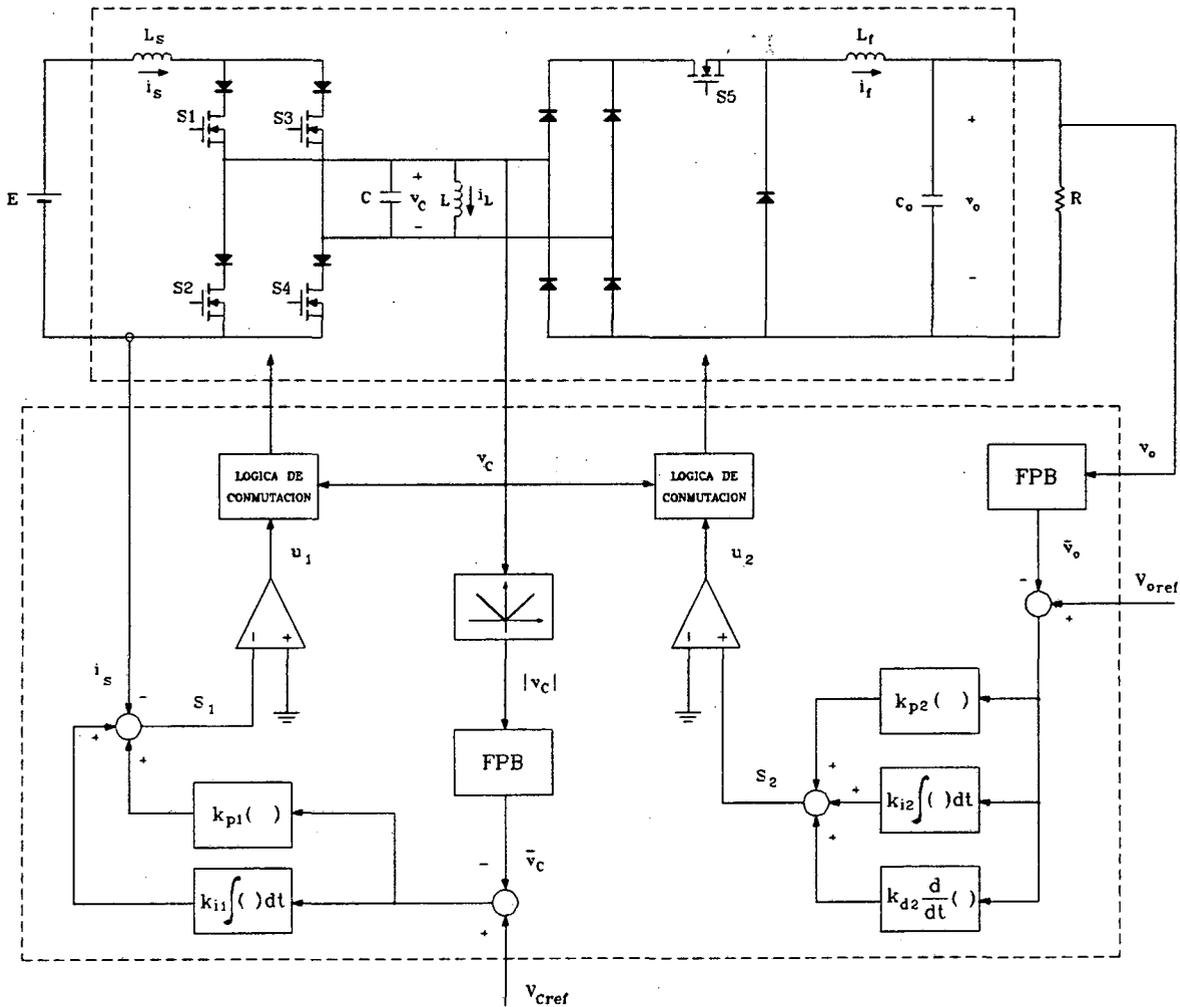


Fig.4.14. Regulador QPRC con el controlador en modo de deslizamiento de la Tabla 4.6

En este caso, las superficies se componen básicamente de sumadores, integradores, diferenciadores y amplificadores, que toman como entradas las variables de estado promediadas y los niveles de referencia externos. En la práctica, estas funciones serán realizadas por circuitos simples basados en amplificadores operacionales.

Al mismo tiempo, las superficies de deslizamiento con términos integrales utilizan un menor número de variables de estado de la etapa de potencia, lo que simplifica de forma considerable la circuitería de sensado de los lazos de control. Por ejemplo, en el caso particular del convertidor QPRC, el subsistema de control de la Fig.4.3 toma como entradas tres corrientes y tres tensiones de la etapa de potencia, mientras que en el controlador con término integral de la Fig.4.14 únicamente se requiere una corriente y dos tensiones.

4.4.6. RESULTADOS DE SIMULACIÓN

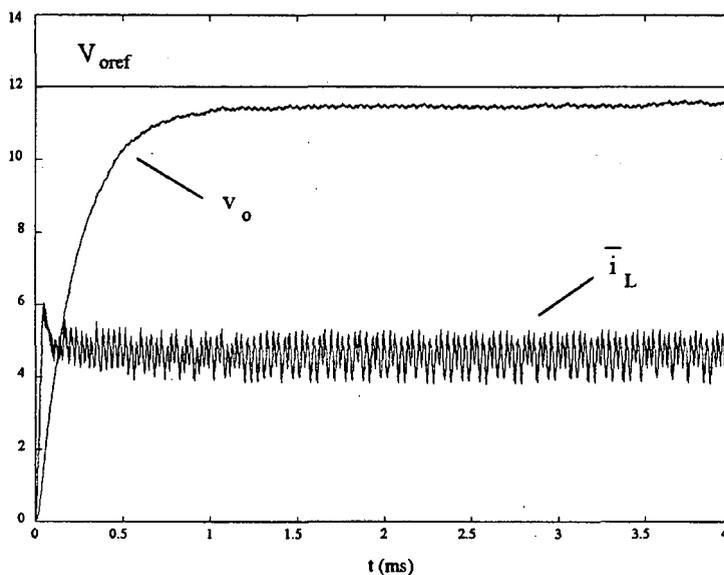
En el presente apartado se muestran resultados de simulación de los convertidores *Quantum* con los controladores que aparecen en las Tablas 4.5 y 4.6, con el fin de comprobar los resultados obtenidos en los estudios teóricos previos (ubicación del punto de equilibrio,

estabilidad del sistema, ausencia de error en régimen estacionario, etc.) y, al mismo tiempo, evaluar el comportamiento dinámico de los mismos frente a variaciones de algunos de sus parámetros.

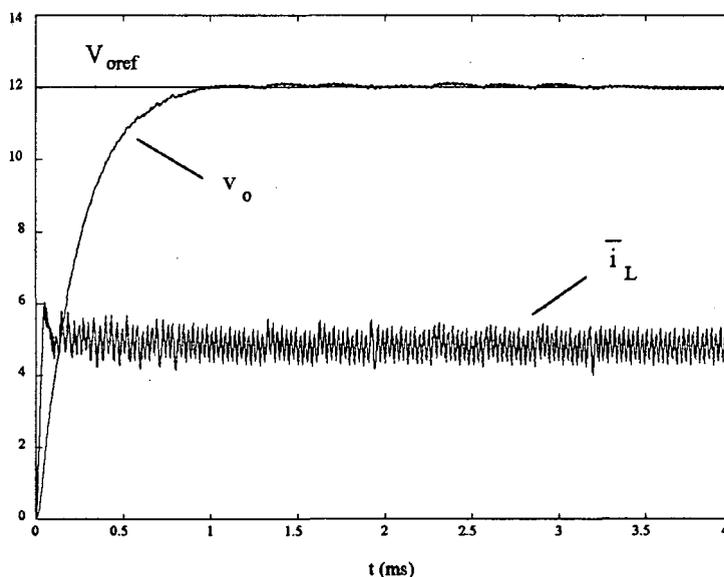
En primer lugar, se toma como punto de partida el regulador *Buck* QSRC mostrado en la Fig.4.13, con los siguientes valores como parámetros de base:

$$E = 20V, \quad L = 51\mu H, \quad C = 56nF, \quad C_o = 100\mu F, \quad R = 2.5\Omega, \quad V_{oref} = 12V$$

La Fig.4.15 muestra el efecto de la inclusión del término integral del error de la tensión de salida sobre la respuesta del sistema, manteniendo constante la ganancia del término proporcional. Obsérvese que en ambos casos se obtiene una dinámica similar, pero, sin embargo, sólo con la presencia del integrador se elimina el error de salida.



a)



b)

Fig.4.15. Efecto del término integral en la tensión de salida ($k_p = 0.4$):

a) $k_i = 0$; b) $k_i = 100$

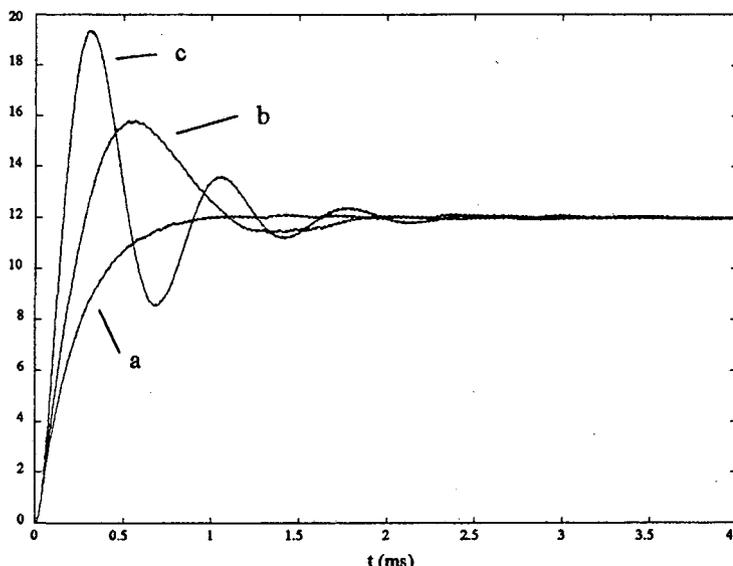


Fig. 4.16. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del término integral ($k_p = 0.4$): a) $k_i = 100$; b) $k_i = 2000$; c) $k_i = 8000$

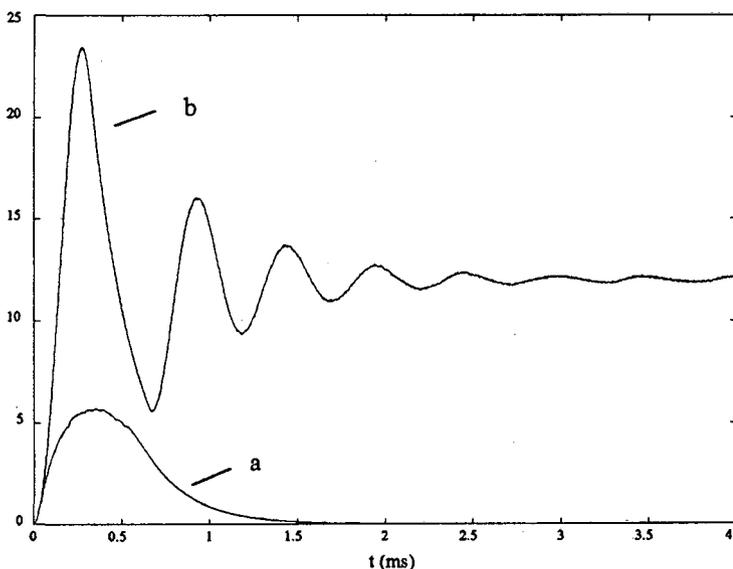


Fig. 4.17. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del término integral ($k_p = 0.4$): a) $k_i = -1000$; b) $k_i = 16000$

Las Fig. 4.16 y 4.17 muestran la dinámica de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del integrador k_i . Según el estudio teórico realizado en el apartado anterior, los valores de k_i que aseguran la controlabilidad del convertidor deben verificar la siguiente condición (véase Tabla 4.7): $0 < k_i < 13244.6$.

De hecho, el límite inferior viene determinado por la estabilidad del punto de equilibrio, mientras que el superior se estableció a partir del dominio de atracción. Por ello, como puede observarse en la Fig. 4.17, es posible que para valores de k_i que no pertenezcan a este margen se establezca un régimen deslizante, siempre que sean superiores al máximo.

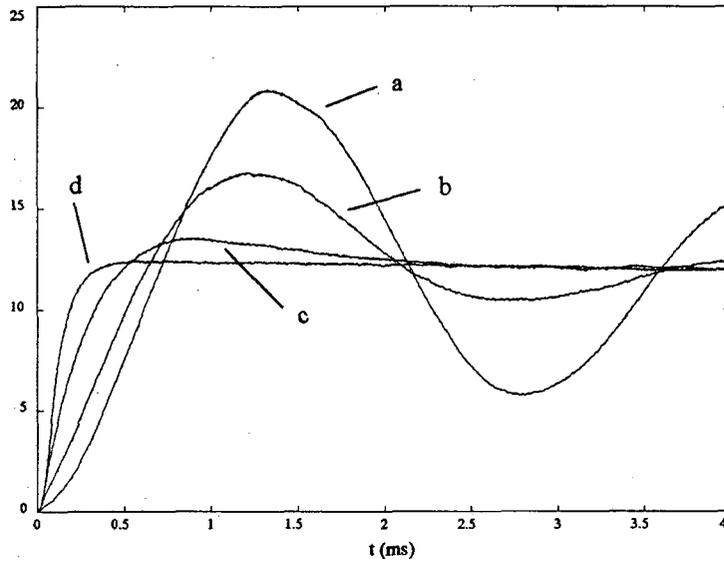


Fig.4.18. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del término proporcional ($k_i = 500$): a) $k_p = 0$; b) $k_p = 0.1$; c) $k_p = 0.4$; d) $k_p = 1$

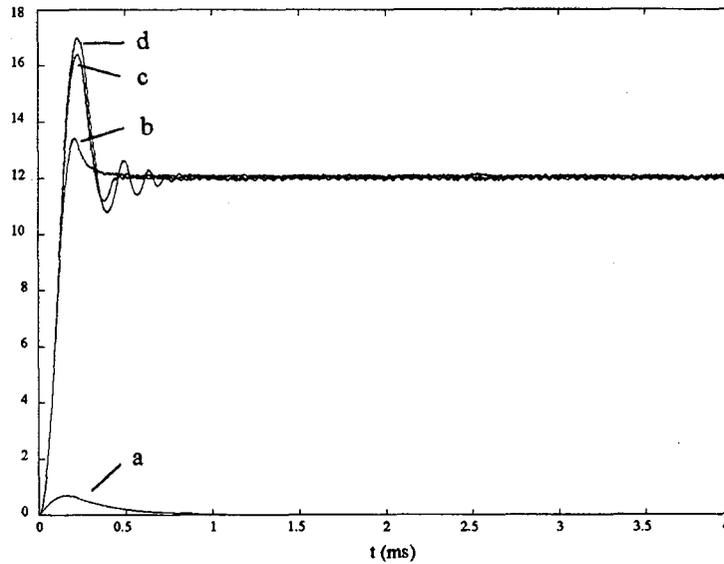


Fig.4.19. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del término proporcional ($k_i = 500$): a) $k_p = -0.5$; b) $k_p = 2$; c) $k_p = 5$; d) $k_p = 10$

Las Fig.4.18 y 4.19 muestran la dinámica de la tensión de salida para diferentes valores de la ganancia del término proporcional k_p . Para que con toda seguridad el convertidor sea controlable, la ganancia k_p debe estar comprendida en el siguiente margen: $0 < k_p < 1.724$.

Como en el caso de la ganancia del integrador, para valores de k_p menores que 0 el punto de equilibrio del regulador es inestable, mientras que valores mayores a 1.724 reducen de forma considerable la región de atracción. Como puede observarse en la Fig.4.19, es posible el establecimiento de un régimen deslizante para valores de k_p superiores al máximo de la condición anterior, pero no para valores inferiores al mínimo.

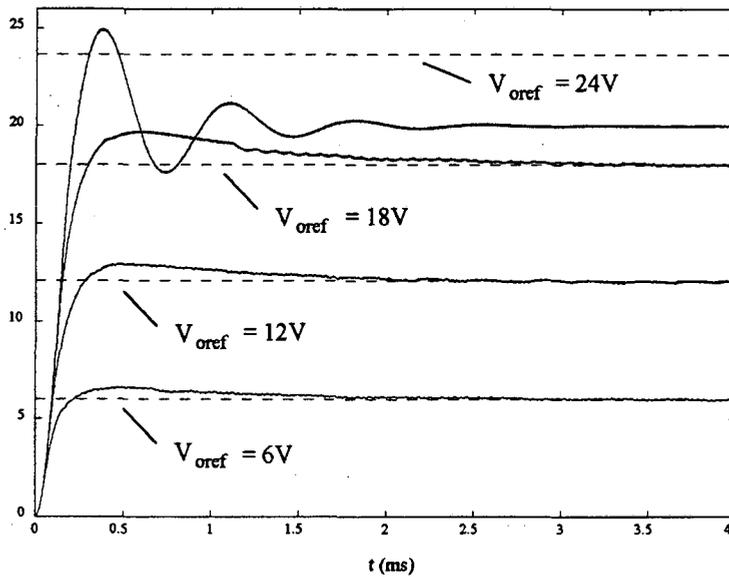


Fig.4.20. Evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la tensión de referencia ($k_p = 1$, $k_i = 1000$)

La evolución de la tensión de salida para diferentes valores de la tensión de referencia se muestra en la Fig.4.20. Como puede observarse en la figura, la tensión de salida real en régimen estacionario coincide con el nivel de referencia deseado, cuando el regulador actúa como reductor de tensión (véase Tabla 4.7).

Si la tensión de referencia es mayor que la tensión de entrada, la superficie de deslizamiento no puede ser alcanzada, y en consecuencia, no se establece un régimen deslizante sobre la superficie. Este hecho provoca la saturación del control ($u=1$ continuamente) y, por lo tanto, la tensión de salida cambia de dinámica y no adquiere en régimen estacionario el valor deseado.

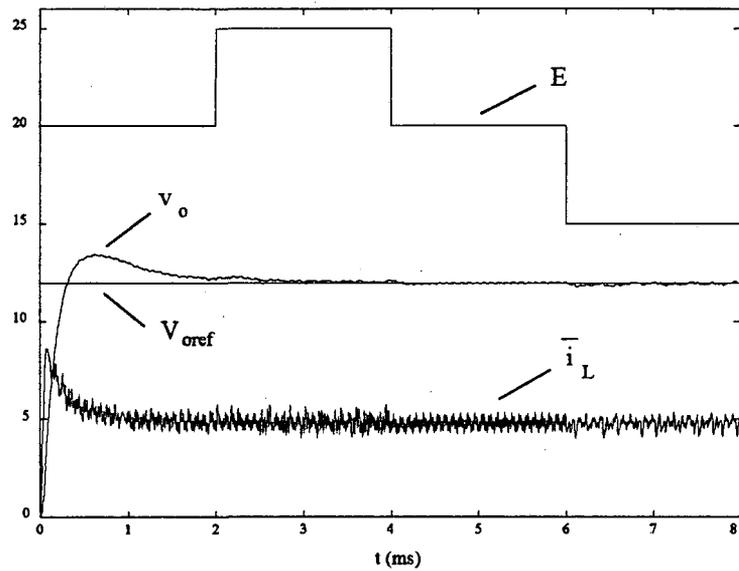
La Fig.4.21 muestra la respuesta del regulador frente a perturbaciones de gran señal en la tensión de entrada y en la carga. Esta figura confirma la insensibilidad de la tensión de salida en régimen estacionario con respecto al valor de la tensión de entrada y de la carga. Este hecho se debe básicamente a la presencia en la superficie de deslizamiento del término integral del error de la tensión de salida, que no sólo elimina el error en régimen estacionario sino que adquiere el valor necesario para que la salida se corresponda con su nivel de referencia, independientemente de la potencia de entrada y salida en el sistema.

Una vez comprobada la validez de los resultados del estudio teórico del regulador *Buck* QSRC, se presentan resultados de simulación del resto de reguladores *Quantum*. En concreto, con las simulaciones que se muestran en las Fig.4.22, 4.23 y 4.24 se pretende evaluar el comportamiento dinámico de los reguladores frente a situaciones muy desfavorables, en las que la carga varía de forma abrupta y en gran señal.

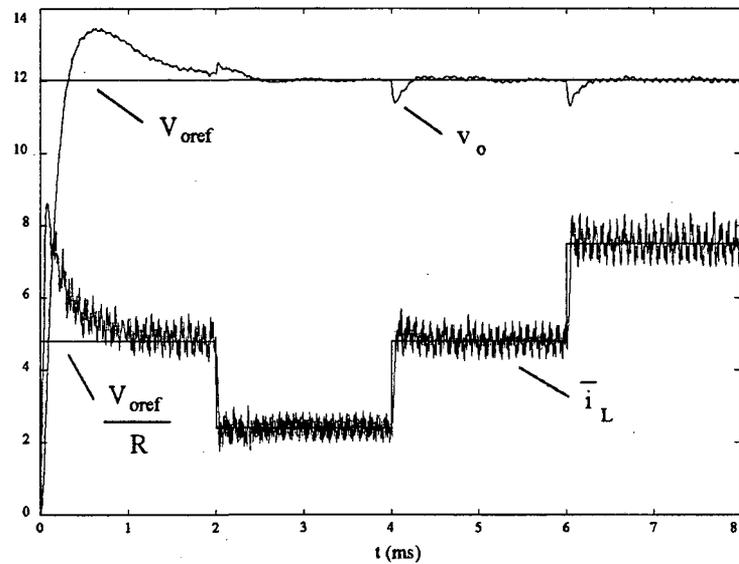
Para ello, se han seleccionado los siguientes valores como parámetros de base:

Boost QSRC y *Buck-Boost* QSRC:

$$E = 20V, L = 51\mu H, C = 56nF, C_o = 100\mu F, V_{oref} = 30V, k_p = 0.2, k_i = 1500$$



a)



b)

Fig.4.21. Respuesta del regulador Buck QSRC frente a perturbaciones en escalón
a) en la tensión de entrada, b) en la carga ($k_p = 0.7$, $k_i = 1000$)

Boost QPRC y Cuk QPRC:

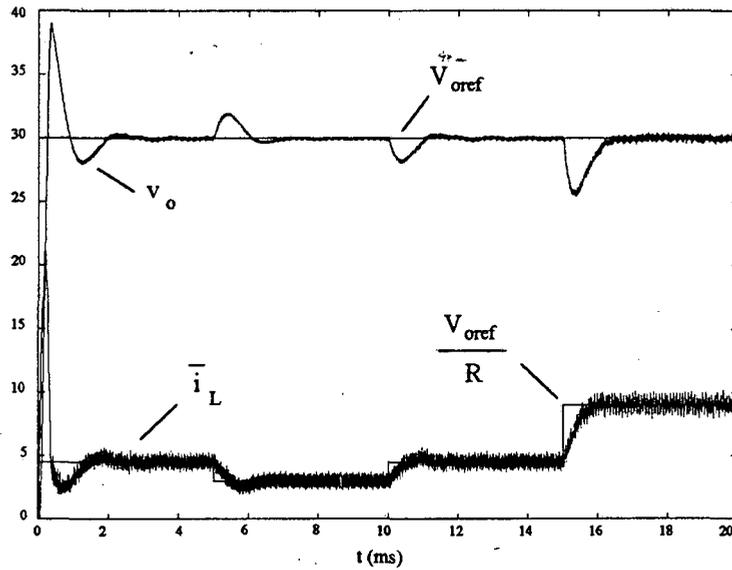
$$E = 20V, L_s = 0.5mH, C = 470nF, L = 53\mu H, L_f = 2mH, C_o = 10\mu F,$$

$$V_{oref} = 30V, k_p = 0.04, k_i = 400$$

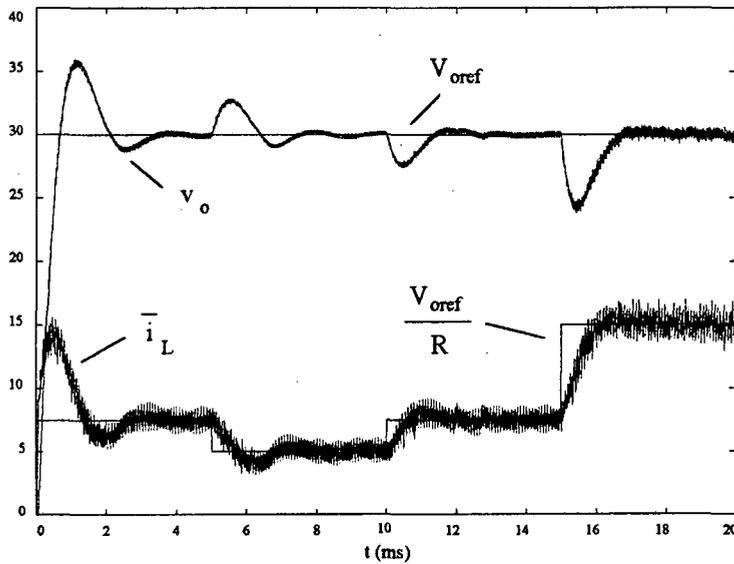
QPRC con dos entradas de control:

$$E = 20V, L_s = 0.5mH, C = 470nF, L = 53\mu H, L_f = 2mH, C_o = 10\mu F,$$

$$V_{cref} = 60V, V_{oref} = 30V, k_{p1} = 0.03, k_{i1} = 200, k_{p2} = 0.5, k_{i2} = 500$$



a)



b)

Fig.4.22. Respuesta de los reguladores a) Boost QSRC y b) Buck-Boost QSRC frente a perturbaciones en escalón en la carga

QSPRC:

$$E = 20V, L = 50.6\mu H, C_s = 100nF, C_p = 100nF, L_f = 4.5mH, C_o = 350nF,$$

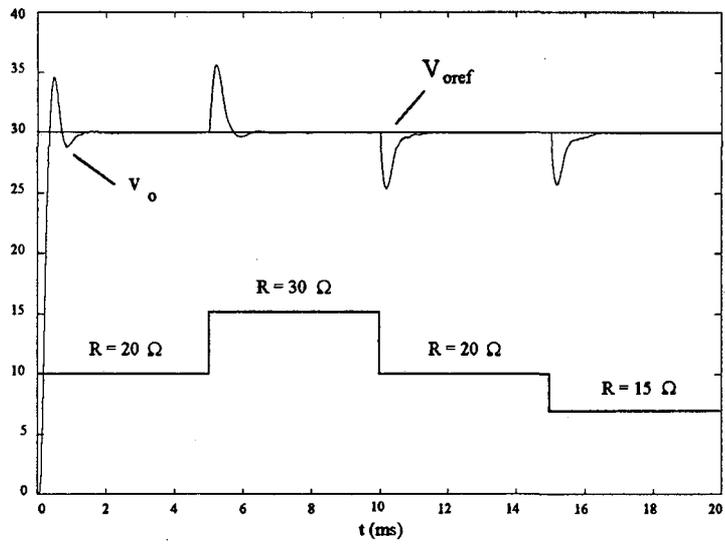
$$V_{oref} = 50V, k_p = 0.07, k_i = 1000$$

QSRC con dos entradas de control:

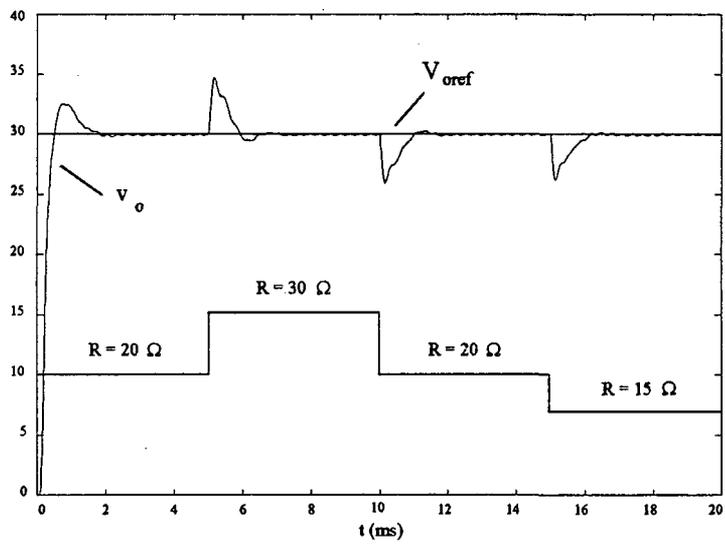
$$E = 20V, L = 51\mu H, C = 56nF, C_o = 100\mu F$$

$$\text{reductor: } V_{oref} = 12V, I_{ref} = 9A, k_p = 0, k_i = 7000$$

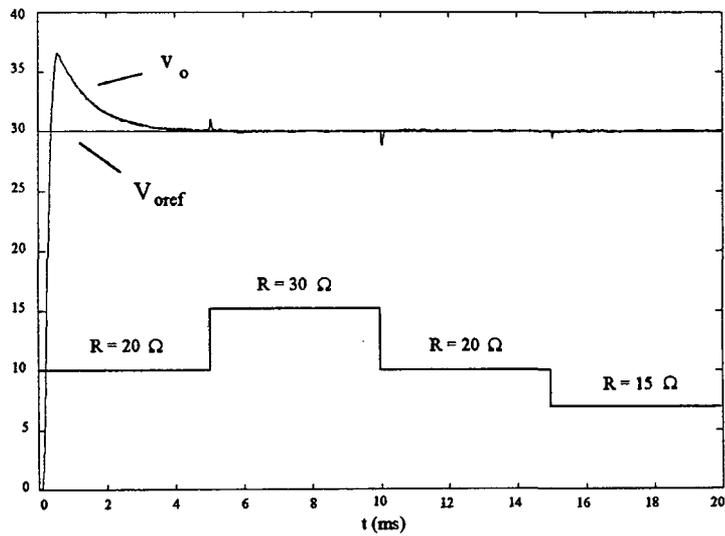
$$\text{elevador: } V_{oref} = 30V, I_{ref} = 14A, k_p = 0, k_i = 4000$$



a)

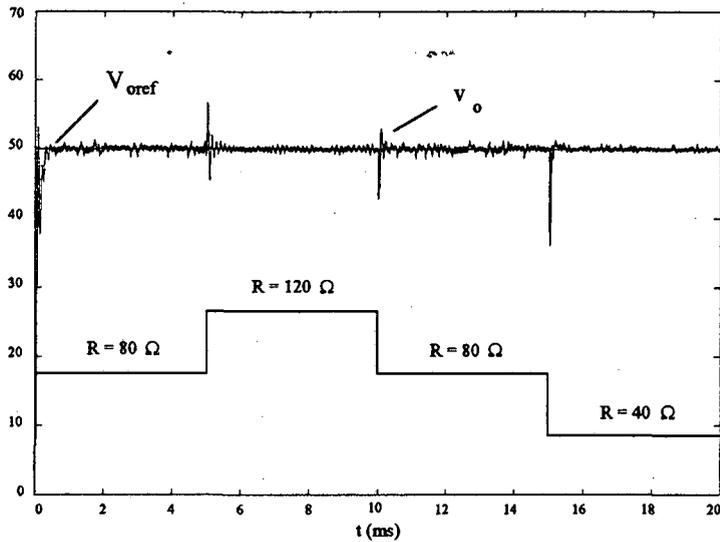


b)

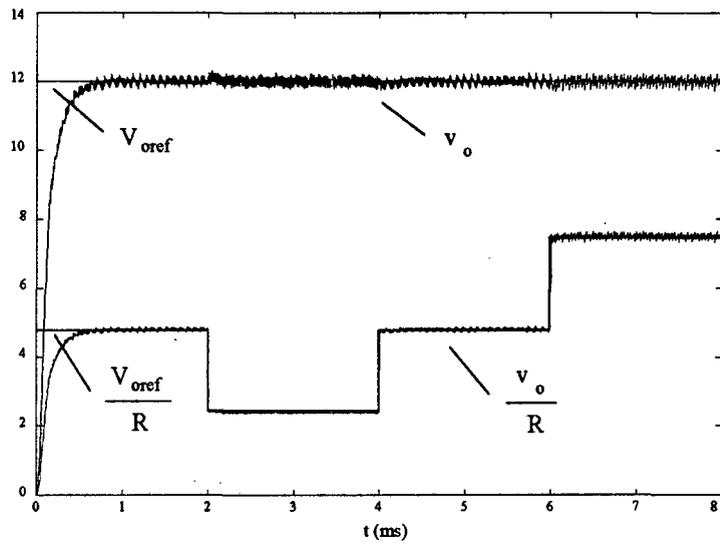


c)

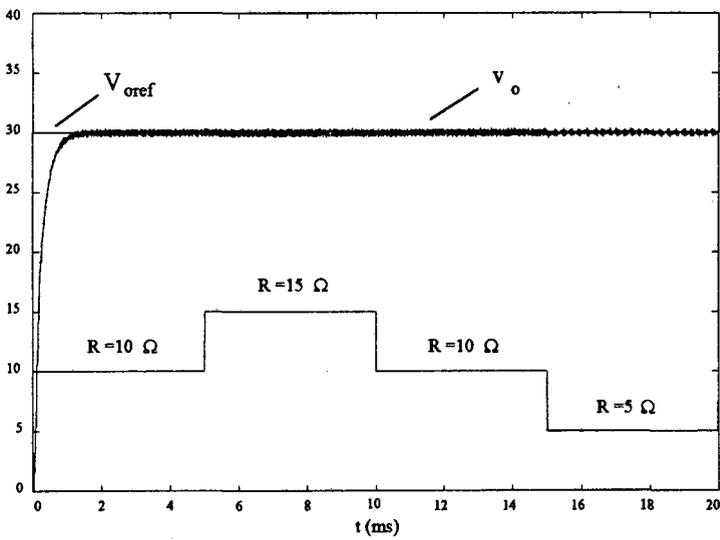
Fig.4.23. Respuesta de los reguladores a) Boost QPRC, b) Cuk QPRC y c) QPRC con dos entradas de control frente a perturbaciones en escalón en la carga



a)



b)



c)

Fig.4.24. Respuesta de los reguladores a) QSPRC, QSRC con dos entradas de control actuando como b) reductor y c) elevador de tensión frente a perturbaciones en la carga

Como puede observarse en las Fig.4.21 a 4.24, la tensión de salida de los reguladores *Quantum* sufre un cierto sobreimpulso cuando se produce una variación en la carga, y después de un determinado transitorio la salida alcanza en todos los casos el valor de referencia deseado.

La comparación de los resultados mostrados en las figuras anteriores permite derivar una serie de características de los convertidores *Quantum* que utilizan los subsistemas de control que aparecen en las Tablas 4.5 y 4.6, las cuales se enumeran a continuación:

- 1) En general, el regulador *Buck* QSRC presenta una dinámica mejor que el resto de reguladores QSRC gobernados mediante una única entrada de control (menor sobreimpulso y menor tiempo de recuperación).
- 2) Los sobreimpulsos y los transitorios de la tensión de salida que tienen lugar después de una variación de la carga son menores en el regulador *Boost* QSRC que en el *Buck-Boost* QSRC, ya que el nivel de corriente resonante necesario para establecer la misma tensión de salida es mayor en el segundo sistema.
- 3) El transitorio de arranque del regulador *Boost* QSRC es el peor en comparación con los reguladores QSRC gobernados mediante una entrada de control, ya que hasta que la tensión de salida no supera el valor de la tensión de entrada no puede establecerse un régimen deslizante en el sistema.
- 4) Los reguladores *Boost* y *Cuk* QPRC presentan una respuesta dinámica similar frente a idénticas perturbaciones en la carga. No obstante, la utilización de dos lazos de control independientes mejora las prestaciones del convertidor QPRC. En concreto, la tensión de salida es prácticamente insensible a perturbaciones en la carga.
- 5) La respuesta transitoria del regulador QSPRC es muy rápida en comparación con el resto de reguladores conmutados, aún teniendo en cuenta que la frecuencia de conmutación de los interruptores en todos los sistemas es similar (en todos los casos muy cercana a 100kHz).
- 6) La tensión de salida del regulador QSRC gobernado mediante dos entradas de control es completamente insensible a las perturbaciones en la tensión de entrada y en la carga. Este hecho se debe a que la dinámica de la tensión de salida en régimen deslizante depende únicamente de la ganancia del término integral y proporcional del error de salida, como se expresa a continuación:

$$\frac{d\bar{v}_o}{dt} = \frac{k_i}{1 + k_p} \cdot (V_{oref} - \bar{v}_o) \quad (4.66)$$

De hecho, la dinámica de la tensión de salida se corresponde con un sistema lineal de primer orden, y no depende directamente del valor de la tensión de entrada ni de la carga.

Además es importante destacar que los resultados de simulación de este regulador han sido realizados con un subsistema de control reducido, que contempla en la segunda superficie de deslizamiento únicamente la presencia del término integral del error ($k_p = 0$).

El excelente comportamiento dinámico observado en el regulador QSRC con dos entradas de control sugiere que los controladores de los restantes convertidores *Quantum* sean

modificados de manera que la dinámica equivalente de la tensión de salida adquiriera una forma similar a la expresada en (4.66), o en cualquier caso que no dependa del valor de la carga.

Aunque el estudio detallado no ha sido incluido en este trabajo, se han deducido unos controladores en modo de deslizamiento para los convertidores *Quantum*, que dotan a la tensión de salida de una dinámica independiente de la carga.

Sin embargo, las superficies de deslizamiento de estos subsistemas son extremadamente complejas, lo que dificulta considerablemente la realización práctica de los lazos de control. Además, no todos los convertidores *Quantum* que utilizan estos controladores funcionan correctamente, siendo el problema detectado más grave la imposibilidad de alcanzar las superficies de deslizamiento.

4.4.7. CONCLUSIONES

En el apartado 4.4 se ha propuesto una solución a los inconvenientes asociados a los reguladores *Quantum* estudiados en el apartado anterior, que consiste en modificar de forma sistemática las superficies de deslizamiento de sus subsistemas de control.

La concepción de los nuevos controladores ha sido realizada teniendo en cuenta los siguientes criterios básicos: correcta regulación de la tensión de salida sin error en régimen estacionario, buena respuesta dinámica y simple realización práctica.

Los estudios teóricos realizados y el análisis de los resultados de diversas simulaciones permiten realizar las conclusiones que se enumeran a continuación:

- 1) La inclusión de un término integral del error de la tensión de salida en las superficies de deslizamiento garantiza que la salida del regulador en régimen estacionario coincida con su nivel de referencia deseado.
- 2) La respuesta dinámica de los reguladores puede ser acelerada con la presencia en las superficies de deslizamiento de un término proporcional del error de la tensión de salida.
- 3) El procedimiento de diseño del control desarrollado en este apartado proporciona las principales restricciones sobre los parámetros de los controladores (referencias externas, ganancias de los términos integrales y proporcionales).
- 4) La tensión de salida en régimen estacionario es insensible a las variaciones de la tensión de entrada y la carga. Este hecho se debe al comportamiento dinámico del integrador, que desplaza la superficie de deslizamiento hasta que la tensión de salida adquiere el nivel de referencia deseado.
- 5) La respuesta de los reguladores frente a perturbaciones en la carga presenta sobreimpulsos y tiempos de recuperación apreciables, debido a la dependencia de la dinámica de la tensión de salida con el valor de la resistencia de carga. En el regulador QSRC gobernado mediante dos entradas de control, la tensión de salida es insensible a variaciones en la tensión de entrada, la carga y otros parámetros del sistema.
- 6) La realización práctica de los controladores se simplifica de forma considerable al sustituir las partes de las superficies de deslizamiento que requieren de circuitos multiplicadores o divisores por los términos integrales y proporcionales comentados anteriormente.

- 7) La realización de los controladores propuestos en este apartado precisa de un menor número de variables de la etapa de potencia que los estudiados en el apartado 4.3, lo que simplifica la circuitería de sensado de los lazos de control.

Las características comentadas con anterioridad indican que los controladores en modo de deslizamiento propuestos en este apartado son los más adecuados para que los convertidores *Quantum* actúen de forma óptima como reguladores de tensión.

4.5. CONCLUSIONES

El presente capítulo se ha dedicado a la aplicación de las técnicas de control en modo de deslizamiento para la concepción, realización y diseño de los lazos de control de los reguladores conmutados que utilizan como etapas de potencia los convertidores resonantes estudiados en los capítulos precedentes.

El establecimiento de un nuevo método sistemático de diseño ha permitido derivar la estructura de los controladores en modo de deslizamiento que garantiza el comportamiento óptimo de los convertidores *Quantum* como reguladores de tensión.

El procedimiento de diseño propuesto en este trabajo toma como punto de partida el segundo método de Lyapunov y el método del control equivalente, y toma en consideración como criterio básico de selección de las superficies de deslizamiento la simple realización práctica de las mismas.

La aplicación del método de diseño a los modelos promediados de los convertidores resonantes *Quantum* deducidos en el capítulo anterior ha facilitado la determinación de las principales restricciones sobre los parámetros de los controladores.

Las prestaciones de los reguladores presentados en este capítulo se deducen de los estudios teóricos realizados y del análisis de los resultados de simulación, y se enumeran a continuación:

- 1) Pérdidas de conmutación prácticamente nulas.
La operación a frecuencia de resonancia y la sincronización de las acciones de control con los instantes de paso por cero de las variables resonantes hacen que las conmutaciones se produzcan a tensión o corriente nula.
- 2) Simple procesado del ruido EMI.
La operación a frecuencia de resonancia provoca la aparición de formas de onda perfectamente senoidales en el tanque resonante, lo que concentra el espectro de las interferencias electromagnéticas en una estrecha banda alrededor de esta frecuencia.
- 3) Gran robustez frente a perturbaciones.
La utilización de superficies de deslizamiento en los lazos de control que incluyen términos proporcionales e integrales del error de la tensión de salida garantiza la alcanzabilidad del punto de funcionamiento deseado, incluso en presencia de variaciones de los parámetros del sistema o frente a perturbaciones de gran señal en la tensión de entrada y en la carga.

4) Buena respuesta transitoria.

En el arranque del sistema o en respuesta a una perturbación externa, la tensión de salida presenta un sobreimpulso y un tiempo de establecimiento apreciables. No obstante, la elección adecuada de las ganancias de los términos proporcional e integral de las superficies de deslizamiento permite adecuar la respuesta del sistema a los requisitos del diseño.

Finalmente, destacar el excelente comportamiento dinámico que se obtiene en los reguladores conmutados que disponen de dos entradas de control, y en particular, en el convertidor QSRC. Este hecho ha motivado la utilización de estas estructuras resonantes en aplicaciones que emplean una referencia externa variable en el tiempo, en las que la dinámica del sistema es la característica fundamental [72][83].