



Universitat Politècnica de Catalunya
Departament d'Enginyeria Electrònica

Estudi de la Influència de les Interconnexions en el Disseny Microelectrònic

Francesc Moll Echeto

Memòria per a l'obtenció del títol de
Doctor en Ciències

Director:

Antonio Rubio Solà

Als meus pares

Agraïments

En primer lloc, voldria expressar el meu agraïment al professor Antonio Rubio per la direcció de la tesi. Els seus consells i el seu encoratjament al llarg de la realització del treball han fet que aquest s'hagi pogut portar a terme.

També estic en deute amb els meus companys de grup des de l'inici del treball a Palma, Jaume Segura, Miquel Roca i Eugeni Isern. En tot moment han estat disposats a ajudar, tant material com moralment. A més, En Miquel Roca és l'autor material de les fotografies que apareixen en el text, i N'Eugeni Isern m'ha ajudat a donar els retocs finals al format \LaTeX de la tesi.

Vull agrair també als companys de departament tota l'ajuda que m'han donat, i el bon ambient creat, tant de treball com de relació personal. Aquest agraïment es fa extensiu al personal d'administració i serveis del departament, especialment a Na Belén Lalueza i Santiago Pérez que han resolt sempre pacientment i amb bon humor tots els problemes informàtics que surten inevitablement, i a Na Maria Dolors Mateu, que ha fet fàcils i inclús agradables els tràmits burocràtics.

Aixímateix, vull expressar el meu agraïment al Centre Nacional de Microelectrònica, que va proporcionar els encapsulats que es van fer servir al capítol 7.

Finalment, vull agrair a a Direcció General d'Universitats de la Generalitat de Catalunya la concessió d'una beca del programa de Doctorands Docents durant dos anys.

Contingut

1	Introducció	1
1.1	Tendències tecnològiques	1
1.1.1	Augment de l'àrea	1
1.1.2	Escalat dels dispositius	2
1.1.3	Escalat de les interconnexions	2
1.2	Aspectes del disseny	3
1.2.1	Arquitectura	3
1.2.2	Models de computació	3
1.2.3	Partició del sistema	4
1.2.4	Implicacions en el test	4
1.3	Objectius i organització de la tesi	4
2	Línies de transmissió	6
2.1	Línia de transmissió ideal. Model electromagnètic	7
2.1.1	Línia de transmissió amb pèrdues	9
2.2	Línies de transmissió. Models elèctrics	10
2.2.1	Paràmetres elèctrics	11
2.3	Línia ideal. Model LC	13
2.3.1	Aplicació a línia amb font no lineal	16
2.3.2	Límits d'aplicació de línia de transmissió	17
2.4	Línia amb pèrdues. Models RC i RLC	20
2.5	Model RC	21
2.5.1	Temps de retard de la línia RC	24
2.5.2	Distorsió dels polsos	25
2.5.3	Aplicació	28
2.5.4	Resultats per a altres valors de R i C	28
2.6	Model RLC	34
2.6.1	Aplicació	36
2.6.2	Cas general de càrrega de línia no nul·la	37
2.7	Relació entre freqüència del senyal i temps de pujada	38
2.8	Resum i conclusions del capítol	38
3	Línies sobre substrat semiconductor	40
3.1	Efecte del substrat semiconductor	40
3.1.1	Càlcul de G_S	42

3.1.2	Influència de G_S en el temps de retard	44
3.2	Mesures experimentals de paràmetres de línia	45
3.2.1	Característiques del circuit	46
3.2.2	Anàlisi de les mesures	47
3.2.3	Circuit equivalent	48
3.2.4	Discussió dels resultats	50
3.3	Resum i conclusions del capítol	54
4	Acoblaments	55
4.1	Model de capacitats concentrades	56
4.1.1	Model de t_r constant	56
4.1.2	Influència de la línia afectant	58
4.2	Model RC distribuït	64
4.3	Model LC distribuït	67
4.3.1	Resultat de les simulacions	71
4.3.2	Acoblament de tres línies. Efecte d'apantallament	74
4.3.3	Acoblament entre línies d'alimentació i de senyal	75
4.4	Resum i conclusions del capítol	78
5	Valors de paràmetres de línies	80
5.1	Capacitat	80
5.1.1	L'aproximació de plaques paral·leles	80
5.1.2	Línies sobre substrat	83
5.1.3	Línies sobre substrat aïllant	91
5.2	Inductància	95
5.2.1	Inductància respecte del "backplane"	95
5.2.2	Inductància respecte de línia de terra	99
5.3	Velocitat de propagació	102
5.3.1	Línies no acoblades	103
5.3.2	Línies acoblades	105
5.3.3	Interpretació dels resultats	107
5.4	Impedància característica	112
5.4.1	Interpretació dels resultats	113
5.5	Resum i conclusions del capítol	125
6	Capacitat d'interconnexions no rectes	127
6.1	Efecte dels angles	128
6.2	Línies acoblades: línia recta i línia en ziga-zaga	129
6.2.1	Autocapacitat	131
6.2.2	Capacitat d'acoblament	135
6.3	Exemple: Càlcul d'estructura més complexa	140
6.4	Resum i conclusions	141

7	Caracterització elèctrica d'encapsulats	143
7.1	Tecnologies de fabricació d'encapsulats	143
7.1.1	Encapsulats plàstics	144
7.1.2	Encapsulats ceràmics	144
7.2	Modelació elèctrica dels encapsulats	145
7.2.1	Soroll de commutació	146
7.3	Paràmetres elèctrics d'encapsulats. Càlculs	146
7.3.1	DIL 24	147
7.3.2	SOIC 24	149
7.3.3	LCC 44	150
7.3.4	PGA 84	153
7.4	Efectes elèctrics. Simulació amb HSPICE	153
7.4.1	Cas 1. Un sol pin d'alimentació i terra	154
7.4.2	Cas 2. Alimentació i terra en pins adjacents	157
7.4.3	Cas 3. Separació de l'alimentació d'entrades i sortides	160
7.4.4	Augment del nombre de pins d'alimentació	163
7.4.5	Capacitat de desacoblament al xip	164
7.4.6	Resum de les simulacions	164
7.5	Experimentació	166
7.5.1	Estructura interna d'un encapsulat	167
7.5.2	Mesures del soroll de commutació	168
7.6	Resum i conclusions del capítol	170
8	Propagació de senyals espuris	173
8.1	Corbes de propagació	173
8.1.1	Assignació d'un pols a un senyal espuri	174
8.1.2	Criteris de propagació	175
8.1.3	Propagació a través de la lògica dels senyals espuris	176
8.1.4	Corbes crítiques d'una cadena d'inversors	176
8.1.5	Corbes per un camí general	181
8.2	Mesures de les corbes de penetració sobre inversors discrets	183
8.3	Efecte de senyals espuris sobre un latch	184
8.3.1	Anàlisi de fallada del latch per senyals espuris	185
8.3.2	Mesures sobre un latch 4042	187
8.4	Efecte al latch després d'una cadena d'inversors	190
8.5	Algoritme de generació de vectors per a la detecció de senyals espuris	195
8.5.1	Aplicació i motivacions	196
8.5.2	Algoritme implementat	196
8.5.3	Resultats de l'algoritme	197
8.6	Resum i conclusions del capítol	202
9	Conclusions	203
9.1	Efectes a la transmissió	203
9.1.1	Importància de la inductància	203
9.2	Acoblaments	204

9.3	Encapsulats	204
9.4	Efecte dels senyals espuris	205
9.5	Línies de treball futur	205

Capítol 1

Introducció

Els grans avenços assolits en la tecnologia de fabricació de circuits integrats permet per una banda fer els dispositius cada vegada més petits, millorant les seves prestacions, i per altra banda permet fer circuits integrats cada cop més grans possibilitant la integració de sistemes complexos dins un mateix xip. Aquestes dues tendències fan que les interconnexions hagin de tenir-se molt en compte a l'hora d'estudiar el comportament del circuit, podent considerar-se un dels aspectes limitadors de la tecnologia [1]. En aquest capítol s'explicarà perquè les interconnexions suposen una limitació considerant diverses tendències tecnològiques i diversos aspectes del disseny.

1.1 Tendències tecnològiques

1.1.1 Augment de l'àrea

Resulta intuïtiu veure que a mesura que l'àrea del circuit augmenta, també ho farà la longitud mitjana de les interconnexions del circuit, degut a que hi haurà elements separats per una distància més gran. Una fórmula empírica que mostra aquesta relació és [2]:

$$\bar{l} \approx \frac{\sqrt{A}}{3} \quad (1.1)$$

on \bar{l} és la longitud mitjana i A és l'àrea del circuit integrat.

Una altra relació important pel que fa a les interconnexions i la complexitat és la regla de Rent [3], que relaciona el nombre de terminals d'entrada o sortida amb el nombre de portes del circuit:

$$T = K \cdot G^p \quad (1.2)$$

on T és el nombre de terminals E/S, K és la mitjana de terminals per porta, G és el nombre de portes del circuit, i p és l'exponent de Rent, un paràmetre empíric que pren un valor entre 0.5 i 1 depenent del tipus d'arquitectura del circuit. Aquesta relació implica un augment de terminals amb la complexitat dels circuits, la qual cosa exigeix dels encapsulats i nivells superiors de jerarquia d'interconnexió unes prestacions cada cop més exigents.

Paràmetre	Tensió constant	Camp constant
Longitud canal	$1/\alpha$	$1/\alpha$
Amplada canal	$1/\alpha$	$1/\alpha$
Tensió alimentació	1	$1/\alpha$
Oxid de porta	$1/\alpha$	$1/\alpha$
Retard porta	$1/\alpha^2$	$1/\alpha$
Dissipació potència	α	$1/\alpha^2$

Taula 1.1: Efecte de l'escalat en dispositius MOS

La distribució de longituds d'interconnexió i l'arquitectura del sistema estan relacionades amb l'exponent de Rent, en el sentit que si totes les interconnexions són curtes, només les portes de la perifèria del circuit podrà connectar-se als terminals, mentres que si les interconnexions són llargues qualsevol porta es pot connectar a alguna sortida. Això vol dir que, suposant una distribució uniforme de portes, en el primer cas es tindrà $T \propto G^{1/2}$, i en el segon $T \propto G$ [2].

En general s'ha de considerar una distribució de longituds bimodal, que consideri longituds curtes per a comunicacions locals, i longituds llargues per a comunicacions globals [4]. La importància relativa dels dos modes la determina l'arquitectura del sistema.

1.1.2 Escalat dels dispositius

La reducció de tamany dels dispositius favoreix les seves prestacions fent-los més ràpids. En dispositius CMOS, considerant un escalat a tensió constant (reduïnt les dimensions segons un factor α), es veu que el retard de porta disminueix com $1/\alpha^2$, mentres que un escalat a camp constant (escalant també la tensió d'alimentació) fa disminuir el temps de retard com $1/\alpha$ (taula 1.1) [5].

Una anàlisi més detallada considerant efectes de saturació de velocitat dels electrons dona una disminució de la constant de temps del dispositiu d'entre $1/\alpha^{3/2}$ i $1/\alpha$ per a l'escalat a tensió constant [6]. D'aquesta anàlisi es veu que la major disminució de temps es deu a una disminució de les capacitats internes del dispositiu. Com s'ha vist a la secció anterior, l'augment de la capacitat de les interconnexions fa que el seu efecte arribi a ser limitador de la tecnologia.

Respecte dels transistors bipolars, el retard ve determinat per tres aspectes: capacitats paràsites, temps de càrrega de la base, i resistència de base [7], i per a baix corrent el que domina és l'efecte capacitiu. Per tant, també es veu que les interconnexions juguen un paper molt important en el comportament en velocitat dels circuits amb transistors bipolars.

1.1.3 Escalat de les interconnexions

La reducció de tamany horitzontals i verticals que permeten els avenços en tecnologia possibiliten un augment en la densitat d'interconnexió, la qual cosa permet dissenyar funcions més complexes.

Aquesta disminució de tamany horitzontals provoca una disminució de la capacitat de la línia per unitat de longitud que mantenint les dimensions verticals en l'escalat és en primera aproximació lineal amb l'escalat. Aquest fet podria compensar parcialment l'augment de capacitat degut a la major longitud de les línies, de manera que el retard fos quasi constant, si no fos per dues causes: En primer lloc l'efecte de les parets verticals de la línia (*fringing fields*) fan que la disminució de la capacitat per unitat de longitud no sigui lineal amb l'escalat, sinó que cada vegada disminueix menys. En segon lloc, la resistència de la línia augmenta linealment amb la disminució de l'escalat horitzontal (quadràticament si l'escalat també es fa verticalment), de manera que la constant RC de la línia tendeix a augmentar [1].

Per altra banda, la creixent velocitat d'operació dels dispositius, discutit a la secció anterior, pot fer aparèixer en interconnexions llargues efectes de línies de transmissió, com reflexions i oscil·lacions de tensió, que provoquen soroll al circuit.

També l'acoblament entre línies augmenta degut a tots els altres efectes: línies més llargues, més pròximes, i amb senyals més ràpids.

Per totes aquestes raons el disseny de les interconnexions ha de tenir un paper rellevant en el disseny dels sistemes electrònics.

1.2 Aspectes del disseny

1.2.1 Arquitectura

Degut a que gran part dels problemes causats per les interconnexions venen de la seva gran longitud degut a l'augment d'àrea del circuit, una manera d'evitar-los és canviar l'arquitectura del circuit fent que la gran majoria d'interconnexions siguin locals, a curta distància. Això es pot aconseguir dissenyant sistemes concurrents [8], en que es reparteix el treball en petites unitats aprofitant la facilitat de rèplica oferta per la tecnologia VLSI.

Les línies de comunicació global, com són les de rellotge, són les que es veuen més afectades pels efectes paràsits d'interconnexió degut a que són les més llargues. Per a solucionar els possibles problemes es pot fer servir una arquitectura que no faci servir rellotges (*self-timed*), o bé fer servir un rellotge lent per al circuit global i un senyal de rellotge ràpid a nivell local, amb diverses unitats dins el xip [1].

1.2.2 Models de computació

Els models de computació per a VLSI necessiten una modelació precisa de les interconnexions per a poder avaluar una certa arquitectura, en funció de l'àrea i del temps de computació [8].

Per a poder avaluar el temps de computació s'ha de conèixer la dependència del retard introduït per la línia respecte de la seva longitud. Es poden considerar tres models [9]: model constant, model lineal i model quadràtic. Cada un d'aquests models té repercussions en l'arquitectura òptima, com ja s'ha dit abans. Per exemple, el model quadràtic penalitza les interconnexions llargues, i per tant fa descartar arquitectures en que es comuniquin tots els elements. Per a evitar aquesta dependència quadràtica es

solen distribuir drivers al llarg de la longitud [1], o bé repetidors més complexes [10]. L'inconvenient és una pèrdua d'àrea "útil".

En general cada un dels models serà vàlid per un cert rang de longitud, geometries i freqüències dels senyals.

1.2.3 Partició del sistema

Cada jerarquia d'interconnexió d'un sistema electrònic (xip, mòdul multi-xip, PCB) té les seves característiques, en funció de les dimensions i distància entre línies més típiques. Degut a això, la partició del sistema ha de tenir en compte quin és el cost en quant a funcionament, de separar dos blocs funcionals en diferents xips, o en diferents mòduls, tenint en compte un model de computació adequat. Per exemple, pot resultar que la solució més òptima no sigui la d'un únic xip, sinó la de dividir el sistema en xips més petits interconnectats en un mòdul multixip (MCM) d'alta densitat [11]. Per a prendre aquestes decisions s'ha de tenir en compte el model d'interconnexió a fer servir en cada nivell jeràrquic. S'han publicat treballs en aquest sentit, orientats molts d'ells a la partició en MCM [12]. Aquesta partició és convenient fer-la en les primeres etapes del disseny, ja que d'aquesta manera és possible optimitzar el cicle de disseny i per tant reduir costos [13].

1.2.4 Implicacions en el test

Els efectes paràsits en les interconnexions poden provocar soroll i errors transitoris, que en arribar a un element d'emmagatzematge poden convertir-se en errors permanents. Donat que aquests errors es propaguen per la lògica de forma similar a una fallada stuck-at [14], és possible adaptar algorismes de generació de vectors per a la detecció [15]. Aquest és un tema que es desenvoluparà en un dels capítols de la tesi.

1.3 Objectius i organització de la tesi

Els objectius d'aquesta tesi són obtenir criteris per a modelitzar adequadament les interconnexions sobre tot a nivell de circuit integrat, quantificant els paràmetres típics, avaluar les fonts de soroll provocat per interconnexions, i avaluar l'efecte que el soroll pot produir en circuits digitals.

En el capítol 2 es fa una revisió dels diferents models elèctrics de línies d'interconnexió, de les seves característiques i límits de validesa.

Al capítol 3 es consideren línies sobre substrat semiconductor i l'efecte que pot tenir el substrat en la transmissió del senyal.

El capítol 4 s'estudia el problema de l'acoblament entre línies, considerant els diferents models possibles.

Al capítol 5 es presenten càlculs dels paràmetres elèctrics de línies de circuit integrat. L'obtenció d'aquests valors serveix per a definir quin model és més apropiat en funció de la geometria de la línia.

Al capítol 6 es mostren càlculs de capacitat en 3 dimensions de línies d'interconnexió, i l'efecte que tenen els canvis de direcció de la interconnexió sobre el valor de la seva capacitat.

El capítol 7 presenta caracteritzacions d'encapsulats utilitzats usualment, fent servir simulacions i mesures. Es mostra l'efecte del soroll inductiu i d'acoblament en funció del tipus d'encapsulat.

El capítol 8 estudia el problema de l'efecte del soroll sobre circuits lògics considerant la seva limitació en propagació, i de la detecció de senyals generats per acoblaments paràsits entre interconnexions.

Finalment, el capítol 9 presenta les conclusions més rellevants, i possibles línies futures de treball.

Capítol 2

Línies de transmissió i models d'interconnexió

Com s'ha exposat al capítol d'introducció, les interconnexions a circuits d'alta velocitat presenten uns fenòmens propis de línia de transmissió degut a que la variació dels senyals és tan ràpida comparat amb la velocitat de transmissió que el valor de tensió al llarg de la línia no és uniforme, com passaria si es considerés la interconnexió com un sol node elèctric. Així, la variació del senyal elèctric al final de la línia es produeix un temps després de que es produeixi a l'inici. El temps de propagació dependrà de la velocitat de les ones electromagnètiques en el medi en què estigui la línia i de la seva longitud. Per tant, per tal que hi hagi diferència apreciable entre la forma d'ona a l'inici i al final de la línia, la forma d'ona inicial haurà de variar ràpidament, la qual cosa es pot expressar en termes temporals:

$$t_r \ll t_p$$

on t_r és el temps de pujada del senyal donat pel driver i t_p és el temps de propagació del senyal a la línia (figura 2.1).

Aquesta diferència entre forma d'ona a l'inici i al final de la línia, característica de les línies de transmissió, pot donar lloc a reflexions que facin variar la forma d'ona

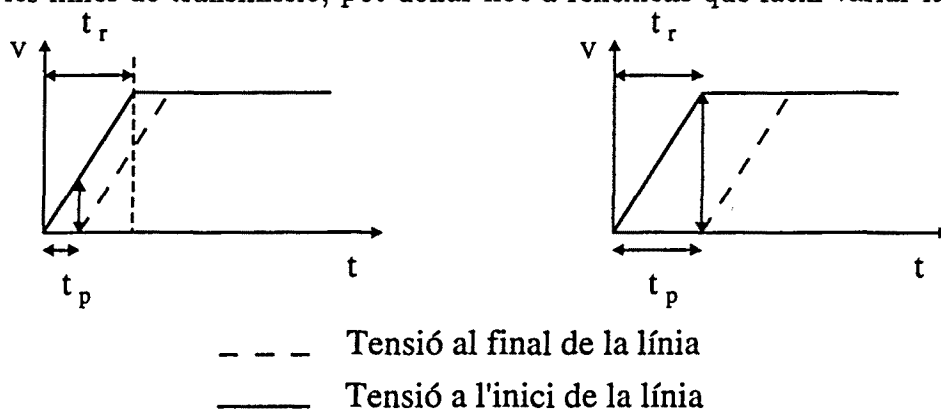


Figura 2.1: Diferència entre la forma d'ona a l'inici i al final de la línia per $t_r < t_p$ i per $t_r > t_p$.

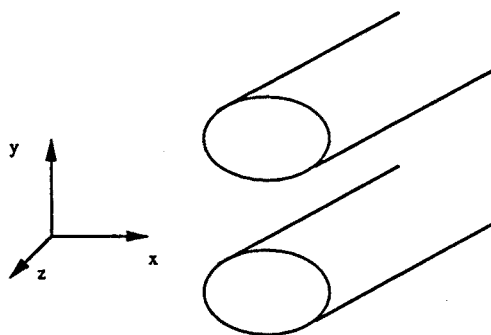


Figura 2.2: Esquema de línia de transmissió.

original i causar problemes degut a oscil·lacions de tensió (*ringing*) a alguns circuits com per exemple, violacions de “setup time” i “hold time” d’elements biestables.

En aquest capítol es farà primer un repàs de la base electromagnètica de les línies de transmissió que ajudarà a justificar i validar els models elèctrics que s’introduiran després, i amb els quals es treballarà al llarg de la tesi. Es discutiran aspectes com distorsió del senyal, reflexions, i validesa d’un o altre model tenint en compte paràmetres tecnològics.

2.1 Línia de transmissió ideal. Model electromagnètic

Una línia de transmissió es compon de dos conductors separats per un medi dielèctric per on es propaguen ones electromagnètiques en la mateixa direcció dels conductors (fig. 2.2).

Considerant que els conductors i el dielèctric són ideals, els camps magnètic i elèctric no tindran components en la direcció de propagació de l’ona electromagnètica, i d’aquí ve el nom de TEM (Transversal ElectroMagnetic wave).

Agafant com a direcció de propagació l’eix z (fig. 2.2), es compleixen les següents expressions per als camps elèctric i magnètic (lleis de Maxwell):

$$E_z = H_z = 0$$

$$\vec{E} = E_x \hat{x} + E_y \hat{y} = \vec{E}_t$$

$$\vec{H} = H_x \hat{x} + H_y \hat{y} = \vec{H}_t$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{E} = -j\omega\mu\vec{H} \quad (2.1)$$

$$\vec{\nabla} \times \vec{H} = j\omega\epsilon\vec{E} \quad (2.2)$$

on \vec{E}_t i \vec{H}_t són els camps transversals elèctric i magnètic respectivament.

De les equacions de Maxwell (2.1) i (2.2) s’obtenen, separant la component z de les altres:

$$\vec{\nabla} \times \vec{E}_t = 0 \quad (2.3)$$

$$\vec{E}_t = g(z)\vec{\nabla}_t\Phi(x, y) \quad (2.4)$$

Per tant, com es veu a l'expressió (2.4), existeix un equivalent al potencial electrostàtic al pla transversal a la direcció de propagació, $\Phi(x, y)$. Aquest resultat justifica l'ús d'eines informàtiques que resolen els camps electrostàtics per a l'anàlisi de línies de transmissió.

De les altres components de les equacions de Maxwell (2.1) i (2.2) s'obté:

$$\hat{z} \times \frac{\partial \vec{E}_t}{\partial z} = -j\omega\mu\vec{H}_t \quad (2.5)$$

$$\hat{z} \times \frac{\partial \vec{H}_t}{\partial z} = j\omega\epsilon\vec{E}_t \quad (2.6)$$

D'aquestes dues expressions surt l'equació d'ones per al camp elèctric:

$$\frac{\partial^2 \vec{E}_t}{\partial z^2} + \omega^2\mu\epsilon\vec{E}_t = 0 \quad (2.7)$$

Ara, de les expressions (2.5) i (2.7) es pot expressar \vec{E}_t i \vec{H}_t com:

$$\vec{E}_t(x, y, z) = \vec{\nabla}_t\Phi(x, y)\exp(\pm jkz)$$

$$\vec{H}_t(x, y, z) = \hat{z} \times \mp \vec{\nabla}_t\Phi(x, y)\exp(\pm jkz)$$

on $k^2 = \omega^2\mu\epsilon$.

Degut a la propietat (2.3), la definició del potencial transversal $\Phi(x, y)$ és unívoca (no depèn del camí d'integració), i es pot expressar la diferència de potencial entre els conductors com:

$$V(z) = - \int_{S_1}^{S_2} \vec{E} d\vec{l} = -e^{\pm jkz} \int_{S_1}^{S_2} \vec{\nabla}_t\Phi(x, y) d\vec{l} \equiv V_0 e^{\pm jkz}$$

Com es veu, hi ha una ona de tensió entre els conductors associada al camp elèctric i que es propaga en la direcció z .

Per a trobar el corrent als conductors, suposant que són conductors perfectes, o sigui que \vec{H}_t és tangencial i \vec{E}_t és normal a la superfície dels conductors es pot fer ús de les següents expressions:

$$\rho_S = \epsilon [\vec{n} \cdot \vec{E}_t]_{S_1, S_2}$$

$$\vec{J}_S = [\vec{n} \times \vec{H}_t]_{S_1, S_2}$$

$$|\vec{J}_S| = |\vec{H}_t| = \left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^{1/2} |\vec{E}_t| = \left(\frac{\epsilon}{\mu}\right)^{1/2} |\vec{n} \cdot \vec{E}_t| = \frac{\rho_S}{(\mu\epsilon)^{1/2}}$$

$$I_0 = \oint_{S_n} |\vec{J}_S| dl = \frac{1}{(\mu\epsilon)^{1/2}} \oint_{S_n} \rho_S dl = Qv_c$$

on $v_c = \frac{1}{(\mu\epsilon)^{1/2}}$. També hi haurà una ona de corrent als conductors, d'amplitud I_0 , associada al camp magnètic.

A partir d'aquestes relacions electromagnètiques, es poden deduir magnituds elèctriques (veure Ramo et al. [16]) com:

- Impedància característica:

$$Z_o = \frac{V_o}{I_o} = \frac{V_o}{Q}(\mu\epsilon)^{1/2} = \frac{1}{Cv_c} \quad (2.8)$$

on C és la capacitat de la línia per unitat de longitud. Es calcula, com s'ha explicat abans, a partir del camp electrostàtic, i no depèn de la freqüència.

- Promig temporal d'energia elèctrica i magnètica per unitat de longitud:

$$W_e = \frac{1}{4}\epsilon \iint \vec{E}_t \vec{E}_t^* dx dy = \frac{1}{4}CV_o^2 \quad (2.9)$$

$$W_m = \frac{1}{4}\mu \iint \vec{H}_t \vec{H}_t^* dx dy = \frac{1}{4}\epsilon \iint \vec{E}_t \vec{E}_t^* dx dy = W_e \quad (2.10)$$

- Inductància per unitat de longitud. De la relació de la magnetostàtica:

$$W_m = \frac{1}{4}LI_o^2 \quad (2.11)$$

Finalment, de (2.8), (2.9) i (2.10) es poden obtenir les següents expressions en funció dels paràmetres elèctrics:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.12)$$

$$v_c = \frac{1}{\sqrt{LC}} \quad (2.13)$$

Per tant, s'ha vist com els paràmetres elèctrics de la línia: tensió, corrent, impedància, inductància i capacitat es relacionen amb les magnituds electromagnètiques per al cas en que es propaguin modes TEM, és a dir, sense pèrdues als conductors ni al dielèctric. Seguidament, es discutirà la situació de línia amb pèrdues.

2.1.1 Línia de transmissió amb pèrdues

El cas anterior, on es propaguen exclusivament ones TEM, correspon a una idealització. A la realitat, sempre que hi hagi conductors i dielèctrics amb pèrdues, diverses capes de dielèctrics, o capes de semiconductors hi haurà components longitudinals dels camps, i l'ona resultant serà una superposició de modes TEM, TE i TM (TE: Transverse Electric, TM: Transverse Magnetic, referint-se als vectors camp elèctric i camp magnètic). Com a conseqüència d'això, el potencial que es podia definir unívocament a partir de l'estructura 2D transversal no es pot definir en el cas real, ni tampoc la capacitat i inductància per unitat de longitud.

Mentres que en el cas de modes TEM es propaguen ones planes, en el cas de la línia amb pèrdues el front d'ona serà una superfície no plana, degut a què hi haurà transmissió de potència cap als conductors degut a les pèrdues, i per tant el vector de Poynting tindrà components perpendiculars als conductors. Per a entendre el concepte de potencial quan es tenen pèrdues, es pot imaginar que es coneix aquesta superfície a la qual anomenarem \mathcal{F} . Aquesta superfície serà tal que el vector de Poynting és

normal a ella en tots els punts. Aleshores es podria fer una transformació de l'espai tal que en el nou espai transformat, la superfície \mathcal{F} és plana. En aquest nou espai, es pot aplicar el mateix formalisme que a l'apartat anterior ja que es complirà $\vec{\nabla}_{t'} \times \vec{E}_{t'} = 0$ i $H_{z'} = 0$, i hi haurà un potencial transversal ben definit (les primes signifiquen variables de l'espai transformat). Per tant, no és que no es pugui definir un potencial per la línia amb pèrdues, sinó que aquest potencial no està definit al pla transversal a la direcció de propagació de l'ona electromagnètica, i per consegüent no és aplicable a efectes pràctics.

Si les components longitudinals dels camps són petites comparat amb les transversals de manera que la desviació respecte dels modes TEM siguin petites, es pot aplicar el mateix formalisme considerant una resistència distribuïda per a les pèrdues als conductors, i una conductància distribuïda del dielèctric que té en compte les pèrdues al dielèctric. Matthaei et al. han demostrat la validesa d'aquesta aproximació (anomenada quasi-TEM) per a estructures amb dimensions de l'ordre de la profunditat de penetració dels camps als conductors (*skin depth*)[17]:

$$\delta = \sqrt{\frac{\sigma}{\omega \epsilon}}$$

on δ és l'anomenat *skin depth*, σ és la conductivitat dels conductors, ω és la freqüència dels camps i ϵ és la permitivitat del dielèctric.

Les línies a circuits integrats es poden considerar en aquesta situació fins a freqüències força altes, ja que els camps longitudinals deguts al substrat semiconductor i a la resistència dels conductors són petits comparats amb els camps transversals, degut a les petites distàncies entre conductors.

Brews ha deduït expressions per a paràmetres R,L,C i G a partir dels camps elèctric i magnètic per al cas de pèrdues grans, en què l'aproximació quasi-TEM no és aplicable [18].

També existeixen mètodes per a resoldre els camps electromagnètics i obtenir la resposta de la línia, però sense el formalisme de la línia de transmissió. Aquests mètodes són més complets en el sentit de que tenen en compte la majoria d'efectes que es donen en les estructures de guia d'ones. Per altra banda, tenen l'inconvenient de que es necessita un temps relativament llarg de càlcul, i sobre tot que no es poden integrar en un simulador elèctric. Per tant, aquesta tesi es centrarà en l'aproximació (prou bona per a línies a circuits integrats) que donen els models elèctrics de línies de transmissió.

2.2 Línies de transmissió. Models elèctrics

Com s'ha vist abans, els camps electromagnètics que es propaguen segons modes TEM donen lloc a una propagació d'ones de corrent i tensió entre els conductors descrita per una línia amb inductància sèrie i capacitat paral·lel distribuïdes al llarg de la línia (figura 2.3).

A la realitat, però, els conductors, i també el dielèctric tindran unes certes pèrdues. En microelectrònica, on les dimensions de les línies tendeixen a fer-se cada cop més petites, la resistència dels conductors es fa cada vegada més important, i en general dominarà sobre les pèrdues que pugui presentar el dielèctric. Els models que tenen en

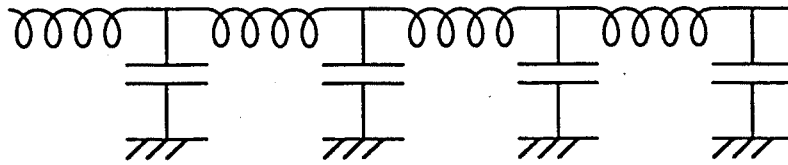


Figura 2.3: Model LC.

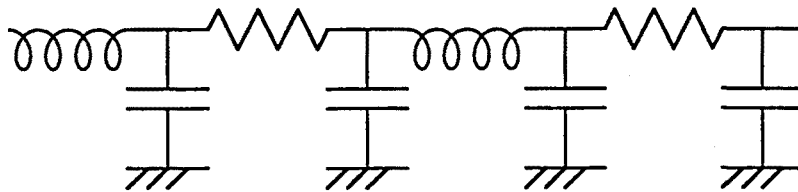
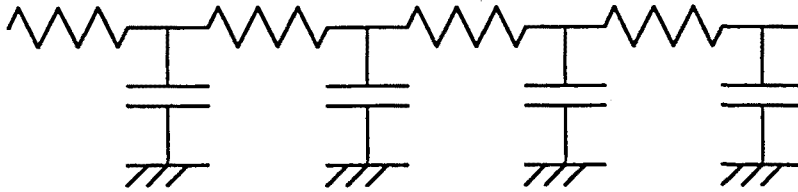


Figura 2.4: Models RC i RLC.

compte les pèrdues dels conductors són RC, amb resistència i capacitat, i RLC, on es considera a més a més la inductància de la línia.

Finalment, hi haurà casos en què també s'hauran d'incloure les pèrdues del dielèctric, que vindran representades per una conductància en paral·lel. Un d'aquests casos, i de gran importància en VLSI, és el de les línies sobre substrate semiconductor, ja que la conductància no nul·la del semiconductor pot provocar pèrdues. Aquest model es representa a la figura 2.5.

A les següents seccions es presentaran i discutiran cada un dels models exposats aquí.

2.2.1 Paràmetres elèctrics

L'avantatge principal de l'ús de models elèctrics és la possibilitat d'incloure'ls en els simuladors convencionals de circuits (SPICE, HSPICE). El nexa d'unió entre els models elèctrics i els camps electromagnètics són els paràmetres elèctrics de la línia; R, L, C i G, els quals es calculen a partir dels camps elèctric i magnètic coneguda l'estructura geomètrica dels conductors [2].

Quan s'aplica l'aproximació quasi-TEM, la capacitat es calcula a partir del camp electrostàtic, resolent l'equació de Laplace per diversos mètodes numèrics [19]. La inductància s'obté a partir de la capacitat i de la velocitat de propagació del senyal,

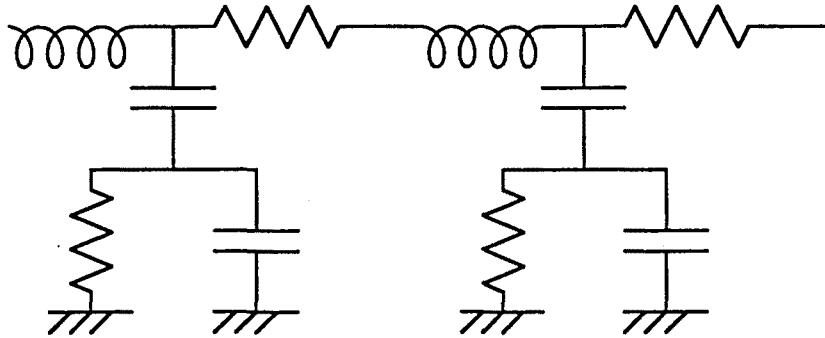


Figura 2.5: Model RLCG.

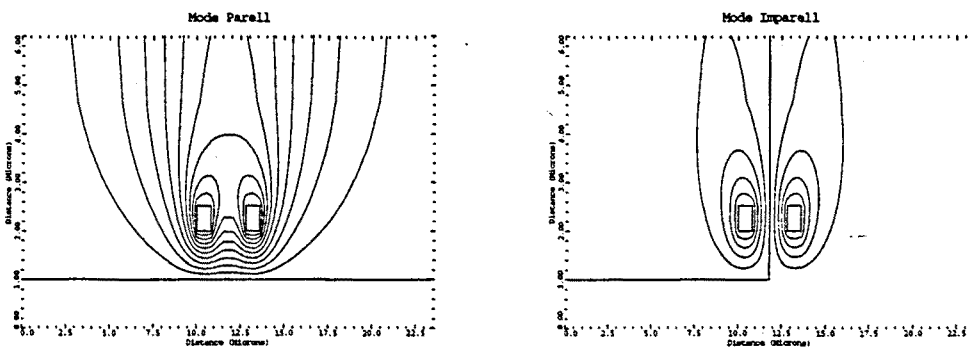


Figura 2.6: Modes parell i imparell de propagació.

segons l'expressió:

$$L \cdot C = \frac{1}{v_p^2}$$

En el cas de tenir un sistema multiconductor de $N + 1$ conductors, N de senyal i un conductor de referència, s'obtenen matrius de capacitat, $[C]$ de tamany $N \times N$. En aquest sistema, hi haurà N modes de propagació independents, i cada mode tindrà en general la seva distribució de camps. Per exemple, a la figura 2.6 es veuen els camps dels diferents modes per $N = 2$.

Si hi ha diferents capes de dielèctrics, es pot considerar una constant dielèctrica efectiva [20], el valor de la qual dependrà de la distribució dels camps per a cada mode. Per tant, en general cada mode tindrà una constant dielèctrica efectiva diferent, i consegüentment, una velocitat de propagació diferent¹.

Com es veurà al capítol d'acoblements, de les equacions de línia de transmissió es dedueix que les velocitats de propagació de cada mode vénen donades pels valors propis

¹La permeabilitat magnètica té el mateix valor per a la majoria dels materials dielèctrics i conductors usats en microelectrònica

de la matriu producte inductància i capacitat:

$$\frac{1}{\sqrt{v_p}} = [L][C]$$

Per al cas general en què les velocitats dels modes són diferents, el que es fa és substituir tots els dielèctrics pel buit i trobar la matriu de capacitats d'aquesta nova estructura, $[C_0]$. En aquesta estructura tots els modes tindran com a velocitat de propagació la del llum al buit, c . Per tant, es pot trobar la inductància a través de la relació:

$$[L] = \frac{1}{c^2}[C_0]^{-1} \quad (2.14)$$

Aquesta equació s'ha derivat suposant que la matriu de inductàncies, $[L]$, no varia amb la substitució de dielèctrics. Aquesta hipòtesi és vàlida [2], [21] si els camps no penetren dins el conductor, si el corrent només es propaga transversalment, i si la permeabilitat magnètica del buit és la mateixa que per als dielèctrics de l'estructura.

Com fa notar Brews [2], a baixes freqüències hi haurà una certa penetració dels camps dins els conductors (*skin effect*), per la qual cosa l'expressió 2.14 és una aproximació per a altes freqüències. A baixes freqüències la inductància tendirà a ser més gran [22]. Una altra conseqüència de la diferent penetració dels camps als conductors és la variació de la resistència amb la freqüència, ja que a altes freqüències el corrent es concentra en una capa molt prima a la superfície del conductor. Aquest efecte pot ser modelat amb elements passius i per tant simulat a nivell elèctric [23].

En el cas de línies sobre substrat semiconductor, les pèrdues degudes a la conductivitat finita d'aquest també poden influir en la propagació del senyal, i a més també presenten una dependència freqüencial, com es veurà en el tractament del model RLGC.

2.3 Línia ideal. Model LC

El model LC consisteix en inductància i capacitat distribuïdes al llarg de la línia. Això vol dir que un tros de línia de longitud infinitesimal tindrà una inductància i una capacitat donats respectivament per $L \cdot dx$ i $C \cdot dx$, on L i C són magnituds per unitat de longitud. El voltatge i el corrent de la línia compleixen les conegudes equacions del telegrafista:

$$\frac{\partial V}{\partial x} = -L \frac{\partial I}{\partial t} \quad (2.15)$$

$$\frac{\partial I}{\partial x} = -C \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.16)$$

Combinant aquestes dues expressions s'obtenen tant per la tensió com pel corrent l'equació d'ones:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = -LC \frac{\partial^2 V}{\partial t^2} \quad (2.17)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = -LC \frac{\partial^2 I}{\partial t^2} \quad (2.18)$$

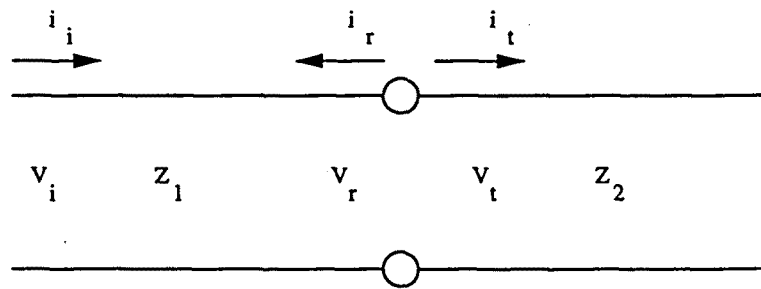


Figura 2.7: Discontinuitat d'impedàncies a una línia.

És a dir, que la solució d'aquest model és la propagació d'ones de tensió i corrent amb una velocitat v_p donada per:

$$v_p = \frac{1}{LC} \quad (2.19)$$

Una magnitud molt important és la impedància característica de la línia, Z_o , igual a la relació entre tensió i corrent de la línia:

$$Z_o = \frac{dv}{di} = \frac{L}{C} \frac{di}{dv} \sqrt{\frac{L}{C}} \quad (2.20)$$

Sempre que una ona de tensió incident es troba amb una discontinuïtat en la impedància, ja sigui per un canvi en els paràmetres de la línia, o per la impedància de càrrega de la línia (figura 2.7) es reflexa una part de l'ona i es transmet una altra part. De la figura, tenim:

$$\begin{aligned} V_t &= V_i + V_r \\ i_t &= i_i + i_r \end{aligned}$$

Per tant, aplicant la definició d'impedància:

$$\frac{V_i}{Z_1} = \frac{V_t}{Z_2} + \frac{V_r}{Z_1} = \frac{V_i}{Z_2} + V_r \left(\frac{1}{Z_1} + \frac{1}{Z_2} \right)$$

o sigui,

$$V_r = V_i \frac{Z_2 - Z_1}{Z_2 + Z_1}$$

$$V_t = V_i \frac{2Z_2}{Z_2 + Z_1}$$

La forma d'ona final als extrems de la línia vindrà donada per la suma dels voltatges deguts a les successives reflexions. Per exemple, una línia d'impedància Z_o i temps de propagació t_p que tenguin una impedància de sortida $Z_s < Z_o$ i acabada en circuit obert ($Z_L = \infty$) tindrà la següent resposta a un esglaó V_e (figura 2.8):

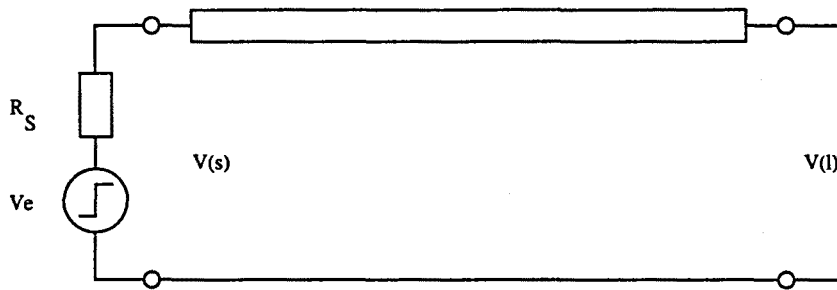


Figura 2.8: Exemple de línia en circuit obert.

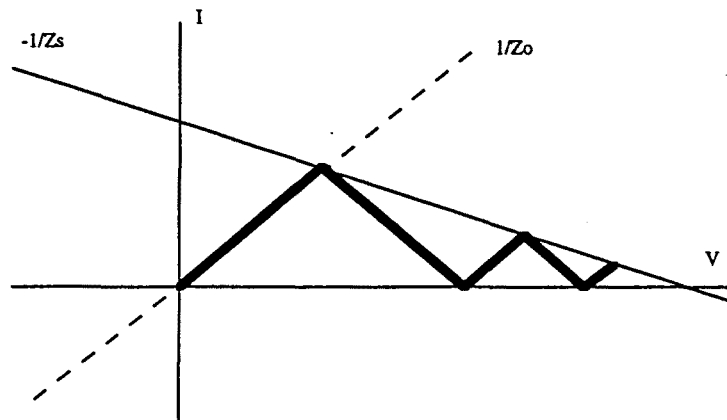


Figura 2.9: Mètode gràfic per a calcular les reflexions de la línia.

$$\begin{aligned}
 t = 0 \quad V_0(s) &= V_e \frac{Z_o}{Z_o + Z_s} = 0.79 \\
 t = t_p \quad V_1(s) &= V_0(s) = 0.79 \\
 \quad V_1(l) &= V_0(l) + V_0(s) + \Gamma_L \cdot V_0(s) = \\
 &= 2 \cdot 0.79 = 1.58 \\
 t = 2t_p \quad V_2(s) &= V_1(s) + \Gamma_L V_0(s) + \Gamma_L \Gamma_s V_0(s) = 0.33 \\
 \quad V_2(l) &= V_1(l) = 1.58 \\
 t = 3t_p \quad V_3(s) &= V_2(s) = 0.33 \\
 \quad V_3(l) &= V_2(l) + \Gamma_L \Gamma_s \cdot V_1(s) + \Gamma_L^2 \Gamma_s \cdot V_0(s) = \\
 &= 1.58 - 2 \cdot 0.46 = 0.66 \\
 t = 4t_p \quad V_4(s) &= V_3(s) + \Gamma_L^2 \Gamma_s V_0(s) + \Gamma_L^2 \Gamma_s^2 = 0.93 \\
 \quad V_4(l) &= V_3(l) = 0.66 \\
 t = 5t_p \quad V_5(s) &= V_4(s) = 0.93 \\
 \quad V_5(l) &= V_4(l) + \Gamma_L^2 \Gamma_s^2 \cdot V_0(s) + \Gamma_L^3 \Gamma_s^2 \cdot V_0(s) = \\
 &= 0.66 - 2 \cdot 0.26 = 1.19
 \end{aligned}$$

Com es veu, el mètode analític és lent i pesat si no es fa servir un ordinador. Es pot trobar la resposta de manera més fàcil utilitzant un mètode gràfic [24]. A la figura 2.9 es presenta un cas considerant impedàncies lineals per il·lustrar el mètode: primer es dibuixa una recta de pendent $\frac{1}{R_s}$, on R_s és la impedància de la font, i aquesta recta talla l'eix de tensió pel valor de la tensió de l'esglaió. La intersecció entre aquesta recta

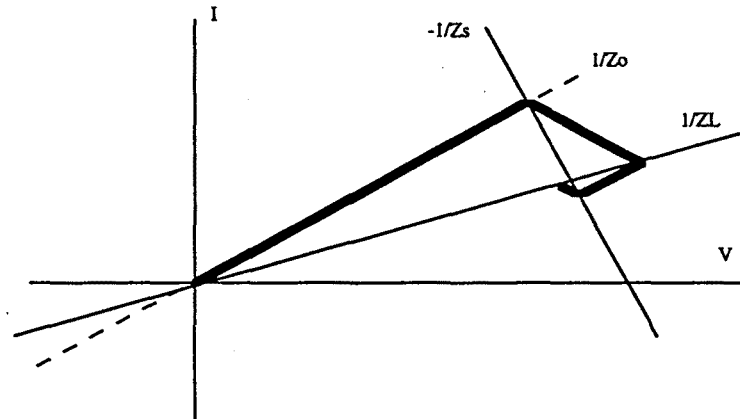


Figura 2.10: Diagrama per una línia amb $Z_L > Z_s$.

i la corresponent a la impedància de la línia, de pendent $\frac{1}{Z_o}$, donarà la tensió i corrent inicials al principi de la línia, donats pel divisor de tensió que formen la impedància de la font i la impedància característica de la línia.. Des d'aquest punt, es dibuixa una recta de pendent $\frac{1}{Z_o}$, i la seva intersecció amb la recta corresponent a la impedància del final de la línia de pendent $\frac{1}{Z_L}$ (que en el cas de la figura coincideix amb l'eix horitzontal perquè és en circuit obert), donarà la tensió i corrent al final de la línia ($t = t_p$). Repetint el procés es poden obtenir els diferents valors de tensió i corrent de manera gràfica.

Aquest mètode permet predir de forma senzilla per quins valors d'impedàncies de línia, de font i de càrrega hi haurà oscil·lacions de tensió (*ringing*) que poden donar lloc a problemes ja que el senyal tarda un cert temps a establir-se, i pot provocar falses commutacions a circuits digitals.

En el cas de que la font i el receptor (o càrrega) de la línia tinguin característiques lineals, la condició perquè es produeixin oscil·lacions és (figura 2.10):

$$\text{Si } Z_L > Z_s: \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{Z_o} \leq \frac{1}{Z_s} \\ \frac{1}{Z_o} \geq \frac{1}{Z_L} \end{array} \right\} Z_s \leq Z_o \leq Z_L$$

$$\text{Si } Z_L < Z_s: \quad \left. \begin{array}{l} \frac{1}{Z_o} \geq \frac{1}{Z_s} \\ \frac{1}{Z_o} \leq \frac{1}{Z_L} \end{array} \right\} Z_s \geq Z_o \geq Z_L$$

És a dir, que hi haurà oscil·lacions a la resposta d'un esglaió si el valor de Z_o està entremig dels d'impedància de font, Z_s , i de càrrega, Z_L .

2.3.1 Aplicació a línia amb font no lineal

Un altre avantatge d'aquest mètode és que permet considerar de forma senzilla fonts i càrregues amb característiques no lineals, és a dir, que la seva impedància varia amb la tensió. Com a exemple important es pot considerar que la font és un inversor CMOS (figura 2.11).

Per a provocar una transició $0-V_{DD}$ se suposa que V_{in} passa instantàniament de V_{DD} a 0 i que per tant, el transistor NMOS està tallat. Segons les equacions del transistor

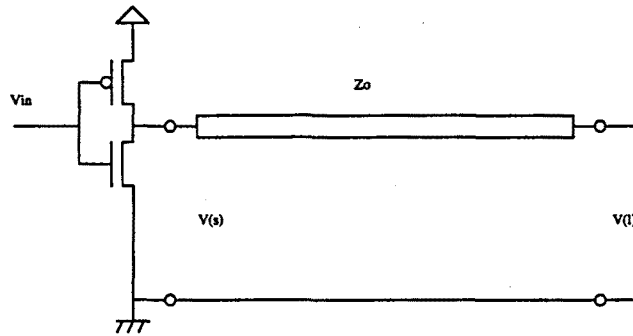


Figura 2.11: Esquema d'una línia amb un inversor CMOS com a font.

MOS de Schichman–Hodges, donat que $V_{in} = 0$, hi haurà dues zones de comportament del corrent en funció de la tensió V_s :

- $V_s \leq |V_{thp}| : i = \frac{B_p}{2}(V_{DD} - |V_{thp}|)^2$
- $V_s \geq |V_{thp}| : i = B_p(V_{DD} - |V_{thp}| - (V_{DD} - V_s)/2)(V_{DD} - V_s)$

Aquestes equacions donen lloc a una característica no lineal representada a la figura 2.12. L'expressió de la inversa de la impedància de sortida serà:

$$\frac{1}{Z_s} = \frac{di}{dV_s}$$

i el seu valor serà:

$$\frac{1}{Z_s} = \begin{cases} 0 & \text{si } V_s \leq |V_{thp}| \\ B_p(V_s - |V_{thp}|) & \text{si } V_s \geq |V_{thp}| \end{cases}$$

D'aquestes expressions es dedueix que la impedància de sortida del transistor depèn de la tensió de sortida, i assoleix un valor mínim per $V_s = V_{DD}$:

$$Z_{s,min}^{-1} = B_p(V_{DD} - |V_{thp}|)$$

Si considerem el cas d'una línia terminada en circuit obert, aleshores un valor de Z_o per davall de $Z_{s,min}$ no produirà mai oscil·lacions de tensió. Un valor lleugerament superior pot produir oscil·lacions, però només després d'uns quants múltiples del temps de propagació de la línia, i per tant les oscil·lacions seran poc importants en amplitud. Només en el cas $Z_o \gg Z_{s,min}$ es produiran oscil·lacions significatives (figures 2.13 i 2.14)

2.3.2 Límits d'aplicació de línia de transmissió

La validesa del mètode gràfic per a determinar les formes d'ona es basa en què la transició de la font sigui pràcticament instantània en comparació amb el temps que tarda en tornar l'ona reflexada, és a dir, que es compleixi $t_r < 2t_p$. En el cas que aquesta condició no es compleixi, les discontinuïtats que apareixen en la forma d'ona degudes

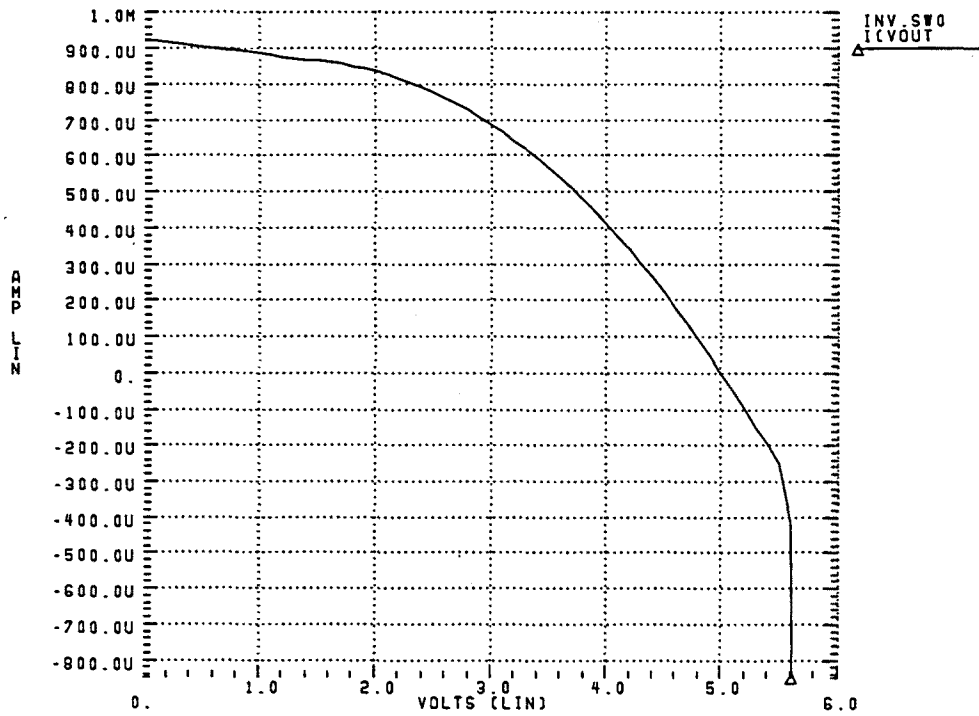


Figura 2.12: Característica de sortida d'un inversor CMOS.

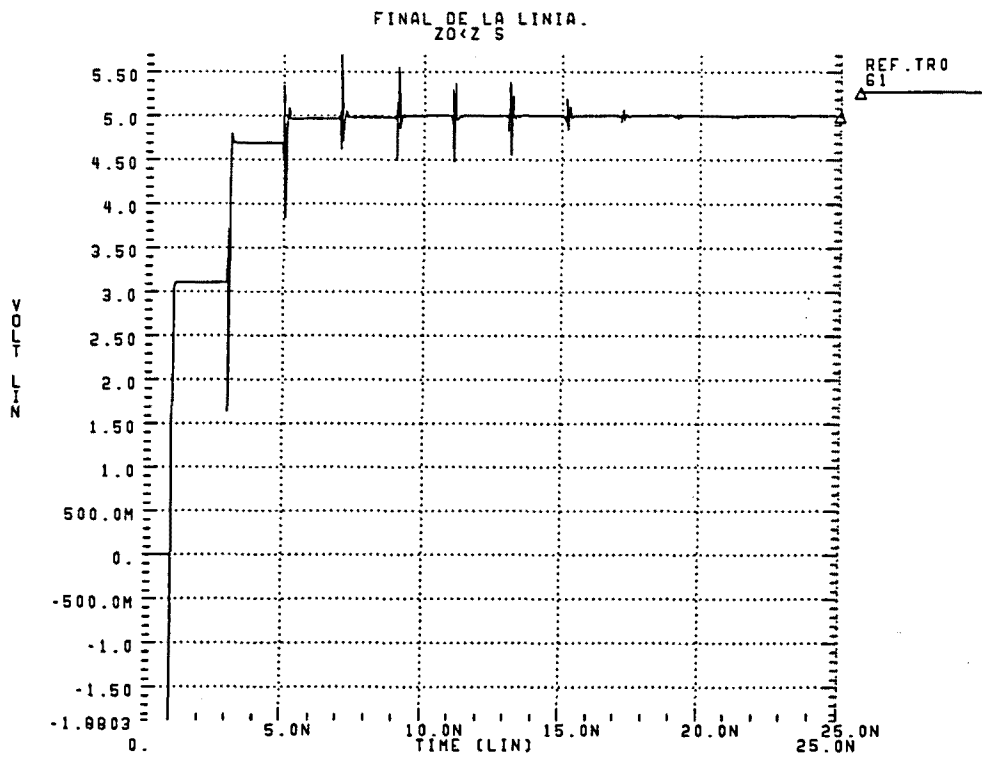


Figura 2.13: Simulació HSPICE amb una línia $Z_o < Z_{s,min}$.

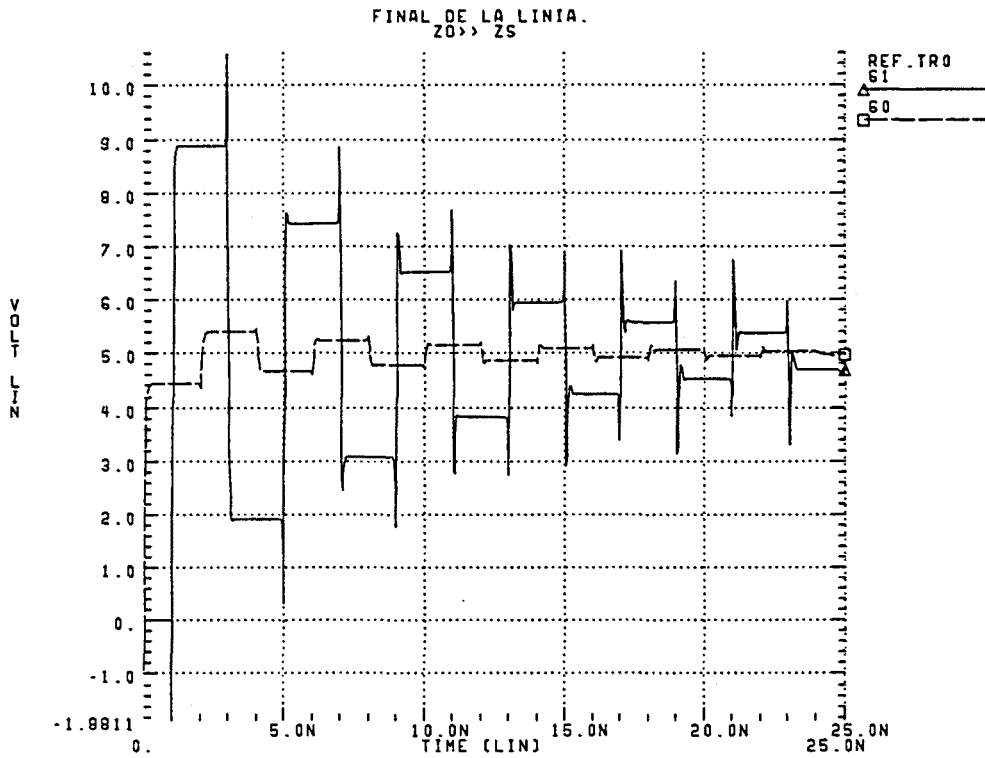


Figura 2.14: Simulació HSPICE amb una línia $Z_o \gg Z_{s,min}$.

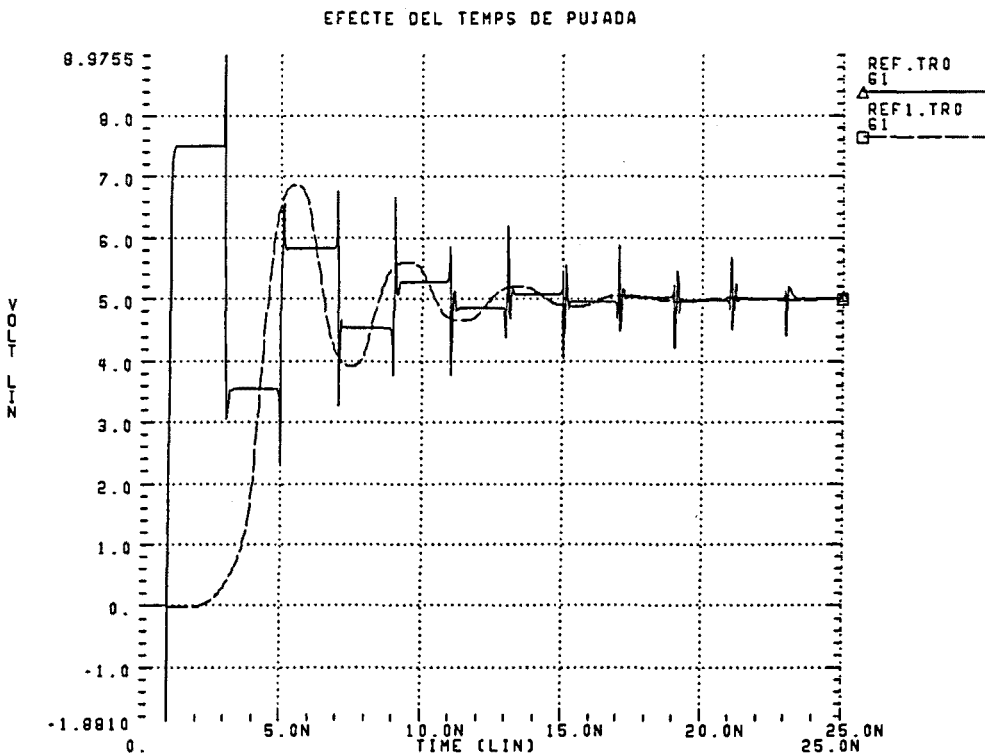


Figura 2.15: Simulacions HSPICE $t_d = 1ns$, $t_r = 1ps$ (línia contínua) i $t_r = 5ns$ (línia discontinua).

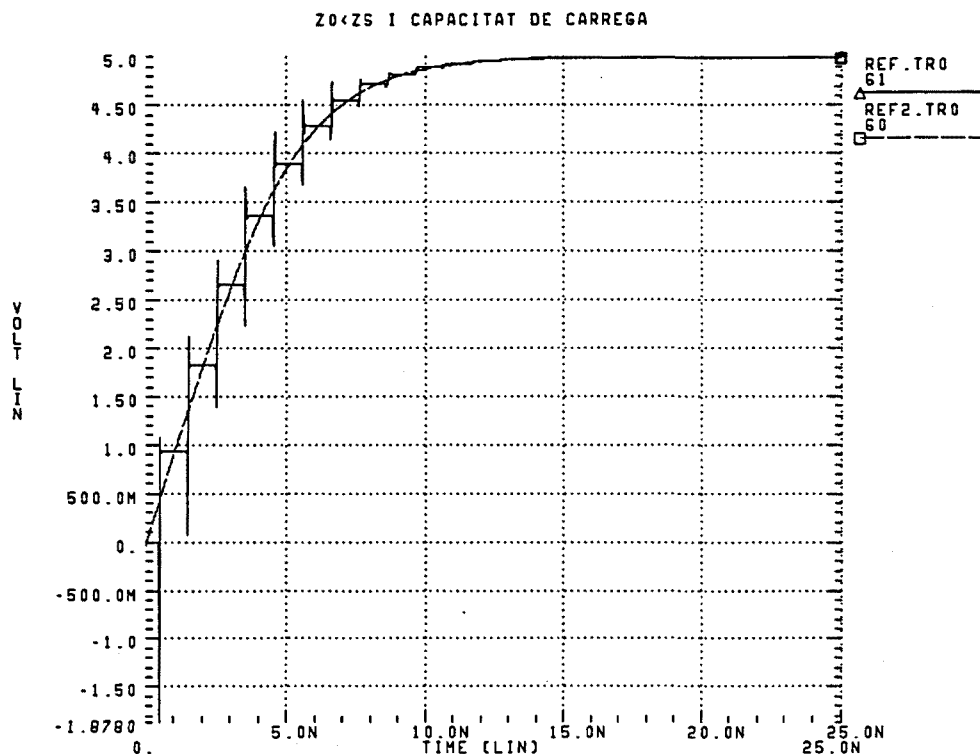


Figura 2.16: Simulació HSPICE de línia de transmissió $Z_o < Z_{s,min}$ (node 61) i circuit RC (node 60).

a les reflexions, es presenten esmorteïdes, però se segueixen observant les oscil·lacions de tensió (figura 2.15).

Per altra banda, s'ha vist que si no hi ha oscil·lacions de tensió, la sortida tendeix assintòticament cap al valor estacionari. Si es substitueix la línia de transmissió per la capacitat equivalent de la línia, és a dir, per $C \cdot l$, la resposta és la mateixa, excepte que no apareixen les discontinuïtats degudes a les reflexions (figura 2.16)

Per tant, en el cas de que no hi hagi oscil·lació, l'anàlisi basat en línia de transmissió no és necessària ja que el temps de pujada del senyal, t_r , a l'inici de la línia és gran comparat amb el temps de propagació del senyal. Això es deu a què el temps de pujada del senyal és el que proporciona la font, i no depèn tant del senyal que arriba a la font i que el fa commutar, sinó sobre tot de la relació entre impedàncies de font i de línia [25].

2.4 Línia amb pèrdues. Models RC i RLC

La reducció de dimensions transversals dels conductors que fa possible l'alta integració dels circuits integrats actuals provoca un augment de la resistència dels conductors. Si es considera que el gruix de la metal·lització de les línies d'un circuit integrat és constant, la reducció de l'amplada de les interconnexions provoca un augment lineal de la seva resistència per unitat de longitud. Com a exemple, a la taula 2.1 es dona la resistència de diferents materials per diferents valors de l'amplada de línia, considerant el gruix de la línia $0.5 \mu\text{m}$ i la longitud 1mm . En aquesta taula el valor de la resistivitat

w (μm)	Au ($\rho = 2.2\mu\Omega \cdot cm$)	Al ($\rho = 2.8\mu\Omega \cdot cm$)	Poly ($\rho \approx 1000\mu\Omega \cdot cm$)
4	11	14	5k
2	22	28	10k
1	44	56	20k
0.5	88	112	40k

Taula 2.1: Valors de resistències (expressades en Ohms) de interconnexions de diferents materials (Or, Alumini i polisilici) i amplades de línia (w).

del polisilici és un valor efectiu ja que depèn del perfil de dopat i no es pot aplicar la fórmula $R = \rho \frac{l}{s}$ [25].

Es veu que la reducció de dimensions provoca un augment de la resistència. A més, aquest augment es veu empitjorat degut a que els circuits tendeixen a ser més grans cada vegada, i això fa que la longitud mitja de les interconnexions augmenti, i consegüentment, també la seva resistència. De l'exemple presentat a la taula, es veu que les interconnexions de $1mm$ de longitud, poden tenir una resistència de l'ordre dels 100Ω per l'alumini, i aquest valor és comparable a la impedància característica de la línia considerant-la com a línia de transmissió ideal, com es veurà al següent capítol. Per a les interconnexions de polisilici, el valor de la resistència és molt important inclús per a valors de longitud més petits, entre 10 i $100 \mu m$. Degut a això, el model de línia de transmissió ideal pot no donar resultats correctes ja que no té en compte l'atenuació del senyal que es produeix com a conseqüència de les pèrdues resistives. En aquests casos es fan servir els models de paràmetres distribuïts RC o RLC.

2.5 Model RC

Les equacions que descriuen la tensió i el corrent de la línia per al model de resistència i capacitat distribuïdes són:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial x} &= -RI \\ \frac{\partial I}{\partial x} &= -C \frac{\partial V}{\partial t}\end{aligned}$$

Combinant les dues equacions obtenim:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} = RC \frac{\partial V}{\partial t} \quad (2.21)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} = RC \frac{\partial I}{\partial t} \quad (2.22)$$

Les equacions (2.21) i (2.22) no representen la propagació d'una ona, sino que corresponen al problema físic de la difusió. Això vol dir que per al model RC no es pot parlar de velocitat de propagació, ni de reflexions del senyal. La diferència entre les formes al principi i al final de la línia es deuen a que les pèrdues resistives fan que

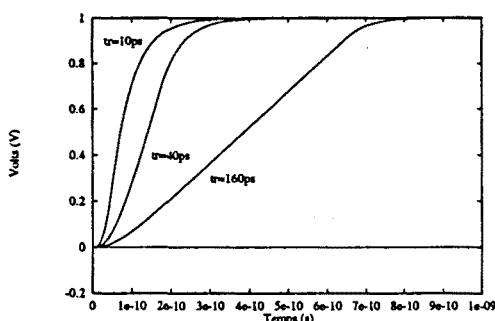


Figura 2.17: Diferents respostes d'una línia terminada en circuit obert per a diferents valors de t_r .

la resposta al final de la línia sigui més lenta. Per tant, quan al model RC es parla de temps de propagació, en realitat es parla de temps de retard, considerant la diferència de temps entre inici i final de la línia a un valor de tensió de referència (normalment la meitat del valor màxim de tensió en circuits digitals).

Existeixen diversos articles on es resol aquesta equació: Kaupp [26] troba la solució per a una font que dona un esglaió amb temps de pujada donat i considerant una línia infinita o terminada en la seva impedància característica. El seu mètode, basat en la transformació de Laplace de les equacions (2.21) i (2.22) es pot aplicar a considerar una línia terminada en circuit obert, que és una aproximació millor en circuits CMOS, on la terminació és una capacitat. En aquest cas, la forma d'ona al final de la línia ve donada per l'expressió:

$$V(t) = \frac{V_s}{t_r} \left(\left[t - \frac{\sigma}{2} \right] - \frac{16\sigma}{\pi^3} \sum_{n=1}^{\infty} \frac{(-1)^n}{(2n-1)^3} \exp - \left(\frac{2n-1}{2} \pi \right)^2 \frac{t}{\sigma} \right) \quad (2.23)$$

on V_s és la tensió màxima de l'esglaió, t_r és el temps de pujada de l'esglaió, i $\sigma = RC l^2$. A la figura 2.17 es representen les formes d'ona resultants per a diversos valors de t_r .

Sakurai [27] considera el cas d'una resistència de font constant, R_s , i una capacitat al final de la línia C_L derivant la resposta per un esglaió ideal ($t_r = 0$). La funció de transferència de la línia en l'espai de Laplace resulta ser [27]:

$$T(s) = \frac{1}{(1 + s\gamma\rho) \cos \sqrt{-s} - (\gamma + \rho)\sqrt{-s} \sin \sqrt{-s}}$$

on $\gamma = \frac{C_l l}{C_L}$ i $\rho = \frac{R_s l}{R_s}$.

En aquesta expressió es poden observar dos fets importants:

- La resposta només depèn dels valors relatius de resistència de font i capacitat de càrrega respecte dels valors de la línia.
- El comportament respecte de γ i ρ és simètric, és a dir, que és el mateix una càrrega gran amb un driver petit que una càrrega petita amb un driver gran (grans i petits respecte dels valors de la línia)

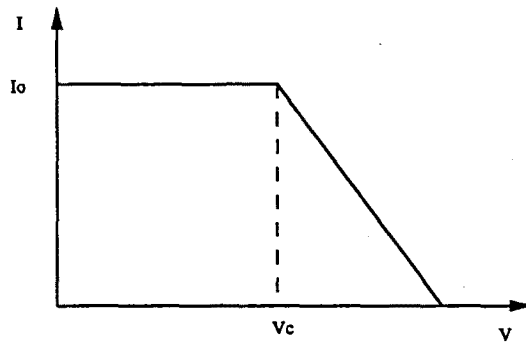


Figura 2.18: Característica i-v de la font considerada a [9].

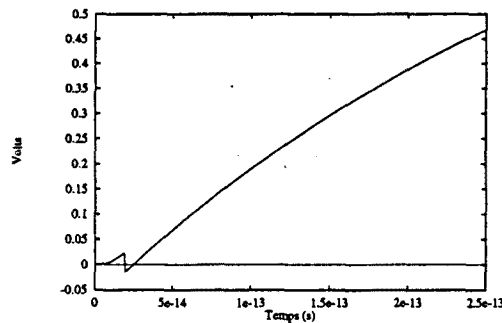


Figura 2.19: Discontinuitat a la solució de la línia RC considerant una font de característica no lineal.

Bilardi et al. [9] troben la resposta al final de la línia considerant una càrrega capacitiva i un driver amb una característica corrent-tensió en dos trams lineals com a la figura 2.18.

En aquest cas s’ha de separar la solució en dos trams i el que varia són les condicions de contorn:

$$\begin{aligned}
 \text{Si } V_c > V(0, \tau) & \begin{cases} i_1(\xi, 0) = 0 \\ \frac{\partial i_1}{\partial \xi}(1, \tau) + \gamma i_1(1, \tau) = 0 \\ i_1(0, \tau) = i_0 \end{cases} \\
 \text{Si } V_c < V(0, \tau) & \begin{cases} i_2(\xi, 0) = i_1(\xi, t_0) \approx i_0 \left(1 - \xi \frac{\gamma}{\gamma+1}\right) \\ \frac{\partial i_2}{\partial \xi}(1, \tau) + \gamma i_2(1, \tau) = 0 \\ \frac{\partial^2 i_2}{\partial \xi^2}(0, \tau) - \rho \frac{\partial i_2}{\partial \xi}(0, \tau) = 0 \end{cases}
 \end{aligned}$$

on $\xi = x/l$, i $\tau = t/RCl^2$. La condició inicial per i_2 és una aproximació de l’expressió real, massa complicada per a resoldre-la exactament. Com a conseqüència, hi ha una discontinuitat a la solució quan es passa d’una zona a l’altra (figura 2.19).

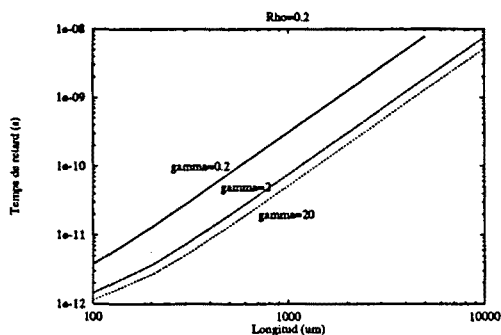


Figura 2.20: Dependència de temps de retard t_d amb la longitud de la línia per ρ i γ constants.

2.5.1 Temps de retard de la línia RC

Com que la resposta de la línia depèn principalment de les relacions ρ i γ , excepte el temps que ve normalitzat per $\tau = t/RCl^2$, es té que variant la longitud de la línia però mantenint constants ρ i γ , el temps de retard de la línia és quadràtic amb la seva longitud (figura 2.20). A la figura amb eixos logarítmics es veu que el resultat és una recta, i variant el valor de γ (o de ρ) es tenen altres rectes desplaçades. Matemàticament, això es descriu per:

$$\log(t_p(\rho, \gamma)) = K(\rho, \gamma) + 2 \log l$$

$$t_p = F(\rho, \gamma)RCl^2$$

on K i F són factors que depenen del valor de ρ i γ , i estan relacionats entre sí.

Si en canvi es fa la mateixa gràfica t_d en front de l però per a R_s i C_L constants, o sigui, ρ i γ augmentant linealment, el resultat és, com s'observa a la figura 2.21, que per a longituds de línia petites el temps de propagació depèn poc de la longitud, com s'aprecia a la gràfica amb escala logarítmica. En aquest marge de longituds el retard ve donat aproximadament per la magnitud $R_s C_L$, com es pot comprovar de les corbes 1 i 2 de la figura. Per longituds més grans, el temps de retard creix amb la longitud cada cop més fins que per longituds grans el creixement és quadràtic. A la figura amb escala logarítmica es pot comprovar aquest comportament quadràtic, on les tres corbes, que corresponen a la mateixa línia amb diferents fonts i càrregues, tendeixen a una recta amb igual pendent. Per tant, en la zona de creixement quadràtic el temps de retard ve determinat per la línia, és a dir, per la magnitud RCl^2 .

Per consegüent, als circuits petits amb línies curtes el temps de retard és independent dels punts que estan interconnectats i no hi ha problemes de *clock skew*, per exemple. Per distàncies d'interconnexió intermitges el retard és de l'ordre de $o(l)$, mentre que per llargues distàncies és d'ordre $o(l^2)$. Bilardi et al. [9] en relació a models de computació es refereixen a aquests tres règims de comportament com a síncron, capacitiu, i dispersiu respectivament.

Aquest comportament també es pot deduir de l'expressió de retard de Elmore [28]:

$$\tau = R_D C_L + (R C_L + R_s C)l + \frac{1}{2} R C l^2$$

Per als casos representats a la figura 2.21, fent servir l'expressió de Elmore surten

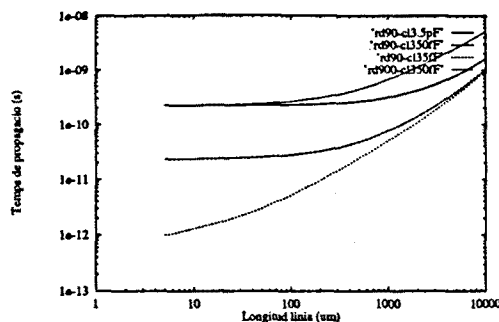


Figura 2.21: Dependència de temps de retard t_d amb la longitud de la línia per R_s i C_L constants. Càlculs realitzats amb HSPICE.

per a la distància màxima en què el model síncron és vàlid (és a dir, $R_s C_L = (RC_L + R_s C)l + \frac{1}{2}RCl^2$) els següents valors:

- corba 1 : $l \approx 25 \mu\text{m}$
- corba 2 : $l \approx 25 \mu\text{m}$
- corba 3 : $l \approx 0.77 \mu\text{m}$

Aquests valors concorden amb les corbes calculades amb HSPICE de la mateixa figura.

2.5.2 Distorsió dels polsos

Com s'ha vist, el principal efecte que introdueix una línia RC és el de retardar la transició que es vol transmetre. Si el que es vol transmetre no és un esglaó sinó un pols, s'ha de tenir en compte que la resposta de la línia és lenta, de forma que el pols ha de ser prou ample per a donar temps a la línia a respondre. En aquesta tesi es presenta un estudi de la degradació dels polsos en ser transmesos per una línia RC segons els valors de ρ i γ .

Caracterització del pols distorsionat

Quan un pols quadrat de tensió es transmet a la línia, degut a la resposta més lenta d'aquesta, el resultat és una deformació del pols (figura 2.22). Per a sistematitzar la descripció d'aquesta forma d'ona que li direm F , la podem aproximar per un pols, P' , d'amplitud H i duració W . El valor de H serà el valor màxim (o mínim si és un pols invertit) de F . El valor corresponent de W s'ha de determinar en funció de l'efecte que produeix sobre el circuit la forma d'ona. Com F no és un pols quadrat, la seva duració depèn de la tensió a la qual es mesuri. Per tant, s'ha d'intentar determinar el valor de tensió per al qual la duració de F a aquest valor de tensió i un pols quadrat (H, W) tenen el mateix efecte sobre el circuit.

S'han fet simulacions amb HSPICE per a calcular l'efecte d'una forma d'ona resultant d'una línia RC (F) i un pols quadrat de la mateixa alçada, H , i una duració W_e .

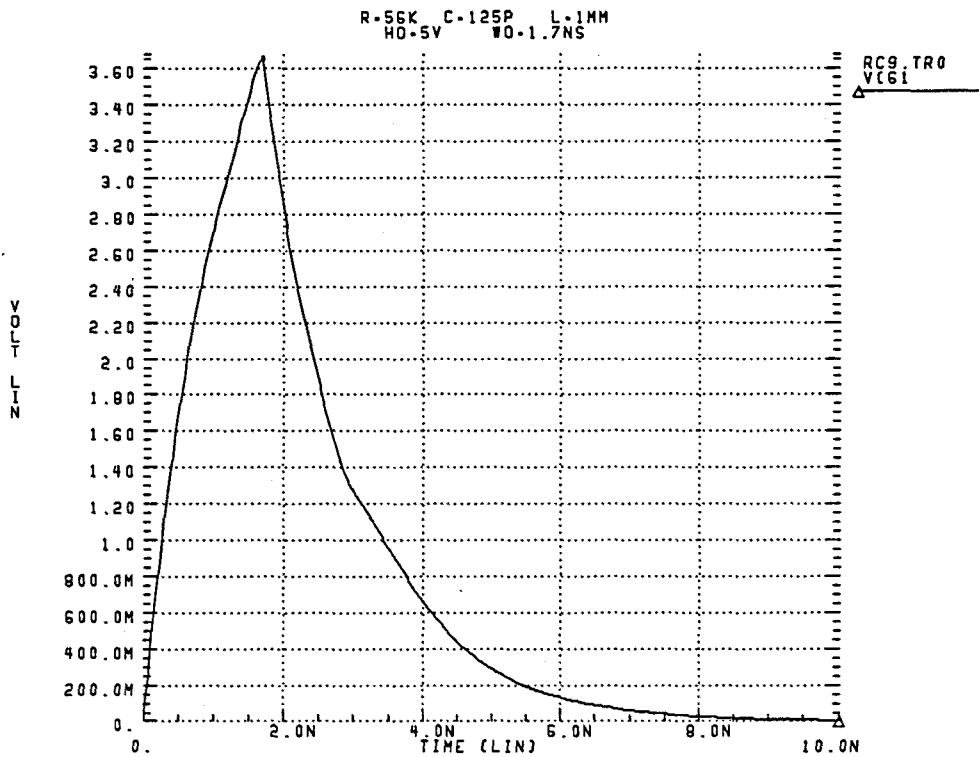


Figura 2.22: Simulació HSPICE de la resposta d'una línia RC a un pols quadrat.

H (Volts)	W_e (ns)	V_e (Volts)
4.89	5	2.42
4.53	3	2.32
3.88	1.98	2.15

Taula 2.2: Resultats de les simulacions sobre distorsió de polsos a una línia RC.

(P) tal que produeix el mateix efecte que F a la sortida d'una cadena de set inversors CMOS. Una vegada obtingut W_e és fàcil saber per quin valor de tensió la forma d'ona F té aquest valor de duració, i a aquest valor de tensió li direm V_e (veure figura 2.23). Els valors obtinguts de les simulacions són a la taula 2.2:

D'aquestes simulacions es veu que la tensió V_e , a la qual F té l'amplada equivalent, de fet varia amb el valor de l'amplitud, H , disminuint amb aquest. Com a simplificació, però, s'agafarà el valor de $V_e = 2.5V$ per a calcular la duració de F . Això correspon a una subestimació de la duració, i per tant a un cas pitjor, de forma que si el pols equivalent és capaç de provocar efecte sobre el circuit, segur que la forma d'ona F també ho farà.

S'han fet simulacions de la línia RC aproximant la línia per 20 etapes de resistència-condensador, amb una resistència de font constant i una capacitat de càrrega (figura 2.4). Els paràmetres de la línia són $R = 56k\Omega/m$, $C = 125pF/m$ i $l = 10mm$. Aquests valors s'han obtingut a partir de la simulació amb el programa RAPHAEL [29] de càlcul de paràmetres elèctrics d'un conductor d'amplada $w = 1\mu m$, gruix $t = 0.5\mu m$ i separat del substrat $h = 1\mu m$. La resistència s'ha obtingut considerant la resistivitat

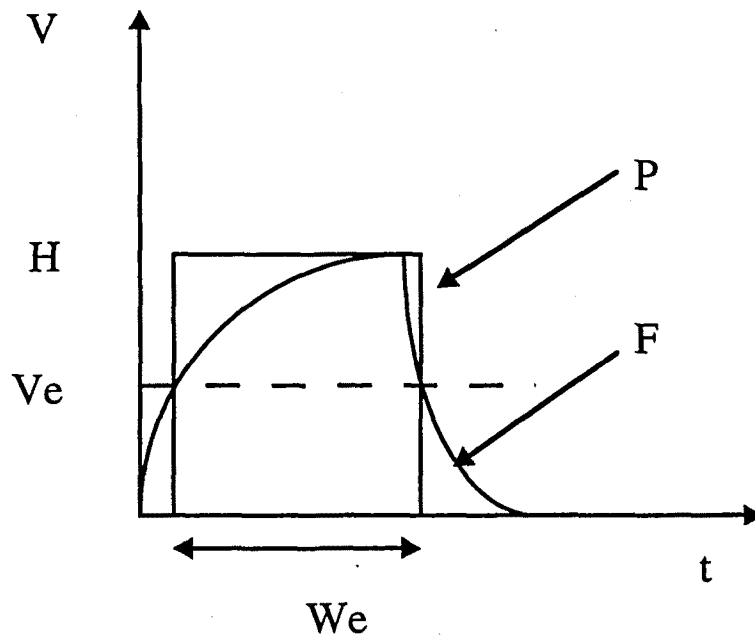


Figura 2.23: Pols equivalent a un pols distorsionat.

ρ	γ				
	0.001	0.01	0.1	1	10
0.001	sim1	sim2	sim3	sim4	sim5
0.01		sim6	sim7	sim8	sim9
0.1			sim10	sim11	sim12
1				sim13	sim14
10					sim15

Taula 2.3: Diferents valors de ρ i γ considerats a les simulacions.

de l'alumini, $2.8\mu\Omega \cdot cm$.

S'ha fet un estudi variant la resistència de font i la capacitat de càrrega, és a dir, els paràmetres $\rho = R \cdot l/R_s$ i $\gamma = C \cdot l/C_L$, i calculant H i W de la forma d'ona F resultant. Primer es presentaran els resultats de les simulacions i després es discutirà el comportament per altres valors de R , C i l que els simulats.

A la taula 2.3 es veuen els valors de ρ i γ fets servir a les diferents simulacions. A cada una de les simulacions s'han aplicat diferents polsos quadrats de $5V$ d'amplitud i diferent duració, W_0 , a l'inici de la línia RC.

A les taules 2.4 i 2.5 es veuen els resultats de les simulacions per H i W respectivament. A les figures 2.24 es veuen alguns dels resultats en forma gràfica, representant-los en un diagrama $H-W$.

Tant a les taules com a les figures s'observa que a mesura que augmenten ρ i γ , la resposta es fa més ràpida i la línia és capaç de transmetre correctament polsos més

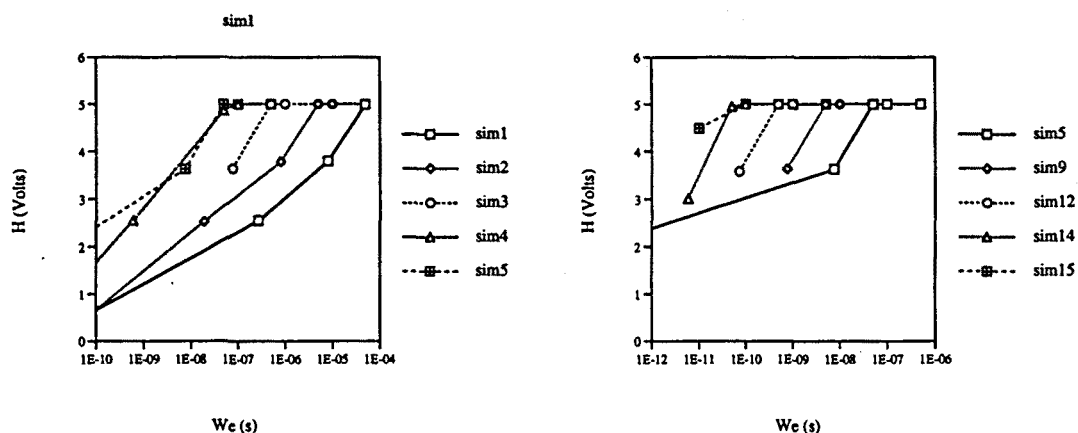


Figura 2.24: Valors de W i H a la sortida d'una línia RC.

estrets (de duració més petita).

2.5.3 Aplicació

És important conèixer la distorsió dels polsos a les interconnexions, perquè determina la freqüència d'operació del dispositiu que fa de *driver*. Com a exemple, aquí s'estudia el cas d'un *latch*, a on el senyal de rellotge arriba a través d'una línia RC. El *latch* respondrà correctament si el pols que li arriba com a senyal de rellotge compleix unes condicions mínimes de duració i amplitud. Es pot representar gràficament aquesta limitació d'amplitud–duració en una gràfica amb l'eix x representant la duració del pols (W) i l'eix y representant l'amplitud (H).

A la figura 2.25 es representa el *latch* utilitzat a les simulacions, així com els tamany dels seus transistors. Com a capacitat de sortida del *latch* s'ha agafat el valor de $20fF$. Amb aquestes dades s'han fet simulacions amb HSPICE per a trobar la corba al diagrama H – W dels polsos mínims capaços d'activar l'entrada de rellotge del *latch*. El resultat d'aquestes simulacions es presenta a la taula 2.6 per a transicions de 0 a 1, i de 1 a 0. La discrepància entre les dues columnes es deu a la diferent transconductància dels transistors n i p , que favoreix les transicions de 0 a 1. A les figures 2.26 i 2.27 es veu el resultat per una lectura correcta i una lectura incorrecta respectivament.

Per a assegurar una transmissió correcta del pols s'ha de considerar el pitjor cas, que correspon a la transició de Q de 1 a 0 (corba 2 a la figura 2.28) Donats els valors dels paràmetres de la línia R i C , el valor de γ queda fixat per la capacitat de l'entrada del senyal de rellotge, i el grau de llibertat que queda és ρ , o sigui, la resistència del driver. Superposant les corbes de les figures 2.24 a les corbes crítiques trobades ara, es pot saber fàcilment quina duració de pols digital s'ha de donar a la línia RC per assegurar una correcta lectura per part del *latch*.

2.5.4 Resultats per a altres valors de R i C

Totes les simulacions de la línia RC s'han fet per uns valors concrets: $R = 56k\Omega/m$, $C = 125pF/m$ i $l = 10mm$. Això no treu generalitat als resultats obtinguts, ja que la

W_0	sim								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1ns				—	—		—	49.7ps	0.755ns
5ns				—	—		—	4.9ns	4.99ns
10ns				0.6ns	7.5ns		7.5ns	10.0ns	10.0ns
50ns				49.6ns	49.9ns		49.9ns	50.0ns	50.0ns
100ns	—	—	76.0ns	99.8ns	99.8ns	79.4ns	99.8ns	100.0ns	100.0ns
500ns	—	18.8ns	500ns	500ns	500ns	500ns	500ns	500ns	500ns
1 μ s	—	802ns	1 μ s			1 μ s			
5 μ s	0.27 μ s	5 μ s	5 μ s			5 μ s			
10 μ s	8.1 μ s	10 μ s	10 μ s			10 μ s			
50 μ s	50 μ s	50 μ s	50 μ s			50 μ s			

W_0	sim					
	10	11	12	13	14	15
0.01ns				—	5.9ps	10.2ps
0.05ns				47.9ps	50.4ps	50.9ps
0.1ns	—	—	73.5ps	100.3ps	100.9ps	100.9ps
0.5ns	—	497.4ps	502.1ps	501.0ps	501.0ps	500.9ps
1ns	0.696ns	1.002ns	1.006ns	1.001ns	1.001ns	1.001ns
5ns	4.99ns	5.00ns	5.01ns	5.00ns	5.00ns	5.00ns
10ns	10.0ns	10.0ns	10.0ns			
50ns	50.0ns	50.0ns	50.0ns			

Taula 2.4: Valors obtinguts de W a la sortida de línia RC en funció de ρ , γ i duració inicial del pols, W_0 .

W_0	sim								
	1	2	3	4	5	6	7	8	9
1ns				0.34	0.61		0.60	2.54	3.63
5ns				1.50	2.39		2.37	4.86	4.99
10ns				2.55	3.63		3.62	4.99	5.0
50ns				4.86	4.99		4.99	5.0	5.0
100ns	0.07	0.66	3.64	5.0	5.0	3.78	5.0	5.0	5.0
500ns	0.34	2.53	4.99	5.0	5.0	4.99	5.0	5.0	5.0
1 μ s	0.66	3.78	5.0			5.0			
5 μ s	2.55	5.0	5.0			5.0			
10 μ s	3.80	5.0	5.0			5.0			
50 μ s	4.99	5.0	5.0			5.0			

W_0	sim					
	10	11	12	13	14	15
0.01ns				1.76	3.01	4.49
0.05ns				4.40	4.95	5.0
0.1ns	0.56	2.45	3.58	4.93	5.0	5.0
0.5ns	2.24	4.84	4.99	5.0	5.0	5.0
1ns	3.48	4.99	5.0	5.0	5.0	5.0
5ns	4.99	5.0	5.0	5.0	5.0	5.0
10ns	5.0	5.0	5.0			
50ns	5.0	5.0	5.0			
100ns						

Taula 2.5: Valors obtinguts de H a la sortida de línia RC en funció de ρ , γ i duració inicial del pols, W_0 .

H (Volts)	$W[Q : 0 \rightarrow 1]$ (ns)	$W[Q : 1 \rightarrow 0]$ (ns)
5	1.69	3.41
4.5	1.82	3.54
4	2.00	3.70
3.5	2.33	4.09
3	3.12	5.04
2.5	7.00	10.98

Taula 2.6: Valors de H i W dels polsos mínims per al latch considerat.

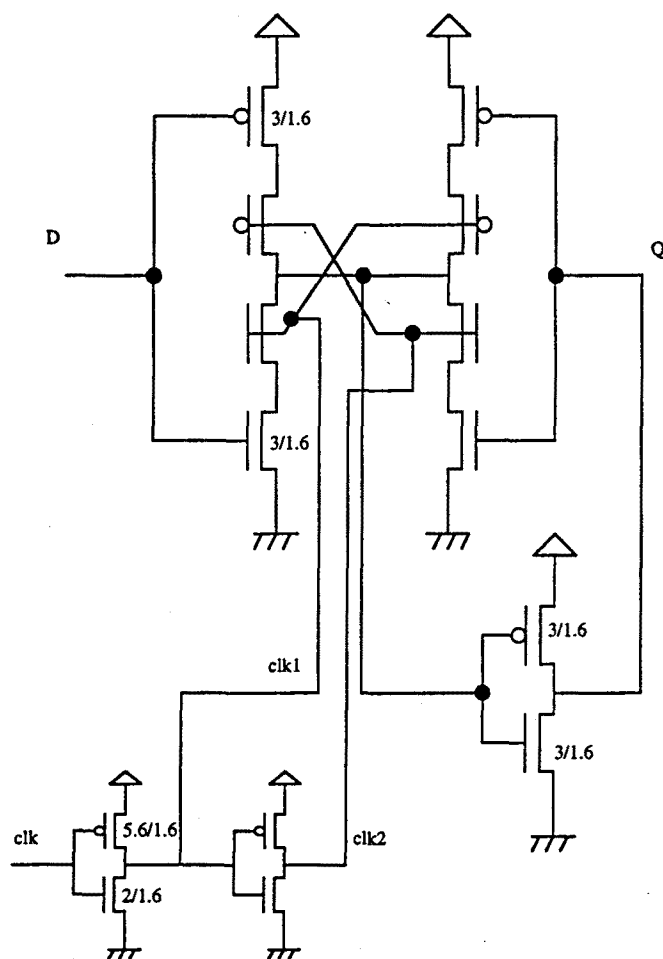


Figura 2.25: Latch utilitzat a l'exemple.

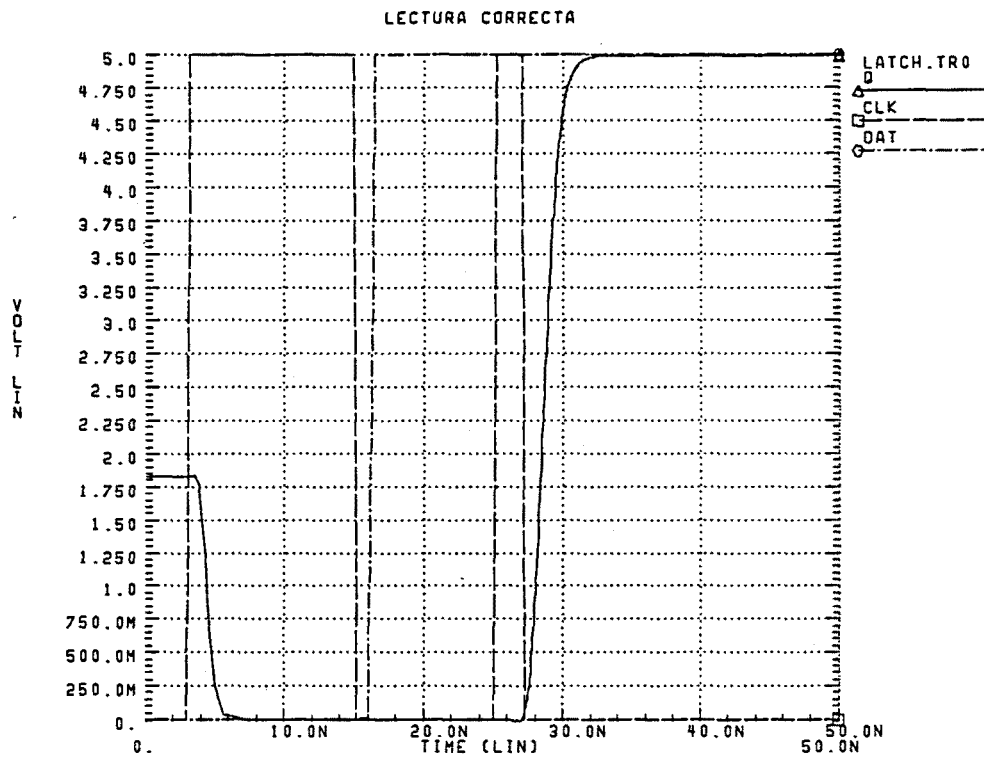


Figura 2.26: Lectura correcta del latch. Amplitud de CLK: 2 ns.

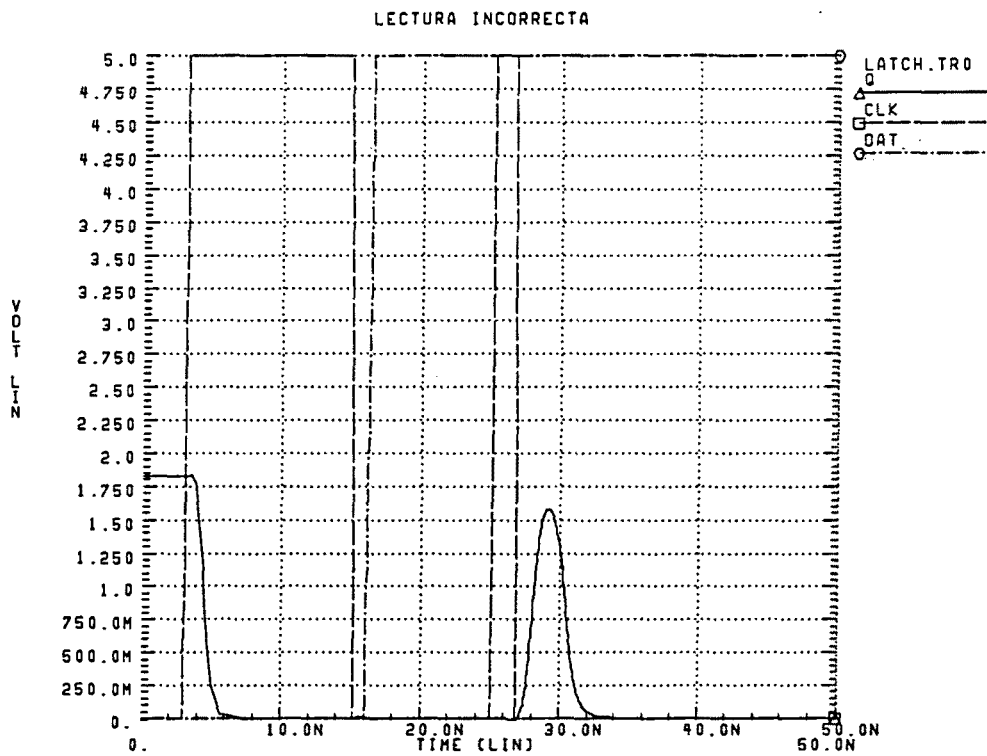


Figura 2.27: Lectura incorrecta del latch. Amplitud de CLK: 1.8 ns.

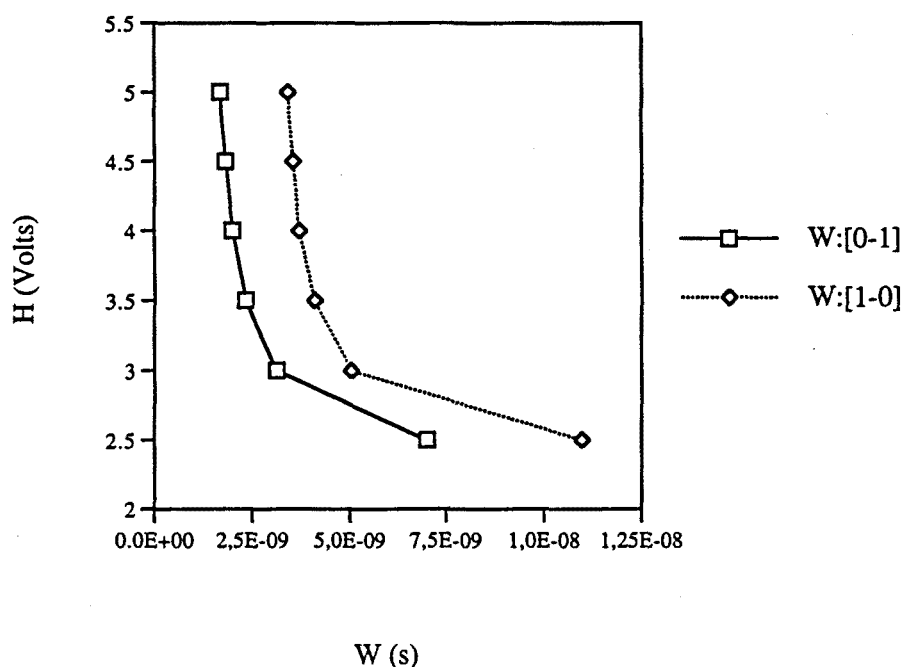


Figura 2.28: Corbes crítiques per al senyal de rellotge del latch.

resposta de la línia té el temps escalat pel factor RCl^2 . Això vol dir que si considerem una línia amb paràmetres diferents R' , C' , l' , els resultats seran els mateixos que els considerats, multiplicant el temps del pols d'entrada i de la resposta pel factor $\frac{R'C'l'^2}{RCl^2}$. És a dir, que si per uns paràmetres R , C i l quan s'injecta un pols de duració W_0 s'obté un pols equivalent (H, W) , per uns altres paràmetres R' , C' , l' resultarà que injectant un pols W'_0 s'obtindrà (H, W') , on W'_0 i W' vénen donats per:

$$W'_0 = W_0 \frac{R'C'l'^2}{RCl^2}$$

$$W' = W \frac{R'C'l'^2}{RCl^2}$$

sempre i quan ρ i γ siguin els mateixos, és a dir, escalant adequadament la font R_s i la càrrega C_L :

$$R'_s = R_s \frac{R'l'}{Rl}$$

$$C'_L = C_L \frac{C'l'}{Cl}$$

Aquests escalats són intuïtius: si per exemple s'augmenta la longitud de la línia la resposta serà més lenta; serà necessari per tant un pols W'_0 més gran per obtenir un senyal a la sortida de la línia d'amplitud igual, i W' serà més gran perquè la càrrega i la descàrrega de la línia són més lentes. Quantes vegades més grans seran vindrà donat per la relació $\frac{l'^2}{l^2}$. Anàlogament amb els altres paràmetres.

2.6 Model RLC

A mesura que els senyals que es transmeten als circuits es fan més ràpids, els efectes inductius poden posar-se de manifest. En aquest cas es fa servir el model RLC per a descriure les interconnexions. Les equacions que descriuen el corrent i la tensió són:

$$\begin{aligned}\frac{\partial V}{\partial x} &= -RI - L\frac{\partial I}{\partial t} \\ \frac{\partial I}{\partial x} &= -C\frac{\partial V}{\partial t}\end{aligned}$$

o bé:

$$\frac{\partial^2 V}{\partial x^2} + LC\frac{\partial^2 V}{\partial t^2} + RC\frac{\partial V}{\partial t} = 0 \quad (2.24)$$

$$\frac{\partial^2 I}{\partial x^2} + LC\frac{\partial^2 I}{\partial t^2} + RC\frac{\partial I}{\partial t} = 0 \quad (2.25)$$

Aquestes equacions són equacions d'ona per la tensió i el corrent amb un terme dissipatiu corresponent a la resistència de la línia. La velocitat de propagació és, igual que en el model LC, $v_p = \frac{1}{\sqrt{LC}}$.

La resposta d'aquest model a una forma d'ona en forma d'esglaó és una combinació del model RC i LC que s'han estudiat abans. Depenent del valor de R i de la longitud de la línia l'esmoreïment serà important i la resposta serà molt similar al model RC, o bé hi haurà poc esmoreïment, amb possibles reflexions i oscil·lacions com al model LC.

El cas més simplificat és el de la línia amb resistència de font nul·la i terminada en circuit obert. Considerant aquest cas, es pot comparar la diferència de retard entre el model RC i el model RLC en funció del valor de resistència per unitat de longitud, R , ja que intuïtivament serà aquest paràmetre el que faci que els dos models donin respostes similars o no. Representant la forma d'ona per R gran i R petit (figura 2.29) es veu que per R grans la resposta de RLC és molt semblant a la del model RC, i per tant, la predicció del temps de retard pràcticament coincideix. Per altra banda, recordant que al model RC el temps està escalat per RCI^2 , representant el temps de retard t_d en funció de R s'obté una recta per al model RC. Per al model RLC, en canvi, t_d serà constant i igual al temps de propagació de les ones de tensió i corrent ($t_0 = l\sqrt{LC}$) per R petit, mentre que per R gran el comportament serà el mateix que al model RC.

A la figura 2.30 es representa esquemàticament el comportament de t_d per a ambdós models. Es veu que existeix un valor de R , que li direm R_c , tal que marca la diferència entre els dos models. Calculant numèricament la resposta d'un i altre model es calculen més exactament els seus comportaments. A les figures 2.31 es pot comprovar amb simulacions numèriques i simulacions HSPICE com la descripció anterior era correcta.

Anem ara a intentar calcular el valor R_c . L'expressió de la recta per al model RC serà $t_d = fRCI^2$, és a dir que dependrà del factor RCI^2 i d'un factor adimensional f independent dels paràmetres de la recta i que només dependrà del valor de tensió per al qual es defineixi el temps de retard. En el cas que es considera aquí, aquest valor de tensió és la meitat de l'esglaó. Tenint en compte això, es pot calcular numèricament el

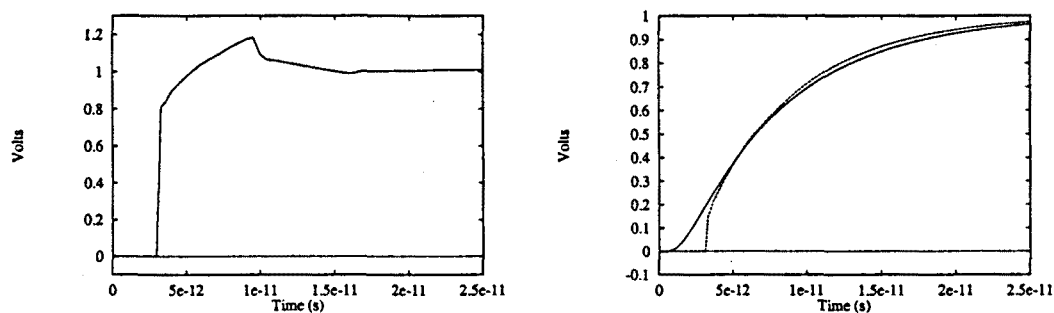


Figura 2.29: Resposta a un esglaió de línia RLC amb R petit (esquerra) i R gran (dreta). A la dreta, la línia discontinua correspon al model RLC, i la contínua al model RC.

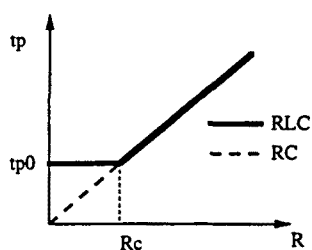


Figura 2.30: Comportament de t_d respecte de R .

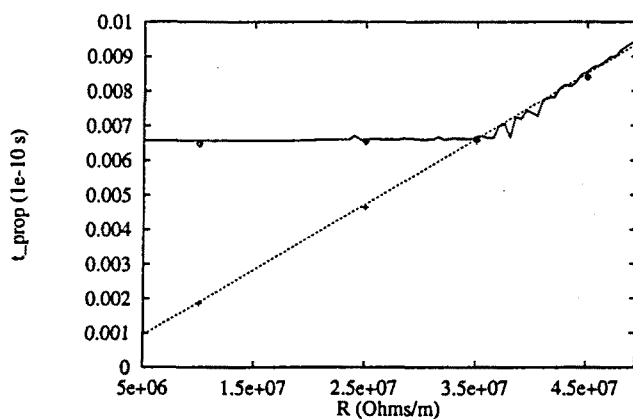


Figura 2.31: Comportament de t_d respecte de R , amb càlculs numèrics i simulacions HSPICE.

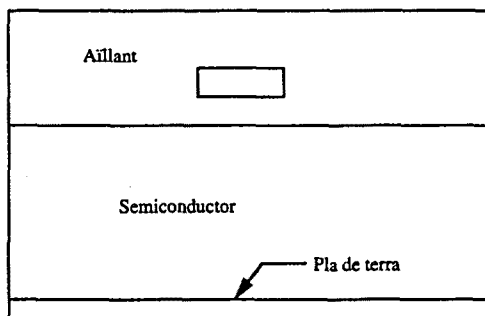


Figura 2.32: Exemple de línia sobre substrat semiconductor amb pla de terra.

valor de f , obtenint $f = 0.38$. Sabent això es pot determinar el valor de R_c igualant l'expressió de t_d per al model RC amb R_c , i el valor de t_d donat per al model RLC per R petit, t_0 :

$$\begin{aligned} t_0 &= t_d^{(RC)}(R_c) & (2.26) \\ l\sqrt{LC} &= fR_c C l^2 \\ R_c l &= \frac{1}{f} \sqrt{\frac{L}{C}} \approx 2.64 \sqrt{\frac{L}{C}} \end{aligned}$$

De l'expressió que s'ha deduït es veu que per a valors de $R \cdot l$ més grans que $2.64Z_0$, el model RC és vàlid per a descriure la resposta de la línia. Saber quin model s'ha de fer servir és molt important perquè per una banda, per fer simulacions és preferible fer servir el model més senzill que doni una resposta correcta, i per altra banda, el temps de retard és quadràtic amb la distància per al model RC, i lineal per al model RLC. Per tant, per als models de computació i el disseny d'algoritmes s'ha de tenir en compte aquest fet [9].

2.6.1 Aplicació

Com a exemple d'aplicació es pot considerar una línia d'un circuit integrat, amb un pla de terra (figura 2.32).

La impedància característica és de l'ordre d'uns 200Ω segons càlculs de paràmetres realitzats amb el programa RAPHAEL [29] (veure capítol 5). El valor de R considerant la línia de metall (alumini) o de poly, és:

$$\begin{aligned} R_{metall} &= \frac{\rho}{wt} = \frac{2.8\mu\Omega \cdot cm}{2\mu m^2} = 1.4 \cdot 10^4 \Omega/m \\ R_{poly} &= \frac{\rho}{wt} = \frac{2.8\mu\Omega \cdot cm}{2\mu m^2} = 500 \cdot 10^4 \Omega/m \end{aligned}$$

Aleshores, segons l'equació 2.27, el model RC serà vàlid per al metall i el poly per unes distàncies respectives més grans que els valors:

$$\begin{aligned} l_{metall} &= \frac{2.64Z_0}{R_{metall}} \approx 35mm \\ l_{poly} &= \frac{2.64Z_0}{R_{poly}} \approx 100\mu m \end{aligned}$$

Els resultats obtinguts impliquen que per a distàncies típiques a VLSI, les línies de metall han de ser considerades segons el model RLC. En canvi, les línies de polisilici poden ser considerades línies RC per longituds més curtes. Aquests resultats són per un exemple concret, d'una línia sobre un pla de terra. Aquesta configuració, com es veurà a un capítol posterior dóna un valor de Z_0 més alt que altres configuracions més usuals a VLSI, amb línies de terra pròximes. Aleshores, per longituds més curtes de línia pot resultar que el model RC sigui adequat. Igualment, l'escalat de les interconnexions fa que augmenti el valor de R , i per tant augmenta el rang d'aplicabilitat del model RC.

2.6.2 Cas general de càrrega de línia no nul·la

El límit de validesa del model RLC que s'ha presentat aquí s'ha derivat per al cas de $R_s = 0$ i $C_L = 0$. Ho el al. [30] arriben a una condició per obtenir interconnexions amb un mínim de distorsió i esmorteïment:

$$\frac{2}{3}Z_0 \leq R \cdot l \leq 2Z_0$$

Com es veu, el límit superior és del mateix ordre que el derivat aquí.

Per altra banda, Brews [31] considera el cas general de resistència de font i capacitat de càrrega no nuls, i obté també uns límits en funció d'una condició de "no pic" a la funció de transferència de la línia, fent una aproximació per baixes freqüències. Obté la condició:

$$\frac{R \cdot l}{Z_0} \leq \frac{-bR_s/Z_0 + \sqrt{d - f(R_s/Z_0)^2}}{g} \quad (2.27)$$

on

$$\begin{aligned} b &= 2(1 + 3/\gamma + 3/\gamma^2) \\ d &= 6(1 + 2/\gamma)(1 + 4/\gamma + 6/\gamma^2) \\ f &= 2(1 + 6/\gamma + 15/\gamma^2 + 12/\gamma^3) \\ g &= 1 + 4/\gamma + 6/\gamma^2 \end{aligned}$$

i γ és el paràmetre usual de la relació entre capacitat de càrrega i capacitat de línia.

Per al cas que s'ha considerat aquí, de $R_s = 0$ i $C_L = 0$, la condició derivada per Brews és:

$$R \cdot l \leq \sqrt{6}Z_0 \approx 2.45Z_0$$

la qual és molt similar a la que s'ha trobat en aquest treball fent consideracions de temps de retard.

El valor trobat per Brews és una resistència òptima per a tenir una resposta el més ràpida possible sense un excessiu *overshoot*, de forma que un valor de R molt més petit que l'expressió 2.27 pot donar lloc a reflexions i oscil·lacions, com al model LC.

2.7 Relació entre freqüència del senyal i temps de pujada

Al llarg del capítol s'ha parlat en termes temporals, relacionant temps de pujada amb temps de propagació. Aquesta descripció, en un entorn de circuits digitals resulta molt intuïtiva. Ara bé, també resulta útil una descripció en termes de freqüència del senyal, i de longituds d'ona. Anem a veure com es relacionen una i altra descripció en relació al model a fer servir. Al principi del capítol s'ha dit que la línia de transmissió s'havia de fer servir si el temps de pujada donat pel driver és més petit que el de propagació:

$$t_r < t_p \quad (2.28)$$

El temps de pujada es pot relacionar amb la freqüència màxima de l'espectre per la relació [2]:

$$t_r \approx 2/\omega_{max}$$

Com per altra banda la longitud d'ona és la relació entre la velocitat de propagació i la freqüència, es dedueix de l'equació 2.28:

$$\lambda_{min} < \frac{l}{2}$$

és a dir, que la longitud d'ona mínima del senyal sigui més curta que la longitud de la línia.

Aquesta relació és potser més intuïtiva que la que relaciona temps de pujada i de propagació, i és equivalent a ella, com s'ha vist.

2.8 Resum i conclusions del capítol

En aquest capítol s'han revisat els diferents models d'interconnexió, basats en la línia de transmissió.

S'ha vist com es pot preveure si es produiran oscil·lacions a una línia sense pèrdues que estigui connectada a la sortida d'un inversor CMOS, en funció de la transconductància dels transistors, i el valor de la impedància de la línia. Només es produiran oscil·lacions en el cas que la impedància sigui molt més gran que $B_p[V_{DD} - |V_{thp}|]$ si el inversor està a "0", o més gran que $B_n \cdot |V_{thn}|$ si està a "1". En cas contrari, la sortida es pot assimilar a una capacitat concentrada.

En línies amb pèrdues, s'ha vist que si la resistència de la línia és més gran que un valor determinat per Z_o , la inductància de la línia no hi té influència. Al model RC, s'ha estudiat la distorsió dels polsos digitals provocada per les pèrdues a la línia, i el seu efecte sobre la lògica posterior. S'ha vist com un pols degradat, encara que la seva amplitud no sigui la correcta, si la seva duració és prou gran és capaç de provocar el mateix efecte sobre la lògica que un pols no degradat. Això presenta possibilitats d'optimitzar la freqüència d'operació dels circuits, tenint en compte una certa degradació dels polsos.

També s'ha estudiat els marges de validesa dels diferents models en funció dels paràmetres físics i elèctrics de la interconnexió. A manera de resum, es pot descriure un

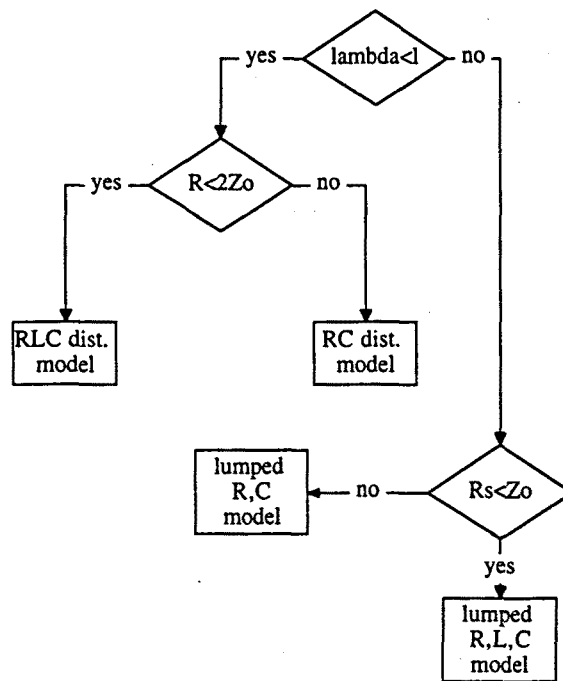


Figura 2.33: Algoritme per a seleccionar el model òptim d'interconnexió en funció de les seves característiques i les del senyal que transmet. Lambda es refereix a la longitud d'ona mínima del senyal que es propaga per la línia.

algoritme per a trobar el model òptim d'interconnexió, entenent com a tal el més simple que doni una bona descripció del seu comportament. Aquest algoritme es representa a la figura 2.33.

Capítol 3

Línies sobre substrat semiconductor

3.1 Efecte del substrat semiconductor

Als circuits integrats, les interconnexions es fan dipositant metall sobre una capa d'òxid de silici que fa d'aïllant entre la línia i el substrat semiconductor (figura 2.32).

La tensió de referència es subministra polaritzant el substrat amb un contacte a la superfície superior, i en segons quines tecnologies, amb una metal·lització a tota la superfície inferior (*backplane*).

El substrat semiconductor introdueix una sèrie d'efectes que possiblement s'hagin de tenir en compte per a la modelació de les línies a circuits integrats [2]. En primer lloc, la capacitat de la línia serà la combinació sèrie de C_{ox} i C_S , on C_{ox} és la capacitat entre el metall i el substrat semiconductor, i C_S és la capacitat deguda al semiconductor (figura 3.1) En segon lloc, el semiconductor té una conductivitat no nul·la que dependrà del dopatge i que donarà lloc a una conductància representada per G_S a la figura.

Depenent de la freqüència d'operació, la línia es comportarà de diferent manera:

- Mode dielèctric: Si la freqüència és més gran que la freqüència de relaxació,

$$\omega_r = G_S/C_S = 1/K_S\epsilon_0\rho \quad (3.1)$$

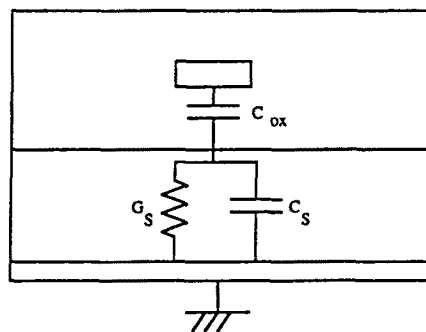


Figura 3.1: Esquema dels paràmetres d'una línia sobre substrat semiconductor

el semiconductor es comporta com un dielèctric. Aleshores:

$$C = \frac{C_{ox}C_S}{C_{ox} + C_S}$$

$$C_S \approx \frac{K_S\epsilon_0}{t_s}$$

on t_s és el gruix del substrat i t_{ox} la distància de la línia al substrat. La inductància ve donada per la distància $t_{ox} + t_s$ i es pot considerar $G_S = 0$ [2]. Correspon a un model RLC.

- Mode *slow wave*: Per a freqüències baixes tals que el *skin depth*, $\delta = \sqrt{\frac{2\rho}{\omega\mu_0}}$, del semiconductor és més gran que el gruix del substrat t_s , la conductivitat del substrat és capaç de "curt-circuitar" la capacitat C_S , i així $C \approx C_{ox}$ i $L \sim t_{ox} + t_s$.
- Mode *skin depth*: Per a freqüències intermitges el corrent de retorn es fa per dins el semiconductor, i aleshores la inductància ve determinada per la distància $t_{ox} + \delta$.

Per a determinar l'ordre de magnitud de les freqüències de transició de cada zona, es pot fer un exemple numèric considerant una línia sobre una oblea de silici de $500\mu\text{m}$ de gruix. Si el silici està dopat tipus p amb $N_A = 2 \cdot 10^{16}\text{cm}^{-3}$ tindrà una resistivitat:

$$\rho \approx (qN_A\mu_p)^{-1} \approx (1.6 \cdot 10^{-19} \text{C} \cdot 2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3} \cdot 480 \text{cm}^2/\text{V} \cdot \text{s})^{-1} \approx 0.65 \Omega \cdot \text{cm}$$

La freqüència angular a la que δ es fa igual al gruix del substrat serà:

$$\omega_{sw} = \frac{2\rho}{t_{subs}^2\mu_0} = 4.1 \cdot 10^{10} \text{rd/s}$$

o una freqüència $\nu_{sw} = 6.6 \cdot 10^9 \text{Hz}$. Per a freqüències més baixes, el *skin depth*, δ , supera el gruix de substrat, per la qual cosa aquest es pot considerar que el retorn de corrent es produirà per el *backplane*, i no pel substrat, per la major part de l'espectre dels senyals digitals.

La freqüència de relaxació, donada per l'expressió 3.1, resulta ser de $1.23 \cdot 10^{10} \text{Hz}$. El semiconductor passa durant un interval de freqüències a conduir el retorn de corrent, i es produeix un canvi de mode *slow wave* a *skin effect*, i després a mode dielèctric [32].

Aquestes consideracions s'han fet per una línia aïllada amb un *backplane*. En tecnologia planar el retorn de corrent es produirà per una línia adjacent, i a la pràctica el *backplane* tindrà un efecte menyspreable. Per tant, degut a la menor distància entre la línia i el retorn de corrent, sembla que la capacitat deguda al substrat pot ser menyspreable en front de l'efecte de la seva conductància. Així, en primera aproximació es pot modelar el substrat com una conductància, quedant un esquema elèctric com a la figura 3.2

Per substrats molt dopats i línies molt a prop, $(1/G_S) \approx 0$, i el model és el mateix que els estudiats fins ara, amb la capacitat de la línia igual a la suma de capacitats amb el substrat i amb la línia de terra: $C = C_{12} + C_1$. Per substrats poc dopats o semiaïllants es pot considerar $G_S \approx 0$, i la capacitat de la línia és $C = C_{12}$. Resulta

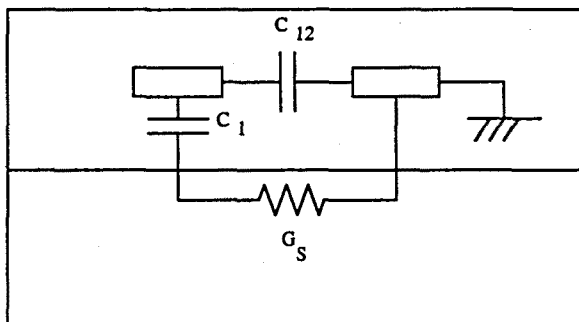


Figura 3.2: Esquema elèctric d'una línia sobre substrat semiconductor amb una línia de terra adjacent

clar que en el cas dels substrats semiaïllants disminueix considerablement la capacitat de la línia, i per tant la seva resposta es fa més ràpida. Per altra banda, en disminuir la capacitat augmenta el valor de Z_o , la qual cosa pot conduir a que es produeixin reflexions i oscil·lacions de tensió.

3.1.1 Càlcul de G_S

Una dificultat de fer servir aquest model és la de calcular un valor correcte de la conductància del substrat, G_S , ja que les línies no estan en contacte amb ell, i per tant no hi ha corrent estacionari (figura 3.2).

Raonant intuïtivament, es pot veure que el valor de la conductància dependrà de l'amplada "efectiva" de la línia sobre el substrat, w_{ef} , i que aquesta vindrà donada per la distribució del camp elèctric (figura 3.3). Si el camp està molt concentrat sota la línia, com passarà quan la distància al substrat i el gruix de la línia siguin molt petits respecte de la seva amplada, aleshores l'amplada pràcticament coincidirà amb la de la línia. Si, al contrari, els efectes de vorera (*fringing fields*) són importants, w_{ef} serà més gran que la línia.

Resulta molt difícil quantificar el valor de l'amplada efectiva, perquè depèn tant de la geometria dels conductors com dels camps aplicats. El que s'ha fet en aquest treball ha estat calcular el valor de G_S considerant diferents valors tant de w_{ef} com de distància entre conductors, d . Això dóna una idea tant de l'ordre de magnitud del valor de G_S com de la seva dependència amb w_{ef} i d . Els valors de G_S han estat calculats amb el programa RAPHAEL [29], considerant un substrat de silici tipus p amb $N_A = 2 \cdot 10^{16} \text{cm}^{-3}$, que dóna una resistivitat $\rho \approx 0.0065 \Omega \cdot m$. Els valors calculats es troben a la taula 3.1.

Els resultats confirmen la intuïció de que G_S augmenta a mesura que disminueix d i augmenta w_{ef} . Ara bé, l'augment amb w_{ef} tendeix a una saturació, com es pot veure a la figura 3.4. La raó és que la major part del corrent es concentra en la zona entre les dues línies. Això es pot comprovar a la figura 3.5, on es mostra la densitat de corrent entre les dues línies calculada amb RAPHAEL.

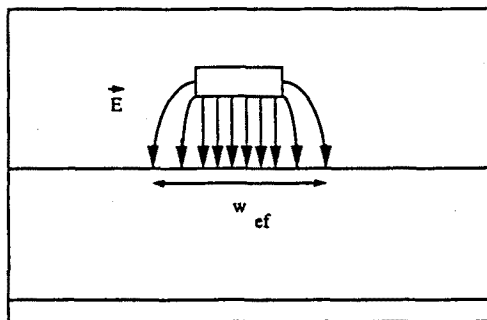


Figura 3.3: Amplada efectiva de línia sobre substrat

d	w_{ef}							
	0.2	0.5	1	2	3	4	5	10
0.01	353.1	396.9	431.5	467.3	488.1	504.2	516.2	551.5
0.2	129.2	163.8	191.5	223.8	242.3	255.2	264.9	293.1
0.5	96.9	124.6	150.0	176.1	193.6	206.1	215.5	240.0
2	64.6	80.8	99.2	120.0	133.8	144.2	152.3	175.4
5	53.1	64.6	76.1	90.9	101.3	109.1	115.4	133.8
10	46.1	53.1	62.3	73.2	80.5	86.3	90.9	103.8

Taula 3.1: Valors de G_S , en S/m per a diferents valors de distància entre línies, d , en μm i amplades efectives de línia, w_{ef} en μm

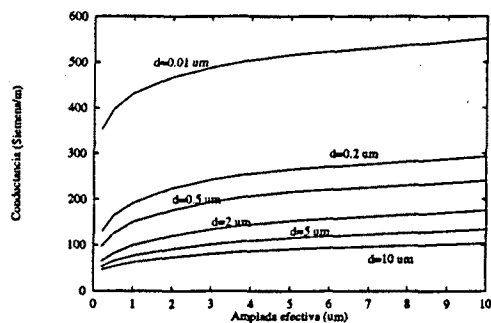


Figura 3.4: Dependència de G_S amb l'amplada efectiva w_{ef}

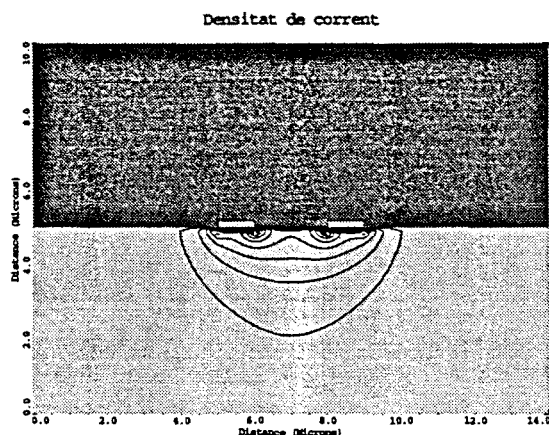


Figura 3.5: Isolínies de densitat de corrent entre dos conductors a través del substrat

3.1.2 Influència de G_S en el temps de retard

Una vegada exposat el model i conegut l'ordre de magnitud de la conductància del substrat, es pot avaluar la seva influència en la transmissió del senyal i concretament, en el retard de la línia.

Si es menysprea la inductància de la línia com a primera aproximació, recordant la figura 2.21 del temps de retard de la línia RC en funció de la distància, es veu que l'efecte de la conductància només es posarà de manifest quan els paràmetres de la línia dominin sobre els valors de la font i la càrrega; és a dir, per a longituds tals que:

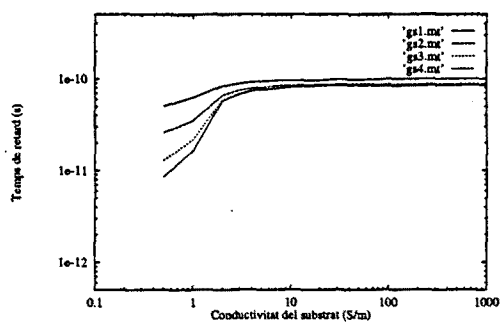
$$RCl^2 \gg R_d C_L$$

Per exemple, agafant $R_d=1 \text{ k}\Omega$, $C_L=20 \text{ fF}$, $R=67 \text{ k}\Omega/\text{m}$ i $C=C_{12}+C_1=125 \text{ pF}/\text{m}$, l'anterior condició queda:

$$l \gg \sqrt{\frac{R_d C_L}{RC}} \approx 1.5 \text{ mm}$$

Considerant $l=5 \text{ mm}$, es pot fer una gràfica del temps de retard t_d en funció del valor de G_S per a diferents valors de C_{12} i C_1 (figura 3.6). Es veu que t_d varia entre un valor mínim donat per $G_S=0$ corresponent a un valor de capacitat de línia $C=C_{12}$, i un valor màxim per a $G_S \rightarrow \infty$, en què la capacitat de la línia és $C \approx C_1 + C_{12}$. Aquesta gràfica correpon a mantenir la geometria (distància entre línies) constant, i variar la resistivitat del substrat.

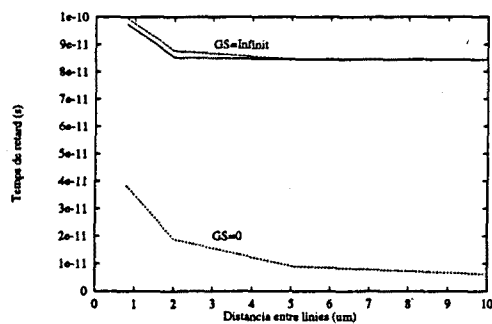
Un altre estudi, possiblement més interessant des del punt de vista del disseny, consisteix en que donada una certa resistivitat del substrat, es varia la distància entre la línia de senyal i la de referència. D'aquesta manera, els dos efectes conductància de substrat i capacitat entre línies se sumen. A la figura 3.7 es mostra la dependència del temps de retard amb la distància entre la línia i la de referència, per un valor de resistivitat de substrat de $0.006 \Omega \cdot \text{cm}$. Es veu que la influència de conductivitat finita del substrat només es posa de manifest per a distàncies petites entre línia i referència. La raó d'això és que a distàncies petites, C_{12} es fa comparable a C_1 . Per tant, com que el substrat no és un conductor perfecte, la línia "no veu" tota la capacitat i per tant el temps de retard és més petit que per al cas de $G_s = \infty$.

Figura 3.6: Variació de t_d amb el valor de G_S

A la taula 3.2 es veuen els valors de G_S , C_{12} i C_1 calculats per les diferents distàncies entre línies.

3.2 Mesures experimentals de paràmetres de línia

S'ha dissenyat i posteriorment fabricat a través de EUROCHIP un circuit amb tecnologia de ES2 CMOS $1.5\mu m$, per a mesurar els paràmetres elèctrics de les interconnexions en funció de la freqüència.

Figura 3.7: Variació de t_d amb la distància de la línia respecte de la línia de terra

d (μm)	d_{ef} (μm)	G_S (S/m)	C_{12} (pF/m)	C_1 (pF/m)
0.8	0.2	200.5	48.28	85.55
2	1.4	114.5	19.97	97.47
5	4.4	74.2	5.65	108.11
10	9.4	50.1	1.14	112.3

Taula 3.2: Valors de G_S , C_{12} i C_1 per a diferents valors de distància entre línies, d i distància efectiva entre línies, d_{ef} . $w = 0.8\mu\text{m}$, $w_{ef} = 1.4\mu\text{m}$, $t = 0.56\mu\text{m}$ i $h = 1\mu\text{m}$



Figura 3.8: Fotografia del circuit per a mesurar paràmetres elèctrics d'interconnexions

3.2.1 Característiques del circuit

Seguint el mètode presentat a la referència [33] per a mesurar línies sobre substrat de GaAs, s'ha dissenyat i fabricat el circuit que es mostra a la figura 3.8. Consisteix en una sèrie de línies de metal.lització de diferents característiques:

- Línia recta amb el primer nivell de metal.lització (Línia 1).
- Línia recta amb el segon nivell de metal.lització (Línia 2).
- Línia en ziga-zaga, amb el primer nivell de metal.lització (Línia 3).

La longitud de totes les línies és de 1mm, la seva amplada de $8\mu\text{m}$ i el tamany del circuit integrat és de $1361 \times 1201\mu\text{m}^2$.

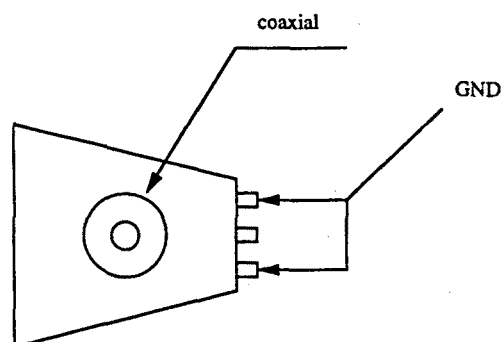


Figura 3.9: Sonda de microones utilitzada en les mesures

Aquest circuit ha estat mesurat amb un analitzador de xarxes automàtic HP8510B, juntament amb una estació de sondes Cascade Microtech, per a mesurar sobre el circuit integrat. Les sondes, dissenyades per a mesures de microones, tenen una impedància de 50Ω i tenen tres terminals, dels quals els dos exteriors són terminals de terra (figura 3.9

Donades les característiques de les sondes, cada línia del circuit té tres pads associats tant a un extrem com a l'altre de la línia; el pad del mig està connectat a la línia, i els dos laterals estan connectats al substrat de silici, amb contactes a la perifèria del pad. D'aquesta manera, el substrat fa de referència de la línia.

El tamany dels pads és de $50 \times 50 \mu m^2$, i la separació de centre a centre és de $150 \mu m$.

3.2.2 Anàlisi de les mesures

L'analitzador de xarxes mesura els paràmetres S (paràmetres de dispersió [16]) en funció de la freqüència, entre 45MHz i 40GHz.

Una vegada obtinguts els paràmetres S, seguint el mètode exposat a la referència [33], els transformem en paràmetres ABCD:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \cosh(\gamma l) & Z_{ol} \sinh(\gamma l) \\ \frac{1}{Z_{ol}} \sinh(\gamma l) & \cosh(\gamma l) \end{bmatrix}$$

on Z_{ol} és la impedància característica de la línia, i γ és la constant de propagació de les ones electromagnètiques per la línia. Els paràmetres ABCD es relacionen amb els paràmetres S a través de la relació:

$$\begin{bmatrix} A & B \\ C & D \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \frac{(1+s_{11})(1-s_{22})+s_{12}s_{21}}{2s_{21}} & Z_o \frac{(1+s_{11})(1+s_{22})-s_{12}s_{21}}{2s_{21}} \\ \frac{1}{Z_o} \frac{(1-s_{11})(1-s_{22})-s_{12}s_{21}}{2s_{21}} & \frac{(1-s_{11})(1+s_{22})+s_{12}s_{21}}{2s_{21}} \end{bmatrix}$$

on Z_o és la impedància de les sondes, iguals a 50Ω .

D'aquesta manera es pot trobar la impedància de la línia Z_{ol} , i la seva constant de propagació, γ :

$$Z_{ol} = \sqrt{\frac{B}{C}} \quad (3.2)$$

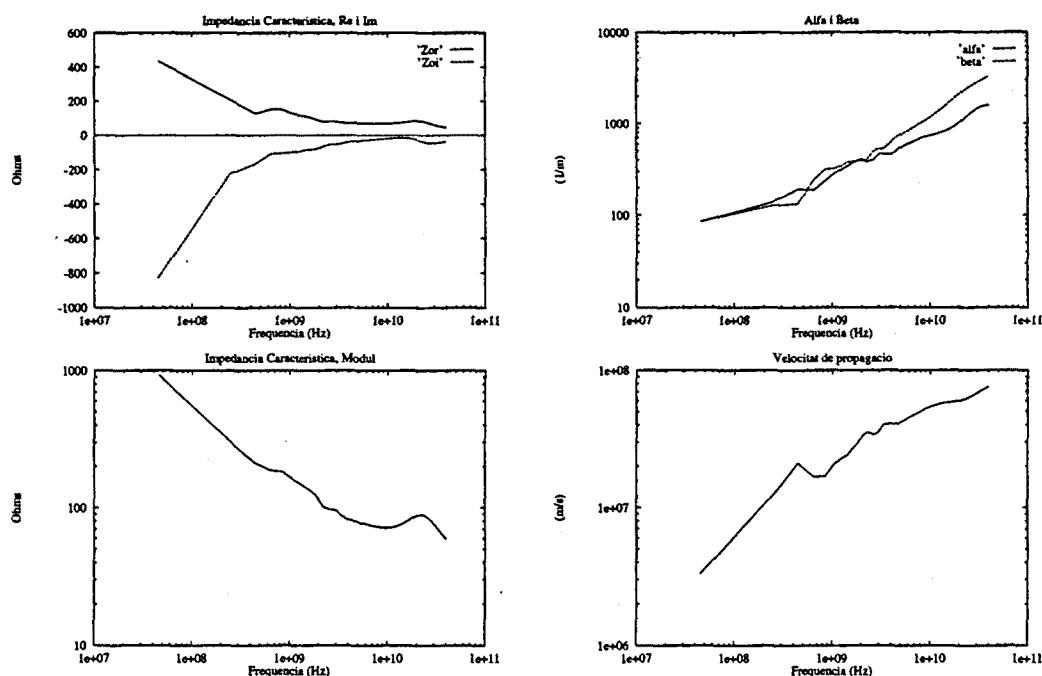


Figura 3.10: Impedància Característica, Constant de propagació ($\gamma = \alpha + j\beta$), Mòdul de la impedància i velocitat de propagació per a la Línia 1

$$\gamma = \frac{1}{l} \cosh^{-1}(A) = \frac{1}{l} \log(A \pm \sqrt{A^2 - 1}) \quad (3.3)$$

El resultat dels càlculs es pot veure a les figures 3.10, 3.11 i 3.12 per a les tres línies del circuit. També es presenten el mòdul de Z_{0l} i la velocitat de propagació, $v_p = \frac{2\pi\nu}{\beta}$. Es veu que les dues magnituds varien amb la freqüència.

3.2.3 Circuit equivalent

Per a obtenir els paràmetres elèctrics de la línia, i en funció de les consideracions exposades a la secció de línies sobre substrat semiconductor, es pot considerar un circuit equivalent amb paràmetres distribuïts com a la figura 3.13. Amb aquest model es poden escriure, per al règim permanent senoidal:

$$\begin{aligned} \frac{\partial V}{\partial z} &= -(R + jL\omega)I \\ \frac{\partial I}{\partial z} &= -\frac{GCj\omega}{G + jC\omega}V \end{aligned}$$

Aleshores, per una solució del tipus $V(z) = Ae^{-\gamma z}$ es té:

$$\gamma^2 = (R + jL\omega) \frac{GCj\omega}{G + jC\omega} \quad (3.4)$$

$$Z_{0l}^2 = \frac{G + jC\omega}{GCj\omega} (R + jL\omega) \quad (3.5)$$

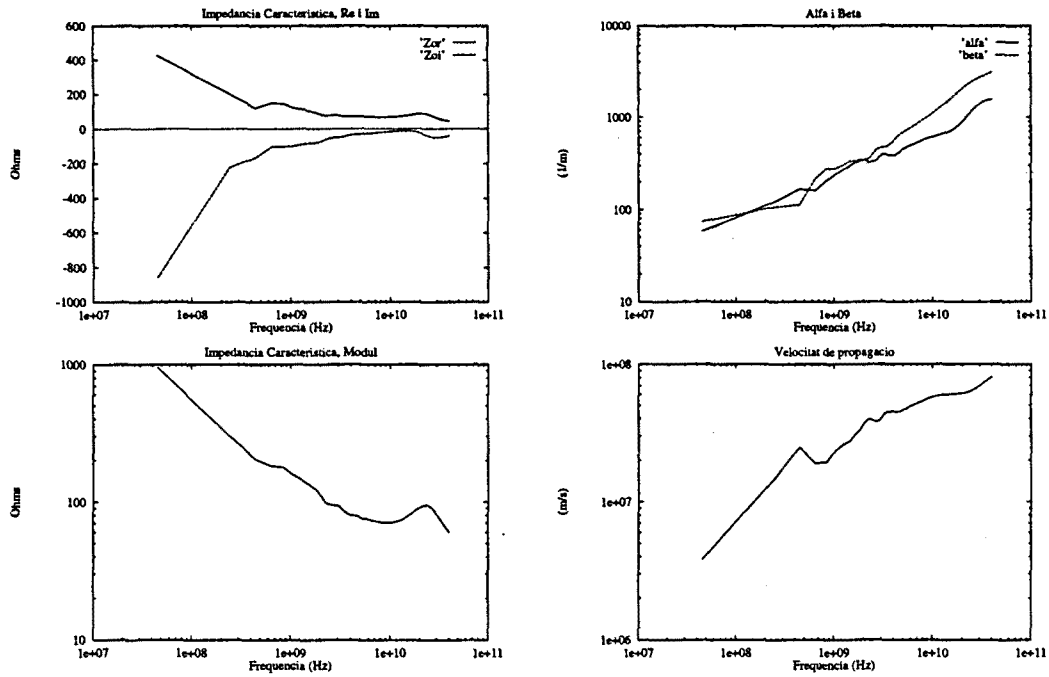


Figura 3.11: Id. Línia 2

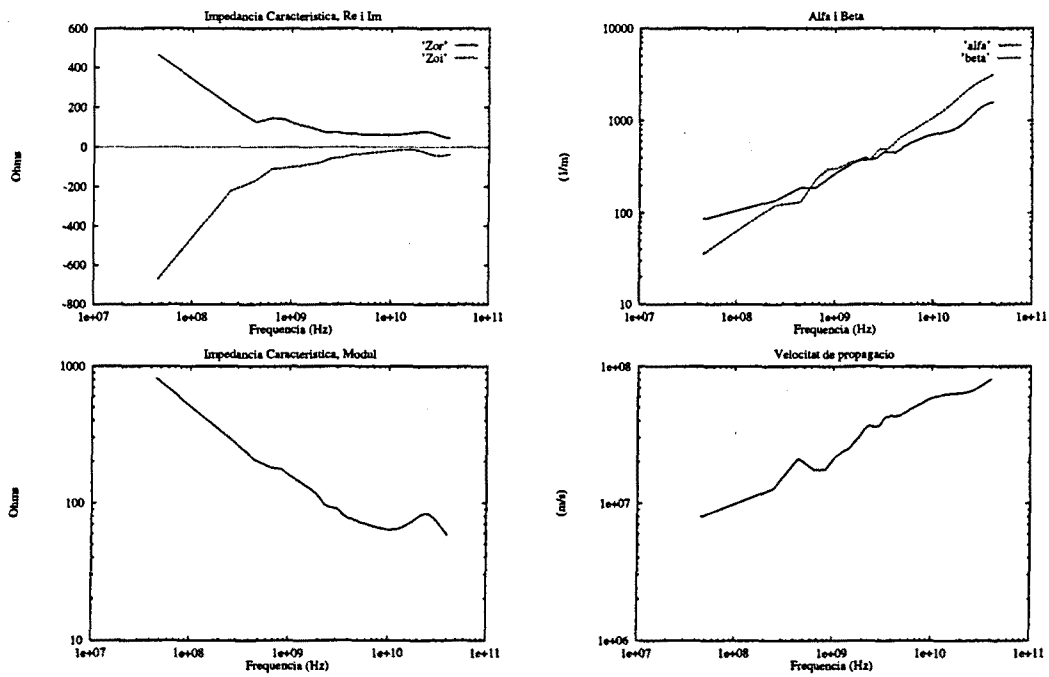


Figura 3.12: Id. Línia 3

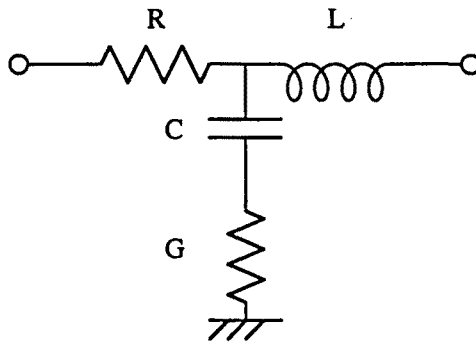


Figura 3.13: Circuit equivalent de les línies

Els valors de R , L , C i G s'obtenen per tant:

$$\begin{aligned} R &= \operatorname{Re}[\gamma Z_{0l}] \\ L &= \operatorname{Im}[\gamma Z_{0l}] / \omega \\ C &= -1 / (\omega \operatorname{Im}[Z_{0l} / \gamma]) \\ G &= 1 / \operatorname{Re}[Z_{0l} / \gamma] \end{aligned}$$

Els resultats dels càlculs es presenten a les figures 3.14, 3.15 i 3.16.

3.2.4 Discussió dels resultats

Dels resultats obtinguts de impedància característica i constant de propagació es veu una variació important dels paràmetres amb la freqüència.

La impedància característica presenta a baixa freqüència un valor molt important de la part imaginària, que representa un desfasament entre tensió i corrent. Aquesta part imaginària tendeix cap a zero en augmentar la freqüència, mentres que la part real tendeix a un valor constant, al voltant dels 100Ω , fins a una freqüència propera als 10 GHz . Per a freqüències majors, el comportament és diferent, amb un augment de la part imaginària i una disminució de la part real.

Aquest comportament fins a 10 GHz és el predit pel model elèctric. Efectivament, a la figura 3.17, on es representen impedància i constant de propagació de les mesures i del model elèctric, es veu que el comportament és similar fins a aquesta freqüència. Per a aquestes gràfiques s'han agafat uns valors aproximats als obtinguts de les mesures: $R=60 \text{ k}\Omega/\text{m}$, $L=1 \mu\text{H}/\text{m}$, $C=300 \text{ pF}/\text{m}$, $G=80 \text{ S}/\text{m}$.

Aquesta variació de comportament pot ser interpretada com l'efecte de l'aproximació a la freqüència de relaxació del silici, en què el substrat passa a comportar-se com un dielèctric. El dopat nominal de la tecnologia usada és de $2 \cdot 10^{16} \text{ cm}^{-3}$ de tipus p, i això dona una freqüència de relaxació, com s'ha calculat a la secció 3.1 aproximadament de $\nu_{rel} = 12 \text{ GHz}$. De les gràfiques dels paràmetres elèctrics, es veu que aquest valor de freqüència coincideix amb el valor a partir del qual varia el comportament dels paràmetres. Per aquesta raó, la capacitat de la línia disminueix ja que deixa de ser entre la línia i el substrat, per passar a ser entre la línia i els pads de referència. Amb

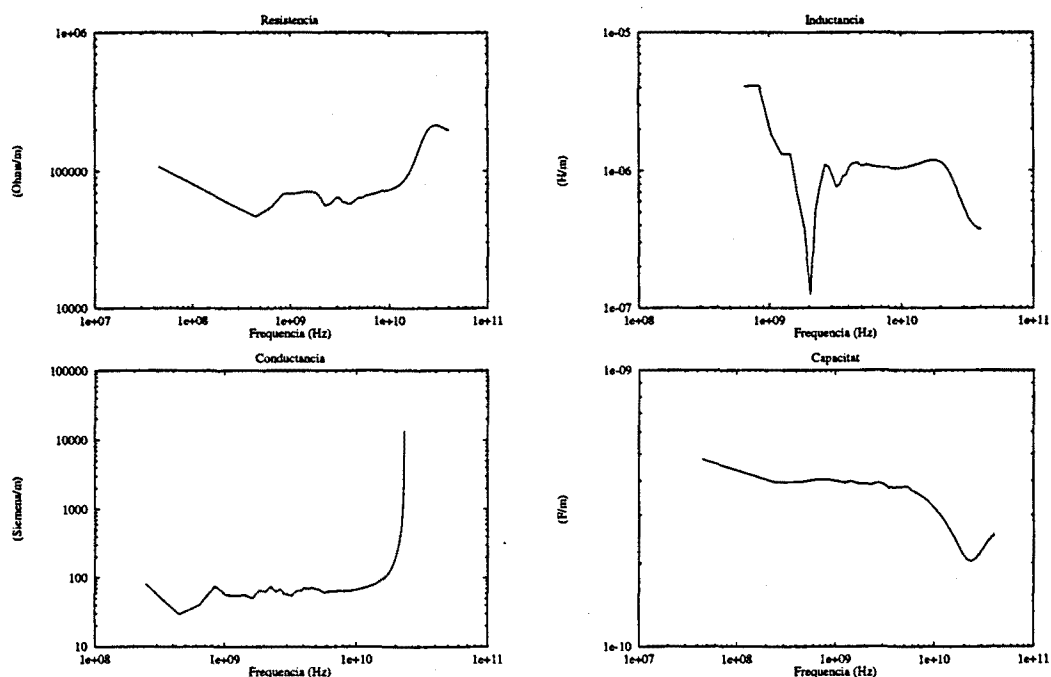


Figura 3.14: Paràmetres elèctrics Línia 1

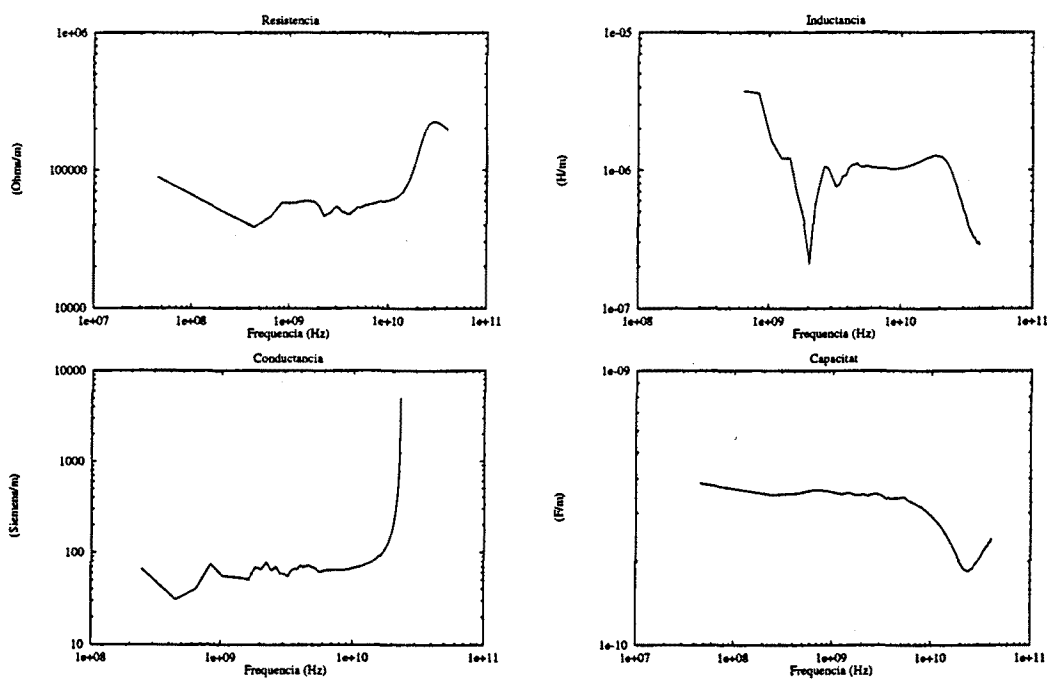


Figura 3.15: Paràmetres elèctrics Línia 2

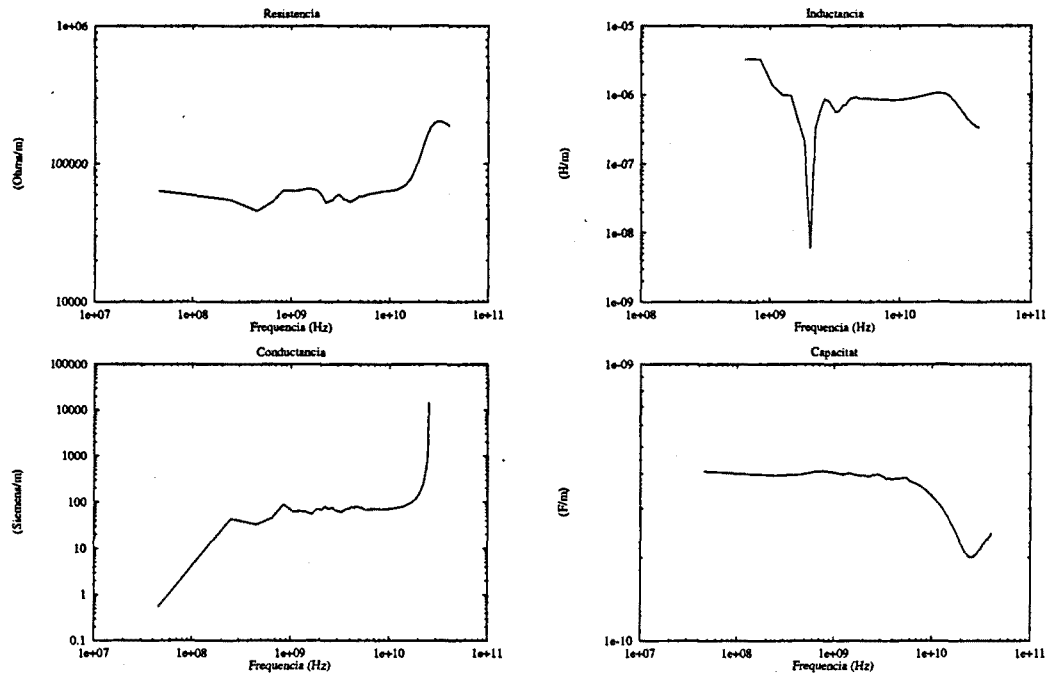


Figura 3.16: Paràmetres elèctrics Línia 3

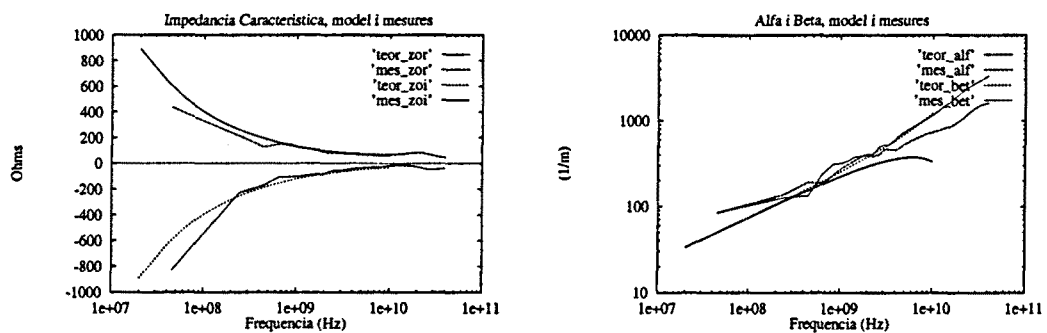


Figura 3.17: Comparació entre model elèctric i mesures d'impedància característica i constant de propagació

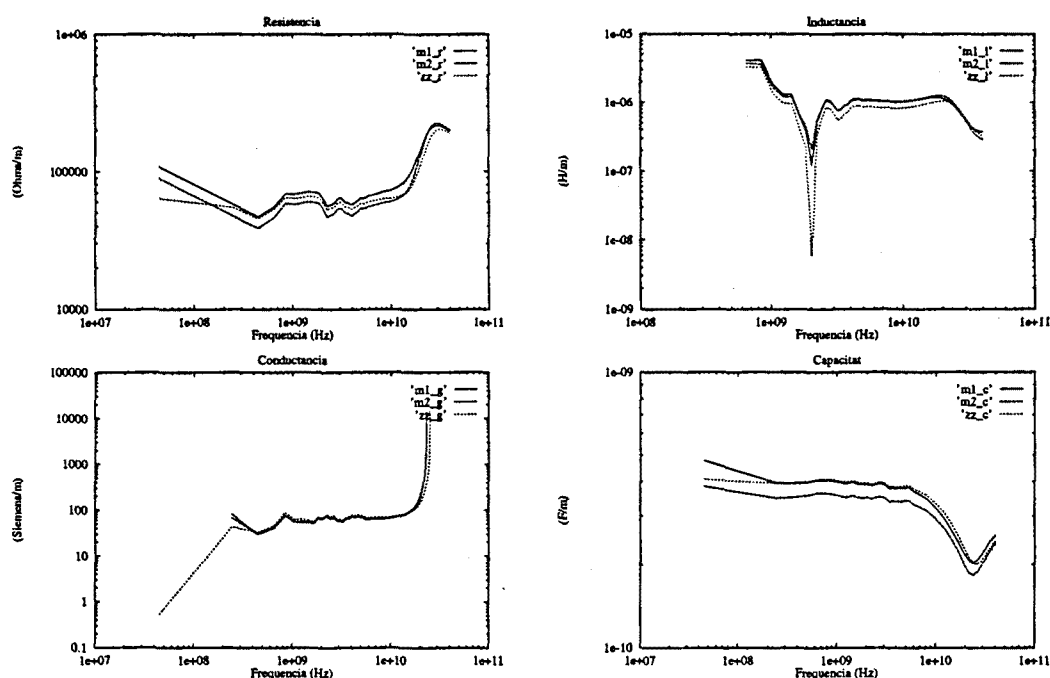


Figura 3.18: Comparació entre els valors de les tres línies: m1 Línia 1, m2 Línia 2, i zz Línia 3

el valor de G el que s'observa és una divergència, que indica que el circuit equivalent deixa de ser vàlid més enllà de la freqüència de relaxació.

A la figura 3.18 es representen els valors dels paràmetres elèctrics de les tres línies. Es pot apreciar com la capacitat de la Línia 2 és sensiblement més petita que la de les altres línies. La raó és que està fabricada amb el segon nivell de metal·lització, i per tant es troba més separada del substrat. Això demostra que el substrat actua efectivament de referència fins a la freqüència de relaxació. Per altra banda, la inductància de les dues línies rectes són molt similars, i és la Línia 3 la que es diferencia. Això vol dir que el substrat hi té poca o nul·la influència en el valor de la inductància, i que aquesta es veu determinada per la forma de la interconnexió. El valor de resistència de la línia 2 també és més petit que el de les altres línies. L'explicació d'aquest fet és que el gruix del segon nivell de metal·lització és més gran. Finalment, al valor de la conductància de substrat no es veuen diferències gaire significatives.

Per a poder avaluar la influència que té considerar la conductància del substrat, G , s'ha comparat el model elèctric considerat en aquest capítol amb el model usat convencionalment de RLC, és a dir, considerant G infinit. Agafant els valors obtinguts de les mesures, es pot veure a la figura 3.19 que no hi ha diferències apreciables entre els dos models per a la impedància característica i constant de propagació. Això vol dir que el valor mesurat de conductància és prou alt perquè sigui correcta la utilització del model RLC per a la simulació de línies sobre silici.

Finalment s'ha de dir que els valors obtinguts de paràmetres, especialment els de L i G , han de ser agafats amb precaució, perquè no es poden considerar distribuïts: el valor de G no està uniformement distribuït per la línia, sinó que serà més gran per als punts

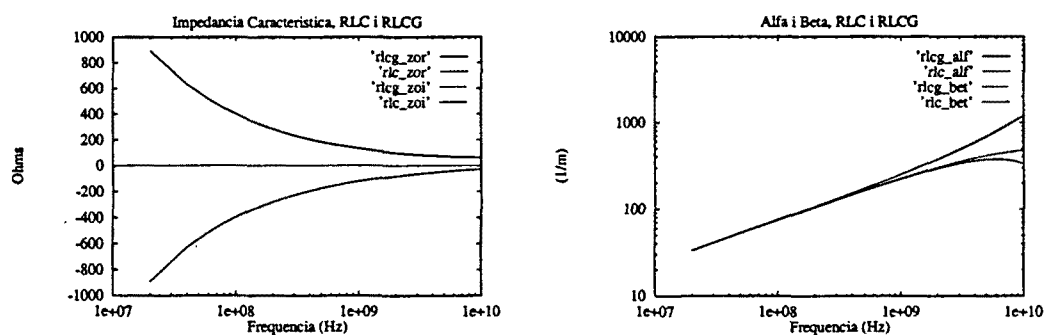


Figura 3.19: Comparació entre model RLCG i RLC per impedància característica i constant de propagació

de la línia més propers als pads de referència. El valor de L , per la seva banda, tampoc estarà uniformement distribuït degut a que les línies del camp magnètic penetren dins el semiconductor en el mode *slow wave* [32], i per tant el retorn de corrent es produeix per la metal·lització posterior i els pads de referència. Per això, tant el valor de L com el de G han de ser considerats valors efectius.

3.3 Resum i conclusions del capítol

S'ha discutit en aquest capítol l'efecte del substrat semiconductor en la propagació dels senyals elèctrics. S'ha modelat aquest efecte per una conductància finita de substrat, i s'ha avaluat la seva influència en el temps de retard d'una línia RCG. S'ha vist que per als dopats usuals, la conductància té un valor prou alt, de forma que el substrat pot ser considerat com un conductor perfecte, excepte per a distàncies petites entre línia i referència. Per a dopats més baixos, en canvi, hi pot haver una influència apreciable, donant un temps de retard més petit que el calculat considerant un substrat conductor.

Finalment, s'han presentat unes mesures realitzades sobre un circuit fabricat per EUROCHIP, per a obtenir els paràmetres elèctrics de línies de circuit integrat. Per a obtenir els paràmetres, s'ha considerat un circuit equivalent basat en les consideracions de l'apartat anterior, i s'ha pogut observar la validesa del model fins a la freqüència de relaxació del semiconductor. També s'ha vist com la capacitat de la línia depèn de la distància de la línia al substrat, mentre que la inductància no depèn de la distància al substrat. També s'ha demostrat que el model RLC (menyspreant l'efecte de la conductància del substrat) és igualment correcte pel substrat mesurat. Per substrat menys dopats, el model RLC pot no ser correcte.

Capítol 4

Acoblaments

L'altre aspecte fonamental de les interconnexions, juntament amb el de la transmissió de senyals és el dels acoblaments paràsits entre línies. Aquests acoblaments apareixen inevitablement degut a la proximitat entre diferents línies, i a que els camps elèctric i magnètic no estan exclusivament confinats entre la línia i terra, sinó que s'estenen més enllà, i per tant poden induir en línies properes tensions i corrents (figura 4.1)

La tendència de la tecnologia a la reducció de tamany comporta una reducció de distància entre línies, i per tant s'afavoreixen els acoblaments paràsits. El problema de l'acoblament esdevé per tant com un dels factors limitadors de la tecnologia [34].

A nivell elèctric, els acoblaments es poden modelar com una capacitat entre les línies, com una inductància mútua, o com les dues coses alhora. Aquestes capacitats i inductàncies poden ser concentrades o distribuïdes, depenent de la longitud de les línies i del seu temps de propagació comparat amb el temps de pujada dels senyals que transmet.

En aquest capítol es presenta una anàlisi dels acoblaments entre línies i dels diferents paràmetres que hi influeixen: resistència, capacitat i inductància.

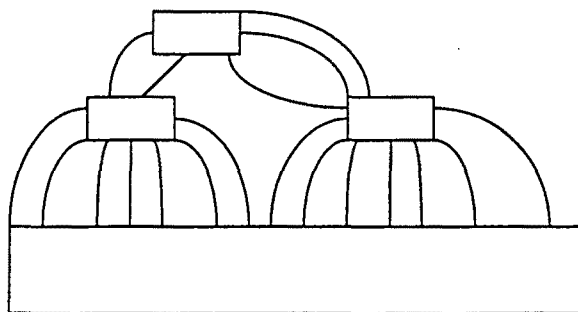


Figura 4.1: Línies de camp elèctric entre línies properes.

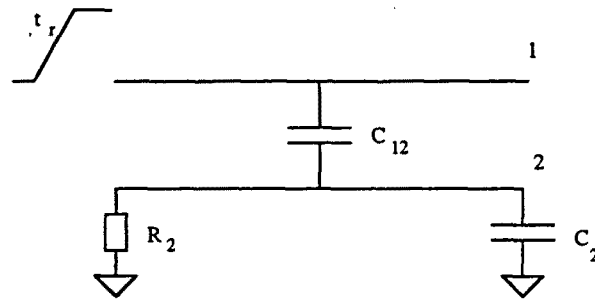


Figura 4.2: Esquema del model amb t_r constant.

4.1 Model de capacitats concentrades

El model més evident per a l'acoblament entre línies consisteix en considerar una capacitat entre elles. Aquest model es pot considerar apropiat per a línies elèctricament curtes i degut a la seva simplicitat és possible extreure'n una gran quantitat d'informació sobre la influència que tenen els diferents paràmetres en l'acoblament.

4.1.1 Model de t_r constant

Es considera el circuit de la figura 4.2 on es representen dues línies, 1 i 2, acoblades per una capacitat C_{12} .

La línia 2 té una capacitat a terra C_2 , composta per la suma de la capacitat a terra o autocapacitat de la pròpia línia (proporcional a la longitud), i la capacitat a terra de la càrrega o receptor de la línia 2:

$$C_2 = C_{2l} \cdot l + C_{2r} \quad (4.1)$$

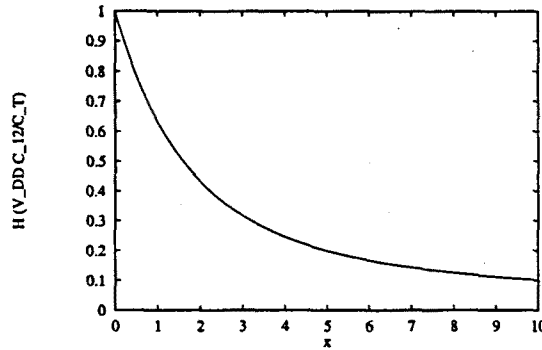
Igualment es pot considerar que està connectada a una tensió fixa a través d'una resistència R_2 , donada per la resistència equivalent del *driver* o emissor, i per la resistència de la línia (proporcional a la longitud):

$$R_2 = R_{2l} \cdot l + R_{2d} \quad (4.2)$$

Si es produeix una transició de tensió a la línia 1, modelada per un esglaó amb temps de pujada t_r , es produirà degut a la capacitat d'acoblament C_{12} a la línia 2 una forma d'ona formada per dues exponencials:

$$\begin{aligned} t < t_r & \quad V_2^{(1)}(t) = \Delta V_1 \frac{C_{12} R_2}{t_r} \left(1 - e^{-t/R_2(C_{12}+C_2)} \right) \\ t > t_r & \quad V_2^{(2)}(t) = V_2^{(1)}(t_r) e^{-(t-t_r)/R_2(C_{12}+C_2)} \end{aligned} \quad (4.3)$$

A la línia 1 se la pot anomenar línia afectant, i a la línia 2 línia afectada o víctima. La forma d'ona de la línia afectada es pot caracteritzar donant la seva amplitud (el màxim de la forma d'ona) i la seva duració.

Figura 4.3: Amplitud de l'acoblament en funció de x .

Amplitud

El màxim de la forma d'ona es produeix a $t = t_r$, i ve donat per l'expressió:

$$V_2^{(m)} = \Delta V_1 \frac{R_2 C_{12}}{t_r} \left(1 - e^{-t_r/R_2(C_{12}+C_2)}\right)$$

Per a poder interpretar més fàcilment la influència dels diferents paràmetres, és convenient posar l'expressió anterior de la forma [35], [14]:

$$V_2^{(m)} = \Delta V_1 \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} \frac{1}{x} \left(1 - e^{-x}\right) \quad (4.4)$$

on x és un paràmetre no dimensional, donat per: $x = t_r/R_2(C_{12} + C_2)$. En aquesta expressió, es veu que l'acoblament màxim que es pot produir és per $x = 0$, i igual a:

$$V_2^{(m)} = \Delta V_1 \frac{C_{12}}{C_{12} + C_2} \quad (4.5)$$

$x = 0$ significa que el temps de pujada sigui nul (transició ideal), o molt petit respecte de la constant de temps $R_2(C_{12} + C_2)$. També es donarà aquest cas per a línies en estat d'alta impedància ($R_2 \rightarrow \infty$). A la figura 4.3 es representa l'amplitud de l'acoblament en funció del paràmetre x . Es veu que és decreixent amb l'augment de x . Això vol dir que per tecnologies ràpides, amb curts temps de pujada del senyal, i amb *drivers* molt resistius, com les tecnologies CMOS, l'acoblament pot assolir valors d'amplitud importants.

Duració

Per a definir la duració de la forma d'ona, primer s'ha de definir un nivell de tensió al qual calcular la duració. Primer es trobarà l'expressió general de la duració per un nivell arbitrari de tensió, i després es triarà el nivell de tensió que més convingui a l'estudi que es fa.

La duració vindrà donada per l'expressió

$$W = t_2 - t_1; t_1 < t_r < t_2$$

on $V_2(t_1) = V_2(t_2) = V_{ref}$, i V_{ref} és un valor de tensió arbitrari. Operant de les expressions 4.3 de la forma d'ona resultant de l'acoblament, es troba que la duració es pot escriure:

$$W = t_r + R_2(C_{12} + C_2) \log \left[\frac{V_2^{(m)}}{V_{ref}} - \left(1 - e^{-t_r/R_2(C_{12}+C_2)}\right) \right]$$

Aquesta és una expressió més complicada i d'interpretació més difícil que la de l'amplitud, encara que ja es pot veure que augmenta amb el valor de t_r .

Per a fixar el valor de V_{ref} , es poden considerar dues situacions: si el que interessa és la influència de l'acoblament en circuits digitals, aleshores s'ha de calcular la duració respecte de la tensió de commutació (*logic threshold*) de les portes del circuit. Aquesta tensió es pot considerar aproximadament $V_{DD}/2$ per a circuits CMOS. En canvi, una caracterització adequada per a circuits analògics, o digitals amb efectes analògics (CMOS dinàmica, DRAMS, etc.) pot ser calcular la duració a la meitat del màxim del senyal (FWHM: Full width at half maximum). S'anomenarà W_{dig} al valor de duració "digital", i W_{ana} a la duració "analògica". Les expressions per a cada valor són:

$$W_{dig} = t_r + R_2(C_{12} + C_2) \log \left[\left(\frac{2R_2C_{12}}{t_r} - 1 \right) \left(1 - e^{-t_r/R_2(C_{12}+C_2)} \right) \right]$$

$$W_{ana} = t_r + R_2(C_{12} + C_2) \log \left[1 + e^{-t_r/R_2(C_{12}+C_2)} \right]$$

D'aquestes expressions es pot observar que el valor de W_{dig} és zero si el màxim $V_2^{(m)}$ és inferior a $V_{ref} = V_{DD}/2$. Com a conseqüència, el valor de W_{dig} tant pot ser més gran com més petit que t_r .

En canvi, el valor de W_{ana} triant $V_{ref} = V_2^{(m)}/2$ sempre és més gran que t_r . Tendeix al valor de t_r quan x és gran, és a dir, quan la constant de temps $R_2(C_{12} + C_2)$ és petita respecte de t_r . Per exemple, per $x = 2$, es té que $W_{ana} = 1.06t_r$. Només per a valors de x petits el valor de duració és molt més gran que t_r (per $x = 0.5$, $W_{ana} = 2t_r$).

Com es veu, la tendència de l'amplitud $V_2^{(m)}$ i duració amb els diferents paràmetres elèctrics és sovint de signe contrari:

- Augmentant t_r es disminueix $V_2^{(m)}$ i W_{dig} , però augmenta W_{ana} .
- Augmentar R_2 fa augmentar $V_2^{(m)}$, W_{dig} i W_{ana} .
- Augmentar a la vegada t_r i R_2 conservant t_r/R_2 constant, deixa igual $V_2^{(m)}$, i fa augmentar W_{dig} i W_{ana} .

4.1.2 Influència de la línia afectant

En l'apartat anterior s'han derivat unes expressions per un model simplificat que permet veure quin és el límit màxim de l'acoblament que es pot produir, i que segons l'expressió 4.5 en quant a l'amplitud vindrà donada per la relació $\frac{C_{12}}{C_{12}+C_2}$. Aquest model

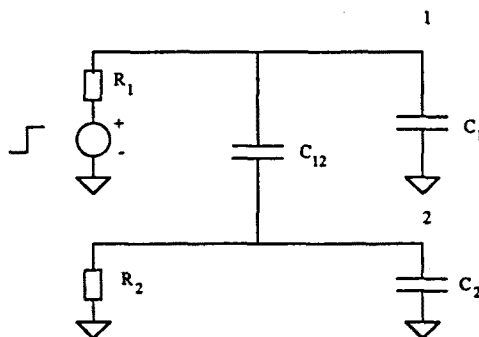


Figura 4.4: Esquema del model d'acoblament tenint en compte els paràmetres de la línia afectant.

és una simplificació perquè considera que el senyal afectant és un esglau de temps de pujada fixe. En realitat, el valor de t_r dependrà dels diferents paràmetres elèctrics de les línies, capacitats i resistències. Per a tenir en compte tots els paràmetres, es pot considerar el model representat a la figura 4.4 [36].

Les expressions de les formes d'ona de tensió de les línies 1 i 2 es poden trobar pel mètode de Laplace, obtenint:

$$V_1(t) = V_{DD} \left[1 - \left(\frac{b}{b-a} + \frac{R_2(C_{12} + C_2)}{A(b-a)} \right) e^{at} + \left(\frac{a}{b-a} + \frac{R_2(C_{12} + C_2)}{A(b-a)} \right) e^{bt} \right] \quad (4.6)$$

$$V_2(t) = V_{DD} \frac{R_2 C_{12}}{A(b-a)} (e^{bt} - e^{at}) \quad (4.7)$$

on les constants a , b , A es defineixen:

$$A = R_1 R_2 (C_{12}(C_1 + C_2) + C_1 C_2) \quad (4.8)$$

$$b = -\frac{B}{2} - \sqrt{\frac{B^2}{4} - D} \quad (4.9)$$

$$a = \frac{D}{b} \quad (4.10)$$

$$B = [R_1(C_{12} + C_1) + R_2(C_{12} + C_2)] / A \quad (4.11)$$

$$D = 1/A \quad (4.12)$$

Com es veu, d'aquestes expressions és difícil treure'n una anàlisi senzilla degut a la seva complexitat. De totes maneres, el que sí que es pot veure és que intercanviant C_1 per C_2 , les expressions resulten invariants, i també si s'intercanvien R_1 i R_2 . Això té com a conseqüència:

- Si $R_1 = R_2$, l'acoblament de la línia 1 sobre la línia 2 és exactament igual que el de l'acoblament de la línia 2 sobre la línia 1, encara que $C_1 \neq C_2$.
- Si $C_1 = C_2$, l'acoblament de la línia 1 sobre la línia 2 és exactament igual que el de l'acoblament de la línia 2 sobre la línia 1, encara que $R_1 \neq R_2$.

- Només si $R_1 \neq R_2$ i $C_1 \neq C_2$, hi haurà diferència entre si la línia afectant és la línia 1 o la 2.

Aquest és un resultat que no podia ser sospitat amb l'anterior model, on, segons l'expressió 4.5, si $C_1 \neq C_2$, l'efecte d'una i altra línia era diferent. El que passa és que a l'altre model l'efecte de la capacitat de la línia afectant quedava emmascarat dins el paràmetre t_r , fent difícil extreure conclusions acurades sobre el comportament de l'acoblament amb els diferents paràmetres.

L'expressió del màxim es pot obtenir de la derivada de $V_2(t)$ (equació 4.7):

$$V_2^{(m)} = V_2(t_m) \quad (4.13)$$

$$t_m = \frac{1}{b-a} \log \frac{a}{b} \quad (4.14)$$

Per la seva banda, la duració del senyal produït per l'acoblament no es pot calcular de forma analítica, ja que és una equació transcendent.

Ara es poden fer estudis de la dependència d'amplitud i duració del senyal produït a la línia afectada en funció de la variació de diferents paràmetres.

Dependència de les resistències de línia

Segons el model de t_r constant, el fet d'augmentar la resistència de la línia afectada fa augmentar l'amplitud i duració de la forma d'ona resultant de l'acoblament. Amb el model complet també es pot estudiar què passa quan augmenta la resistència de la línia afectant.

A la figura 4.5 es mostren les gràfiques de l'amplitud i de la duració, W_{ana} per un esglaó afectant de 1V, en funció de la relació entre resistències de línia afectada i afectant. Es pot veure, com era de suposar, que a mesura que aquesta relació es fa més gran, és a dir, que la resistència de la línia afectada és més gran que la de la línia afectant, l'amplitud de l'acoblament augmenta. A més, a la figura 4.6 es pot veure que l'amplitud només depèn de la relació entre resistències, i no del valor d'aquestes resistències, mentre que les duracions són proporcionals al valor de les resistències, si es manté la relació de resistències fixa.

La conclusió que s'extreu d'aquestes figures és que la resistència equivalent dels emissors té una importància molt gran en la magnitud de l'acoblament, i que només en casos en què la resistència de la línia afectant sigui molt més petita que la de la línia afectada l'acoblament vindrà dominat per la relació de capacitats $C_{12}/(C_{12} + C_2)$. Dels casos calculats, si el màxim de l'amplitud a la línia afectada és de 0.64V, es veu a les gràfiques que per a resistències iguals a les dues línies, l'amplitud és de 0.25V, un 40% del valor donat per la relació de capacitats. A la taula 4.1 es dona el percentatge de l'amplitud màxima (donada per la relació de capacitats) en funció de la relació de resistències de línia. S'observa que perquè l'amplitud vingui dominada per la magnitud $C_{12}/(C_{12} + C_2)$, s'ha de donar que la resistència de la línia afectada sigui unes 10 vegades més gran que la de la línia afectant. Degut a que el valor $C_{12}/(C_{12} + C_2)$ no sol ser molt gran (excepte en el cas en que la línia afectada estigui sobre la línia afectant),

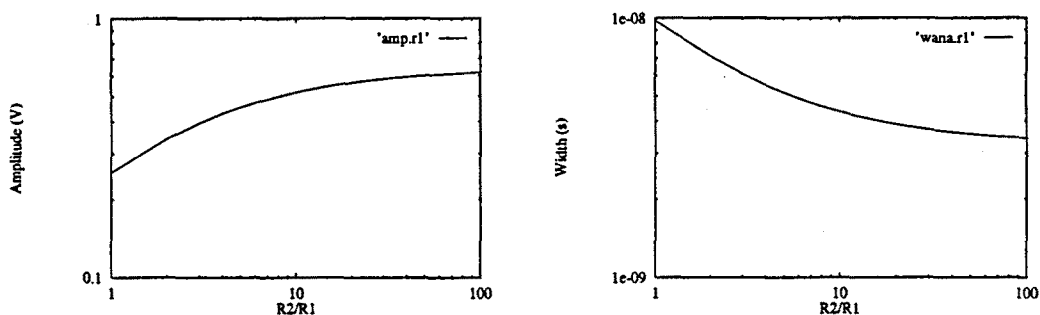


Figura 4.5: Valors de paràmetres de forma d'ona de línia afectada en funció de la relació de resistències de les dues línies. Càlculs per $C_1 = C_2 = 0.17pF$, $C_{12} = 0.3pF$.

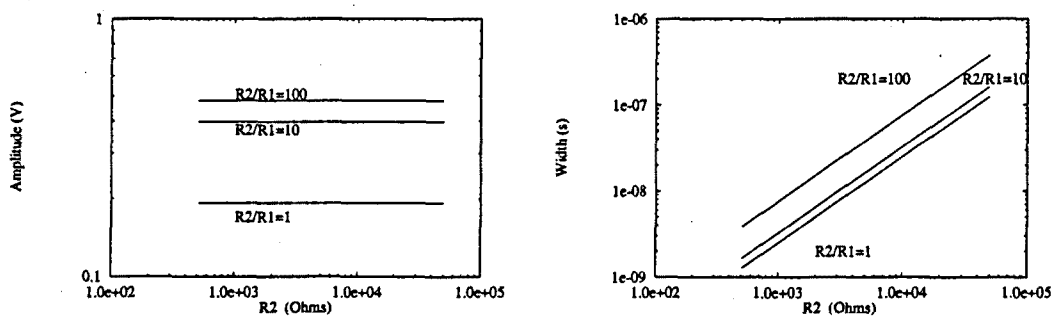


Figura 4.6: Valors de paràmetres de forma d'ona de línia afectada en funció de la resistència de línia afectada, per diferents relacions entre resistències de línia. Càlculs per $C_1 = C_2 = 0.17pF$, $C_{12} = 0.3pF$.

R_2/R_1	% Amplitud
1	40
2	54
5	71
10	81
100	97

Taula 4.1: Percentatge de l'amplitud màxima d'acoblament ($C_{12}/(C_{12} + C_2)$) en funció de la relació entre resistències de línia.

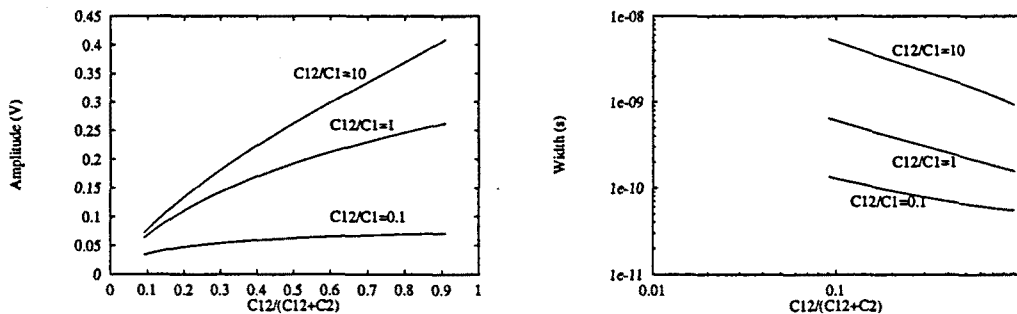


Figura 4.7: Amplitud i duració de la forma d'ona a la línia afectada per acoblament en funció de $C_{12}/(C_{12} + C_2)$, per a valors de la relació C_{12}/C_1 de 0.1, 1 i 10. $R_2 = R_1$.

això implica que no es produirà una amplitud d'acoblament gran entre línies amb resistències similars. Aquesta pot ser una solució per a reduir l'acoblament.

Dependència amb la relació de capacitats, $C_{12}/(C_{12} + C_2)$

En el model anterior de temps de pujada t_r constant, resultava que l'amplitud era fortament dependent de la relació de capacitats $C_{12}/(C_{12} + C_2)$, augmentant amb aquesta magnitud. En aquesta secció s'estudiarà la dependència d'amplitud i duració de l'acoblament en funció de $C_{12}/(C_{12} + C_2)$. A la figura 4.7 es mostren les gràfiques d'aquestes magnituds, amb diferents valors de la relació de capacitat d'acoblament a capacitat de línia afectant, C_{12}/C_1 , i per la mateixa resistència de línies. Com es pot observar, l'amplitud augmenta amb la relació $C_{12}/(C_{12} + C_2)$, i també amb C_{12}/C_1 , encara que amb aquesta última relació el creixement s'arriba a saturar, i per un valor de C_{12}/C_1 més gran que 10, ja no hi ha gran diferència.

D'aquesta figura es veu que per $R_2 = R_1$ l'amplitud no arriba mai al valor de commutació lògica de portes digitals CMOS ($V_{DD}/2$), independentment del valor de capacitats.

A la figura 4.8 es representen amplitud i duració en funció de les relacions de capacitats per $R_2 = 10R_1$. En aquest cas sí que es pot arribar a assolir el valor de commutació lògica, per un valor de $C_{12}/(C_{12} + C_2)$ que dependrà de C_{12}/C_1 .

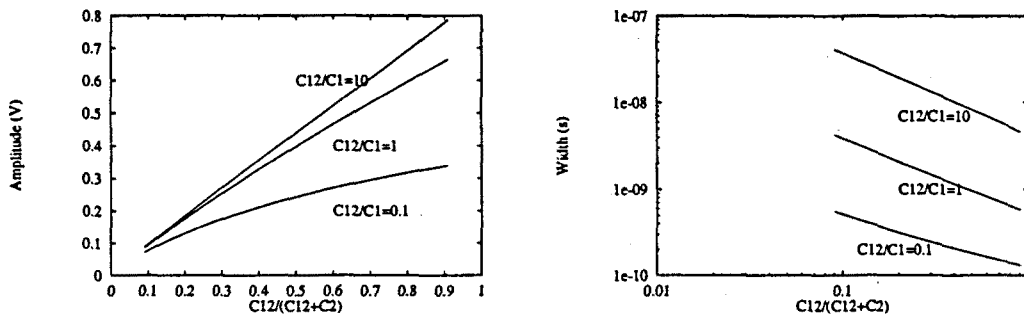


Figura 4.8: Amplitud i duració de la forma d'ona a la línia afectada per acoblament en funció de $C_{12}/(C_{12} + C_2)$, per a valors de la relació C_{12}/C_1 de 0.1, 1 i 10. $R_2 = 10R_1$.

Dependència amb la longitud

Per acabar, s'estudiarà l'acoblament en funció de la longitud de les línies (suposant que les dues tenen la mateixa longitud).

Si la longitud de les línies augmenta, també ho farà la capacitat d'acoblament, però al mateix temps augmentaran les capacitats i les resistències de les línies. Per tant, no és evident el comportament de l'acoblament amb la longitud.

A la figura 4.9 es representen amplitud i duració en funció de la longitud, menyspreant la resistència de l'emissor i la capacitat de càrrega de cada línia, de forma que tots els paràmetres són proporcionals a la longitud. Com es veu, l'amplitud resulta ser independent de la longitud, mentres que la duració té una dependència quadràtica. Aquest cas és el límit de longituds molt grans, en què els termes proporcionals a la longitud de les resistències i capacitats dominen sobre els altres. Aquest resultat implica que a mesura que la longitud augmenta, l'amplitud de la forma d'ona d'acoblament augmentarà cada vegada menys. Aquest és un resultat que no es feia evident amb el model de temps de pujada constant.

A la figura 4.10 es mostren amplitud i duració en funció de longitud, tenint en compte tots els termes de resistència i capacitat (equacions 4.1 i 4.2). Els valors considerats són:

$$\begin{aligned}
 C_{12} &= 64.7pF/m \\
 C_{1l} &= 64.7pF/m \\
 C_{2l} &= 64.7pF/m \\
 C_{1r} &= C_{2r} = 10pF \\
 R_{1l} &= R_{2l} = 100k\Omega/m \\
 R_{1d} &= 5k\Omega \\
 R_{2d} &= R_{1d} \cdot rfac
 \end{aligned}$$

on $rfac$ és la relació entre resistències equivalents dels emissors de les línies.

En aquestes gràfiques es veu que per a valors de $rfac$ més grans que la unitat, existeix un màxim de l'amplitud d'acoblament en funció de la longitud, o sigui que a partir d'aquell valor de longitud, l'acoblament disminueix amb la longitud en lloc

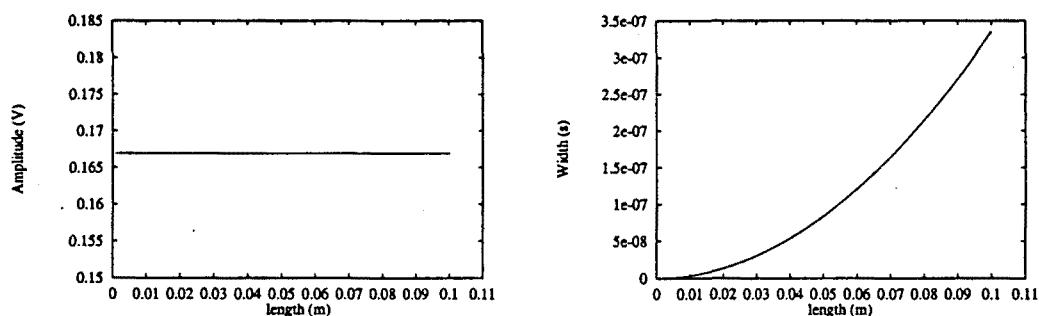


Figura 4.9: Amplitud i duració de la forma d'ona a la línia afectada per acoblament en funció de la longitud, considerant tots els paràmetres proporcionals a ella.

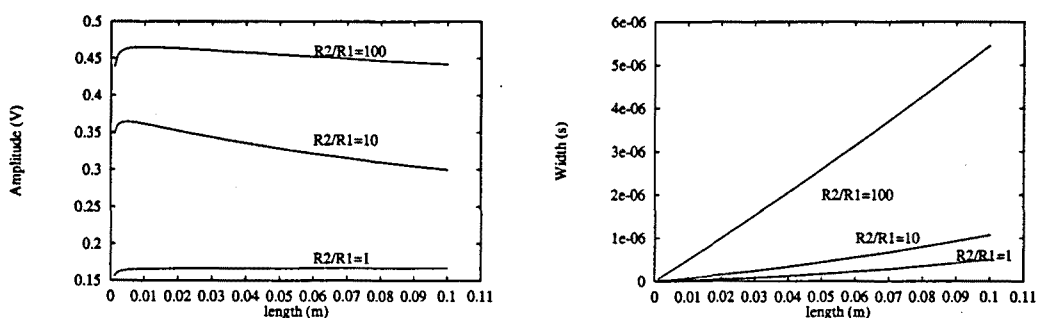


Figura 4.10: Amplitud i duració de la forma d'ona a la línia afectada per acoblament en funció de la longitud, per a diversos valors de la relació entre resistències de *driver*, $rfac = R_{2d}/R_{1d}$.

d'augmentar. Eventualment, per a longitud molt gran, tots els valors convergeixen per a donar els valors de les gràfiques de la figura 4.9.

4.2 Model RC distribuït

Quan les línies es fan molt llargues, de manera que la forma d'ona al principi i al final de la línia són diferents, és necessari considerar models de paràmetres distribuïts.

Les equacions d'aquests models són equacions diferencials en derivades parcials acoblades, i són massa difícils per a una resolució analítica per al cas general si no es recorren a simplificacions [37]. Aleshores, és més convenient recórrer a simuladors elèctrics [38], [39], desacoblant les equacions amb transformacions lineals de tensió, com s'explicarà seguidament amb el cas de línies RC.

Per a les línies RC es poden escriure les equacions en forma vectorial, considerant vectors¹ de tensió i corrent $[v]$ i $[i]$ on cada component correspon al valor d'una de les línies acoblades, i matrius $[R]$ i $[C]$ que seran simètriques ($[R]$, a més, es considerarà

¹En aquest capítol, els vectors es representaran per una lletra minúscula, i les matrius per una lletra majúscula

diagonal). Els elements no diagonals seran els que provoquin l'acoblament entre línies. Les equacions es poden escriure com:

$$\frac{\partial[v]}{\partial x} = -[R][i] \quad (4.15)$$

$$\frac{\partial[i]}{\partial x} = -[C]\frac{\partial[v]}{\partial t} \quad (4.16)$$

o també:

$$\frac{\partial^2[v]}{\partial x^2} = [R][C]\frac{\partial[v]}{\partial t} \quad (4.17)$$

$$\frac{\partial^2[i]}{\partial x^2} = [C][R]\frac{\partial[i]}{\partial t} \quad (4.18)$$

D'aquestes equacions es veu que l'acoblament entre línies ve donat pels elements no diagonals de les matrius $[R][C]$ i $[C][R]$. Per tant, una manera d'abordar el problema que també s'aplica als altres models de línia de transmissió [38], [39], [40], consisteix en fer una transformació lineal de tensions i corrents diagonalitzant aquestes matrius. Així es produeix una transformació entre tensions i corrents de línies desacoblades, i tensions i corrents de línies acoblades.

Diagonalitzant aquestes matrius es té:

$$[RC_D] = [M_v]^{-1}[R][C][M_v]$$

$$[CR_D] = [M_i]^{-1}[C][R][M_i]$$

Les dues diagonalitzacions donaran lloc als mateixos valors propis i, en general diferents vectors propis. Per tant, es complirà que $[RC_D] = [CR_D]$, i $[M_v] \neq [M_i]$. El que sí compliran $[M_v]$ i $[M_i]$ serà:

$$[M_i] = ([M_v]^{-1})^T \quad (4.19)$$

$$[M_i]^{-1} = [M_v]^T \quad (4.20)$$

Substituint a les equacions diferencials 4.17 i 4.18, es pot escriure:

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[M_v]^{-1}[v] = [RC_D]\frac{\partial}{\partial t}[M_v]^{-1}[v] \quad (4.21)$$

$$\frac{\partial^2}{\partial x^2}[M_i]^{-1}[i] = [CR_D]\frac{\partial}{\partial t}[M_i]^{-1}[i] \quad (4.22)$$

Definint tensions i corrents transformats:

$$[e] = [M_v]^{-1}[v]$$

$$[j] = [M_i]^{-1}[i] = [M_v]^T[i]$$

amb les equacions desacoblades, substituint a les equacions de línia 4.15 i 4.16:

$$\frac{\partial[e]}{\partial x} = -[M_v]^{-1}[R]([M_v]^{-1})^T[j] \quad (4.23)$$

$$\frac{\partial[j]}{\partial x} = -[M_v]^T[C][M_v]\frac{\partial[e]}{\partial t} \quad (4.24)$$

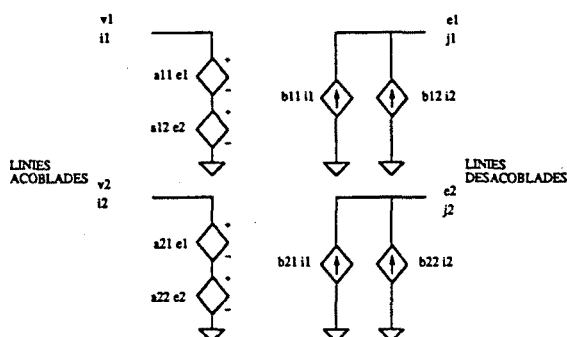


Figura 4.11: Esquema de la transformació entre variables acoblades $[v]$, $[i]$, i desacoblades $[e]$, $[j]$ de dues línies.

Les matrius

$$[R_D] = [M_v]^{-1}[R]([M_v]^{-1})^T \quad (4.25)$$

$$[C_D] = [M_v]^T[C][M_v] \quad (4.26)$$

són matrius diagonals [38], [39], i per tant les equacions 4.23 i 4.24 corresponen a línies desacoblades amb valors de resistència i capacitat donats per $[R_D]$ i $[C_D]$.

Aquest formalisme és el que s'aplicarà per a simular línies de transmissió acoblades, fent servir el simulador elèctric SPICE3 [41], que conté models de línia de transmissió amb pèrdues. La transformació entre tensions i corrents de línies acoblades i desacoblades es fa amb fonts de tensió i corrent dependents, segons l'esquema de la figura 4.11.

Per exemple, es pot considerar el cas de dues línies acoblades amb matrius:

$$[R] = \begin{bmatrix} 112 & 0 \\ 0 & 112 \end{bmatrix} k\Omega/m \quad [C] = \begin{bmatrix} 129.9 & -68.5 \\ -68.5 & 129.9 \end{bmatrix} pF/m$$

Diagonalitzant s'obté:

$$[M_v] = \begin{bmatrix} -0.7071 & -0.7071 \\ 0.7071 & -0.7071 \end{bmatrix}$$

$$[R_D] = \begin{bmatrix} 112 & 0 \\ 0 & 112 \end{bmatrix} k\Omega/m \quad [C_D] = \begin{bmatrix} 198.4 & 0 \\ 0 & 61.4 \end{bmatrix} pF/m$$

Simulant amb SPICE3 aquestes línies amb una càrrega capacitiva de 30 fF i un emissor resistiu de 5 k Ω a cada línia, i una longitud de 10 mm s'obtenen les formes d'ona de la figura 4.12

Es pot observar com hi ha diferències entre emissor i receptor de les dues línies, degut a l'efecte de les línies de transmissió. Per a línies de curta distància l'efecte és el mateix de paràmetres concentrats. A les figures 4.14 a 4.19 es mostren simulacions de tres casos d'acoblament diferents, *A*, *B*, *C*, i es mostren gràfiques d'amplitud i duració de l'acoblament en funció de la longitud de les línies, per diferents càrregues capacitives.

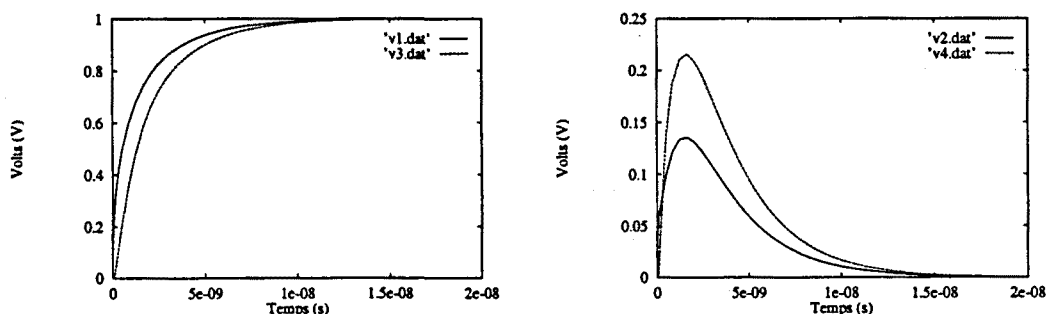


Figura 4.12: Formes d'ona de dues línies RC acoblades. Nodes 1 i 3: emissor i receptor de línia afectant. Nodes 2 i 4: emissor i receptor de línia afectada.

La resistència dels emissors es pren igual a $5k\Omega$ per a totes les simulacions, i també la matriu de resistències, igual a l'exemple esmentat a dalt. Els tres casos corresponen a les configuracions de la figura 4.13. El cas *A* correspon a dues línies soles amb el substrat semiconductor com a referència. El cas *B* són dues línies acoblades amb una línia de terra adjacent i el substrat com a referència. El cas *C* és el mateix que el *B* però amb el substrat aïllant. Les matrius de capacitat dels casos considerats són:

$$\begin{array}{l}
 \text{Cas A} \\
 \text{Cas B} \\
 \text{Cas C}
 \end{array}
 \begin{bmatrix}
 129.9 & -68.5 \\
 -68.5 & 129.9 \\
 130.4 & -64.7 \\
 -64.7 & 165.4 \\
 104.5 & -78.2 \\
 -78.2 & 156.4
 \end{bmatrix}
 \begin{array}{l}
 pF/m \\
 pF/m \\
 pF/m
 \end{array}$$

A totes aquestes figures es veu que els terminals emissor i receptor tenen el mateix valor d'amplitud i duració de la forma d'ona, que és la predita pel model de paràmetres concentrats, fins un cert valor de longitud. Per a valors més grans de longitud, es veu com al terminal receptor del senyal, l'amplitud és més gran que al terminal emissor. Entre ambdós valors es situa el valor predit pel model de paràmetres concentrats. Amb la duració passa al contrari: l'emissor presenta un valor de duració més gran que el receptor, mentre que el valor predit pel model concentrat està per sobre dels dos.

4.3 Model LC distribuït

De manera similar a l'anàlisi presentada en el capítol de modelació de línies d'interconnexió, es pot considerar l'acoblament entre línies sense pèrdues. Aquest model serà vàlid, com s'ha explicat al capítol de línies de transmissió, si la resistència de la línia és petita comparada amb la seva impedància característica. Al capítol de quantificació de paràmetres de línies es presentaran càlculs per a determinar quan s'ha de fer servir aquest model.

Igual que a l'apartat anterior per a línies RC, es presentaran aquí simulacions de SPICE3 fent servir el model de desacoblament ja explicat per aquell cas. En el cas de

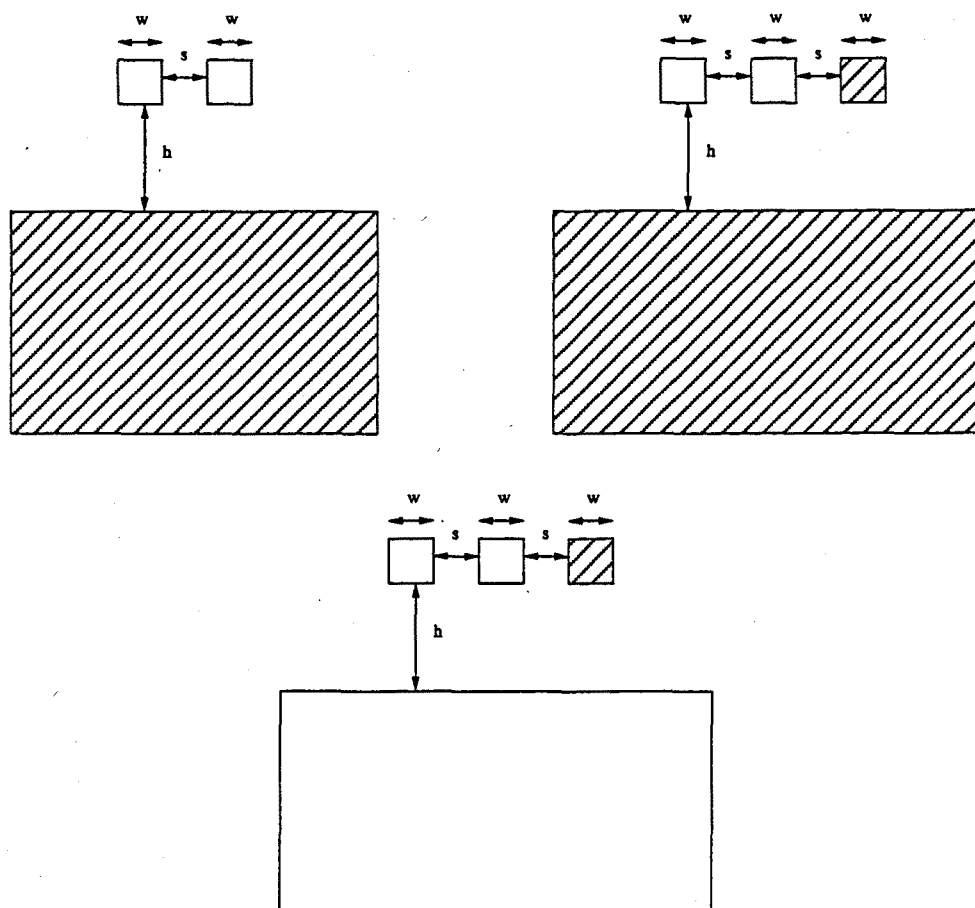


Figura 4.13: Geometria dels tres casos considerats per a fer l'estudi d'acoblament: Cas A, adalt a l'esquerra, Cas B a dalt a la dreta, i Cas C a baix. Valors: $t=s=w=0.5 \mu\text{m}$, $h=1.2 \mu\text{m}$.

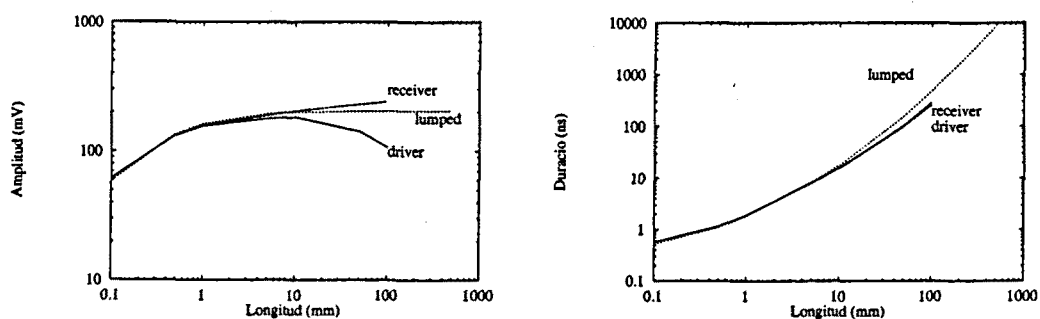


Figura 4.14: Cas A. Capacitat de càrrega: 30fF.

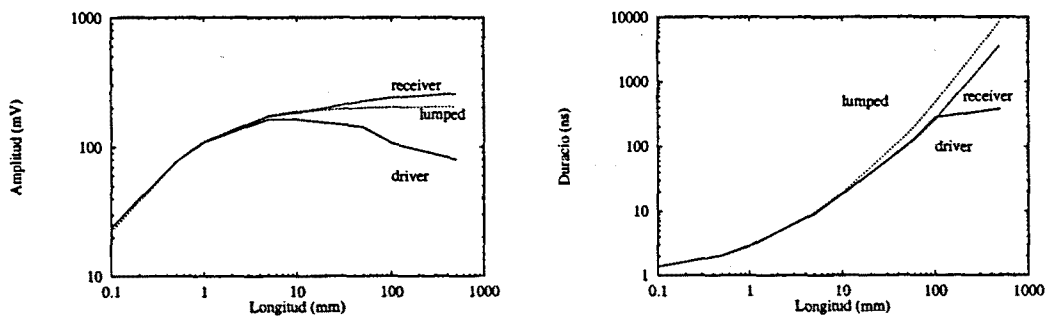


Figura 4.15: Cas A. Capacitat de càrrega: 100fF.

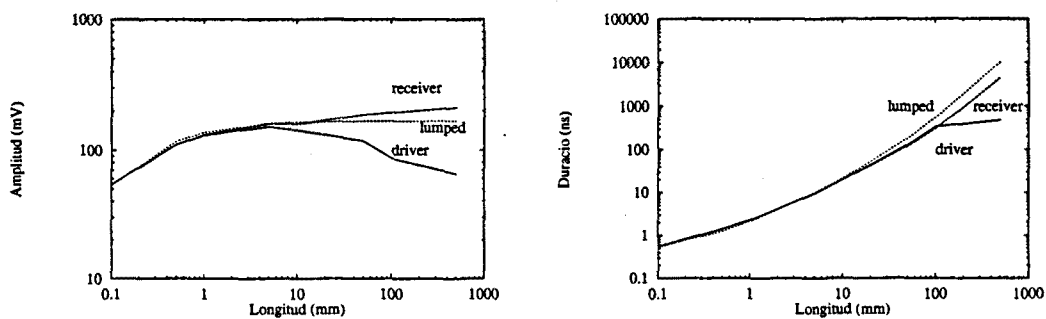


Figura 4.16: Cas B. Capacitat de càrrega: 30fF.

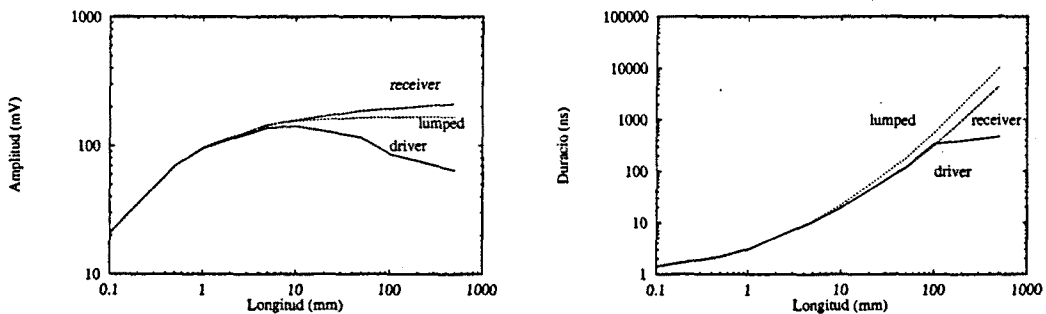


Figura 4.17: Cas B. Capacitat de càrrega: 100fF.

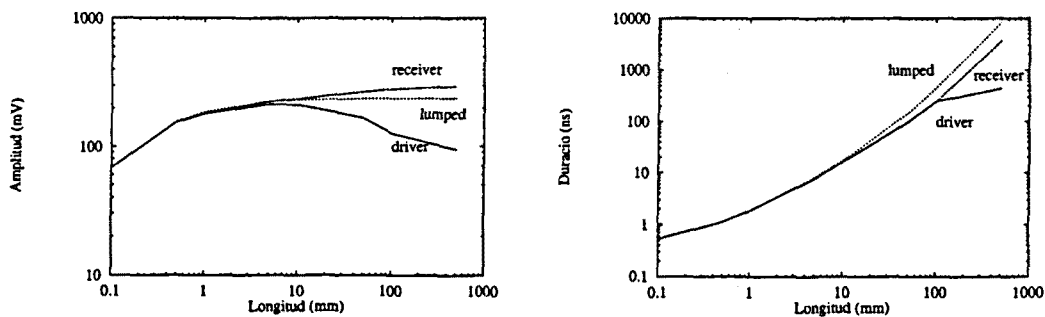


Figura 4.18: Cas C. Capacitat de càrrega: 30fF.

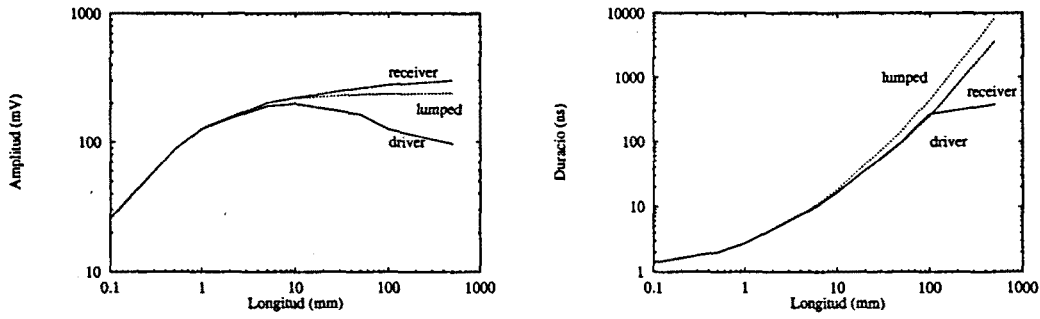


Figura 4.19: Cas C. Capacitat de càrrega: 100fF.

línies LC, l'acoblament no serà purament capacitiu, sinó que també hi haurà acoblament inductiu degut als termes no diagonals de la matriu $[L]$. Un dels objectius serà avaluar la importància de l'acoblament inductiu.

Les equacions per a descriure línies LC acoblades són:

$$\frac{\partial[v]}{\partial x} = -[L] \frac{\partial[i]}{\partial t} \quad (4.27)$$

$$\frac{\partial[i]}{\partial x} = -[C] \frac{\partial[v]}{\partial t} \quad (4.28)$$

o també:

$$\frac{\partial^2[v]}{\partial x^2} = [L][C] \frac{\partial^2[v]}{\partial t^2} \quad (4.29)$$

$$\frac{\partial^2[i]}{\partial x^2} = [C][L] \frac{\partial^2[i]}{\partial t^2} \quad (4.30)$$

De manera anàloga al cas RC, per a desacoblar les equacions s'haurà de diagonalitzar la matriu $[L][C]$:

$$[LC_D] = [M_v]^{-1}[L][C][M_v] \quad (4.31)$$

Així s'arriba a les equacions desacoblades:

$$\frac{\partial[e]}{\partial x} = -[L_D] \frac{\partial[j]}{\partial t} \quad (4.32)$$

$$\frac{\partial[j]}{\partial x} = -[C_D] \frac{\partial[e]}{\partial t} \quad (4.33)$$

on $[L_D]$ i $[C_D]$ són matrius diagonals que venen donades per les expressions:

$$[R_D] = [M_v]^{-1}[R]([M_v]^{-1})^T \quad (4.34)$$

$$[C_D] = [M_v]^T[C][M_v] \quad (4.35)$$

Les tensions i corrents transformats són:

$$[e] = [M_v]^{-1}[v]$$

$$[j] = [M_v]^T[i]$$

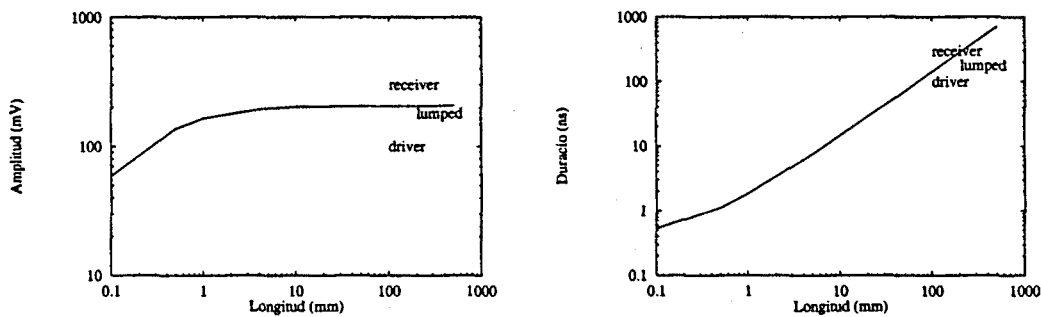


Figura 4.20: Cas A. $R_{d1} = R_{d2} = 5k\Omega$.

Aplicant aquestes transformacions i implementant-les amb SPICE3 amb fonts de tensió i corrent dependents, s'han realitzat diverses simulacions, que es presenten a continuació.

4.3.1 Resultat de les simulacions

Igual que per al model RC, s'han considerat els tres casos de dues línies acoblades de la figura 4.13, amb els valors de matrius que es presenten a continuació:

Cas A:

$$[L] = \begin{bmatrix} 3.4 & 3.2 \\ 3.2 & 3.4 \end{bmatrix} \mu H/m \quad [C] = \begin{bmatrix} 129.9 & -68.5 \\ -68.5 & 129.9 \end{bmatrix} pF/m$$

Cas B:

$$[L] = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.33 \\ 0.33 & 0.44 \end{bmatrix} \mu H/m \quad [C] = \begin{bmatrix} 130.4 & -64.7 \\ -64.7 & 165.4 \end{bmatrix} pF/m$$

Cas C:

$$[L] = \begin{bmatrix} 0.66 & 0.33 \\ 0.33 & 0.44 \end{bmatrix} \mu H/m \quad [C] = \begin{bmatrix} 104.5 & -78.2 \\ -78.2 & 156.4 \end{bmatrix} pF/m$$

Per a aquestes simulacions s'ha fet variar la resistència dels emissors i la longitud de les línies. Els resultats es mostren a les figures 4.20 a 4.25, mostrant-se amplitud i duració de la forma d'ona deguda a l'acoblament en funció de la longitud de les línies, tant a la línia de transmissió com a l'aproximació de paràmetres concentrats R i C (marcat com a *lumped*).

El que s'observa d'aquestes simulacions és que per a resistència alta d'emissor ($R_{d1} = R_{d2} = 5k\Omega$), les línies es comporten com una capacitat concentrada, ja que no hi ha diferència entre terminal emissor i receptor, i el model de capacitat i resistència concentrada és suficient per a calcular l'acoblament entre línies.

En canvi, si es baixa la resistència de l'emissor apareixen oscil·lacions a la forma d'ona degut als efectes inductius (reflexions de la línia), i que fan augmentar l'amplitud del soroll. Observant les simulacions es poden calcular les impedàncies característiques

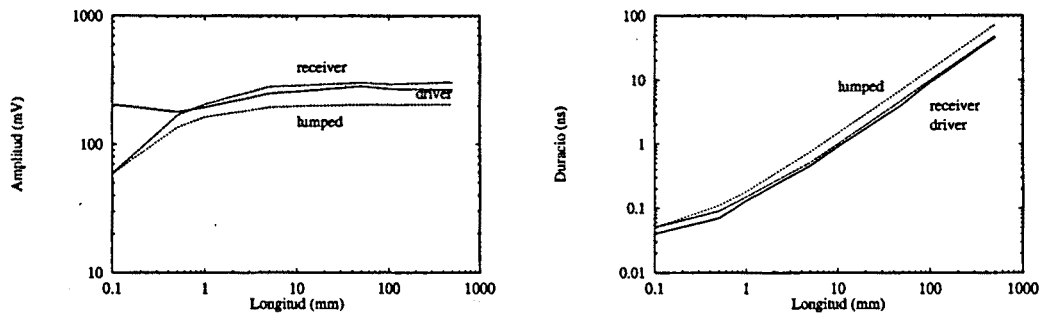


Figura 4.21: Cas A. $R_{d1} = R_{d2} = 500\Omega$.

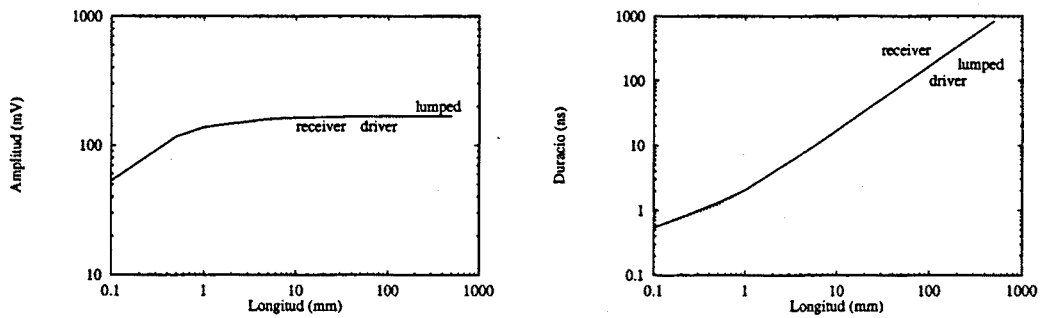


Figura 4.22: Cas B. $R_{d1} = R_{d2} = 5k\Omega$.

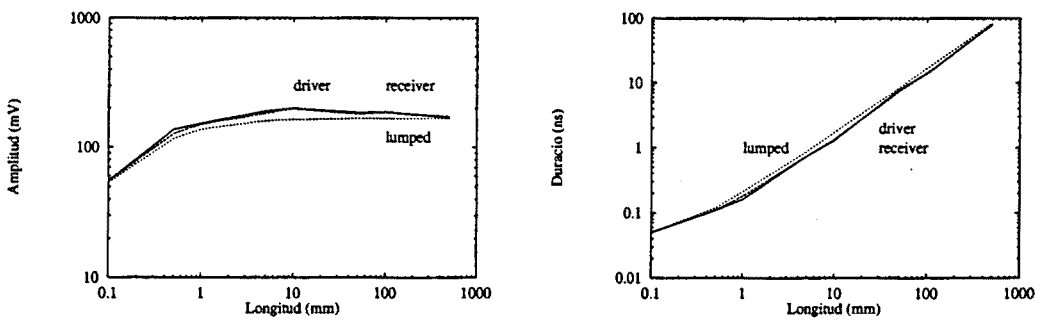


Figura 4.23: Cas B. $R_{d1} = R_{d2} = 500\Omega$.

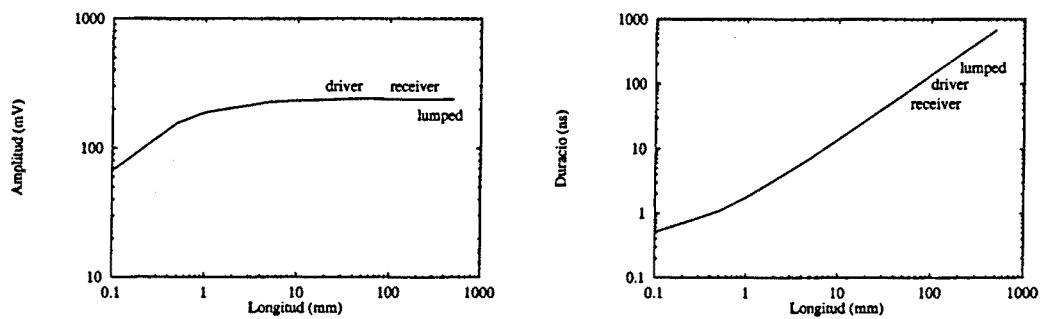


Figura 4.24: Cas C. $R_{d1} = R_{d2} = 5k\Omega$.

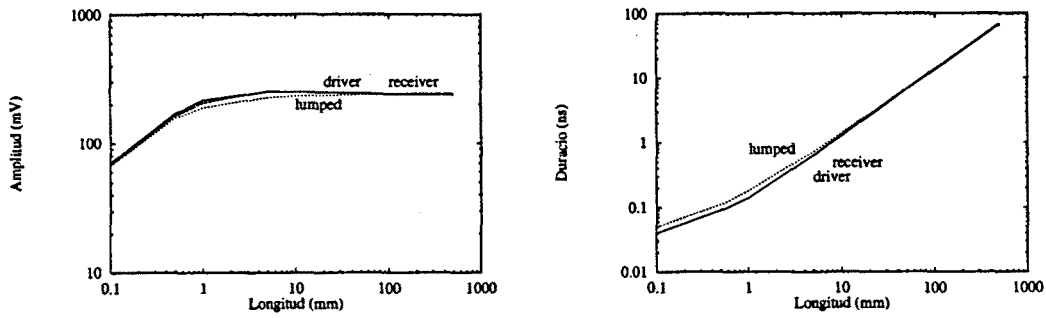


Figura 4.25: Cas C. $R_{d1} = R_{d2} = 500\Omega$.

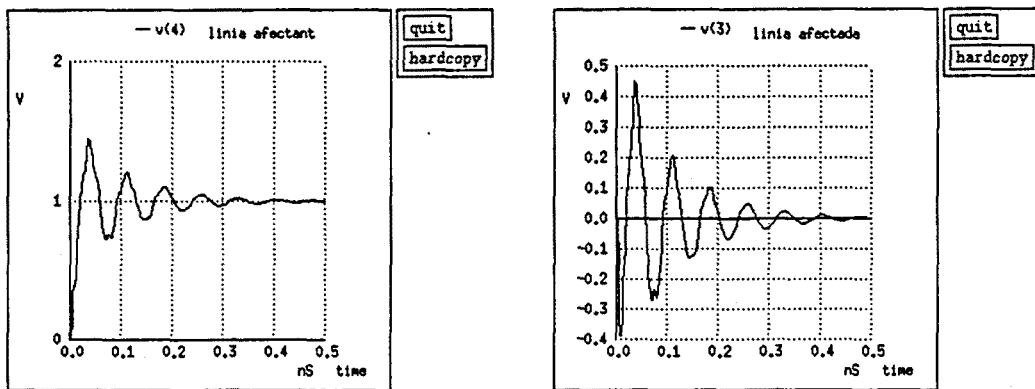


Figura 4.26: Formes d'ona de línies afectant i afectada, a l'extrem receptor, per a resistències d'emissor de 50Ω .

de cada línia, que degut a l'acoblament resulten ser dependents de les resistències d'emissor. A la taula 4.2 es mostren els valors de Z_0 que presenta cada línia per als diferents casos considerats (A, B, C), i per a diferents valors de resistències d'emissor.

Es veu que per a resistència d'emissor de $5k\Omega$, la impedància característica és molt més petita que ella, i per tant no es produeixen oscil·lacions de tensió. Per altra banda, per resistència d'emissor de 50Ω , la impedància característica és comparable o inclús més gran que la resistència d'emissor, amb la qual cosa es produeixen oscil·lacions importants tant en la línia afectant com en l'afectada. En aquest cas la forma d'ona de la línia afectada no s'assembla a un pols exponencial, sinó que presenta fortes oscil·lacions (figura 4.26).

$R_{d1} = R_{d2}$	A		B		C	
	lin. 1	lin. 2	lin. 1	lin. 2	lin.1	lin. 2
$5k\Omega$	176	176	76	56	102	66
500Ω	147	147	77	55	96	63
50Ω	84	84	67	47	79	50

Taula 4.2: Valors de Z_0 , en Ω , de les línies acoblades LC per a diferents valors de resistència d'emissor.

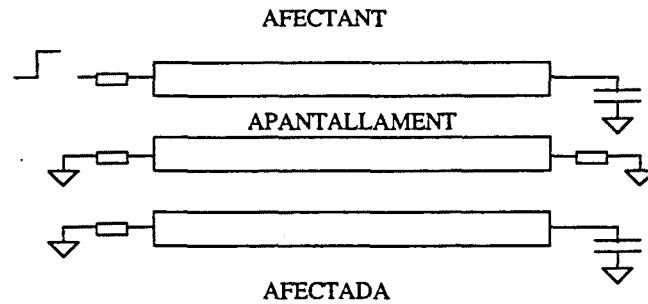


Figura 4.27: Esquema de tres línies, on la d'enmig fa d'apantallament per a evitar l'acoblament entre les dues exteriors.

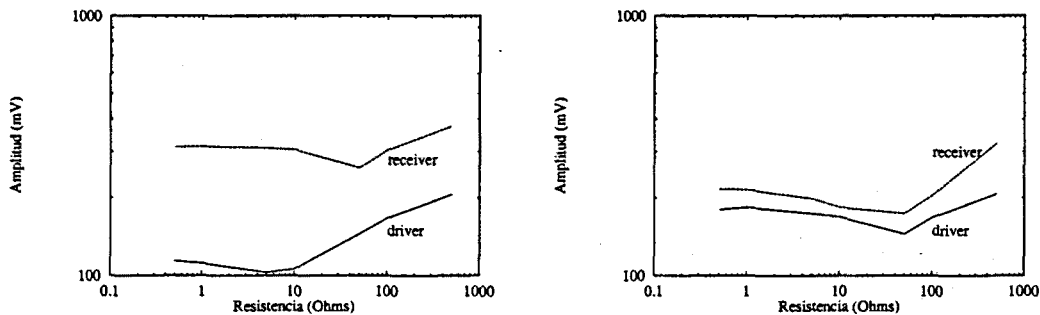


Figura 4.28: Amplitud d'acoblament de línies apantallades en funció de la resistència de la línia d'apantallament connectada per un sol extrem (esquerra), i pels dos extrems (dreta). Resistència emissor de línies de senyal: 100Ω .

4.3.2 Acoblament de tres línies. Efecte d'apantallament

Amb aquest mètode d'anàlisi de línies, es pot fer un estudi de l'acoblament de dues línies separades per una línia entremig connectada a terra, com es mostra esquemàticament a la figura 4.27. Aquest és un mètode usat freqüentment per a reduir l'acoblament. En aquesta secció s'analitzarà l'efectivitat d'aquesta tècnica, en funció dels paràmetres elèctrics dels emissors i les línies.

Es faran simulacions amb la línia d'enmig connectada a terra sols per un extrem, i pels dos extrems, considerant resistència d'emissor baixa respecte de la impedància de les línies, la mateixa per les dues línies afectada i afectant igual a 100Ω . Els resultats es mostren a la figura 4.28, en funció de la resistència de connexió de la línia d'apantallament a terra per als valors de paràmetres del cas A, amb una longitud de línies de 5 mm.

Es pot observar que existeix un mínim del soroll d'acoblament en funció de la resistència de connexió de la línia d'apantallament. Això vol dir que una connexió amb resistència massa baixa provoca un augment del soroll d'acoblament. Aquest fet és explicat per Djordjevic et al. [42] per les reflexions que es produeixen degut a que la línia d'apantallament està mal terminada. Per tant, l'acoblament serà mínim quan

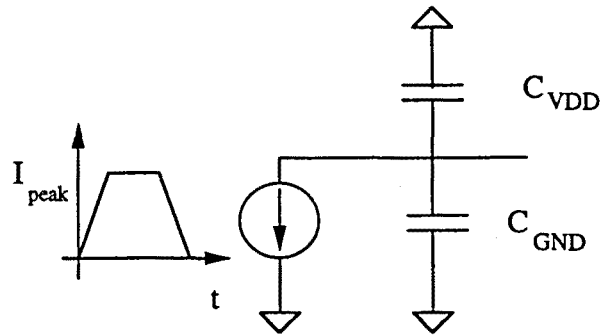


Figura 4.29: Esquema del model de bloc digital que provoca una commutació.

la resistència de connexió de la línia d'apantallament sigui semblant a la impedància característica de la línia.

Calculant les matrius de capacitat i inductància per només dues línies separades per la mateixa distància que les línies apantallades s'obtenen uns valors d'acoblament menors que el de les línies apantallades si la resistència d'emissor és gran, i lleugerament menors si la resistència d'emissor és baixa. Aquest fet contrasta amb la predicció donada pel model de paràmetres concentrats, que en el cas de presència de línia d'apantallament, dona un valor d'acoblament molt més petit que en absència d'apantallament. S'ha pogut comprovar per simulacions que el fet de considerar acoblament distribuït en línies llargues fa poc efectiva la tècnica de la línia d'apantallament.

4.3.3 Acoblament entre línies d'alimentació i de senyal

Un cas en el qual l'acoblament inductiu pot ser important és el de que hi hagi corrents importants, com succeeix a les línies d'alimentació. Aquestes línies, a més, es caracteritzen per tenir una resistència baixa, ja que d'altra manera la caiguda de tensió resistiva $I \cdot R$ provocaria variacions en la tensió d'alimentació en diferents zones del circuit.

En aquesta secció es presenten simulacions de dues línies LC acoblades, segons el cas *A* abans exposat, on una d'elles està connectada a la tensió d'alimentació. Per a fer l'estudi, s'ha considerat que la línia d'alimentació està connectada a diversos blocs digitals CMOS, que en fer una commutació lògica provoquen un pic de corrent. Es tractarà de veure l'efecte sobre la línia de senyal, acoblada a la d'alimentació, i també sobre la pròpia línia d'alimentació.

La modelació del bloc digital que commuta es representa esquemàticament a la figura 4.29, i consisteix en una font de corrent que amb un pols de corrent descarrega el node de sortida del bloc digital, provocant una transició lògica. Els valors que s'han fet servir per a les simulacions són $C_{VDD} = C_{GND} = 50\text{fF}$, un pols de 2.5mA de pic durant 0.3ns , la qual cosa provoca una transició de 5V a 0V en 0.3ns aproximadament.

Per a les simulacions es considera una longitud de les línies de 5mm . La línia d'alimentació està connectada a la tensió d'alimentació $V_{DD} = 5\text{V}$ per una resistència

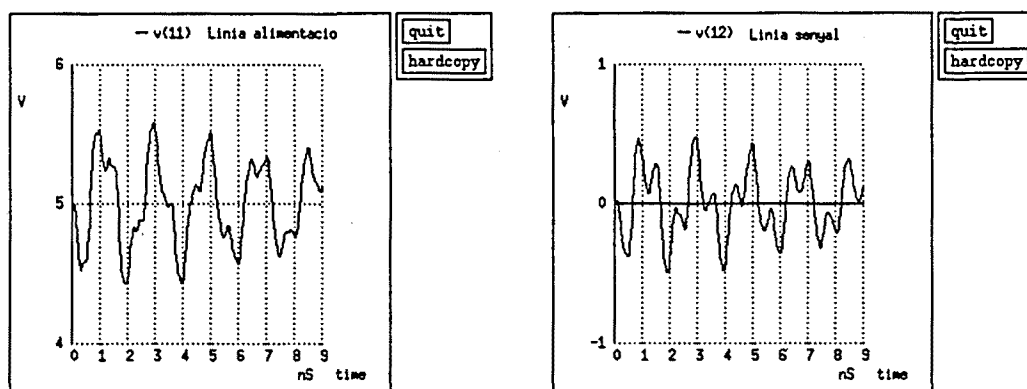


Figura 4.30: Oscil·lacions de tensió a la línia d'alimentació (esquerra) i a la línia de senyal (dreta).

de 5Ω , i terminada en una capacitat C_L que s'anirà variant amb les simulacions. A ella estan connectats quatre blocs que commuten simultàniament com s'ha explicat abans, separats 1mm l'un de l'altre. La línia de senyal té una resistència d'emissor de $5k\Omega$ i una capacitat de càrrega de $30fF$.

El que s'observa de les simulacions són oscil·lacions de tensió tant a la línia d'alimentació com a la de senyal. Com es veu a la figura 4.30 per al cas de $C_L = 3fF$, l'amplitud de les oscil·lacions depèn de la distància a la tensió d'alimentació (augmenta amb ella), de manera que la variació de l'alimentació és diferent per a cada un dels blocs digitals.

Les oscil·lacions a la línia d'alimentació provoquen a la seva vegada oscil·lacions a la sortida dels blocs digitals. Aquest efecte és conegut com *simultaneous switching noise (SSN)* o *inductive noise* i és degut a la inductància de les línies d'alimentació [22], [43], en general associada als encapsulats dels circuits integrats.

A la figura 4.31 es representa l'amplitud màxima de soroll de la línia d'alimentació i de la de senyal en funció de la capacitat de terminació de la línia d'alimentació. Es pot apreciar que a mesura que augmenta la capacitat del final de la línia d'alimentació disminueix l'amplitud de les oscil·lacions de tensió a l'extrem final d'aquesta línia. Als punts intermitjos on els blocs estan connectats, en canvi, la disminució és poc important. Respecte de la línia de senyal, la disminució de soroll és més significativa degut a que està influida sobre tot per l'extrem final de la línia d'alimentació.

Una altra possible terminació per a la línia d'alimentació és connectar el final també a la tensió d'alimentació a través d'una resistència de 5Ω . S'han fet simulacions considerant aquest cas, i també connectant el final de la línia al principi, només fent servir una sola resistència. D'aquestes dues maneres es redueixen les oscil·lacions al final de la línia, i previsiblement per tant, el soroll al final de la línia de senyal. Efectivament, a la taula 4.3 es veu que el soroll de la línia de senyal es fa molt més petit que en el cas de terminació capacitiva. Per altra banda, el soroll a les connexions intermitges de la línia d'alimentació és encara força important, i no es veu molt afectat per les terminacions de la línia.

Es veu que l'alimentació en cercle és lleugerament més favorable degut segurament

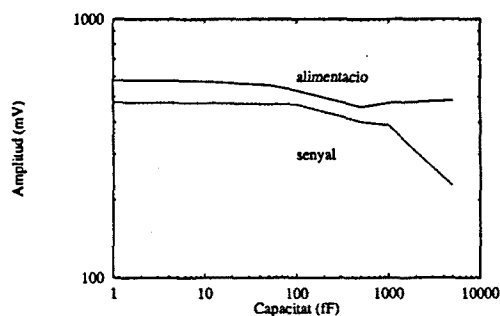


Figura 4.31: Amplitud màxima de soroll a la línia d'alimentació i a la línia de senyal en funció de la capacitat al final de la línia d'alimentació.

	Alimentació (mV)	Senyal (mV)
2 resistències	475	132
1 resistència	451	123

Taula 4.3: Soroll a les línies d'alimentació i senyal acoblades quan la línia d'alimentació es connecta pels seus dos extrems la tensió d'alimentació.

a la disminució de resistència respecte del cas amb dues resistències, una a cada extrem.

Una altra possibilitat per a disminuir el soroll consisteix en afegir una capacitat a terra a cada un dels nodes on hi ha connectat un dels blocs commutadors. La figura 4.32 mostra el soroll d'ambdues línies en funció de la capacitat de cada node, observant-se una gran reducció del soroll tant a la línia d'alimentació com de la línia de senyal.

El preu que es paga per la reducció de soroll és en àrea, ja que s'ha d'integrar un valor de capacitat relativament elevat entremig de la línia d'alimentació. La funció d'aquestes capacitats és subministrar el transitori de corrent que necessiten els blocs digitals en commutar, evitant que sigui la línia d'alimentació la que ho faci, que amb la seva alta inductància provoca oscil·lacions de tensió i soroll d'acoblament a la línia de senyal veïna. Aquesta és la solució que, a una altra escala, s'adopta per al soroll degut a la inductància dels encapsulats [44].

S'ha de fer notar que amb la tendència de la tecnologia a la reducció de la tensió

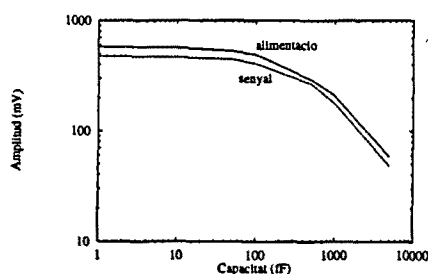


Figura 4.32: Amplitud màxima de soroll a la línia d'alimentació i a la línia de senyal, en funció de la capacitat als nodes de connexió dels blocs commutant.

d'alimentació es pot pensar que els problemes deguts al soroll de commutació es veuen alleujats degut a que per a descarregar les capacitats que estan a una tensió més baixa, basta un pic de corrent també més baix. Es pot veure fàcilment que encara que el valor absolut del soroll disminueix, la relació del soroll respecte a la tensió d'alimentació es manté igual, i per tant, el soroll de commutació segueix essent un problema important per als circuits amb baixa tensió d'alimentació.

4.4 Resum i conclusions del capítol

En aquest capítol s'han estudiat diferents models d'acoblements entre línies d'interconnexió.

Estudiant primer un model d'acoblament capacitiu amb paràmetres concentrats, s'ha vist que l'amplitud màxima d'acoblament que es pot produir ve donada per la relació de capacitats $C_{12}/(C_{12} + C_2)$. De tota manera, si es té en compte la resistència equivalent de les dues línies, resulta que l'amplitud és molt més petita que aquest valor límit excepte per una resistència de la línia afectada molt més gran que la de la línia afectant ($R_2 > 10R_1$). De fet, si les dues resistències són iguals, l'amplitud de l'acoblament no arribarà mai a $V_{DD}/2$, excepte per a casos en què $C_{12} \gg C_1, C_2$, que només es poden donar en tecnologies com SOI (*Silicon On Insulator*).

També s'ha estudiat un model d'acoblament capacitiu amb línies de paràmetres distribuïts RC, aplicant mètodes de desacoblament de línies i usant SPICE3 per a simular les línies. Els resultats obtinguts mostren que el model RC té importància per a longituds grans, en què, tal com s'ha explicat al capítol 2, el temps de propagació del senyal és superior al temps de pujada del senyal.

S'han realitzat simulacions considerant acoblament capacitiu i inductiu amb línies LC. S'ha vist que l'acoblament inductiu es manifesta en forma d'oscil·lacions de tensió als dos extrems de la línia, i això fa augmentar el nivell de soroll de la línia per sobre de la predicció per un acoblament només capacitiu. Aquest efecte només es dona en aquells casos en què la resistència d'emissor és baixa comparada amb la impedància característica de les línies, de manera similar a com succeïa al problema de la transmissió de senyals. També, com és natural, s'ha vist que les línies amb inductància alta eren les que presentaven més acoblament inductiu.

S'ha estudiat el cas d'utilitzar una línia d'apantallament entre dues línies de senyal per a reduir l'acoblament, i s'ha trobat que la resistència de connexió de la línia d'apantallament a terra s'ha de triar semblant a la seva impedància característica per a que aquest mètode sigui efectiu. De tota manera, la reducció de soroll no és gaire significativa comparada amb dues línies de senyal separades per la mateixa distància i sense línia d'apantallament.

Finalment, s'ha estudiat el soroll a les línies d'alimentació, modelant-les com a línies LC. S'ha vist que la commutació de blocs digitals alimentats per aquesta línia provoca soroll a la línia de valors importants, degut a la inductància de la línia d'alimentació i al consum de corrent dels blocs quan commuten. Al mateix temps, el soroll de commutació de la línia d'alimentació pot provocar soroll per acoblament inductiu i capacitiu a altres línies de senyal acoblades a ella. A la realitat, aquesta línia de senyal,

a més de l'acoblament capacitiu i inductiu amb la línia, serà la sortida d'alguna porta alimentada per la línia d'alimentació, per la qual cosa les perturbacions de la línia d'alimentació també es reflectiran a la línia de senyal, augmentant el seu soroll. Augmentant la capacitat al final de la línia d'alimentació es redueix el soroll d'acoblament de la línia de senyal, però no el soroll a la línia d'alimentació. Aquest soroll es pot reduir afegint una capacitat a cada node on va connectat un dels blocs que commuten, que és on es produeix la demanda de corrent. Això es pot fer, per exemple, amb una estructura de N-well per les zones no usades del circuit, que actui com a capacitat de desacoblament [45].

Capítol 5

Valors de paràmetres elèctrics de línies a circuits integrats

Al capítol anterior s'han presentat i explicat diversos models per interconnexions. S'ha vist que moltes vegades un model és més apropiat que altres en funció del valor relatiu entre diferents paràmetres: resistència de font/impedància característica, impedància característica/resistència de línia, capacitat de càrrega/capacitat de línia, temps de pujada del *driver*/temps de propagació del senyal... Per aquest motiu és molt important saber els valor del paràmetres elèctrics, i poder triar quin model és el més apropiat per a les diferents interconnexions.

En aquest capítol es presenten càlculs bidimensionals dels paràmetres elèctrics (capacitat, inductància, impedància característica i velocitat de propagació) d'interconnexions, amb èmfasi en estructures de línies de circuit integrat. L'objectiu és veure quins són els valors típics de les interconnexions i quin serà en general el model apropiat: línia de transmissió, paràmetres concentrats, si la inductància ha de tenir-se en compte, i per quines longituds d'interconnexions s'aplicarà un o altre model. Es farà un estudi en funció de dades tecnològiques, considerant diferents nivells de metal·lització, i també en funció de variables de disseny, com distància entre línies de senyal i de referència.

Tots els càlculs han estat realitzats amb el programa RAPHAEL [29], un programa de càlcul de potencial elèctric pel mètode d'elements finits específicament pensat per a aquest tipus d'aplicació.

5.1 Capacitat

5.1.1 L'aproximació de plaques paral·leles

Quan s'aplica una diferència de potencial entre dos conductors aïllats, s'indueix una certa quantitat de càrrega que tendeix a contrarrestar la diferència de potencial aplicada. Aleshores la capacitat entre els dos conductors es defineix com la relació entre càrrega i diferència de potencial: $C = Q/V$.

Aplicant el teorema de Gauss s'obté que la capacitat per unitat d'àrea de dues plaques paral·leles infinites separades per una distància d ve donada per la coneguda

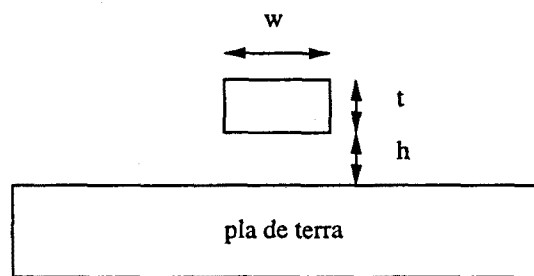


Figura 5.1: Tall 2D d'una interconnexió sobre un pla de terra.

expressió:

$$\frac{C}{A} = \frac{\epsilon_r \epsilon_0}{d} \quad (5.1)$$

Aquesta és l'expressió que es fa servir com a primera aproximació per a calcular la capacitat de les interconnexions i estudiar el seu escalat [46],[1]. Aquesta aproximació és bona per a amplades de la línia molt més grans que les dimensions verticals: distància de la línia al substrat i gruix de metal·lització. En aquests casos, la quantitat de càrrega que es crea als laterals, Q_{lat} , i a la part superior, Q_{sup} , de la línia és molt petita en comparació a la càrrega de la cara inferior, Q_{inf} , propera al substrat. En canvi, si les dimensions verticals de la línia són comparables a l'amplada, la càrrega dels laterals i part superior pot ser significativa, i el valor de la capacitat es veu incrementat respecte del cas ideal:

$$C_T = \frac{Q_{inf}}{V} + \frac{Q_{lat}}{V} + \frac{Q_{sup}}{V} = C_a + C_f + C_b \quad (5.2)$$

Per a veure la influència de les dimensions verticals, i dels *fringing fields* s'ha fet un estudi d'una línia sobre un pla de terra, calculant la seva capacitat per a diferents valors de dimensions comparant el resultat amb la simplificació donada per l'equació (5.1) (figura 5.1).

A les taules 5.1, 5.2 i 5.3 es mostren els valors de capacitat segons l'equació (5.1), per un gruix de línia $t = h$, i per $t = h/2$ respectivament. Com es pot apreciar, la capacitat calculada amb RAPHAEL tenint en compte el gruix de la línia i els efectes laterals és més gran que la calculada segons l'aproximació de plans infinits. La raó d'aquesta discrepància és l'efecte de les càrregues als laterals, angles i part superior de la línia que no es tenen en compte en l'aproximació. A la taula 5.4 es mostra l'error relatiu de l'aproximació de plaques paral·leles respecte dels valors donats per RAPHAEL per $t = h$. Es veu que l'error és molt gran excepte per aquells casos en què l'amplada w és molt més gran que la distància al pla de terra h . Això es pot veure millor a les gràfiques de la figura 5.2, on es representen les capacitats en funció de la relació w/h . Per a l'aproximació de plaques paral·leles la dependència de la capacitat és una recta:

$$C = \epsilon_r \epsilon_0 \frac{w}{h}$$

h	w							
	0.1	0.2	0.5	1	2	3	4	5
0.1	34.53	69.07	172.65	345.31	690.69	1035.84	1381.22	1726.53
0.5	6.91	13.81	34.53	69.07	138.10	207.17	276.24	345.31
1	3.45	6.91	17.26	34.53	69.07	103.58	138.12	172.65
1.5	2.30	4.60	11.50	23.01	46.02	69.07	92.04	115.09
2	1.72	3.45	8.62	17.26	34.53	51.79	69.07	86.31

Taula 5.1: Capacitats calculades segons l'aproximació de plaques paral·leles (pF/m).

h	w							
	0.1	0.2	0.5	1	2	3	4	5
0.1	139.3	180.8	293.6	476.1	832.6	1184.6	1534.3	1882.8
0.5	101.5	111.1	137.2	176.3	251.5	324.2	395.8	466.5
1	94.2	99.3	113.2	133.5	171.8	208.5	244.4	279.9
1.5	89.9	93.4	102.8	116.6	142.1	166.4	190.2	213.8
2	86.2	88.8	95.9	106.2	125.2	143.3	161.0	178.5

Taula 5.2: Capacitats calculades amb RAPHAEL per $t = h$ (pF/m).

h	w							
	0.1	0.2	0.5	1	2	3	4	5
0.1	127.6	169.4	284.0	467.2	824.4	1176.9	1527.0	1875.8
0.5	87.9	98.3	125.2	165.8	242.1	315.7	387.7	458.8
1	80.7	86.5	101.5	123.0	162.5	200.1	236.6	272.6
1.5	77.3	81.3	91.8	106.6	133.5	158.7	183.2	207.1
2	74.6	77.7	85.8	97.2	117.5	136.4	154.7	172.7

Taula 5.3: Capacitats calculades amb RAPHAEL per $t = h/2$ (pF/m).

h	w							
	0.1	0.2	0.5	1	2	3	4	5
0.1	0.75	0.62	0.41	0.27	0.17	0.12	0.10	0.08
0.5	0.93	0.87	0.75	0.61	0.45	0.34	0.29	0.26
1	0.96	0.93	0.85	0.74	0.60	0.50	0.43	0.38
1.5	0.97	0.95	0.89	0.80	0.68	0.58	0.52	0.46
2	0.98	0.96	0.91	0.84	0.72	0.64	0.57	0.52

Taula 5.4: Error relatiu de l'aproximació de plaques paral·leles respecte dels valors de RAPHAEL per $t = h$.

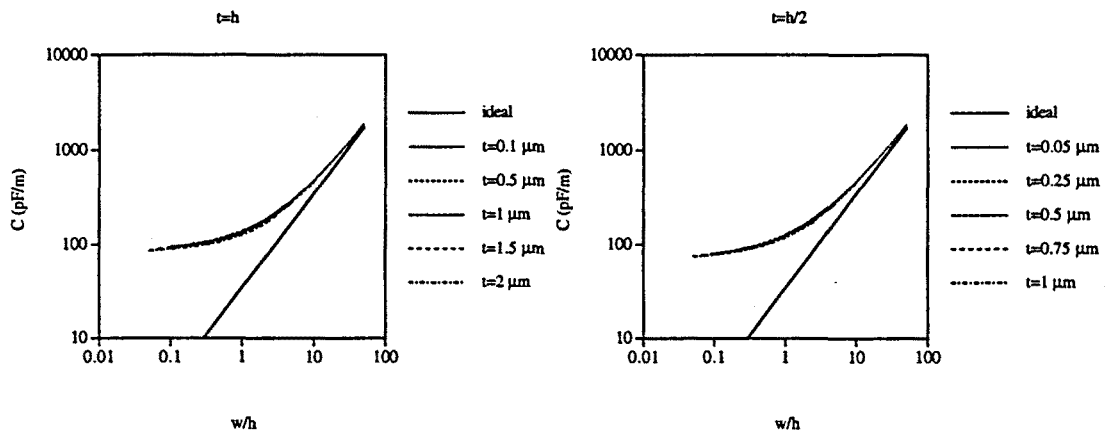


Figura 5.2: Capacitat per unitat de longitud en funció de w/h per $t = h$ (esquerra) i $t = h/2$ (dreta).

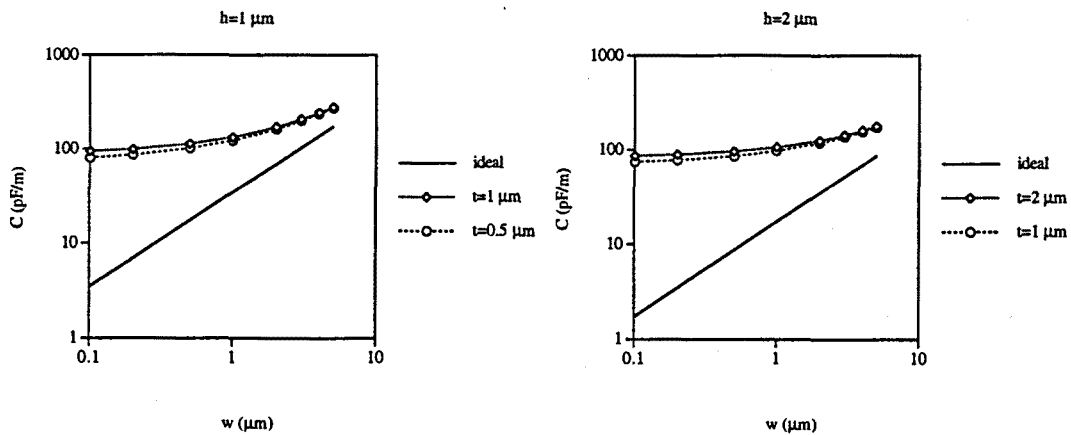


Figura 5.3: Capacitat per unitat de longitud en funció de l'amplada de línia per $h = 1 \mu\text{m}$ (esquerra) i $h = 2 \mu\text{m}$ (dreta).

En canvi, dels càlculs realitzats amb RAPHAEL es desprèn que a mesura que la quantitat w/h disminueix, la capacitat disminueix cada cop menys, arribant a un valor mínim al voltant dels 100pF/m. Per altra banda, es veu que l'aproximació ideal s'aproxima al valor real només per valors alts de w/h , de l'ordre de 50.

A la figura 5.3 es representa la capacitat en funció de de l'amplada de línia per a dues distàncies de línia a pla de terra; $h = 1 \mu\text{m}$ i $h = 2 \mu\text{m}$.

Com es veu, per a distàncies i dimensions típiques de circuit integrat, no es pot fer servir l'aproximació de plaques paral·leles sense cometre un error considerable.

5.1.2 Línies sobre substrat

En aquest apartat i en els següents es presenten càlculs considerant una tecnologia de circuit integrat de tres nivells de metall. Els valors de les dimensions que s'han considerat no corresponen a una tecnologia concreta, sinó que s'han triat uns valors

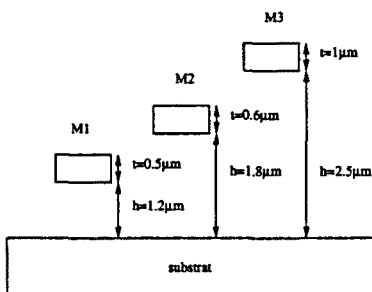


Figura 5.4: Valors de les dimensions verticals dels diferents nivells de metal·lització considerats per als càlculs de capacitat.

	M1	M2	M3
w1	0.5	0.7	0.8
w2	1	1.1	1.3
w3	2	2.2	2.4

Taula 5.5: Diferents valors d'amplada de línia per a cada nivell de metall considerats a les simulacions.

raonables tenint en compte els valors de diverses tecnologies reals. Les dimensions verticals dels diferents nivells de metall es representen a la figura 5.4.

Per a cada nivell de metall s'han considerat tres amplades de línia diferents, tal com es veu a la taula 5.5.

Els valors de capacitat respecte del substrat de cada un d'aquests casos es mostren a la taula 5.6.

Capacitat d'acoblament entre línies

Degut a que en qualsevol disseny es vol aprofitar al màxim l'àrea de silici, el que s'intenta sempre és dissenyar les línies d'interconnexió el més a prop possible una de les altres. Això fa que inevitablement apareixi una capacitat d'acoblament entre dues línies, que pot produir problemes de diafonia o *crosstalk*. En aquesta secció es presenten càlculs de capacitat d'acoblament entre línies d'un mateix nivell, considerant diferents situacions de la tensió de referència (línia de terra, pla de terra, etc.).

Primer es considerarà el cas en què no hi ha cap línia de terra a prop de les dues

	M1	M2	M3
w1	90.4	84.5	77.8
w2	111.0	95.4	87.1
w3	144.2	119.9	103.8

Taula 5.6: Valors de capacitat respecte de substrat de diferents amplades de línia per als tres nivells de metal·lització considerats. Els valors estan expressats en pF/m.

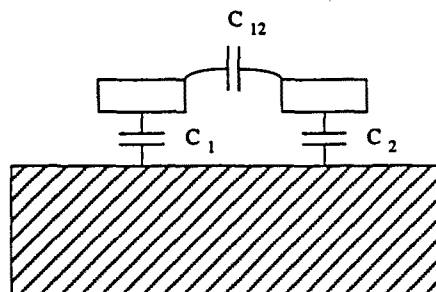


Figura 5.5: Dues línies de metall amb el substrat com a referència.

		0.5 μm	1 μm	2 μm	5 μm	10 μm
M1	w1	0.53	0.36	0.20	0.06	0.01
	w2	0.48	0.33	0.19	0.06	0.01
	w3	0.42	0.29	0.17	0.06	0.01
M2	w1	0.60	0.44	0.28	0.10	0.02
	w2	0.57	0.42	0.27	0.10	0.02
	w3	0.51	0.38	0.24	0.09	0.02
M3	w1	0.70	0.56	0.38	0.15	0.04
	w2	0.67	0.53	0.36	0.14	0.04
	w3	0.62	0.48	0.32	0.12	0.03

Taula 5.7: Valors de C_{12}/C_T de línies sobre substrat polaritzat amb diferents amplades i per a diversos valors de distància entre línies.

línies acoblades, i la referència la forma el substrat (figura 5.5). Com s'ha vist en l'anterior capítol, en primera aproximació l'acoblament màxim en tensió degut a la capacitat paràsita vindrà donada per la relació entre capacitat d'acoblament, C_{12} , i la suma de C_{12} i capacitat a terra, $C_T = C_1 + C_{12}$ [6]. A la figura 5.6 es mostren els valors obtinguts dels càlculs amb RAPHAEEL de C_{12} i C_T , per als tamanyes ja considerats anteriorment de línies de metall, i per diferents separacions entre les dues línies: 0.5, 1, 2, 5 i 10 μm . La gràfica està en escala logarítmica de forma que la diferència entre corbes dóna el logaritme de la relació C_{12}/C_T . A la taula 5.7 es mostra la relació C_{12}/C_T .

Es pot veure que el màxim acoblament es produeix per dimensions petites (amplada de línia per sota de 1 μm), degut a que la capacitat d'acoblament es fa més gran i al mateix temps la capacitat a terra és més petita. Aquesta tendència de les dues capacitats amb l'escalat dimensional és el que fa també que l'acoblament sigui més important a les capes superiors de metal·lització, ja que les línies estan més allunyades del substrat, i el seu gruix és també superior al de les línies de metall 1. Aquest acoblament encara pot augmentar més si hi ha línies de metall 1 per davall que aïllin les línies superiors del substrat.

També es veu d'aquesta taula que una manera de disminuir l'acoblament és aug-

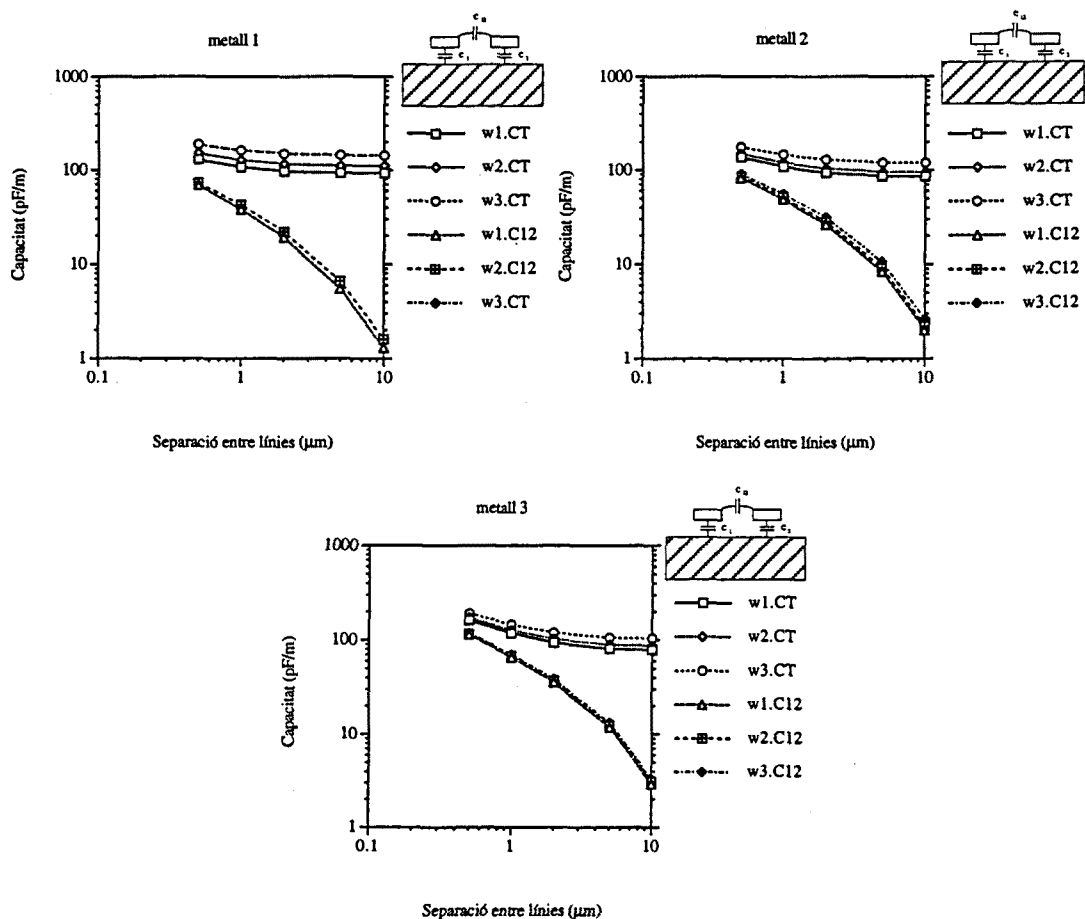


Figura 5.6: Valors de C_{12} i C_T de línies sobre substrat polaritzat amb diferents amplades i per a diversos valors de distància entre línies.

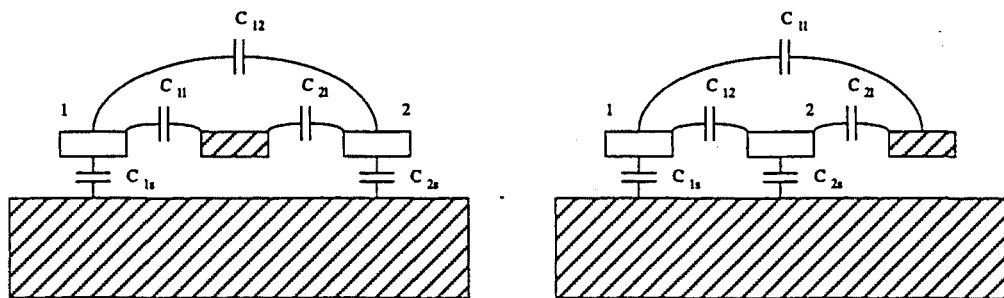


Figura 5.7: Dues possibilitats d'acoblament entre línies en presència d'una línia de terra (ratllada).

mentar l'amplada de les línies, aconseguint un augment de la capacitat a terra i una disminució de la relació C_{12}/C_T . Això es fa a costa d'una major àrea ocupada per les interconnexions, i d'una disminució en la velocitat d'operació del circuit degut a l'augment de capacitat.

En les figures següents es presenten els resultats de considerar una línia connectada a terra a prop de dues altres línies. Aquí s'han considerat dos casos: que la línia de terra estigui entre les dues línies de senyal, i que estigui a un costat (figura 5.7). La figura 5.8 mostra la capacitat d'acoblament, i la capacitat total d'una de les línies per al cas en què la línia de terra està entre les altres dues. La figura 5.9 mostra la capacitat d'acoblament i la capacitat total de la línia 1 (la més allunyada de la terra), que és el pitjor cas d'acoblament.

De la primera d'aquestes dues figura, corresponent a la línia de terra entre les dues de senyal, s'observa una disminució molt important de la capacitat d'acoblament, que no es deu exclusivament a la major distància entre línies. Efectivament, es pot comparar el valor de C_{12} per metall i ample $w_2 = 1\mu\text{m}$ amb separació $s = 0.5\mu\text{m}$, que resulta en una separació entre les dues línies de senyal igual a $2\mu\text{m}$. El valor calculat per aquest cas amb línia de terra enmig és de 5.9 pF/m . Comparant amb el valor corresponent a la mateixa separació sense línia de terra, es té un valor per a C_{12} de 22.1 pF/m , més de 3.5 vegades més gran. Per altra banda, l'autocapacitat de les línies augmenta en el cas de la línia de terra al mig 1.6 vegades respecte del valor per a les línies soles, la qual cosa encara fa disminuir més l'acoblament capacitiu. El preu que es paga en aquest cas és en velocitat d'operació del circuit degut a l'augment de la capacitat total de la línia. A la figura 5.10 es mostra la capacitat d'acoblament entre línies en funció de la separació entre línies de senyal, per al cas en què no hi ha línia de terra enmig, i el cas en què sí n'hi ha.

Respecte del cas amb la línia de terra a un costat, els valors de C_{12} són similars al cas sense línia de terra, encara que lleugerament inferiors. El fet més remarcable és l'assimetria entre línies degut a que una de les línies està més a prop que l'altra de terra i per tant té una capacitat a terra, o autocapacitat, més gran que l'altra. Això vol dir que l'acoblament pot ser més perillós si es produeix amb la línia llunyana com a víctima. De tota manera, l'acoblament sempre serà més petit que en el cas de dues

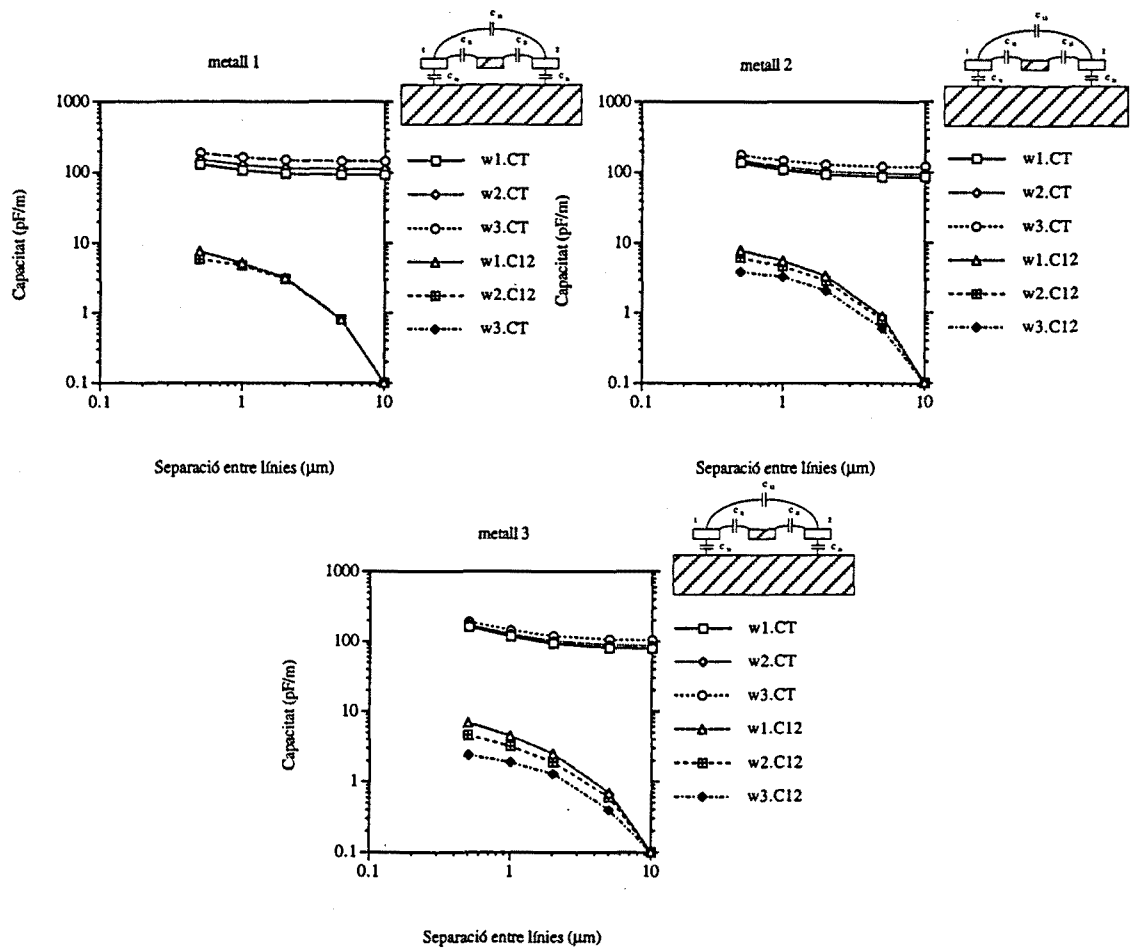


Figura 5.8: Valors de C_{12} i C_T de línies amb diferents amplades per a diversos valors de distància entre línies, amb una línia de terra entre les línies de senyal. Els valors estan expressats en pF/m.

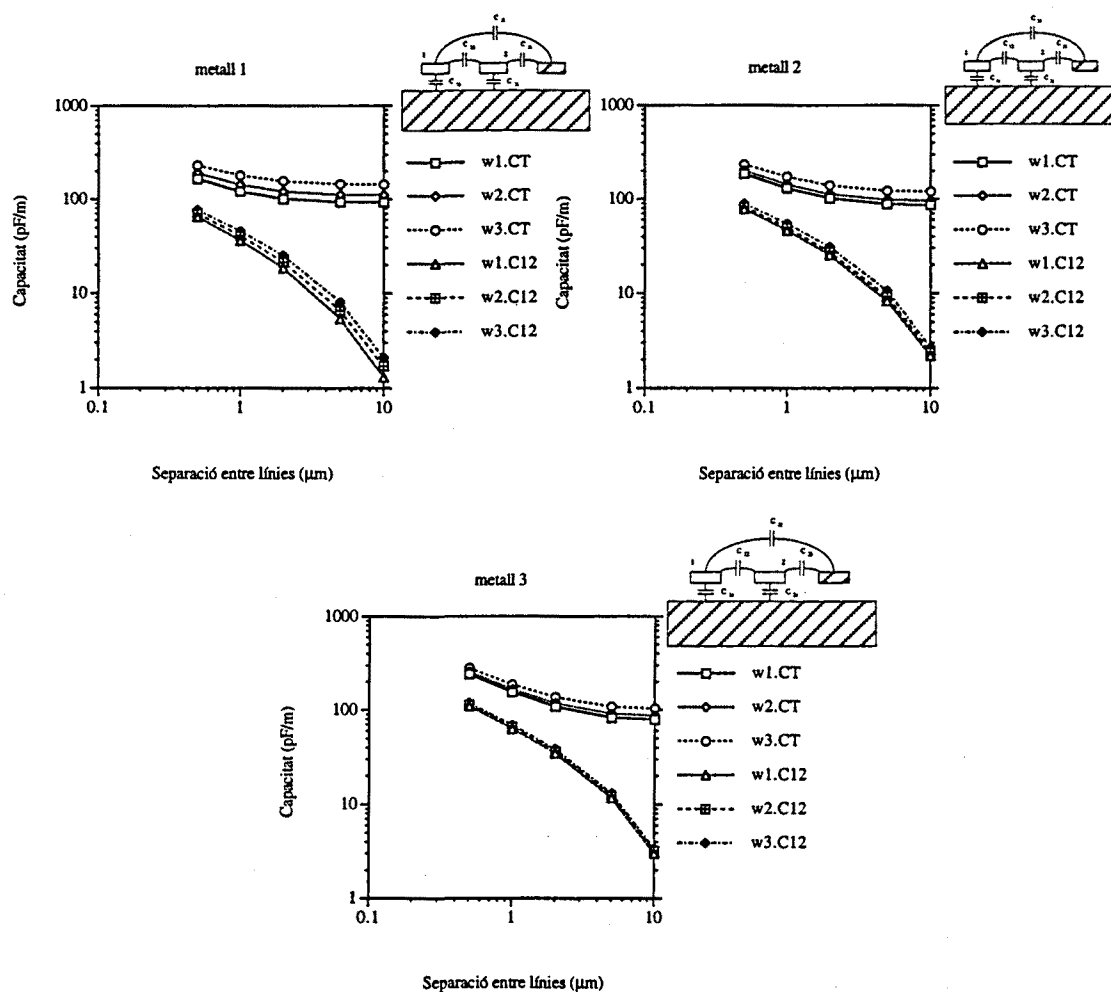


Figura 5.9: Valors de C_{12} i C_T de línies amb diferents amplades per a diversos valors de distància entre línies, amb una línia de terra a un costat. Els valors estan expressats en pF/m.

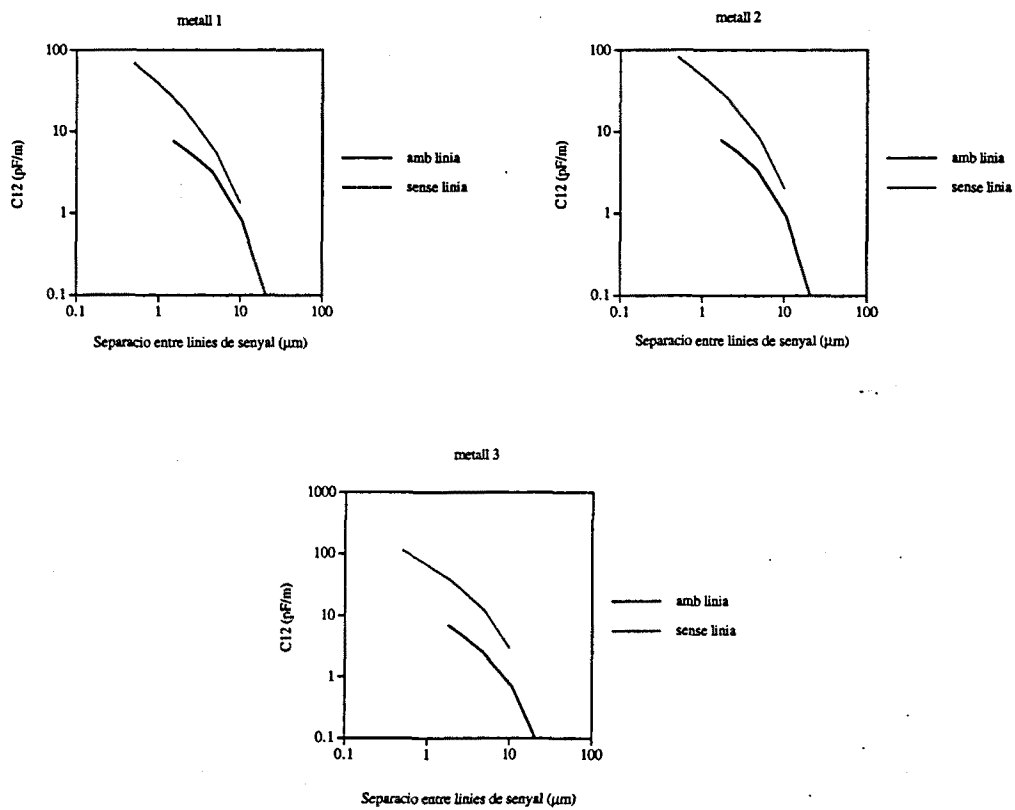


Figura 5.10: Capacitat d'acoblament C_{12} en funció de la separació entre línies de senyal, amb línia de terra enmig, i sense.

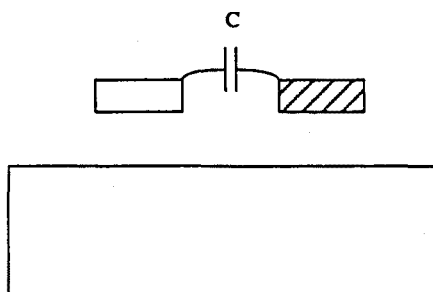


Figura 5.11: Línia de senyal sobre substrat aïllant amb línia de terra adjacent (ratllada).

línies soles sobre substrat, ja que els valors de capacitat total són més grans per a la línia 2, propera a la línia de terra, i pràcticament iguals per a la línia 1.

5.1.3 Línies sobre substrat aïllant

Als apartats anteriors s'han fet els càlculs considerant que el substrat estava polaritzat a la tensió de referència, de manera que feia de pla de terra. Aquesta situació és la que es presenta en els circuits integrats de silici a freqüències baixes i mitjanes. Per altra banda, com s'ha vist al capítol de línies sobre substrat semiconductor, per a senyals amb freqüències per sobre de la freqüència de relaxació del substrat, aquest passa a comportar-se com un aïllant, amb la qual cosa els valors de capacitats canvien radicalment. També, els circuits integrats de GaAs poden considerar-se amb substrat aïllant degut a la poca conductivitat d'aquest material [47], [48].

En aquest apartat es calcularan les capacitats de línies amb dimensions iguals a l'apartat anterior, respecte de línies de terra, ja que el substrat ja no actua de referència. En les simulacions efectuades, s'ha considerat la constant dielèctrica del substrat la del silici, $\epsilon_r = 11.7$. Per tant, els valors de capacitat obtinguts seran correctes per circuits integrats de silici amb substrat mal polaritzat, o per a freqüències molt altes. De totes formes, les conclusions sobre la dependència dels valors de capacitat amb les dimensions i les distàncies també es poden aplicar a altres tecnologies de substrat aïllant, com GaAs o silici sobre aïllant (SOI).

Capacitat d'una sola línia

Es començarà per la capacitat d'una línia de senyal respecte d'una línia de terra adjacent (figura 5.11).

A la taula 5.8 es presenten els resultats per als diferents nivells de metall, amplades de línia, i separació de la línia de senyal a la de terra.

Una de les diferències notables entre aquest cas i el de substrat polaritzat a part del valor més baix de les capacitats, és que les capes superiors de metal·lització tenen un valor de capacitat superior a les capes inferiors. La raó és que tenen un gruix més gran, mentre que la distància al substrat pràcticament no té influència.

		0.5 μm	1 μm	2 μm	5 μm	10 μm
M1	w1	97.1	69.9	53.0	39.3	30.8
	w2	108.0	79.0	60.5	43.9	33.5
	w3	121.2	90.6	69.9	50.0	42.7
M2	w1	108.0	76.1	56.8	39.7	35.5
	w2	114.7	81.7	61.1	42.6	37.6
	w3	126.0	91.8	68.9	47.6	41.1
M3	w1	135.8	89.2	62.4	46.6	35.0
	w2	141.5	94.9	64.8	42.3	35.0
	w3	148.8	101.4	71.2	46.0	39.4

Taula 5.8: Valors de capacitat d'una línia sobre substrat aïllant respecte d'una línia de terra . Els valors estan expressats en pF/m.

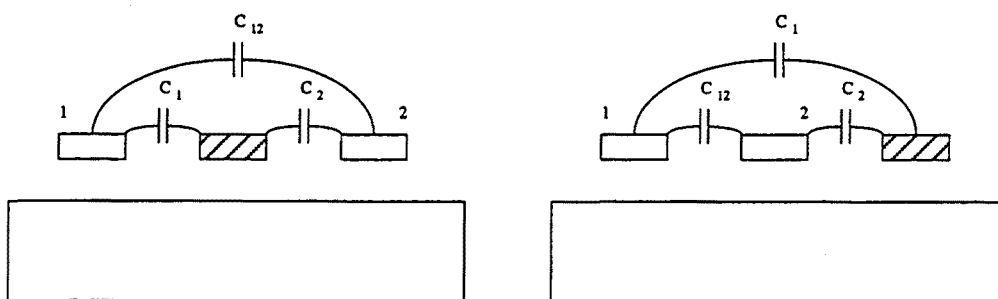


Figura 5.12: Dues línies de senyal sobre substrat aïllant, amb línia de terra (ratllada).

Capacitats de línies acoblades

A les figures 5.13 i 5.14 es mostren les capacitats d'acoblament entre dues línies respecte d'una línia de terra, enmig de les línies i a un costat respectivament (figura 5.12).

Comparant aquests valors amb els de les figures 5.8 i 5.9 es veu que les capacitats d'acoblament, C_{12} són més grans i al mateix temps els valors de C_T per a cada línia són més petits. Això vol dir que les línies sobre substrat aïllant són molt més susceptibles a l'acoblament capacitiu. Com es pot veure dels valors calculats, la col·locació d'una línia de terra enmig de les de senyal es fa molt recomanable, donat que per al cas de la línia de terra a un costat, la relació C_{12}/C_T és superior a 0.5 per a la majoria del casos simulats. Això vol dir que el soroll produït per l'acoblament pot arribar a ser de $V_{DD}/2$ o més. També es veu que allunyant les línies no es millora l'acoblament, ja que la disminució de C_{12} es compensa per la disminució de C_1 .

Aquí s'ha de recordar que la "mesura" d'acoblament basada en C_{12}/C_T es basa en el model de capacitat concentrada. Pel model de línia de transmissió pot ser que les conclusions siguin altres.

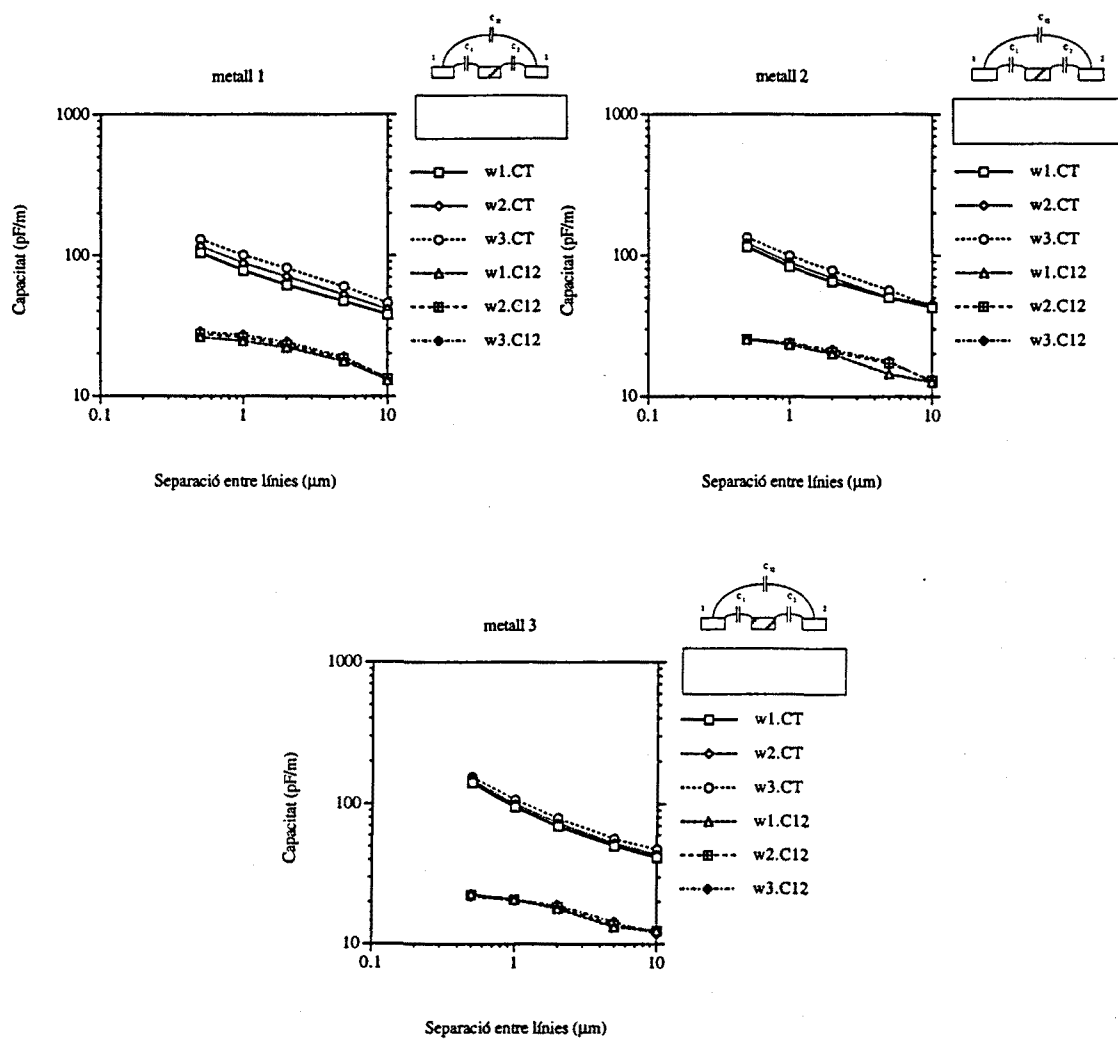


Figura 5.13: Valors de C_{12} i C_T de línies sobre substrat aïllant, amb una línia de terra entre les línies de senyal. Els valors estan expressats en pF/m.

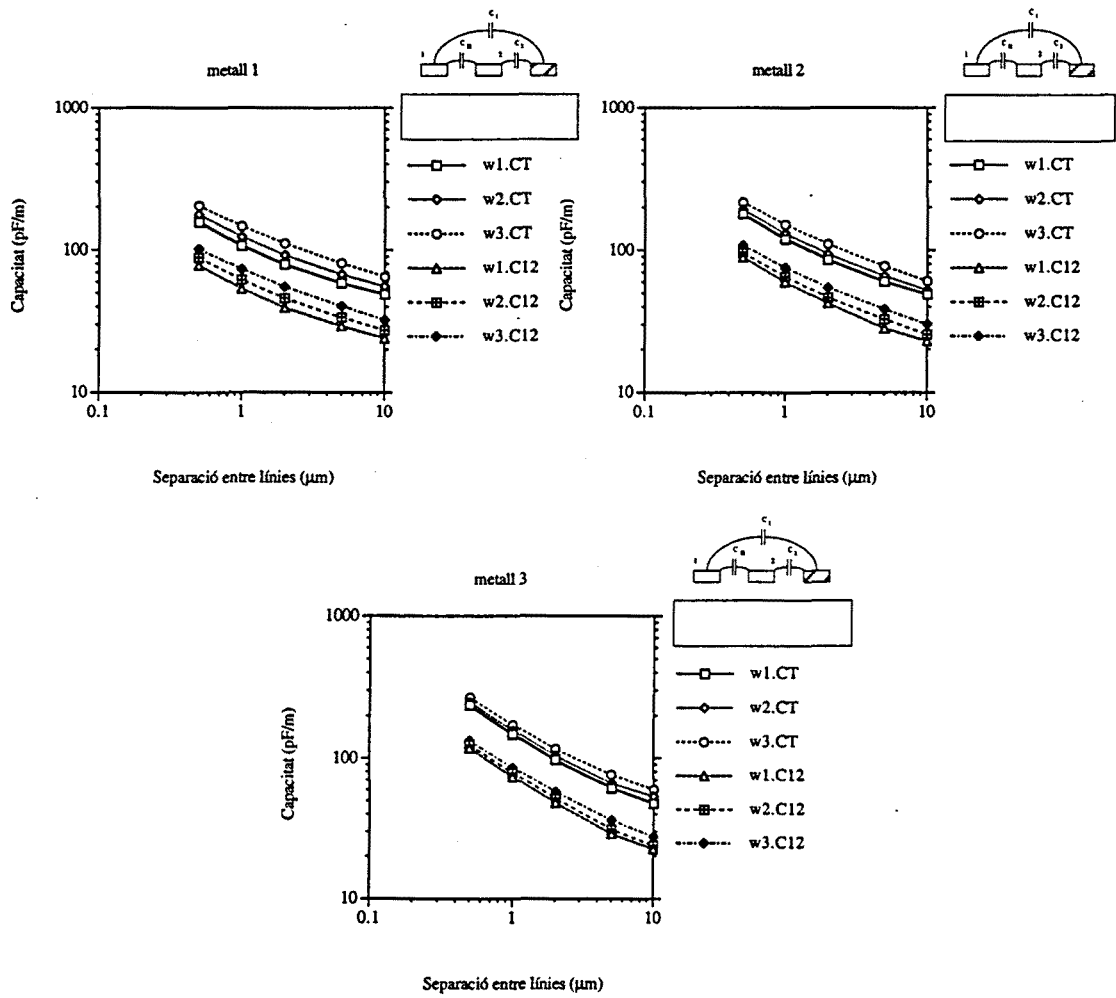


Figura 5.14: Valors de C_{12} i C_T de línies sobre substrat aïllant, amb una línia de terra a un costat. Els valors estan expressats en pF/m.

5.2 Inductància

Físicament, la inductància està relacionada amb el flux de camp magnètic a través de l'àrea definida per un circuit, produït per un corrent que circula per ell. L'expressió de la inductància és [16]:

$$L = \frac{1}{I} \int_S \vec{B} \cdot d\vec{S} \quad (5.3)$$

Això vol dir que el valor d'inductància dependrà molt de la distància de la línia a la terra, que serà per on es produeixi el retorn de corrent i es tanqui el circuit. Si la línia de senyal està molt allunyada de la terra, l'àrea que encerclerà el circuit de corrent serà gran, i per tant la inductància també. En canvi, una línia propera a una línia de terra tindrà una inductància més baixa.

En aquest apartat es presenten càlculs d'inductància realitzats amb el programa RAPHAEL considerant principalment línies de circuit integrat sobre silici. Com s'ha explicat al capítol de línies de transmissió, les propietats físiques dels semiconductors fan que les línies de camp elèctric no penetrin dins el substrat, mentres que les de camp magnètic hi poden penetrar completament [32], [49]. Això vol dir que el semiconductor es comporta com a conductor per al camp elèctric i com a aïllant per al camp magnètic. Per aquesta raó, a l'hora de fer els càlculs amb RAPHAEL, s'ha considerat el substrat com a conductor per a la capacitat, i com a aïllant per a la inductància.

Primer s'han fet càlculs de la inductància d'una sola línia respecte d'una metal·lització a sota del substrat (*backplane*) i s'ha estudiat la dependència de la inductància respecte del gruix de l'oblea. Després, considerant que l'efecte de *backplane* és menyspreable comparat amb el de les línies de terra que hi hagi a prop de les línies de senyal [50], s'han fet càlculs d'autoinductància i inductància d'acoblament considerant els mateixos tamanyos de línia que en els apartats anteriors de càlculs de capacitat.

5.2.1 Inductància respecte del "backplane"

A l'hora d'obtenir valors d'inductància amb RAPHAEL, s'ha de tenir en compte el mètode de càlcul que fa servir. Com s'ha explicat al capítol de línies de transmissió, RAPHAEL calcula la inductància invertint la matriu de capacitats treient els dielèctrics [29]. Per tant, com primer ha de resoldre l'equació de Laplace, les condicions de contorn tenen una gran influència. RAPHAEL considera condicions de contorn "reflectants" (*reflective boundary conditions*). Degut a això s'ha de deixar un espai lateral entre la línia i la finestra d'integració que sigui gran comparat amb la distància de la línia al pla de terra, perquè si no, el resultat es veu afectat per la influència de les condicions de contorn.

A la taula 5.9 es mostren els valors d'inductància respecte del backplane, expressats en $\mu H/m$, de línies dels tres nivells de metall considerats al llarg d'aquest capítol, amb diferents amplades i per a diversos gruixos d'oblea (figura 5.15).

D'aquesta taula es veu que en tots els casos, la inductància augmenta amb el gruix del substrat. Les diferències respecte dels nivells de metall no són molt acusades degut a què el gruix de substrat és molt més gran que la diferència d'alçades dels diferents nivells de metall sobre el substrat. En el cas en què el substrat és de $1\mu m$, es veu com

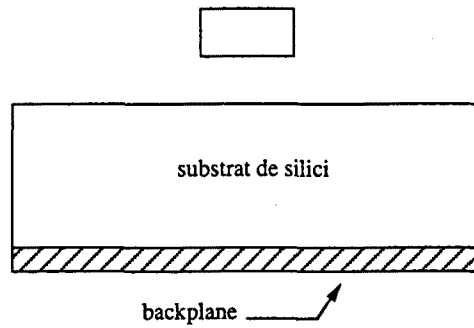


Figura 5.15: Estructura considerada en el càlcul de la inductància d'una línia sola respecte del *backplane*.

		$1\mu m$	$5\mu m$	$10\mu m$	$50\mu m$	$100\mu m$	$500\mu m$
M1	w1	0.54	0.78	0.94	1.46	1.71	2.80
	w2	0.45	0.71	0.83	1.36	1.59	2.65
	w3	0.36	0.60	0.75	1.25	1.49	2.44
M2	w1	0.54	0.76	0.88	1.42	1.65	2.68
	w2	0.49	0.71	0.83	1.36	1.61	2.59
	w3	0.40	0.60	0.75	1.24	1.47	2.45
M3	w1	0.55	0.71	0.86	1.38	1.60	2.65
	w2	0.48	0.67	0.81	1.32	1.55	2.57
	w3	0.41	0.59	0.74	1.22	1.47	2.48

Taula 5.9: Valors de L de línies respecte d'un *backplane* en front del gruix de substrat. Els valors estan expressats en $\mu H/m$.

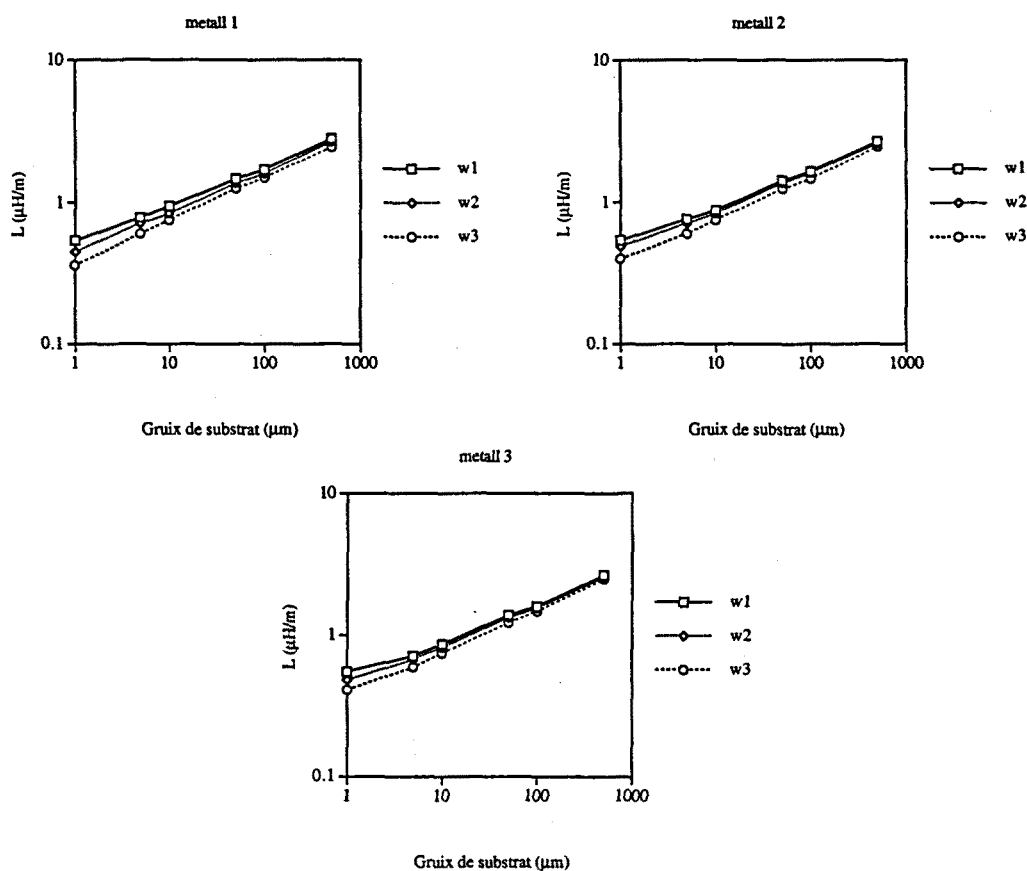


Figura 5.16: Inductància d'una línia en funció del gruix de substrat.

el nivell superior, M3, té una inductància lleugerament superior. De totes maneres, aquest efecte pot ser emmascarat per l'amplada més gran que tenen les línies d'aquest nivell, que tendeix a fer disminuir el valor de inductància. El que sí s'observa és que dins cada nivell de metall, la inductància disminueix quan augmenta l'amplada de la línia. Observant la figura 5.16, on es representa la inductància en funció del gruix del substrat per a cada nivell de metall, es dedueix que el comportament és pràcticament lineal, i que hi ha poca diferència entre els tres valors d'amplada considerats.

Inductància mútua

A la figura 5.17 es mostren els valors d'autoinductància i inductància mútua de dues línies respecte del *backplane* per a diferents separacions. S'observa una dependència molt petita de la inductància mútua respecte de la separació, degut a que la distància al *backplane* és molt més gran que les separacions entre línies considerades. Igualment, l'autoinductància es pot considerar pràcticament independent de la separació entre línies, encara que la tendència ha de ser una petita disminució amb la separació, fins a assolir el valor de la taula 5.9 per un gruix de substrat de $500\mu\text{m}$.

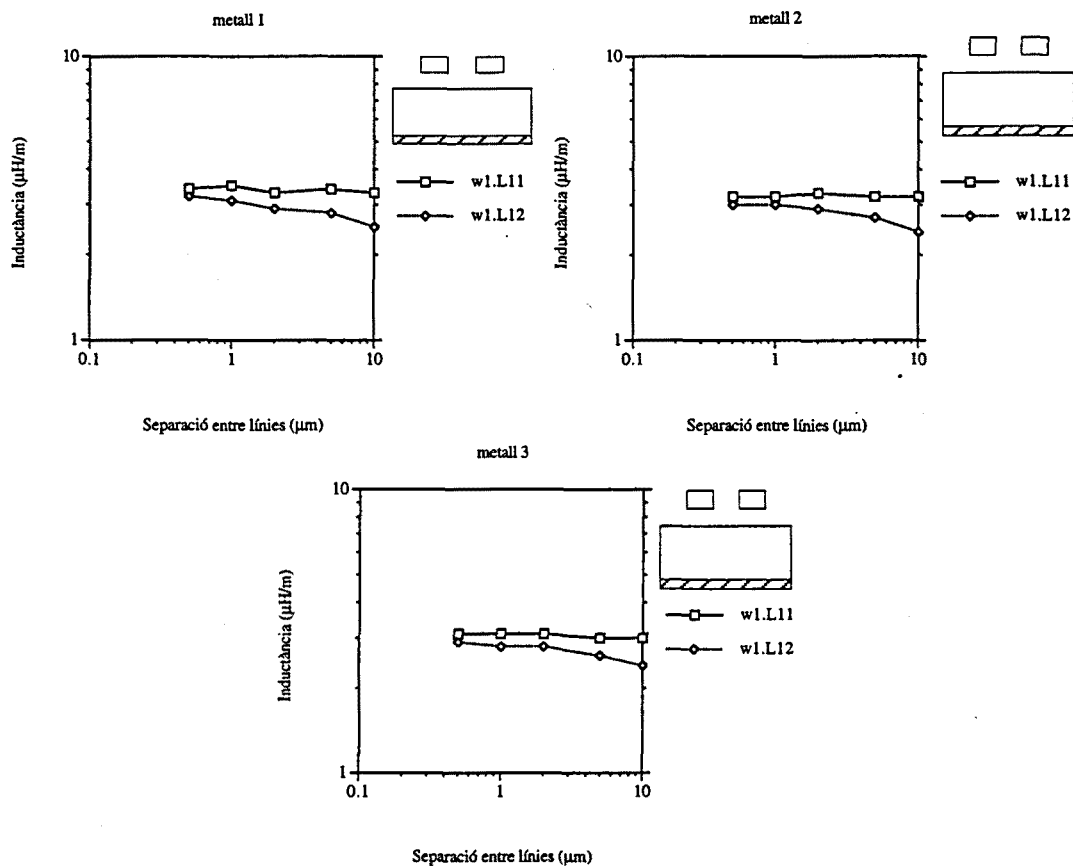


Figura 5.17: Valors de L_{12} i L_{11} de línies respecte d'un *backplane* amb substrat de $500\mu\text{m}$. Els valors estan expressats en $\mu\text{H}/\text{m}$.

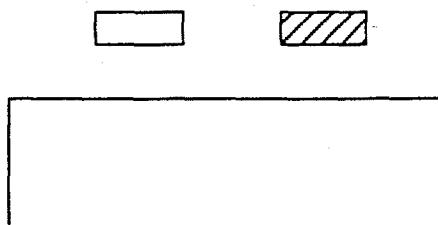


Figura 5.18: Estructura considerada en el càlcul de la inductància d'una línia sola respecte d'una línia de terra.

		$0.5\mu m$	$1\mu m$	$2\mu m$	$5\mu m$	$10\mu m$
M1	w1	0.44	0.62	0.82	1.13	1.40
	w2	0.40	0.56	0.74	1.02	1.28
	w3	0.36	0.49	0.64	0.90	1.14
M2	w1	0.39	0.56	0.76	1.06	1.32
	w2	0.37	0.52	0.70	0.99	1.25
	w3	0.34	0.46	0.62	0.87	1.13
M3	w1	0.31	0.46	0.64	0.95	1.24
	w2	0.29	0.43	0.60	0.89	1.16
	w3	0.28	0.40	0.55	0.81	1.07

Taula 5.10: Valors de L d'una línia respecte de línia de terra per a diverses separacions entre línies. Els valors estan expressats en $\mu H/m$.

5.2.2 Inductància respecte de línia de terra

A la taula 5.10 es mostren els valors d'autoinductància d'una línia per a diferents separacions respecte d'una línia de terra (figura 5.18).

Com era d'esperar, es veu una disminució de l'autoinductància a mesura que les dues línies s'aproximen. A més, es veu que els valors són considerablement més petits que els de la taula 5.9, de valors respecte del *backplane*. També disminueix l'autoinductància quan augmenta l'amplada de la línia. Per altra banda, la disminució de L respecte del nivell de metall es deu a que els nivells superiors tenen un gruix superior.

Inductància mútua

A les figures 5.20 i 5.21 es presenten els resultats de les inductàncies de dues línies respecte d'una línia de terra, enmig de les dues línies i a un costat respectivament (figura 5.19).

Per a interpretar el resultat d'aquestes figures, es considera el paràmetre que es fa

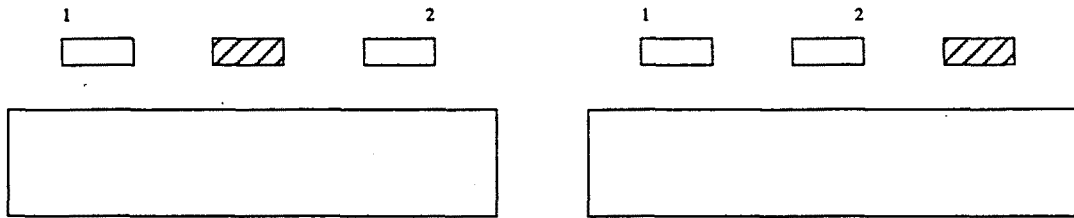


Figura 5.19: Inductàncies de dues línies respecte de línia de terra, al centre i a un costat.

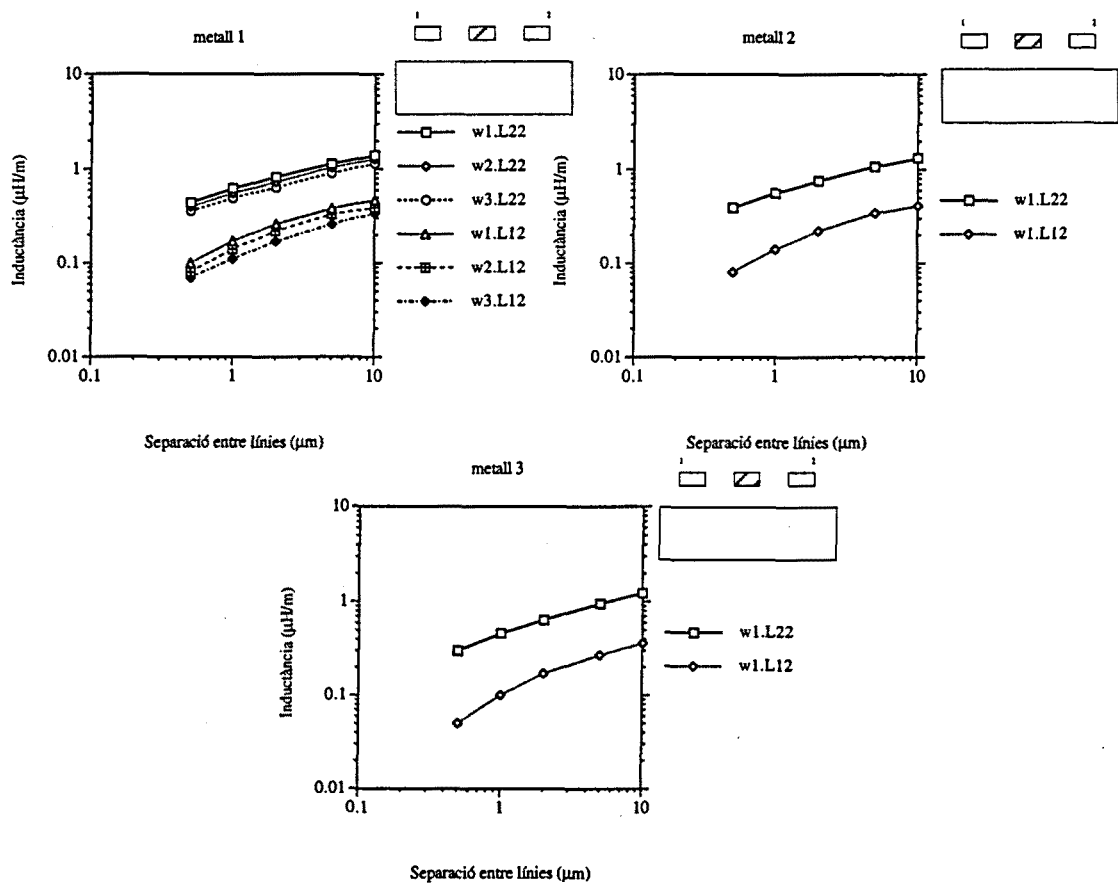


Figura 5.20: Valors de L_{12} i L_{22} de línies respecte d'una línia de terra enmig. Els valors estan expressats en $\mu\text{H}/\text{m}$.

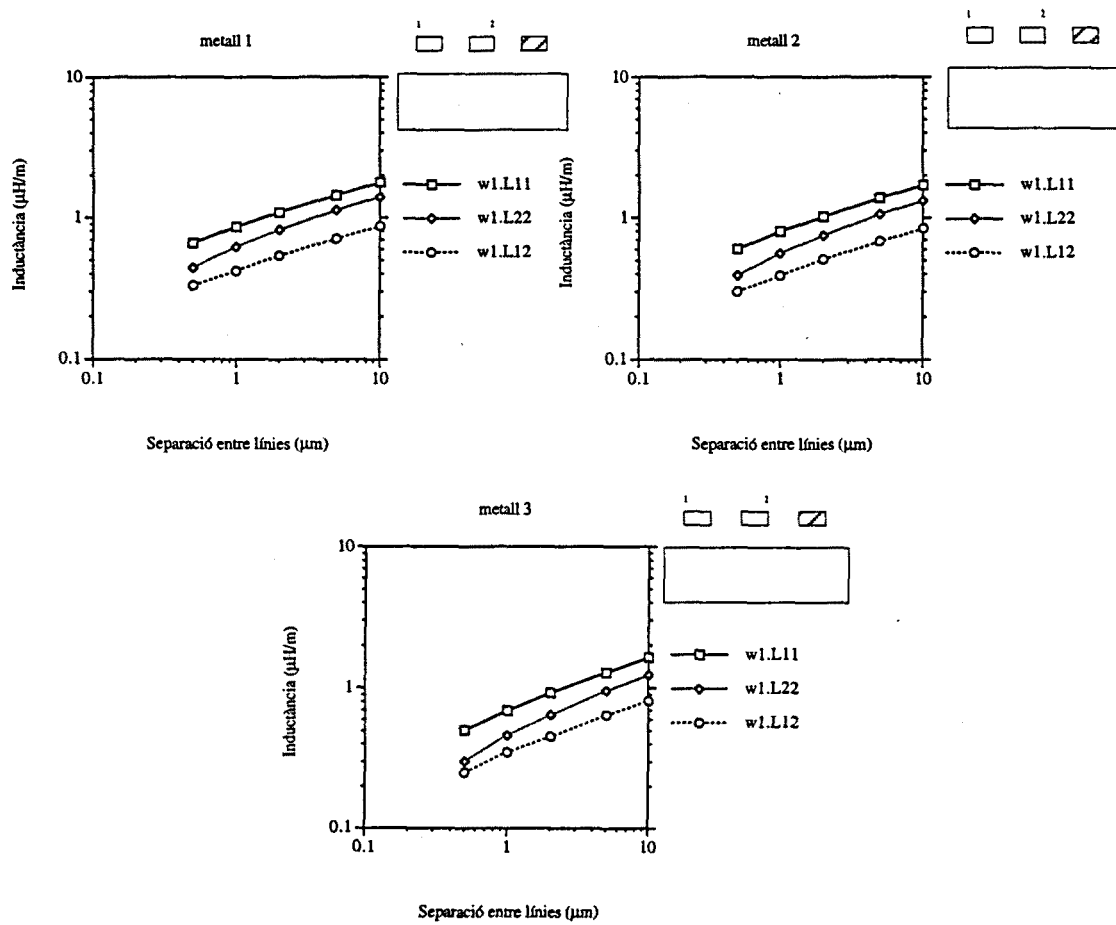


Figura 5.21: Valors de L_{12} , L_{11} i L_{22} de línies respecte d'una línia de terra a un costat. Els valors estan expressats en $\mu\text{H}/\text{m}$.

servir al programa SPICE per a definir els inductors mutus:

$$K = \frac{L_{12}}{\sqrt{L_{11}L_{22}}}$$

i que està entre 0 i 1.

La tensió que resulta de l'acoblament és proporcional a aquest paràmetre, encara que la seva magnitud depèn també dels valors de capacitats, inductàncies i resistències de les línies. Si es calcula el valor de K per a les figures que s'han presentat aquí, es veu que per a les línies respecte del *backplane* els valors varien entre 0.95 i 0.75. Per al cas de la línia de terra enmig, els valors típics són entre 0.2 i 0.3. Si la línia de terra està a un costat, el valor de K està al voltant de 0.6. La diferència entre els diferents casos es deu a la diferent distància relativa línia-línia respecte de línia-terra, molt petita en el cas del *backplane*, i gran per la línia de terra enmig de les dues línies de senyal.

Un resultat que pot semblar sorprenent és que al cas de la línia de terra entre les línies de senyal, en augmentar la distància entre línies, l'acoblament inductiu, representat pel paràmetre K augmenta. L'explicació està en que la distància de les línies a terra també augmenta, al mateix temps que la separació. Això fa augmentar la inductància mútua, com es pot veure a l'expressió de la inductància mútua entre dos circuits de superfícies S_1 i S_2 amb corrents I_1 i I_2 que creen camps magnètics B_1 i B_2 [16]:

$$L_{12} = \frac{1}{I_2} \int_{S_1} \vec{B}_2 \cdot d\vec{S}_1 \quad (5.4)$$

Per tant, augmentar S_1 o S_2 farà augmentar L_{12} , com s'observa a les figures 5.20 i 5.21. Al cas de la línia de terra a un costat, augmentar la separació entre línies implica una separació encara més gran respecte de la línia de terra, i per tant, un augment de l'autoinductància comparativament més gran que per al cas de la línia de terra enmig. Per això, el valor de K disminueix amb la separació per la línia de terra a un costat, i augmenta si la línia de terra està al mig.

5.3 Velocitat de propagació

En les seccions precedents s'han calculat valors de capacitat i inductància per a diverses configuracions de línies de senyal i terra. Per als casos amb dues línies de senyal, s'han obtingut les matrius de capacitat i inductància:

$$[C] = \begin{bmatrix} C_{1T} & -C_{12} \\ -C_{12} & C_{2T} \end{bmatrix}$$

$$[L] = \begin{bmatrix} L_{11} & L_{12} \\ L_{12} & L_{22} \end{bmatrix}$$

on, tal com s'ha explicat a la secció de càlcul de capacitat, C_{1T} és la suma de la capacitat C_{12} i de l'autocapacitat, de manera que $C_{11} = C_{1T} - C_{12}$ i $C_{22} = C_{2T} - C_{12}$.

Segons l'aproximació TEM, la velocitat de propagació d'una sola línia ve donada per:

$$\frac{1}{v_p^2} = LC$$

En un sistema amb N conductors acoblats, en què es tenen matrius de capacitat i inductància, es poden calcular les velocitats de propagació corresponents als modes propis de propagació [42]:

$$\begin{aligned} [v^m(x, t)] &= [v_o^m]g^m(t \pm x/c_m) \quad m=1 \dots N \\ [i^m(x, t)] &= \mp [i_o^m]g^m(t \pm x/c_m) \quad m=1 \dots N \end{aligned}$$

on m representa el m -èssim mode propi. $[v_o^m]$ i $[i_o^m]$ són vectors¹ d'amplituds de tensió i corrent respectivament on cada component es correspon amb una línia. $g^m(t \pm x/c_m)$ són funcions arbitràries, i c_m és la velocitat de propagació del mode propi m -èssim.

Substituint aquestes expressions a les equacions d'ona es pot escriure en forma vectorial:

$$\begin{aligned} \frac{\partial^2 [v^m]}{\partial x^2} &= [L][C] \frac{\partial^2 [v^m]}{\partial t^2} \\ \frac{\partial^2 [i^m]}{\partial x^2} &= [L][C] \frac{\partial^2 [i^m]}{\partial t^2} \end{aligned}$$

D'aquestes expressions s'obtenen les equacions de valors propis:

$$\left\{ \frac{1}{c_m^2} [U] - [L][C] \right\} [v_o^m]g^m(t \pm x/c_m) = 0$$

O sigui, que els valors de c_m s'obtenen diagonalitzant la matriu $[L][C]$ (o de forma equivalent, $[C][L]$). Els vectors $[v_o^m]$ i $[i_o^m]$ són els vectors propis respectius d'aquestes diagonalitzacions. La solució general del conjunt de línies acoblades serà una combinació lineal dels diferents modes, cada un amb la seva velocitat c_m .

L'objectiu aquí és determinar per quins valors de temps de pujada del *driver* es necessita considerar el model de línia de transmissió. Per tant, per als casos calculats de línies acoblades es considerarà com a límit el mode més lent, és a dir, amb una velocitat de propagació més lenta. Així, es considerarà necessari el model de línia de transmissió si es compleix:

$$t_r < 2 \frac{l}{c_{min}}$$

on l és la longitud de les línies, i c_{min} és el valor mínim de velocitat de propagació entre els diferents modes.

5.3.1 Línies no acoblades

En aquest cas no es tenen matrius, i per tant només hi ha una velocitat de propagació. Tal com s'ha estudiat abans, es consideraran diferents casos:

Línia de senyal sense línia de terra

En aquest cas la capacitat és respecte del substrat de silici, i la inductància respecte del *backplane*. A la figura 5.22 es veu la velocitat de propagació d'una sola línia respecte del gruix de substrat semiconductor. La velocitat disminueix a mesura que el gruix de substrat augmenta, assolint un valor d'uns 7 cm/ns per un substrat de 500 μm de gruix. Això correspon a un temps de propagació d'uns 14 ps per una línia de 1 mm de longitud.

¹Els vectors es denotaran per lletres minúscules, i les matrius per lletres majúscules entre corxets.

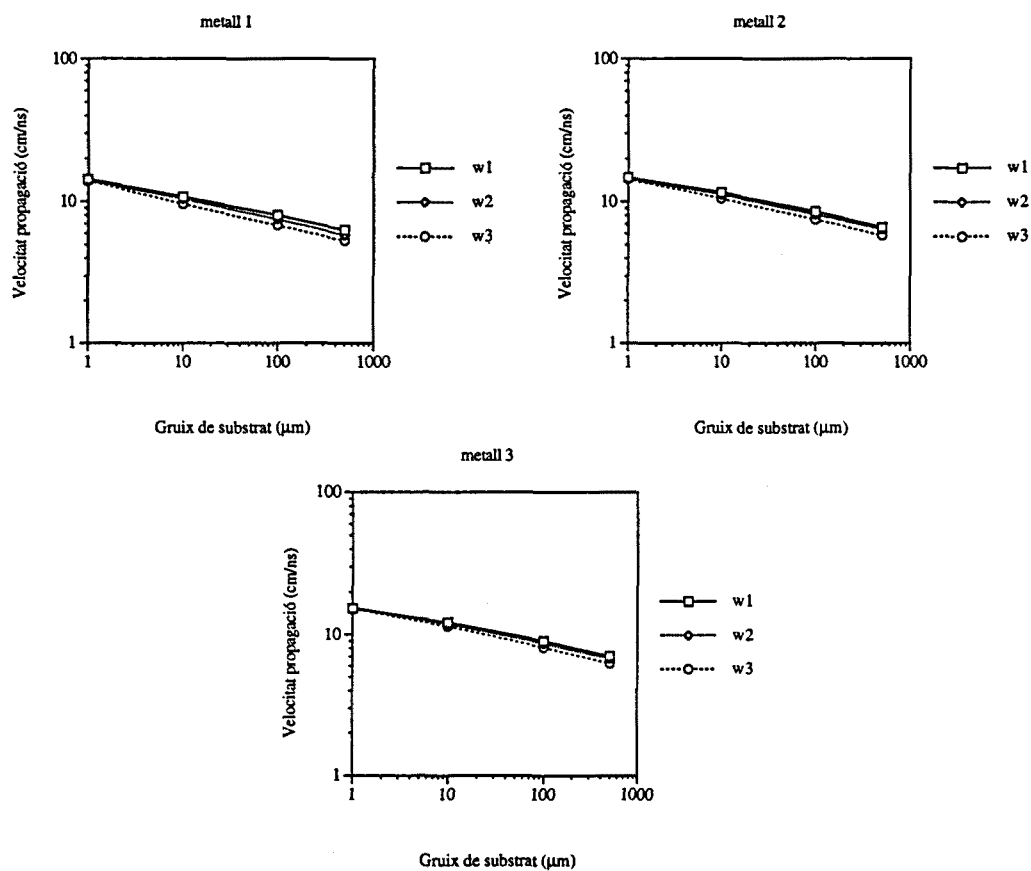


Figura 5.22: Velocitat de propagació per una línia sola sobre substrat semiconductor en funció del gruix de substrat.

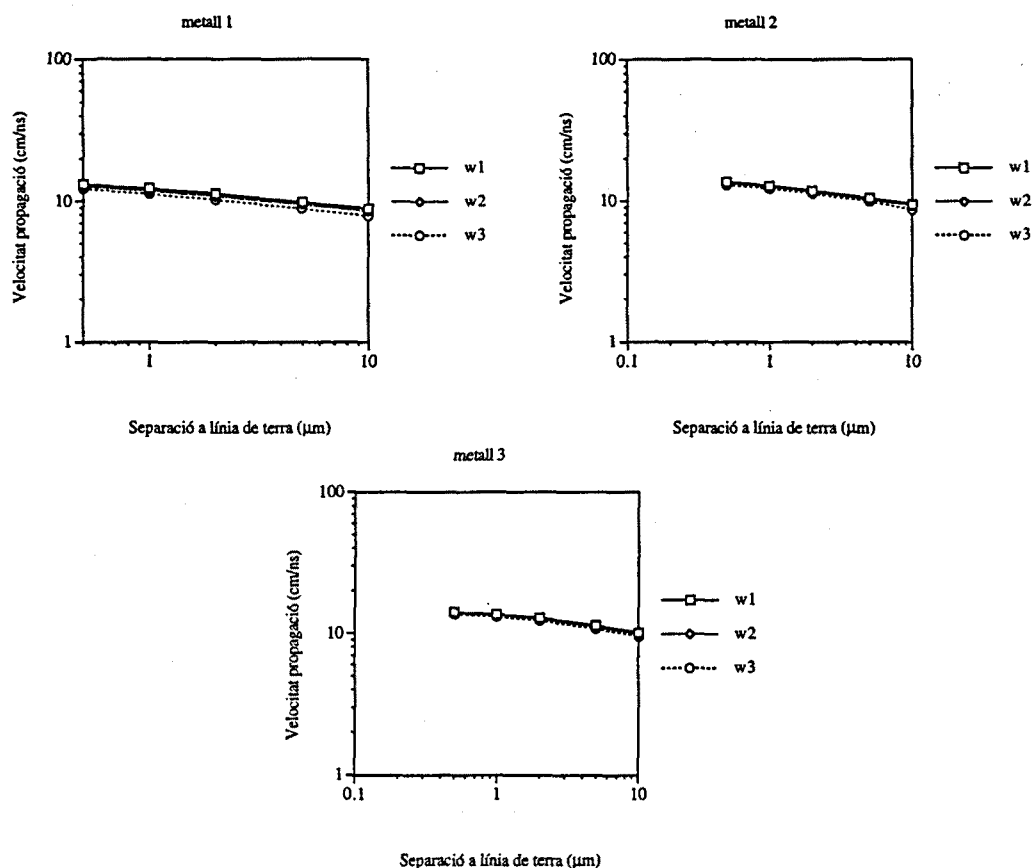


Figura 5.23: Velocitat de propagació per una línia sobre substrat semiconductor respecte de línia de terra.

Línia a la vora de línia de terra

A les figures 5.23 i 5.24 es representen la velocitat de propagació d'una sola línia respecte d'una línia de terra en funció de la separació entre línies, considerant el substrat semiconductor polaritzat i aïllat respectivament. Si el substrat està polaritzat, la separació entre línies fa disminuir lleugerament la velocitat de propagació, que resulta ser d'uns 10 cm/ns. Per al substrat aïllat, la velocitat és pràcticament independent de la separació entre línies, i té un valor entre 10 i 11 cm/ns. Aquests valors corresponen a temps de propagació al voltant dels 10ps per a una longitud de línia de 1 mm.

5.3.2 Línies acoblades

Com s'ha explicat abans, es representa la velocitat de propagació corresponent al mode més lent.

Sense línies de terra

A la figura 5.25 es representa la velocitat de propagació per a dues línies sobre substrat polaritzat. La velocitat augmenta amb la separació, i té un valor entre 2 i 5 cm/ns.

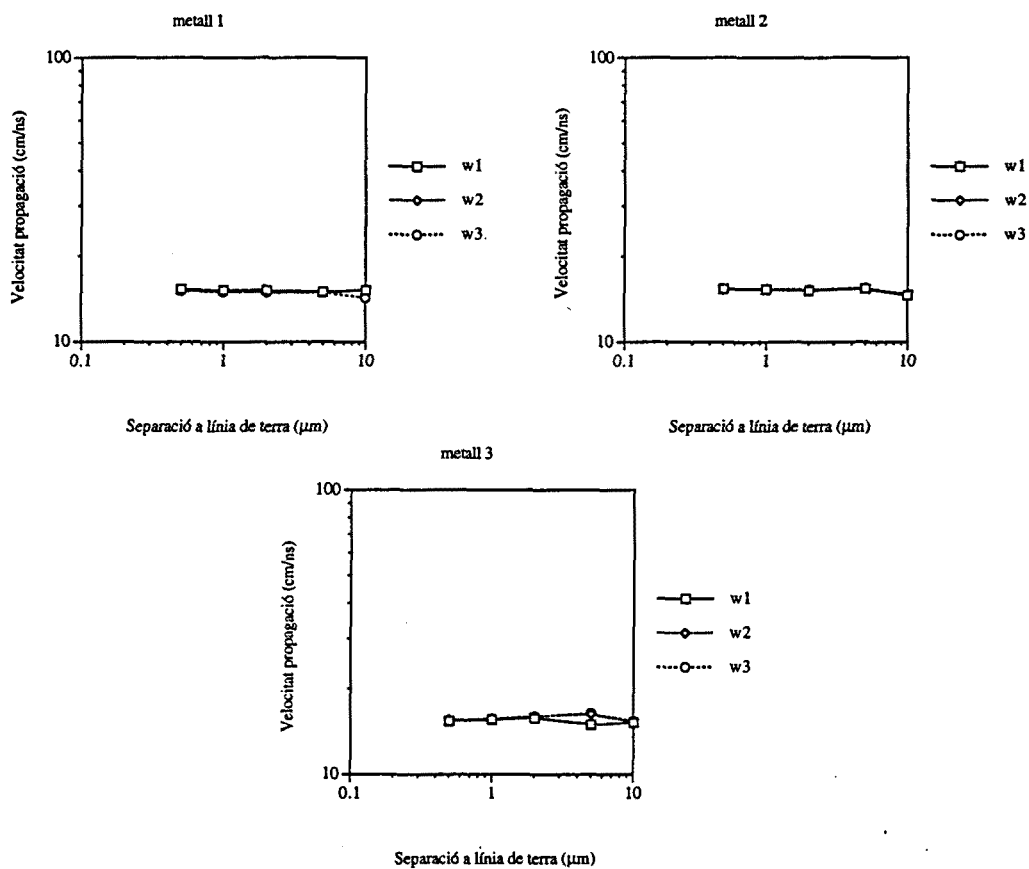


Figura 5.24: Velocitat de propagació per una línia sobre substrat aïllant respecte de línia de terra.

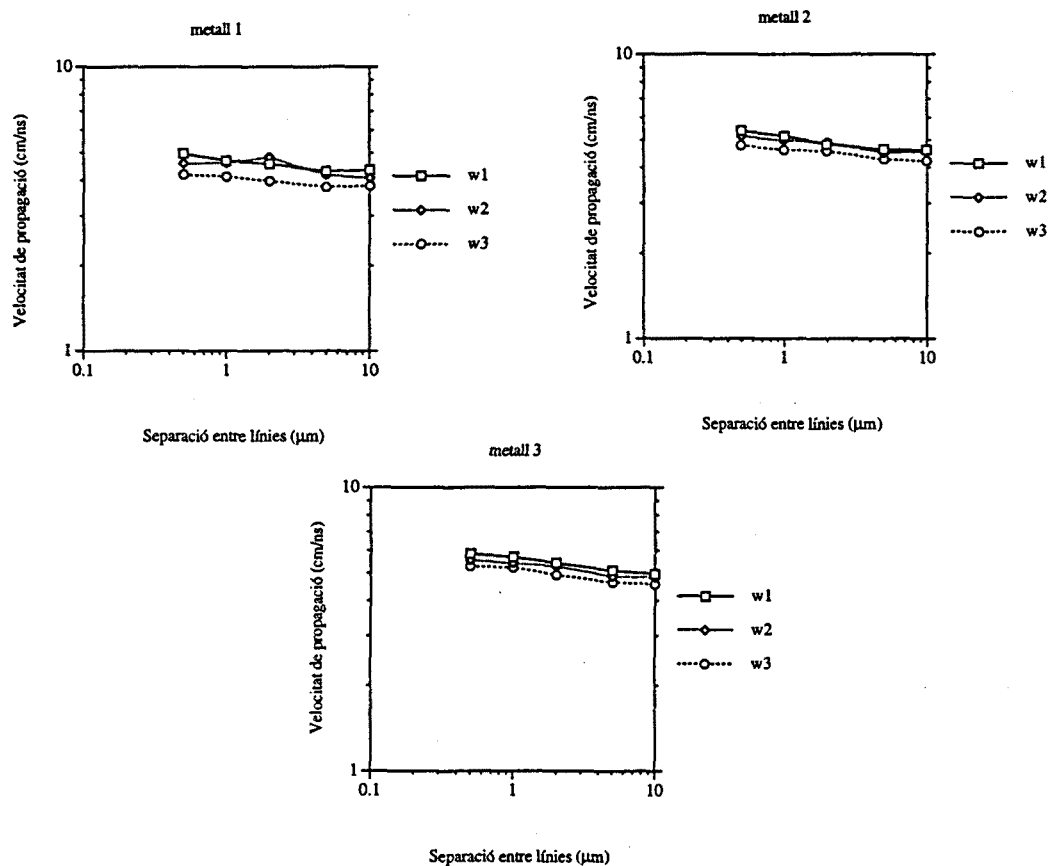


Figura 5.25: Velocitat mínima de propagació per dues línies sobre substrat semiconductor.

Això dona un temps de propagació d'entre 20 i 50 ps per una línia de 1 mm.

Amb línia de terra

A les figures 5.26 i 5.27 es veu el cas de línies respecte d'una línia de terra, situada entre les dues línies de senyal i a un costat respectivament. Com es pot observar, si la línia de terra està enmig, la velocitat és més gran (al voltant de 10 cm/ns), que si està a un costat (entre 7 i 8 cm/ns)

Finalment, a les figures 5.28 i 5.29 es mostren els valors de velocitat per línies respecte de línia de terra, considerant el substrat aïllant. Els valors són molt similars al cas de substrat polaritzat.

5.3.3 Interpretació dels resultats

Els resultats de temps de propagació s'han de comparar amb els temps de pujada que el *driver* de la línia és capaç de donar. Si el temps de pujada és més petit que dues vegades el temps de propagació del senyal a la línia, aleshores s'ha de fer servir un model de paràmetres distribuïts.

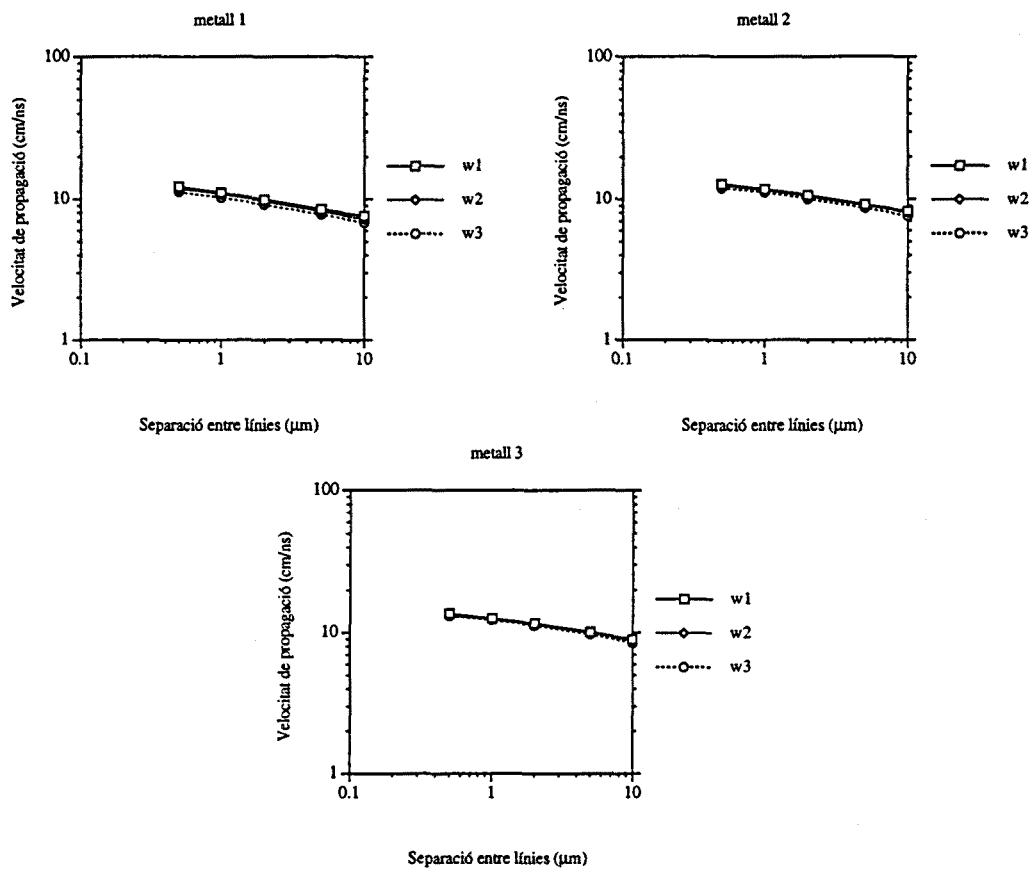


Figura 5.26: Velocitat mínima de propagació per dues línies respecte de línia de terra al mig.

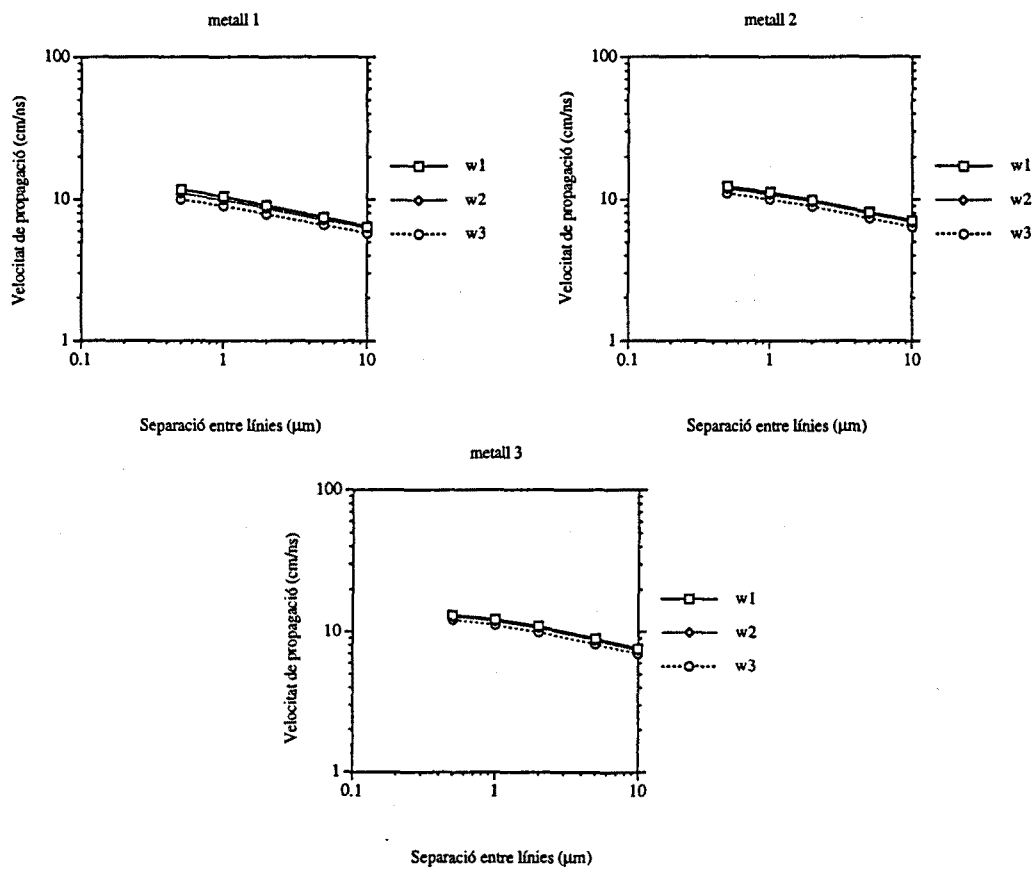


Figura 5.27: Velocitat mínima de propagació per dues línies respecte de línia de terra a un costat.

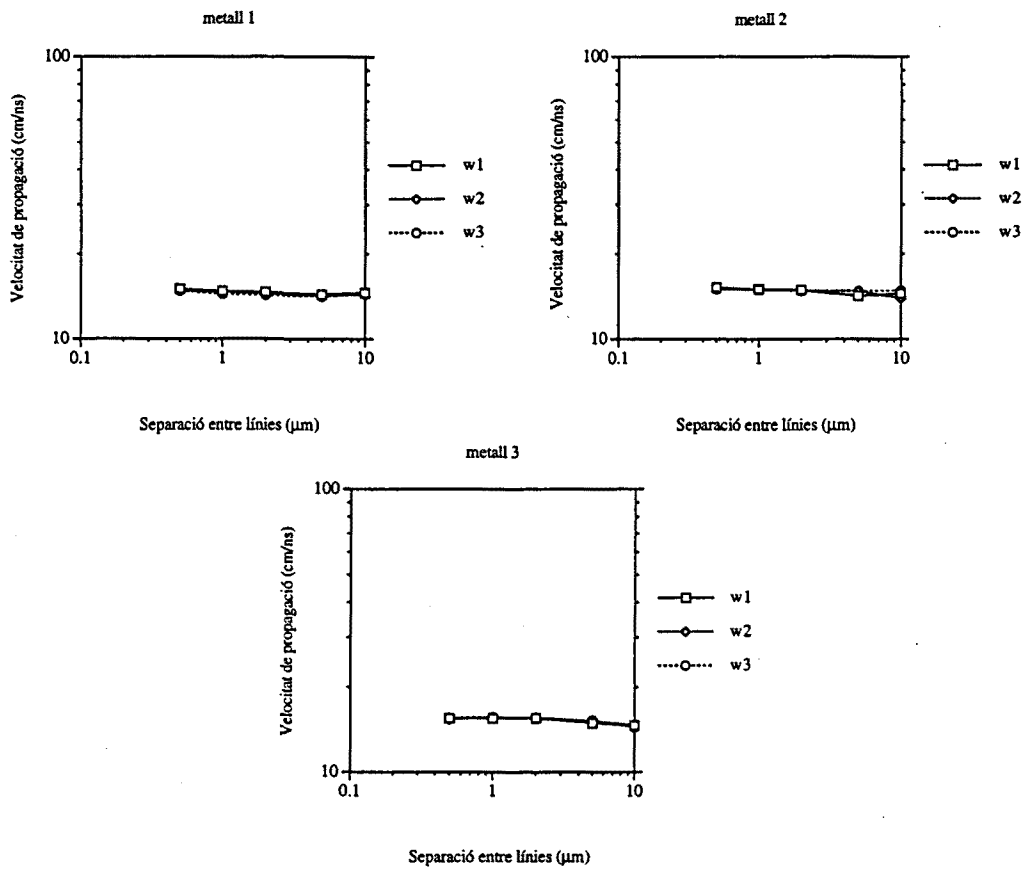


Figura 5.28: Velocitat mínima de propagació per dues línies respecte de línia de terra al mig (substrat aïllant).

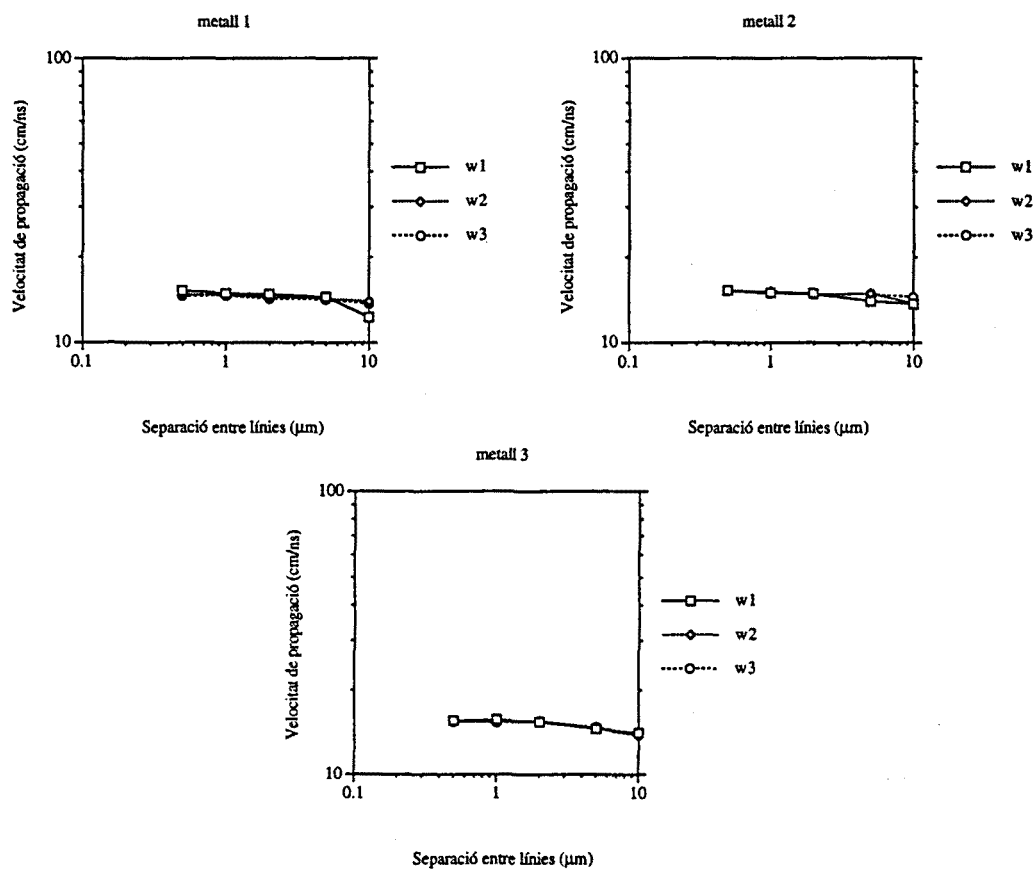


Figura 5.29: Velocitat mínima de propagació per dues línies respecte de línia de terra a un costat (substrat aïllant).

El temps de pujada del *driver* depèn bàsicament de la tecnologia usada en el circuit integrat. Considerant tecnologies de silici, ja que els paràmetres calculats corresponen a substrat de silici, la tecnologia CMOS arriba actualment a ser tan ràpida com la bipolar, tradicionalment la tecnologia més ràpida, S'han reportat temps de propagació de porta del voltant de 20ps tant per CMOS com per bipolar [51], [52].

Assumint que el temps de pujada és del mateix ordre que el temps de propagació de porta, t_{pd} , vol dir que segons les dades presentades en aquest apartat, les reflexions i efectes de línia de transmissió només es posaran de manifest per a longituds superiors als 2 mm, excepte en el cas de línies acoblades sense línia de terra, en què el límit pot estar al voltant de 1 mm.

En comparació, els valors de t_{pd} per a una tecnologia CMOS de 1.5 μm estan entre 800 i 900 ps [37]. Això representa unes longituds perquè el model de paràmetres distribuïts sigui necessari de més de 8 cm. Aquesta és la raó de que fins fa poc l'estudi d'efectes de línia de transmissió dins de circuits integrats no era necessari, ja que l'àrea dels circuits, i per tant, la longitud de les interconnexions, no era prou gran per a haver de considerar aquests models.

En realitat, però, el temps de pujada es veu també afectat per la impedància de la línia, que s'estudia a continuació.

5.4 Impedància característica

Un altre paràmetre important que es pot calcular a partir de les dades presentades en aquest capítol és la impedància característica de la línia. Igual que passava amb la velocitat de propagació s'ha de distingir entre el cas d'una línia desacoblada i el de línies acoblades.

Com s'ha vist al capítol de línies de transmissió, per una línia sola la impedància característica és:

$$Z_o = \sqrt{\frac{L}{C}}$$

En el cas de línies acoblades, es tindrà una matriu $N \times N$, on N és el nombre de línies acoblades, de manera que es compleixi [42]:

$$[v_{inc}] = [Z_o][i_{inc}] \quad (5.5)$$

$$[v_{ref}] = -[Z_o][i_{ref}] \quad (5.6)$$

on els subindexos *inc* i *ref* signifiquen ona incident i reflexada respectivament. Aquestes expressions es poden posar en forma matricial fent servir els vectors propis dels modes de propagació:

$$[v] = [v_{inc}] + [v_{ref}] = [S_V]\{[g_{inc}(x, t)] + [g_{ref}(x, t)]\} \quad (5.7)$$

$$[i] = [i_{inc}] + [i_{ref}] = [S_I]\{[g_{inc}(x, t)] - [g_{ref}(x, t)]\} \quad (5.8)$$

on $[S_V]$ és una matriu les columnes de la qual són els vectors propis de $[L][C]$. La matriu $[S_I]$ s'obté de $[S_V]$ substituint les expressions

$$\begin{aligned} [v^m(x, t)] &= [v_o^m]g^m(t \pm x/c_m) & m=1 \dots N \\ [i^m(x, t)] &= \mp [i_o^m]g^m(t \pm x/c_m) & m=1 \dots N \end{aligned}$$

dins les equacions de línia de transmissió:

$$\frac{\partial[v^m]}{\partial x} = [L] \frac{\partial[i^m]}{\partial t} \quad (5.9)$$

$$\frac{\partial[i^m]}{\partial x} = [C] \frac{\partial[v^m]}{\partial t} \quad (5.10)$$

D'on resulta que:

$$[S_I] = [L]^{-1}[S_V][\Lambda]$$

i $[\Lambda]$ és una matriu diagonal formada per les inverses de les velocitats de propagació dels diferents modes.²

Considerant les equacions 5.5, 5.6, 5.7 i 5.8, es pot calcular finalment la matriu d'impedàncies com:

$$[Z_o] = [S_V][S_I]^{-1}$$

Una vegada obtinguda la matriu $[Z_o]$, es compararan els valors diagonals amb la resistència de *driver* i amb la resistència de la línia per a determinar el model més apropiat: Si $R_i > 2.5Z_{ii}$ es pot considerar per a modelar la interconnexió el model RC. Per altra banda, si $R_{di} > Z_{ii}$, no es produiran oscil·lacions degut a reflexions (*ringing*), i la línia es podrà considerar com una resistència i capacitat concentrades, encara que el temps de pujada a l'entrada del *driver* sigui més petit que el temps de propagació del senyal a la línia.

Com en el cas de la velocitat de propagació, es presenten les gràfiques de Z_o per als diferents casos calculats.

5.4.1 Interpretació dels resultats

La resistència per unitat de longitud de les línies si no es té en compte la variació amb la freqüència degut al *skin effect*, depèn de les dimensions transversals i de la resistivitat del material segons l'expressió:

$$R = \frac{\rho}{w \cdot t}$$

Als circuits integrats els materials usats en les interconnexions són l'alumini i el polisilici. Per a reduir la resistència del polisilici, se sol afegir una capa d'algun silur, usualment silur de tàntal, com es veu a la figura 5.38 aconseguint-se resistències de quadre d'entre 1 i $5\Omega/\square$ [5]. Això correspon a una resistivitat efectiva al voltant $100\mu\Omega \cdot cm$. Per la seva part, l'alumini bastant més baixa, de l'ordre de $2.8\mu\Omega \cdot cm$. Amb aquests valors de resistivitats s'han calculat les resistències per unitat de longitud dels tres nivells d'interconnexió considerats, que s'exposen a la taula 5.11.

De les gràfiques exposades es veu una variació important del valor de Z_o amb la distància de la línia a terra, augmentant aquest valor amb la distància. Els valors són molt semblants per a les diferents configuracions de línia de terra, i van d'uns 30Ω fins a uns 200Ω .

Si es considera com a valor típic 100Ω , aleshores les conclusions respecte del model a fer servir són que si la línia té una resistència total superior a 250Ω , es pot fer servir

²Alternativament es pot calcular primer $[S_I]$ diagonalitzant $[C][L]$, i calcular $[S_V] = [C]^{-1}[S_I][\Lambda]$.

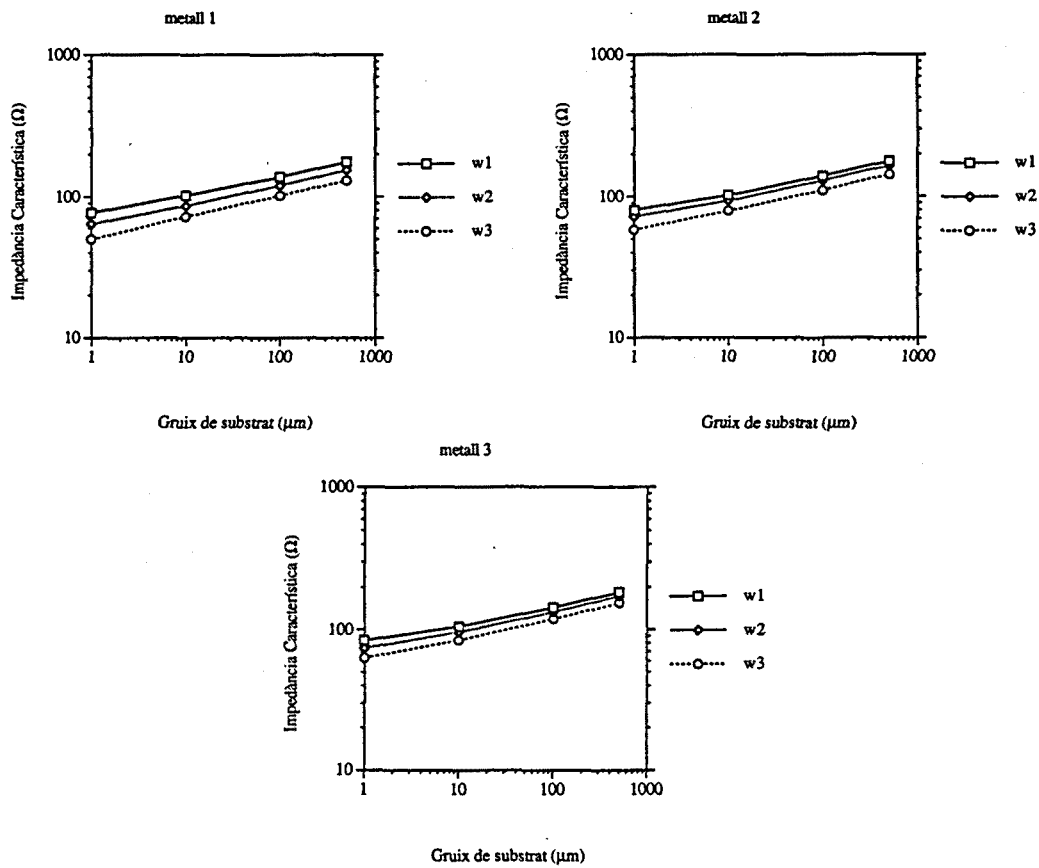


Figura 5.30: Impedància característica per una línia sola sobre substrat semiconductor en funció del gruix de substrat.

		Alumini	Polycide
M1	w1	112	4000
	w2	56	2000
	w3	28	1000
M2	w1	67	2400
	w2	42	1500
	w3	21	760
M3	w1	35	1250
	w2	21	770
	w3	12	417

Taula 5.11: Valors de resistència per unitat de longitud, en Ω/mm dels diferents nivells d'interconnexió estudiats, per alumini i unió de polisilici-silur de tàntal (*polycide*).

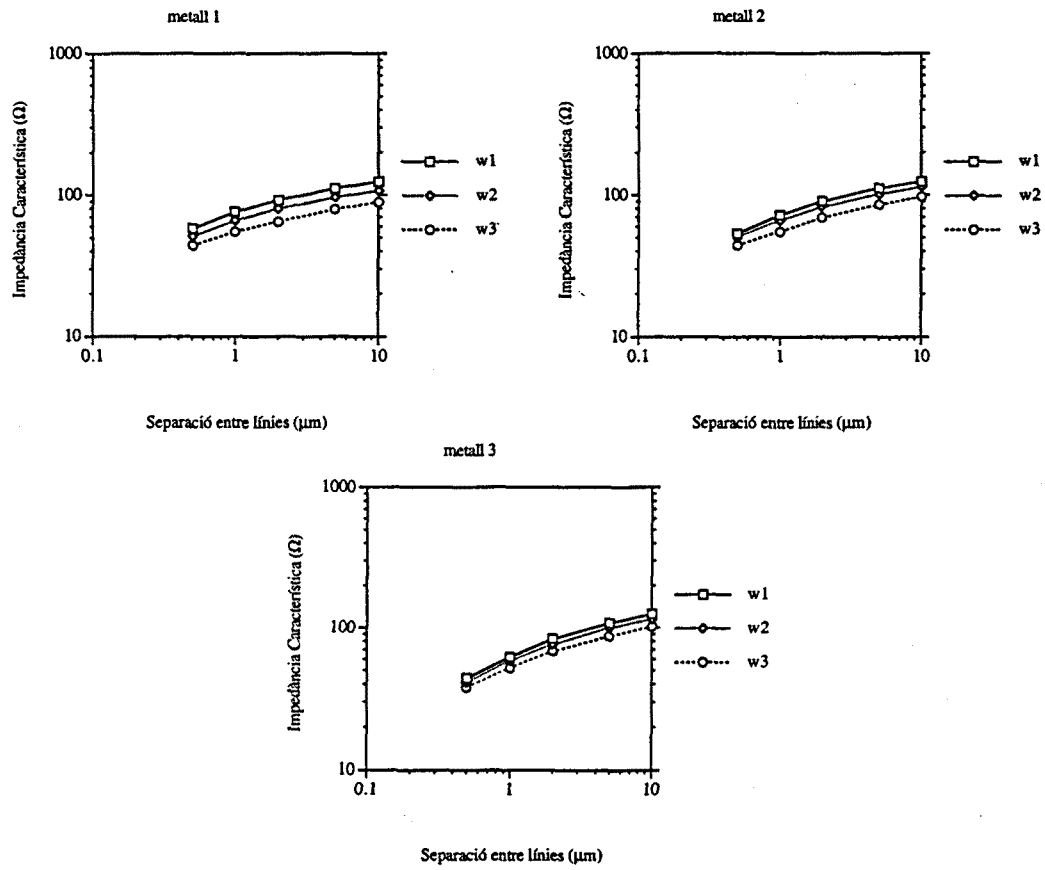


Figura 5.31: Impedància característica per una línia sobre substrat semiconductor respecte de línia de terra.

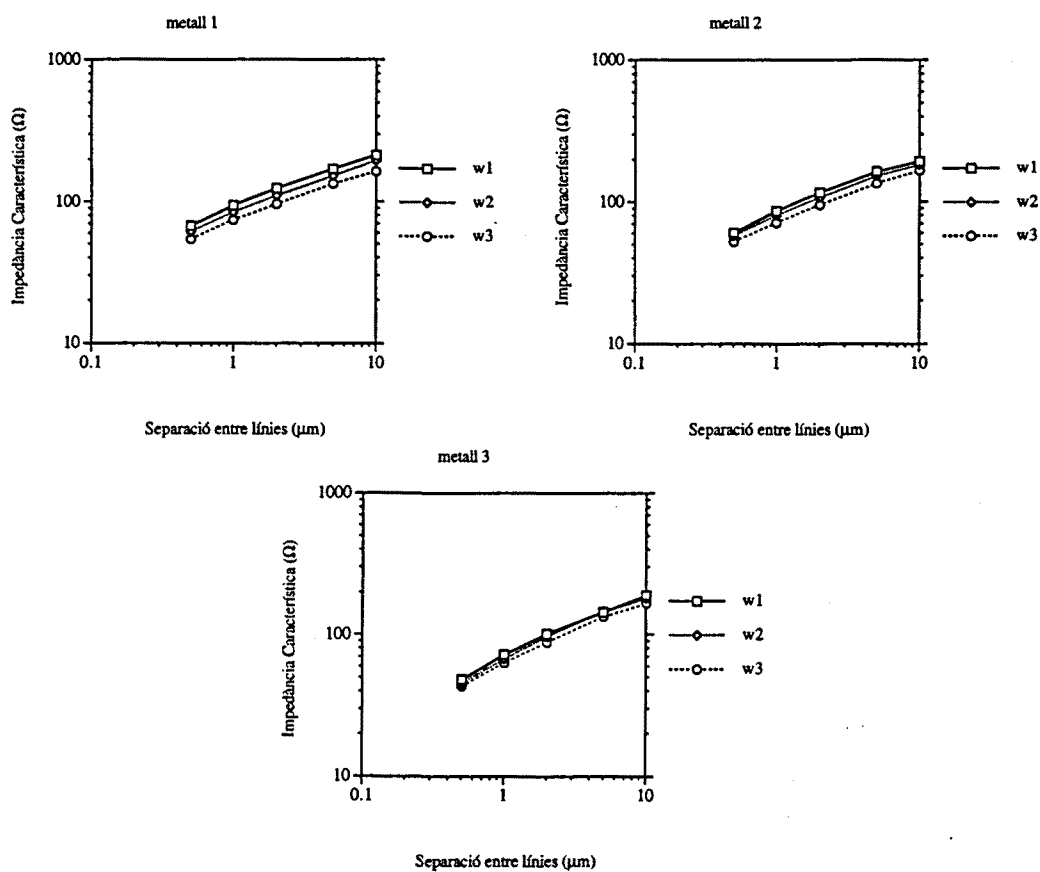


Figura 5.32: Impedància característica per una línia sobre substrat aïllant respecte de línia de terra.

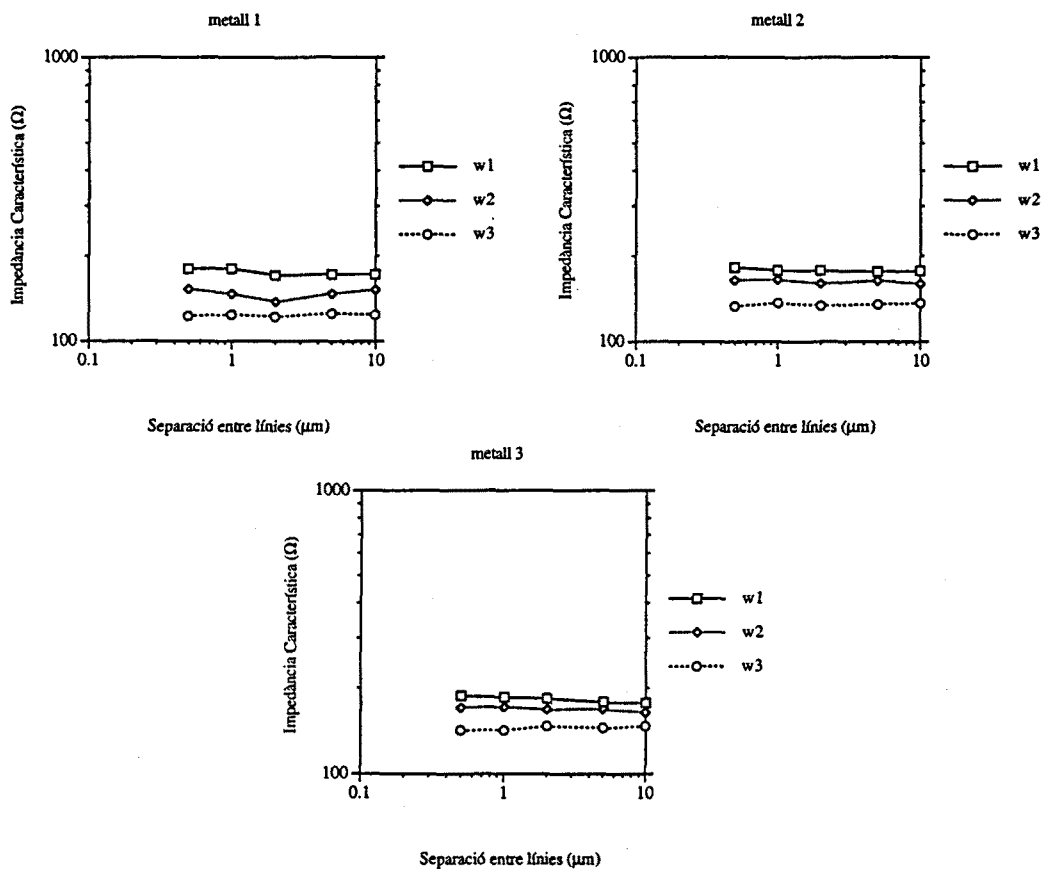


Figura 5.33: Impedància característica per dues línies sobre substrat semiconductor.

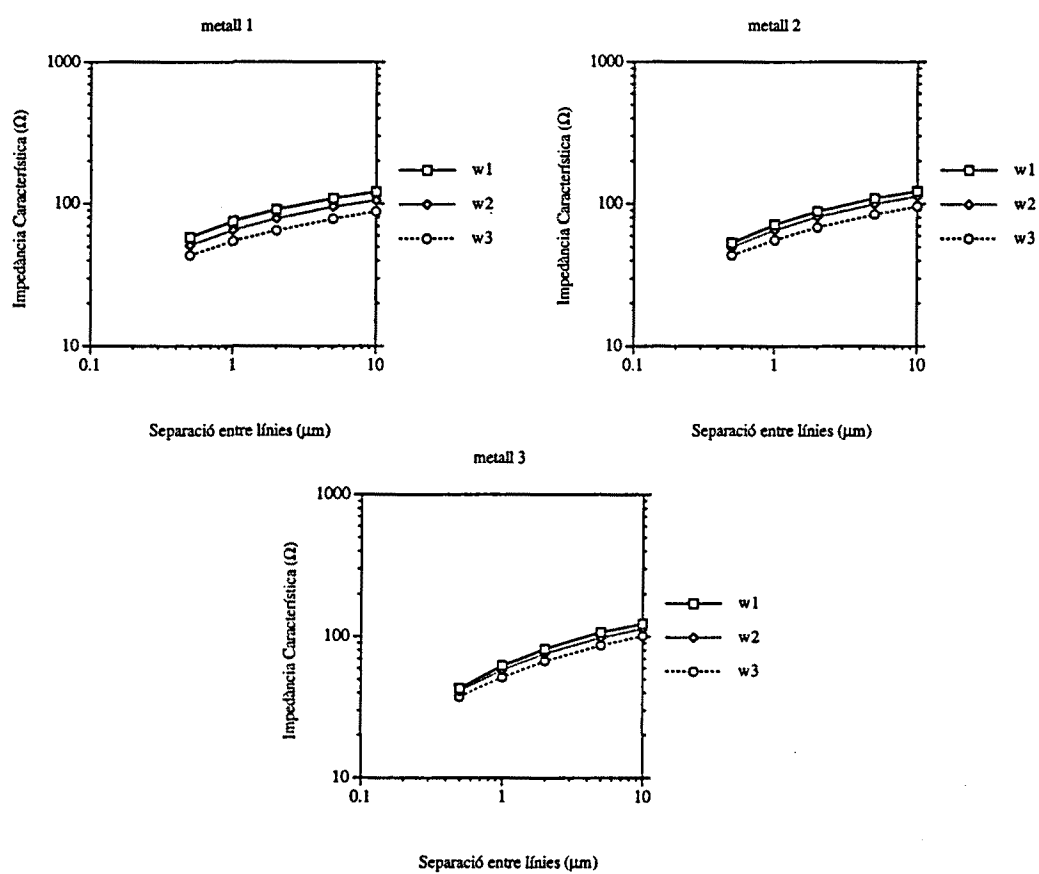


Figura 5.34: Impedància característica per dues línies respecte de línia de terra al mig.

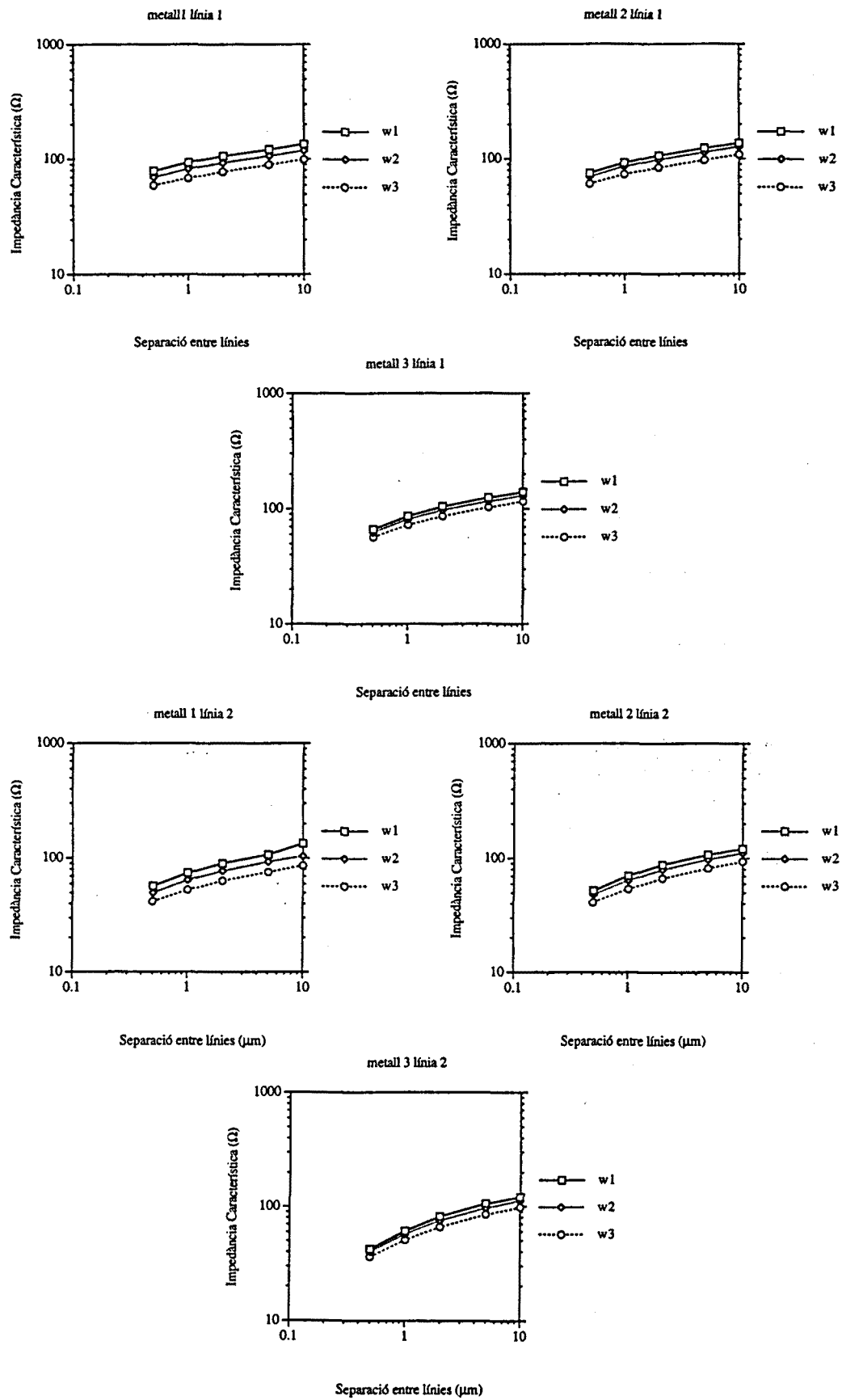


Figura 5.35: Impedància característica per dues línies respecte de línia de terra a un costat.

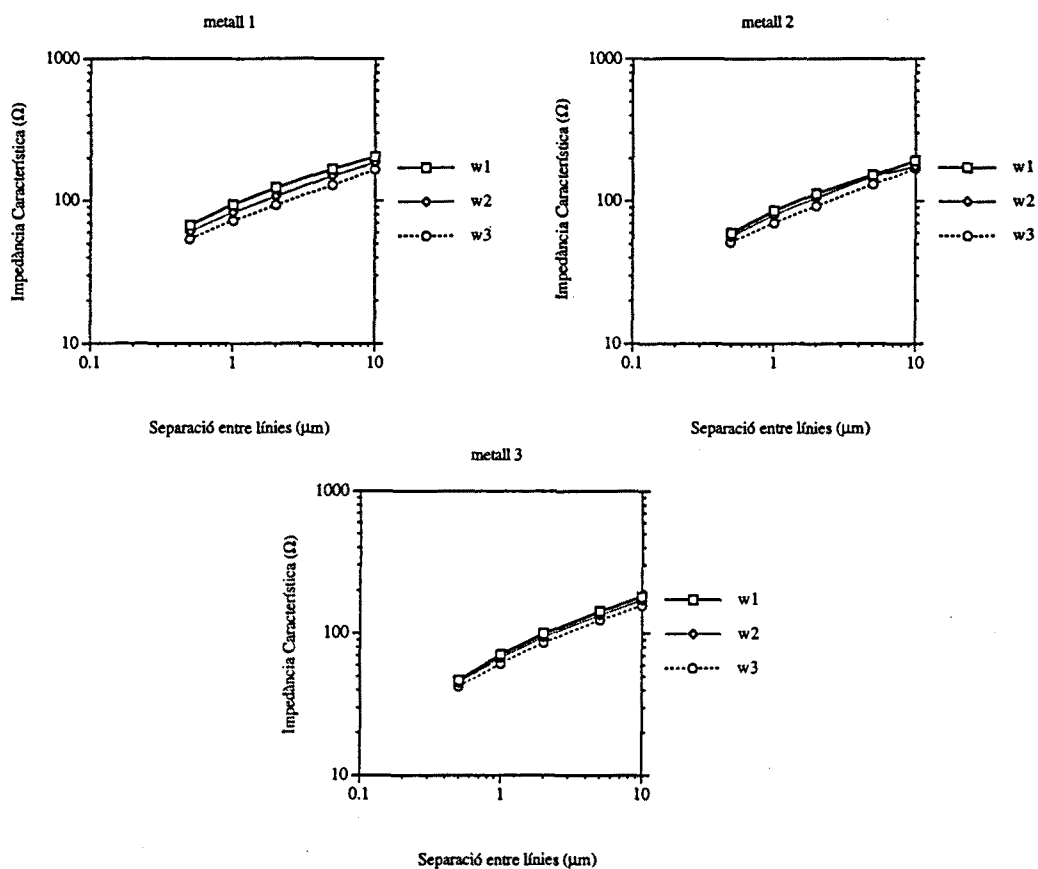


Figura 5.36: Impedància característica per dues línies respecte de línia de terra al mig (substrat aïllant).

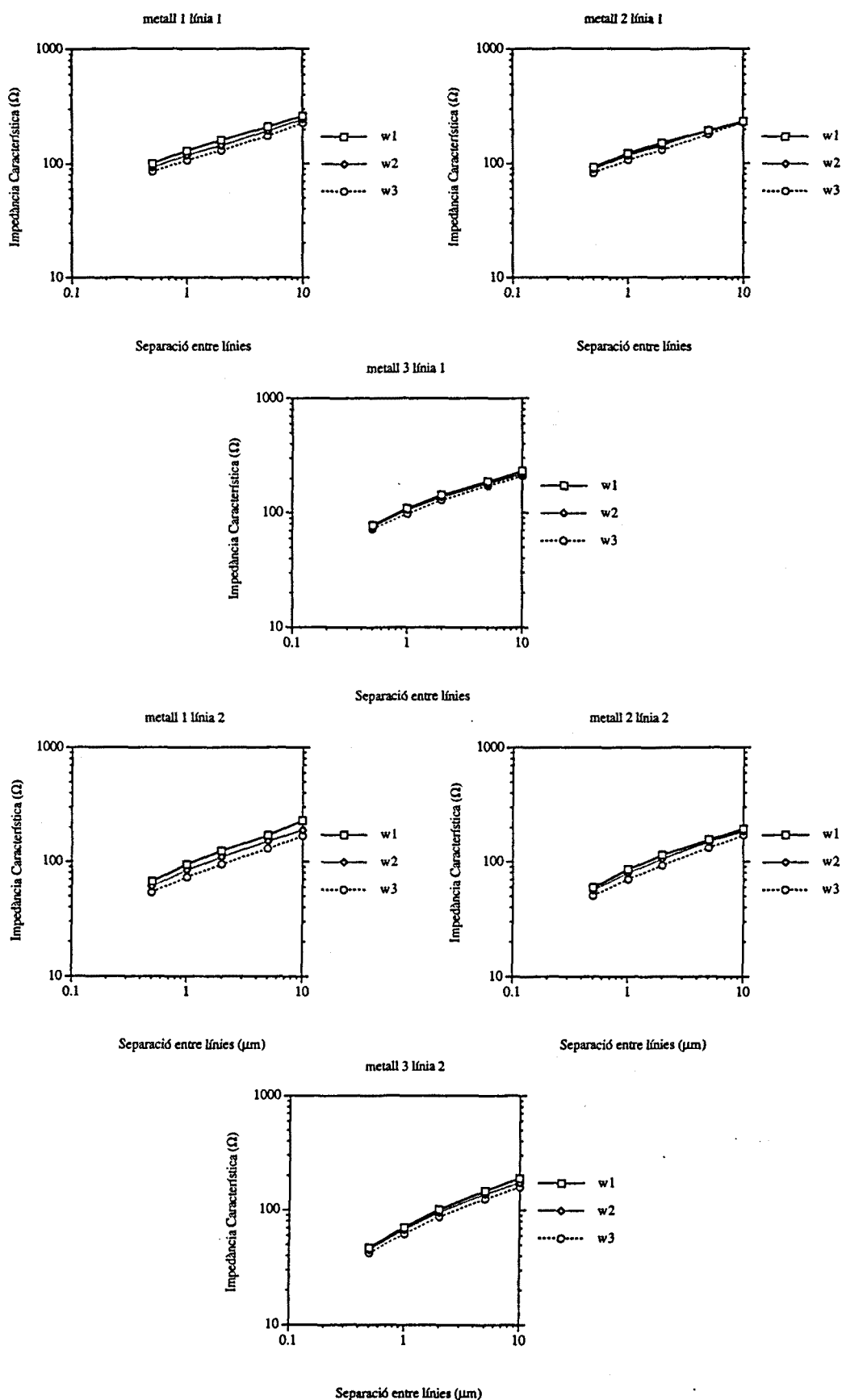


Figura 5.37: Impedància característica per dues línies respecte de línia de terra a un costat (substrat aïllant).

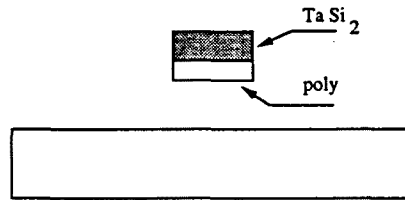


Figura 5.38: Capa mixta de polisilici i silur de Tàntal (*polycide*) per a reduir la resistència de la interconnexió.

		Alumini	<i>Polycide</i>
M1	w1	2.2 mm	60 μ m
	w2	4.5 mm	125 μ m
	w3	8.9 mm	250 μ m
M2	w1	3.7 mm	100 μ m
	w2	5.9 mm	150 μ m
	w3	11.8 mm	330 μ m
M3	w1	7.1 mm	200 μ m
	w2	11.6 mm	325 μ m
	w3	21.4 mm	600 μ m

Taula 5.12: Valors mínims de longitud de línies tal que s'aplica el model RC, considerant el valor típic d'impedància $Z_o = 100\Omega$.

el model RC, és a dir, menyspreant la inductància. Amb aquest criteri, s'han calculat a la taula 5.12 les longituds mínimes per les quals es pot considerar el model RC, tenint en compte els valors de resistència exposats a la taula 5.11.

Analitzant els valors de la taula 5.12, es veu que el model RC no és apropiat per a línies de metall, a no ser que siguin de longitud gran, de més de 2 mm. Per a les línies de *polycide*, el model RC distribuït és vàlid per a distàncies a partir del centenar de micres. De tota manera, de l'anàlisi de velocitat de propagació s'ha vist que la línia de transmissió només té sentit per a distàncies de més de 1 mm, i per tant, les línies de *polycide* es poden modelar com a elements concentrats fins aquest rang de longituds.

A la figura 5.39 es mostra un esquema amb el rang de validesa dels diferents models en funció de la longitud de la línia.

Cas dels busos

En el cas dels busos, la distància entre línies es fa el més petita possible a fi d'estalviar àrea. En aquestes condicions, el valor de Z_o es fa més petit que el valor de 100 Ω considerat abans. Encara que el valor exacte depèn de la configuració, del nivell d'interconnexió, i de les dimensions de la línia, es pot considerar un valor típic de 50 Ω per als busos. Per tant, el límit de validesa del model RC és el de la taula 5.12 dividit per dos. Tenint en compte que les línies de bus solen ser de longitud gran, línies d'uns pocs mil·límetres per a línies d'alumini poden ser freqüents per a circuits de complexitat elevada (i per tant, de gran àrea).

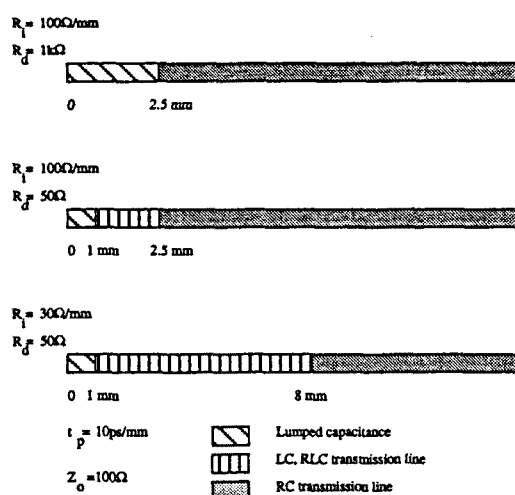


Figura 5.39: Esquema de validesa dels diferents models d'interconnexió en funció de la longitud de la línia i del nivell d'interconnexió.

Resistència del driver. Ringing

Com s'ha vist al capítol de línies de transmissió, la condició perquè es produeixin oscil·lacions de tensió degut a reflexions a la línia és que el valor d'impedància característica estigui entre el d'impedància de font i impedància de càrrega:

$$R_d < Z_o < Z_L \quad (5.11)$$

o

$$R_d > Z_o > Z_L \quad (5.12)$$

que en el cas de línies acabades en circuit obert es redueix a $R_d < Z_o$.

En el cas de circuits CMOS, ja s'ha vist que la resistència equivalent de sortida d'un transistor era:

$$R_d = \frac{1}{\beta_{n,p}(V_{DD} - V_{th})} = \frac{L/W}{\beta_{n,p}(V_{DD} - V_{th})}$$

Valors típics d'una tecnologia moderna CMOS són:

$$R_d = \frac{L}{W} 16.2k\Omega \text{ per NMOS}$$

$$R_d = \frac{L}{W} 35.9k\Omega \text{ per PMOS}$$

Com es veu, considerant la impedància típica de les línies de 100Ω , no es produirà *ringing* per línies en circuit obert o acabades en una capacitat petita, degut a que R_d és molt més gran que Z_o . En canvi, si existeix una discontinuïtat a la impedància de la línia, que passi a ser de valor més baix, aleshores es complirà la condició 5.12 i es pot produir el *ringing*. Aquesta situació es pot donar, per exemple, en una línia que passi a estar més a prop d'una línia de terra, variant així la seva impedància característica

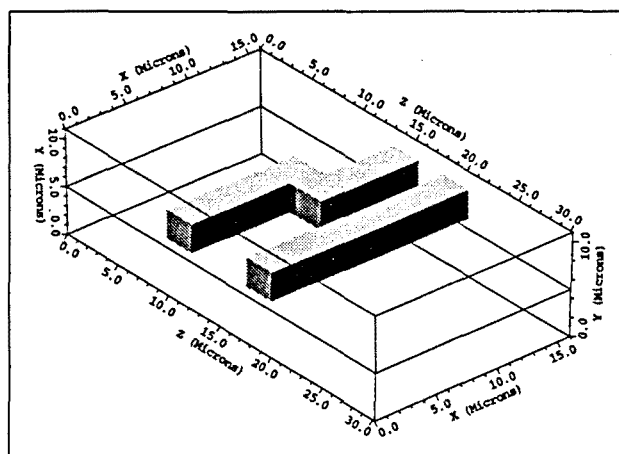


Figura 5.40: Discontinuitat en la impedància característica degut a un canvi de distància de la línia a terra.

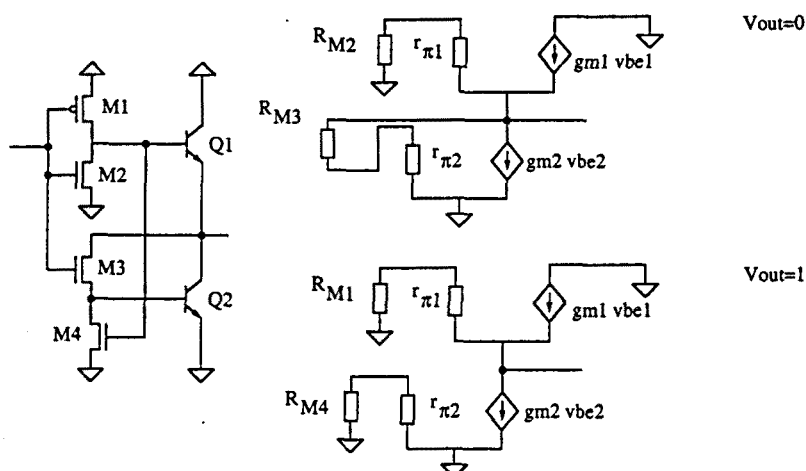


Figura 5.41: Esquemes a nivell de transistor i en petit senyal d'un inversor BiCMOS.

(figura 5.40). De tota manera, cal tenir present que per a que es produeixin aquestes oscil·lacions, la longitud del driver a la discontinuitat ha de ser prou gran perquè el temps de propagació sigui superior al temps de pujada del senyal.

La situació és diferent per a tecnologia BiCMOS o bipolar, que presenten una resistència equivalent molt més baixa. Per exemple, agafant un inversor BiCMOS com a la figura 5.41 i fent una anàlisi en petit senyal, es té una resistència de sortida aproximat:

$$R_d^{-1} = \frac{\beta_1 + 1}{r_{\pi 1} + R_{M3}} \text{ per out}=1$$

$$R_d^{-1} = \frac{\beta_1 + 1}{r_{\pi 1} + R_{M4}} + \frac{\beta_2 + 1}{r_{\pi 2} + R_{M1}} \text{ per out}=0$$

Considerant valors típics $R_M = 10k\Omega$, $\beta = 100$, i menyspreant r_{π} , es té una resistència equivalent entre 50 i 100 Ω , que pot ser molt bé inferior a la impedància de la

línia. Per això, els circuits BiCMOS són més susceptibles a oscil·lacions, degut a ser també de resposta més ràpida.

5.5 Resum i conclusions del capítol

En aquest capítol s'han presentat valors típics de paràmetres elèctrics d'interconnexions a circuits integrats. S'ha fet un estudi considerant tres nivells d'interconnexió, amb diferents amplades de línia. Aquest estudi permet per una banda treure conclusions sobre variables de disseny, com l'amplada d'interconnexions i distància de la línia a terra, i per altra banda, és una aproximació a l'estudi de l'escalat d'interconnexions.

De les dades presentades es pot concloure:

- La reducció de dimensions comporta una disminució cada cop menor de l'auto-capacitat de la línia.
- La reducció de tamanys té com a conseqüència un augment de la capacitat d'acoblament entre línies, degut a la separació més petita que hi ha entre elles. Això es posa de manifest sobre tot en les capes superiors d'interconnexió quan el substrat fa de referència.
- Si el substrat no fa de referència, la disminució de capacitat de les línies ve acompanyada per un fort augment de l'acoblament capacitiu entre línies. La separació entre línies fa disminuir poc l'acoblament, que només es pot reduir amb una línia de terra propera a la línia de senyal.
- El valor de la inductància disminueix en disminuir les dimensions de les interconnexions, degut a la reducció de la distància entre línia de senyal i línia de terra. Per altra banda, si la distància a terra és constant, una amplada més gran de línia fa disminuir la inductància.
- L'acoblament inductiu disminueix poc amb la distància entre línies. Igual que passava amb el cas de capacitat amb substrat aïllat, la manera efectiva de reduir la constant d'acoblament inductiu és posar una línia de terra a la vora de les línies de senyal.
- La velocitat de propagació és poc dependent de l'amplada de les línies. Depèn bàsicament de la distància entre línies.
- El valor de la impedància característica és molt dependent de la distància entre línia i terra, augmentant amb aquesta distància.
- Segons els valors calculats, els efectes de línia de transmissió seran importants per a línies de longitud entre 1 i 2 mm i per a tecnologies molt ràpides.
- Les línies de *polycide* tenen dos possibles modelitzacions, en funció de la seva longitud: o capacitat i resistència concentrades, per a línies de longitud inferior a 1 o 2 mm, o línia RC distribuïda, per a línies més llargues. Donat que aquest

material es fa servir per interconnexions locals, el model d'elements concentrats és el més adequat.

- Les línies d'alumini es poden modelar com a paràmetres concentrats (resistència i capacitat si la resistència de la línia és més gran que la impedància característica, i resistència, capacitat i inductància en cas contrari), com a model RLC distribuït per a longituds intermitges entre 1 i uns quants mil.límetres, i com a model RC per a llargues distàncies, per a longituds de més d'uns quants mil.límetres.