

UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA

UPC

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

***Control en modo deslizante aplicado a
la generación de señal en convertidores
conmutados DC/DC.***

Tesis doctoral presentada
para la obtención del título
de doctor

Domingo Biel Solé

Directores:

Enric Fossas i Colet

Francesc Guinjoan Gispert

Mayo de 1999



Biblioteca Rector Gabriel Ferraté
UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA

1400382320
T 99/79.



UNIVERSITAT POLITÈCNICA
DE CATALUNYA

*Les llàgrimes que es ploren s'evaeixen
tot el que la terra es breu!
Les flors sobre la tomba es mereixen:
sols l'oració va a Deu!*

J. Verdaguer

Dedicado a mi madre
(A.C.S.)

Agradecimientos

El trabajo realizado ha requerido la colaboración de muchas personas, algunas han participado de forma directa y otras han colaborado en otras tareas de apoyo y soporte pocas veces reconocidas. Por este motivo éste es, sin lugar a dudas, el punto más difícil de redactar de todo el trabajo.

En primer lugar quisiera agradecer a mis directores de tesis, Enric Fossas i Colet y Francesc Guinjoan Gispert, la atención y apoyo, así como sus enseñanzas, que me han prestado a lo largo del periodo de tiempo que nos ha llevado este trabajo. Sin embargo, a pesar de su buen hacer y su acertada dirección, no son estos los capítulos que más aprecio. La calidad humana en el trato y el respeto son los aspectos que reflejan la calidad de un maestro. Mi más cordial enhorabuena por el trabajo desarrollado.

En este trabajo han colaborado mediante sugerencias e ideas una pleyade de estudiantes, Antonio Jiménez Márquez, Miquel Marqués Palomés, Xavi Díaz García, Mónica Díaz Llera, etc., que forman una lista numerosa. No pretendo formar una lista nominal dado que podría olvidar a alguno. Sin embargo, debo agradecer el esfuerzo y apoyo de forma desinteresada que me han ofrecido en algunos momentos.

Capítulo aparte merecen algunos compañeros de mi departamento, a ellos debo agradecerles el buen humor desarrollado.

Por último, agradecer a mi familia y amigos en general el apoyo moral que me han proporcionado en todo momento.

Domingo Biel Solé

Mayo de 1999

Financiación

El Ministerio de Educación y Cultura ha contribuido a la financiación de esta Tesis que se ha realizado dentro del marco de la ayuda *"Diseño y realización de controladores no lineales para convertidores conmutados"* CICYT (TAP97-0969-C03-03).

Índice

Capítulo 1. Antecedentes y objetivos

1.1. Regulación DC/DC.....	1.1
1.2. Los convertidores conmutados como sistemas de estructura variable.....	1.2
1.3. Control en modo deslizante.....	1.2
1.3.1. Reguladores DC/DC conmutados controlados en modo deslizante.....	1.2
1.3.1. Conversión DC/AC con control en modo de deslizamiento.....	1.3
1.4. Generación de señal con control en modo deslizante.....	1.7
1.5. Objetivos y organización del trabajo.....	1.7

Capítulo 2. Seguimiento de señal en convertidores conmutados DC/DC de segundo orden

2.1. Representación paramétrica de la dinámica de convertidores elementales en el espacio de estado.....	2.1
2.2. Control en modo de deslizamiento para regulación en tensión.....	2.3
2.2.1. Superficies de conmutación definidas por una única variable de estado.....	2.4
2.2.2. Otras alternativas en la definición de la superficie de conmutación.....	2.6
2.3. Seguimiento de una señal de referencia.....	2.8
2.3.1. Caso particular: Señal de referencia periódicas con valor medio nulo.....	2.10
2.3.2. Convertidores elementales con pérdidas.....	2.15
2.4. Resumen y comentarios finales del capítulo.....	2.17

Capítulo 3. Generación de señal en modo de deslizamiento en un convertidor Buck

3.1. Seguimiento de señal en un convertidor Buck.....	3.1
3.1.1. Ecuación de estado del convertidor Buck.....	3.1
3.1.2. Seguimiento de señal.....	3.2

3.2. Generación de señales.....	3.4
3.2.1. Seguimiento y generación de señal.....	3.4
3.2.2. Robustez.....	3.6
3.2.3. Dominio de deslizamiento.....	3.6
3.2.3.1. Dominio de deslizamiento con carga resistiva.....	3.6
3.2.3.2. Dominio de deslizamiento con carga no lineal.....	3.10
3.2.3.3. Dominio de deslizamiento con carga reactiva.....	3.10
3.2.4. Diseño del control.....	3.12
3.2.5. Resultados de simulación con la ley de control propuesta.....	3.14
3.2.6. Ley de conmutación con control de tres estados.....	3.15
3.2.7. Dinámica deslizante ideal y estado transitorio en tiempo mínimo.....	3.16
3.2.7.1. Estado transitorio en régimen deslizante.....	3.16
3.2.7.2. Antecedentes del control en tiempo mínimo..	3.16
3.2.7.3. Control en tiempo mínimo.....	3.17
3.2.7.4. Generación de señal en tiempo mínimo.....	3.19
3.2.6. Convertidor Buck con pérdidas.....	3.20
3.3. Consideraciones sobre la implementación del control.....	3.23
3.3.1. Implementación analógica.....	3.23
3.3.2. Implementación digital.....	3.23
3.3.2.1. Normalización de las variables de estado: variables normalizadas XY.....	3.23
3.3.2.2. Estado transitorio en el plano XY.....	3.27
3.3.2.3. Consideraciones sobre la frecuencia de conmutación.....	3.35
3.3.2.4. Consideración sobre la realización electrónica del control.....	3.41
3.4. Resultados experimentales.....	3.45
3.5. Resumen y comentarios finales del capítulo.....	3.50

Capítulo 4. Generación de señal en convertidores no lineales

4.1. Seguimiento de señal en convertidores no lineales con control en modo de deslizamiento.....	4.1
4.2. Seguimiento de señal en un convertidor Boost.....	4.3
4.3. Seguimiento de señal en un convertidor Buck-Boost.....	4.9
4.3.1. Seguimiento de señal de referencia con valor medio nulo.....	4.12
4.4. Generación de señal en convertidores no lineales.....	4.17
4.5. Robustez.....	4.20
4.6. Convertidores elementales con pérdidas.....	4.25
4.7. Resumen y comentarios finales del capítulo.....	4.28

Capítulo 5. Control en modo deslizante de un convertidor Boost-Buck con salida senoidal

5.1. Alternativas de diseño del control en modo deslizante en un convertidor Boost-Buck.....	5.1
5.2. Diseño del control en modo deslizante de la etapa Buck.....	5.3
5.2.1. Seguimiento de señal.....	5.3
5.2.2. Generación de señal.....	5.5
5.3. Diseño del control en modo deslizante de la etapa Boost.....	5.6
5.3.1. Estudio de superficie de conmutación lineal.....	5.8
5.3.2. Estudio de superficie de conmutación Proporcional Integral.....	5.10
5.4. Diseño de parámetros del convertidor Boost-Buck y de las superficies de conmutación.....	5.11
5.5. Resultados de simulación.....	5.14
5.6. Resultados experimentales.....	5.17
5.7. Resumen y comentarios finales del capítulo.....	5.24

Capítulo 6. Conclusiones y líneas futuras

6.1. Conclusiones del trabajo.....	6.1.
6.2. Líneas futuras.....	6.2.

Bibliografía

Capítulo 1

Antecedentes y objetivos

1.1. Regulación DC/DC

La regulación DC/DC es el modo de operación más común de los convertidores conmutados de potencia, teniéndose una tensión no regulada a la entrada del convertidor y obteniéndose una tensión continua prefijada y regulada en su salida. Existen diversos métodos de control para lograr la regulación deseada, destacándose, por su importancia, el método de control mediante modulación de anchura de pulsos y el control en modo de deslizamiento.

Tradicionalmente, el diseño de subsistemas de control en convertidores conmutados DC/DC se ha realizado mediante la técnica de modulación de anchura de pulsos (PWM). Debe reseñarse que este procedimiento exige obtener un modelo de pequeña señal del convertidor, que es válido alrededor del entorno del punto de equilibrio para el que se ha realizado la linealización y que no permite conocer el comportamiento del mismo cuando la señal de excitación es de magnitud importante; posteriormente, se realiza el diseño del subsistema de control mediante técnicas de control clásico. Es conocido el hecho de que puede obtenerse el modelo promediado del controlador no lineal PWM sustituyendo la señal de control discreta por una función continua denominada “ciclo de trabajo” [Sira-Ramírez, 1989]. La principal ventaja de este tipo de control reside en su característica de frecuencia fija de conmutación lo que permite un dimensionado adecuado de los componentes debido a que el espectro de las señales del convertidor queda perfectamente establecido; sin embargo, resulta difícil la obtención de la dinámica instantánea del convertidor. Sin embargo, en funcionamiento como regulador de tensión suele ser suficiente, de cara al diseño, conocer la dinámica promediada del convertidor, de más fácil obtención.

1.2. Los convertidores conmutados como sistemas de estructura variable

Como alternativa a los modelos linealizados, los convertidores conmutados pueden considerarse como sistemas de estructura variable (VSS) al presentar en modo de conducción continuo dos topologías lineales en función del valor de la señal de control. Debe observarse el carácter “bang-bang” [Leitmann, 1966] de la señal de control que permite una caracterización bilineal (y por lo tanto no lineal) del convertidor. La utilización de la teoría de control no lineal aplicada sobre sistemas de estructura variable permite un conocimiento y un control más preciso de la dinámica resultante.

De este modo, alternativamente a las estrategias de diseño del control basadas en aproximación lineal del convertidor mediante el modelo en pequeña señal, en 1976, W.W. Burns y T. G. Wilson [Burns y Wilson, 1976] analizan el comportamiento dinámico de diversas estructuras convertidoras en el plano de estado; observando que las no linealidades intrínsecas del sistema pueden evidenciarse en este dominio, llegando, inclusive, a razonar su comportamiento promediado; describen con detalle las características de distintas leyes de control en el plano de estado, originando estudios sobre distintas posibilidades de regulación en convertidores Buck, Boost y Buck-Boost, así como el planteamiento original de algunas aplicaciones como la consideración de alcanzabilidad de un valor estacionario en tiempo mínimo en el caso del convertidor Buck. Posteriormente, en 1978 [Burns y Wilson, 1978] los mismos autores proponen utilizar las trayectorias de estado como posibles funciones de control. Este último punto es analizado y comparado con una solución no aproximada por Biel, Martínez-Salamero et al. en [Biel et al., 1996] y en [Biel et al., 1996].

La aparición del plano de estado como herramienta de trabajo plantea uno de los problemas más importantes de la teoría de control, consistente en el diseño de controladores que permitan el seguimiento de una determinada trayectoria por parte de alguna de las variables de un sistema tanto lineal como no lineal, garantizando, de este modo, una dinámica deseada en la variable controlada.

1.3. Control en modo deslizante

Como solución al problema anteriormente comentado surge la teoría del control en modo deslizante. El control en modo deslizante (VSC) aplicado a sistemas de estructura variable (VSS) fue introducido en los años 50 en la antigua Unión Soviética por Emelyanov y otros colaboradores [Emelyanov, 1967]; desde entonces, ha sido desarrollado en sistemas no lineales, multi entrada-salida, sistemas discretos, sistemas estocásticos, etc., en aplicaciones en campos tan diversos como la electrónica de potencia, problemas de diseño aerospacial, control de brazos robot, etc. Las características más importantes se deben a la adición de robustez al sistema respecto a variaciones de sus parámetros y perturbaciones externas; mediante la técnica de control en modo deslizante cuando el sistema se encuentra en régimen deslizante el orden de la dinámica se reduce en un grado y las características de la superficie de deslizamiento se “imponen” al sistema.

Según la definición de Sira-Ramírez [Sira-Ramírez, 1988] una superficie en el espacio de estado de un sistema dinámico representa una relación entre las variables de estado que describen el comportamiento del sistema. Si éste es forzado a evolucionar sobre esta superficie, las relaciones estáticas de la dinámica resultante quedan determinadas por los parámetros y ecuaciones que definen la superficie. Por otra parte, la acción de control ha de ser la apropiada para que las trayectorias del sistema se “dirijan” hacia la superficie. Cuando esto ocurre se dice que el sistema se encuentra en régimen o dinámica deslizante y la superficie se denomina superficie de deslizamiento.

El diseño de esta estrategia de control se realiza en dos pasos: inicialmente, se escoge una superficie de conmutación que provea asintóticamente la dinámica deseada en régimen deslizante y, posteriormente, se diseña el circuito de control para lograrla (Utkin [Utkin, 1992] (así como su libro [Utkin, 1978]), DeCarlo et al. [DeCarlo, Zak y Matthews, 1988], Sira-Ramírez [Sira-Ramírez, 1988] y Hung et al. [Hung, Gao y Hung, 1989]).

1.3.1. Reguladores DC/DC conmutados controlados en modo deslizante

En el contexto de la conversión conmutada, el control en modo deslizante se ha aplicado históricamente por primera vez en la regulación de tensión DC/DC. Existen diversos trabajos respecto a la estabilización de tensión continua a la salida de convertidores conmutados. Como referencia básica puede señalarse el artículo de Sira-Ramírez [Sira-Ramírez, 1987] en el que se presentan superficies de deslizamiento lineales sobre convertidores elementales estudiándose la existencia de régimen deslizante en el plano de fase. Por otra parte, con el objetivo de lograr robustez frente a perturbaciones externas se añaden superficies lineales, no lineales y variantes en el tiempo a las superficies elementales presentadas en [Sira-Ramírez, 1987]. Debe mencionarse que la lista de referencias en estos casos es extensa y el lector debe remitirse a las actas de los congresos de electrónica de potencia y control.

En la referencia [Sira-Ramírez, 1989] se describe la equivalencia existente entre el régimen deslizante y la respuesta obtenida con un control PWM en sistemas de dinámica no lineal. Para lograr este objetivo el estudio debe presuponer una frecuencia de conmutación infinita.

En el caso particular de diseñar un control en modo deslizante sobre sistemas lineales puede utilizarse el método de asignación de polos basado en la fórmula de Ackermann [Ackermann y Utkin, 1998] para determinar los coeficientes de la superficie de conmutación, definida esta como una función lineal de las variables de estado del sistema.

En [Redl y Sokal, 1985] Redl y Sokal presentan controladores en modo corriente basados en las técnicas de realimentación de tensión y corriente que son sencillos de implementar y ofrecen una regulación con

respuesta transitoria cercana a la óptima pero que, como contrapartida, poseen parámetros dependientes del punto de trabajo del convertidor. De hecho, la aplicación de esta técnica en estructuras de orden superior como las topologías Cuk o Sepic, presenta dificultades en el análisis de la estabilidad del sistema. Como alternativa en [Mattavelli, Rossetto, Spiazzi y Tenti, 1993] se describe un controlador en modo deslizante de propósito general aplicado a los convertidores conmutados Buck, Boost, Buck-Boost, Cuk y Sepic ofreciendo una frecuencia de conmutación constante, un sencillo ajuste de parámetros del controlador y eliminando los errores en estado estacionario. En la comunicación [Mattavelli, Rossetto y Spiazzi, 1997] se presenta un estudio enfocado a la búsqueda de un modelo de pequeña señal de convertidores DC/DC controlados en régimen deslizante operando en modo de conducción continuo, con el objetivo de describir los efectos de las variaciones de los parámetros del circuito y del controlador, y permitir comparar el control en modo deslizante con otras técnicas de control como el control en PWM o el control en modo corriente.

En el artículo [Sira-Ramírez y Rios-Bolivar, 1994] se presenta un método de síntesis de controles en modo deslizante para convertidores de potencia conmutados DC/DC. El método conlleva una linealización del sistema a controlar alrededor de un punto de equilibrio y ofrece, como resultado, una superficie de conmutación que depende de las variables de estado de forma no lineal. La ventaja del método propuesto estriba en la síntesis directa de la superficie de conmutación no lineal a partir de una superficie lineal que garantiza la estabilidad del sistema alrededor del punto de equilibrio y, por otra parte, permite parametrizar la superficie no lineal respecto al punto de regulación deseado. Como contrapartida la superficie obtenida resulta de carácter altamente no lineal dificultando su posible implementación práctica. Así, previo a este último artículo, se había presentado la referencia [Sira-Ramírez, 1991] donde se realizó el diseño de un controlador proporcional-integral no lineal para convertidores conmutados utilizando la técnica anteriormente mencionada, conjuntamente con el método de Ziegler-Nichols de diseño de controladores lineales en dominio frecuencial. En [Hiti y Boroyevich, 1994] se aplica la técnica de la linealización extendida presentada anteriormente en [Sira-Ramírez, 1991] conjuntamente con un control de corriente no lineal [Redl y Sokal, 1985] que había sido aplicado en [Hiti y Boroyevich, 1993] para obtener regulación DC/DC en un convertidor Boost con tensión de salida ajustable y carga resistiva desconocida. De este modo, el control propuesto reduce la sensibilidad del sistema frente a las variaciones de carga resistiva añadiendo, a su vez, las ventajas de control en modo corriente.

Una de las desventajas más notorias del control en modo de deslizamiento es la aparición de "chattering" debido a que la frecuencia de conmutación real no es infinita. En [Cardoso, Menezes, Moreira y Cortizo [1992] se estudia el problema del control de convertidores de potencia operando a frecuencia limitada desde un punto de vista experimental. Para ello en el artículo se proponen varios métodos de reducción de la frecuencia de conmutación (utilización de un ciclo de histéresis, frecuencia de muestreo constante, estado de conducción (ON) constante, frecuencia de conmutación constante y limitación de la máxima frecuencia de conmutación) y los resultados obtenidos con estas técnicas se comparan, a nivel de dinámica y errores en estado estacionario) con la respuesta ideal a frecuencia infinita en un convertidor conmutado Buck DC/DC. Como conclusión, los autores indican que el control con ciclo de histéresis y de frecuencia de conmutación fija son los que ofrecen los errores en estado estacionario menores y conllevan respuestas dinámicas cercanas a la ideal. Sin embargo, como contrapartida, el estudio se realiza de forma experimental quedando pospuestos para futuros trabajos de investigación el desarrollo teórico del problema.

En [Nicolas, Fadel y Chéron, 1995] se desarrolla una ley de control de estructura variable basada en la Función de Lyapunov en un convertidor reductor con filtro de entrada. En esta comunicación, además, se obtiene una expresión analítica de la frecuencia de conmutación en régimen estacionario cuando se utiliza una superficie de conmutación conjuntamente con un ciclo de histéresis.

1.3.2. Conversión DC/AC con control en modo de deslizamiento

Desde un punto de vista general, la conversión DC/AC permite el diseño de onduladores utilizados en sistemas de alimentación de emergencia (UPS) (los sistemas UPS se utilizan como suministradores de potencia de emergencia a cargas críticas como puedan ser los sistemas de telecomunicación, computadoras de sistemas de navegación aérea y sistemas de mantenimiento en hospitales, en el caso de

fallo del sistema de potencia), en sistemas aeroespaciales y en sistemas que adaptan cargas de alterna a fuentes de energía alternativas como por ejemplo arrays fotovoltaicos o aerogeneradores. Las fuentes de potencia de AC utilizadas en el campo del test (por ejemplo [Van der Broek y Lürkens, 1993] constituyen otra aplicación de los onduladores.

El sistema conversor puede dividirse funcionalmente en dos: en un subsistema encargado de realizar la conversión propiamente, y un subsistema de control que genera la señal de control, adecuada para lograr las características exigibles de baja distorsión armónica total de la señal de salida, alto rendimiento energético, bajo nivel de generación de interferencias electromagnéticas (EMI), baja sensibilidad frente a perturbaciones y una respuesta dinámica rápida.

La conversión DC/AC se basa, fundamentalmente, en un filtrado de una señal con características de onda cuadrada generada por un puente completo de interruptores (transistores y diodos) [Mohan, Underland y Robbins, 1989]. La frecuencia de esta señal depende de la frecuencia de conmutación del puente diferenciándose, de este modo, dos tipos de conversión:

- **Conversión de baja frecuencia:** en este caso, la frecuencia de la señal onda cuadrada generada es igual a la frecuencia de la señal senoidal que se pretende obtener a la salida del convertidor. Este tipo de conversión es útil a altas potencias, con el objetivo de mejorar el rendimiento, debido a las pérdidas por conmutación de los semiconductores. Sin embargo, resulta poco eficaz debido a la dificultad del dimensionado adecuado de los componentes del filtro, dado que este debe ser bastante restrictivo para eliminar los armónicos superiores.
- **Conversión de alta frecuencia:** la frecuencia de la señal onda cuadrada es mucho mayor que la frecuencia de la señal senoidal que se pretende obtener, de modo que el armónico fundamental tras el filtrado debe ofrecer la señal deseada a la salida. En este caso, dada la lejanía frecuencial de las componentes espectrales del desarrollo en Serie de Fourier de la señal onda cuadrada, no existe el problema de dimensionado anteriormente comentado.

Dentro de este último tipo de conversión, existen referencias obligadas que indican el desarrollo de este campo de aplicación de la utilización de estructuras convertidoras DC/DC como sistemas e conversión DC/AC.

Onduladores con modulación de anchura de pulsos (PWM)

Como primera referencia puede indicarse la contribución de A. Capel et al. [Capel, Marpinard, Jalade y Valentin, 1983] que en 1983 presentan una ley de control mediante PWM con realimentación de corriente (MC2) para el seguimiento de una señal de referencia senoidal; para ello presentan un ondulator PWM que suponiendo una señal de referencia de periodo mucho mayor que las constantes de tiempo características del convertidor promediado (aproximación de señal localmente constante) permite el diseño de los parámetros del control.

En 1985 Gokhale et al. [Gokhale, Kawamura y Hoft, 1985] presentan un control discreto dead-beat para lograr seguimiento de la señal senoidal por parte de la señal de salida de un convertidor un puente completo controlado por PWM. Esta ley de control ofrece corrección del error en un ciclo de conmutación pero impone, por su propia naturaleza, una aproximación de señal localmente constante que limita la frecuencia de la señal de referencia. Además, el control mediante técnicas dead-beat tiene la desventaja de ser altamente sensible a las variaciones de la carga y a los parámetros del sistema. Por otra parte, requieren una alta relación valor máximo respecto valor medio en las señales de control para obtener el efecto dead-beat deseado.

Según [Kawamura, Haneyoshi y Hoft, 1986] la técnica anterior puede mejorarse utilizando únicamente la tensión de salida, en lugar de la tensión y la corriente de condensador como en la aportación de Gokhale et al., para lograr este propósito se realiza un cálculo dead-beat mediante microprocesador considerando la muestra actual y la muestra previa de la tensión.

Las estrategias de control basadas en implementaciones analógicas y digitales comentadas anteriormente son comparadas en [Jezernik, Milanovic y Zdravec, 1989] por Jezernik et al., donde se describen y analizan dos métodos de control que son : 1- procedimiento basado en un control de histéresis con una única variable sensada y 2- método basado en dead-beat.

La técnica denominada “valor medio instantáneo” es utilizada por Maussion et al. [Maussion, Grandpierre, Faucher y Hapiot, 1989] para reducir los problemas existentes en la estrategia de control

presentada en [Gokhale, Kawamura y Hoft, 1985] cuando el sistema alimenta a cargas no lineales. Para lograr este objetivo el control utiliza un compensador digital y un corrector predictor para realizar la regulación en estado estacionario. Otra alternativa para independizar el diseño del controlador dead-beat de la carga consiste en utilizar un modelo de variables de estado donde la carga se considera como una perturbación del sistema. Esta es la base del control propuesto por Cha et al. [Cha, Kim, Kang y Chung, 1990] que diseñan un controlador dead-beat conjuntamente con un predictor y un compensador proporcional integral utilizando para ello un sensado de la tensión y de la corriente de salida, así como la corriente de inductor.

Onduladores con control en modo deslizante

En 1984 [Kawamura y Hoft, 1984] presentan una comunicación en la que utilizan un control proporcional integral derivativo con la señal de error, generada como comparación de la tensión de salida de un convertidor Buck y una señal de referencia senoidal, aplicado, a través de un ciclo de histéresis adaptativo, a un inversor. Este control tipo bang-bang constituye una de las primeras referencias de aplicación sin modulador de anchura de pulsos en el campo de la conversión DC/AC

En 1988 Carpita et al. [Carpita, Marchesoni, Oberti y Puglisi, 1988] presentaron una comunicación en la que se pone de manifiesto las características del seguimiento de una señal senoidal mediante un control en modo deslizante. En esta aplicación se desarrolla la superficie de deslizamiento que ofrece una relación lineal de las variables de estado corriente y tensión en el condensador, adecuada para obtener señal senoidal sobre la carga con una rápida respuesta transitoria y una regulación en régimen estacionario que ofrece insensibilidad a variaciones paramétricas y robustez frente a perturbaciones externas. Sin embargo, existe un compromiso entre la relación de los coeficientes de la superficie y el dominio de deslizamiento del sistema, de manera que a medida que mejora la respuesta transitoria disminuye el dominio de existencia de régimen deslizante. En [Carpita, Farina y Tenconi, 1993] Carpita et al. y en [Zdravec y Jezernik, 1991] Zdravec et al. realizan una implementación electrónica del control diseñado mediante la filosofía anterior. En las referencias [Carpita, Farina y Tenconi, 1993] y [Carpita, 1994] también se realiza un estudio comparativo a nivel de simulación y experimental entre la conmutación a tres (la señal de control puede adquirir tres valores) o dos niveles en función del gobierno adecuado del puente completo. Tal y como se puede observar en esta comunicación la técnica de tres niveles mejora el rendimiento para la misma frecuencia de conmutación de la señal de control aunque la dinámica es un poco peor que cuando se utilizan dos niveles.

En 1989 F. Boudjema et al. [Boudjema et al, 1989] utilizando conceptos de geometría diferencial, y asumiendo frecuencia de conmutación infinita, introducidos en [Sira-Ramírez, 1988] que establecen las relaciones entre el control en modo deslizante y el control basado en modulación de anchura de pulsos, presentan métodos de control en modo deslizante y control PWM aplicados a realizar seguimiento de señal senoidal en un convertidor Buck con puente completo. Para ello se usa una realimentación lineal de las variables de estado y se determinan los coeficiente de los controladores mediante asignación de polos. Con el objetivo de eliminar el error en estado estacionario cometido a frecuencia de conmutación limitada, el autor añade una acción integral a la superficie de conmutación.

El estudio realizado en [Ruiz, Lorenzo, Lobo y Amigo, 1990] determina la histéresis adaptativa que debe utilizarse con el objetivo de fijar la frecuencia de conmutación en el control en modo deslizante; que considera una relación lineal entre la tensión de salida y su derivada, aplicado al seguimiento de señal senoidal en un convertidor Buck. A partir del análisis se obtiene una expresión analítica de la frecuencia de conmutación máxima y mínima del sistema de control con ciclo de histéresis fijo y, posteriormente, se diseña la ciclo de histéresis variable a fin de fijar la frecuencia de conmutación.

En 1993 P. Bidan et al. [Bidan, Valentin y Martínez-Salamero, 1993] realizan el estudio de seguimiento de señal en un convertidor resonante con control en modo corriente. Considerando el control en modo corriente como un caso particular del control en modo deslizante (ventajas de alta estabilidad, alta robustez, limitación de corriente, etc.) utilizan una superficie dependiente del error de tensión, de la integral del error de tensión (para eliminar error producido por variaciones de las corrientes) y del error de corrientes (entre la corriente de salida y el valor medio de la corriente de inductor) para lograr seguimiento de señal senoidal en un convertidor resonante. Para realizar el diseño se considera señal localmente constante.

En esta misma línea de actuación pueden reseñarse los trabajos de Fossas, Martínez-Salamero y Ordinas [Fossas, Martínez-Salamero y Ordinas, 1992] y Fossas y Martínez-Salamero [Fossas y Martínez-

Salamero, 1993] en los que se obtienen superficies de deslizamiento que, mediante aproximación de señales localmente constante, logran seguimiento de señal con propiedades de robustez frente a perturbaciones externas en un convertidor de Cuk.

En [Sira-Ramírez y Prada-Rizzo, 1993] Sira-Ramírez y Prada-Rizzo realizan el diseño de la superficie de deslizamiento para lograr seguimiento de una señal senoidal mediante una técnica de asignación de polos deseada en el sistema; debe reseñarse que esta metodología presenta problemas en convertidores conmutados no lineales respecto a la señal de control.

Existen diversos procedimientos para fijar la frecuencia de conmutación de un control en modo deslizante, anteriormente se comentó la aportación de Ruiz et al. mediante el uso de un ciclo de histéresis adaptativo. La comunicación [Silva y Paulo, 1993] introduce un control en modo deslizante aplicado al seguimiento de señal senoidal a frecuencia fija. En este caso, la metodología se basa en utilizar una superficie que considera como variables de realimentación la tensión y la corriente de salida, así como la corriente de inductor, conjuntamente con una señal externa y un ciclo de histéresis que, bajo determinadas condiciones que los autores detallan, permiten fijar la frecuencia de conmutación del sistema.

El diseño de un sistema UPS con control en modo deslizante completo puede observarse en la referencia [Pinheiro, Martins y Pinheiro, 1994]. En este artículo se describe un sistema de control que no necesita medir la corriente de salida, proporciona un error nulo en estado estacionario a frecuencia constante y que está protegido frente sobrecorrientes y cortocircuitos. A partir de la superficie de conmutación introducida por Carpita et al. en [Carpita, Farina y Tenconi, 1993] se realizan sucesivas modificaciones, incluyendo la filosofía detallada en [Silva y Paulo, 1993] para fijar la frecuencia de conmutación, hasta alcanzar el diseño definitivo del sistema de control.

En [Nicolas, Fadel y Chéron, 1996] presentan una fuente monofásica de potencia basada en un convertidor reductor Buck con filtro de entrada y control en modo deslizante a frecuencia de conmutación constante utilizando, de nuevo las referencias [Carpita, Farina y Tenconi, 1993] y [Pinheiro, Martins y Pinheiro, 1994].

Se han propuesto técnicas de control mediante múltiples lazos, pudiéndose resaltar el trabajo de Abdel-Rahim y Quaicoe [Abdel-Rahim y Quaicoe, 1994] que presentaron un esquema de control mediante un lazo de tensión y un lazo de corriente trabajando a frecuencia fija y con ciclo de trabajo variable para obtener señal senoidal a la salida con mínima distorsión; para ello se utiliza un control de regulación en corriente utilizando la corriente del condensador como variable realimentada para compararla con una señal senoidal y, a su vez, se incorpora un lazo de control de tensión de salida para lograr regulación de tensión cuando ocurran variaciones en la carga. En la comunicación se analiza la estabilidad del sistema mediante el modelo promediado del convertidor y se aplica seguimiento de señal localmente constante. A través del Lugar Geométrico de las Raíces los autores muestran la necesidad de la realimentar en corriente (del condensador en este caso) para evitar una dinámica oscilante de la tensión de salida y, debido a que la corriente de condensador representa el cambio de carga, el esquema de control es capaz de corregir variaciones de la carga, obteniendo una dinámica rápida.

En [Fossas y Olm, 1994] Fossas y Olm resuelven el problema de seguimiento de señal en convertidores elementales, planteando la solución dada por la superficie de deslizamiento formada por la variable de estado corriente en el inductor, conjuntamente con la señal que ofrece la solución de la ecuación diferencial resultante de unificar las ecuaciones de estado, eliminando la señal de control en estas ecuaciones, donde la señal de salida es la señal deseada. La ecuación diferencial resultante es resoluble en el caso del convertidor Buck, mientras que es únicamente resoluble por procedimientos numéricos en el caso de los convertidores no lineales; esta ecuación diferencial no resoluble analíticamente pertenece al tipo de ecuaciones diferenciales de Abel. El estudio realizado en [Olm, Fossas y Biel, 1996] permite concluir que la señal solución de la ecuación diferencial de Abel en el caso de convertidores no lineales es inestable.

Las comunicaciones presentadas por Nguyen y Lee [Nguyen y Lee, 1995] y [Nguyen y Lee, 1996] detallan estudios que introducen la frecuencia de conmutación constante como un parámetro adicional a la hora de realizar el diseño del control en modo deslizante. En conclusión, el resultado obtenido coincide con el ya determinado en referencias anteriores cuando se resuelve un problema de regulación, no siendo así cuando se enfoca el seguimiento de señal.

Por último, existen trabajos sobre sistemas de control en modo deslizante implementados sobre plataformas digitales, entre ellos pueden destacarse los realizados por Jung y Tzou [Jung y Tzou, 1993, 1994 y 1996] que aplicaron un control en modo deslizante para la regulación de un puente completo controlado por PWM en un sistema UPS; en este caso se utiliza una implementación digital mediante DSP en lugar de una implementación analógica debido a la complicación de diseño del hardware y las limitaciones que presenta sobre las señales de control. Para lograr este objetivo, el diseño de la ley de control conlleva una discretización del modelo del convertidor y de la superficie de conmutación, así como la utilización de la aproximación de señal localmente constante. Existen diversas variantes producidas por los mismos autores por lo que para no extender excesivamente la descripción se aconseja al lector observar las referencias bibliográficas.

1.4. Generación de señal con control en modo deslizante

El planteamiento general de la generación de señal en un convertidor conmutado reside en la diferenciación entre generación y seguimiento de señal por parte de un sistema. Puede afirmarse que un sistema determinado realiza seguimiento de señal cuando la diferencia entre la señal de referencia y una muestra de la señal de salida es nula, esto es, el error en régimen permanente es cero. Sin embargo, una estrategia alternativa permite la no existencia física de la señal de referencia externa variable en el tiempo; de este modo no puede realizarse la comparación entre la señal de referencia y la señal de salida y, por ello, se dice que el sistema “genera” la señal de salida. De este modo, el principal problema a resolver consiste en la búsqueda del proceso de transformación de leyes de control que logren seguimiento de señal en convertidores elementales en leyes de control que permitan generación de señal en los mismos. Resulta relevante que las leyes de control que no poseen referencia externa serán funciones autónomas. Por ello debe realizarse la transformación de funciones variables en el tiempo en funciones autónomas, para lograr este objetivo se necesitarán leyes de control expresables de un modo analítico. El problema de generación de señal no se basa, de este modo, en la señal de error sino que impone la dinámica deseada al sistema mediante una realimentación adecuada de las variables de estado.

El problema planteado implica un tratamiento analítico diferente para los sistemas no lineales y para el sistema lineal; de hecho, resulta relevante, a partir de la descripción realizada en estos antecedentes, que la característica no lineal de los convertidores elementales Boost, Buck-Boost y Cuk conllevará limitaciones en el estudio, la búsqueda de una solución y el rango de validez de la misma.

De este modo, el estudio conlleva una descripción correcta de las transformaciones a aplicar en los sistemas con descripción topológica lineal y los sistemas con descripción topológica bilineal. En los primeros el procedimiento de transformación ofrecerá superficies de deslizamiento autónomas con descripción analítica en función de los parámetros del sistema y de la señal que se pretende generar, mientras que en los segundos se deberán plantear aproximaciones mediante señal periódica a la solución numérica de la ecuación de Abel.

1.5. Objetivos y organización del trabajo

Teniendo en cuenta los antecedentes anteriores, este trabajo pretende abordar los siguientes objetivos:

- a) Establecer una metodología de diseño de las leyes de control no lineal en modo de deslizamiento para la generación de señal en las topologías elementales de convertidores conmutados DC/DC.
- b) Estudiar las diferentes posibilidades de realización analógica y digital de las distintas leyes de control.

Para cumplir estos objetivos el trabajo se organiza como a continuación se detalla.

El capítulo 2 aborda el estudio de las condiciones de diseño de un control en modo deslizante, con distintas superficies de conmutación, para el seguimiento de una señal de referencia externa en convertidores conmutados elementales. Este estudio permite centrarse en una superficie de conmutación a partir de la cual se abordará la problemática de la generación de señal, por tanto sin referencia externa, tanto en el convertidor conmutado reductor, aspecto tratado en el capítulo 3, como en convertidores elementales no lineales, tema desarrollado en el capítulo 4. Estos dos capítulos evidenciarán las dificultades existentes en conseguir generación de señal en estructuras de conversión elevadora y elevadora-reductora. Con el fin de lograr una generación de señal con característica de elevación de tensión, el capítulo 5 presenta una metodología de diseño, aplicando los principios previamente descritos, en un convertidor elevador-reductor (Boost-Buck). Finalmente, el capítulo 6 detalla las conclusiones de este trabajo y sugiere futuras líneas de investigación de cara a su continuación.

Capítulo 2

Seguimiento de señal en convertidores conmutados DC/DC de segundo orden

Con el fin de sentar las bases para la aplicación de los conceptos relacionados con la generación de señal en convertidores DC/DC de segundo orden, en el presente capítulo se detallarán algunas estrategias basadas en el control en modo deslizante aplicadas al seguimiento de señal en dichos convertidores. Para lograr este propósito se presentarán los resultados obtenidos con superficies de conmutación presentadas en trabajos anteriores y referenciados en la bibliografía. El capítulo se inicia presentando el modelo general en espacio de estado de los convertidores conmutados DC/DC de segundo orden. A continuación se estudiarán algunas estrategias de control en modo deslizante aplicadas a la regulación DC/DC en dichos convertidores. Y por último, se comentarán las características de márgenes de funcionamiento, estabilidad del sistema en régimen deslizante y diseño de la ley de control asociadas a las estrategias de control en modo deslizamiento, previamente descritas en el capítulo anterior, para lograr seguimiento de señal en dichos convertidores, y generalizándose el procedimiento de control propuesto para el estudio de convertidores conmutados con pérdidas.

2.1. Representación paramétrica de la dinámica de convertidores elementales en el espacio de estado

En este apartado se presentarán los modelos de los convertidores conmutados DC/DC elementales considerando componentes ideales. Posteriormente, se analizará el efecto de las pérdidas asociadas a los elementos del convertidor al realizar el estudio del seguimiento y generación de señal en los convertidores DC/DC.

Las figuras 2.1, 2.2 y 2.3 muestran la topología ideal de un convertidor reductor Buck, de un convertidor elevador Boost y de un convertidor Buck-Boost, respectivamente.

Definiendo las variables de estado corriente de inductor y tensión de condensador (que coincide con la tensión de salida debido a que no se considera la resistencia de pérdidas asociada al condensador), conjuntamente con la variable de control u (donde $u \in \{0,1\}$ dependiendo del estado del interruptor bidireccional en corriente ideal) se obtiene la tabla 2.1 que muestra las ecuaciones de estado de cada convertidor.

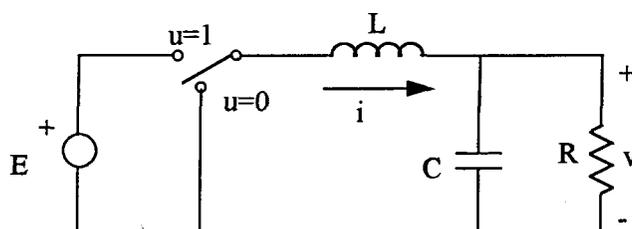


Fig. 2.1. Topología Convertidor Buck.

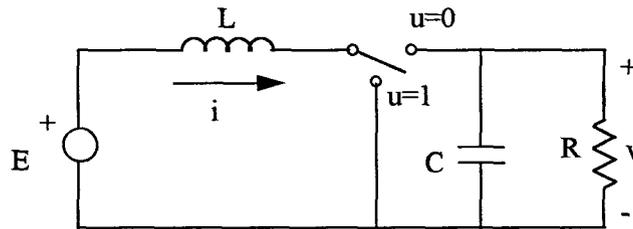


Fig. 2.2. Topología Convertidor Boost.

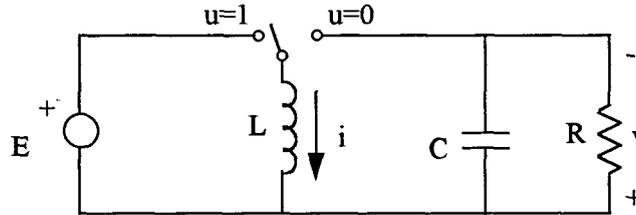


Fig. 2.3. Topología Convertidor Buck-Boost.

Obsérvese la inversión de polaridad respecto a la tensión de entrada en la definición de la tensión de salida en el convertidor Buck-Boost.

	Ecuación de estado
Buck	$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.1)$
Boost	$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \quad (2.2)$
Buck-Boost	$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.3)$

Tabla 2.1. Ecuaciones de estado de convertidores DC/DC de segundo orden ideales.

Con el objetivo de realizar un análisis conjunto de la regulación, el seguimiento y la generación de señal en los convertidores DC/DC de segundo orden debe obtenerse una ecuación de estado general. De este modo, agrupando adecuadamente las ecuaciones de estado de los convertidores elementales, la ecuación de estado conjunta puede expresarse del siguiente modo:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda}{L} \\ -\frac{\lambda}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} E \cdot (1-\gamma) \\ L & 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \cdot \gamma \\ L & 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.4)$$

donde se obtienen los diversos convertidores particularizando según la tabla 2.2.

	λ	γ
Buck	0	1
Boost	1	0
Buck-Boost	1	1

Tabla 2.2. Representación general de la ecuación de estado de convertidores elementales ideales.

En conclusión, los convertidores conmutados DC/DC pueden modelarse como sistemas bilineales definidos por:

$$\dot{X} = (A \cdot X + B) + (C \cdot X + D) \cdot u \quad (2.5)$$

donde, en este caso, el vector de estado vendría definido por $X = [i \ v]$ y la señal de control $u \in \{0,1\}$.

2.2. Control en modo de deslizamiento para regulación en tensión

En este apartado se revisarán algunas superficies de conmutación utilizadas en la literatura para lograr la regulación DC/DC en convertidores conmutados de segundo orden.

Antes de iniciar el desarrollo descriptivo de algunas estrategias utilizadas para lograr regulación de tensión en convertidores conmutados DC/DC elementales, se recordarán algunas nociones esenciales del procedimiento de análisis y diseño de un control en modo de deslizamiento. De forma resumida pueden indicarse los siguientes aspectos a tener en cuenta (para profundizar en el tema ver referencias [Utkin, 1992], [Utkin, 1978]), [DeCarlo, Zak y Matthews, 1988], [Sira-Ramírez, 1988] y [Hung, Gao y Hung, 1989]):

- Elección de la superficie de conmutación ($\alpha(X, t) = 0$), donde $X(t)$ es el vector de estado, que nos garantice la combinación deseada entre las variables de estado cuando el sistema se encuentre en régimen deslizante. Tal y como se puede observar en su definición la superficie de conmutación puede ser variable o invariante en el tiempo y está definida por una combinación lineal o no lineal entre las variables de estado.
- La existencia de régimen deslizante sobre la superficie de conmutación $\alpha(X, t) = 0$ por parte del sistema $\dot{X} = f(X, t) + g(X, t) \cdot u$, puede obtenerse a partir del conocimiento del control equivalente. El control equivalente se define como el valor que debería adquirir la señal de control para que el sistema se mantuviera sobre la superficie de conmutación, una vez la ha alcanzado. De este modo las condiciones que debe verificar el control equivalente son:

$$\begin{cases} \alpha(X, t) = 0 \\ \dot{\alpha}(X, t) = 0 \end{cases} \Rightarrow \frac{\partial \alpha}{\partial X} \cdot \dot{X} + \frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0 \Rightarrow \frac{\partial \alpha}{\partial X} \cdot [f(X, t) + g(X, t) \cdot u_{eq}] + \frac{\partial \alpha}{\partial t} = 0 \Rightarrow u_{eq} = - \frac{\frac{\partial \alpha}{\partial X} \cdot f(X, t) + \frac{\partial \alpha}{\partial t}}{\frac{\partial \alpha}{\partial X} \cdot g(X, t)}$$

La condición de transversalidad es $\frac{\partial \alpha}{\partial X} \cdot g(X, t) \neq 0$, que es una condición necesaria para la existencia de un modo de deslizamiento, e indica que $g(X, t)$ no debe ser tangente a la superficie de conmutación $\alpha(X, t) = 0$.

El dominio de existencia se obtiene imponiendo $\begin{cases} \alpha(X, t) = 0 \\ u^- < u_{eq} < u^+ \end{cases}$, donde u^- y u^+ son los valores mínimo y máximo, respectivamente, que puede adquirir la señal de control.

- La dinámica deslizante ideal (DDI) es aquella que se obtiene cuando el sistema se encuentra en régimen deslizante. La DDI viene determinada por las expresiones que definen las condiciones de invarianza

$$\begin{cases} \alpha(X, t) = 0 \\ \dot{X} = f(X, t) + g(X, t) \cdot u_{eq} \end{cases}$$

- Análisis de estabilidad en régimen deslizante. En el caso de regulación, cuando la dinámica deslizante es no lineal debe efectuarse una linealización alrededor del punto de equilibrio del sistema y comprobar la estabilidad asintótica local del sistema.
- La ley de control se logra imponiendo la función σ^2 como función de Lyapunov, esto es, $\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0$. Como resultado de este procedimiento se obtienen los valores u^- y u^+ que debe adquirir la señal de control para garantizar régimen deslizante cuando se verifiquen las condiciones de invarianza y de existencia de régimen deslizante.

2.2.1. Superficies de conmutación definidas por una única variable de estado

En este subapartado se revisarán superficies que involucran una única variable de estado, en consecuencia son las superficies de conmutación más sencillas. La primera opción consiste en efectuar un control directo de la tensión de salida, esto es, considerar únicamente una realimentación de la variable de estado que se desea controlar (como referencia puede utilizarse, por ejemplo, [Sira-Ramírez, 1987]). De este modo, si se desea efectuar una regulación mediante un control directo de la tensión de salida del convertidor, deberá suponerse la existencia de régimen deslizante sobre la superficie de conmutación

$$\sigma = v - V_{ref} \quad (2.6)$$

El control equivalente vendrá determinado por la expresión:

$$u_{eq} = \frac{i - \frac{V_{ref}}{R} + E \cdot \frac{\delta}{R}}{\lambda \cdot i} \quad (2.7)$$

Obsérvese que en el caso del convertidor Buck ($\lambda=0$) no se verifica la condición de transversalidad.

Para los restantes casos ($\lambda=1$), la dinámica deslizante ideal estará gobernada por:

$$\begin{cases} v = V_{ref} \\ \frac{di}{dt} = \frac{1}{L \cdot i} \cdot \left[E \cdot i - V_{ref} \cdot \frac{1}{R} \cdot (E \cdot \gamma + V_{ref}) \right] \end{cases} \quad (2.8)$$

Para determinar la estabilidad del sistema cuando se encuentra en dinámica deslizante ideal, puede linealizarse alrededor del punto de equilibrio:

$$\begin{cases} v^* = V_{ref} \\ i^* = \frac{1}{R \cdot E} \cdot [(E \cdot \gamma + V_{ref}) \cdot V_{ref}] \end{cases} \quad (2.9)$$

$$\frac{di}{dt} = \frac{R}{L} \cdot \frac{E^2}{V_{ref} \cdot (E \cdot \gamma + V_{ref})} \cdot (i - i^*) \quad (2.10)$$

dado que $\frac{R}{L} \cdot \frac{E^2}{V_{ref} \cdot (E \cdot \gamma + V_{ref})} > 0$, el régimen deslizante conlleva inestabilidad en la dinámica de la corriente en inductor.

De este modo, es necesario realizar un control indirecto de la tensión (de nuevo puede utilizarse como referencia [Sira-Ramírez, 1987]). Para lograr este propósito se propone una superficie de deslizamiento de la forma:

$$\sigma = i - I_{ref} \quad (2.11)$$

En este caso, el control equivalente vendrá determinado por:

$$u_{eq} = \frac{v - E \cdot (1 - \gamma)}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} \quad (2.12)$$

y la dinámica deslizante ideal será:

$$\begin{cases} i = I_{ref} \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \left[I_{ref} - \lambda \cdot I_{ref} \cdot \left(\frac{v - E \cdot (1 - \gamma)}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} \right) - \frac{v}{R} \right] \end{cases} \quad (2.13)$$

La curva de puntos de equilibrio del sistema viene dada por:

$$\begin{cases} v^{*2} + E \cdot \gamma \cdot v^* - E \cdot I_{ref} \cdot R = 0 & (\lambda = 1) \\ v^* = I_{ref} \cdot R & (\lambda = 0) \end{cases} \quad (2.14)$$

Mediante linealización alrededor del punto de equilibrio ($i^* = I_{ref}, v^*$), se obtiene:

$$\frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \left[-I_{ref} \cdot E \cdot \left(\frac{\lambda}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} \right)^2 - \frac{1}{R} \right] \cdot (v - v^*) \quad (2.15)$$

De este modo, la dinámica deslizante ideal es estable, esto es, se tiene convergencia hacia el punto de equilibrio.

El dominio de deslizamiento sobre $i = I_{ref}$ queda determinado por la siguiente expresión:

$$0 < u_{eq} < 1; \quad 0 < \frac{v - E \cdot (1 - \gamma)}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} < 1; \quad v > 0 \quad \begin{cases} v > E \cdot (1 - \gamma) \\ ((1 - \lambda) \cdot v < E \end{cases} \quad (2.16)$$

La tabla 2.3. presenta la particularización del dominio de deslizamiento para los distintos convertidores elementales, así como el comportamiento del sistema cuando se encuentra en régimen deslizante:

	Condición	Comportamiento
Buck	$0 < v < E$	reductor
Boost	$v > E; v > 0$	elevador
Buck-Boost	$v > 0; E > 0$	reductor-elevador

Tabla 2.3. Particularización del dominio de existencia de régimen deslizante para los distintos convertidores elementales ideales.

Por último, la ley de control se puede obtener imponiendo la función σ^2 como función de Lyapunov :

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \Rightarrow \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) \cdot (u - u_{eq}) < 0$$

En conclusión:

$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) > 0 \Rightarrow u < u_{eq} \Rightarrow u = 0 \quad (2.17)$$

$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) < 0 \Rightarrow u > u_{eq} \Rightarrow u = 1 \quad (2.18)$$

De forma resumida puede indicarse que *el control indirecto mediante la superficie de deslizamiento (2.11), conjuntamente con la ley de control (2.17-2.18), proporciona regulación de la tensión de salida cuando el sistema se encuentre verificando las condiciones impuestas por el dominio de existencia.*

2.2.2. Otras alternativas en la definición de la superficie de conmutación

Existen otras alternativas para realizar regulación DC/DC con control en modo de deslizamiento en convertidores conmutados de segundo orden. A continuación se presentarán algunas de ellas indicando sus ventajas e inconvenientes.

Alternativa primera: cuando se utiliza una superficie de conmutación combinación lineal de las variables de estado de la forma

$$\sigma = k_1 \cdot i + v + k_2 = 0 \quad (2.19)$$

se obtienen los resultados (control equivalente, dinámica deslizante ideal, ecuación de puntos de equilibrio y condiciones de estabilidad en régimen deslizante ideal) que se muestran en las tablas 2.4, 2.5 y 2.6, particularizados para cada convertidor elemental.

Buck	
<u>Control equivalente</u>	$u_{eq} = \frac{v - \frac{L}{C \cdot k_1} \cdot \left(i - \frac{v}{R} \right)}{E}$
<u>Dinámica deslizante ideal</u>	$\frac{dv}{dt} = -\frac{1}{C \cdot k_1} \cdot \left[\left(1 + \frac{k_1}{R} \right) \cdot v + k_2 \right]$
<u>Puntos de equilibrio</u>	$v^* = -\frac{R \cdot k_2}{R + k_1}$
<u>Condiciones de Estabilidad</u>	$k_1 > 0$

Tabla 2.4. Superficie de conmutación combinación lineal de las variables de estado aplicada en el convertidor Buck.

Boost	
<u>Control equivalente</u>	$u_{eq} = \frac{C \cdot k_1 \cdot (E - v) + L \cdot \left(i - \frac{v}{R} \right)}{L \cdot i - C \cdot k_1 \cdot v}$
<u>Dinámica deslizante ideal</u>	$\frac{dv}{dt} = -\frac{k_1 \cdot (k_2 + v) \cdot E + \frac{(k_1 \cdot v)^2}{R}}{L \cdot (k_2 + v) + C \cdot k_1^2 \cdot v}$

<u>Puntos de equilibrio</u>	$\frac{k_1}{R} \cdot (v^*)^2 + E \cdot v^* + k_2 \cdot E = 0$
<u>Linealización en torno al punto de equilibrio</u>	$\frac{dv}{dt} = - \frac{(C \cdot k_1^2 + L) \cdot (v^*)^2 + 2 \cdot L \cdot k_2 \cdot v^* - R \cdot C \cdot k_1 \cdot k_2 \cdot E}{(L \cdot (k_2 + v^*) + C \cdot k_1^2 \cdot v^*)^2} \cdot (v - v^*)$
<u>Condiciones de Estabilidad</u>	$k_1^2 + \left(\frac{R \cdot E}{2 \cdot v^*} - \frac{L \cdot v^*}{R \cdot C \cdot E} \right) \cdot k_1 - \frac{L}{2 \cdot C} > 0; \quad k_2 = -v^* \cdot \left(\frac{k_1 \cdot v^*}{R \cdot E} + 1 \right)$

Tabla 2.5. Superficie de conmutación combinación lineal de las variables de estado aplicada en el convertidor Boost.

Buck-Boost	
<u>Control equivalente</u>	$u_{eq} = \frac{-C \cdot k_1 \cdot v + L \cdot \left(i - \frac{v}{R} \right)}{L \cdot i - C \cdot k_1 \cdot (E + v)}$
<u>Dinámica deslizante ideal</u>	$\frac{dv}{dt} = - \frac{k_1 \cdot (k_2 + v) \cdot E + \frac{(k_1)^2 \cdot v \cdot (v + E)}{R}}{L \cdot (k_2 + v) + C \cdot k_1^2 \cdot (v + E)}$
<u>Puntos de equilibrio</u>	$\frac{k_1}{R} \cdot (v^*)^2 + E \cdot \left(1 + \frac{k_1}{R} \right) \cdot v^* + k_2 \cdot E = 0$
<u>Linealización en torno al punto de equilibrio</u>	$\frac{dv}{dt} = - \frac{(Ck_1^2 + L) \cdot (v^*)^2 + 2 \cdot (Lk_2 + Ck_1^2 E) \cdot v^* + Lk_2 E + R C k_1 E \cdot (E - k_2) + Ck_1^2 (v^* + E)^2}{(L \cdot (k_2 + v^*) + C \cdot k_1^2 \cdot (v^* + E))^2} \cdot (v - v^*)$
<u>Condiciones de Estabilidad</u>	$k_1^2 + \left(\frac{RCE \cdot (E + v^*) - \frac{L}{R} \cdot v^* (E + 3v^*)}{C \cdot v^* \cdot (2 \cdot v^* + 3E)} \right) \cdot k_1 - \left(\frac{L \cdot C \cdot (E + v^*)}{C \cdot v^* \cdot (2 \cdot v^* + 3E)} \right) > 0; \quad k_2 = -v^* \cdot \left(\frac{k_1 \cdot (v^* + E)}{R \cdot E} + 1 \right)$

Tabla 2.6. Superficie de conmutación combinación lineal de las variables de estado aplicada en el convertidor Buck-Boost.

Observando las tablas 2.4, 2.5 y 2.6, puede observarse que la utilización de una superficie de conmutación combinación lineal de la tensión del condensador y la corriente en inductor ofrece un punto de equilibrio cuya coordenada en tensión depende de la resistencia de carga siendo, por tanto, no robusta a las variaciones que pueda sufrir dicha resistencia. Por otra parte, la deducción analítica de las distintas expresiones es farragosa frente a la sencillez que se logra al utilizar una superficie de conmutación que depende exclusivamente de la corriente del inductor.

Alternativa segunda: en [Carpita et al., 1988] se presenta la superficie de conmutación

$$S = e + k \cdot \frac{de}{dt} \quad (2.20)$$

donde $e = V_{ref} - v$, aplicada a un convertidor Buck.

El estudio de la regulación DC/DC en régimen deslizante con esta superficie en convertidores conmutados elementales ideales, presenta como inconveniente la aparición de una ecuación diferencial no lineal al intentar encontrar el control equivalente en los convertidores bilineales, tal y como se puede observar en la tabla 2.7.

Buck	$u_{eq} = \frac{LC}{E} \cdot \left[\frac{v}{LC} + \left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{k} \right) \cdot \left(\frac{i}{C} - \frac{v}{RC} \right) \right]$
Boost	$i \cdot \frac{du_{eq}}{dt} + \frac{v}{L} u_{eq}^2 + \left[i \cdot \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{RC} \right) + \frac{E}{L} \right] u_{eq} + \frac{1}{L} (v - E) + \left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{k} \right) \cdot \left(i - \frac{v}{R} \right) = 0$
Buck-Boost	$i \cdot \frac{du_{eq}}{dt} + \frac{(v + E)}{L} u_{eq}^2 + \left[i \cdot \left(\frac{1}{k} - \frac{1}{RC} \right) - \frac{E}{L} \right] u_{eq} + \frac{v}{L} + \left(\frac{1}{RC} - \frac{1}{k} \right) \cdot \left(i - \frac{v}{R} \right) = 0$

Tabla 2.7. Ecuación diferencial del control equivalente para los distintos convertidores elementales.

Por otra parte, obsérvese que debe procesarse una señal que es discontinua, debido a que la derivada de la variable de estado tensión del condensador en los convertidores no lineales lo es. Este hecho impide aplicar esta técnica en los convertidores conmutados elementales bilineales como el Boost o el Buck-Boost. Una posibilidad de eliminar este efecto se basa en realizar un promediado (filtrado paso bajo) del sistema no lineal a fin de eliminar esta discontinuidad [Mattavelli, Rossetto y Spiazzi, 1997], o bien de efectuar un proceso de linealización [Sira-Ramírez y Ilic, 1988].

2.3. Seguimiento de una señal de referencia

El primer problema a resolver consiste en determinar como la tensión de salida del convertidor elemental puede, aplicando técnicas de control en modo deslizante, seguir a una señal arbitraria. En el apartado anterior se han descrito diversas estrategias de control en modo deslizante para lograr regulación de la tensión de salida en convertidores conmutados de segundo orden, en este apartado se desarrollará el estudio de seguimiento de señal en dichos sistemas mediante control en modo deslizante. Atendiendo a las conclusiones del apartado anterior, se considerará una estrategia de control basada en el seguimiento indirecto de la tensión de salida mediante una superficie de conmutación dependiente de la corriente en inductor.

Asumiendo que la tensión de salida $v(t)$ sigue a la señal de referencia $f(t)$ entonces, según la ecuación (2.4), la corriente en inductor $i(t)$ satisface la siguiente ecuación:

$$i \cdot \left[\lambda \cdot L \cdot \frac{di}{dt} - E \cdot (\lambda \cdot (1 - \gamma) + \gamma) \right] = (E \cdot \gamma + \lambda \cdot f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \quad (2.21)$$

que es una ecuación diferencial de Abel de segunda especie [Gasull y Llibre, 1990].

A partir de la observación de la ecuación (2.21) se tiene que:

1. Para el convertidor reductor Buck se obtiene la expresión de $i(t)$ sin necesidad de integrar, es decir:

$$i = C \cdot \frac{df}{dt} + \frac{f}{R} \quad (2.22)$$

2. Para los restantes casos debe resolverse la siguiente la ecuación diferencial:

$$i \cdot \left[L \cdot \frac{di}{dt} - E \right] = (E \cdot \gamma + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \quad (2.23)$$

Según indica en [Gasull y Llibre, 1990], la ecuación de Abel (2.23) no tiene solución analítica y, por este motivo, debe ser resuelta mediante métodos numéricos.

El procedimiento propuesto para lograr seguimiento de señal en convertidores conmutados DC/DC de segundo orden se basa en considerar que si $i(t) = \xi(t)$ es una solución de (2.21), entonces la existencia de régimen deslizando sobre la superficie de conmutación

$$\sigma = i(t) - \xi(t) \quad (2.24)$$

conlleva, suponiendo que el sistema es estable, $v(t) = f(t)$ en estado estacionario [Fossas y Olm, 1994] [Olm, Fossas y Biel, 1996].

El control equivalente vendrá determinado por la expresión:

$$u_{eq} = \frac{L \cdot \frac{d\xi}{dt} - E \cdot (1 - \gamma) + v}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} \quad (2.25)$$

y la dinámica deslizando ideal estará gobernada por:

$$\begin{cases} i(t) = \xi(t) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \cdot \left[\xi(t) - \lambda \cdot \xi(t) \cdot u_{eq} - \frac{v}{R} \right] \end{cases} \quad (2.26)$$

El dominio de deslizamiento queda determinado por la siguiente expresión:

$$0 < u_{eq} < 1; \quad 0 < \frac{L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v - E \cdot (1 - \gamma)}{E \cdot \gamma + \lambda \cdot v} < 1; \quad (2.27)$$

Donde pueden detallarse dos casos en función del signo de la tensión de salida del convertidor:

$$1. \text{ Si } v > 0 \Rightarrow E \cdot \gamma + \lambda \cdot v > 0 \Rightarrow E \cdot (1 - \gamma) - v < L \cdot \frac{d\xi}{dt} < E - (1 - \lambda) \cdot v$$

que particularizada para los distintos convertidores elementales permite obtener la tabla 2.8:

	Condición
Buck	$0 < L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < E$
Boost	$E < L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < E + v$
Buck-Boost	$0 < L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < E + v$

Tabla 2.8. Particularización del dominio de existencia de régimen deslizando para los distintos convertidores elementales ideales.

Obsérvese que en el convertidor Boost debe verificarse $v > E$, como era previsible, lo cual implica que no pueden seguirse señales que en algún instante de tiempo conlleven $v < E$.

$$2. \text{ Si } v < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Caso a) } E \cdot \gamma + \lambda \cdot v > 0 \\ \text{Caso b) } E \cdot \gamma + \lambda \cdot v < 0 \end{cases}$$

El caso a) únicamente es posible en convertidores Buck y Buck-Boost (donde $\gamma=1$), y coincide con el ya estudiado para $v > 0$; obsérvese que, en este caso, según (2.27), la inecuación $L \cdot \frac{d\xi}{dt} > |v|$ es tanto más difícil de cumplir cuanto mayor sea (en valor absoluto) la tensión que se pretende alcanzar.

El caso b) únicamente es posible en el convertidor Buck-Boost y, análogamente al caso anterior, según (2.27), plantea problemas de cumplimiento con las inecuaciones: $L \cdot \frac{d\xi}{dt} > E$ y $L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0$.

Por último, la ley de control se puede obtener imponiendo que la función σ^2 sea función de Lyapunov :

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \Rightarrow \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) \cdot (u - u_{eq}) < 0$$

y la ley de control viene dada por:

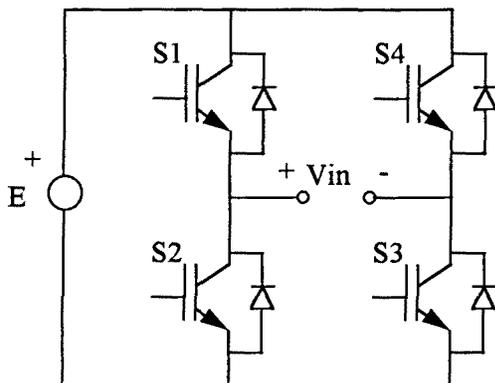
$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) > 0 \Rightarrow u < u_{eq} \Rightarrow u = 0 \quad (2.28)$$

$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \gamma) < 0 \Rightarrow u > u_{eq} \Rightarrow u = 1 \quad (2.29)$$

2.3.1. Caso particular: Señales de referencia periódicas con valor medio nulo

En el caso de poseer una señal de referencia con valor medio nulo, la tensión de salida deberá adquirir polaridad positiva y negativa en régimen deslizante. En el apartado anterior se mostró que cuando únicamente se utiliza un interruptor bidireccional en corriente existen inconvenientes, determinados por las inecuaciones que ofrecen la existencia de régimen deslizante, para garantizar el deslizamiento cuando la tensión adquiere polaridad opuesta a la tensión de entrada. Recuérdese, por otra parte, que *en el convertidor Boost el dominio de existencia de régimen deslizante imponía $v > E$, por lo que al invertir la polaridad de la tensión de entrada se conseguirán dos zonas de existencia de régimen deslizante sin intersección entre ellas, lo que implica que no podrá lograrse seguimiento de señal con valor medio nulo mediante control en modo de deslizamiento en este convertidor.*

Una solución, ampliamente utilizada, que permite abordar esta problemática consiste en variar la polaridad de la fuente de entrada adecuadamente mediante la utilización de un puente completo de interruptores. La figura 2.4 muestra un esquema circuital de un puente completo implementado con interruptores IGBT, mientras que la ley de conmutación, denominada de dos estados, viene dada según la tabla 2.9. Para ello, se define la variable ε que indicará la polaridad de dicha fuente, de este modo cuando $\varepsilon=1$ la fuente de entrada tiene polaridad positiva y cuando $\varepsilon=-1$ la fuente de entrada adquiere polaridad negativa.



	S1	S2	S3	S4
$\varepsilon=1$ ($V_{in}=E$)	ON	OFF	ON	OFF
$\varepsilon=-1$ ($V_{in}=-E$)	OFF	ON	OFF	ON

Fig. 2.4. Esquema circuital de un puente completo de interruptores. Tabla 2.9. Secuencia de conmutación.

En las referencias [Boudjema et al., 1989], [Carpita, Farina y Tenconi, 1993] y [Sira-Ramírez y Prada-Rizzo, 1993] se utiliza un puente completo con la estrategia de conmutación, denominada de tres estados, que se resume en la tabla 2.10.

	S1	S2	S3	S4
$\varepsilon=1$ ($V_{in}=E$)	ON	OFF	ON	OFF
$\varepsilon=0$ ($V_{in}=0$)	ON	OFF	OFF	ON
$\varepsilon=0$ ($V_{in}=0$)	OFF	ON	ON	OFF
$\varepsilon=-1$ ($V_{in}=-E$)	OFF	ON	OFF	ON

Tabla 2.10. Secuencia de conmutación.

De manera que mediante una secuencia cíclica de control puede lograrse que los semiconductores conmuten a una frecuencia mitad de la frecuencia de conmutación del puente completo, esto es, la frecuencia de variación de la tensión de salida (V_{in}) es el doble de la frecuencia de conmutación de cada interruptor del puente completo [Carpita, Farina y Tenconi, 1993]. Sin embargo, la ley de control de la conmutación, tal y como se indica en la literatura y se comprobará más adelante, es más compleja en este último caso cuando se utiliza $\varepsilon \in \{-1,0,1\}$ que cuando se usa $\varepsilon \in \{-1,1\}$.

Como ejemplo de convertidores con puente completo las figuras 2.5 y 2.6 muestran un convertidor reductor Buck con un puente completo, también denominado inversor monofásico, y un convertidor Buck-Boost con puente completo.

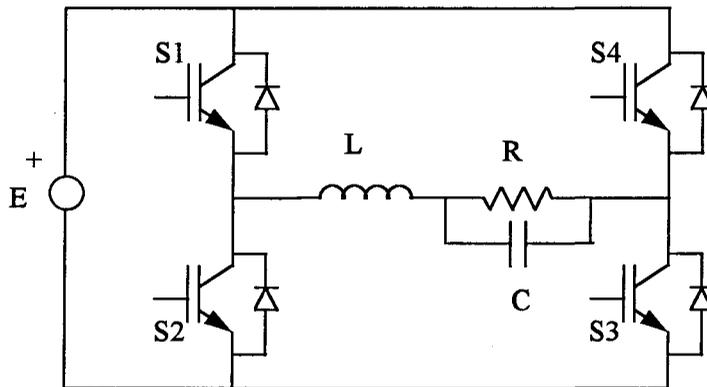


Fig. 2.6. Esquema circuital del convertidor Buck con un puente completo de interruptores.

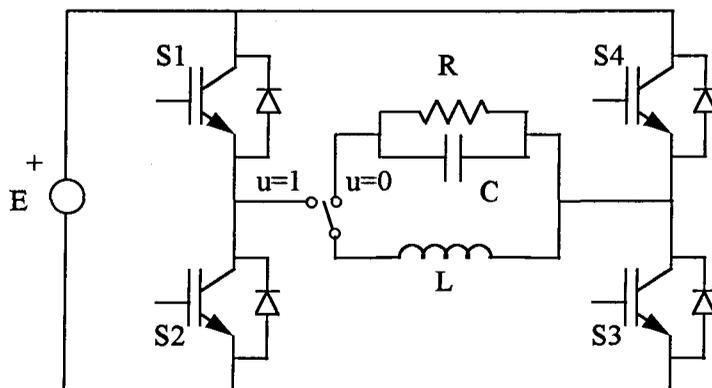


Fig. 2.6. Esquema circuital del convertidor Buck-Boost con un puente completo de interruptores.

A continuación se realizará el estudio de seguimiento de señal periódica con valor medio nulo para los convertidores Buck y Buck-Boost por lo que, se impondrá $\gamma = 1$.

La ecuación de estado general, incluyendo la señal de control de inversión de polaridad de la fuente de entrada ε , resulta:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} 0 & \frac{\lambda}{L} \\ -\frac{\lambda}{C} & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} \varepsilon \cdot E \\ \frac{L}{0} \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.30)$$

donde $\varepsilon \in \{-1, 1\}$ y $u \in \{0, 1\}$.

La ecuación diferencial de Abel viene dada por la siguiente expresión:

$$i \cdot \left[\lambda \cdot L \cdot \frac{di}{dt} - \varepsilon \cdot E \right] = (\varepsilon \cdot E + \lambda \cdot f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \quad (2.31)$$

donde $f(t)$ es la señal de referencia que se desea seguir por parte de la tensión de salida $v(t)$

Donde, particularizando para los casos $\varepsilon=1$ y $\varepsilon=-1$, se obtienen las dos ecuaciones siguientes

$$i \cdot \left[\lambda \cdot L \cdot \frac{di}{dt} - E \right] = (E + \lambda \cdot f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \text{ para } \varepsilon=1 \quad (2.32)$$

$$i \cdot \left[\lambda \cdot L \cdot \frac{di}{dt} + E \right] = (-E + \lambda \cdot f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \text{ para } \varepsilon=-1 \quad (2.33)$$

De este modo el sistema tiene dos soluciones diferentes:

$$i(t) = \xi_a(t) \text{ para } \varepsilon=1$$

$$i(t) = \xi_b(t) \text{ para } \varepsilon=-1$$

Obsérvese que en el convertidor Buck ($\lambda=0$) se obtiene una única ecuación: $i = C \cdot \frac{df}{dt} + \frac{f}{R}$

por lo que la existencia de régimen deslizante sobre la superficie de conmutación

$$\sigma = i(t) - \xi(t) \quad \text{donde } i(t) = \xi(t) \text{ es solución de la ecuación anterior}$$

conlleva, suponiendo que el sistema es estable, $v(t) = f(t)$ en estado estacionario.

En el convertidor Buck-Boost pueden considerarse las superficies de conmutación

$$\sigma_1 = i(t) - \xi_a(t) \quad (2.34)$$

$$\sigma_2 = i(t) - \xi_b(t) \quad (2.35)$$

conjuntamente con una ley decisora o selectora entre ambas superficies de conmutación.

Deben garantizarse dos condiciones para obtener un correcto funcionamiento:

a) La existencia de régimen deslizante en ambas superficies.

b) La continuidad de la corriente en inductor. Esto es $\xi_a(t_0) = \xi_b(t_0)$, donde t_0 es el instante en el que se produce el cambio de superficie de conmutación.

El estudio de estas condiciones conlleva la obtención de las soluciones de las dos ecuaciones de Abel que se han obtenido en el caso del convertidor Buck-Boost y en el caso del convertidor Buck (en éste último únicamente existe una ecuación diferencial a resolver).

A continuación se obtendrán las condiciones de existencia de deslizamiento sobre las superficies, así como la ley decisora entre ambas superficies de conmutación. El estudio de la continuidad de las corrientes de inductor al realizar el cambio de superficie se realizará en el capítulo dedicado a la generación de señal, donde se abordará la resolución de la ecuación de Abel (2.32) y (2.33).

Supuesta la superficie de conmutación $\sigma_1 = i(t) - \xi_a(t)$ el control equivalente vendrá determinado por la expresión:

$$u_{eq1} = \frac{L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} + v}{E + \lambda \cdot v} \quad (2.36)$$

y la dinámica deslizando ideal estará gobernada por:

$$\begin{cases} i(t) = \xi_a(t) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \left[\xi_a(t) - \lambda \cdot \xi_a(t) \cdot u_{eq1} - \frac{v}{R} \right] \end{cases} \quad (2.37)$$

El dominio de existencia de régimen deslizando queda determinado por la siguiente expresión:

$$0 < u_{eq1} < 1; \quad 0 < \frac{L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} + v}{E + \lambda \cdot v} < 1; \quad (2.38)$$

Obteniendo los casos particulares:

$$1. \text{ Si } v > 0 \Rightarrow 0 < L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} + v < E + \lambda \cdot v$$

$$2. \text{ Si } v < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Caso a) } E + \lambda \cdot v > 0 \Rightarrow 0 < L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} + v < E + \lambda \cdot v \\ \text{Caso b) } E + \lambda \cdot v < 0 \Rightarrow E + \lambda \cdot v < L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} + v < 0 \end{cases}$$

Analizando de forma análoga, con la superficie de conmutación $\sigma_2 = i(t) - \xi_b(t)$ el control equivalente vendrá determinado por la expresión:

$$u_{eq2} = \frac{L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + v}{-E + \lambda \cdot v} \quad (2.39)$$

y la dinámica deslizando ideal estará gobernada por:

$$\begin{cases} i(t) = \xi_b(t) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \left[\xi_b(t) - \lambda \cdot \xi_b(t) \cdot u_{eq2} - \frac{v}{R} \right] \end{cases} \quad (2.40)$$

El dominio de existencia de régimen deslizando queda determinado por la siguiente expresión:

$$0 < u_{eq2} < 1; \quad 0 < \frac{L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + v}{-E + \lambda \cdot v} < 1; \quad (2.41)$$

cuyo estudio se divide en los casos:

$$1. \text{ Si } v < 0 \Rightarrow -E + \lambda \cdot v < L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + v < 0$$

$$2. \text{ Si } v > 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Caso a) } -E + \lambda \cdot v > 0 \Rightarrow 0 < L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + v < -E + \lambda \cdot v \\ \text{Caso b) } -E + \lambda \cdot v < 0 \Rightarrow -E + \lambda \cdot v < L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + v < 0 \end{cases}$$

De las expresiones anteriores se deduce que el valor que debe tomar ε , la acción de cambio de polaridad de la entrada, para garantizar una prolongación de que se permanece en el dominio de existencia del régimen deslizando es:

$$\varepsilon = 1 \text{ cuando } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v > 0$$

$$\varepsilon = -1 \text{ cuando } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0$$

La ley de control del cambio de polaridad de entrada será:

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v > 0 \Rightarrow \varepsilon = 1, \quad \sigma_1 \quad (2.42)$$

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0 \Rightarrow \varepsilon = -1, \quad \sigma_2 \quad (2.43)$$

Y, en definitiva, el dominio de existencia de régimen deslizante vendrá impuesto por:

- Convertidor Buck.

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v > 0 \Rightarrow L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < E$$

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0 \Rightarrow -E < L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v$$

$$\text{En conclusión: } \left| L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right| < E \quad (2.44)$$

- Convertidor Buck-Boost.

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v > 0 \Rightarrow L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < E + v \quad (2.45)$$

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0 \Rightarrow v - E < L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \quad (2.46)$$

La ley de control, para ambos casos, se obtiene imponiendo:

$$\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \Rightarrow \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \varepsilon) \cdot (u - u_{eq}) < 0$$

y vendrá dada por:

$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \varepsilon) > 0 \Rightarrow u < u_{eq} \Rightarrow u = 0 \quad (2.47)$$

$$\text{Si: } \sigma \cdot (\lambda \cdot v + E \cdot \varepsilon) < 0 \Rightarrow u > u_{eq} \Rightarrow u = 1 \quad (2.48)$$

En el caso particular del convertidor Buck, se obtiene: $\sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \Rightarrow \varepsilon \cdot \sigma \cdot (u - u_{eq}) < 0$ y recordando:

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v > 0 \Rightarrow \varepsilon = 1$$

$$\text{Si } L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v < 0 \Rightarrow \varepsilon = -1$$

$$\text{puede considerarse: } \sigma \cdot \dot{\sigma} < 0 \Rightarrow \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) \cdot \sigma \cdot (u - u_{eq}) < 0$$

de este modo, en conclusión:

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) \cdot \sigma > 0 \Rightarrow u < u_{eq} \Rightarrow u = 0 \quad (2.49)$$

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) \cdot \sigma < 0 \Rightarrow u > u_{eq} \Rightarrow u = 1 \quad (2.50)$$

considerando la ecuación de estado (2.30) puede observarse la existencia del producto de variables $\varepsilon \cdot u$, que adquiere los valores $\{-1, 0, 1\}$. Definiendo una nueva variable $u^* \in \{-1, 1\}$ o $u^* \in \{-1, 0, 1\}$ se puede obtener la siguiente ecuación de estado:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u^* \quad (2.51)$$

Obsérvese que este hecho significa que físicamente pueden agruparse los elementos conmutadores (conmutador adecuado para lograr la inversión de polaridad de la fuente de entrada (asociado a ε) y conmutador dependiente de la superficie de conmutación (asociado a la señal de control u)), para obtener un único conmutador que coincide con una estructura de interruptores en puente completo.

En este caso, la existencia de régimen deslizante sobre la superficie de conmutación $\sigma = i(t) - \xi(t)$, conjuntamente con la ley de control

$$\text{Si: } \sigma > 0 \Rightarrow u^* < u_{eq}^* \Rightarrow u^* = -1 \quad (2.52)$$

$$\text{Si: } \sigma < 0 \Rightarrow u^* > u_{eq}^* \Rightarrow u^* = 1 \quad (2.53)$$

o la ley de control alternativa

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) > 0 \text{ y } \sigma > 0 \Rightarrow u^* = 0 \quad (2.54)$$

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) > 0 \text{ y } \sigma < 0 \Rightarrow u^* = 1 \quad (2.55)$$

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) < 0 \text{ y } \sigma > 0 \Rightarrow u^* = -1 \quad (2.56)$$

$$\text{Si: } \left(L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right) < 0 \text{ y } \sigma < 0 \Rightarrow u^* = 0 \quad (2.57)$$

conlleva, $v(t)=f(t)$ en estado estacionario. El dominio de atracción viene limitado por la inecuación $\left| L \cdot \frac{d\xi}{dt} + v \right| < E$.

2.3.2. Convertidores elementales con pérdidas

En este subapartado se generalizará el problema de seguimiento de señal en convertidores conmutados DC/DC de segundo orden para el caso en el cual se posean pérdidas energéticas.

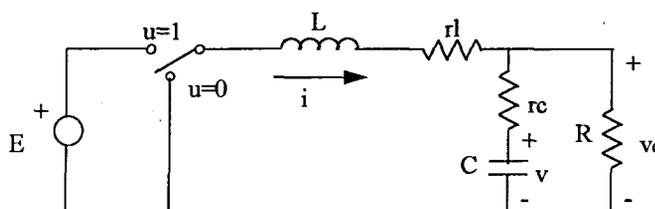


Fig. 2.7. Topología Convertidor Buck con pérdidas.

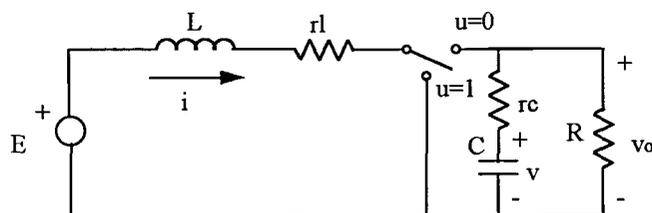


Fig. 2.8. Topología Convertidor Boost con pérdidas.

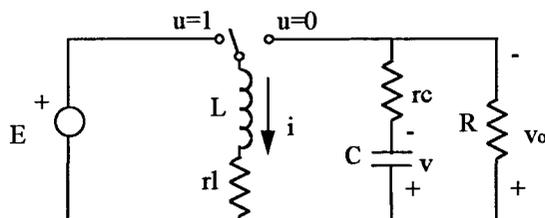


Fig. 2.9. Topología Convertidor Buck-Boost con pérdidas.

Considerando las topologías de los convertidores con elementos no ideales, esto es, asociando una resistencia de pérdidas en serie a condensador e inductor, ver figuras 2.7, 2.8 y 2.9, denominadas r_c y r_l , respectivamente, la ecuación de estado general resulta:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \cdot (r_l + \mu \cdot r_c) & -\frac{\mu}{L} \\ \frac{\mu}{C} & -\frac{\mu}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{r_c \cdot \mu \cdot \lambda}{L} \\ -\frac{\mu \cdot \lambda}{C} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} \cdot u + \begin{bmatrix} \frac{E \cdot (1 - \gamma)}{L} \\ 0 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E \cdot \gamma}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (2.58)$$

donde $\mu = \frac{R}{R + r_c}$. La ecuación de salida que relaciona la tensión en bornes de la carga con la tensión en el condensador es: $v_o = r_c \cdot C \cdot \frac{dv}{dt} + v$. Recuerdese que para analizar cada convertidor elemental debe particularizarse según la tabla 2.11.

	λ	γ
Buck	0	1
Boost	1	0
Buck-Boost	1	1

Tabla 2.11. Representación general de la ecuación de estado de convertidores elementales ideales.

Observando que, al incluir las pérdidas, formalmente el desarrollo analítico es el mismo, y planteando el problema de seguimiento de forma análoga a la desarrollada en el caso de convertidores ideales, se obtiene que, asumiendo que la tensión de salida $v_o(t)$ sigue a la señal de referencia $f_o(t)$ conlleva que la tensión en condensador $v(t)$ sigue a la señal $f(t)$, solución de la ecuación de salida, entonces la corriente en inductor $i(t)$ satisface la ecuación diferencial de Abel de segunda especie definida por la ecuación (2.59):

$$\mu \cdot i \cdot \left[\lambda \cdot \left(L \cdot \frac{di}{dt} + r_l \cdot i \right) - E \cdot (\lambda \cdot (1 - \gamma) + \gamma) \right] = (E \cdot \gamma + \mu \cdot \lambda \cdot (r_c \cdot i + f)) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \mu \cdot \frac{f}{R} \right) \quad (2.59)$$

Deben realizarse las siguientes observaciones:

1. En el caso del convertidor reductor Buck sigue obteniéndose la expresión de la corriente en inductor $i(t)$ sin necesidad de integrar:

$$i = \frac{C}{\mu} \cdot \frac{df}{dt} + \frac{f}{R} \quad (2.60)$$

2. Para los restantes casos debe resolverse siguiente la ecuación diferencial:

$$\mu \cdot i \cdot \left[L \cdot \frac{di}{dt} + r_l \cdot i - E \right] = (E \cdot \gamma + \mu \cdot (rc \cdot i + f)) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \mu \cdot \frac{f}{R} \right) \quad (2.61)$$

De nuevo se obtiene una ecuación de Abel que debe ser resuelta mediante métodos numéricos.

3. El procedimiento para trabajar cuando se pretenden incorporar las pérdidas en el estudio analítico consiste en:

- plantear la expresión de la ecuación de salida y obtener la señal $v(t)$ a partir de la señal de salida que se desea seguir $v_o(t)$. Evidentemente en este desarrollo se suponen conocidos el valor del condensador (C) y la resistencia de pérdidas asociada al mismo (rc).
- resolver la ecuación (2.61) mediante procedimientos numéricos.
- utilizar las superficies de conmutación y las leyes de control de las presentadas en este apartado más apropiadas al seguimiento que se desea realizar, garantizando la existencia de régimen deslizante.
- estudiar la estabilidad de la dinámica deslizante ideal.

2.4. Resumen y comentarios finales del capítulo

Para finalizar este capítulo se presentan, de forma resumida, los comentarios y conclusiones que se han ido obteniendo a lo largo del mismo.

- A partir de un estudio de diversas superficies de conmutación aptas para lograr regulación de tensión DC/DC en modo de deslizamiento, se ha seleccionado una superficie de conmutación que proporciona un control indirecto de la tensión de salida del convertidor, presentando, además, mayor sencillez analítica que otras propuestas. De este modo, y debido a que el planteamiento del problema de elección de superficie es más sencillo en la regulación DC/DC que en el seguimiento de señal, el desarrollo realizado permite descartar algunas superficies de conmutación a la hora de estudiar el seguimiento de señal en modo deslizante.
- Se ha obtenido un procedimiento de diseño de control en modo deslizante con el fin de lograr el seguimiento de una señal variante en el tiempo en convertidores conmutados DC/DC de segundo orden. La superficie de conmutación resultante se basa en un control indirecto de la tensión de salida del convertidor mediante realimentación de la corriente en inductor y comparación con una señal de referencia obtenida a partir de la ecuación diferencial característica del sistema, la ecuación de Abel. Dicha ecuación no tiene solución analítica y debe ser resuelta mediante procedimientos numéricos.
- Se han determinado las condiciones bajo las cuales se garantiza la existencia de régimen deslizante en el seguimiento de señal en los convertidores conmutados elementales.
- Se ha comprobado que no pueden seguirse señales con valor medio nulo en el convertidor Boost y se ha propuesto una metodología de diseño para lograr un seguimiento de este tipo de señales en los convertidores Buck y Buck-Boost.
- Por último, se ha generalizado todo el procedimiento de análisis y diseño de la superficie de conmutación en el caso de considerar resistencias de pérdidas asociadas a los elementos reactivos.

Capítulo 3

Generación de señal en modo de deslizamiento en un convertidor Buck

El presente capítulo aborda el problema de la generación de señal senoidal en un convertidor conmutado Buck. De este modo, el alcanzar una metodología de diseño del control en modo deslizante para la generación de señal de AC con amplitud, frecuencia y offset externamente programables, así como de los elementos que forman el convertidor, constituye el objetivo de este capítulo. Para lograr esta finalidad, el capítulo se divide en apartados que pretenden detallar el proceso seguido desde las nociones básicas que describen el problema a resolver hasta la implementación definitiva del sistema de control, pasando por aquellas consideraciones que determinarán el procedimiento de diseño.

En el primer apartado se recapitulan las nociones de seguimiento de señal aplicadas a un convertidor reductor que se presentaron en el capítulo 2. A continuación, el siguiente apartado define el concepto de generación de señal y profundiza en las diferencias existentes entre generación y seguimiento de señal. En este apartado se desarrolla la superficie de conmutación necesaria para lograr generación de señal, se detalla el dominio de existencia de régimen deslizante y se formula la ley de control necesaria para lograr el objetivo propuesto. Como resultado de estas consideraciones se obtiene el método de diseño de los parámetros del convertidor en función de las características de la señal deseada. También, se determinan los aspectos a tener en cuenta cuando se posee una carga no resistiva o bien se analiza un convertidor con pérdidas. Posteriormente se muestran algunos resultados de simulación que corroboran los análisis previos. Las nociones relativas a la implementación electrónica de la ley de control en modo deslizante son descritas en el siguiente apartado, donde se plantean las posibilidades de implementación analógica y digital. Por último, se muestran los resultados experimentales obtenidos a partir de un prototipo electrónico diseñado según las pautas marcadas en este capítulo.

3.1. Seguimiento de señal en un convertidor Buck

En este apartado se detallará el modelo que se utilizará en el estudio de la generación de señal en un convertidor reductor Buck, así como un estudio de seguimiento de señal en modo de deslizamiento en dicho convertidor que constituirá la base para el posterior desarrollo del capítulo.

3.1.1. Ecuación de estado del convertidor Buck

La topología típica de un convertidor reductor Buck puede observarse en la figura 3.1, donde un puente completo se ha añadido para asegurar la bipolaridad de la salida senoidal. En función de la variable de control (entrada) u se obtiene la siguiente ecuación de estado formada por un sistema de ecuaciones diferenciales ordinarias

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} E/L \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.1)$$

donde la señal de control puede adquirir dos posibles conjuntos de valores dependiendo de la técnica de conmutación. De este modo, la señal de control toma los valores $u \in \{-1,1\}$ cuando se utiliza la secuencia de conmutación que se puede observar en la tabla 3.1, señal de control de dos estados, y $u \in \{-1,0,1\}$ cuando se usa la indicada en la tabla 3.2, señal de control de tres estados. Debe observarse que:

$u=-1$ implica que la tensión de entrada al filtro del convertidor es igual a $-E$.

$u=0$ implica que la tensión de entrada al filtro del convertidor es igual a 0.

$u=1$ implica que la tensión de entrada al filtro del convertidor es igual a $+E$.

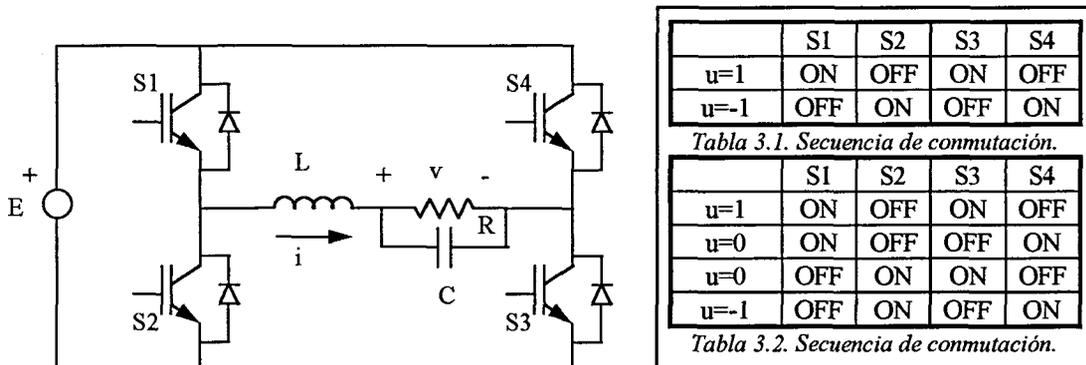


Fig. 3.1. Topología Convertidor Buck

3.1.2. Seguimiento de Señal

Con el objetivo de lograr seguimiento de señal, y tal como se describió en el segundo capítulo, se utilizará una superficie de conmutación que ofrezca de forma indirecta la dinámica en régimen estacionario deseada, esto es, la superficie considerará seguimiento de una referencia variable en el tiempo por parte de la variable de estado corriente en el inductor.

De (3.1) se tiene:

$$i = \frac{v}{R} + C \cdot \frac{dv}{dt} \quad (3.2)$$

Por lo tanto, si se desea que la tensión de salida $v(t)$ siga una cierta referencia externa $f(t)$, se propone como superficie de conmutación

$$S(i, t) = i(t) - \frac{f(t)}{R} - C \cdot \frac{df(t)}{dt} = 0 \quad (3.3)$$

y se pretende, mediante la acción del control u , que el sistema evolucione en modo de deslizamiento sobre dicha superficie de conmutación. Obsérvese que al utilizar esta superficie se debe realizar una realimentación (y un sensado) de la variable de estado corriente en inductor y no se efectúa una realimentación de la tensión de salida.

Cuando el sistema se encuentra en régimen deslizante sobre la superficie de conmutación el control equivalente viene determinado por

$$u_{eq} = \frac{v + LC \cdot \frac{d^2 f}{dt^2} + \frac{L}{R} \cdot \frac{df}{dt}}{E} \quad (3.4)$$

Las condiciones de existencia de régimen deslizante se obtienen al imponer las inecuaciones $-1 < u_{eq} < 1$.

La acción de control debe lograr que el sistema adquiera el régimen deslizante cuando se encuentre sobre la superficie definida por (3.3) y se cumplan las condiciones de existencia de régimen deslizante. Para lograr este propósito, se debe definir una estrategia de conmutación de tal forma que S^2 sea función de Lyapunov.

La dinámica deslizante ideal en régimen deslizante satisface

$$\frac{dv}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot v = \frac{df(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot f(t) \tag{3.5}$$

definiendo $e(t) = v(t) - f(t)$, se obtiene la ecuación diferencial

$$\frac{de(t)}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t) \tag{3.6}$$

cuya solución es $e(t) = K \cdot e^{-\frac{t}{RC}}$, que converge a $e(t)=0$ en régimen estacionario, de este modo el sistema en régimen deslizante ofrece $v(t)=f(t)$ como solución particular asintóticamente estable. Obsérvese que el sistema posee un estado transitorio en régimen deslizante que depende del valor de la carga y debe recordarse que éste no es un parámetro de diseño.

A continuación se presentan resultados de simulación en PSPICE que muestran la dependencia del régimen deslizante respecto a las condiciones iniciales. En concreto, aparece estado transitorio en régimen deslizante cuando las condiciones iniciales no se encuentran sobre la superficie.

El convertidor simulado tiene los siguientes parámetros: $E=28$ volt, $L=18$ mH, $C=220\mu$ F, $R_s=0.5\Omega$ (resistencia de sentido de la corriente en inductor) y $R = 100\Omega$.

Ejemplo 1.

Seguimiento de la señal $f(t)=20 \cdot \sin(500t + \varphi)$ partiendo de las siguientes condiciones iniciales

- Condición inicial de fase: $\varphi_0 = -90^\circ$
- Condición inicial de la corriente en inductor: $i_0 = 0$ A
- Condición inicial de la tensión en condensador: $v_0 = -20$ Volt

En la figura 3.2 se muestran la tensión de salida del convertidor y la señal de referencia $f(t)$. Como se puede apreciar, al comenzar desde unas condiciones pertenecientes a la superficie resultante en régimen estacionario, la señal de salida $v(t)$ sigue a la señal de referencia $f(t)$ desde el inicio de la simulación. La figura 3.3. muestra la dinámica obtenida en la corriente en inductor.

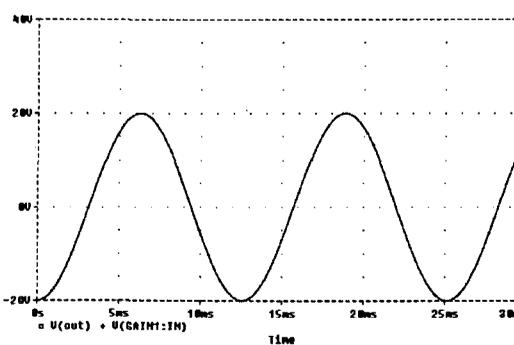


Fig. 3.2. Señal de salida del convertidor y señal de referencia.

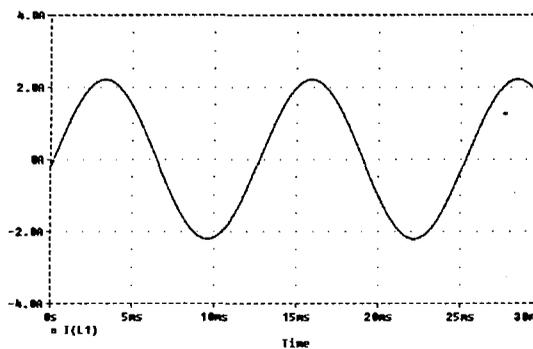


Fig. 3.3. Corriente en el inductor.

Ejemplo 2.

Seguimiento de la señal $f(t)=20 \cdot \sin(500t + \varphi)$ partiendo de las siguientes condiciones iniciales

- Condición inicial de fase: $\varphi_0 = -90^\circ$
- Condición inicial de la corriente en inductor: $i_0 = -2$ A
- Condición inicial de la tensión en condensador: $v_0 = -10$ Volt

En la figura 3.4 se muestran la señal de referencia y la señal de salida del convertidor. Esta última, como se puede apreciar, tarda varios ciclos en alcanzar el valor estacionario. En la figura 3.5 se observa el plano de estado del sistema. El sistema adquiere un estado transitorio en régimen deslizante y alcanza el régimen estacionario cuando hayan transcurrido varias constantes de tiempo (definida por el producto RC).

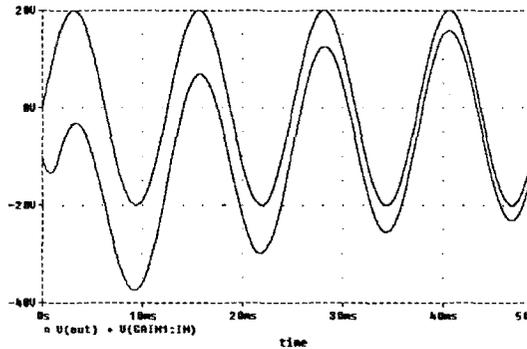


Fig. 3.4. Señal de salida del convertidor y señal de referencia.

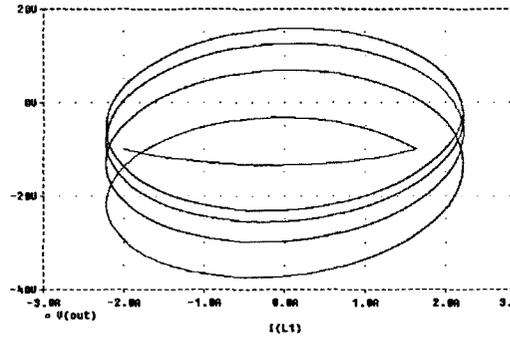


Fig. 3.5. Plano de estado del sistema.

3.2. Generación de Señales

A continuación se presentará la metodología utilizada para lograr generación de señal en un convertidor conmutado reductor. El apartado se descompone en sucesivos puntos que describen los pasos que se han realizado hasta alcanzar el diseño definitivo. De este modo, el primer subapartado introduce las herramientas matemáticas necesarias para definir el paso de seguimiento a generación de señal. En el siguiente subapartado tratan los problemas relativos a la existencia del régimen deslizante, así como el método de diseño propuesto. Posteriormente se comentan algunas consideraciones asociadas al estado transitorio del convertidor. Para finalizar se generalizan los conceptos descritos para el caso del convertidor Buck con pérdidas.

3.2.1. Seguimiento y generación de señal

Puede definirse seguimiento de señal como una estrategia encaminada a lograr que una variable de estado reproduzca una señal de referencia externa. Debe observarse que el sistema de control necesita la existencia física de la señal externa. Así, *la diferencia principal entre seguimiento y generación estriba en que la generación no requiere la señal externa que se desea reproducir por parte de la variable de estado.*

El teorema de la función inversa constituye la base sobre la cual puede aplicarse la metodología de estudio que permite lograr generación a partir de seguimiento de señal.

Teorema de la función inversa:

Sea la función f continua u derivable, definida por $z = f(y)$ $y, z \in \mathcal{R}^n$. En aquellos puntos

donde $\left| \frac{\partial f}{\partial y} \right| \neq 0$ existe una función

$$\begin{aligned} \varphi: \mathcal{R}^n &\rightarrow \mathcal{R}^n \\ z &\rightarrow \varphi(z) \end{aligned}$$

tal que puede expresarse $z = f(x, \varphi(z))$

Suponiendo la existencia de deslizamiento sobre la superficie de conmutación

$$S(i, t) = i - \frac{f(t)}{R} - C \cdot \frac{df(t)}{dt}$$

y la dinámica ideal que en régimen permanente viene dada por $v(t)=f(t)$.

El teorema de la función inversa relaciona una función con su argumento según

$$v = f(t) \rightarrow t = f^{-1}(v) \text{ en aquellos valores de } t \text{ para los cuales } \frac{df(t)}{dt} \neq 0$$

Aplicando este teorema en la superficie de conmutación definida con el objetivo de lograr seguimiento de señal, se obtiene como nueva superficie de conmutación

$$S(i, v) = i - \frac{f(t)|_{t=f^{-1}(v)}}{R} - C \cdot \frac{df(t)}{dt} \Big|_{t=f^{-1}(v)} \quad (3.7)$$

que es una ecuación autónoma. De este modo, la aplicación del teorema de la función inversa permite la obtención de superficies independientes de la variable temporal.

La superficie queda definida según la expresión

$$S(i, v) = i - \frac{v}{R} - C \cdot \frac{df(t)}{dt} \Big|_{t=f^{-1}(v)} \quad (3.8)$$

El procedimiento aplicado tiene importantes implicaciones físicas que a continuación se detallan:

1. La señal de referencia ha desaparecido en la superficie de conmutación resultante.
2. Se requiere de una realimentación de la corriente en inductor y de la tensión en condensador, cuando anteriormente solo se realizaba una realimentación en corriente.¹

Si, por ejemplo, se desea generar una señal de la forma¹ $v(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B$, utilizando la metodología anterior se obtienen las superficies de conmutación:

$$S(i, v) = \frac{i}{C} - \frac{v}{R \cdot C} - \omega \cdot A \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v-B}{A}\right)^2} = 0 \text{ para } \frac{dv}{dt} > 0 \quad (3.9)$$

$$S(i, v) = \frac{i}{C} - \frac{v}{R \cdot C} + \omega \cdot A \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v-B}{A}\right)^2} = 0 \text{ para } \frac{dv}{dt} < 0 \quad (3.10)$$

dado que $\frac{df}{dt} = A \cdot \omega \cdot \cos(\omega t)$ y $\cos(\omega t) = \sqrt{1 - (\sin(\omega t))^2} = \sqrt{1 - \left(\frac{v-B}{A}\right)^2}$.

Eliminando la raíz cuadrada, resulta la nueva superficie de conmutación:

$$\sigma(i, v) = \left(\frac{i}{C} - \frac{v}{R \cdot C}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v-B)^2 - \omega^2 \cdot A^2 = 0 \quad (3.11)$$

Obsérvese que el signo de la raíz cuadrada se debe considerar en la ley de control; de hecho, el signo de la raíz cuadrada es positivo o negativo dependiendo del signo de $\frac{dv}{dt}$.

Nótese que la superficie σ (3.11) y la dinámica deslizante ideal dependen de la resistencia de carga R. De este modo, en conclusión, el sistema controlado en modo de deslizamiento con esta superficie de conmutación no será robusto a las variaciones de la resistencia de carga. Por otra parte no existe dependencia respecto a la tensión de entrada por la que la dinámica deslizante ideal no se verá afectada por sus variaciones. Sin embargo, deberá estudiarse el efecto de la resistencia de carga y la tensión de entrada sobre el dominio de existencia del régimen deslizante.

¹ De hecho la dinámica deslizante ideal viene dada por $v(t) = A \cdot \sin(\omega t + t_0) + B$. De aquí de la expresión "de la forma".

3.2.2. Robustez

A continuación, se detalla el procedimiento aplicado para eliminar el efecto de las variaciones de la resistencia de carga sobre la dinámica del sistema.

Para lograr robustez frente a variaciones de resistencia de carga puede sustituirse R de la ecuación (que es una de las dos ecuaciones que forman la ecuación de estado del convertidor):

$$\frac{i}{C} - \frac{v}{R \cdot C} = \frac{dv}{dt}$$

en la superficie de conmutación $\sigma(i,v)=0$, obteniendo:

$$\sigma(\dot{v}, v) = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v - B)^2 - \omega^2 \cdot A^2 = 0 \quad (3.12)$$

que es independiente del valor de la resistencia de carga R . La superficie de conmutación resultante (3.12) necesita el conocimiento del estado de la variable tensión y de su derivada. De este modo, al imponer robustez de la generación de señal frente a las variaciones de la resistencia de carga, se ha pasado de una realimentación de tensión en condensador y corriente en inductor a una realimentación de la tensión en condensador y corriente en condensador (o bien realizar la derivada a partir de la tensión de condensador).

Nótese que $v(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B$; ($A > 0$) satisface la ecuación diferencial

$$\dot{v}^2 + \omega^2 \cdot (v - B)^2 = \omega^2 \cdot A^2$$

de esta forma considerar esta ecuación como superficie de conmutación ofrece la dinámica deseada, esto es, lograr generación de señal senoidal en la salida del convertidor. Pueden ofrecerse los siguientes comentarios al utilizar esta ecuación diferencial como superficie de conmutación en el caso de los convertidores elementales Boost y Buck-Boost:

1. Al estudiar la estabilidad de la corriente en inductor se obtiene que ésta es inestable. Este punto será detallado en el siguiente capítulo.
2. La derivada de la tensión de salida es discontinua en estos convertidores.
3. Existen dificultades analíticas en la obtención del control equivalente, debido a que el control equivalente debe validar la ecuación diferencial:

$$(1 - u_{eq}) \cdot [E \cdot (1 - \gamma) + E \cdot \gamma \cdot u_{eq} - v \cdot (1 - u_{eq})] - \frac{L}{R} \cdot \frac{dv}{dt} - L \cdot i \cdot \frac{du_{eq}}{dt} + LC\omega^2 (v - B) = 0$$

4. La superficie conlleva intrínsecamente una particularización a generación de una señal senoidal. El método propuesto mediante el uso del teorema de la función inversa es general y su aplicación, únicamente, viene limitada por las condiciones impuestas por el teorema.

3.2.3. Dominio de deslizamiento

3.2.3.1. Dominio de deslizamiento con carga resistiva

El régimen deslizante se logra cuando, encontrándose el sistema sobre la superficie, se verifican las inecuaciones que limitan el dominio deslizante, esto es:

$$\min\{u^-, u^+\} < u_{eq} < \max\{u^-, u^+\}$$

En este caso:

$$-1 \leq u_{eq}(i(t), v(t)) \leq 1$$

donde $u_{eq}(i(t), v(t))$ se obtiene de (3.12) al imponer que σ sea invariante, esto es $\frac{d\sigma}{dt} = 0$.

A partir de la superficie $\sigma(\dot{v}, v) = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v-B)^2 - \omega^2 \cdot A^2 = 0$

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2\dot{v}\ddot{v} + 2\omega^2 \dot{v}(v-B) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{v} = 0 \\ \text{ó} \\ \ddot{v} + \omega^2(v-B) = 0 \end{cases}$$

$$E \cdot u_{eq} = \frac{L}{R} \dot{v} + (1-LC\omega^2) \cdot (v-B) + B \tag{3.13}$$

y el dominio de deslizamiento vendrá dado por

$$\begin{cases} \dot{v}^2 + \omega^2 \cdot (v-B)^2 = \omega^2 \cdot A^2 \\ -E < \frac{L}{R} \dot{v} + (1-LC\omega^2) \cdot (v-B) + B < E \end{cases} \tag{3.14}$$

De este modo, existe régimen deslizante sobre la superficie de conmutación (3.12), que es una elipse trazada en el plano de fase, en la zona del plano de fase comprendida entre las rectas definidas por

$$\begin{cases} r1: \frac{L}{R} \dot{v} + (1-LC\omega^2) \cdot (v-B) + B = -E \\ r2: \frac{L}{R} \dot{v} + (1-LC\omega^2) \cdot (v-B) + B = E \end{cases}$$

En la figura 3.6 se representan los límites de existencia de régimen deslizante cuando $\omega = \frac{1}{\sqrt{LC}}$. En general estos límites dependen de ω (3.14).

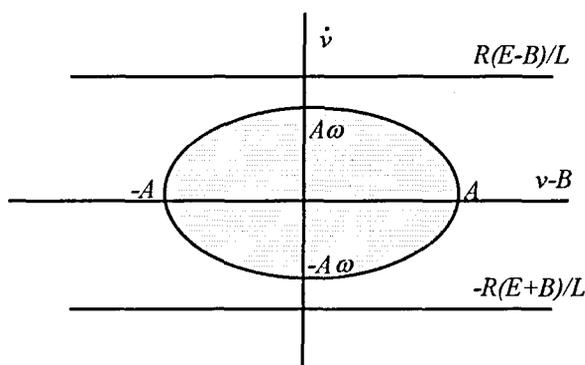


Fig.3.6. Zona de existencia de deslizamiento en plano de fase.

Tal y como puede observarse en la figura 3.6, en el proceso de diseño del convertidor deben tenerse en cuenta el valor de la resistencia de carga mínimos, así como los valores de amplitud, frecuencia y offset de la señal de salida máximos, porque representan la peor combinación posible, esto es, aquella más restrictiva o bien la combinación para la cual la zona de existencia de régimen deslizante es menor. El aumento de amplitud o frecuencia conlleva un aumento de la elongación de la elipse que representa la superficie en el plano de fase pudiendo intersectar más fácilmente con las rectas que limitan la zona de existencia de régimen deslizante. Por otra parte, la disminución de la resistencia de carga o del offset reduce la zona de existencia de régimen deslizante.

Teniendo en cuenta que se desea obtener $v(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B$, se tiene como una condición

$$-E < \frac{L}{R} \cdot \omega \cdot A \cos(\omega t) + (1-LC\omega^2) \cdot A \sin(\omega t) + B < E \tag{3.15}$$

Agrupando, adecuadamente, de la forma

$$\frac{L}{R} \cdot \omega \cdot A \cos(\omega t) + (1 - LC\omega^2) \cdot A \sin(\omega t) = A \cdot LC \cdot \sqrt{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2} \cdot \sin(\omega t + \phi)$$

se obtiene la inecuación

$$A < \frac{E - |B|}{LC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2}} \quad (3.16)$$

En el caso concreto de desear una señal senoidal sin offset ($B=0$) a la salida del convertidor la condición de diseño para obtener deslizamiento se reduce a $A < E \cdot \gamma(\omega)$, donde $\gamma(\omega)$ coincide con la respuesta frecuencial en módulo del filtro de salida del convertidor.

$$\gamma(\omega) = \frac{1}{LC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2}} \quad (3.17)$$

La figura 3.7 muestra el conjunto de diagramas de Bode resultantes para diversos valores de la resistencia de carga R . En estos diagramas se garantiza existencia de régimen deslizante para aquellos valores de A/E que queden por debajo de la curva representada en el diagrama frecuencial. En concreto, puede observarse, que es posible obtener una señal senoidal de amplitud mayor que la tensión de entrada del convertidor. Este diagrama permite simplificar la etapa de diseño del convertidor, dado que ésta se reduce a la elección adecuada de L y C para el rango de valores de A y ω especificados.

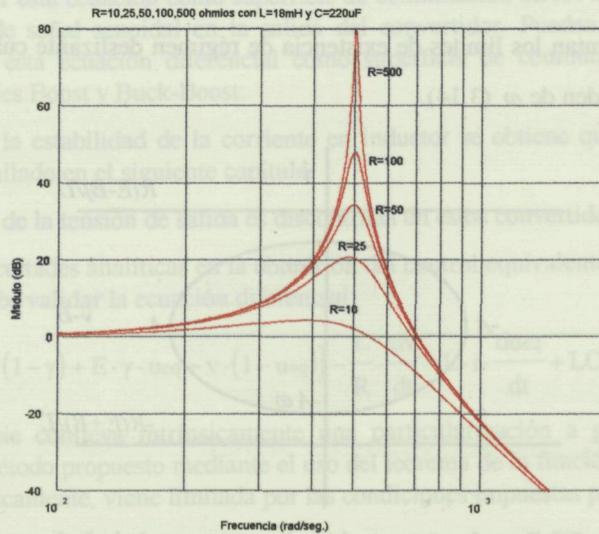


Fig.3.7. Módulo de la respuesta frecuencial para distintos valores de R .

Las figuras 3.8 y 3.9 muestran los diagramas de Bode de la respuesta frecuencial del filtro de salida cuando se varían el condensador e inductancia del convertidor, respectivamente.

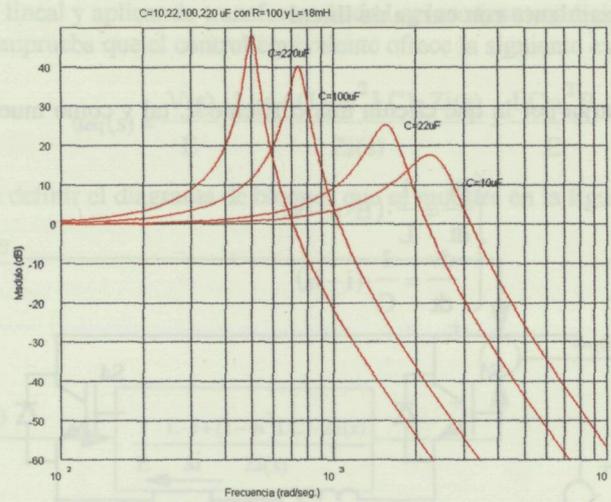


Fig.3.8. Módulo de la respuesta frecuencial para distintos valores de C.

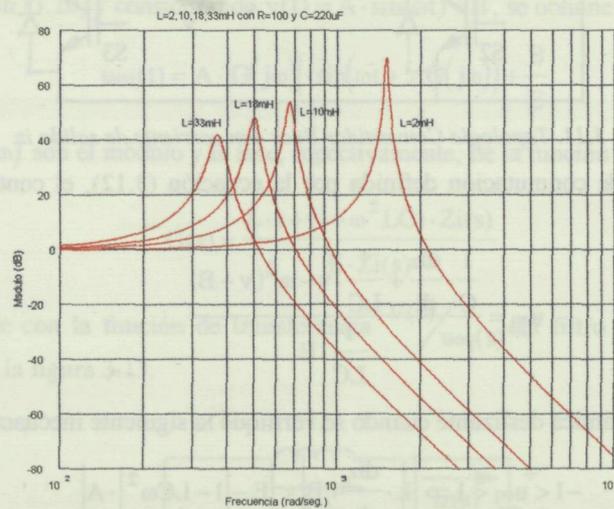


Fig.3.9. Módulo de la respuesta frecuencial para distintos valores de L.

Debe observarse que al incrementar el condensador la frecuencia natural no amortiguada disminuye, mientras que el máximo de resonancia aumenta. Por otra parte, la frecuencia natural no amortiguada y el máximo de resonancia disminuyen al aumentar el valor de la inductancia. Estos efectos eran previsible observando la característica de segundo orden de la respuesta frecuencial del filtro de salida según la ecuación (3.17).

A partir de la concepción del control equivalente como la señal de control continua necesaria para que el vector de estado se encuentre sobre la superficie de conmutación, esto es, el sistema se encuentre en dinámica deslizante ideal, y considerando el modelo de fuentes controladas propuesto por W. W. Burns y T. G. Wilson en 1976 [Burns y Wilson, 1976], puede obtenerse el modelo de fuentes controladas del convertidor Buck cuando se encuentra en régimen deslizante tal y como muestra la figura 3.10.

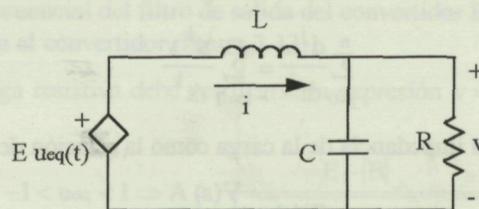


Fig. 3.10. Circuito equivalente con fuentes controladas.

$$\text{donde: } u_{eq}(t) = \frac{B}{E} + \frac{A}{E} \cdot \left[\frac{L}{R} \cdot \omega \cdot \cos(\omega t) + (1 - LC\omega^2) \cdot \sin(\omega t) \right]$$

3.2.3.2. Dominio de deslizamiento con carga no lineal

En el caso de tener una carga por la que circula una corriente i_z , tal y como muestra la figura 3.11, la ecuación de estado resulta

$$\begin{cases} \frac{di}{dt} = \frac{1}{L} \cdot (E \cdot u - v) \\ \frac{dv}{dt} = \frac{1}{C} \cdot (i - i_z) \end{cases} \quad (3.18)$$

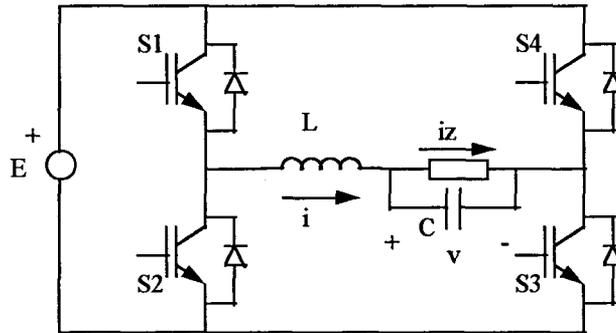


Fig. 3.11. Topología Convertidor Buck con corriente de salida i_z .

Al utilizar la superficie de conmutación definida por la ecuación (3.12), el control equivalente viene determinado por:

$$u_{eq} = \frac{\frac{1}{C} \cdot \frac{di_z}{dt} + \frac{1}{LC} \cdot v - \omega^2 (v - B)}{\frac{1}{LC} \cdot E} \quad (3.19)$$

y el sistema logrará la dinámica deslizante cuando se verifique la siguiente inecuación:

$$-1 < u_{eq} < 1 \Rightarrow \left| L \cdot \frac{di_z}{dt} + B \right| < \left| E - |1 - LC\omega^2| \cdot A \right| \quad (3.20)$$

Obsérvese que cuando se produce una variación de la corriente de salida de la forma $\frac{di_z}{dt} \rightarrow \infty$, la cual es característica en cargas no lineales como, por ejemplo, los rectificadores de entrada controlados y no controlados, el sistema pierde el régimen deslizante. Tras un estado transitorio recuperará el régimen de deslizamiento siempre y cuando se verifique la ecuación (3.20).

3.2.3.3. Dominio de deslizamiento con carga reactiva

En el caso particular en el que la carga contenga una componente reactiva existirá una relación mediante ecuación diferencial entre la corriente de la carga y la tensión de salida de la forma

$$\sum_{j=0}^n \frac{d^j i_z}{dt^j} = \sum_{k=0}^m \frac{d^k v}{dt^k}$$

de manera que podrá definirse la impedancia de la carga como la relación de transformadas de Laplace

$$Z_i(s) = \frac{V(s)}{I_z(s)}$$

que puede obtenerse de la ecuación diferencial lineal que relaciona la tensión de salida y la corriente entregada a la carga.

Suponiendo una carga lineal y aplicando transformada de Laplace (con condiciones iniciales nulas) en la expresión (3.19), se comprueba que el control equivalente ofrece la siguiente expresión:

$$u_{eq}(s) = \frac{V(s)}{E} \cdot \frac{L \cdot s + (1 - \omega^2 LC) \cdot Z_i(s)}{Z_i(s)} + \frac{LC\omega^2 B}{E} \quad (3.21)$$

Expresión que permite definir el diagrama de bloques que se muestra en la figura 3.12.

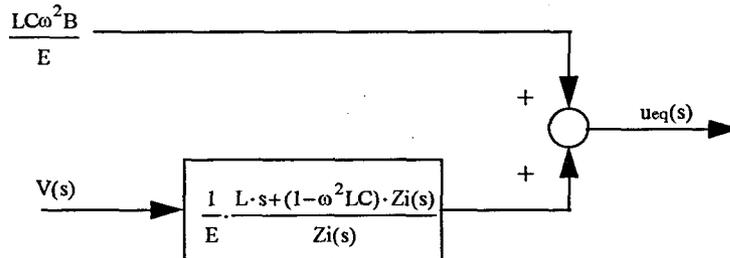


Fig. 3.12. Diagrama de bloques.

A partir de la expresión (3.20) y considerando $v(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B$, se obtiene

$$u_{eq}(t) = A \cdot |G(j\omega)| \cdot \sin(\omega t + \angle G(j\omega)) + \frac{B}{E}$$

donde $|G(j\omega)|$ y $\angle G(j\omega)$ son el módulo y la fase, respectivamente, de la función

$$G(s) = \frac{L \cdot s + (1 - \omega^2 LC) \cdot Z_i(s)}{E \cdot Z_i(s)} \quad (3.22)$$

expresión que coincide con la función de transferencia $V(s)/u_{eq}(s)$ del filtro de salida del modelo de fuentes controladas de la figura 3.13.

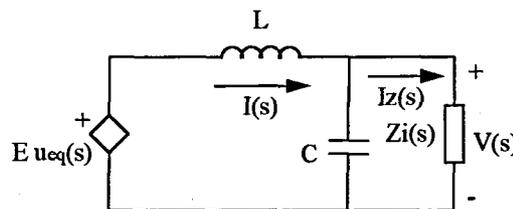


Fig. 3.13. Circuito equivalente con fuentes controladas y carga lineal.

dado que debe verificarse que $-1 < u_{eq} < 1$, para garantizar la existencia de régimen deslizante, en la etapa de diseño se deberá validar la inecuación:

$$A < \frac{(E - |B|) \cdot |Z_i(j\omega)|}{|Z_i(j\omega) \cdot (1 - LC\omega^2) - jL\omega|} \quad (3.23)$$

La expresión anterior indica que la amplitud máxima de la señal a generar puede determinarse a partir del diagrama de respuesta frecuencial del filtro de salida del convertidor Buck, incluyendo la impedancia de la carga reactiva conectada al convertidor (figura 3.13).

En el caso de poseer una carga resistiva debe verificarse la expresión $v = R \cdot i_z$ y la inecuación anterior resulta:

$$-1 < u_{eq} < 1 \Rightarrow A < \frac{E - |B|}{\sqrt{\left(\frac{L}{R} \cdot \omega\right)^2 + (1 - LC\omega^2)^2}}$$

expresión que coincide con la ya presentada (3.16).

3.2.4. Diseño del control

En este apartado se obtendrá la ley de control necesaria para lograr régimen deslizante, una vez se hayan garantizado las condiciones existencia de deslizamiento sobre la superficie de conmutación definida por la ecuación (3.12) en el proceso de diseño.

Considerando σ^2 como función de Lyapunov de la ecuación (3.11), se garantiza que el convertidor alcanza la superficie deslizante si

$$\frac{d\sigma^2}{dt} < 0 \quad (3.24)$$

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 2\sigma \frac{d\sigma}{dt} = 2\sigma 2\dot{v} (\ddot{v} + \omega^2 (v - B))$$

por lo tanto

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 4\sigma \cdot \dot{v} \cdot \left(\frac{E}{LC} u - \left(\frac{1}{RC} \dot{v} + \left(\frac{1}{LC} - \omega^2 \right) v + \omega^2 B \right) \right) < 0$$

$$\frac{d\sigma^2}{dt} = 4\sigma \cdot \dot{v} \cdot \frac{E}{LC} \cdot (u - u_{eq}) < 0$$

Dado que $-1 < u_{eq} < 1$ se define la ley de control

$$u = \begin{cases} +1 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} < 0 \\ -1 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} > 0 \end{cases} \quad (3.25)$$

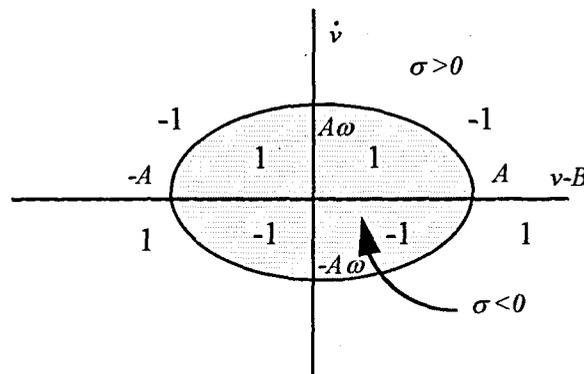


Fig 3.14. Ley de control representada en el plano de fase.

La figura 3.14. muestra la ley de control representada en el plano de fase conjuntamente con la superficie de conmutación. Como se puede observar en dicha figura, a partir de la expresión (3.25) aparecen dos superficies de conmutación que corresponden a:

1. La superficie de conmutación que ofrece la dinámica deslizante deseada ($\sigma(v, \dot{v}) = 0$).
2. La superficie de conmutación definida por $\sigma_v(\dot{v}) = \dot{v} = 0$. La existencia de régimen deslizante sobre esta superficie ofrecerá una dinámica deslizante no deseada. Por este motivo debe determinarse el control equivalente y debe conocerse el dominio de existencia de deslizamiento, así como la ley de control necesaria para que este ocurra.

El control equivalente de la superficie $\sigma_v(\dot{v}) = \dot{v} = 0$ se determina imponiendo la condición de invarianza sobre la superficie: $\dot{\sigma}_v(\dot{v}) = \ddot{v} = 0 \Rightarrow u_{eqv} = \frac{v}{E}$, que es la condición de reductor. Mientras que la ley de control necesaria para que exista deslizamiento se logra resolviendo

$$\sigma_v(\dot{v}) \cdot \sigma_v(\dot{v}) < 0 \Rightarrow \frac{2E}{LC} \cdot \dot{v} \cdot (u - u_{eqv}) < 0 \Rightarrow \begin{cases} \text{Si } \dot{v} > 0 \Rightarrow u < u_{eqv} \Rightarrow u = -1 \\ \text{Si } \dot{v} < 0 \Rightarrow u > u_{eqv} \Rightarrow u = 1 \end{cases}$$

De este modo, observando la figura 3.14, el sistema puede realizar un movimiento en régimen deslizante sobre la curva de puntos de equilibrio del sistema definida por $\dot{v}=0$, cuando se produzca una intersección entre la trayectoria de estado y la recta $\dot{v}=0$, en la zona del plano de fase limitada por $\sigma > 0$ y $v \leq E$, tal y como muestra la figura 3.15. En este situación el sistema adquiere el valor de equilibrio y permanece un modo de operación de regulación clásica ($\dot{v}=0$). Obsérvese que este efecto no deseado puede aparecer tanto en un estado transitorio como por efecto del rizado o “chattering” producido por la frecuencia de conmutación limitada que posee el sistema.

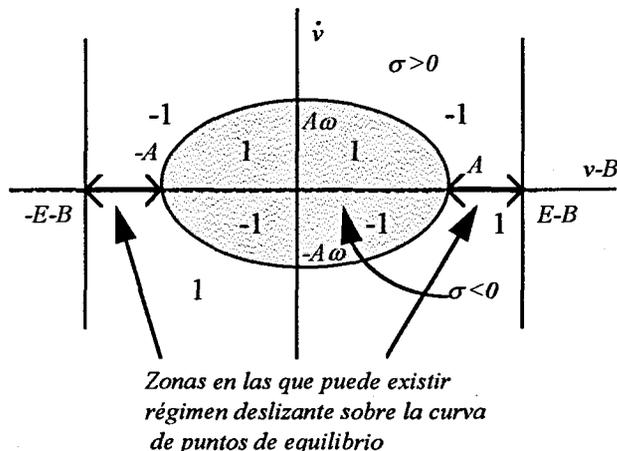


Fig 3.15. Ley de control representada en el plano de fase mostrando problemas con curva de puntos de equilibrio..

Este fenómeno puede evitarse modificando la ley de control en una región de pequeña anchura k cercana a la curva de puntos de equilibrio del sistema cuando $\sigma > 0$, tal y como muestra la figura 3.16. Puede demostrarse que sobre esta nueva superficie ($\dot{v} - k = 0$) el sistema desliza hacia la superficie de conmutación deseada $\sigma = 0$.

Así, si se considera la superficie $\sigma_v(\dot{v}) = \dot{v} - k = 0$, la dinámica deslizante ideal viene determinada por $\dot{v} = k \Rightarrow v(t) = k \cdot t + c$, $v(t)$ crece en el tiempo para $k > 0$ y decrece para $k < 0$, de este modo una adecuada elección del signo de k conlleva que la trayectoria de estado tienda hacia la superficie de conmutación deseada σ . El control equivalente es

$$u_{eqv} = \frac{E - L \cdot \frac{i}{RC} + L \cdot \frac{v}{R^2 C}}{v} \tag{3.26}$$

y, si el sistema se encuentra cerca del estado de regulación $\frac{dv}{dt} \approx 0$ o $i \approx \frac{v}{R}$, luego $u_{eqv} = \frac{E}{v}$ que es la condición de reductor de tensión del convertidor.

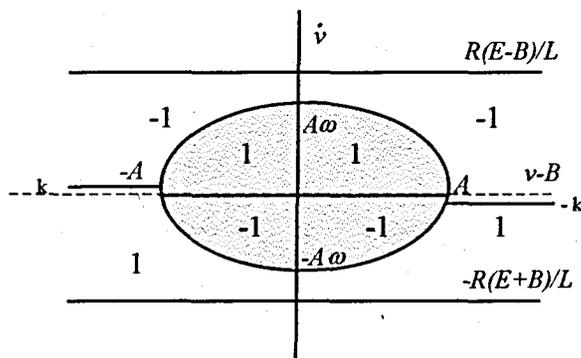


Fig 3.16. Nueva ley de control representada en el plano de fase.

3.2.5. Resultados de simulación con la ley de control propuesta

Se presentan a continuación resultados de simulación de la ley de control anterior con el convertidor de parámetros: $L= 5.6 \text{ mH}$, $C= 47 \text{ }\mu\text{F}$ y $E=12 \text{ volt}$. La figura 3.17 presenta un diagrama de bloques funcional del control propuesto. En las figuras 3.18, 3.19 y 3.20 se muestran el plano de estado, el plano de fase y la tensión en el condensador, respectivamente, para una tensión de salida deseada $v = 10 \cdot \sin(2\pi 100t)$ sobre una resistencia de carga $R=100\Omega$. A su vez, la figura 3.21 presenta la tensión de salida cuando el sistema alimenta a una carga que posee una componente reactiva $L_c=1 \text{ mH}$ en serie a la resistencia de $R=100\Omega$.

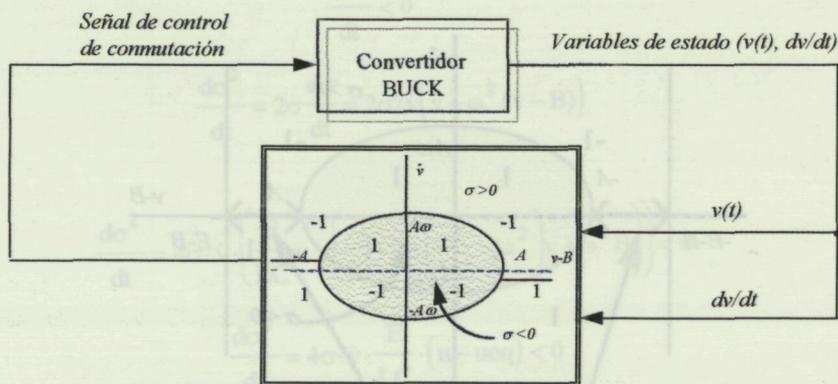


Fig. 3.17. Generación de onda senoidal sin nivel de continua. Esquema de control.

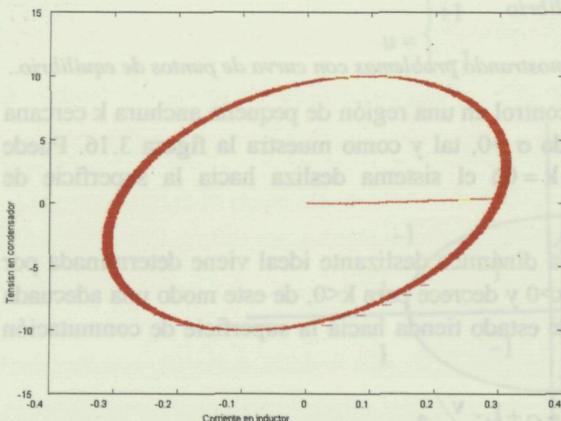


Fig. 3.18. Generación de $v = 10 \cdot \sin(2\pi 100t)$. Plano de estado para $R=100 \Omega$

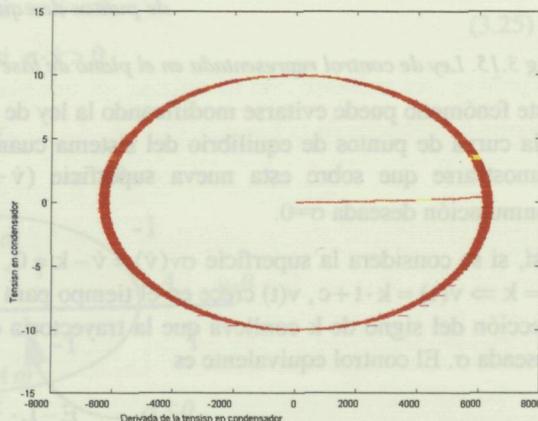


Fig. 3.19. Generación de $v = 10 \cdot \sin(2\pi 100t)$. Plano de fase para $R=100 \Omega$

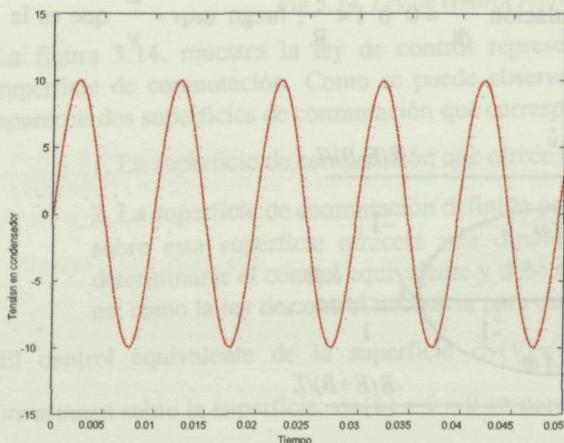


Fig. 3.20. Generación de $v = 10 \cdot \sin(2\pi 100t)$. Tensión en el condensador para $R=100 \Omega$

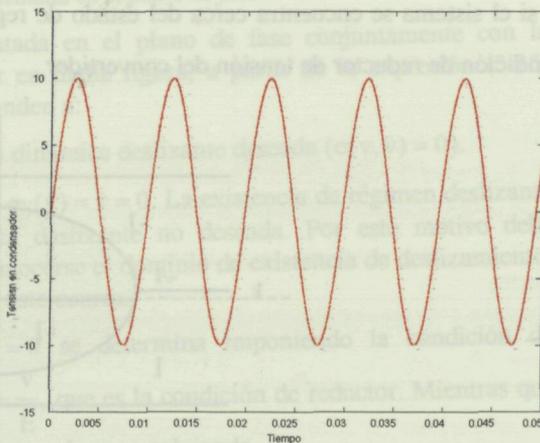


Fig. 3.21. Generación de $v = 10 \cdot \sin(2\pi 100t)$. Tensión en el condensador para $R=100 \Omega$ y $L_c=1 \text{ mH}$.

3.2.6. Ley de conmutación con control de tres estados

Una alternativa al control mediante la señal de control $u \in \{-1,1\}$ consiste en un control utilizando la señal $u \in \{-1,0,1\}$, alternando los estados -1,0 y 0,1. Para ello, se considera, a efectos analíticos, un control con asignación $u \in \{0,1\}$ y se invertirá la polaridad de la tensión de entrada cuando el control equivalente cambie de signo. Esto es, según la ecuación (3.13), se invertirá la tensión de entrada cuando cambie de signo la función

$$\frac{L}{R} \dot{v} + (1 - LC\omega^2) \cdot (v - B) + B \tag{3.27}$$

de manera que $\text{sgn} \left[\frac{L}{R} \dot{v} + (1 - LC\omega^2) \cdot (v - B) + B \right] = \text{polaridad de la tensión de entrada}$.

Si se genera una señal con valor medio nulo ($B=0$) la función se simplifica a

$$\frac{L}{R} \dot{v} + (1 - LC\omega^2) \cdot v \tag{3.28}$$

Debe observarse que al utilizar esta filosofía de secuencia de conmutación el sistema deja de ser robusto debido a que la ecuación que determina el cambio de polaridad de la tensión de entrada depende de la resistencia de carga.

Este proceso modificará la ley de control del siguiente modo:

$$u = \begin{cases} +1 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} < 0 \\ 0 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} > 0 \end{cases} \tag{3.29}$$

En la figura 3.22 se muestra un esquema de control basado en esta ley de control.

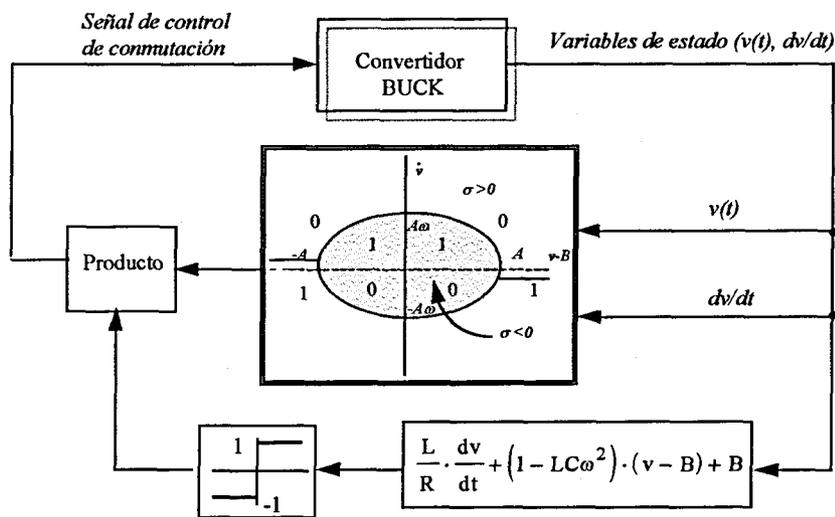


Fig. 3.22. Generación de onda senoidal con control de tres estados. Esquema de control.

Por último, debe indicarse que pueden generarse señales senoidales en la salida del convertidor utilizando un único interruptor bidireccional en corriente, esto es $u \in \{0,1\}$, cuando se verifican las inecuaciones

$$A < \frac{E - B}{\sqrt{\left(\frac{L}{R} \cdot \omega\right)^2 + (1 - LC\omega^2)^2}} \quad \text{y} \quad A < \frac{B}{\sqrt{\left(\frac{L}{R} \cdot \omega\right)^2 + (1 - LC\omega^2)^2}} \tag{3.30}$$

que se obtienen al imponer

$$0 < u_{eq} < 1 \Rightarrow 0 < A \cdot LC \cdot \sqrt{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC}\right)^2} \cdot \sin(\omega t + \phi) + B < E$$

3.2.7. Dinámica deslizante ideal y estado transitorio en tiempo mínimo

3.2.7.1. Estado transitorio en régimen deslizante

En este subapartado se detallarán las diferencias obtenidas en la dinámica deslizante ideal y el estado transitorio en régimen deslizante al aplicar la metodología de generación de señal respecto a aquellas que se logran mediante el seguimiento de señal.

En la superficie de deslizamiento variable en el tiempo la dinámica deslizante ideal viene determinada por:

$$\begin{cases} i(t) = \frac{f(t)}{R} + C \cdot \frac{df(t)}{dt} \\ \frac{dv}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot v = \frac{df(t)}{dt} + \frac{1}{R \cdot C} \cdot f(t) \Rightarrow \frac{de(t)}{dt} = -\frac{1}{R \cdot C} \cdot e(t) \end{cases} \quad (3.31)$$

donde se define la señal de error de la forma $e(t) = f(t) - v$.

mientras que en la superficie deslizante autónoma la dinámica deslizante ideal es:

$$\begin{cases} i(t) = \frac{f(t)}{R} + C \cdot \frac{df(t)}{dt} \\ v(t) = f(t) \end{cases} \quad (3.32)$$

En conclusión, cuando se utiliza una superficie de conmutación variable en el tiempo existe un estado transitorio en régimen deslizante, es decir sobre la superficie, previo al estado estacionario o permanente, en la dinámica de la tensión de salida. Este estado transitorio no aparece cuando el sistema se encuentra deslizando sobre la superficie de conmutación autónoma, donde la tensión de salida adquiere el estado estacionario en el preciso instante en el que inicie el régimen deslizante.

A continuación se aborda el estudio de qué características presenta la dinámica del sistema cuando éste se encuentra en un punto del plano de estado que no pertenece a la superficie de conmutación. Se supone, por tanto, que se impone al sistema la ley de control definida en (3.25) para que éste alcance la superficie elíptica definida en (3.12), que permite la obtención del comportamiento senoidal deseado.

3.2.7.2. Antecedentes del control en tiempo mínimo

Previamente a este estudio debe hacerse una breve introducción a las estrategias de control de regulación de un convertidor reductor Buck con mínima duración del estado transitorio. La aplicación original del problema consiste en el uso de convertidores conmutados DC/DC como fuentes pulsantes de potencia, dado que ello requiere un alto grado de regulación dinámica. En este contexto debe señalarse el trabajo de W. W. Burns y T. G. Wilson [Burns y Wilson, 1978] en el que desarrollan leyes de control en plano de estado en convertidores elementales.

En [Jammes, Bidan y Marpinard, 1991] se estudia el convertidor Buck como fuente pulsante unipolar de potencia obteniendo la ley de control que proporciona regulación de tensión en tiempo mínimo para condiciones iniciales prefijadas, no obteniendo tiempo óptimo en otras situaciones. Mientras que en [Jammes, Marpinard y Martínez-Salamero, 1993] consideran las propias trayectorias del convertidor como funciones de control de conmutación que proporcionan tiempo óptimo robusto respecto a las condiciones iniciales de partida, presuponiendo una resistencia de carga infinita.

En [Biel et al., 1996] se presenta el estudio del régimen transitorio en tiempo mínimo incorporando la influencia de la resistencia de carga, obteniendo la ley de control resultante con características añadidas de regulación en régimen estacionario y robustez frente a la variación de las condiciones iniciales. También se realiza un estudio comparativo de diversas aproximaciones a la solución exacta del problema.

Por último, en [Biel et al., 1998] se realizan simulaciones en PSPICE, conjuntamente con la implementación circuital, de las leyes de control que permiten obtención de señal pulsante a la salida de un convertidor Buck.

3.2.7.3. Control en tiempo mínimo

A continuación, se efectuará un breve resumen de la técnica descrita en [Biel et al., 1998], así como los comentarios pertinentes respecto al problema que se está estudiando.

En este análisis se consideran como variables de estado la corriente y la tensión en el condensador en lugar de las más comunes corriente en la bobina y la tensión en el condensador. Ello es debido a que de esta forma el punto de equilibrio en estado estacionario es $(0, V_{ref})$, donde V_{ref} es la tensión de referencia, y es independiente de la resistencia de carga. En el caso de utilizar las variables de estado corriente en el inductor y tensión en el condensador el vector de estado en régimen de regulación sería $(V_{ref}/R, V_{ref})$ y, como se puede comprobar, es sensible a las variaciones de la carga del convertidor no logrando, por tanto, la regulación deseada. Con estas variables de estado la ecuación de estado resulta:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_c \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{RC} & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_c \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.33)$$

con el objetivo de simplificar el desarrollo de análisis se efectúa una normalización, de modo que la ecuación de estado normalizada es

$$\begin{bmatrix} \dot{x}_1 \\ \dot{x}_2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -w_1 & -w_0 \\ w_0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} b \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.34)$$

Donde : $x_1(t) = i_c(t) \cdot \sqrt{L}$; $x_2(t) = v(t) \cdot \sqrt{C}$; $w_0 = \frac{1}{\sqrt{LC}}$; $w_1 = \frac{1}{RC}$; $b = \frac{E}{\sqrt{L}}$

La ecuación característica de este sistema es

$$|\lambda \cdot I - A| = s^2 + w_1 \cdot s + w_0^2 = 0 \Rightarrow \lambda_{1,2} = \frac{-w_1 \pm \sqrt{w_1^2 - 4 \cdot w_0^2}}{2} \quad (3.35)$$

Las raíces serán

autovalores complejo-conjugados si: $4 \cdot w_0^2 > w_1^2$

autovalores reales si: $4 \cdot w_0^2 \leq w_1^2$

En el caso de poseer autovalores reales las trayectorias en el plano de fase vienen descritas por las ecuaciones:

$$\frac{1}{\lambda_1} \cdot \ln \left[\frac{\lambda_1 \cdot (w_0 \cdot x_1 - \lambda_2 \cdot x_2) + b \cdot w_0}{\lambda_1 \cdot (w_0 \cdot x_1(0) - \lambda_2 \cdot x_2(0)) + b \cdot w_0} \right] = \frac{1}{\lambda_2} \cdot \ln \left[\frac{\lambda_2 \cdot (\lambda_1 \cdot x_2 - w_0 \cdot x_1) - b \cdot w_0}{\lambda_2 \cdot (\lambda_1 \cdot x_2(0) - w_0 \cdot x_1(0)) - b \cdot w_0} \right] \quad \text{para } u=1 \quad (3.36)$$

donde los autovalores vienen dados por la expresión: $\lambda_{1,2} = \frac{-w_1 \pm \sqrt{w_1^2 - 4 \cdot w_0^2}}{2}$

y $x_1(0)$ y $x_2(0)$ constituyen las coordenadas de un punto del plano de fase perteneciente a la trayectoria.

Cuando la señal de control es $u=-1$ la expresión de la trayectoria es análoga a la anterior cambiando el signo de b .

En el caso de tener autovalores complejo-conjugados definidos por

$$\lambda_{1,2} = \frac{-w_1 \pm \sqrt{w_1^2 - 4 \cdot w_0^2}}{2} = \alpha \pm j\beta$$

la trayectoria en plano de fase para $u=1$ resulta:

$$\ln \left[\frac{(\alpha \cdot x_1(t) - w_0 \cdot x_2(t) + b)^2 + (\beta \cdot x_1(t))^2}{(\alpha \cdot x_1(0) - w_0 \cdot x_2(0) + b)^2 + (\beta \cdot x_1(0))^2} \right] - \frac{\alpha}{\beta} \cdot \left[\operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\alpha \cdot x_1(0) - w_0 \cdot x_2(0) + b}{\beta \cdot x_1(0)} \right) - \operatorname{tg}^{-1} \left(\frac{\alpha \cdot x_1(t) - w_0 \cdot x_2(t) + b}{\beta \cdot x_1(t)} \right) \right] = 0 \quad (3.37)$$

análogamente al caso anterior $x_1(0)$ y $x_2(0)$ constituyen las coordenadas de un punto del plano de fase perteneciente a la trayectoria y α y β corresponden a la parte real e imaginaria, respectivamente, de los autovalores. Las trayectorias resultantes para el caso $u=-1$ tienen una expresión análoga cambiando el signo de b . Obsérvese que las expresiones de las trayectorias dependen de la tensión de entrada y de la resistencia de carga.

La figura 3.23 muestra las trayectorias representadas en plano de fase para el convertidor Buck con parámetros $L=100\text{mH}$, $C=33\mu\text{F}$, $E=28$ volts, $R=100\Omega$ y una tensión de referencia de 20 volts. En este caso se considera $x_1(0) = 0$ y $x_2(0) = 20\text{volt}$.

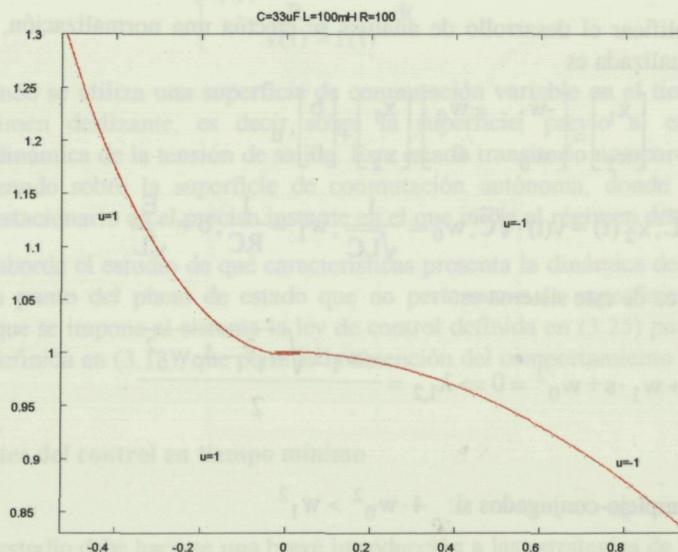


Fig. 3.23. Trayectorias en plano de fase para $u=1$ y $u=-1$. En ordenadas se encuentra la relación $v(t)/V_{ref}$.

Dado que el convertidor Buck es un sistema lineal respecto a su señal de control, la teoría de optimización en tiempo mínimo en sistemas lineales invariantes en el tiempo permite deducir que [Leitmann, 1966]:

- i) Si todos los autovalores de la matriz de estado son reales y negativos, existe un control óptimo que transfiere el sistema de cualquier estado inicial al origen en tiempo mínimo. Este control es tipo bang-bang alcanzando la señal de control los valores máximo y mínimo.
- ii) Si existe control óptimo es único.
- iii) Si los valores de la matriz de estado son reales, se alcanza el vector de estado final en un número de conmutaciones igual o menor al número de variables de estado menos uno.

Estas propiedades pueden generalizarse para el caso en el cual el convertidor Buck posee autovalores complejo-conjugados, tal y como se demuestra en [Jammes, Marpinard y Martínez-Salamero, 1993].

Los estudios realizados en la referencia [Burns y Wilson, 1978] demuestran que la utilización de las trayectorias del sistema como funciones de control de conmutación permiten alcanzar el régimen estacionario en tiempo mínimo para cualquier condición inicial.

En concreto, el control formado por las trayectorias obtenidas mediante las variables de estado definidas anteriormente consideradas como superficies de conmutación, conjuntamente con la ley de control apropiada, permite obtención de estado transitorio en tiempo mínimo frente a cualquier condición inicial y regulación en régimen estacionario sin necesidad de añadir ninguna otra función de control. En la figura 3.24 se presentan la tensión de salida pulsante y señal de control obtenidas mediante la simulación del convertidor con las funciones de control propuestas; puede observarse que la señal de salida alcanza los valores ± 20 volt en tiempo mínimo sin sobreimpulso.

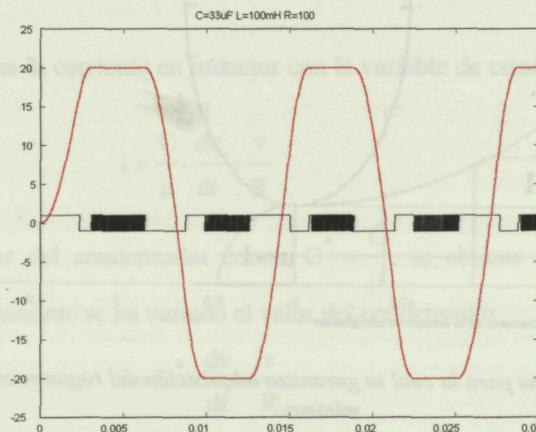


Fig. 3.24. Señal de salida pulsante y señal de control.

3.2.7.4. Generación de señal en tiempo mínimo

En este subapartado se aplicarán los conceptos descritos anteriormente al sistema de control en modo deslizante propuesto para lograr generación de señal senoidal.

En el análisis debe tenerse en cuenta que, dado que el sistema presenta una ecuación de estado lineal invariante en el tiempo, no existe ningún punto del plano de estado, exceptuando el punto de equilibrio, que pertenezca a dos trayectorias de estado para un mismo valor de la señal de control.

De este modo, en conclusión, el sistema alcanzará la superficie de conmutación definida por la ecuación (3.12), que ofrece la señal senoidal deseada a la salida, sin realizar ninguna conmutación en el estado transitorio cuando la condición inicial se encuentre en la zona marcada en la figura 3.25. Esta zona se encuentra limitada por las trayectorias de estado que contienen a los puntos del plano de estado $((A+B)/R, A+B)$ y $((-A+B)/R, -A+B)$, que son los valores máximo y mínimo que alcanza la elipse que representa la superficie de conmutación en el plano de fase. En este caso se ha considerado un convertidor con parámetros $L=18\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $E=28$ volts, $R=100\Omega$ y una señal de salida sin offset, con una frecuencia de 50 Hz y una amplitud de 20 volts.

Cuando el sistema inicie su estado transitorio desde condiciones iniciales que se encuentren en el exterior de la zona indicada en la figura 3.25, este se efectuará realizando más de una conmutación debido a que se producirá una intersección entre la trayectoria con la modificación de la ley de control en una región de pequeña anchura cercana a la curva de puntos de equilibrio, ver apartado 3.2.4, apareciendo un régimen deslizante cuya dinámica lleva el vector de estado hacia la superficie de conmutación deseada, no lográndose, por tanto, un estado transitorio en tiempo mínimo.

De forma resumida, y a nivel de conclusión puede indicarse que: *dado que la generación de señal en un convertidor Buck no presenta estado transitorio en régimen deslizante y que el sistema alcanza la*

superficie de conmutación sin realizar ninguna conmutación para un conjunto de condiciones iniciales, el convertidor Buck puede generar señal senoidal adquiriendo el régimen estacionario en tiempo mínimo u óptimo para este conjunto de condiciones iniciales.

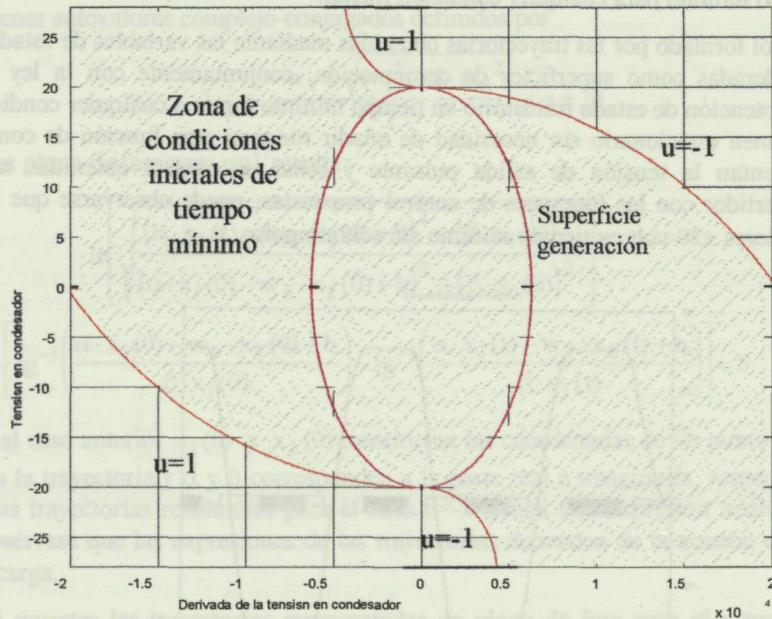


Fig. 3.25. Zona del plano de fase para la cual se garantiza adquisición del régimen estacionario en tiempo mínimo.

3.2.6. Convertidor Buck con pérdidas

En este subapartado se abordará el problema de generalización de la técnica de control propuesta para la generación de señal en el caso de un convertidor conmutado Buck con pérdidas.

La ecuación de estado del convertidor Buck con pérdidas, asociando una resistencia de pérdidas al condensador e inductor (figura 3.26), denominadas r_l y r_c , respectivamente, es:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\frac{1}{L} \cdot (r_l + \mu \cdot r_c) & -\frac{\mu}{L} \\ \frac{\mu}{C} & -\frac{\mu}{RC} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i \\ v \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \frac{E}{L} \\ 0 \end{bmatrix} \cdot u \quad (3.38)$$

donde $\mu = \frac{R}{R + r_c}$

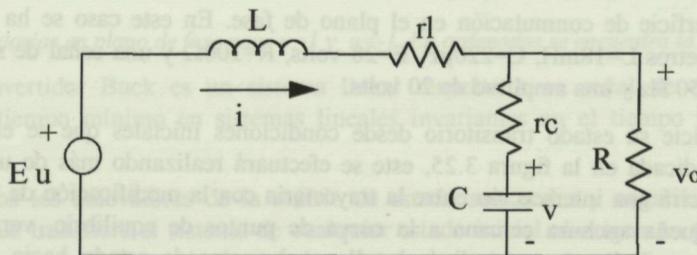


Fig. 3.26. Modelo del convertidor Buck con pérdidas.

Debe resaltarse que la ecuación de estado (3.38) es lineal respecto a la señal de control por lo que, al incluir las resistencias de pérdidas en el estudio, formalmente el desarrollo analítico es el mismo que el

ya realizado con el convertidor reductor sin pérdidas. Por ello, para considerar el procedimiento de análisis del efecto de las pérdidas cuando se realiza generación de señal en un convertidor Buck, deben estudiarse los siguientes puntos:

1- plantear la ecuación de salida (3.39) y obtener la señal $v(t)$ a partir de la señal de salida $v_o(t)$, suponiendo conocidos el valor del condensador (C) y la resistencia de pérdidas asociada al mismo (rc)

$$v_o = rc \cdot C \cdot \frac{dv}{dt} + v \quad (3.39)$$

donde, considerando una señal de la forma: $v_o(t) = A \cdot \sin(\omega \cdot t) + B$ en la tensión de salida del convertidor, y estudiando la variable de estado tensión en el condensador en estado estacionario (v_{ss}) se obtienen las relaciones:

$$A_c = \frac{A}{\sqrt{1+(rc \cdot C \cdot \omega)^2}}; B_c = B; \phi = -\arctg(rc \cdot C \cdot \omega), \text{ al imponer } v_{ss}(t) = A_c \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + B_c \quad (3.40)$$

2- la ecuación que relaciona la corriente en inductor con la variable de estado tensión en el condensador es

$$i = \frac{C}{\mu} \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} \quad (3.41)$$

definiendo un nuevo valor del condensador como: $C^* = \frac{C}{\mu}$, se obtiene una ecuación idéntica a la ecuación (3.2), donde únicamente se ha variado el valor del condensador

$$i = C^* \cdot \frac{dv}{dt} + \frac{v}{R} \quad (3.42)$$

Partiendo de la superficie variable en el tiempo utilizada para realizar seguimiento de señal en estado estacionario, y aplicando el teorema de la función inversa, se obtiene la siguiente superficie de conmutación autónoma

$$\sigma(i, t) = i - \frac{v_{ss}(t)}{R} - C^* \cdot \frac{dv_{ss}(t)}{dt} \xrightarrow{\text{teorema de la función inversa}} \sigma(\dot{v}, v) = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v - B_c)^2 - \omega^2 \cdot A_c^2 = 0 \quad (3.43)$$

y la ley de control permanece con la expresión que se obtuvo en (3.25)

$$u = \begin{cases} +1 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} < 0 \\ -1 & \text{si } \sigma \cdot \dot{v} > 0 \end{cases}$$

En conclusión, si el convertidor posee resistencias de pérdidas, pero estas no se consideran en el diseño de la superficie de conmutación

$$\sigma(\dot{v}, v) = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v - B)^2 - \omega^2 \cdot A^2 = 0$$

ni en el control, el ajuste de los parámetros A y B de la superficie de conmutación permitirá obtener el offset y amplitud deseados en bornes de la carga. Es decir, una vez implementada la superficie deberá realizarse un ajuste posterior de A y B para generar la señal que realmente se desea obtener en la salida del convertidor. Obsérvese la relación lineal existente entre A_c y A .

3- las resistencias de pérdidas afectarán a la existencia del régimen deslizante, esto es, al control equivalente. Considerando las pérdidas y suponer una superficie de conmutación variable en el tiempo (3.43), el control equivalente viene determinado por la expresión

$$u_{eq} = \frac{L \cdot \frac{di}{dt} + (r_l + \mu \cdot rc) \cdot i + \mu \cdot v}{E} \quad (3.44)$$

al trabajar con una superficie autónoma

$$\sigma(\dot{v}, v) = \left(\frac{dv}{dt}\right)^2 + \omega^2 \cdot (v - Bc)^2 - \omega^2 \cdot Ac^2 = 0$$

imponiendo la condición de invarianza para obtener el control equivalente en este caso

$$\frac{d\sigma}{dt} = 2\dot{v}\ddot{v} + 2\omega^2 \dot{v}(v - Bc) = 0 \Rightarrow \begin{cases} \dot{v} = 0 \\ \text{ó} \\ \ddot{v} + \omega^2 (v - Bc) = 0 \end{cases}$$

$$\mu \cdot E \cdot u_{eq} = \left[(rl + \mu \cdot rc) \cdot C + \mu \cdot \frac{L}{R} \right] \cdot \dot{v} + \left[\mu^2 + \mu \cdot \frac{(rl + \mu \cdot rc)}{R} - LC \omega^2 \right] \cdot v + LC \omega^2 \cdot Bc \quad (3.45)$$

dado que $v(t) = Ac \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + Bc$, en estado estacionario

$$\begin{aligned} \mu \cdot E \cdot u_{eqss} = & \left[(rl + \mu \cdot rc) \cdot C + \mu \cdot \frac{L}{R} \right] \cdot Ac \cdot \omega \cdot \cos(\omega \cdot t + \phi) + \left[\mu^2 + \mu \cdot \frac{(rl + \mu \cdot rc)}{R} - LC \omega^2 \right] \cdot Ac \cdot \sin(\omega \cdot t + \phi) + \\ & + \mu \cdot \left[\mu + \frac{(rl + \mu \cdot rc)}{R} \right] \cdot Bc \end{aligned} \quad (3.46)$$

agrupando adecuadamente para obtener los máximos y mínimos del control equivalente en estado estacionario se obtiene

$$u_{eqss \max, \min} = \frac{Ac}{R \cdot E} \sqrt{\left[rl \cdot (R + rc) \cdot C + R \cdot rc \cdot C + L \right]^2 \cdot \omega^2 + \left[(rl + R) - LC \omega^2 \cdot (R + rc) \right]^2} + \frac{Bc}{E} \cdot \left(\frac{rl}{R} + 1 \right) \quad (3.47)$$

de este modo, recordando que $Ac = \frac{A}{\sqrt{(1 + rc \cdot C \cdot \omega)^2}}$; $Bc = B$; y que para que exista régimen deslizante

se debe cumplir $-1 < u_{eq} < 1$, se obtiene la inecuación que relaciona los parámetros de la señal con los componentes del convertidor (3.48).

$$A < \frac{R \cdot \sqrt{(1 + rc \cdot C \cdot \omega)^2} \cdot \left(E - |B| \cdot \left(\frac{rl}{R} + 1 \right) \right)}{\sqrt{\left[rl \cdot (R + rc) \cdot C + R \cdot rc \cdot C + L \right]^2 \cdot \omega^2 + \left[(rl + R) - LC \omega^2 \cdot (R + rc) \right]^2}} \quad (3.48)$$

Esta inecuación debe imponerse en la etapa de diseño para garantizar la existencia de régimen deslizante para los valores predeterminados de los parámetros (A, B y ω) de la señal que se desea generar.

De nuevo, tal y como ya ocurría en el caso ideal, en el caso concreto de desear una señal senoidal sin offset ($B=0$) a la salida del convertidor la condición de diseño para obtener deslizamiento se reduce a $A < E \cdot \gamma(\omega)$, donde $\gamma(\omega)$ coincide con la respuesta frecuencial en módulo del filtro de salida del convertidor.

$$\gamma(\omega) = \frac{R \cdot \sqrt{(1 + rc \cdot C \cdot \omega)^2}}{\sqrt{\left[rl \cdot (R + rc) \cdot C + R \cdot rc \cdot C + L \right]^2 \cdot \omega^2 + \left[(rl + R) - LC \omega^2 \cdot (R + rc) \right]^2}} \quad (3.49)$$

3.3. Consideraciones sobre la implementación del control

Una vez determinada la estrategia de control, la superficie de conmutación, la ley de control y el procedimiento de diseño y presentados algunos resultados de simulación, en este apartado se realizarán comentarios respecto a la implementación electrónica del sistema de control. El primer subapartado planteará, de forma resumida, los problemas asociados a una implementación analógica de la superficie. Mientras que en el segundo subapartado se presentarán las consideraciones que se han tenido en cuenta, y las soluciones que se han utilizado, en la realización digital que finalmente se ha llevado a la práctica.

3.3.1. Implementación analógica

Si se pretende hacer una implementación electrónica analógica del control propuesto, debido a la característica no lineal que posee la superficie de conmutación, definida por la ecuación (3.11), ésta deberá realizarse mediante elementos multiplicadores analógicos. Puede indicarse que la realización electrónica basada en elementos analógicos discretos presenta dos problemas importantes:

- 1- el difícil ajuste de los potenciómetros asociados a los multiplicadores.
- 2- el problema asociado a la curva de puntos de equilibrio del sistema implica un mapeado del plano de estado por zonas en las que se define la señal de control (ver figura 3.16). Ello conlleva la utilización de bloques lógicos o comparadores que aumentan el número de componentes necesarios así como la dimensión del circuito de control.

Una alternativa a la implementación analógica discreta consiste en una realización electrónica integrada analógica que ofrece, como principales características, gran velocidad de procesado, bajo consumo de potencia y baja sensibilidad frente a interferencias y ruido. Esta opción está siendo desarrollada en la actualidad. En la referencia [Alarcón et. al, 1999] se presenta un diseño microelectrónico de la ley de control presentada en este mismo capítulo con el objetivo de lograr generación de señal senoidal en un convertidor Buck.

3.3.2. Implementación digital

3.3.2.1. Normalización de las variables de estado: variables normalizadas XY

La realización mediante técnicas digitales presenta las ventajas de la flexibilidad de programación y la capacidad de realizar diversas acciones de control dependiendo de la zona del plano de estado en la que se encuentre el vector de estado. Por otra parte debe recordarse que la señal de control es discontinua, lo cual facilita su codificación.

La ecuación de la superficie de conmutación (3.12) depende de la amplitud, el offset y la frecuencia de la señal que se pretende generar y utiliza como variables realimentadas la tensión en condensador y su derivada. Con el objetivo de evitar la dependencia del dimensionado de los dispositivos programables frente a estos parámetros se han realizado los cambios de variable:

$$x = \frac{1}{A\omega} \cdot \frac{dv}{dt}; \quad y = \frac{(v-B)}{A} \quad (3.50)$$

que sustituidos en la ecuación de la superficie (3.12), proporciona

$$\sigma(x,y) = x^2 + y^2 - 1 = 0 \quad (3.51)$$

De esta forma las variables que se introducen en el dispositivo digital son las variables Y y X , que se obtienen a su vez de la tensión del condensador y su derivada, respectivamente. Es importante indicar que la ecuación a programar en el dispositivo digital es la ecuación (3.51) que es independiente de la amplitud, el offset y la frecuencia de la señal que se desea generar y, por tanto, la capacidad del dispositivo no vendrá condicionada por estos parámetros.

Considerando los cambios de variable definidos por (3.50) la inecuación a satisfacer para garantizar existencia de régimen deslizante definida en (3.14) resulta

$$-E < \frac{L}{R} A\omega x + (1 - LC\omega^2)Ay + B < E \quad (3.51)$$

Esta expresión define la región del plano XY en la cual existirá dominio de deslizamiento.

La región se encuentra limitada por dos rectas:

$$\left\{ \begin{array}{l} r_1: y = -\frac{L\omega}{R \cdot (1 - LC\omega^2)} \cdot x + \frac{E - |B|}{A \cdot (1 - LC\omega^2)} \\ r_2: y = -\frac{L\omega}{R \cdot (1 - LC\omega^2)} \cdot x - \frac{E - |B|}{A \cdot (1 - LC\omega^2)} \end{array} \right. \quad (3.53)$$

Como el offset puede ser positivo o negativo, se considera en valor absoluto, ya que esta es la solución más restrictiva a la inecuación de la expresión anterior, solución que implica una región simétrica ubicada entre las dos rectas definidas por (3.53).

La figura 3.27. muestra la representación gráfica de la superficie de conmutación, cuya representación en este plano es una circunferencia de radio unidad, y las rectas limitadoras definidas por (3.53).

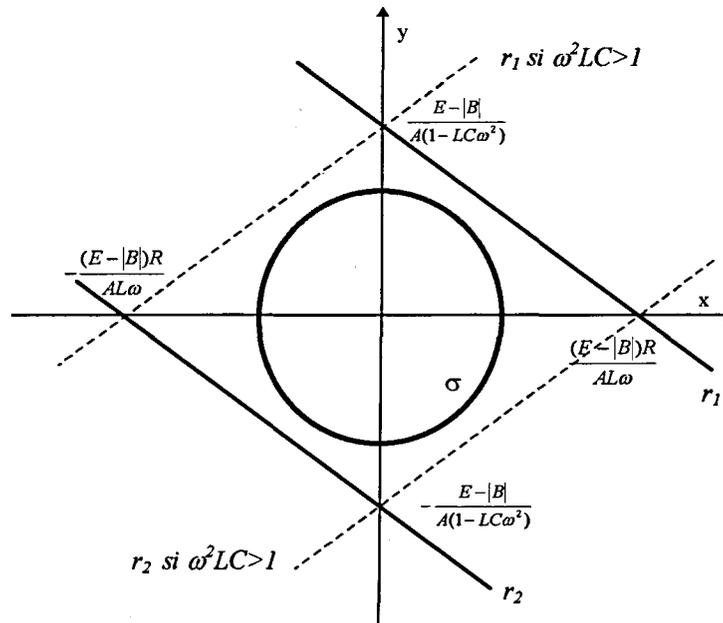


Fig. 3.27. Región del plano XY que cumple con las condiciones de deslizamiento

Como se puede observar de la figura 3.27, el dominio de existencia de deslizamiento (zona del plano comprendida entre las dos rectas), tiene que incluir la superficie de conmutación para garantizar la existencia de régimen deslizante. Si esto no sucediera, no existiría deslizamiento sobre la superficie y, en consecuencia, la trayectoria del vector de estado se dirigiría hacia la curva de puntos de equilibrio.

De nuevo, y tal como se comentó anteriormente en el apartado 3.2.3, de la figura 3.27 puede deducirse que en el proceso de diseño del convertidor deben tenerse en cuenta el valor de la resistencia de carga mínimos, así como los valores de la amplitud, frecuencia y offset de la señal de salida máximos, dado que representan

la peor combinación posible. De este modo, si se garantiza la existencia del régimen deslizante en este caso, cualquier otra combinación no provocará la pérdida del deslizamiento sobre la superficie que proporciona la señal de salida deseada.

Según la pendiente de las rectas, se pueden diferenciarse tres situaciones: A) $\omega^2 LC > 1$, B) $\omega^2 LC < 1$ y C) $\omega^2 LC = 1$.

Los casos A y B son similares. En estos casos la región comprendida entre las rectas varía en función de los parámetros que influyen en las rectas limitadoras.

Para asegurar la existencia de régimen deslizante en el mayor número de casos posibles (variaciones de los parámetros) interesará que el dominio de atracción sea lo más amplio posible o, lo que es lo mismo, exista el mayor margen posible entre la superficie de conmutación y las rectas limitadoras. Obsérvese que cuando el offset B es cero, se consigue una total simetría en la región del plano XY que determina el dominio de existencia.

Por otra parte, si se considera el caso C ($\omega^2 LC = 1$), se dispone de una región en la que el dominio de deslizamiento queda delimitado por dos rectas de pendiente infinita (figura 3.28), definidas por

$$x = \pm \frac{R \cdot (E - |B|)}{A \cdot L \omega} \tag{3.54}$$

y que, por lo tanto, se obtiene mayor grado de libertad a la hora de variar los parámetros de la señal. Obsérvese que en este caso la frecuencia de la señal generada (ω), coincide con la frecuencia natural del filtro.

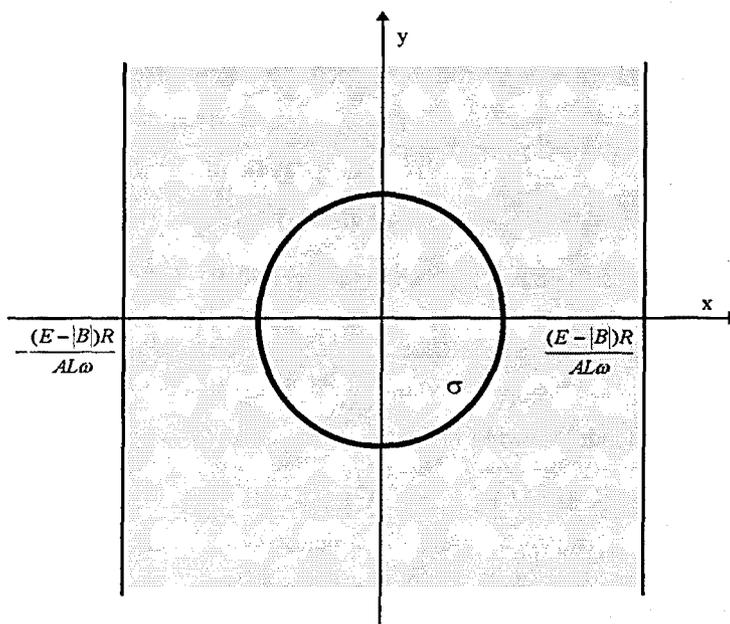


Fig. 3.28. Dominio de deslizamiento para la frecuencia natural y $u = \{-1, 1\}$.

El dominio de existencia de régimen deslizante depende de los valores que puede adquirir la señal de control. De este modo si se considera el caso en el que el control u toma los valores 0 ó 1, la región de dominio de existencia de deslizamiento es la representada en la figura 3.29. A simple vista se puede comprobar como esta región no es simétrica con respecto a los ejes X e Y, lo cual supone que es más difícil cumplir las condiciones que aseguran deslizamiento.

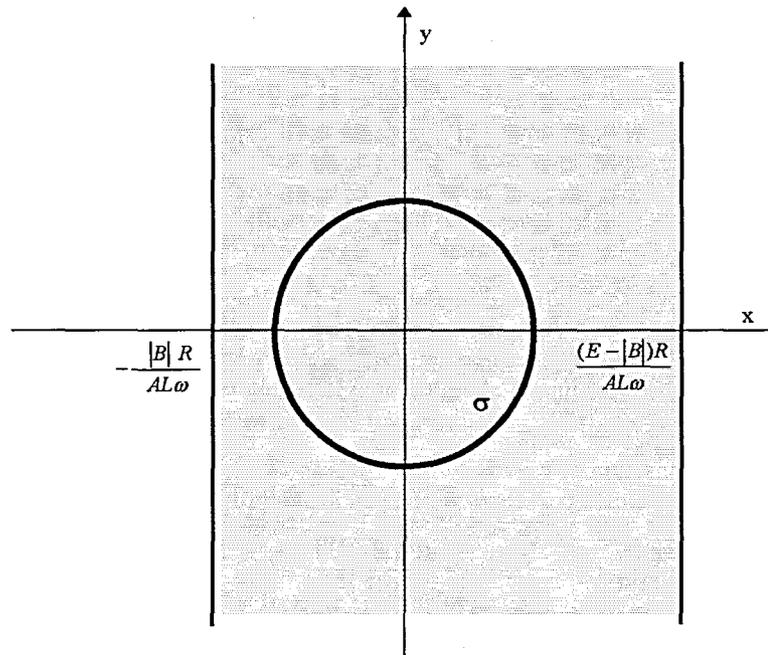


Fig. 3.29. Dominio de atracción para la frecuencia natural y $u=\{0,1\}$.

Según lo comentado, se puede encontrar una condición de diseño que asegure que la superficie esté incluida en el dominio de atracción. Desde un punto de vista geométrico, lo dicho anteriormente implica que la superficie no intersekte con ninguna de las rectas. Es decir, debe resolverse el sistema de ecuaciones

$$\begin{cases} y = -\frac{L\omega}{R \cdot (1-LC\omega^2)} \cdot x + \frac{E-|B|}{A \cdot (1-LC\omega^2)} \\ x^2 + y^2 - 1 = 0 \end{cases} \quad (3.55)$$

Sustituyendo la primera expresión en la segunda, se obtiene:

$$x^2 \cdot \left[(1-LC\omega^2)^2 + \left(\frac{L\omega}{R} \right)^2 \right] - x \cdot \frac{2L\omega(E-|B|)}{AR} + \left(\frac{E-|B|}{A} \right)^2 - (1-LC\omega^2)^2 = 0 \quad (3.56)$$

La ecuación de 2º grado no tendrá solución real si:

$$L^2\omega^2(E-B)^2 < \left[R^2(1-LC\omega^2)^2 + L^2\omega^2 \right] \cdot \left[(E-B)^2 - A^2(1-LC\omega^2)^2 \right] \quad (3.57)$$

Expresión que, operando, queda como:

$$A < \frac{E-|B|}{LC} \cdot \frac{1}{\sqrt{\frac{\omega^2}{(RC)^2} + \left(\omega^2 - \frac{1}{LC} \right)^2}}$$

condición a la que ya se llegó en el apartado 3.2.3 (expresión (3.16)). Operando con la otra recta, se obtiene el mismo resultado.

3.3.2.2. Estado transitorio en el plano XY

El estudio de los transitorios, que tienden a conducir el sistema fuera de la superficie, no han sido abordados en el estudio anterior en el que se suponía, en general, existencia de régimen deslizante. La superficie de conmutación en su forma normalizada o, lo que es lo mismo, en su representación en el plano XY es independiente de las variaciones de la amplitud, el offset y la frecuencia de la señal generada, así como de la resistencia de carga del convertidor. Este plano, por tanto, resulta idóneo para estudiar la evolución del vector de estado cuando ocurren variaciones de estos parámetros.

1. Variación pulsante de la resistencia de carga

Supóngase una variación de carga pulsante, que oscila entre los valores R_1 y R_2 (figura 3.30), donde $R_2 > R_1$.

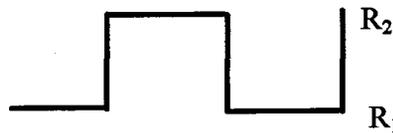


Fig. 3.30. Variación de carga

Definiendo t_1 como el instante de tiempo anterior a la variación de R , y t_2 el inmediatamente posterior al salto, donde $t_2 = t_1 + \delta$, siendo δ un infinitesimal, se obtiene según la ecuación diferencial que relaciona la tensión en bornes de un condensador con su corriente:

$$i_C = C \frac{dv}{dt}$$

que, considerando un infinitesimal de tiempo, puede aproximarse por

$$C \cdot \Delta v = \delta \cdot (i_{C2} - i_{C1})$$

donde i_{C1} e i_{C2} son las corrientes en el condensador definidas en los instantes de tiempo t_1 y t_2 , respectivamente.

Al imponer $\delta \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta v = 0$ y, por tanto: $v_1 = v_2$. Así, cuando la resistencia de carga R pase del valor R_1 a R_2 , por el efecto del condensador del filtro de salida del convertidor Buck, la tensión de salida mantendrá su valor.

De este modo el valor de la variable Y permanece constante cuando se produce una variación pulsante de la resistencia de carga.

Procediendo de forma análoga, la ecuación diferencial que relaciona la tensión en un inductor con la corriente es:

$$v_L = L \frac{di}{dt}$$

y, de nuevo, considerando un infinitesimal de tiempo, puede aproximarse por

$$L \cdot \Delta i = \delta \cdot (v_{L1} - v_{L2})$$

donde i , v_{L1} , y v_{L2} son la corriente que circula por el inductor y la diferencia de tensión en bornes del inductor en los instantes t_1 y t_2 , respectivamente.

Al imponer $\delta \rightarrow 0 \Rightarrow \Delta i = 0$ y, en conclusión: $i_1 = i_2$, donde i_1 e i_2 son la corriente del inductor en los instantes de tiempo t_1 y t_2 , respectivamente. Así, al variar la resistencia de carga de forma pulsante la corriente en inductor mantendrá su valor.

El efecto de la variación de la resistencia de carga sobre la variable X puede conocerse a partir de la relación

$$i_C = C \frac{dv}{dt} = CA\omega x, \quad \text{dado que } x = \frac{1}{A\omega} \frac{dv}{dt}$$

definidos los dos instantes de tiempo, se tiene: $i_{C2} - i_{C1} = CA\omega(x_2 - x_1)$

y, considerando que,

$$i_C = i - \frac{v}{R}$$

se obtiene la expresión de la variación de la variable X en función de la resistencia de carga R

$$x_2 - x_1 = \frac{v}{CA\omega} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) \quad (3.58)$$

En conclusión, una variación pulsante de la resistencia de carga conllevará una transición horizontal en el plano XY. El sistema recuperará el régimen deslizante, tras un estado transitorio, siempre y cuando el nuevo valor de la resistencia de carga, verifique las inecuaciones que determinan que la superficie de conmutación no sobrepase el dominio de deslizamiento resultante con la nueva resistencia de carga, véase ecuación (3.51).

Se presentan a continuación resultados de simulación que permiten validar la afirmación anterior. Para ello se ha utilizado un convertidor de parámetros: $L=18$ mH, $C=220\mu\text{F}$ y tensión de generador $E=28$ volt, la frecuencia de la señal de salida es $\omega=500$ rad/s y la variación de carga de forma pulsante es de 4 a 10 Ω con una frecuencia de 200 rad/s.

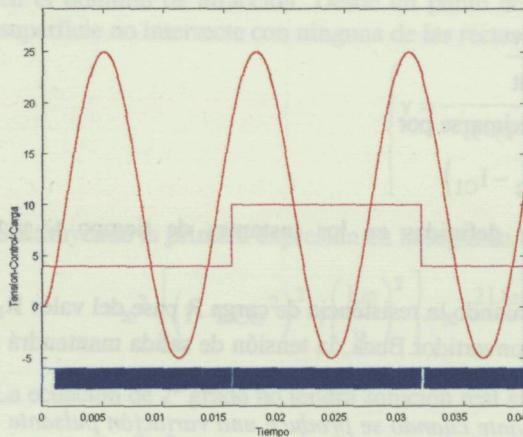


Fig. 3.31. Señal de salida con salto de carga.

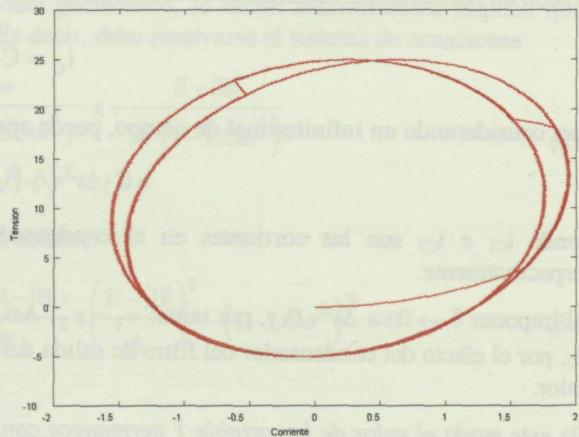


Fig. 3.32. Plano de estado.

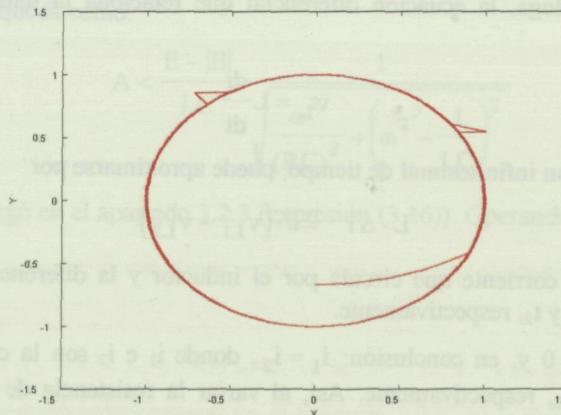


Fig. 3.33. Plano XY.

La ecuación (3.58) determina el valor de la coordenada X a partir de la tensión del condensador y del estado anterior a la variación de la resistencia de carga de la propia variable X. En el caso particular en el que se produzca un cambio de signo de la coordenada X, esto es $x_2 < 0$ y $x_1 > 0$ o $x_2 > 0$ y $x_1 < 0$, se producirá una inversión del signo de la derivada de la tensión del condensador durante la transición y ello conllevará una variación de la fase importante por parte de la señal generada.

Puede conocerse la variación de carga necesaria para que este efecto ocurra analizando como a continuación se detalla:

1. aparecerá el efecto comentado cuando

$$x_2 = x_1 + \frac{v}{CA\omega} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) < 0 \text{ y } x_1 > 0 \quad \text{o} \quad x_2 = x_1 + \frac{v}{CA\omega} \cdot \left(\frac{1}{R_1} - \frac{1}{R_2} \right) > 0 \text{ y } x_1 < 0$$

2. la variación de resistencia de carga debe cumplir

$$\frac{1}{R_2} > \frac{1}{R_1} + \frac{CA\omega}{v} \cdot x_1 \text{ cuando } x_1 > 0 \quad \text{o} \quad \frac{1}{R_2} < \frac{1}{R_1} + \frac{CA\omega}{v} \cdot x_1 \text{ cuando } x_1 < 0$$

3. por último, recordando la definición de X

$$\frac{1}{R_2} > \frac{1}{R_1} + \frac{C}{v} \cdot \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=t_1} \text{ cuando } \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=t_1} > 0 \quad \text{o} \quad \frac{1}{R_2} < \frac{1}{R_1} + \frac{C}{v} \cdot \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=t_1} \text{ cuando } \left(\frac{dv}{dt} \right)_{t=t_1} < 0 \quad (3.59)$$

La ecuación 3.59 indica cuando sucederá el efecto de desfase importante sobre la señal de salida en función de la variación pulsante de la resistencia de carga.

Este fenómeno también puede observarse en el plano de estado, tal y como muestra la figura 3.35. En este caso no se produce transición del vector de estado en el instante en el que se produce la variación pulsante, pero sí se modifica la superficie de conmutación, cuyo trazado en este plano depende de la resistencia de carga. Conjuntamente con las trayectorias de estado y las superficies de deslizamiento se han representado las curvas de puntos de equilibrio (r1 y r2) en el plano de estado. Así, puede comprobarse como al producir la transición de carga el vector de estado aparece a la izquierda de r2 y a la derecha de r1, indicando el cambio de signo de la derivada anteriormente comentado. Por último, la figura 3.34 muestra la tensión de salida resultante.

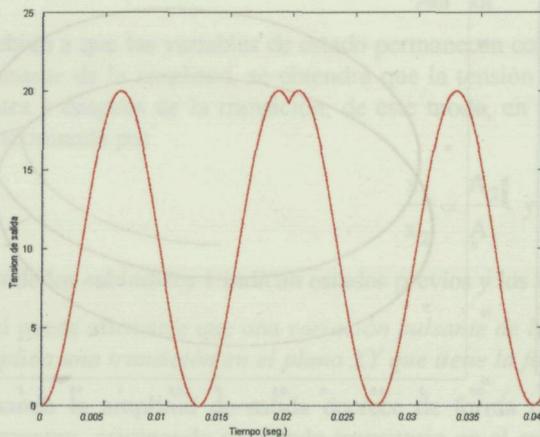


Fig. 3.34. Error de fase en la tensión de salida.

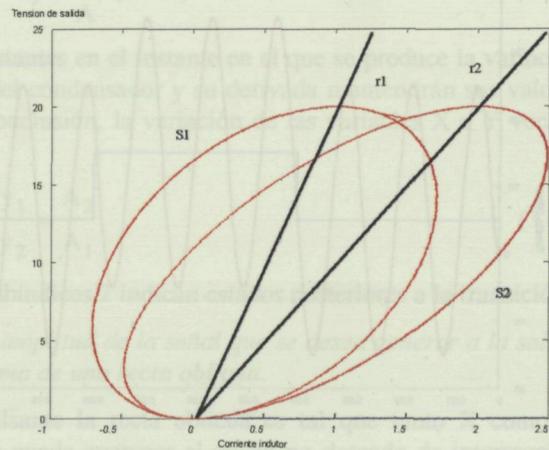


Fig. 3.35. Plano de estado.