

DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELECTRÒNICA

***Control en modo deslizante aplicado a
la generación de señal en convertidores
conmutados DC/DC.***

Tesis doctoral presentada
para la obtención del título
de doctor

Domingo Biel Solé

Directores:

Enric Fossas i Colet

Francesc Guinjoan Gispert

Mayo de 1999

3.5. Resumen y comentarios finales del capítulo

Para finalizar este capítulo se presentan, de forma resumida, los comentarios y las conclusiones que se han ido obteniendo a lo largo del mismo.

- Se ha descrito el procedimiento para pasar de seguimiento a generación de señal con control en modo deslizante en el convertidor Buck sin pérdidas. La aplicación del teorema de la función inversa permite obtener una superficie de conmutación autónoma.
- Con el control propuesto, la señal de salida es robusta frente a las variaciones de carga y de la tensión de entrada. De hecho, estas variaciones afectan solamente al dominio de existencia de régimen deslizante.
- Se ha propuesto un método de diseño de los parámetros del convertidor (condensador e inductancia) con el objetivo de lograr la generación de una señal senoidal de salida con amplitud, offset y frecuencia prefijados. Se ha determinado que, con este control, puede conocerse el rango de valores de los parámetros de la señal senoidal de salida que se pretende generar, a partir del diagrama de Bode de la respuesta frecuencial del filtro de salida del convertidor.
- Se han generalizado las expresiones del dominio de existencia de régimen deslizante para los casos de carga reactiva y carga no lineal. En el caso de cargas reactivas se demuestra, asimismo, que el rango de los parámetros de la senoide viene determinado por el diagrama de Bode resultante de incorporar la impedancia de la carga al filtro de salida.
- Se ha obtenido la ley de control para la generación de señal con control en modo deslizante tanto en el caso de una señal de control de dos estados como en el caso de tres estados.
- Se ha deducido que en el caso de generación de señal, la dinámica del convertidor Buck no presenta estado transitorio en régimen deslizante y que el sistema alcanza la superficie sin realizar ninguna conmutación para un conjunto de condiciones iniciales. Como consecuencia, el convertidor Buck puede generar señal senoidal adquiriendo el régimen estacionario en tiempo mínimo u óptimo para este conjunto de condiciones iniciales.
- Se ha demostrado que, al considerar pérdidas resistivas en los elementos reactivos del convertidor, puede obtenerse la señal senoidal de salida deseada, mediante un ajuste de los parámetros de la superficie de conmutación.
- De cara a la implementación de un prototipo experimental, se ha utilizado una normalización de las variables de estado con el objetivo de programar la ley de control en dispositivos digitales. Se han discutido las características que debe tener el dispositivo lógico programable a nivel de capacidad, frecuencia de muestreo y margen dinámico.
- Por último, se han presentado resultados de simulación y experimentales que corroboran el diseño propuesto

Capítulo 4

Generación de señal en convertidores no lineales

En este capítulo se aplicará la técnica descrita en el capítulo 3 sobre los convertidores conmutados de segundo orden que presentan característica bilineal (Boost y Buck-Boost). Los primeros apartados del capítulo profundizan en el seguimiento de señal que se introdujo en el capítulo 2. De forma que al finalizar estos primeros apartados ya se dispondrán de las herramientas necesarias para plantear el procedimiento de obtención de la superficie de conmutación, y la ley de control asociada a la misma, que permite la generación de señal en régimen deslizante. Los últimos apartados del capítulo estarán dedicados a la resolución del problema de robustez del convertidor frente a variaciones de la resistencia de carga y a la generalización de la estrategia de control en modo deslizante para la generación de señal cuando las resistencias de pérdidas del convertidor se consideran en la etapa de diseño.

4.1. Seguimiento de señal en convertidores no lineales con control en modo de deslizamiento

En el capítulo 2 se indicó que un procedimiento para lograr seguimiento de señal en un convertidor conmutado de segundo orden consiste en utilizar una superficie de conmutación que ofrezca de forma indirecta la dinámica en régimen estacionario deseada en la tensión de salida. Para lograr este propósito, y tal y como se comentó en el capítulo 2, debe eliminarse la señal de control de las ecuaciones que componen la ecuación de estado para obtener una relación directa entre las variables de estado. Así, cuando la señal de salida $v(t)$ sigue una determinada referencia $f(t)$, la variable $i(t)$ aparece como solución de una ecuación de Abel de segunda especie definida por la ecuación (2.31) que aquí se reproduce:

$$i \cdot \left[L \cdot \frac{di}{dt} - E \right] = (E \cdot \gamma + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \quad (4.1)$$

De este modo, si $v(t)$ sigue a la señal $f(t)$, la solución $i(t) = \xi(t)$ debe satisfacer la ecuación anterior. La existencia de régimen deslizante sobre la superficie $S = i - \xi(t)$ debe proporcionar asintóticamente, suponiendo que el sistema es estable, la dinámica deseada $v = f(t)$.

Este método plantea, esencialmente, dos problemas [Fossas y Olm, 1994]:

1- La ecuación de Abel no es resoluble analíticamente, lo que implica que no es posible parametrizar la solución $\xi(t)$ en función de los componentes del sistema.

2- La solución $\xi(t)$ está compuesta por una señal creciente en el tiempo con pendiente igual a E/L , conjuntamente con una señal periódica. La componente creciente en el tiempo es indicativa de inestabilidad en la corriente del inductor, que impide implementación circuital de la ecuación (4.1), esto es, solucionar la ecuación de Abel mediante una integración en tiempo real.

Ejemplo

La siguiente simulación presenta los resultados obtenidos al pretender realizar seguimiento de la señal $f(t) = 100 + 10 \cdot \text{sen}(100000t)$, mediante la superficie de conmutación $S = i - \xi(t)$, en un convertidor Boost de parámetros: $L = 100 \mu\text{H}$, $C = 1 \mu\text{F}$, $R = 100 \Omega$, $E = 10 \text{ volt}$, utilizando, para ello, una integración de la señal de Abel. La figura 4.1 muestra la evolución dinámica de la corriente en inductor, donde se puede observar la característica de inestabilidad anteriormente mencionada. La figura 4.2 presenta el correcto seguimiento, en

régimen deslizante, de la señal deseada en la tensión del condensador del convertidor y, por último, la figura 4.3 muestra la dinámica de la trayectoria de estado en régimen deslizante en el plano de estado.

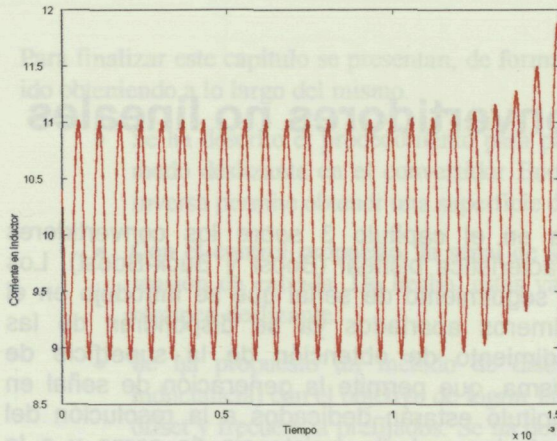


Fig. 4.1. Dinámica de la corriente en inductor.

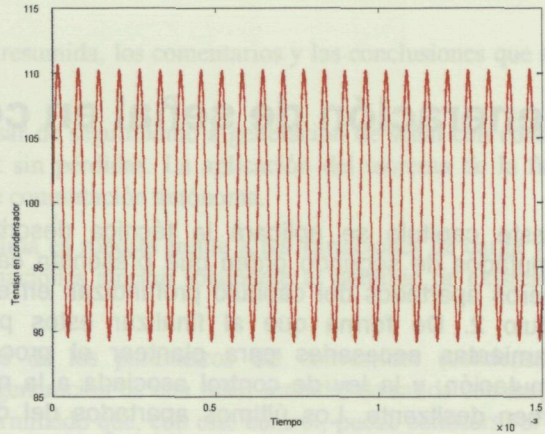


Fig. 4.2. Dinámica de la tensión en condensador.

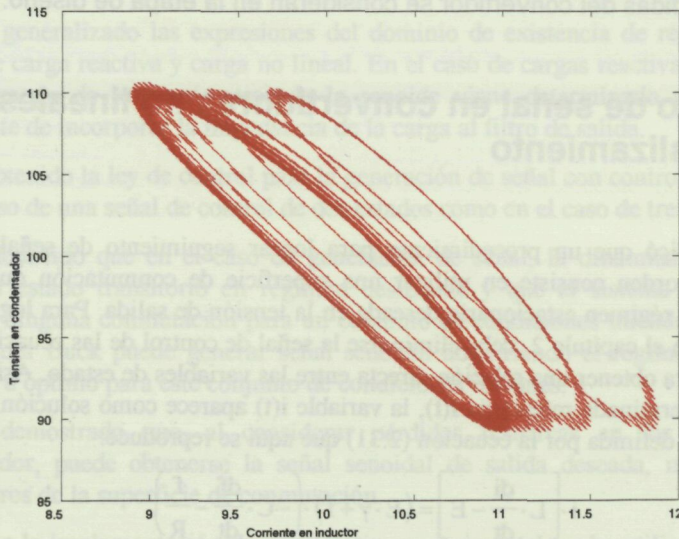


Fig. 4.3. Evolución de las trayectorias en plano de estado.

De esta forma, en conclusión, superficies de conmutación dependientes del tiempo no acotadas (y la solución de la ecuación de Abel no es una señal acotada) no pueden ofrecer una solución satisfactoria al problema de seguimiento en convertidores no lineales.

En la referencia [Olm, Fossas y Biel, 1996] se describen diversas aproximaciones para acotar la señal de referencia de la superficie de conmutación. El procedimiento desarrollado aquí para resolver el problema se basa en la existencia de una solución periódica de la ecuación de Abel. Esta solución es desarrollable en serie de Fourier y mediante métodos numéricos pueden determinarse los primeros coeficientes de dicho desarrollo.

Con el objetivo de reducir el número de parámetros significativos y simplificar el análisis se procede a efectuar la siguiente normalización:

$$x_1 = \frac{1}{E} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot i; \quad x_2 = \frac{v}{E}; \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}}; \quad \delta = \frac{1}{R} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}}$$

que sustituida en la ecuación (4.1) proporciona la ecuación de Abel con variables normalizadas

$$x1 \cdot \left[\frac{dx1}{d\tau} - 1 \right] = (\gamma + x2) \cdot \left(-\frac{dx2}{d\tau} - \delta \cdot x2 \right)$$

Así si: $x1d(t) = \alpha_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (\alpha_i \cdot \cos(i\omega t) + \beta_i \cdot \sin(i\omega t))$ es una solución de la ecuación de Abel y

$$A_0 + \sum_{i=1}^{\infty} (A_i \cdot \cos(i\omega t) + B_i \cdot \sin(i\omega t))$$

el desarrollo en Serie de Fourier de la parte derecha de la ecuación de Abel

$$(\gamma + x2d) \cdot \left(-\frac{dx2d}{d\tau} - \delta \cdot x2d \right)$$

se obtiene el sistema de ecuaciones siguiente

$$A_0 = \alpha_0$$

$$A_1 = \alpha_1 - \alpha_0 \omega \beta_1 + \frac{\omega}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_n \alpha_{n+1} - \alpha_n \beta_{n+1})$$

$$B_1 = \beta_1 + \alpha_0 \omega \alpha_1 + \frac{\omega}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \alpha_{n+1} + \beta_n \beta_{n+1}) \tag{4.2}$$

$$A_i = \alpha_i - i\alpha_0 \omega \beta_i - \frac{\omega}{2} \sum_{n=1}^{i-1} n(\alpha_n \beta_{i-n} + \beta_n \alpha_{i-n}) + \frac{i\omega}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\beta_n \alpha_{n+i} - \alpha_n \beta_{n+i})$$

$$B_i = \beta_i + i\alpha_0 \omega \alpha_i - \frac{\omega}{2} \sum_{n=1}^{i-1} n(\beta_n \beta_{i-n} - \alpha_n \alpha_{i-n}) + \frac{i\omega}{2} \sum_{n=1}^{\infty} (\alpha_n \alpha_{n+i} + \beta_n \beta_{n+i})$$

En la referencia [Olm, Fossas y Biel, 1996] se demuestra que la dinámica deslizante ideal en un convertidor Boost conlleva que el error $|f(t) - v(t)|$ tiende asintóticamente a cero. Esta propiedad es demostrada en la referencia [Olm y Fossas, 1999] para el caso del convertidor Buck-Boost. Obsérvese que en la práctica debe utilizarse la superficie de deslizamiento $S=i-\xi_a(t)$, donde $\xi_a(t)$ es el desarrollo en Serie de Fourier ($\xi(t)$) truncado a los primeros términos. El efecto del truncado de la Serie de Fourier se traducirá en la aparición de un error definido como la diferencia entre la señal que se desea seguir y la señal de salida del convertidor. Este error será menor cuantos más términos del desarrollo en Serie de Fourier se consideren en la solución truncada.

4.2. Seguimiento de señal senoidal en un convertidor Boost

En este apartado se aplicará el método descrito en el apartado anterior para el caso de un convertidor conmutado Boost. En el apartado siguiente se realizará un procedimiento análogo para el caso de un convertidor Buck-Boost.

Para facilitar el desarrollo se aplica el siguiente cambio de variables:

$$z1 = \frac{1}{E} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot i; \quad z2 = \frac{1}{2} \cdot \left(\frac{v}{E} \right)^2; \quad \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \tag{4.3}$$

Sustituyendo el cambio de variables definido por (4.3), y recordando que en el caso de un convertidor Boost $\gamma=0$, la ecuación de Abel (4.1) resulta

$$z1 \cdot \left(1 - \frac{dz1}{d\tau} \right) = \frac{dz2}{d\tau} + 2 \cdot \gamma \cdot z2 \tag{4.4}$$

donde se ha definido $\gamma = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$. Obsérvese que ésta es una ecuación lineal en z_2 .

Considerando $z_{1ref} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \cos(\omega t) + \beta_1 \cdot \sin(\omega t) + \alpha_2 \cdot \cos(2\omega t) + \beta_2 \cdot \sin(2\omega t)$ y sustituyendo se obtiene:

$$p(t) = z_{1ref} \cdot \left(1 - \frac{dz_{1ref}}{dt}\right) = hfa_0 + hfa_1 \cdot \cos(\omega t) + hfb_1 \cdot \sin(\omega t) + hfa_2 \cdot \cos(2\omega t) + hfb_2 \cdot \sin(2\omega t) + \\ + hfa_3 \cdot \cos(3\omega t) + hfb_3 \cdot \sin(3\omega t) + hfa_4 \cdot \cos(4\omega t) + hfb_4 \cdot \sin(4\omega t) \quad (4.5)$$

donde:

$$\begin{aligned} hfa_0 &= \alpha_0 \\ hfa_1 &= -\alpha_0 \beta_1 \omega + \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 \beta_2 \omega + \frac{1}{2} \beta_1 \alpha_2 \omega \\ hfa_2 &= -2\alpha_0 \beta_2 \omega + \alpha_2 - \beta_1 \alpha_1 \omega \\ hfa_3 &= -\frac{3}{2} \omega (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2) \\ hfa_4 &= -2\beta_2 \alpha_2 \omega \\ hfb_1 &= \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 \omega + \frac{1}{2} \beta_1 \beta_2 \omega + \beta_1 + \alpha_0 \alpha_1 \omega \\ hfb_2 &= -\frac{1}{2} \beta_1^2 \omega + \beta_2 + 2\alpha_0 \alpha_2 \omega + \frac{1}{2} \alpha_1^2 \omega \\ hfb_3 &= \frac{3}{2} \omega (-\beta_1 \beta_2 + \alpha_1 \alpha_2) \\ hfb_4 &= \omega (\alpha_2^2 - \beta_2^2) \end{aligned} \quad (4.6)$$

Resolviendo la ecuación diferencial lineal: $p(t) = \frac{dz_2}{dt} + 2 \cdot \gamma \cdot z_2$

se obtiene

$$z_2(t) = k_0 + k_1 \cdot \cos(\omega t) + k_2 \cdot \sin(\omega t) + k_3 \cdot \cos(2\omega t) + k_4 \cdot \sin(2\omega t) + k_5 \cdot \cos(3\omega t) + k_6 \cdot \sin(3\omega t) + \\ + k_7 \cdot \cos(4\omega t) + k_8 \cdot \sin(4\omega t) \quad (4.7)$$

donde:

$$\begin{aligned} k_0 &= \frac{\alpha_0}{2\gamma} \\ k_1 &= -\frac{1}{2} \frac{(\alpha_1 \alpha_2 \omega^2 + \beta_1 \beta_2 \omega^2 + 2\beta_1 \omega + 2\alpha_0 \alpha_1 \omega^2 + 4\gamma \alpha_0 \beta_1 \omega - 4\gamma \alpha_1 + 2\gamma \alpha_1 \beta_2 \omega - 2\gamma \alpha_2 \beta_1 \omega)}{(\omega^2 + 4\gamma^2)} \\ k_2 &= \frac{1}{2} \frac{(-2\alpha_0 \beta_1 \omega^2 + 2\alpha_1 \omega - \alpha_1 \beta_2 \omega^2 + \beta_1 \alpha_2 \omega^2 + 2\gamma \alpha_1 \alpha_2 \omega + 2\gamma \beta_1 \beta_2 \omega + 4\gamma \beta_1 + 4\gamma \alpha_0 \alpha_1 \omega)}{(\omega^2 + 4\gamma^2)} \\ k_3 &= -\frac{1}{4} \frac{(-\beta_1^2 \omega^2 + 2\beta_2 \omega + 4\alpha_0 \alpha_2 \omega^2 + \alpha_1^2 \omega^2 + 4\gamma \alpha_0 \beta_2 \omega - 2\gamma \alpha_2 + 2\gamma \beta_1 \alpha_1 \omega)}{(\omega^2 + \gamma^2)} \end{aligned}$$

$$k4 = \frac{1 \left(-4\alpha_0\beta_2\omega^2 + 2\alpha_2\omega - 2\beta_1\alpha_1\omega^2 - \gamma\beta_1^2\omega + 2\gamma\beta_2 + 4\gamma\alpha_0\alpha_2\omega + \gamma\alpha_1^2\omega \right)}{4 \left(\omega^2 + \gamma^2 \right)} \quad (4.8)$$

$$k5 = -\frac{3 \omega \left(-3\beta_1\beta_2\omega + 3\alpha_1\alpha_2\omega + 2\gamma\alpha_2\beta_1 + 2\gamma\alpha_1\beta_2 \right)}{2 \left(9\omega^2 + 4\gamma^2 \right)}$$

$$k6 = -\frac{3 \omega \left(3\beta_1\alpha_2\omega + 3\alpha_1\beta_2\omega + 2\gamma\beta_1\beta_2 - 2\gamma\alpha_1\alpha_2 \right)}{2 \left(9\omega^2 + 4\gamma^2 \right)}$$

$$k7 = -\frac{\omega \left(\alpha_2^2\omega - \beta_2^2\omega + \gamma\alpha_2\beta_2 \right)}{\left(4\omega^2 + \gamma^2 \right)}$$

$$k8 = -\frac{1 \omega \left(4\beta_2\alpha_2\omega - \gamma\alpha_2^2 + \gamma\beta_2^2 \right)}{2 \left(4\omega^2 + \gamma^2 \right)}$$

Se desearía que esta solución fuese igual a:

$$z_{2ref} = \frac{\left(A_n + B_n \cdot \sin(\omega t) \right)^2}{2} = \frac{A_n^2}{2} + A_n B_n \cdot \sin(\omega t) + \frac{\left(B_n \cdot \sin(\omega t) \right)^2}{2}$$

$$z_{2ref} = \frac{A_n^2}{2} + \frac{B_n^2}{4} + A_n B_n \cdot \sin(\omega t) - \frac{B_n^2}{4} \cdot \cos(2\omega t) \quad (4.9)$$

donde se ha considerado la tensión de condensador de la forma $v = A + B \cdot \sin(\omega t) = E \cdot [A_n + B_n \cdot \sin(\omega t)]$.

De este modo se obtiene, por último, un sistema sobredeterminado de 9 ecuaciones y 5 incógnitas. Este sistema puede resolverse mediante procedimientos numéricos de optimización, esto es, minimización del error cometido en la resolución. Sin embargo, debe observarse que este método conlleva una dependencia respecto al algoritmo de optimización utilizado.

Una alternativa a este procedimiento se basa en considerar las 5 primeras ecuaciones despreciando las cuatro restantes obteniendo un sistema determinado. En este caso, el error normalizado cometido en el procedimiento es conocido y viene determinado por la señal:

$$\text{error}(t) = k5 \cdot \cos(3\omega t) + k6 \cdot \sin(3\omega t) + k7 \cdot \cos(4\omega t) + k8 \cdot \sin(4\omega t) \quad (4.10)$$

En el caso particular de considerar exclusivamente la señal de referencia truncada al primer armónico:

$$z_{1ref} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \cos(\omega t) + \beta_1 \cdot \sin(\omega t) = \alpha + \beta \cdot \sin(\omega t + \phi) \quad (4.11)$$

se obtiene el sistema de ecuaciones sobredeterminado (5 ecuaciones y 3 incógnitas)

$$k0 = \frac{A_n^2}{2} + \frac{B_n^2}{4}$$

$$k1 = k4 = 0 \quad (4.12)$$

$$k2 = A_n \cdot B_n$$

$$k3 = -\frac{B_n^2}{4}$$

considerando las tres primeras ecuaciones se obtiene:

$$\alpha_0 = \frac{\gamma \cdot \left(2 \cdot A_n^2 + B_n^2 \right)}{2} \quad (4.13)$$

$$\alpha_1 = 4 \cdot \frac{An \cdot Bn \cdot \omega \cdot (2 \cdot \gamma^2 An^2 + \gamma^2 Bn^2 + 1)}{4\omega^2 \gamma^2 An^4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^2 Bn^2 + \omega^2 \gamma^2 Bn^4 + 4} \quad (4.14)$$

$$\beta_1 = -2 \cdot \frac{An \cdot Bn \cdot \gamma \cdot (-4 + 2 \cdot \omega^2 An^2 + \omega^2 Bn^2)}{4\omega^2 \gamma^2 An^4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^2 Bn^2 + \omega^2 \gamma^2 Bn^4 + 4} \quad (4.15)$$

y

$$\alpha = \alpha_0; \beta = An \cdot Bn \cdot \sqrt{\frac{4\gamma^2 + \omega^2}{1 + \omega^2 \alpha^2}}; \text{tg} \phi = -\frac{\omega \cdot (2 \cdot \gamma \cdot \alpha + 1)}{\omega^2 \alpha - 2 \cdot \gamma} \quad (4.16)$$

mientras que el error normalizado cometido viene determinado por la señal

$$\text{error}(t) = k_3 \cdot \cos(2\omega t) + k_4 \cdot \sin(2\omega t) + \frac{Bn^2}{4} \cdot \cos(2\omega t) \quad (4.17)$$

A modo de ejemplo, las tablas 4.1 y 4.2 muestran los resultados obtenidos por simulación en el convertidor Boost con parámetros $L=4.79$ mH y $C=47$ μ F, cuando se utiliza una superficie de conmutación de la forma:

$$S = i - k_0 - k_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \vartheta_1) - k_2 \cdot \text{sen}(2\omega t + \vartheta_2) = i - I_{\text{ref}}(t) \quad (4.18)$$

La tabla 4.1 presenta los valores de los coeficientes de la corriente de referencia obtenidos mediante el método presentado utilizando, para ello, un procedimiento de resolución por optimización numérica. Las tablas 4.2 ofrecen los resultados derivados de realizar un análisis frecuencial, basado en el algoritmo de la DFT, de la tensión de salida generada mediante una simulación del sistema utilizando la superficie (4.18) con los valores de I_{ref} presentados en la tabla 4.1. Debe indicarse que en el cálculo de la THD, y debido al muestreo asincrónico, existe un error de leakage de amplio rango [Ferrero y Ottoboni, 1992] que se ha considerado a la hora de efectuar el truncado de los decimales del valor de la distorsión armónica total.

Observando las tablas puede indicarse que en las pruebas realizadas al efectuar el truncado de la serie de Fourier hasta el segundo armónico (utilizar los coeficientes k_0 , k_1 y k_2 en la señal de referencia), en general, ofrece una distorsión armónica (THD) baja. Cuando la resistencia de carga y la tensión de entrada decrecen la distorsión armónica empeora, de modo que cuando estas son bajas los resultados indican la necesidad de considerar un armónico adicional en la corriente de referencia. Por otra parte se ha observado que eliminar el coeficiente del segundo armónico empeora la distorsión armónica de forma importante (comparar tablas 4.2.a. y 4.2.b.).

Núm.	R(Ω), E(V), Frec. (Hz)	Iref				
		k0	k1	k2	θ_1	θ_2
1	100, 10, 80	0.41250	0.30815	0.02480	0.970223	0.120082
2	50, 10, 80	0.82500	0.45466	0.02962	0.732319	0.359096
3	20, 10, 80	2.06252	0.91645	0.04327	0.690750	1.403422
4	10, 10, 80	4.12505	1.43065	0.05377	0.895125	2.863419
5	20, 15, 80	1.37500	0.66717	0.03995	0.450958	0.089727
6	20, 5, 80	4.12501	0.92728	0.03193	1.336376	-1.576819
7	20, 10, 50	2.06250	0.96180	0.05270	0.448234	0.406749
8	20, 10, 100	2.06253	0.88315	0.03751	0.838959	2.013256

Tabla 4.1. Iref para distintos valores de carga, tensión de entrada y frecuencia.

v cuando se considera únicamente un armónico					
Núm.	DC	Error DC	1 ^{er} Armónico	Error 1 ^{er} Arm.	THD
Ideal	20	0%	5	0%	0%
1	19.9995	0.0025	4.8104	3.792	5.14
2	19.9981	0.0095	4.8939	2.122	5.38
3	20.0039	0.0195	5.2487	4.974	6.03
4	20.0033	0.0165	5.4574	9.148	7.04
5	20.0400	0.2	4.9912	0.176	6.24
6	19.9847	0.0765	5.2522	5.044	7.08
7	20.0008	0.004	5.0963	1.926	6.48
8	20.0047	0.0235	5.1913	0.452	5.65

Tabla 4.2.a. Tensión de salida para distintos valores de R, E y frecuencia.

v cuando se consideran dos armónicos					
Núm.	DC	Error DC	1 ^{er} Armónico	Error 1 ^{er} Arm.	THD
Ideal	20	0%	5	0%	0%
1	20.0041	0.0205	5.0123	0.246	0.59
2	20.0026	0.013	5.0333	0.66	0.99
3	20.0016	0.008	5.3695	7.39	2.25
4	20.0007	0.0035	5.1594	3.188	3.94
5	20.0428	0.214	5.0957	1.914	1.50
6	19.9872	0.064	5.2	4	3.74
7	20.0015	0.0075	5.2	4	2.18
8	20.0015	0.0075	5.009	3.792	2.22

Tabla 4.2.b. Tensión de salida para distintos valores de R, E y frecuencia.

Se han realizado pruebas con un prototipo de laboratorio con el objetivo de validar experimentalmente los resultados obtenidos mediante simulación. El convertidor Boost implementado consta de los siguientes parámetros: $L=4.79\text{mH}$, $C=47\mu\text{F}$, $R=100\Omega$ y $E=10\text{volt}$.

La corriente de referencia según el desarrollo realizado puede requerir un generador de señal con capacidad de proporcionar una señal con dos armónicos, para poder lograr este objetivo se ha utilizado un instrumento virtual programado en LabVIEW. La figura 4.4 muestra el esquema del equipamiento utilizado. Además, este instrumento virtual realizará las siguientes funciones:

- 1- captura de la tensión de salida.
- 2- realizar el cálculo del error absoluto y relativo de la tensión de salida respecto a la tensión ideal.
- 3- medida de distorsión armónica total de la tensión de salida.
- 4- captura de la imagen del osciloscopio.

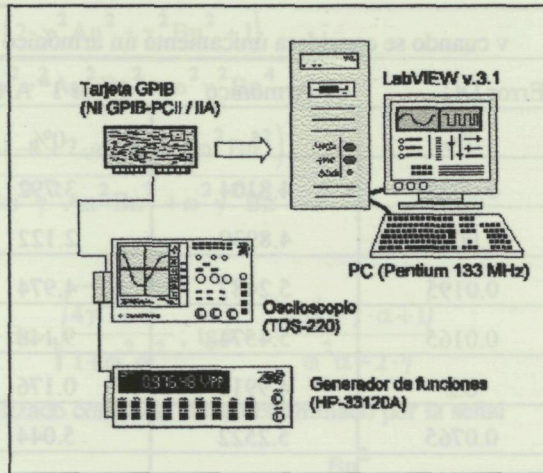


Fig. 4.4. Esquema del equipamiento utilizado.

La figura 4.5 presenta la señal capturada en el osciloscopio cuando se realiza seguimiento mediante una señal referencia de corriente con un único armónico. La superficie de conmutación es

$$S = i - 0.4125 - 0.30815 \cdot \text{sen}(2\pi 80t + 0.970215)$$

necesaria para lograr una tensión de condensador de $v(t) = 20 + 5 \cdot \text{sen}(2\pi 80t)$. La figura 4.6 muestra una simulación correspondiente a esta misma situación. Las medidas de la distorsión armónica indican que en la simulación se obtiene una THD=5.14 %, mientras que la señal obtenida en el prototipo tiene una THD=7.15%. Tal y como era de prever la distorsión real es mayor que la lograda en la simulación, y ello se debe a los efectos reales no modelados por el sistema analizado.

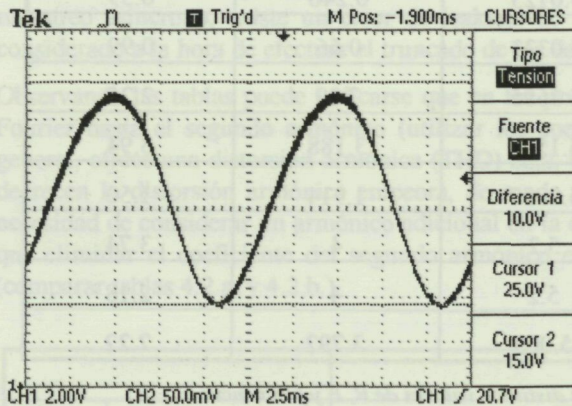


Fig. 4.5. Señal salida con un único armónico en la corriente de referencia.

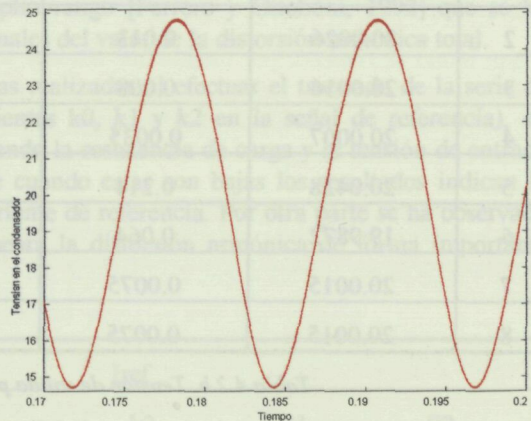


Fig. 4.6. Resultado de simulación.

Por otra parte, debe indicarse que aparece un error entre la señal deseada y la real debido al truncamiento realizado en el desarrollo en serie de Fourier de la señal de referencia y al efecto de las pérdidas asociadas al condensador, al inductor y al dispositivo de conmutación.

Las figuras 4.7 y 4.8 muestran la tensión en el condensador medida experimentalmente y la misma señal obtenida mediante simulación cuando se pretende obtener la señal $v(t) = 20 + 5 \cdot \text{sen}(2\pi 80t)$ con una corriente de referencia que incorpore dos armónicos. La superficie, en este caso resulta

$$S = i - 0.4125 - 0.30815 \cdot \text{sen}(2\pi 80t + 0.970215) - 0.0248 \cdot \text{sen}(4\pi 80t + 0.12023)$$

Las distorsiones armónicas medidas en este caso adquieren los valores de THD=0.59 % en la simulación y THD=1.9 % en el resultado práctico.

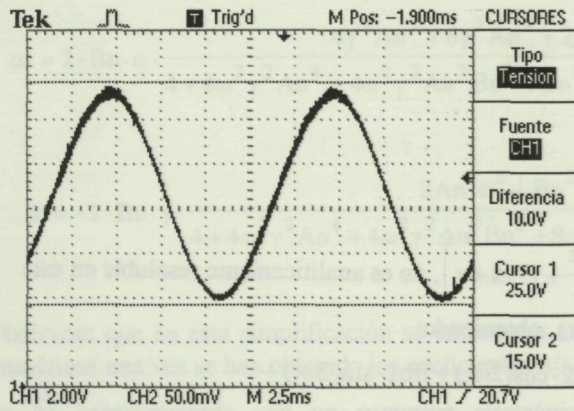


Fig. 4.7. Señal salida con dos armónicos en la corriente de referencia.

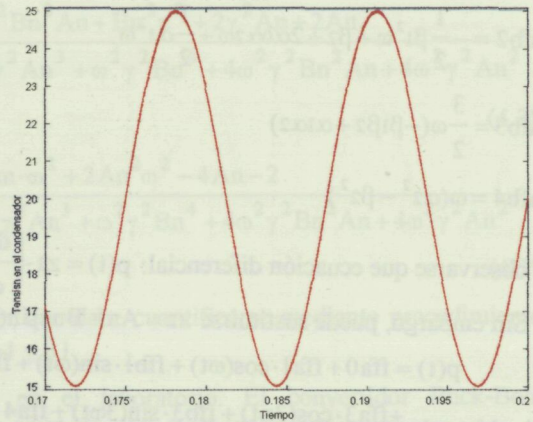


Fig. 4.8. Resultado de simulación.

4.3. Seguimiento de señal senoidal en un convertidor Buck-Boost

De nuevo, tal y como se realizó en el caso de un convertidor Boost, con el objetivo de simplificar la nomenclatura se aplica el cambio de variables:

$$z_1 = \frac{1}{E} \cdot \sqrt{\frac{L}{C}} \cdot i; z_2 = -\frac{v}{E} - 1; \tau = \frac{t}{\sqrt{LC}} \quad (4.19)$$

Sustituyendo el cambio de variables definido por (4.19), y recordando que en el caso de un convertidor Buck-Boost $\gamma=1$, la ecuación de Abel (4.1) resulta

$$z_1 \cdot \left(1 - \frac{dz_1}{d\tau} \right) = z_2 \cdot \left(\frac{dz_2}{d\tau} + \gamma \cdot z_2 + \gamma \right) \quad (4.20)$$

donde $\gamma = \frac{1}{R} \sqrt{\frac{L}{C}}$.

Considerando $z_{1ref} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \cos(\omega t) + \beta_1 \cdot \sin(\omega t) + \alpha_2 \cdot \cos(2\omega t) + \beta_2 \cdot \sin(2\omega t)$ y sustituyendo se obtiene:

$$p(t) = z_{1ref} \cdot \left(1 - \frac{dz_{1ref}}{dt} \right) = hfa0 + hfa1 \cdot \cos(\omega t) + hfb1 \cdot \sin(\omega t) + hfa2 \cdot \cos(2\omega t) + hfb2 \cdot \sin(2\omega t) + hfa3 \cdot \cos(3\omega t) + hfb3 \cdot \sin(3\omega t) + hfa4 \cdot \cos(4\omega t) + hfb4 \cdot \sin(4\omega t) \quad (4.21)$$

donde:

$$hfa0 = \alpha_0$$

$$hfa1 = -\alpha_0 \beta_1 \omega + \alpha_1 - \frac{1}{2} \alpha_1 \beta_2 \omega + \frac{1}{2} \beta_1 \alpha_2 \omega$$

$$hfa2 = -2\alpha_0 \beta_2 \omega + \alpha_2 - \beta_1 \alpha_1 \omega$$

$$hfa3 = -\frac{3}{2} \omega (\alpha_1 \beta_2 + \beta_1 \alpha_2)$$

$$hfa4 = -2\beta_2 \alpha_2 \omega$$

$$hfb1 = \frac{1}{2} \alpha_1 \alpha_2 \omega + \frac{1}{2} \beta_1 \beta_2 \omega + \beta_1 + \alpha_0 \alpha_1 \omega$$

(4.22)

$$hfb2 = -\frac{1}{2}\beta_1^2\omega + \beta_2 + 2\alpha_0\alpha_1\omega + \frac{1}{2}\alpha_1^2\omega$$

$$hfb3 = \frac{3}{2}\omega(-\beta_1\beta_2 + \alpha_1\alpha_2)$$

$$hfb4 = \omega(\alpha_2^2 - \beta_2^2)$$

Debe observarse que ecuación diferencial: $p(t) = z_2 \cdot \left(\frac{dz_2}{dt} + \gamma \cdot z_2 + \gamma \right)$, no es analíticamente resoluble en este caso. Sin embargo, puede sustituirse $z_2 = A_n + B_n \cdot \sin(\omega t)$, obteniendo:

$$p(t) = ffa_0 + ffa_1 \cdot \cos(\omega t) + ffb_1 \cdot \sin(\omega t) + ffa_2 \cdot \cos(2\omega t) + ffb_2 \cdot \sin(2\omega t) + ffa_3 \cdot \cos(3\omega t) + ffb_3 \cdot \sin(3\omega t) + ffa_4 \cdot \cos(4\omega t) + ffb_4 \cdot \sin(4\omega t) \quad (4.23)$$

donde:

$$ffa_0 = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot (2 \cdot A_n^2 + 2 \cdot A_n + B_n^2)$$

$$ffa_1 = A_n \cdot B_n \cdot \omega$$

$$ffa_2 = -\frac{1}{2} \cdot B_n^2 \cdot \gamma$$

$$ffa_3 = ffa_4 = 0$$

$$ffb_1 = B_n \cdot \gamma \cdot (1 + 2 \cdot A_n)$$

$$ffb_2 = \frac{1}{2} \cdot B_n^2 \cdot \omega$$

$$ffb_3 = ffb_4 = 0$$

(4.24)

Por último, el sistema a resolver está formado por las ecuaciones:

$$\begin{aligned} hfa_0 &= ffa_0; \quad hfa_1 = ffa_1; \quad hfa_2 = ffa_2; \quad hfa_3 = ffa_3; \quad hfa_4 = ffa_4; \\ hfb_1 &= ffb_1; \quad hfb_2 = ffb_2; \quad hfb_3 = ffb_3; \quad hfb_4 = ffb_4; \end{aligned} \quad (4.25)$$

De nuevo, este sistema debe resolverse mediante resolución numérica por optimización.

Considerando la referencia $z_{1ref} = \alpha_0 + \alpha_1 \cdot \cos(\omega t) + \beta_1 \cdot \sin(\omega t)$ se obtiene un sistema sobredeterminado de 5 ecuaciones y 3 incógnitas.

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot (2 \cdot A_n^2 + 2 \cdot A_n + B_n^2)$$

$$-\alpha_0\beta_1\omega + \alpha_1 = A_n \cdot B_n \cdot \omega$$

$$\beta_1\alpha_1\omega = \frac{1}{2} \cdot B_n^2 \cdot \gamma$$

$$\beta_1 + \alpha_0\alpha_1\omega = B_n \cdot \gamma \cdot (1 + 2 \cdot A_n)$$

$$-\frac{1}{2}\beta_1^2\omega + \frac{1}{2}\alpha_1^2\omega = \frac{1}{2} \cdot B_n^2 \cdot \omega$$

(4.26)

Y tomando, exclusivamente, las tres primeras ecuaciones puede resolverse el sistema determinado:

$$\alpha_0 = \frac{1}{2} \cdot \gamma \cdot (2 \cdot A_n^2 + 2 \cdot A_n + B_n^2) \quad (4.27)$$

$$\alpha_1 = 2 \cdot Bn \cdot \omega \cdot \frac{4\gamma^2 An^3 + 6\gamma^2 An^2 + 2\gamma^2 Bn^2 An + Bn^2 \gamma^2 + 2\gamma^2 An + 2An}{4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^2 Bn^2 + 8\omega^2 \gamma^2 An^3 + \omega^2 \gamma^2 Bn^4 + 4\omega^2 \gamma^2 Bn^2 An + 4\omega^2 \gamma^2 An^2} \tag{4.28}$$

$$\beta_1 = -2 \cdot Bn \cdot \gamma \cdot \frac{2An^3 \omega^2 + Bn^2 An \cdot \omega^2 + 2An^2 \omega^2 - 4An - 2}{4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^4 + 4\omega^2 \gamma^2 An^2 Bn^2 + 8\omega^2 \gamma^2 An^3 + \omega^2 \gamma^2 Bn^4 + 4\omega^2 \gamma^2 Bn^2 An + 4\omega^2 \gamma^2 An^2} \tag{4.29}$$

Obsérvese que en esta simplificación se comete un error que debe cuantificarse mediante procedimientos numéricos una vez se han obtenido los coeficientes α_0 , α_1 y β_1 .

Se ha experimentado con un prototipo electrónico en el laboratorio. El convertidor Buck-Boost implementado consta de los siguientes parámetros: $L=4.5\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $R=33\Omega$ y $E=5$ volt. La tabla 4.3 presenta los resultados obtenidos al comparar los coeficientes de la corriente de referencia al utilizar los procedimientos de aproximación (ecuaciones 4.27-4.29) y optimización (ecuación 4.25) anteriormente descritos. El valor de offset de la señal de salida se mantiene en 10 volt y la corriente de referencia tiene la forma:

$$i = k_0 + k_1 \cdot \text{sen}(\omega t + \theta_1)$$

En esta tabla puede observarse como la diferencia entre los resultados al utilizar un procedimiento u otro no son muy importantes alcanzando, en este caso, un error relativo máximo del 1.6 %.

Amplitud	k0 Aproximación	k0 Optimización	k1 Aproximación	k1 Optimización	θ_1 Aproximación	θ_1 Optimización
1	0.912121	0.9121212	0.2486686	0.24858084	1.192133	1.192233
2	0.9212121	0.92121267	0.4970269	0.49634464	1.1945417	1.19494787
4	0.9575757	0.95766449	0.9915213	0.98658256	1.2041457	1.205925
6	1.0181818	1.01937047	1.4806936	1.4663422	1.2200412	1.22468988
8	1.1030303	1.10843797	1.9612712	1.93400411	1.2420515	1.2510777
10	1.2121212	1.2251753	2.429393	2.3907403	1.26991	1.282998
Error máximo	0.01305		0.03859		0.013088	
Error relativo	(1.06%)		(1.6%)		(1.02%)	

Tabla 4.3. Corriente de referencia utilizando diversos métodos.

Las figuras 4.9 y 4.10 muestran las capturas de osciloscopio del convertidor Buck-Boost diseñado cuando se utilizan uno o dos armónicos en la señal de referencia, respectivamente. La señal deseada a la salida en bornes de condensador es $v(t) = 6 + 2 \cdot \text{sen}(2\pi 50t)$ y la corriente de inductor necesaria, en el caso de dos coeficientes, es:

$$i = 0.4121 + 0.3365 \cdot \text{sen}(2\pi 50t + 1.0935) + 0.01642 \cdot \text{sen}(4\pi 50t + 0.4124)$$

Debe indicarse que se ha realizado la opción de promediado que ofrece el osciloscopio con el objetivo de eliminar el ruido de la señal capturada.

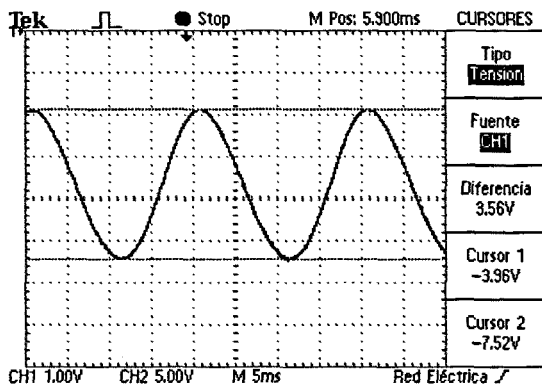


Fig. 4.9. Señal salida con un único armónico en la corriente de referencia

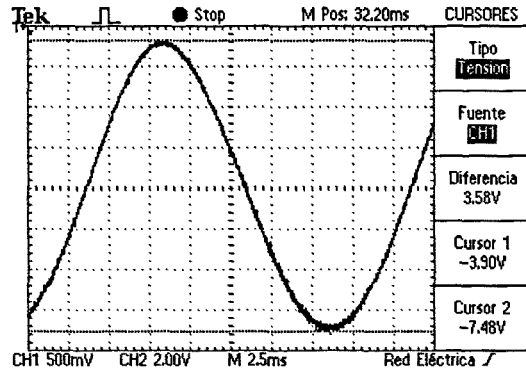


Fig. 4.10. Señal salida con dos armónicos en la corriente de referencia.

Las medidas realizadas indican que la señal obtenida cuando se utiliza un único armónico tiene un error absoluto del 3.6 %, mientras que la distorsión armónica es de THD=5.7 %. Este mismo ejemplo se ha simulado obteniendo una distorsión armónica de THD=2.73 %. En el caso de incorporar una corriente de referencia con dos armónicos la distorsión armónica experimental es de THD=4.11 % y el error cometido es del 5 %, a su vez la simulación ofrece una distorsión de THD=0.29 %.

4.3.1. Seguimiento de señal de referencia con valor medio nulo

En este subapartado se aborda la metodología de control en modo deslizante adecuada para lograr seguimiento de una señal de referencia con valor medio nulo en un convertidor conmutado Buck-Boost.

En el apartado 2.4.1 se comentó que el seguimiento de señal de referencia con valor medio nulo en un convertidor Buck-Boost necesita del conocimiento de las soluciones de la ecuación de Abel para los casos en los que se considera la polaridad de la fuente de entrada negativa y positiva (ecuaciones 2.32 y 2.33). Estas ecuaciones pueden reescribirse

$$i \cdot \left[L \cdot \frac{di}{dt} - E \right] = (E + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \text{ para } \varepsilon=1$$

$$i \cdot \left[L \cdot \frac{di}{dt} + E \right] = (-E + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right) \text{ para } \varepsilon=-1$$

obteniendo las soluciones:

$$i(t) = \xi_a(t) \text{ para } \varepsilon=1$$

$$i(t) = \xi_b(t) \text{ para } \varepsilon=-1$$

Considerando

$$\xi(t) = c_0 + c_1 \cdot \sin(\omega t + \phi_1) + c_2 \cdot \sin(2\omega t + \phi_2)$$

como solución aproximada de la ecuación de Abel cuando la tensión del condensador es igual a la señal $f(t) = A \cdot \sin(\omega t)$, en un convertidor Buck-Boost se verificará:

$$c_0a = -c_0b; c_1a = c_1b; c_2a = -c_2b; \phi_1a = \phi_1b; \phi_2a = \phi_2b \quad (4.30)$$

donde los subíndices a y b indican las corrientes resultantes para los casos $\varepsilon=1$ y $\varepsilon=-1$, respectivamente.

Puede demostrarse esta propiedad observando que se cumple la expresión: $\xi_b(t) = -\xi_a\left(t + \frac{\pi}{\omega}\right)$, que sustituida

en la ecuación $\xi_b \cdot \left[L \cdot \frac{d\xi_b}{dt} + E \right] = (-E + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right)$

implica la ecuación: $\xi_a \cdot \left[L \cdot \frac{d\xi_a}{dt} - E \right] = (E + f) \cdot \left(-C \cdot \frac{df}{dt} - \frac{f}{R} \right)$

Como ejemplo de lo anteriormente comentado, la tabla 4.4 muestra los valores de los coeficientes de la corriente de referencia cuando se utiliza el método de resolución de la ecuación de Abel mediante optimización, en un convertidor Buck-Boost de parámetros $R=33 \Omega$, $E=5$ volt, $L=4.5$ mH, $C=220 \mu\text{F}$ y $\omega = 2\pi 50$ rad/seg, al variar la amplitud.

E	A	B	c0	c1	c2	ϕ_1	ϕ_2
+5	20	0	1.04686551	1.67435934	1.98377250	1.3474416085	-3.8130334516e-2
-5	20	0	-1.04686550	1.67435934	1.98377251	1.3474416063	3.1034623142
+	15	0	0.65879912	1.23905836	1.23752424	1.3473683373	-1.4380040462e-1
-	15	0	-0.65879913	1.23905836	1.23752424	1.34736833728	2.9977922479
+	10	0	0.30349364	0.80138953	0.61172361	1.2756138674	-2.5066379539e-1
-	10	0	-0.30349364	0.80138953	0.61172362	1.2756138673	2.8909288571
+	5	0	0.07577289	0.38475590	0.16590080	1.1895555732	-3.3080792060e-1
-	5	0	-0.07577289	0.38475590	0.16590080	1.1895555732	2.81078473214
+	2	0	0.01212122	0.15144590	0.02715704	1.1627315129	-3.5972300917e-1
-	2	0	-0.01212122	0.15144590	0.02715704	1.1627315129	2.7818696444

Tabla 4.4. Coeficientes de la corriente de referencia en un Buck-Boost con señal de referencia sin offset.

Las figuras 4.11 y 4.13 presentan las corrientes de referencia obtenidas para $\varepsilon=1$ y $\varepsilon=-1$ para los casos $A=20$ y $A=5$ voltios, respectivamente. A su vez, las figuras 4.12. y 4.14 muestran los correspondientes planos de estado.

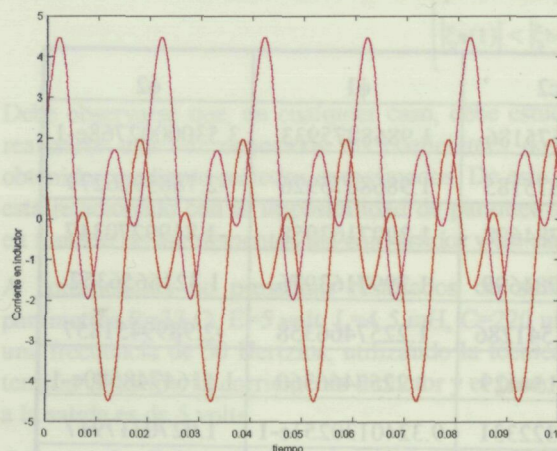


Fig. 4.11. Corrientes de referencia para señal de salida sin offset.

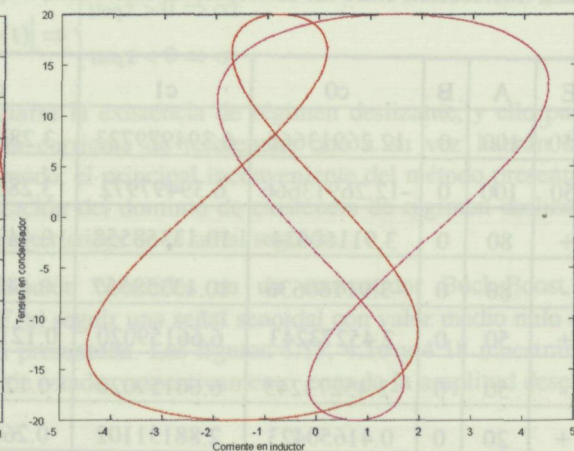


Fig. 4.12. Plano de estado.

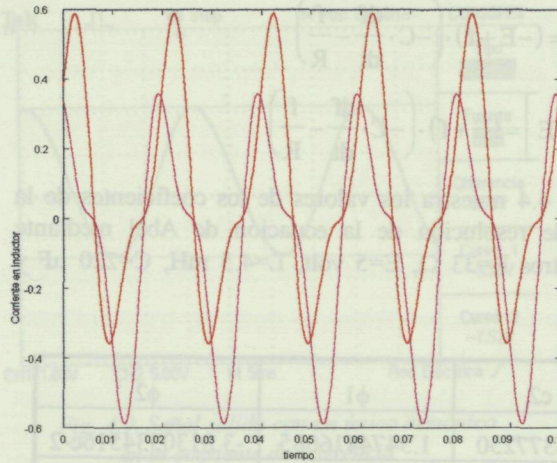


Fig. 4.13. Corrientes de referencia para señal de salida sin offset.

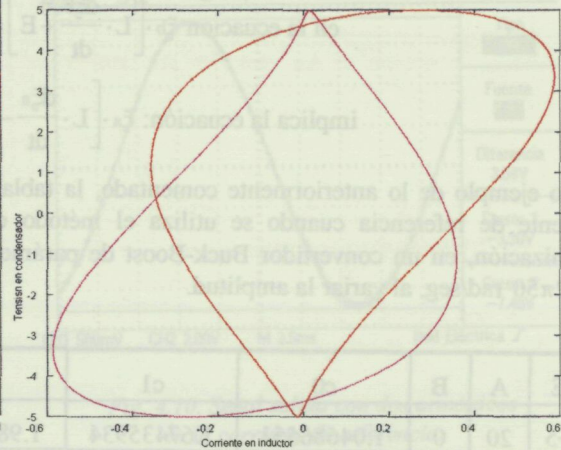


Fig. 4.14. Plano de estado.

Tal y como se puede comprobar en las figuras presentadas existe intersección de las dos corrientes de referencia y, de este modo, puede utilizarse esta propiedad para realizar seguimiento de señal senoidal sin offset en el convertidor Buck-Boost, realizando un cambio de superficie de conmutación cuando se produce dicha intersección.

Sin embargo para garantizar el correcto funcionamiento de esta filosofía de control, deben tenerse en cuenta dos aspectos importantes. El primero de ellos tiene que ver con la existencia de régimen deslizante al efectuar la transición entre las superficies de conmutación, mientras que el segundo está asociado con la existencia de la intersección entre las corrientes de referencia.

Debe observarse que, según la expresión (4.30), existirá intersección cuando se cumpla que $c_0 < c_2$; sin embargo, debido a que se efectúa una resolución numérica del problema, no se conoce la relación existente entre esta inecuación y los parámetros del convertidor y de la señal que se pretende seguir.

Para mostrar este hecho pueden ofrecerse, por ejemplo, los resultados obtenidos en un convertidor Buck-Boost de parámetros $R=10 \Omega$, $E=50$ volt, $L=18$ mH, $C=220$ μ F y $\omega=500$ rad/seg. La tabla 4.5 presenta los resultados de la optimización, mientras que en la figura 4.15. pueden verse las corrientes de referencia cuando la amplitud de la señal de referencia es de 100 volts. En dicha figura puede observarse que no existe ninguna intersección entre las corrientes de referencia, impidiendo aplicar la técnica mostrada.

E	A	B	c_0	c_1	c_2	ϕ_1	ϕ_2
+50	100	0	12.26913666	6.394979723	3.28675186	1.9868875933	3.5300002768e-1
-50	100	0	-12.26913666	6.39497972	3.28675185	1.9868875926	-2.7885926279
+	80	0	3.91160634	10.13358558	0.44784698	1.2997163958	-1.8199270347
-	80	0	-3.91160636	10.13358557	0.44784699	1.2997163976	1.3216656352
+	50	0	2.45273243	6.66159020	0.121541286	1.2257466358	-2.9899451857
-	50	0	-2.45273243	6.66159020	0.12154129	1.2257466360	1.5164748580e-1
+	20	0	0.41650423	2.88131102	0.26322331	9.3240130251e-1	1.0270317947
-	20	0	-0.41650423	2.88131102	0.26322330	9.3240130223e-1	-2.11456085917
+	10	0	0.10024597	1.47469733	0.11074430	8.5877546917e-1	8.8109369720e-1
-	10	0	-0.10024597	1.47469733	0.110744305	8.5877546914e-1	-2.2604989538

Tabla 4.5. Coeficientes de la corriente de referencia en un Buck-Boost con señal de referencia con valor medio nulo.

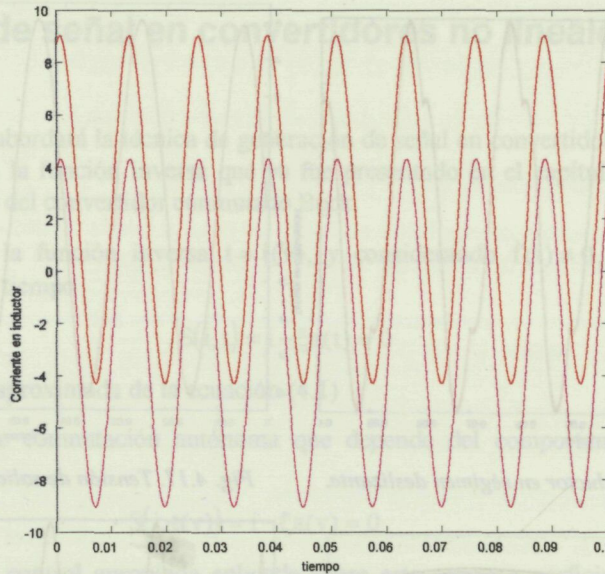


Fig. 4.15. Corrientes de referencia para señal de salida con valor medio nulo.

Se propone una posible estrategia de control con el objetivo de lograr seguimiento de señal senoidal con valor medio nulo en un convertidor Buck-Boost. Esta consta de un bloque decisor entre las superficies de conmutación

$$\sigma_1 = i(t) - \xi_a(t) \tag{4.31}$$

$$\sigma_2 = i(t) - \xi_b(t) \tag{4.32}$$

conjuntamente con dichas superficies. Evidentemente, se supone la existencia de intersección entre las corrientes, esto es, $\xi_a(t_0) = \xi_b(t_0)$, donde t_0 es el instante en el que se produce dicha intersección.

La ley decisora resuelve:

$$\begin{cases} |\xi_a(t)| > |\xi_b(t)| \Rightarrow \begin{cases} u_{eq1} > 0 \Rightarrow \sigma_1 \\ u_{eq1} < 0 \Rightarrow \sigma_2 \end{cases} \\ |\xi_a(t)| < |\xi_b(t)| \Rightarrow \begin{cases} u_{eq2} > 0 \Rightarrow \sigma_2 \\ u_{eq2} < 0 \Rightarrow \sigma_1 \end{cases} \end{cases} \tag{4.33}$$

Debe observarse que, en cualquier caso, debe estudiarse la existencia de régimen deslizante, y ello puede realizarse una vez conocidos los coeficientes de la corriente de referencia, que a su vez habrán sido obtenidos mediante métodos aproximados. De este modo, el principal inconveniente del método presentado está relacionado con la imposibilidad de parametrización del dominio de existencia de régimen deslizante en función de los elementos del convertidor y las características de la señal seguida.

A continuación se presentan resultados de simulación obtenidos en un convertidor Buck-Boost de parámetros $R=33 \Omega$, $E=5$ volt, $L=4.5$ mH, $C=220$ uF, al seguir una señal senoidal con valor medio nulo con una frecuencia de 50 Hertzios, utilizando la técnica presentada. Las figuras 4.17, 4.16 y 4.18 muestran la tensión de salida, la corriente de inductor y el plano de estado, respectivamente, cuando la amplitud deseada a la salida es de 5 volts.

A su vez, las figuras 4.20, 4.19 y 4.21 presentan la tensión de salida, la corriente de inductor y el plano de estado, respectivamente, cuando la amplitud deseada a la salida es de 15 volts. En la figura 4.20 se puede observar como la tensión de salida no es exactamente senoidal, lo cual indica que su distorsión armónica será elevada. Este efecto tiene explicación considerando, que según la tabla 4.5, a medida que aumenta la amplitud de la señal de salida el peso relativo del segundo armónico aumenta frente al primero, indicando que el truncamiento de la señal en serie de Fourier a los dos primeros armónicos no es suficiente y deberían considerarse armónicos superiores.

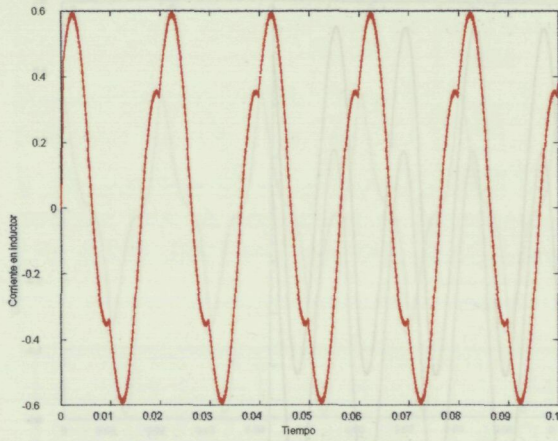


Fig. 4.16. Corriente de inductor en régimen deslizante.

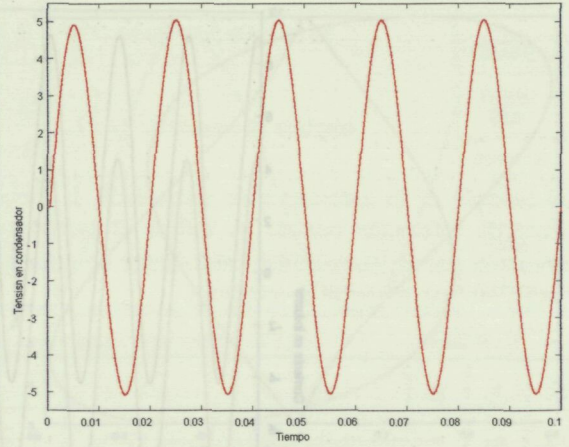


Fig. 4.17. Tensión de salida en régimen deslizante.

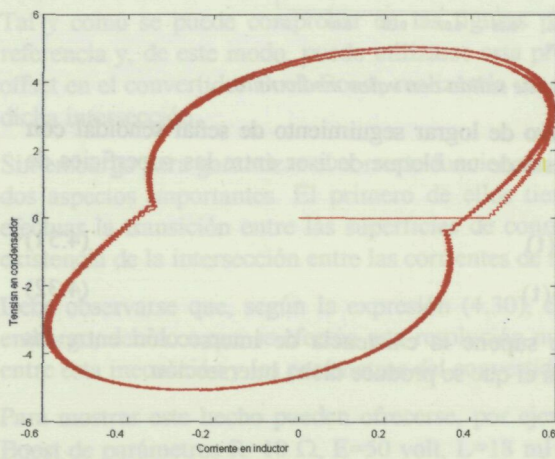


Fig. 4.18. Plano de estado.

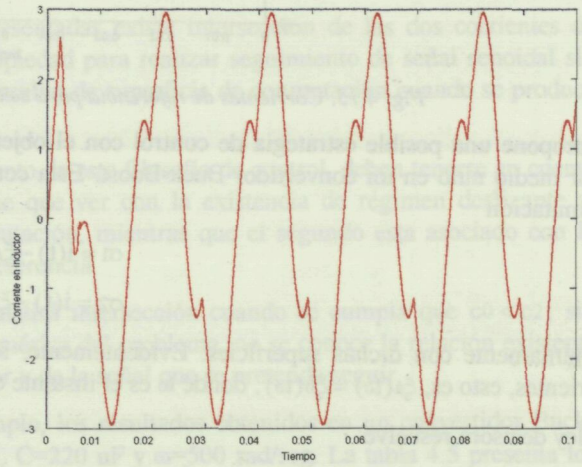


Fig. 4.19. Corriente de inductor en régimen deslizante.

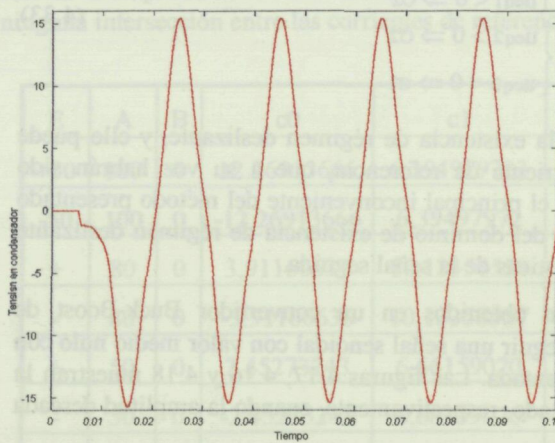


Fig. 4.20. Tensión de salida en régimen deslizante.

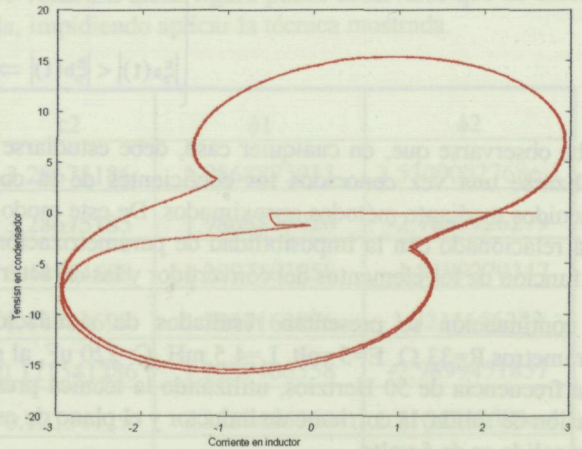


Fig. 4.21. Plano de estado.

4.4. Generación de señal en convertidores no lineales

En el presente apartado se abordará la técnica de generación de señal en convertidores no lineales. Para ello se requiere del teorema de la función inversa que ya fue presentado en el capítulo 3, donde se trató este mismo problema en el caso del convertidor conmutado Buck.

Aplicando el teorema de la función inversa $t = t(v)$, y considerando $\dot{f}(t) \neq 0$, sobre la superficie de conmutación variable en el tiempo

$$S(i, t) = i - \xi_a(t) = 0$$

donde $\xi_a(t)$ es la solución aproximada de la ecuación (4.1)

se obtiene la superficie de conmutación autónoma que depende del comportamiento dinámico de las variables de estado

$$S(i, t(v)) = i - \xi_a(v) = 0 \tag{4.34}$$

De este modo, una ley de control apropiada aplicada sobre esta nueva superficie autónoma proveerá al sistema de la dinámica deslizante deseada, esto es $v(t) = f(t + t_0)$, ver apartado 3.2.1 y pie de página 3.5.

Debe observarse que el teorema de la función inversa puede aplicarse en cualquier instante de tiempo exceptuando aquellos en los cuales $\frac{di}{dt} = 0$ y $\frac{dv}{dt} = 0$, que definen la curva de puntos de equilibrio del sistema ($C(i, v) = 0$). De hecho, como se comprueba a continuación, la ley de control depende de dicha curva de puntos de equilibrio.

Desarrollando este procedimiento sobre los convertidores no lineales elementales considerando una señal senoidal en la tensión de salida del convertidor: $f(t) = A \cdot \sin(\omega t) + B$, se obtiene:

- Corriente de referencia desarrollada en Serie de Fourier y truncada al segundo armónico:

$$\xi_a(t) = a_0 + a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t) + a_2 \cdot \cos(2\omega t) + b_2 \cdot \sin(2\omega t) \tag{4.35}$$

- Superficie de conmutación:

Partiendo de la ecuación de la superficie de conmutación variable en el tiempo $S(i, t) = i - \xi_a(t) = 0$ y sustituyendo la expresión (4.35) se obtiene

$$S(i, t) = i - [a_0 + a_1 \cdot \cos(\omega t) + b_1 \cdot \sin(\omega t) + a_2 \cdot \cos(2\omega t) + b_2 \cdot \sin(2\omega t)]$$

aplicando el teorema de la función inversa

$$S(i, v) = i - \left[a_0 + b_1 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) + a_2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right)^2 \right) + \left(a_1 + 2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) \right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v-B}{A} \right)^2} \right] = 0$$

cuando $\cos(\omega t) > 0$

$$S(i, v) = i - \left[a_0 + b_1 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) + a_2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right)^2 \right) - \left(a_1 + 2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) \right) \cdot \sqrt{1 - \left(\frac{v-B}{A} \right)^2} \right] = 0$$

cuando $\cos(\omega t) < 0$

y, finalmente, eliminando la raíz cuadrada

$$S(i, v) = \left[i - a_0 - b_1 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) - a_2 \cdot \left(1 - 2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right)^2 \right) \right]^2 - \left(a_1 + 2 \cdot b_2 \cdot \left(\frac{v-B}{A} \right) \right)^2 \cdot \left(1 - \left(\frac{v-B}{A} \right)^2 \right) = 0 \tag{4.36}$$

- Ley de control:

$$\text{Si: } (v + E \cdot \gamma) \cdot S(i, v) \cdot C(i, v) > 0 \Rightarrow u = 0$$

$$\text{Si: } (v + E \cdot \gamma) \cdot S(i, v) \cdot C(i, v) < 0 \Rightarrow u = 1$$

- Curva de puntos de equilibrio: $C(i, v) = v^2 + \gamma \cdot E \cdot v - E \cdot i \cdot R = 0$ (4.37)

La aparición de la curva de puntos de equilibrio en la ley de control puede demostrarse teniendo en cuenta que, a la hora de aplicar el teorema de la función inversa, se utiliza el cambio:

$$\text{sen}(\omega \cdot t) = \frac{v - B}{A} \Rightarrow \text{cos}(\omega \cdot t) = \sqrt{1 - \left(\frac{v - B}{A}\right)^2}$$

y que el signo de esta raíz dependerá de $\text{sgn}[\text{cos}(\omega \cdot t)] = \text{sgn}\left[\frac{dv}{dt}\right]$, por último deberá sustituirse la derivada de la tensión de salida por la curva de puntos de equilibrio.

El dominio de deslizamiento vendrá determinado por las expresiones obtenidas en el apartado 2.4, por ejemplo ecuación (2.27), en el que se resolvió este mismo problema desde la perspectiva del seguimiento de señales. A partir de esas inecuaciones pueden obtenerse condiciones sobre la amplitud, offset y frecuencia de la señal deseada que deben tenerse en cuenta para garantizar la existencia de régimen deslizante. Debe observarse que la utilización de la señal de referencia truncada en Serie de Fourier conlleva que no pueda realizarse un estudio analítico completo del problema.

Utilizando la metodología presentada se ha estudiado un convertidor Boost de parámetros: $L=18\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $E=50\text{volt}$ y $R=10\Omega$, con el objetivo de generar la señal $v(t) = 80 + 15 \cdot \text{sen}(500t)$. Debido a que la resolución aproximada de la ecuación (4.1) o es numérica por procedimientos de optimización o bien es analítica con características de no linealidad de los coeficientes del desarrollo aproximado respecto a la inductancia y al condensador (apartados 2 y 3 de este capítulo), únicamente puede conocerse los efectos del condensador e inductor sobre la superficie de conmutación mediante métodos numéricos. Así, la figura 4.22 muestra la evolución de la superficie de conmutación en el plano de estado al variar el condensador (1, 10, 100, 220, 330 y 470 μF) del convertidor, a su vez en la figura 4.23 puede observarse el conjunto de superficies de conmutación al variar el valor del inductor (0.5, 1, 2, 5, 10 y 18 mH).

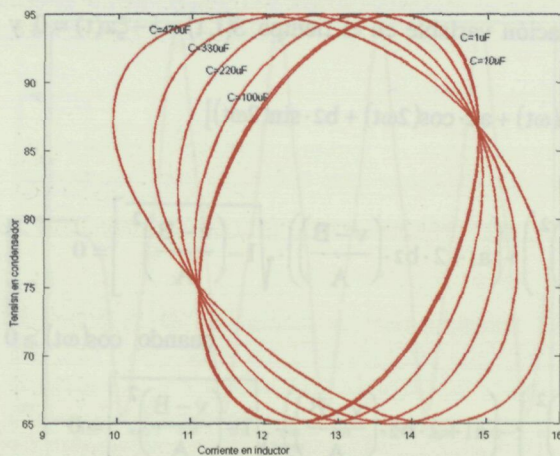


Fig. 4.22. Superficie de conmutación al variar el condensador.

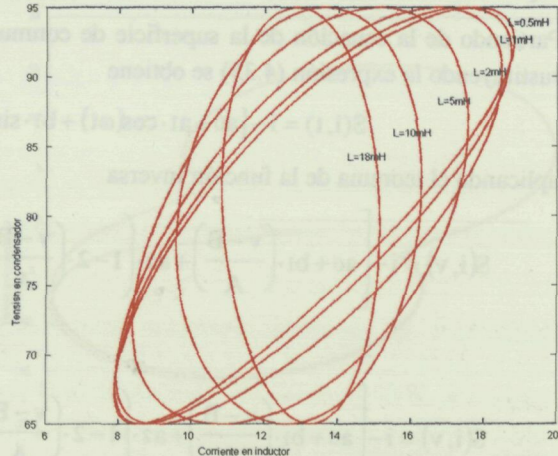


Fig. 4.23. Superficie de conmutación al variar el inductor.

A su vez, efectuando el mismo procedimiento en un convertidor Buck-Boost de parámetros: $L=18\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $E=50\text{volt}$ y $R=10\Omega$, al pretender realizar generación de la señal $v(t) = 65 + 15 \cdot \text{sen}(500t)$, se obtienen las figuras 4.24 cuando se varía el condensador (1, 10, 100, 220, 330 y 470 μF) y 4.25 al variar el inductor (0.5, 1, 2, 5, 10 y 18 mH).

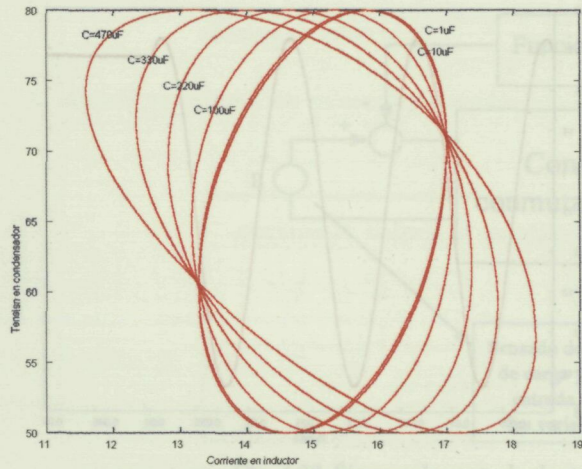


Fig. 4.24. Superficie de conmutación al variar el condensador.

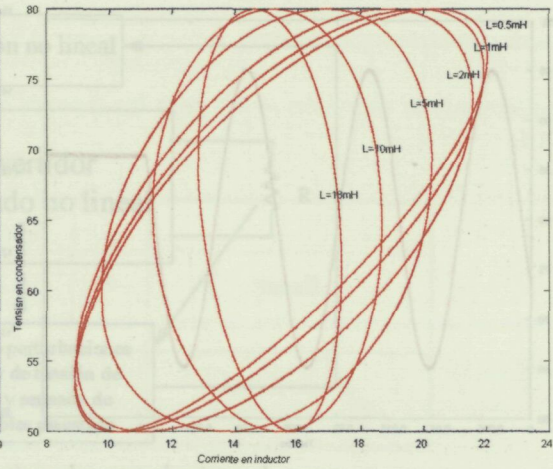


Fig. 4.25. Superficie de conmutación al variar el inductor.

Observando los resultados obtenidos puede comprobarse que el efecto de las variaciones de inductor y condensador sobre los convertidores Boost y Buck-Boost son muy similares. Obsérvese que la elongación máxima de la cónica trazada en el plano de estado se obtiene para valores del inductor y condensador para los cuales se verifique que $\frac{1}{\sqrt{LC}}$ sea próxima a la frecuencia de la señal generada (en rad/seg.), tal y como ocurría en un convertidor Buck.

La ecuación de puntos de equilibrio aparece en la ley de control y debe tenerse en cuenta para garantizar un correcto régimen deslizante. Ello es la causa de la aparición de un fenómeno indeseable (apartado 3.2.4), que ocurre cuando las trayectorias de estado intersectan con la curva de puntos de equilibrio, dado que aparece un régimen deslizante de regulación en dicha curva perdiendo el sistema la capacidad de generación de señal. Debe observarse que este problema es debido a la característica de la ley de control y ésta es diferente en el interior ($S(i,v) < 0$) y el exterior ($S(i,v) > 0$) de la superficie de conmutación definida por la ecuación (4.36). De este modo, el mencionado problema únicamente surge en el exterior de la superficie de conmutación ($S(i,v) > 0$). Este inconveniente debe evitarse añadiendo una política de control que impida el régimen deslizante sobre la curva de puntos de equilibrio (ver apartado 3.2.4), esto puede lograrse, por ejemplo, manteniendo la señal de control invariable durante un número concreto de periodos de conmutación.

Ejemplo

La siguiente simulación presenta los resultados obtenidos al realizar generación de la señal $v(t) = 80 + 15 \cdot \text{sen}(500t)$ en un convertidor Boost de parámetros: $L=18\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $R=10\Omega$, $E=50$ volt. La superficie de conmutación viene determinada por la expresión (4.36) donde $\xi_a(t)$ correspondiente a la ecuación (4.35) es $\xi_a(t) = 13.02514 + 2.1546 \cdot \text{sen}(500t + 1.67116) + 0.7306 \cdot \text{sen}(2 \cdot 500t - 0.696)$.

En este caso no se ha considerado la política adecuada para evitar la aparición de régimen deslizante de regulación en la curva de puntos de equilibrio del convertidor.

La figura 4.26 muestra la evolución dinámica de la tensión del condensador, donde se puede observar la característica de aparición de un régimen deslizante de regulación no deseado. La figura 4.27 presenta el mismo efecto en la corriente en inductor. En la figura 4.28, se representa la superficie de conmutación que ofrece la generación de la señal deseada en el convertidor Boost, así como los problemas originados por la curva de puntos de equilibrio al iniciar la simulación desde diversas condiciones iniciales.

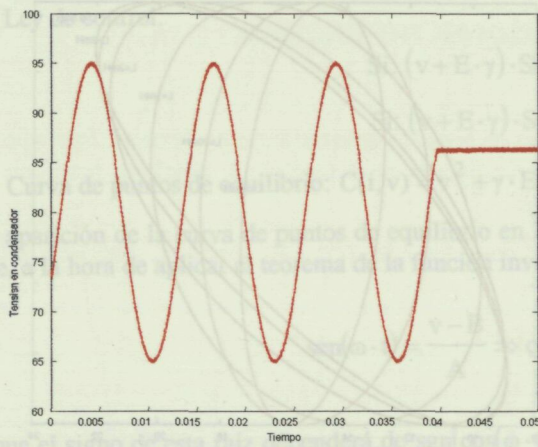


Fig. 4.26. Dinámica de la tensión en condensador.

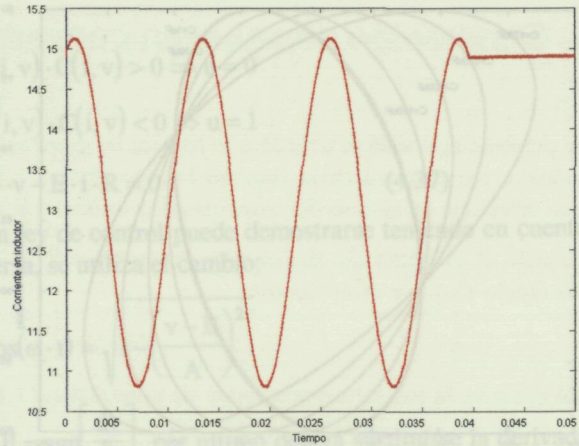


Fig. 4.27. Dinámica de la corriente en inductor.

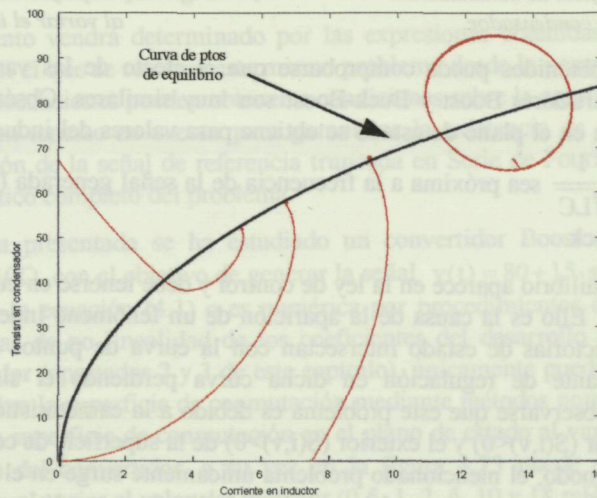


Fig. 4.28. Superficie de conmutación y trayectorias de estado desde diversas condiciones iniciales.

4.5. Robustez

La resistencia de carga puede variar en función de la demanda de potencia requerida al convertidor. Por este motivo, es necesario que el sistema propuesto sea robusto a dichas variaciones, logrando mantener en régimen estacionario la señal deseada en la salida del convertidor. Debe observarse la dificultad de parametrización de la superficie de deslizamiento en función de la carga, dado que, en general, la corriente de inductor de referencia se obtiene mediante procedimientos numéricos.

Para lograr un sistema adaptado a las variaciones de la carga, se considerará que la tensión de entrada puede modificarse de modo que contrarreste las variaciones producidas en la carga, tal y como muestra la figura 4.29. Para ello, se supondrá que la carga es conocida en todo momento y que puede adicionarse una tensión a la tensión de entrada ya existente.

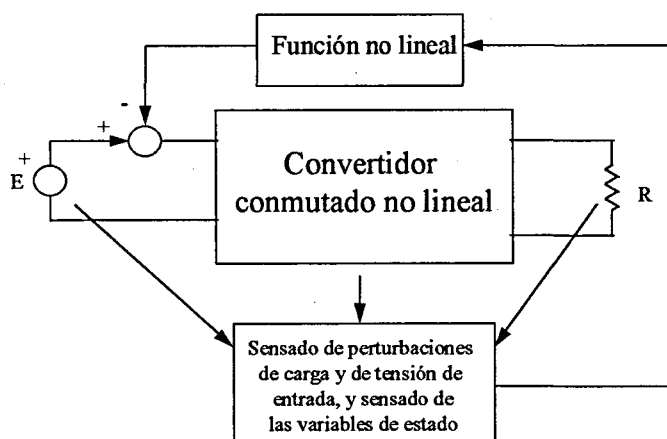


Fig. 4.29. Sistema de control adaptativo a las perturbaciones de carga.

Para lograr este propósito se utiliza el concepto de perturbaciones equivalentes.

Definición de perturbaciones equivalentes:

Dado el sistema $\dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u + p$, donde $X \in \mathfrak{R}^n$; $u \in \mathfrak{R}$; $f, g, p \in \mathfrak{R}^n$, las perturbaciones p, \hat{p} , se definen equivalentes si y solamente si $p - \hat{p} \in \langle g \rangle$.

Pueden añadirse los siguientes comentarios:

1. Es conocido el hecho de que el control en modo deslizante es robusto respecto a la perturbación en la dirección del campo vectorial g . En consecuencia, la dinámica deslizante ideal de los sistemas

$$\dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u + p$$

$$\dot{X} = f(X) + g(X) \cdot u + \hat{p} = f(X) + g(X) \cdot u + p + (\hat{p} - p)$$

debe ser la misma.

2. La introducción de esta definición permite, en ciertos casos, reescribir las perturbaciones en expresiones manejables y técnicamente implementables.

A partir de la ecuación de estado general obtenida para los convertidores elementales no lineales (ecuación 2.4) puede comprobarse que el campo vectorial de perturbaciones es

$$p(i, v) = \left(\hat{E} \cdot \frac{(1 - \gamma + \gamma \cdot u)}{L}, \frac{-\hat{e} \cdot v}{C} \right) \tag{4.38}$$

donde se ha descompuesto $E = E_{nom} + \hat{E}$ y se ha definido $\frac{1}{R} = \frac{1}{R_{nom} + \hat{R}} \Rightarrow \varepsilon = \varepsilon_{nom} + \hat{\varepsilon}$. Siendo E_{nom} y R_{nom} los valores de tensión de entrada y resistencia de carga, respectivamente, nominales y \hat{E} y \hat{R} el valor de las perturbaciones. Obsérvese que se ha definido la relación $\hat{\varepsilon} = \frac{-\hat{R}}{R_{nom} \cdot (R_{nom} + \hat{R})}$.

El campo vectorial generado por la señal de control viene dado por

$$g(i, v) = \left(\frac{E \cdot \gamma + v}{L}, \frac{-i}{C} \right) \tag{4.39}$$

de este modo el campo vectorial de la perturbación es equivalente a

$$p^*(i, v) = \left(\hat{\varepsilon} \cdot \frac{-v \cdot (E \cdot \gamma + v)}{L \cdot i} + \hat{E} \cdot \frac{(1 - \gamma + \gamma \cdot u)}{L}, 0 \right) \tag{4.40}$$

que puede contrarrestarse restando $\hat{\varepsilon} \cdot \frac{-v \cdot (E \cdot \gamma + v)}{L \cdot i} + \hat{E} \cdot \frac{(1 - \gamma + \gamma \cdot u)}{L}$ de la señal de entrada.

Particularizando la expresión (4.40) para los diversos convertidores elementales no lineales se obtiene la tabla 4.6:

	γ	Variación de la tensión de entrada
Boost	0	$-\frac{\hat{\varepsilon} \cdot v^2}{L \cdot i} + \frac{\hat{E}}{L}$
Buck-Boost	1	$-\frac{\hat{\varepsilon} \cdot v \cdot (E + v)}{L \cdot i} + \frac{\hat{E} \cdot u}{L}$

Tabla 4.6. Variación de la tensión de entrada a fin de contrarrestar la perturbación de la resistencia de carga.

Ejemplo 1

Con el objetivo de mostrar un ejemplo mediante la metodología presentada para lograr robustez frente a variaciones de la carga, se presenta la siguiente simulación realizada con convertidor Boost de parámetros: $L=18\text{mH}$, $C=220\mu\text{F}$, $E=50\text{ volt}$, donde se pretende realizar generación de la señal $v(t) = 80 + 15 \cdot \sin(500t)$. La corriente de referencia, cuando se posee una resistencia de carga de $R=10\Omega$, viene dada por $\xi_a(t) = 13.02514 + 2.1546 \cdot \sin(500t + 1.67116) + 0.7306 \cdot \sin(2 \cdot 500t - 0.696)$. El sistema considera una carga resistiva pulsante de valores $R=8-19\Omega$ (en una primera experiencia), tal y como muestra la figura 4.34, y $R=10-17\Omega$ (en una segunda) según la figura 4.36. Las dinámicas de las variables de estado en régimen estacionario coinciden en ambos casos y, por este motivo, solo se presentan una vez. El sistema de control utilizado en estas simulaciones, también, incorpora la política de control adecuada para evitar el problema de la aparición de régimen deslizante de regulación, tal y como se presentó en el apartado 4.4.

En la figura 4.30 se puede observar el régimen deslizante sobre la superficie de deslizamiento obtenida mediante la combinación de $v(t)$ y $\xi_a(t)$.

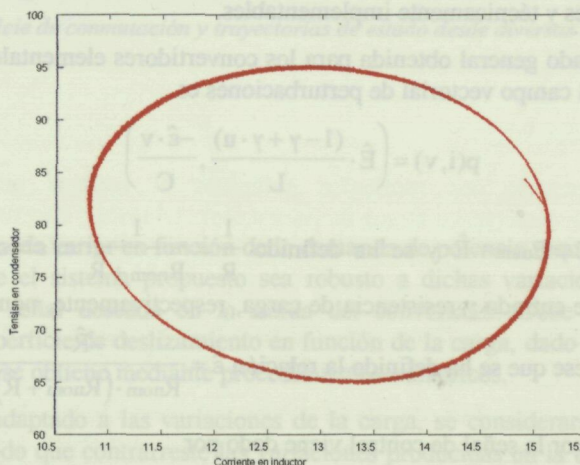


Fig. 4.30. Régimen deslizante sobre la superficie de deslizamiento.

Las figuras 4.31 y 4.32 muestran la dinámica deslizante en régimen estacionario de la tensión en condensador y de la corriente en inductor, respectivamente.

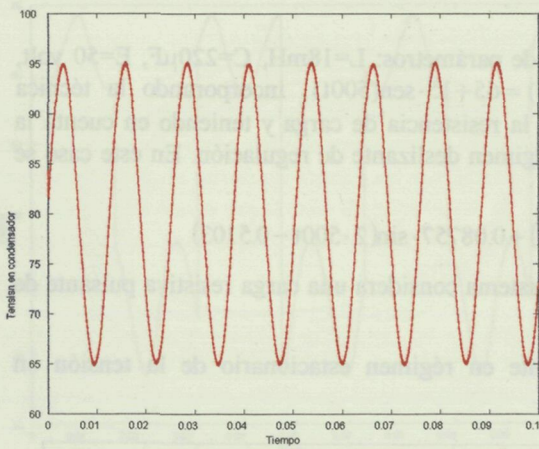


Fig. 4.31. Dinámica de la tensión en condensador.

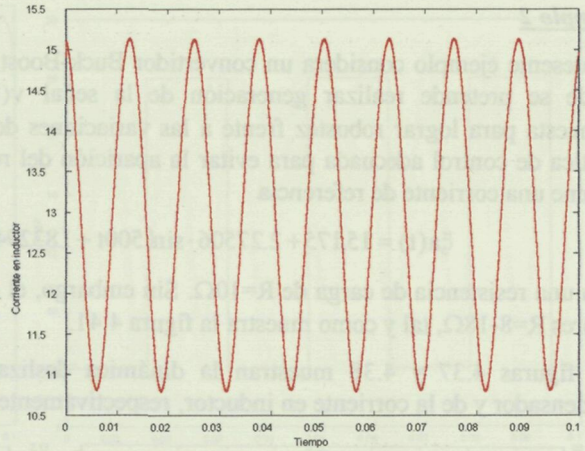


Fig. 4.32. Dinámica de la corriente en inductor.

Las figuras 4.33 y 4.34 muestran la tensión de entrada total (la fuente de alimentación de 50 volt conjuntamente con la perturbación adecuada para contrarrestar el efecto de la perturbación que representa la variación de la resistencia de carga), para los casos de las variaciones que se pueden observar en las figuras 4.32 y 4.36, respectivamente.

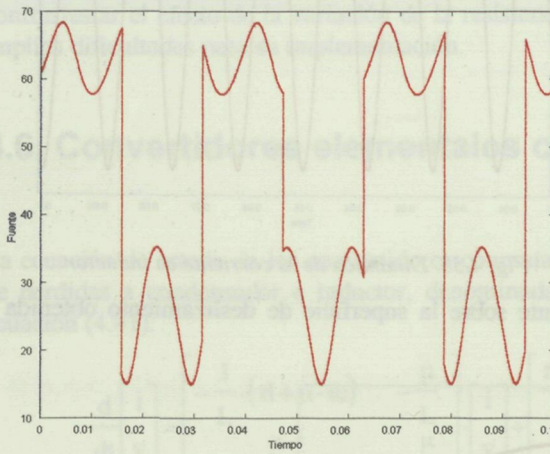


Fig. 4.33. Tensión de entrada total.

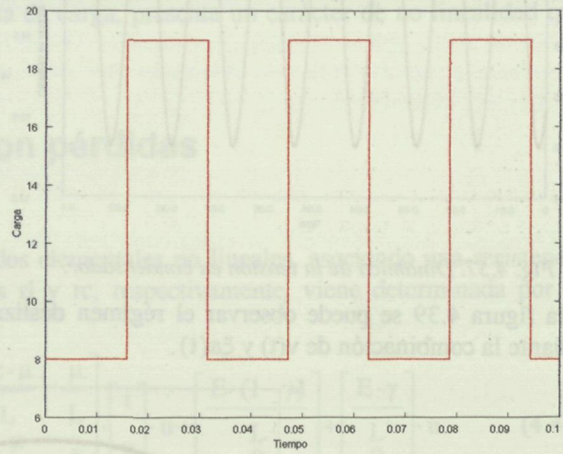


Fig. 4.34. Variación de carga pulsante de 8-19Ω.

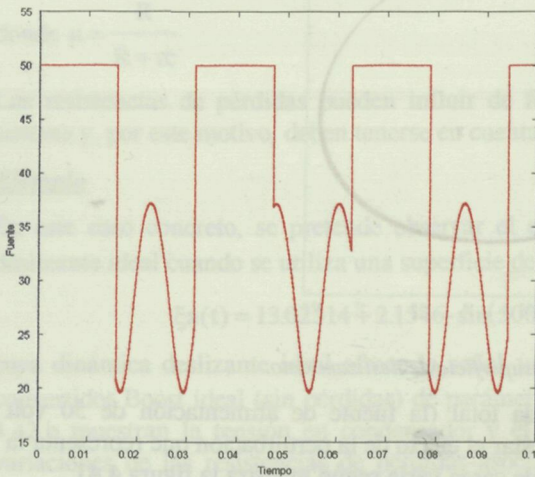


Fig. 4.35. Tensión de entrada total.

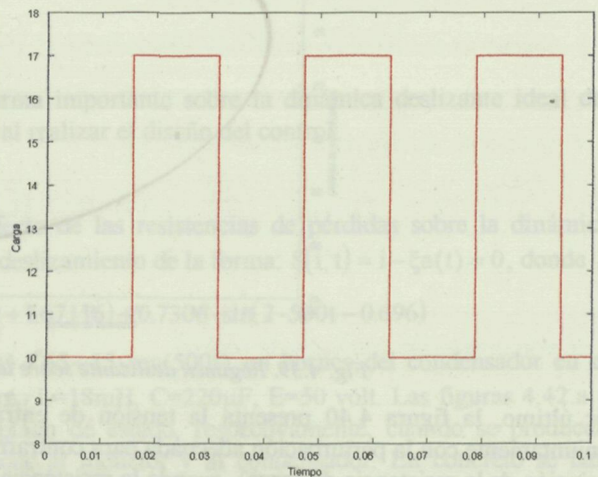


Fig. 4.36. Variación de carga pulsante de 10-17Ω.