



**UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA**

Escuela Técnica Superior de Ingenieros  
de Caminos, Canales y Puertos de Barcelona

Departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental  
Sección de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica

**PROGRAMA DE DOCTORADO EN INGENIERÍA CIVIL**

**Tesis Doctoral**

**METODOLOGÍA NUMÉRICO-EXPERIMENTAL  
PARA EL ANÁLISIS DEL RIESGO ASOCIADO  
A LA ESCORRENTÍA PLUVIAL EN UNA RED DE CALLES**

Autor:

*Leonardo S. Nanía Escobar*

Bajo la dirección de los Doctores:

*José Dolz Ripollés*

*Manuel Gómez Valentín*

Barcelona, Agosto de 1999



"Porque es Yavé el que da la sabiduría,  
y de su boca procede la ciencia y la inteligencia".

*Proverbios 2, 6*



# *AGRADECIMIENTOS*

Es increíble la cantidad de cosas que han tenido que pasar en estos cuatro últimos años para que esta tesis haya podido salir a la luz.

En primer lugar tengo que agradecer que un profesor de Hidrología de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional, el Ingeniero Jorge Adolfo Maza, haya sabido inculcarme el amor por la hidrología y por la hidráulica. Más tarde, su amistad con el que fue uno de los directores de esta tesis, el Dr. José Dolz, brindó el vínculo necesario para que aterrizara en Catalunya y en esta Universidad Politécnica para desarrollar este trabajo.

Para encarar un estudio experimental como el que se llevó a cabo aquí, ha sido necesario crear un dispositivo específico que fue construido con la financiación del programa europeo ADAPT-AGUA, a través de un convenio con el Grupo de Mecánica de Fluidos de la Universitat Politècnica de Valencia. La construcción de este dispositivo tampoco hubiera sido posible sin la abnegada tarea de mi compañero y amigo Juan Pomares y de los ayudantes de laboratorio Jaume Ambrós y Jordi Bayona.

Quisiera expresar también mi agradecimiento a todos los integrantes de la Sección de Ingeniería Hidráulica e Hidrológica de este Departamento y de Topografía del Departamento de Ingeniería del Terreno que, desde con una clase especial hasta con un simple consejo dado en una charla de pasillo, han contribuido de alguna manera a la elaboración de esta tesis. Mi agradecimiento especial a Ernest Bladé, que fue quien tomó y procesó los datos experimentales utilizados en el análisis del Anejo 2.

También quisiera agradecer a todas aquellas personas que, desde la distancia, me han brindado su apoyo moral: familiares, amigos y profesores de la Facultad Regional Mendoza de la Universidad Tecnológica Nacional.

Esta tesis se ha realizado en el transcurso de una beca de tres años y medio de duración otorgada por la Agencia Española de Cooperación Internacional a través del Instituto de Cooperación Iberoamericana y con la ayuda de la Universitat Politècnica de Catalunya a lo largo de todo el periodo de elaboración de la misma.

La información necesaria para la aplicación del modelo numérico, que son la tormenta de proyecto y la topografía de las calles de la ciudad de Mendoza, fueron facilitadas por el Ing. Jorge A. Maza, director del Centro Regional Andino del Instituto Nacional del Agua y el Ambiente, y el Ing. Francisco Morandini, ex-funcionario de Obras Sanitarias Mendoza S.E., respectivamente.

De más está decir que esta tesis no hubiera tenido lugar sin la impecable dirección de los Doctores José Dolz y Manuel Gómez, a quienes siempre los tendré como ejemplos de profesionalidad y honestidad al servicio de la docencia y la investigación.

Por último, para llegar hasta aquí, fue necesario contar con la infinita generosidad de Laura, mi esposa, a quien dedico esta tesis, que durante este tiempo ha postergado sus ambiciones personales y ha sabido brindarme todo el apoyo necesario y más, tanto en los momentos de alegría como en los de desilusión y frustración, por lo que me considero el hombre más afortunado.

Barcelona, Agosto de 1999.



# ÍNDICE GENERAL

NOTACIÓN.....	vii
---------------	-----

## 0. RESUMEN Y CONCLUSIONES

0.1	Introducción y objetivos .....	0-1
0.2	Descripción del trabajo y conclusiones .....	0-2
0.3	Desarrollos futuros .....	0-3

## 1. APROXIMACIÓN AL ESTUDIO DE LA ESCORRENTÍA EN REDES DE CALLES

1.1	Introducción. Planteamiento del estudio.....	I-1
1.2	Descripción de una red de calles .....	I-2
1.3	Tipología de las calles .....	I-2
1.3.1	Sección transversal.....	I-2
1.3.2	Pendientes.....	I-4
1.4	Tipología de los cruces de calles.....	I-4
1.4.1	Clasificación de los cruces de dos calles.....	I-4
1.4.2	Planta.....	I-5
1.4.3	Sección transversal.....	I-6
1.4.4	Pendientes.....	I-6
1.5	Enfoque del estudio .....	I-7

## 2. FLUJO EN UNIONES DE CANALES. ESTADO DEL CONOCIMIENTO

2.1	Introducción .....	II-1
2.2	Primeros estudios: Los trabajos de Taylor.....	II-1
2.2.1	Combinación del flujo subcrítico en uniones en “T” de canales de sección rectangular .....	II-1
2.2.2	División del flujo subcrítico en bifurcaciones en “T” de canales de sección rectangular .....	II-3
2.3	División del flujo: otros enfoques teóricos .....	II-6
2.4	División del flujo: patrones de flujo .....	II-15
2.4.1	Zona de separación del flujo y recirculación. Coeficiente de contracción .....	II-15
2.4.2	Perturbaciones superficiales .....	II-17
2.4.3	Discontinuidad en la superficie del agua.....	II-17
2.4.4	Estructura de flujo tridimensional.....	II-17
2.5	División del flujo: influencia del ángulo, $\theta$ y del ancho, $b$ .....	II-18
2.5.1	Influencia conjunta de $\theta$ y $b$ .....	II-18
2.5.2	Influencia del ancho, $b$ .....	II-18
2.5.3	Influencia de $\theta$ .....	II-19
2.6	Combinación del flujo: otros enfoques teóricos.....	II-19

2.7	Combinación del flujo: patrones de flujo.....	II-26
2.7.1	Zona de separación y coeficiente de contracción.....	II-26
2.8	Combinación del flujo: influencia del ángulo de entrada del ramal.....	II-26
2.9	Tratamiento de las uniones en redes de alcantarillado.....	II-27
2.10	Resumen y conclusiones.....	II-28
<b>3.</b>	<b>ECUACIONES BÁSICAS PARA EL ESTUDIO DEL FLUJO UNIDIMENSIONAL EN LÁMINA LIBRE</b>	
3.1	Introducción.....	III-1
3.2	Ecuaciones que gobiernan el flujo unidimensional.....	III-1
3.2.1	La ecuación de continuidad.....	III-2
3.2.2	La ecuación de equilibrio dinámico.....	III-3
3.2.3	Aproximaciones a la solución de las ecuaciones de Saint-Venant.....	III-5
3.3	Teoría de la onda cinemática aplicada al “overland flow”.....	III-6
<b>4.</b>	<b>MÉTODOS NUMÉRICOS DE RESOLUCIÓN DE LAS ECUACIONES DEL FLUJO NO PERMANENTE EN LÁMINA LIBRE</b>	
4.1	Introducción.....	IV-1
4.2	Clasificación.....	IV-1
4.3	Métodos numéricos de diferencias finitas.....	IV-2
4.3.1	Resolución de las ecuaciones de la onda cinemática.....	IV-5
4.3.2	Esquema de MacCormack.....	IV-7
4.3.3	Método de las características.....	IV-9
4.3.3.1	Condiciones iniciales y de contorno.....	IV-12
4.3.3.2	Esquema de intervalos específicos.....	IV-13
<b>5.</b>	<b>DISPOSITIVO EXPERIMENTAL</b>	
5.1	Introducción.....	V-1
5.2	VARIABLES INVOLUCRADAS.....	V-1
5.2.1	Hipótesis simplificadoras.....	V-3
5.3	Diseño del dispositivo.....	V-5
5.3.1	Estudio para definir el ancho de calles del dispositivo experimental.....	V-5
5.3.2	Estudios previos con modelo numérico bidimensional.....	V-7
5.3.2.1	Descripción del modelo numérico bidimensional.....	V-7
5.3.2.2	Estudio con flujo subcrítico.....	V-7
5.3.2.3	Análisis de resultados del flujo subcrítico.....	V-8
5.3.2.4	Estudio con flujo supercrítico.....	V-9
5.3.2.5	Análisis de resultados del flujo supercrítico.....	V-11
5.3.3	Dimensiones del dispositivo.....	V-12
5.4	Infraestructura de laboratorio.....	V-15
5.4.1	Provisión de agua y medición de caudales.....	V-15
5.4.2	Arquetas o cámaras de carga.....	V-15
5.4.2.1	Arquetas de entrada.....	V-15
5.4.2.2	Arquetas de salida.....	V-19
5.4.3	Rápidas de entrada.....	V-19
5.5	Planificación de los ensayos.....	V-23
5.5.1	Parámetros de medida.....	V-23
5.5.2	Consideraciones con respecto a los lugares de medida de los calados.....	V-23
5.5.3	Clasificación de los ensayos.....	V-24

5.5.4	Campana preliminar .....	V-24
5.5.4.1	Flujo supercrítico .....	V-24
5.5.4.2	Flujo subcrítico .....	V-29
5.5.5	Campana definitiva .....	V-36
5.5.5.1	Introducción .....	V-36
5.5.5.2	Nuevas combinaciones de caudales de entrada.....	V-36

## 6. RESULTADOS EXPERIMENTALES

6.1	Introducción .....	VI-1
6.2	Datos experimentales.....	VI-1
6.2.1	Parámetros medidos .....	VI-1
6.2.2	Parámetros calculados .....	VI-6
6.2.3	Rango de los parámetros estudiados .....	VI-7
6.3	Análisis de resultados .....	VI-8
6.3.1	Patrones de flujo .....	VI-8
6.3.2	Relaciones entre las variables involucradas.....	VI-16
6.3.2.1	Relación entre los caudales de entrada y los caudales de salida .....	VI-16
6.3.2.2	Relación entre el número de Froude de los flujos de entrada y los caudales de salida .....	VI-17
6.3.2.3	Relación entre el índice de Froude del flujo de entrada y los caudales de salida .....	VI-19
6.3.2.4	Relación entre la fuerza específica de los flujos de entrada y los caudales de salida .....	VI-21
6.3.2.5	Relación entre la potencia de los flujos de entrada y los caudales de salida .....	VI-22
6.3.2.6	Relación entre el ángulo de inclinación del resalto dentro del cruce y la potencia de los flujos de entrada.....	VI-24
6.3.3	Relaciones adicionales útiles para la formulación de un modelo de cálculo .....	VI-25
6.3.3.1	Influencia del lugar de medida de la potencia en la determinación de la proporción de potencia del flujo de entrada en una dirección ..	VI-26
6.3.3.2	Relación entre el número de Froude de los flujos a la entrada del cruce y la potencia de los flujos de entrada .....	VI-27
6.3.4	Límites entre patrones de flujo.....	VI-29
6.4	Conclusiones .....	VI-30

## 7. MODELO NUMÉRICO UNIDIMENSIONAL PARA EL ESTUDIO DEL FLUJO EN UNA RED DE CALLES

7.1	Introducción .....	VII-1
7.2	Problemática general de la modelación del flujo en redes de calles .....	VII-1
7.2.1	Problemática estructural .....	VII-1
7.2.1.1	Tipos de red a analizar.....	VII-2
7.2.1.2	Tipos de calle .....	VII-2
7.2.2	Problemática fenomenológica.....	VII-3
7.2.2.1	Tipos de cruces.....	VII-3
7.2.2.2	Tipos de bifurcaciones.....	VII-4
7.2.2.3	Tipos de uniones .....	VII-5
7.3	Descripción del modelo de cálculo.....	VII-5
7.3.1	Datos del problema .....	VII-5
7.3.1.1	Numeración de los nudos, calles y manzanas .....	VII-7
7.3.1.2	Hietograma de precipitación.....	VII-8
7.3.1.3	Hidrogramas de entrada a la red.....	VII-8

7.3.1.4	Información de los cruces y las calles .....	VII-9
7.3.1.5	Información de las manzanas.....	VII-9
7.3.2	Módulo de transformación lluvia-escorrentía.....	VII-11
7.3.3	Resolución del flujo en las calles.....	VII-13
7.3.3.1	Esquema numérico empleado .....	VII-13
7.3.3.2	Tratamiento de las condiciones de contorno.....	VII-15
7.3.3.3	Condiciones iniciales.....	VII-17
7.3.3.4	Tratamiento de los resaltos hidráulicos .....	VII-18
7.3.4	Resolución del flujo en los cruces de calles.....	VII-18
7.3.4.1	Determinación del tipo de cruce.....	VII-18
7.3.4.2	Resolución de los cruces tipo 13 al 15 empleando los resultados experimentales .....	VII-19
7.3.4.3	Resolución de los cruces tipo 1 al 12 empleando un enfoque unidimensional.....	VII-21
7.3.4.4	Resolución de bifurcaciones y uniones.....	VII-24

## **8. APLICACIÓN DEL MODELO NUMÉRICO PROPUESTO AL ANÁLISIS DEL RIESGO ASOCIADO A LA ESCORRENTÍA PLUVIAL EN UNA CUENCA URBANA**

8.1	Introducción.....	VIII-1
8.2	Características de la red. Descripción de la cuenca.....	VIII-1
8.2.1	Situación topográfica. Descripción de la situación actual .....	VIII-1
8.2.2	Elección de la subcuenca.....	VIII-2
8.2.3	Características de la red de calles.....	VIII-7
8.3	Datos del problema.....	VIII-9
8.3.1	Geometría de la red.....	VIII-9
8.3.2	Áreas de drenaje conectadas a cada calle .....	VIII-9
8.3.3	Tormenta de proyecto.....	VIII-9
8.3.4	Hidrogramas de entrada.....	VIII-10
8.4	Resultados de la simulación.....	VIII-12
8.4.1	Hidrogramas resultantes .....	VIII-12
8.4.2	Calados y velocidades .....	VIII-14
8.4.3	Evaluación del error. Balance de masa.....	VIII-14
8.5	Análisis de resultados .....	VIII-17
8.5.1	Criterios para la evaluación de la peligrosidad de la escorrentía en las calles	VIII-17
8.5.2	Análisis del error.....	VIII-22
8.6	Resumen y conclusiones.....	VIII-23

## **BIBLIOGRAFÍA**

### **ANEJOS**

#### **A1. MÉTODOS NUMÉRICOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES NO-LINEALES**

A1.1	Introducción.....	A1-1
A1.2	Métodos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales.....	A1-1
A1.2.1	Método de Newton-Raphson completo.....	A1-1
A1.2.2	Método de Newton-Raphson modificado.....	A1-2
A1.2.3	Método de Broyden secante.....	A1-3
A1.2.4	Método BFGS secante.....	A1-3
A1.3	Presentación del problema .....	A1-4

A1.3.1	Primer caso: cruce tipo 1, flujo subcrítico en la sección de las calles en contacto con el cruce .....	A1-5
A1.3.2	Segundo caso: cruce tipo 16, flujo supercrítico en la sección de las calles en contacto con el cruce .....	A1-8
A1.3.3	Valoración del error .....	A1-9
A1.4	Aplicación a un caso particular .....	A1-10
A1.5	Análisis de resultados .....	A1-11
A1.5.1	Introducción .....	A1-11
A1.5.2	Resultados generales .....	A1-17
A1.5.3	Resultados particulares .....	A1-17
A1.6	Resumen y conclusiones .....	A1-18

## **A2. ANÁLISIS DEL FLUJO EN EL DISPOSITIVO EXPERIMENTAL**

A2.1	Introducción .....	A2-1
A2.2	Obtención y presentación de los datos .....	A2-1
A2.3	Análisis del flujo .....	A2-3
A2.3.1	Resalto dentro del cruce .....	A2-3
A2.3.2	Calados .....	A2-4
A2.3.3	Módulos de la velocidad .....	A2-8
A2.3.4	Componentes de las velocidades transversales a la dirección del flujo .....	A2-9
A2.3.5	Números de Froude locales .....	A2-11
A2.4	Resumen y conclusiones .....	A2-14

## **A3. ANÁLISIS DE SENSIBILIDAD DE LAS MEDIDAS EXPERIMENTALES**

A3.1	Introducción .....	A3-1
A3.2	Sensibilidad del cálculo de la proporción de potencia provocada por un error en la medida del calado .....	A3-2
A3.2.1	Hipótesis A: Variación conjunta de los calados en la sección de entrada al cruce, en las dos direcciones, igual a 2 mm por exceso y por defecto .....	A3-2
A3.2.2	Hipótesis B: Variación de los calados del flujo subcrítico en la sección de entrada al cruce, igual a 2 mm por exceso y por defecto .....	A3-5
A3.2.3	Análisis del error en el cálculo de la proporción de potencia .....	A3-7
A3.3	Sensibilidad del cálculo de los caudales de salida provocada por un error en la medida de la altura de agua sobre el vertedero de salida en la dirección "x" .....	A3-10
A3.3.1	Análisis del error en el cálculo de la proporción de caudales de salida .....	A3-13
A3.4	Resumen y conclusiones .....	A3-14

## **A4. ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA DE LAS FUERZAS SECUNDARIAS SOBRE LOS RESULTADOS EXPERIMENTALES**

A4.1	Introducción .....	A4-1
A4.2	Análisis de la influencia relativa de la viscosidad .....	A4-1
A4.2.1	Análisis de resultados .....	A4-4
A4.3	Análisis de la influencia relativa de la tensión superficial .....	A4-5
A4.3.1	Análisis de resultados .....	A4-7
A4.4	Resumen y conclusiones .....	A4-8

**A5. TABLAS**

Tabla A5-1: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D. Combinación de pendientes $S_x = 0,001$ y $S_y = 0,001$ .....	A5-1
Tabla A5-2: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D. Combinación de pendientes $S_x = 0,001$ y $S_y = 0,002$ .....	A5-2
Tabla A5-3: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D. Combinación de pendientes $S_x = 0,01$ y $S_y = 0,01$ .....	A5-3
Tabla A5-4: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D. Combinación de pendientes $S_x = 0,01$ y $S_y = 0,02$ .....	A5-3

# NOTACIÓN

$a$	ancho de la zona de separación y recirculación, [m]
$a_x$	ancho de la zona de separación y recirculación en la dirección “x”, [m]
$a_y$	ancho de la zona de separación y recirculación en la dirección “y”, [m]
$A$	área de la sección transversal, [m <sup>2</sup> ]
$AF$	almacenamiento final en la calle, [m <sup>3</sup> ]
$AI$	almacenamiento inicial en la calle, [m <sup>3</sup> ]
$A_M$	área de la manzana, [m <sup>2</sup> ]
$A_N$	área del cruce o nudo, [m <sup>2</sup> ]
$b$	longitud característica, ancho de referencia del cruce, ancho de las calles que integran el cruce, ancho superficial del flujo, [m]
$b_{ex}$	ancho de la calle de entrada al cruce en la dirección “x”, [m]
$b_{ey}$	ancho de la calle de entrada al cruce en la dirección “y”, [m]
$b_{sx}$	ancho de la calle de salida del cruce en la dirección “x”, [m]
$b_{sy}$	ancho de la calle de salida del cruce en la dirección “y”, [m]
$c$	celeridad de una onda de gravedad, [m/s]
$c_k$	celeridad de la onda cinemática, [m/s]
$C_c$	coeficiente de contracción, [-]
$C_n$	número de Courant [-]
$d$	derivada
$D$	derivada total
$D$	diámetro de un conducto, [m]
$D_{Rx}$	distancia del resalto de la dirección “x” con respecto a la entrada al cruce, [m]
$D_{Ry}$	distancia del resalto de la dirección “y” con respecto a la entrada al cruce, [m]
$E$	energía del flujo, [m]
$f$	función
$F$	fuerza, [N]
$F$	número de Froude del flujo, $V/(gA/b)^{1/2}$ , [-]
$F_{ex}$	número de Froude del flujo de entrada en la dirección “x”, [-]
$F_{ey}$	número de Froude del flujo de entrada en la dirección “y”, [-]
$FE$	fuerza específica, [N·m <sup>3</sup> /N]

$FE_x$	fuerza específica del flujo de entrada en la dirección "x", [N·m <sup>3</sup> /N]
$FE_y$	fuerza específica del flujo de entrada en la dirección "y", [N·m <sup>3</sup> /N]
$FE_T$	suma de fuerzas específicas de los flujos de entrada, [N·m <sup>3</sup> /N]
$F_f$	fuerza de fricción, [N]
$F_L$	número de Froude del flujo a la salida de un plano de longitud $L$ , [-]
$g$	aceleración de la gravedad, 9,806 [m/s <sup>2</sup> ]
$H$	altura sobre el vértice del vertedero, nivel de agua sobre un plano de comparación, nivel de energía ficticio en el cruce, [m]
$H_v$	energía de velocidad del flujo, $V^2/2g$ , [m]
$H_T$	energía total del flujo o Bernoulli, [m]
$i$	intensidad de precipitación, [mm/h]
$i_e$	intensidad de precipitación neta, [mm/h]
$I$	intensidad de precipitación, [mm/h]
$k$	número cinemático, [-]
$k$	rugosidad absoluta, [m]
$K$	coeficiente de pérdida de carga, [-]
$L$	longitud de la zona de separación y recirculación, longitud característica, longitud del plano, [m]
$L_C$	longitud de la calle, [m]
$L_P$	longitud del plano equivalente, [m]
$L_x$	longitud de la zona de separación y recirculación en la dirección "x", [m]
$L_y$	longitud de la zona de separación y recirculación en la dirección "y", [m]
$M$	flujo de cantidad de movimiento que pasa por una sección, [N]
$n$	coeficiente de rugosidad de Manning, [m <sup>1/6</sup> ]
$n_F$	cociente o relación de números de Froude, $F_{ex}/F_{ey}$ , [-]
$n_q$	cociente o relación de caudales, [-]
$n_y$	cociente o relación de calados, [-]
$p$	presión hidrostática, [N/m <sup>2</sup> ], [Pa]
$P$	perímetro mojado, [m]
$P$	fuerza, [N]
$P_M$	porcentaje de la manzana que desagua a una calle, [%]
$q$	caudal unitario, [m <sup>3</sup> /s·m]
$q_L$	caudal unitario al final de un plano de longitud $L$ , caudal unitario lateral, [m <sup>3</sup> /s·m]
$q_{Lat}$	caudal unitario lateral, [m <sup>3</sup> /s·m]
$Q$	caudal [m <sup>3</sup> /s]
$Q_e$	caudal de entrada medio en el incremento de tiempo, [m <sup>3</sup> /s]

$Q_{lat}$	caudal lateral medio en el incremento de tiempo, [m <sup>3</sup> /s]
$Q_{ex}$	caudal de entrada al cruce en la dirección “x”, [m <sup>3</sup> /s]
$Q_{ey}$	caudal de entrada al cruce en la dirección “y”, [m <sup>3</sup> /s]
$Q_{sx}$	caudal de salida del cruce en la dirección “x”, [m <sup>3</sup> /s]
$Q_{sy}$	caudal de salida del cruce en la dirección “y”, [m <sup>3</sup> /s]
$Q_T$	caudal total de entrada al dispositivo experimental, caudal total de salida del dispositivo experimental, $Q_{ex}+Q_{ey} = Q_{sx}+Q_{sy}$ , [m <sup>3</sup> /s]
$R$	número de Reynolds del flujo, $VL/\nu$ , [-]
$R_{ex}$	número de Reynolds del flujo de entrada al cruce en la dirección “x”, [-]
$R_{ey}$	número de Reynolds del flujo de entrada al cruce en la dirección “y”, [-]
$R_h$	radio hidráulico, [m]
$S$	pendiente de fondo, [m/m]
$S_0$	pendiente de fondo, [m/m]
$S_f$	pendiente de fricción o de la línea de energía, [m/m]
$S_{TA}$	pendiente transversal de la acera o vereda, [m/m]
$S_{TC}$	pendiente transversal de la calzada, [m/m]
$S_x$	pendiente de fondo de las calles en la dirección “x”, [m/m]
$S_y$	pendiente de fondo de las calles en la dirección “y”, [m/m]
$t$	variable independiente, tiempo, [s]
$T$	instante de tiempo, [s]
$T_0$	instante inicial de tiempo, [s]
$V$	velocidad media del flujo en la sección transversal, [m/s]
$VE$	volumen total de entrada, [m <sup>3</sup> ]
$VS$	volumen total de salida, [m <sup>3</sup> ]
$V_{ex}$	velocidad media del flujo de entrada al cruce en la dirección “x”, [m/s]
$V_{ey}$	velocidad media del flujo de entrada al cruce en la dirección “y”, [m/s]
$V_{sx}$	velocidad media del flujo de salida del cruce en la dirección “x”, [m/s]
$V_{sy}$	velocidad media del flujo de salida del cruce en la dirección “y”, [m/s]
$W$	peso del fluido comprendido dentro de un volumen de control, [N]
$W$	potencia del flujo por unidad de tiempo, [N·m/s]
$We$	número de Weber, [-]
$W_x$	potencia del flujo de entrada en la dirección “x” por unidad de tiempo, [N·m/s]
$W_y$	potencia del flujo de entrada en la dirección “y” por unidad de tiempo, [N·m/s]
$W_T$	suma de potencias de los flujos de entrada, [N·m/s]
$x$	variable independiente, eje de coordenadas, abscisa
$y$	variable dependiente, eje de coordenadas, ordenada, calado medio en la sección transversal, [m]

---

$y_L$	calado de la escorrentía al final de un plano inclinado, [m]
$y_{ex}$	calado medio en la calle de entrada al cruce en la dirección “x”, [m]
$y_{ey}$	calado medio en la calle de entrada al cruce en la dirección “y”, [m]
$y_{sx}$	calado medio en la calle de salida del cruce en la dirección “x”, [m]
$y_{sy}$	calado medio en la calle de salida del cruce en la dirección “y”, [m]
$z$	altura sobre un plano de referencia, cota, [m]
$\alpha$	ángulo que forma el resalto con respecto a la normal a la dirección considerada, [°]
$\alpha$	coeficiente de distribución de velocidad, coeficiente de energía o de Coriolis, [-]
$\beta$	coeficiente de distribución de velocidad, coeficiente de cantidad de movimiento o de Boussinesq, [-]
$\delta$	grado de suavización o redondeo de las esquinas del cruce
$\Delta$	incremento de una variable
$\phi$	índice de Froude, $n_F/n_{F+1}$ , [-]
$\gamma$	peso específico del fluido, [N/m <sup>3</sup> ]
$\varphi$	pendiente de la solera, [°]
$\mu$	viscosidad dinámica del fluido, [N·s/m <sup>2</sup> ]
$\nu$	viscosidad cinemática del fluido, [m <sup>2</sup> /s]
$\theta$	ángulo que forman las calles que integran el cruce, [°]
$\rho$	densidad del fluido, [kg/m <sup>3</sup> ]
$\sigma$	tensión superficial del fluido [N/m]
$\tau_0$	fuerza de corte por unidad de superficie, [N/m <sup>2</sup> ]
$\psi$	factor de forma
$\partial$	derivada parcial

# *RESUMEN Y CONCLUSIONES*

## **0.1 INTRODUCCIÓN Y OBJETIVOS**

En los últimos años, se ha visto cómo el continuo crecimiento de las áreas urbanas ha incrementado los problemas ocasionados por inundaciones, especialmente en las grandes ciudades. Estos problemas aparecen, como es sabido, debido a: la disminución del área permeable; el aumento tanto del coeficiente como del volumen de escorrentía; y la reducción de la rugosidad de la superficie y del tiempo al pico del hidrograma. Todo ello ocasiona un desmesurado crecimiento de los caudales punta.

Muchas ciudades tienen un sistema de drenaje pluvial superficial consistente en canales y en las propias calles de la ciudad. Otras tienen un sistema de drenaje urbano subterráneo. En ambos casos, la escorrentía en las calles es un hecho común y puede ser de interés conocer la dinámica del flujo en las calles durante una tormenta importante, para determinar los niveles de agua y velocidades máximas que pueden alcanzarse con relación a un determinado período de retorno.

La escorrentía en las calles tiene ciertas particularidades: los calados son relativamente pequeños -unas pocas decenas de centímetros-, pero los anchos pueden ser de uno o dos órdenes de magnitud superiores -metros y hasta decenas de metros-. El tipo de flujo más general será el no permanente. Además el flujo puede ser considerado unidimensional mientras se mueva a lo largo de las calles, pero se transforma en bi o tridimensional cuando los flujos de dos o más calles confluyen en un cruce.

Dado que las áreas urbanas con problemas tienden a ser relativamente grandes, sería casi imposible simular el flujo aplicando un modelo bidimensional a toda el área urbana, considerando el esfuerzo humano y de cálculo que se requeriría. Sin embargo, como el verdadero problema bidimensional está en el cruce de calles, es posible sacar de contexto el cruce y estudiar experimentalmente un cierto número de casos para determinar un patrón de comportamiento del flujo. Este comportamiento puede ser reproducido más tarde con una formulación unidimensional, que aplicada a todos los cruces del área en estudio, permite resolver el flujo en las calles con el mismo enfoque unidimensional.

*El objetivo principal de esta tesis es el desarrollo de un modelo numérico que permita conocer las características del flujo (velocidad, calado) a lo largo de un conjunto de calles cuando éstas actúan como red de drenaje pluvial. Para ello se ha puesto a punto un modelo que simula el comportamiento hidráulico (flujo no permanente unidimensional) en las propias calles. Este modelo utiliza como condiciones de contorno en los extremos de las calles los resultados obtenidos en un estudio experimental del comportamiento hidráulico de los cruces, supuesto régimen supercrítico en las calles de entrada y de salida. A partir de los resultados obtenidos mediante la aplicación del modelo numérico se proponen unos criterios para definir la peligrosidad de la inundación.*

## 0.2 DESCRIPCIÓN DEL TRABAJO Y CONCLUSIONES

Como primer paso se investigó en la bibliografía el tratamiento del tema de división del flujo en cruces de calles pero los temas más cercanos relacionados con éste que se han encontrado, son los de bifurcaciones por un lado y uniones por el otro, de canales de sección rectangular con flujo de aproximación subcrítico. Los primeros estudios en estos temas los presentó Taylor en el año 1944, fijando las variables involucradas y encontrando relaciones entre ellas que sirvieron para resolver las características del flujo cuando una de las variables no es conocida. Más tarde varios investigadores plantearon otros enfoques teóricos, todos basados, como el de Taylor, en los principios de conservación de la cantidad de movimiento o en el de conservación de la energía. Los resultados de estos investigadores se resumen como relaciones entre cocientes de caudales y números de Froude del flujo o relaciones entre calados en algunas secciones determinadas cerca de la unión o bifurcación, además de alguna otra variable que depende del enfoque utilizado y de las hipótesis planteadas. Las experiencias que avalan cada enfoque teórico, demostraron que los fenómenos que se producen en las bifurcaciones y en las uniones dependen en gran medida de las fuerzas de gravedad y no había ningún motivo para pensar que fuera diferente en el estudio de los cruces de calles. Todos coinciden en afirmar la complejidad del estudio de estos temas dada la gran cantidad de variables involucradas, lo que obliga a suponer ciertas hipótesis que son cada vez más irreales cuanto más rápido es el flujo.

Con el objetivo de estudiar el comportamiento del flujo en el cruce de calles, se determinaron las variables involucradas en el problema y se vio la necesidad de montar un dispositivo experimental para el estudio de la relación entre esas variables. Se simplificó el problema a un cruce a 90° de calles iguales de sección transversal rectangular y se realizaron experiencias de laboratorio con un amplio rango de caudales y velocidades de aproximación del flujo de entrada al cruce.

En una etapa preliminar se estudiaron dos casos, uno con flujos supercríticos tanto en las calles de entrada como de salida del cruce y el otro con flujos subcríticos. Cuando se estudió el caso en el cual el régimen en las calles era subcrítico, se encontró, como era de esperar, que el reparto de caudales dependía de las condiciones de contorno aguas abajo, lo que merecía un tratamiento especial. Por diversos motivos no fue posible incluir el estudio definitivo de este caso en esta tesis, quedando como uno de los temas a desarrollar en el futuro.

Este trabajo se centró exclusivamente en el análisis del comportamiento hidráulico de cruces de calles en los que los flujos, tanto de entrada como de salida, son supercríticos. A pesar de esto, se encontró que el flujo se caracteriza por tener inexorablemente un cambio de régimen a subcrítico dentro del cruce, lo que involucra la presencia de resaltos en algún lugar de las calles de entrada o en el interior del cruce. Como la naturaleza del fenómeno hace que sólo sea posible la existencia de dos resaltos, uno por cada calle de aproximación y que sólo un resalto como máximo pueda situarse dentro del cruce, esto permitió la individualización de dos patrones de flujos, que se clasificaron según la localización de estos resaltos: el patrón de flujo tipo I, que se caracteriza por tener los dos resaltos formados en las calles de aproximación al cruce y el patrón de flujo tipo II, que posee un resalto formado en una de las calles de aproximación y el otro en el interior del cruce.

Analizando distintas relaciones entre las variables involucradas, se encontró que los resultados experimentales muestran una diferencia según pertenezcan a uno u otro patrón de flujo. Además, se encontró que tanto el reparto de caudales de salida como las condiciones de contorno del flujo en las calles de aproximación al cruce pueden ser determinados satisfactoriamente conociendo ciertas magnitudes físicas de los flujos de entrada al cruce. Estas magnitudes físicas resultaron ser la potencia y la fuerza específica del flujo, siendo la primera la más adecuada para incluir en la formulación de un modelo numérico. Una vez conocidas las relaciones que determinan el reparto de caudales y las características del flujo en el cruce, fue posible desarrollar un modelo numérico unidimensional para resolver el flujo en toda la red de calles.

El modelo numérico unidimensional consta de tres partes: un módulo de transformación lluvia-escorrentía, el cálculo del flujo en las calles y el cálculo del reparto de caudales y características del

flujo en los cruces. Para la transformación lluvia-escorrentía se simuló la superficie de la cuenca por medio de planos inclinados sobre los que se desarrolla el llamado "overland flow", que es un flujo que se caracteriza por poseer láminas poco profundas. En el cálculo de este flujo se consideró adecuada la utilización de la aproximación de la onda cinemática de las ecuaciones de Saint-Venant, que se resolvieron por un esquema en diferencias finitas. Para la resolución del flujo en las calles, se utilizaron las ecuaciones completas de Saint-Venant, resueltas a través de métodos numéricos de probada eficacia, como lo son el esquema de MacCormack de diferencias finitas y el esquema de intervalos específicos del método de las características. El esquema de MacCormack fue utilizado para resolver el flujo en los puntos interiores de la malla de cálculo, dado que posee la ventaja de resolver flujos subcríticos y supercríticos sin necesidad de localizar los cambios de régimen, sin embargo no permite la resolución del flujo en los puntos del contorno de la malla, por lo que se usó en estos puntos el esquema de intervalos específicos del método de las características. Finalmente, para resolver el reparto de los caudales en los cruces y las características del flujo en ellos, se emplearon las relaciones existentes con la potencia de los flujos de entrada al cruce, obtenidas en el estudio experimental, en aquellos cruces que poseían flujos de salida en régimen supercrítico. En el resto de cruces se utilizó el enfoque unidimensional clásico que se emplea para la resolución de las uniones de canales.

Para demostrar la utilidad del modelo numérico propuesto, fue aplicado al estudio de la escorrentía pluvial en una cuenca urbana de la ciudad de Mendoza, Argentina. La cuenca elegida tiene algo más de 0,5 km<sup>2</sup> de superficie y se caracteriza por poseer una red de calles aproximadamente ortogonal con pendientes medias del 1 al 2% (pendiente máxima del 2,5%), lo que propició la ocurrencia de flujo supercrítico en la sección de salida de casi todos los cruces. Se aplicó la tormenta de proyecto oficial para períodos de retorno de 5, 10 y 25 años. Como resultado se obtuvieron, para cada periodo de retorno, los calados y velocidades del flujo en cada una de las calles en intervalos de tiempo de un segundo, en puntos definidos cada 6 a 7 metros. Estos resultados fueron analizados mediante la aplicación de ciertos criterios para evaluar la peligrosidad asociada a la escorrentía en las calles. Estos criterios se basaron en calados y velocidades máximas admisibles. Además, se propone un nuevo criterio de peligrosidad basado en la estabilidad de una persona al deslizamiento por el arrastre del agua. Se identificaron las calles donde se producen situaciones de flujo peligroso, ya sea por su calado, por su velocidad o por una combinación de ambos, y pudo determinarse también la duración de estas situaciones. Esta información se presenta en forma de mapas de peligrosidad de la escorrentía en las calles asociados a periodos de retorno de 5, 10 y 25 años. Debemos destacar que el número de Froude máximo alcanzado en las calles fue de 2,2, siendo la relación de aspecto mínima alcanzada de 17, valores que entran ampliamente dentro del rango de parámetros estudiados experimentalmente.

### 0.3 DESARROLLOS FUTUROS

El comienzo del estudio del tema de división del flujo en cruces de calles, permite abrir un panorama nuevo en lo que respecta al análisis del drenaje pluvial superficial en área urbana. La complejidad del tema impidió que fuera abarcado en su totalidad en un solo trabajo, por este motivo los desarrollos futuros están relacionados con todos aquellos aspectos que, por diversas razones, no pudieron estudiarse en esta tesis.

En primer lugar, parece evidente que el desarrollo futuro más inmediato sea el estudio experimental del comportamiento hidráulico de los cruces de calles cuyos flujos de salida sean subcríticos. Además, para la simplificación de su estudio, muchas de las variables involucradas en el problema de la división del flujo en cruces de calles, fueron mantenidas constantes, como los anchos de las calles, que se asumieron iguales, y el ángulo entre las calles, que se asumió de 90°, por lo que otros desarrollos estarán relacionados con el estudio de la influencia de estas variables en el reparto de caudales y en las características del flujo en el cruce.

Otro desarrollo futuro podría estar relacionado con la incorporación del modelo numérico presentado en este trabajo, a un modelo para el estudio integral del drenaje urbano, entendido éste moviéndose en

dos planos de drenaje paralelos, uno superficial y uno subterráneo interconectados por medio de las bocas de tormenta o imbornales. Es lo que actualmente se denomina drenaje dual. Las tendencias en el campo de la modelación del drenaje urbano indican la necesidad del estudio del agua pluvial no sólo cuando alcanza la red subterránea de alcantarillado, sino también en superficie, puesto que está comprobada la existencia de problemas de inundaciones incluso estando la red de alcantarillado a medio llenar. Esto sucede, entre otras causas, por la baja eficiencia de los imbornales o bocas de tormenta, que suelen ser, en ocasiones, los puntos críticos de todo el sistema.

Más tarde, podría encararse el estudio de bifurcaciones múltiples –por ejemplo, cruces en los cuales existe un flujo de entrada y tres de salida-, así como cruces de más de dos calles, lo que permitiría formular un modelo numérico unidimensional completo para cualquier tipo de redes de calles, sin necesidad de que cada cruce tenga dos entradas y dos salidas de flujo.

Un tema en el que se ha encontrado poco desarrollo es en la formulación de criterios de peligrosidad del flujo en superficie. Se cuenta con algunos criterios basados en una velocidad límite (Témez, 1992), la inundabilidad de edificios o transitabilidad de las calles por parte de los vehículos (Wright-McLaughlin, 1969) y se ha propuesto uno nuevo basado en la estabilidad del peatón ante el deslizamiento por la fuerza de arrastre del agua, pero sería necesario un estudio más profundo, en lo posible experimental. Esto permitiría un análisis mucho más completo y un mejor aprovechamiento de la información que puede obtenerse con el modelo numérico desarrollado en esta tesis.

# CAPÍTULO 1

## *Aproximación al estudio de la escorrentía en redes de calles*

### 1.1 INTRODUCCIÓN. PLANTEAMIENTO DEL ESTUDIO

En este apartado trataremos de responder a la pregunta: ¿Por qué y en qué casos es importante estudiar la escorrentía sobre las calles de una ciudad?

Hay que tener en cuenta que normalmente las calles no se diseñan para conducir el agua de lluvia en grandes cantidades sino que se diseñan para facilitar la circulación de automóviles y vehículos en general. Sin embargo, suelen estar preparadas para conducir una pequeña cantidad de agua, principalmente la que se genera en la misma calle a causa de la lluvia y con el propósito de que sea interceptada en el transcurso de un corto trayecto por alguna boca de tormenta o imbornal.

En ciudades en crecimiento, es común que el sistema de drenaje quede infradimensionado para tormentas medianas. En estas situaciones, el sistema de drenaje alcanza rápidamente su máxima capacidad, pudiendo incluso funcionar a presión, en el caso de que sea subterráneo, y su línea piezométrica llegar a alcanzar la cota del terreno. A partir de ese momento el agua que escurre por las calles ya no puede ser captada y si esta situación se agrava aún más, el sistema no sólo es inútil para captar el agua sino que se convierte en generador de más escorrentía. En este caso el sistema sólo sirve para trasladar una cantidad limitada de agua de un lugar (el más alto) a otro (el más bajo). Si esto sucede sólo en un imbornal, puede que el exceso de escorrentía sea captado a una corta distancia aguas abajo, pero si esta situación se extiende a un área relativamente grande, la escorrentía en las calles puede ir aumentando, llegando a transformarse en una gran corriente de agua que se mueve por las calles, cuyos calados y, si la pendiente de las calles es importante, velocidades, sean peligrosos para la seguridad de peatones y la circulación de automóviles. Por esta razón es importante conocer los calados y velocidades máximas que pueden alcanzarse en las calles en relación con una tormenta de un determinado período de retorno. Además, esta información puede ayudar en gran medida a localizar las zonas donde podría ser necesario un redimensionamiento del sistema de drenaje y dónde sería más urgente o prioritario.

Otro motivo por el cual es interesante modelar la escorrentía en redes de calles es para complementar la modelación del flujo en un sistema de drenaje pluvial. De esta manera, surge el concepto de *drenaje dual*, que considera al agua generada por la lluvia moviéndose en dos planos paralelos, uno subterráneo formado por el sistema de drenaje convencional soterrado y uno superficial formado por la red de calles, ambos interconectados por medio de las bocas de tormenta o imbornales y donde se permite el libre intercambio de flujo entre ambos planos y en todo momento. Esto es lo que sucede realmente, por lo tanto, una modelación de este tipo permitiría un análisis más riguroso del drenaje urbano. Utilizando este concepto, si un sistema de drenaje es insuficiente para conducir toda la escorrentía que se genera en superficie, pero se demuestra a través de la modelación del flujo en las calles que el agua que no entra en el sistema produce calados y/o velocidades que no superan ciertos límites impuestos como criterios de diseño, o que la duración de la situación no es importante, sería posible contar con una *capacidad adicional* del sistema que brindaría esa conducción *controlada* del agua por las calles, pudiéndose evitar quizá una costosa obra de rehabilitación.

Hay que tener en cuenta que cuando se habla aquí de sistema de drenaje, se habla tanto de redes de alcantarillado unitario como de drenaje pluvial exclusivo y tanto de sistemas superficiales como subterráneos.

## 1.2 DESCRIPCIÓN DE UNA RED DE CALLES

Se define como red de calles a un grupo de calles de longitud finita, que por tener distintas direcciones se intersectan dando lugar a los cruces de calles. En la figura 1-1 se presenta un ejemplo de red de calles genérica.

Desde un punto de vista hidráulico, en una red de calles se distinguen dos tipos de elementos, las calles por un lado, y los cruces por el otro. El flujo en las calles puede considerarse unidimensional, mientras que en los cruces el flujo puede tener una estructura en general bi- o tridimensional.

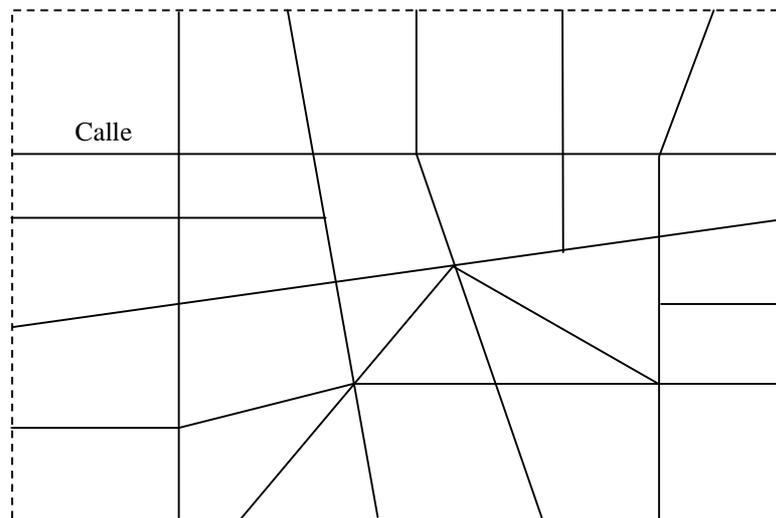


Figura 1-1: Red de calles genérica en una ciudad.

## 1.3 TIPOLOGÍA DE LAS CALLES

Al objeto de estudiar su comportamiento hidráulico, en principio las calles pueden considerarse conductos unidimensionales en lámina libre, cuya longitud es, como mínimo, un orden de magnitud superior a su ancho. Por ser elementos unidimensionales, las calles pueden representarse por un eje, como en la figura 1-1 y pueden definirse por la posición de ese eje en el espacio y una determinada sección transversal característica de toda la calle o de un tramo de la misma. Las calles descritas en este apartado son las que pertenecen a un área urbanizada, es decir, con aceras y calzadas convenientemente revestidas con materiales de distintos tipos según el lugar geográfico de que se trate, pero en general impermeables.

### 1.3.1 Sección transversal

Las secciones de las calles pueden ser de una infinidad de formas diferentes, pero generalmente están compuestas por los mismos elementos: la línea de edificación, la acera o vereda, el bordillo o cordón y la calzada, con una disposición de estos elementos simétrica con respecto al eje de la calzada, como se

muestra en la figura 1-2, aunque las dimensiones de los mismos puedan variar o incluso alguno de ellos faltar.

La línea de edificación es el límite entre la propiedad pública y la privada, materializado generalmente por la fachada de los edificios o por algún otro elemento de división física, verja, puerta, portón, seto, etc. La acera o vereda es el espacio destinado a la circulación de los peatones y consiste en un solado construido generalmente de baldosas o losas que pueden ser de diferentes tamaños y materiales. La acera suele estar elevada con respecto a la calzada una altura variable, que suele ser normalmente de 10 a 20 cm, pero que puede llegar excepcionalmente a los 50 cm. El límite entre la acera y la calzada es un escalón llamado bordillo o cordón que se suele construir de piedra labrada u hormigón prefabricado o in situ. Un elemento adicional que puede o no estar presente según la zona de la que se trate es la fila de árboles, localizada a través de un eje llamado eje del arbolado. En regiones de escasa precipitación, como es el caso de la ciudad de Mendoza y de la mayoría de las poblaciones de la provincia de Mendoza (Argentina), es muy común la existencia de una acequia a un lado de la fila de árboles para permitir su riego. En este caso el perfil transversal de la calle quedaría formado como ilustra la figura 1-3.

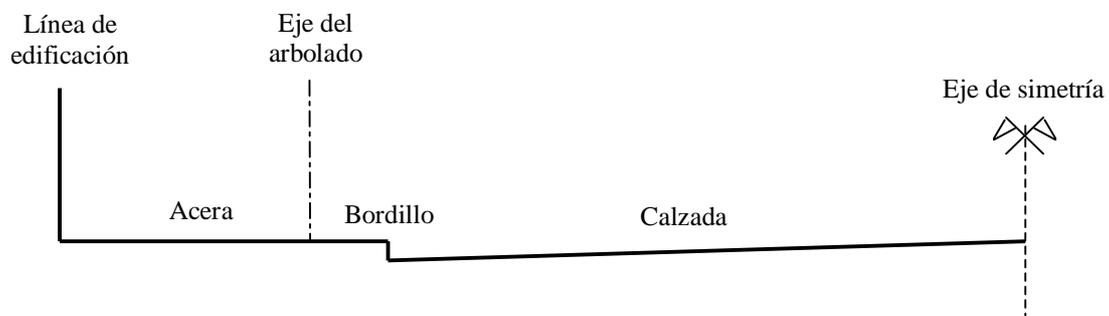


Figura 1-2: Sección transversal típica de una calle en una ciudad con sistema de drenaje pluvial subterráneo.

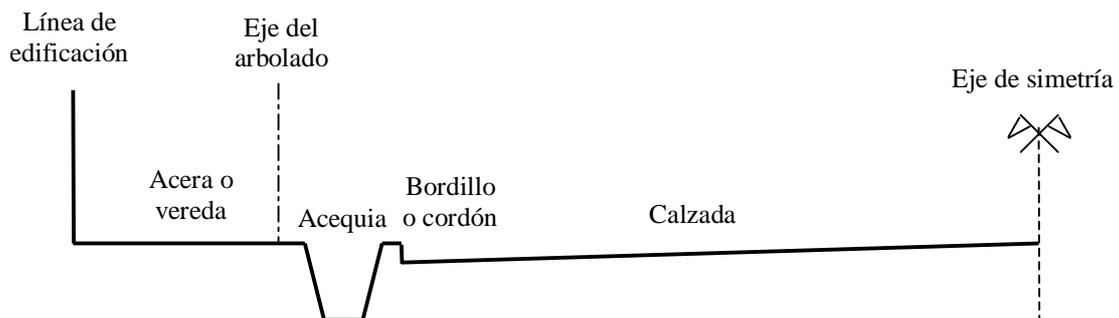


Figura 1-3: Sección transversal de una calle en Mendoza (Argentina), ciudad con un sistema de drenaje pluvial superficial.

En este estudio se llamará calle al espacio comprendido entre líneas de edificación y se entenderá como ancho de calle, a la distancia entre líneas de edificación. Sin embargo, si la forma de la sección así lo exigiera, podrá definirse un ancho de calle activo que será el ancho que se considera que contribuirá activamente a la conducción del agua. Esto sucederá, por ejemplo, cuando las aceras se encuentren muy elevadas con respecto a la calle o se considere que el calado en ellas será muy pequeño comparado con el que se produzca sobre la calzada. En esta circunstancia, el ancho de calle será la distancia entre bordillos.

### *Relación de aspecto*

Se define como relación de aspecto la relación existente entre el ancho de la calle y el calado de la escorrentía que por ella circula,  $b/y$ . Considerando de la manera indicada el ancho de la calle, será frecuente encontrar anchos de calles de 10 a 20 metros y aún mayores. Teniendo en cuenta que la escorrentía en la misma puede llegar a ser del orden de varias decenas de centímetros, quizás 1 metro, vemos que las relaciones de aspecto que normalmente nos encontraremos serán sin lugar a dudas mayores a 10 para los calados mayores, pudiendo llegar fácilmente a 100 en el caso de que los calados sean del orden de la decena de centímetros.

### **1.3.2 Pendientes**

*Longitudinal:* la pendiente longitudinal es la que se refiere al eje longitudinal de la calle. Normalmente, la pendiente es constante o varía muy poco en el tramo de calles delimitado por dos cruces adyacentes, por lo que puede definirse en función de las cotas de los cruces que delimitan el tramo y la longitud del mismo. La magnitud de las pendientes depende fundamentalmente de la situación topográfica de la ciudad y puede llegar a variar drásticamente de un punto a otro de la misma.

*Transversal:* La calzada por su parte puede tener una elevación en la parte central formando una pendiente en el sentido transversal al de circulación de los vehículos y que no suele superar el 2%, que sirve para permitir el escurrimiento del agua de lluvia hacia los bordillos o acequias en su caso y mantener seca la zona de circulación de los automotores. Para una calzada de 10 metros de ancho, estaríamos hablando de una elevación de 10 cm, aproximadamente igual a la altura del bordillo. Con el mismo fin, la acera también suele tener una pendiente transversal hacia el bordillo o acequia, que suele ser del 1 al 2 %.

## **1.4 TIPOLOGÍA DE LOS CRUCES DE CALLES**

Se define como cruce de calles al lugar físico que es común a dos o más calles. En este trabajo se considerarán sólo los cruces de dos calles, de modo que el cruce de calles puede delimitarse en planta por la intersección de ambas calles. En este caso el cruce será una superficie de forma cuadrangular cuyas aristas tienen la longitud del ancho de las calles que lo forman, las que en general, tendrán el mismo orden de magnitud. Con el objeto de estudiar su comportamiento hidráulico, el cruce es un elemento bidimensional, ya que permitirá la circulación del agua sobre toda su superficie en cualquier dirección, sin restricciones físicas de ningún tipo. Si bien los cruces de calles están formados, en la generalidad de los casos, por dos calles en ángulo recto, existe un número ilimitado de tipos de cruces, ya que el ángulo entre ellas podría ser cualquiera e incluso las calles podrían cambiar su alineación de un lado a otro del cruce (figura 1-1).

### **1.4.1 Clasificación de los cruces de dos calles**

Según la dirección que tenga el flujo en cada uno de los tramos de calles que están conectados al cruce y haciendo una analogía con la clasificación de Yen (1986) para uniones de conductos de alcantarillado, podemos clasificar los cruces en:

- Convergentes: el flujo entra por tres calles y sale por una (figura 1-4(a)).
- Divergentes: el flujo entra por una calle y sale por tres (figura 1-4(b)).
- Convergente y divergente: el flujo entra por dos calles adyacentes y sale por las otras dos (figura 1-4(c)).

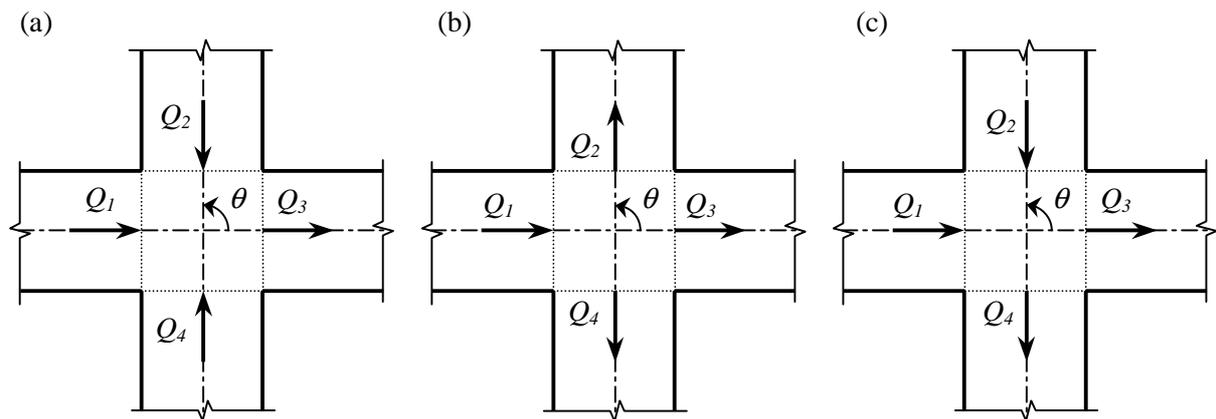


Figura 1-4: Clasificación de cruces de dos calles atendiendo a la dirección del flujo en las calles.  
 (a) convergentes, (b) divergentes y (c) convergentes y divergentes.

En este trabajo se afrontará el estudio de únicamente este último tipo de cruce, dejándose las tipologías restantes para un estudio posterior.

*Bifurcaciones o uniones en “T”*

Las bifurcaciones y uniones pueden ser consideradas como casos especiales de cruces de dos calles, definidos como cruces de dos calles en los cuales una de las calles comienza o termina en el mismo cruce. Las bifurcaciones se dan cuando el flujo entra al cruce por una calle y sale por dos (figura 1-5(a)) y las uniones cuando el flujo entra por dos calles y sale por una (figura 1-5(b)).

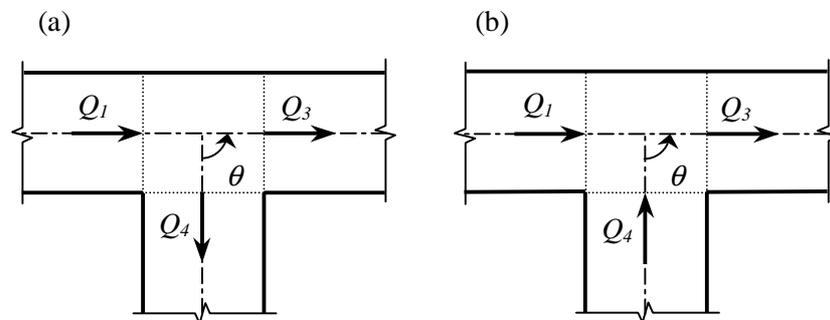


Figura 1-5: (a) bifurcaciones en “T” y (b) uniones en “T”.

**1.4.2 Planta**

Como se describió anteriormente, el cruce de calles propiamente dicho está formado por la intersección de las dos calles que lo constituyen. En el caso más simple en el cual las calles forman ángulo recto y cuyos anchos son iguales, esta superficie será un cuadrado cuyos lados serán de la dimensión del ancho de cada una de las calles que forman el cruce (figura 1-6(a)). Sin embargo en muchas ciudades, con la finalidad de permitir una mejor visibilidad a los conductores de automóviles, se trazan en cada una de las esquinas chaflanes u ochavas que hacen que la superficie del cruce se transforme en un octógono. Las aristas del octógono que corresponden al chaflán suelen ser de dimensión menor o igual al ancho de calles (figura 1-6(b)). En casos más raros, se puede tener en el mismo cruce una combinación de esquinas con o sin chaflán.

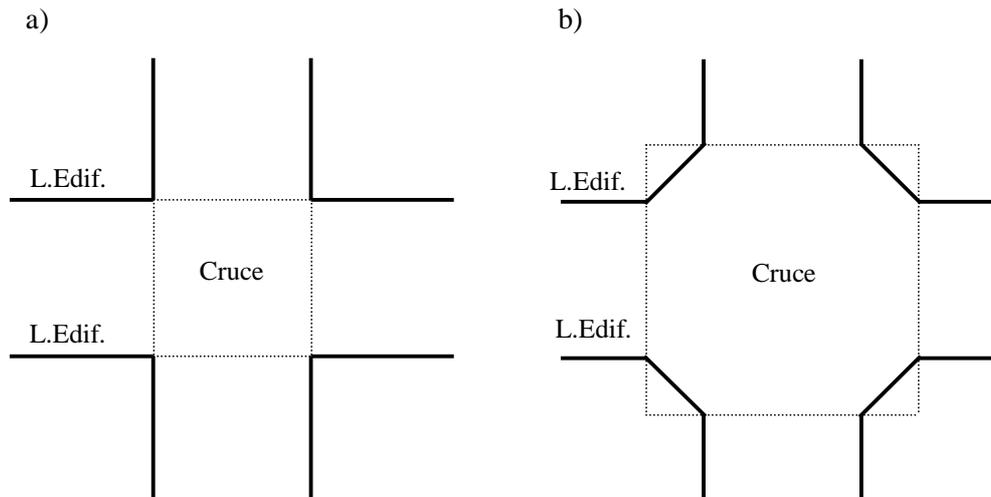


Figura 1-6: Esquema de cruce: (a) simple y (b) con chaflanes u ochavas.

### 1.4.3 Sección transversal

Si es relativamente fácil determinar en planta la superficie del cruce, no lo es tanto averiguar la sección transversal del cruce, aunque posee los mismos elementos que las secciones de las calles. No estaría muy alejado de la realidad suponer que la sección transversal del cruce sea igual a la de las calles, excepto por el hecho de que generalmente existe un ensanchamiento por el redondeo de la esquina de la calzada. Conociendo entonces la sección transversal de las calles que conforman el cruce, es posible tener una idea bastante aproximada de la sección en el cruce, que es suficiente considerando la simplificación que haremos más adelante de las mismas.

### 1.4.4 Pendientes

La superficie del cruce puede tener una topografía compleja, formada por la combinación de las pendientes transversales y longitudinales de las calles, ya que es un elemento de transición entre dos calles que en general tendrán pendientes longitudinales diferentes. Cuando las calles del cruce tienen importancias diferentes, midiendo su importancia como el volumen de circulación de vehículos en una unidad de tiempo, que en teoría será proporcional también a su ancho, es común que la superficie del cruce adquiera la sección transversal de la calle de mayor importancia de tal forma de que la singularidad que supone el cruce interfiera lo menos posible en el confort de marcha de la mayoría de los conductores de automóviles, que circulan por la calle más importante. Entonces la sección del cruce, efectuando un corte por el eje de la calle de menor importancia, tendrá la configuración de la figura 1-7. En cambio, si el corte lo hiciéramos por el eje de la calle de mayor importancia, probablemente no se distinguiría cambio alguno de pendiente dentro del cruce.

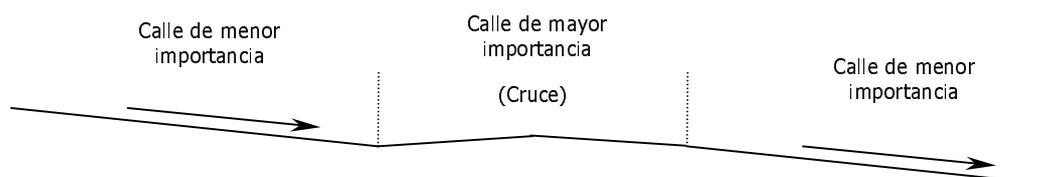


Figura 1-7: Sección transversal de un cruce de calles de distinta importancia.

Cuando las importancias de las calles son aproximadamente de la misma magnitud, el cruce puede tener una topografía más compleja. Más adelante veremos que la cuestión de la pendiente del cruce tiene importancia secundaria respecto a la geometría en planta del mismo, por lo que se harán una serie de simplificaciones con relación a su topografía.

## 1.5 ENFOQUE DEL ESTUDIO

En este trabajo se propone resolver el estudio de la escorrentía pluvial en redes de calles por medio de un enfoque numérico unidimensional, con la asistencia de un estudio experimental. Este enfoque hace posible el uso de las ecuaciones del movimiento no permanente unidimensional (ecuaciones de Saint-Venant unidimensionales) y su resolución con métodos numéricos relativamente simples y de probada eficacia. Esta hipótesis de unidimensionalidad es fácil de aceptar en una calle, que posee siempre una dimensión dominante. ¿Quién no ha visto alguna vez correr agua en una calle en una dirección determinada? El flujo en las calles puede ser considerado unidimensional, por lo tanto puede ser resuelto numéricamente como si de canales se tratase. También es cierto que estos “canales” son un poco especiales porque la relación de aspecto (ancho/calado) del flujo que circulará por ellos será siempre superior a 10, pudiendo llegar a 100. Esta elevada relación de aspecto es una característica típica del flujo en las calles y, como veremos más adelante en las experiencias, será responsable en gran medida del comportamiento del flujo en el cruce. En un canal rectangular con relaciones de aspecto mayores a 10, para un caudal y una pendiente dados, el número de Froude es función inversa de la relación de aspecto elevada a la potencia  $1/16$ , lo que significa que el número de Froude disminuye con valores crecientes de la relación de aspecto, aunque en forma poco apreciable. En esas mismas condiciones, el número de Reynolds es función inversa de la relación de aspecto elevada a la potencia  $5/8$ , por lo que podemos deducir que el número de Reynolds también tiende a disminuir con los valores crecientes de la relación de aspecto y en forma más acusada que en el caso del número de Froude. Por otro lado, la rugosidad adquiere una mayor importancia relativa, puesto que los calados son relativamente más pequeños.

El flujo que se mueve por la calle en forma unidimensional, deja de hacerlo cuando llega un cruce de calles, ya que se encuentra con otra corriente que tiene en general otra dirección, chocan entre sí, se mezclan y luego se dividen, ocurriendo una serie de fenómenos que hacen que este flujo tenga una estructura que se puede calificar a priori tridimensional. En este trabajo se propone estudiar experimentalmente el flujo en el cruce para determinar de qué manera condiciona al flujo en las calles. De esta forma, se podrá conocer el reparto de caudales en el cruce y además las condiciones del flujo de entrada y salida del mismo. Para esto, vamos a suponer que el flujo entra en forma unidimensional en las direcciones de las calles de entrada y sale también unidimensionalmente en las direcciones de las calles de salida, lo que llamaremos *enfoque unidimensional*.

Conociendo el reparto de caudales en el cruce y las condiciones con las que el flujo sale del mismo es posible resolver el flujo en las calles de salida, haciendo lo mismo con la totalidad de los cruces y calles de la red. Este procedimiento sería más fácil si el régimen del flujo fuera sólo supercrítico, ya que en ese caso dependería sólo de las condiciones de aguas arriba. Pero ocurre que el flujo puede ser subcrítico y en ese caso depende también de las condiciones de contorno de aguas abajo, por lo que se convierte en un problema más complicado: para saber el reparto del caudal en el cruce se necesitan conocer las condiciones de contorno aguas abajo del mismo, es decir, las características del flujo en las calles de salida, pero para conocer éstas se tendría que conocer a priori el reparto del caudal en el cruce.

Con el objeto de estudiar el comportamiento hidráulico del flujo en el cruce tanto en régimen supercrítico como subcrítico se construyó un dispositivo experimental con el que se obtuvo importante información acerca de los patrones del flujo en régimen supercrítico. El estudio de la división del flujo en régimen subcrítico quedó en la fase de ensayos preliminares por diversos motivos, dejándose, no obstante, sentadas las bases para un futuro desarrollo utilizando tal vez el dispositivo experimental que

se usó para este trabajo. El objetivo final es la obtención de relaciones funcionales entre las distintas variables que intervienen en el problema de la división del flujo en el cruce.

El tipo más general de flujo que se encontrará en las calles será el de flujo no permanente, gradualmente variable en el tiempo y en el espacio. El estudio experimental de la división del flujo en un cruce se realizará con flujo en régimen permanente, constante en el tiempo, estudiando una combinación de caudales y velocidades de aproximación por vez, abarcando un amplio rango de caudales y velocidades del flujo de entrada. Como el estudio numérico se realizará por medio de una discretización en el tiempo y se espera que la variación del flujo en el tiempo sea suave, es posible entonces la aplicación de los resultados experimentales en cada instante de tiempo, como si se tratase de resolver un conjunto de problemas de flujo permanente, sucesivamente uno en cada instante de tiempo.

# CAPÍTULO 2

## *Flujo en uniones de canales. Estado del conocimiento*

### **2.1 INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se pretende sintetizar los estudios relacionados con el tema del flujo en uniones de canales. Los temas que más se relacionan son, por un lado, el de la división del flujo en bifurcaciones en “T” y por el otro el de la combinación del flujo en uniones en “T”, ambos casos referidos a canales de sección rectangular. También se incluyen algunos antecedentes sobre el tratamiento de las uniones en redes de alcantarillado.

El pionero en los temas de división y combinación del flujo fue sin duda alguna Taylor (1944) que realizó los primeros estudios de división del flujo en bifurcaciones con un ángulo de  $90^\circ$  y de combinación del flujo en uniones con ángulos de  $45^\circ$  y  $135^\circ$ . A partir de entonces, varios investigadores recogieron su testigo, algunos ampliaron los estudios en el tema de división del flujo, otros lo hicieron con el de combinación del flujo y otros en ambos. Para ello normalmente se han asumido los fundamentos establecidos por Taylor y desarrollado nuevos enfoques y planteamientos teóricos, casi todos basados en observaciones experimentales. A continuación se detallarán estos antecedentes poniendo énfasis en los planteamientos teóricos, la descripción de las experiencias y los resultados obtenidos.

### **2.2 PRIMEROS ESTUDIOS: LOS TRABAJOS DE TAYLOR**

#### **2.2.1 Combinación del flujo subcrítico en uniones en “T” de canales de sección rectangular**

Cuando dos corrientes de flujo se combinan en un único canal, en el caso de flujo subcrítico, el calado inmediatamente aguas abajo de la unión puede establecerse por las características del flujo aguas abajo de ese canal. El problema está en predecir el calado en cada tributario inmediatamente aguas arriba de la unión. Uno de los factores involucrados es la relación entre los caudales entrantes, que se considera dato del problema.

Aparentemente, puede existir un número ilimitado de tipos de intersección de flujos. Los ángulos de intersección, los anchos de los canales, las direcciones del flujo pueden combinarse de tantas formas que hacer una investigación completamente exhaustiva sería muy laborioso. Según Taylor (1944), no es posible ni conveniente una generalización de los resultados obtenidos. Taylor se dedicó principalmente a investigar la importancia del problema, para señalar las limitaciones de la teoría y para demostrar cómo pueden ser aplicados los resultados en la práctica. Su trabajo se limitó al caso que se ilustra en la figura 2-1.

Las restricciones planteadas por Taylor para el estudio de la combinación del flujo fueron las siguientes:

- Los canales son de igual ancho.
- Las pendientes de los canales son iguales a 0.
- El flujo se dirige desde los canales 1 y 2 hacia el 3.
- Los canales 1 y 3 están alineados.

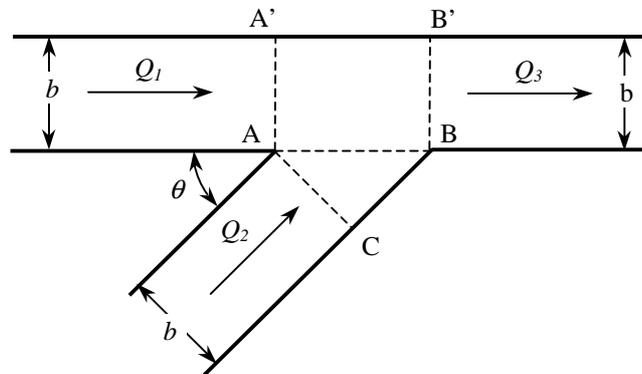


Figura 2-1: Esquema de unión en "T" genérica, utilizada en el estudio de Taylor (1944).

Las asunciones de Taylor fueron las siguientes:

- El flujo es unidimensional y uniforme (coeficiente de Boussinesq,  $\beta$ , igual a 1) inmediatamente aguas arriba y abajo de la unión.
- La fricción en las paredes es despreciable en comparación con otras fuerzas involucradas.
- Los calados en los canales 1 y 2 son iguales en las secciones \$AA'\$ y \$AC\$.

La última asunción parece lógica teniendo en cuenta el carácter subcrítico del flujo, en el cual el control del mismo viene dado por las condiciones aguas abajo, que son idénticas para los canales 1 y 2.

Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el volumen de control \$AA'B'BC\$ en la dirección de los canales 1-3 e introduciendo los siguientes factores adimensionales:  $n_q = Q_2/Q_3$ ,  $n_y = y_1/y_3 = y_2/y_3$  y  $k_3 = V_3^2/2gy_3$ , donde  $Q$  es el caudal, y el calado,  $V$  la velocidad media en la sección y los subíndices 1, 2 y 3 se refieren a las secciones \$AA'\$, \$AC\$ y \$BB'\$, respectivamente; puede llegarse a la siguiente ecuación adimensional:

$$(n_q)^2(1 + \cos \theta) - 2n_q + 1 = \left[ \frac{1 - (n_y)^2}{4k_3} + 1 \right] n_y \quad (2-1)$$

En la obtención de esta relación, Taylor supone que el calado en todo el triángulo \$ABC\$ es constante e igual al calado en \$AC\$ y considera que la componente en la dirección 1-3 de la reacción sobre la cara \$BC\$ es igual y opuesta a la componente en esa misma dirección de la presión hidrostática total sobre la sección \$AC\$. Esta simplificación fue muy criticada, puesto que sería válida sólo para ángulos de \$45^\circ\$ y \$135^\circ\$.

El factor  $k_3$  de la ecuación 2-1 es función inversa del cubo de  $y_3$ . Como este calado era difícil de medir debido a las ondulaciones de la superficie aguas abajo de la unión, Taylor estimó que el valor numérico de  $k_3$  obtenido experimentalmente sería de una dudosa exactitud. Por lo tanto la ecuación fue modificada de tal forma que el valor de  $k_2$ , o la relación entre la altura de velocidad y el calado en la

sección AC de inicio del ramal, fue transformado en la variable dependiente. La ecuación resultante fue:

$$k_2 = \frac{(n_q)^2 [(n_y)^2 - 1]}{4(n_y)^2 [2n_q - (n_q)^2 (1 + \cos \theta) + n_y - 1]} \quad (2-2)$$

Taylor obtuvo resultados experimentales para  $\theta$  igual a  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , y para valores de  $n_q$  de 0,4; 0,6 y 0,8. La concordancia con la teoría para el caso de  $\theta = 45^\circ$  fue bastante buena, no así para  $\theta = 135^\circ$ . El dispositivo empleado estaba formado por canales de 10 cm de ancho y 10 cm de profundidad, dimensiones con las cuales es difícil no pensar en la posible existencia de efectos de escala, hecho que Taylor ni siquiera menciona. Los calados fueron medidos con limnómetros y la altura de la lámina de agua en ambos canales podía variarse por medio de compuertas en los extremos de aguas abajo. En este trabajo no consta la longitud del dispositivo experimental. Como conclusiones, enumera las siguientes:

- 1) La concordancia entre la teoría y los datos experimentales para  $\theta = 45^\circ$  corrobora la validez de todas las hipótesis asumidas.
- 2) Considerando que la fricción en el contorno es la misma para los casos en los que  $\theta$  es igual a  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , se deduce que su influencia es despreciable en comparación con otras fuerzas.
- 3) Los datos experimentales demuestran que los calados en los dos canales aguas arriba de la unión tienen aproximadamente el mismo valor, sin importar el ángulo de la intersección.
- 4) La falta de concordancia entre la teoría y los datos experimentales para  $135^\circ$  es debido a la distorsión en la distribución de velocidades aguas abajo de la unión y a que no se cumple la hipótesis de flujo unidimensional.

Si bien se utilizó la ecuación (2-2) para validar los resultados experimentales, la ecuación de aplicación para la resolución del problema es la (2-1). Para aplicar esta ecuación, generalmente los datos del problema serán las condiciones del flujo aguas abajo de la unión,  $y_3$ ,  $V_3$ ,  $k_3$  y la relación de caudales,  $n_q$ . La incógnita será la relación  $n_y$ , con la cual se podrá averiguar las condiciones del flujo aguas arriba de unión.

Taylor agrega que estos resultados no son directamente aplicables a cauces naturales por las restricciones del procedimiento experimental; sin embargo el problema es de menor importancia si se trata de cauces lentos y profundos, ya que la relación entre la altura de velocidad y el calado sería un valor muy pequeño. Además, señala que, debido a los efectos despreciables de la fricción, los estudios de intersecciones de cauces en modelo físico serían exitosos. Recomienda este procedimiento, dado que una investigación teórico-experimental de cada tipo concebible de intersección sería impracticable.

Una de las cuestiones más criticadas de este trabajo fue la simplificación hecha por Taylor de la reacción en la pared BC, lo cual le resta generalidad al trabajo, dado que dicha simplificación es posible sólo para ángulos de  $45^\circ$  y  $135^\circ$ . Otra cuestión criticada fue el hecho de no medir las presiones en esa pared para poder incluirlas en el análisis de todas las fuerzas involucradas en la aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento.

### 2.2.2 División del flujo subcrítico en bifurcaciones en "T" de canales de sección rectangular

Taylor estudió la división del flujo en canales de sección rectangular, horizontales y de igual ancho. La pregunta que se hizo Taylor fue: dado un cauce que se divide en dos, ¿cuál será el reparto de caudal? La figura 2-2 ilustra un esquema de la bifurcación.

Taylor no intentó hacer un análisis teórico en términos de conservación de la cantidad de movimiento, como hizo en el caso de combinación del flujo, ya que no es posible aquí sostener la hipótesis de que

los calados inmediatamente aguas abajo de la bifurcación sean iguales, por lo que las ecuaciones de conservación de la cantidad de movimiento involucran ahora una incógnita más. En este caso, asumir una relación entre los calados de aguas abajo,  $y_1$  e  $y_2$ , con el de aguas arriba,  $y_3$ , hubiera sido equivalente a asumir la solución del problema.

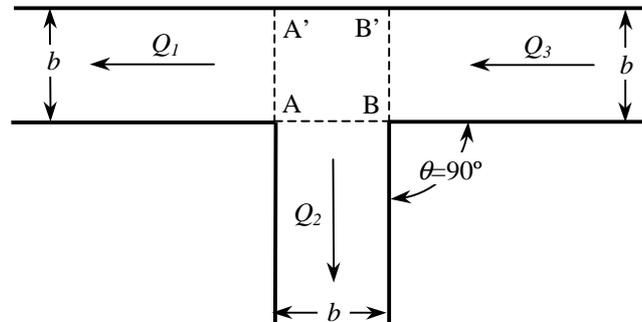


Figura 2-2: Esquema de bifurcación en "T" a 90° en el estudio de Taylor (1944).

Las restricciones para el estudio de este caso fueron las mismas que las utilizadas para el caso de combinación del flujo, excepto que ahora el flujo se dirige desde el canal 3 hacia los canales 1 y 2.

Taylor consideró que las 7 variables que definían el problema eran: el ángulo de la bifurcación  $\theta$ , los 3 calados,  $y_1$ ,  $y_2$ ,  $y_3$ ; 2 cualquiera de los 3 caudales, por ejemplo,  $Q_3$  y  $Q_2$ ; y la velocidad del flujo en la sección de entrada de la bifurcación,  $V_3$ . Para un ángulo dado  $\theta$  y por consideraciones dimensionales,

pudo reducir las 6 variables restantes a 4 variables adimensionales:  $\frac{Q_2}{Q_3}, \frac{y_3}{y_2}, \frac{y_1}{y_2}$  y  $\frac{(V_3)^2}{2gy_3} = k_3$ .

Para establecer las relaciones entre estas variables, Taylor llevó a cabo experiencias en una bifurcación en "T" a 90° de canales de 10 cm de ancho y 10 cm de profundidad. Los calados y caudales fueron medidos de la misma manera que para el caso de combinación del flujo.

Los resultados experimentales se presentan en dos gráficos en los que se correlacionan las variables definidas previamente. Para  $\theta = 90^\circ$ , las figuras 2-3 y 2-4, pueden utilizarse para determinar los caudales aguas abajo de la bifurcación, teniendo como dato el ancho de los canales, el caudal entrante,  $Q_3$  y las curvas de gasto de los ramales, canales 1 y 2. El procedimiento que se debe seguir es suponer una división de caudales previa,  $Q_1$  y en consecuencia  $Q_2 = Q_3 - Q_1$ . Los calados  $y_1$  e  $y_2$  se obtienen de las curvas de gasto de cada uno de los canales. Conociendo  $y_1/y_2$  puede determinarse  $y_3/y_2$  de la figura 2-4. Suponiendo otros  $Q_1$  pueden obtenerse las relaciones  $y_3/y_2$  correspondientes. Luego  $Q_2/Q_3$  se grafica contra  $y_3/y_2$  como se muestra en la curva A de la figura 2-3. La intersección de esta curva da todos los valores posibles de  $k_3$ , de los cuales uno corresponderá a  $Q_3$ . A continuación se grafica los valores de  $k_3$  que intersecan la curva A con los valores correspondientes de  $y_3$ . Como resultado se obtiene una curva tal como la B, que se muestra en la figura 2-5. El valor de  $k_3$  apropiado debe satisfacer tanto a esta curva como a la curva que representa la relación  $k_3 = V_3^2/2gy_3$ . La intersección de ambas curvas dará los valores buscados de  $k_3$  e  $y_3$  y con este  $k_3$ , puede obtenerse de la figura 2-3 la relación  $Q_2/Q_3$  correspondiente que es la solución del problema.

En la aplicación de estos resultados se supone, obviamente, que el flujo hacia los ramales no está controlado por compuertas, sino por las características de la bifurcación y de los ramales mismos, por eso es necesario conocer las curvas de gasto de los canales de aguas abajo.

Taylor presenta como ejemplo la aplicación a un canal rectangular de 3 m de ancho que tiene un ramal de 3 m de ancho, con un caudal de entrada de 14,16 m<sup>3</sup>/s.

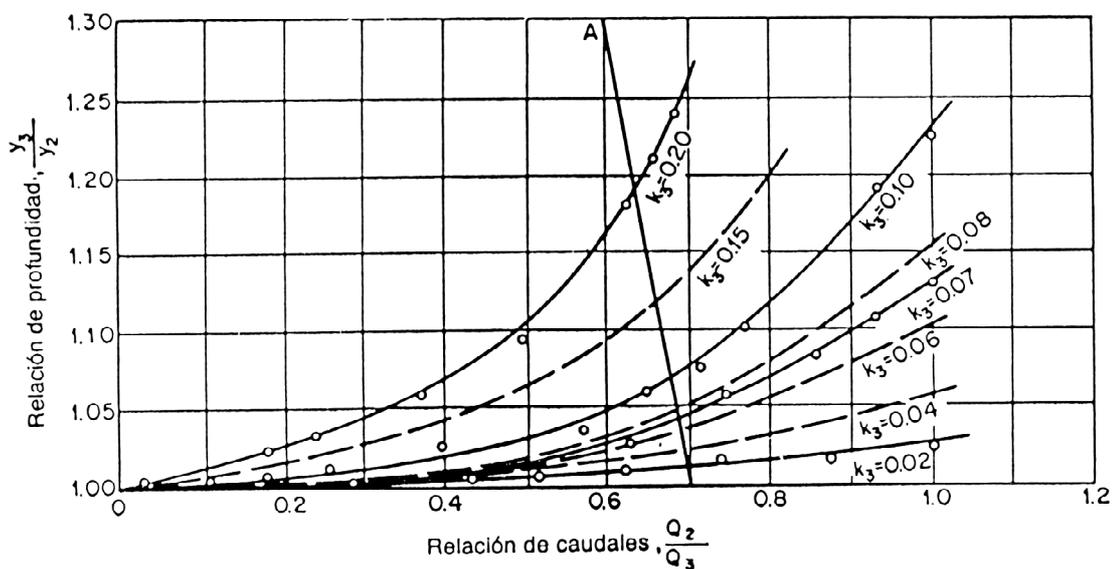


Figura 2-3: Características de una división de flujo a 90°, según Taylor (1944).

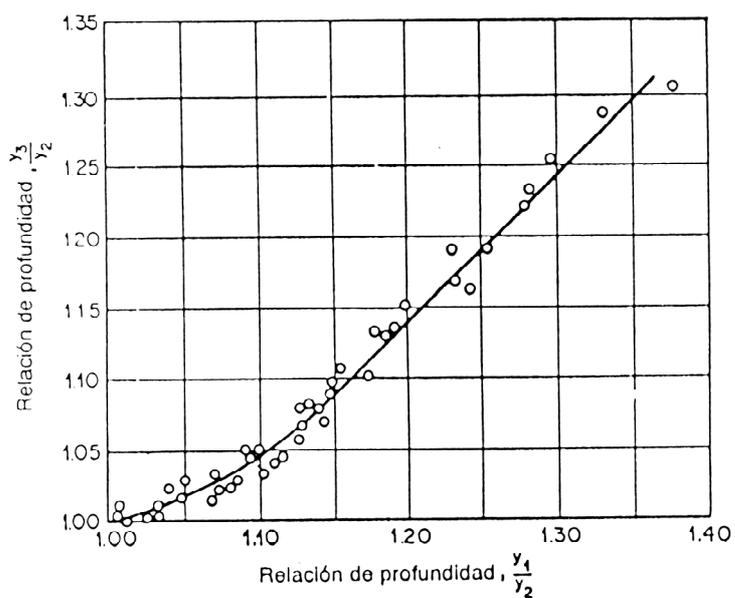


Figura 2-4: Relación entre los calados en una división de flujo a 90°, según Taylor (1944).

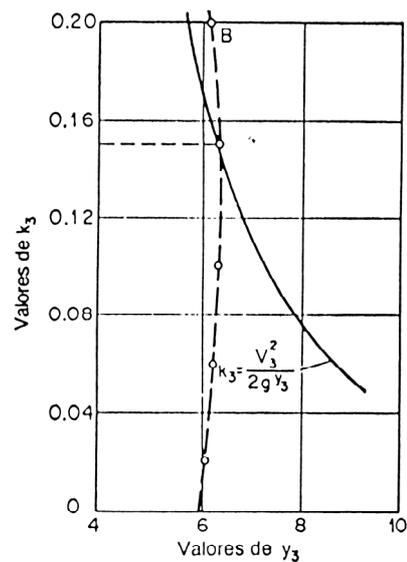


Figura 2-5: El factor  $k_3$  en función de  $y_3$ , en el ejemplo de Taylor (1944).

### 2.3 DIVISIÓN DEL FLUJO: OTROS ENFOQUES TEÓRICOS

Law y Reynolds (1966), estudiaron el flujo en régimen subcrítico utilizando varios enfoques teóricos diferentes, uno basado en el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el canal principal, otro en el mismo principio pero en el ramal y otro en el principio de conservación de la energía en el canal principal. Luego se efectuó una comparación de ese análisis teórico con resultados experimentales propios.

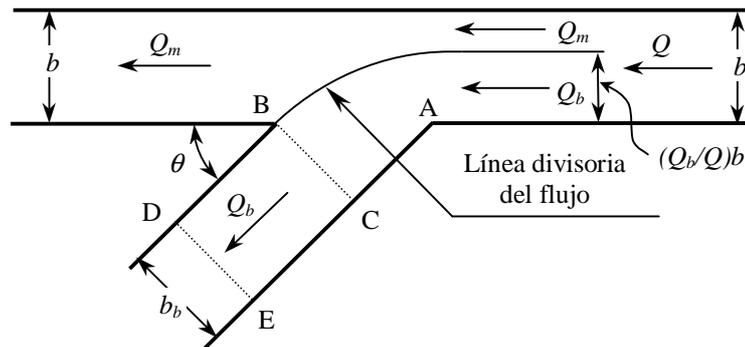


Figura 2-6: Esquema de bifurcación en "T" genérica en el estudio de Law y Reynolds (1966).

Cuando un caudal  $Q_m$  que ocupa una parte del canal principal pasa por la bifurcación, se expande ocupando el ancho total del canal aguas abajo de la bifurcación (figura 2-6). Como resultado de la expansión del flujo, hay una variación en el calado en la bifurcación que se ha observado que es pequeña a lo largo de la línea de corriente divisoria. Considerando la conservación de la cantidad de movimiento en la dirección del canal principal, teniendo en cuenta la ecuación de la continuidad y admitiendo que en la línea divisoria del flujo actúa una distribución de presiones hidrostática, Law y Reynolds llegan a deducir que:

$$\left(\frac{Q_m}{Q}\right) \cdot \left(\frac{F}{F_m}\right) \approx 1 + \frac{3}{1 + \frac{Q_m}{Q}} \left(\frac{Q_m}{Q} F^2 - F_m^2\right) \quad (2-3)$$

Siendo  $Q$  los caudales y  $F$  los números de Froude. Cuando no tiene subíndice se refiere al canal principal aguas arriba de la bifurcación y el subíndice  $m$  se refiere a la prolongación del canal principal. Debido a que  $Q_m/Q < 1$  y admitiendo que  $F$  y  $F_m$  sean pequeños, podemos despreciar el segundo miembro del término a la derecha de la ecuación (2-3), obteniendo:

$$F_m \approx \left(\frac{Q_m}{Q}\right) \cdot F \quad (2-4)$$

Según Law y Reynolds, esta relación lineal aproximada entre  $F$  y  $F_m$  tiene un error de menos del 5% para  $F < 0,4$  si la relación  $Q_m/Q < 0,5$  y para  $F < 0,9$  si  $Q_m/Q > 0,5$ .

Aplicando los principios de la continuidad y de la conservación de la energía en la dirección del canal principal y despreciando la pérdida de energía debida a la posible formación de resaltos hidráulicos, ellos obtienen:

$$\left(\frac{Q_m}{Q}\right) \cdot \left(\frac{F}{F_m}\right) \approx 1 + \frac{3}{4}(F^2 - F_m^2) \quad (2-5)$$

Cuando tanto  $F$  como  $F_m$  sean pequeños, el último término se puede despreciar en una primera aproximación, quedando igual que la ecuación (2-4). Comparando los términos que se desprecian en las ecuaciones (2-3) y (2-5), el de la primera es menor al 70% de la última, lo que indica que la aproximación lineal es más exacta cuando se considera la conservación cantidad de movimiento. La ecuación (2-4), que es también la aproximación de la (2-5), tiene un error menor al 5% para  $F < 0,3$  si  $Q_m/Q < 0,5$  y para  $F < 0,6$  si la relación  $Q_m/Q > 0,5$ .

En la consideración del flujo de cantidad de movimiento en el ramal es necesario incluir un coeficiente de contracción,  $C_c$ , que es la relación entre el ancho activo y el ancho geométrico del canal,  $b_b$ , debido a que hay una extensa zona de recirculación en el ramal. El flujo en el ramal es complicado y la recirculación del flujo se puede llegar a extender hasta el extremo de salida del canal, situada a 1,8 metros aguas abajo de la bifurcación. Cuando no existe recirculación del flujo, a bajos números de Froude,  $C_c$  es igual a 1. Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento a lo largo del ramal, utilizando además las ecuaciones de la continuidad y reagrupando términos, Law y Reynolds llegan a una ecuación que relaciona el número de Froude del ramal con el del canal principal, utilizando como parámetro la relación de caudales:

$$F = \frac{F_b}{\left[ \left(\frac{Q_b}{Q}\right) \cdot \left(1 + \frac{2}{C_c} F_b^2\right)^{3/4} \right]} \quad (2-6)$$

Siendo el coeficiente de contracción,  $C_c$ , una función de  $Q_b/Q$  y  $F$ .

Law y Reynolds (1966), llevaron a cabo sus estudios de división del flujo en una bifurcación de  $\theta = 90^\circ$ , utilizando canales rectangulares horizontales de 20 cm de ancho. El canal principal era de 3,6 m de largo y el ramal, que partía desde su punto medio, era de 1,8 m de largo. En los extremos de aguas abajo de ambos canales existían compuertas deslizantes que sirvieron para regular los caudales y calados. Todas las medidas de calados fueron tomadas con limnímetros. El calado medio de cada canal fue tomado en secciones situadas a 85 cm desde el centro de la bifurcación. Los caudales ensayados fueron desde los 2,3 litros/s hasta la capacidad máxima del dispositivo que era de 6,2 litros/s.

En la comparación de la teoría con las experiencias, se llega a la conclusión de que las aproximaciones lineales dadas por ambos principios (ecuación 2-4) son buenas para números de Froude bajos. Law y Reynolds no especifican precisamente este límite, pero se desprende de los resultados que podría llegar a ser 0,4 cuando se considera el flujo en la prolongación del canal principal y 0,3 cuando se considera el flujo en el ramal. Las razones por las cuales, para números de Froude mayores a los límites señalados, no es válida la aproximación lineal, pueden ser debidas a que la hipótesis de distribución de presiones hidrostática sobre la línea divisoria deja de ser válida y a que la pérdida de energía en la bifurcación no es despreciable.

Con respecto al comportamiento del flujo en el ramal, se observó que cuando el número de Froude del canal principal aguas arriba de la bifurcación es mayor que 0,8, el flujo que entra al ramal se transforma en crítico, en la bifurcación o en el ramal. Es de destacar que se desarrolla una región de flujo supercrítico en la bifurcación cuando el número de Froude en el canal de entrada es cercano a 0,6 y se expande a toda el área de la bifurcación cuando ese número de Froude es mayor que 0,7. También se pudo deducir que un análisis teórico exitoso del flujo en el ramal depende considerablemente de la elección de los coeficientes de contracción apropiados.

Lakshmana Rao y Sridharan (1967), destacaron la extrema dificultad de un análisis matemático completo del problema de la división del flujo debido a la complejidad de las características del flujo en la bifurcación de los canales. Presentaron una solución para flujos subcríticos basado en un análisis dimensional e investigaciones experimentales. Desarrollaron un método para encontrar la distribución del caudal cuando se conoce el número de Froude aguas arriba, basado en los principios de continuidad y de conservación de la energía y con la ayuda de observaciones experimentales.

En el análisis dimensional realizado por Lakshmana Rao y Sridharan, las variables involucradas son de tres tipos: las relacionadas con la geometría de los canales, las relativas a las características del flujo y las relativas a las propiedades del fluido (Figura 2-7).

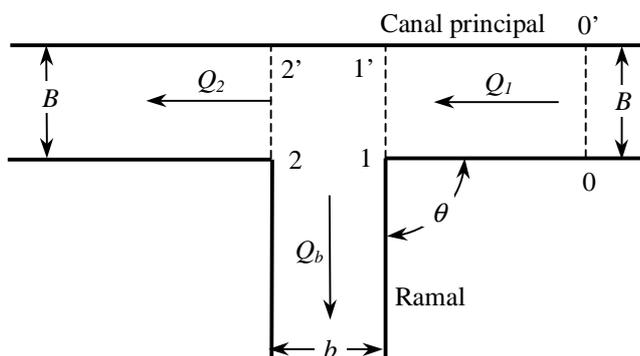


Figura 2-7: Esquema de bifurcación en "T" y simbología empleada en el estudio de Lakshmana Rao y Sridharan (1967).

Las variables correspondientes a la geometría son: la forma de las secciones transversales de los dos canales,  $\psi_m$  y  $\psi_b$ , las rugosidades de los mismos,  $k_m$  y  $k_b$ , el ángulo de ataque,  $\theta$ , y el redondeo o grado de suavización de la entrada,  $\delta$ . Las variables que corresponden a las características del flujo son la velocidad media,  $V_0$  y el calado medio,  $y_0$  del flujo en el canal principal aguas arriba del ramal (sección 00'), la velocidad media,  $V_2$  y el calado medio,  $y_2$  del flujo en el canal principal inmediatamente aguas abajo del ramal (sección 22') y el calado medio del flujo en el ramal,  $y_b$  (sección 12). Las propiedades del fluido a considerar son la densidad,  $\rho$ , el peso específico,  $\gamma$  y la viscosidad dinámica,  $\mu$ . Del análisis dimensional se puede deducir que:

$$\frac{Q_b}{Q_1} = f_1 \left( \psi_m, \psi_b, \frac{k_m}{y_0}, \frac{k_b}{y_0}, \frac{b}{B}, \theta, \delta, \frac{y_b}{y_0}, F_0, R_0 \right) \quad (2-7)$$

Donde  $Q_b$  es el caudal en el ramal y  $Q_1$  es el caudal total,  $F_0$  y  $R_0$  son el número de Froude y el de Reynolds, respectivamente, del flujo en el canal principal en la sección 00', aguas arriba del ramal. Dado que se considera que se alcanzará en todos los casos flujo turbulento completamente desarrollado, se deduce que  $R_0$  será un parámetro insignificante. El parámetro  $y_b/y_0$  se puede omitir, dado que existía una caída libre a la salida del ramal e  $y_b$  está condicionado principalmente por el calado en el canal principal,  $y_0$ . Sin embargo, no puede ser ignorado si el flujo en el ramal está controlado desde aguas abajo. Como todos los experimentos se llevaron a cabo en canales rectangulares con la misma rugosidad, podemos omitir de la ecuación los parámetros  $\psi_m$ ,  $\psi_b$ ,  $k_m/y_0$  y  $k_b/y_0$ . Además, al tratarse de un fenómeno local, la rugosidad es un factor despreciable. Como la unión entre el canal principal y el ramal se mantuvo recta, es decir, sin redondear ni suavizar las esquinas, podemos omitir también el parámetro  $\delta$ . Con todas estas simplificaciones, la ecuación (2-7) queda:

$$\frac{Q_b}{Q_1} = f_2 \left( \frac{b}{B}, \theta, F_0 \right) \quad (2-8)$$

Lakshmana Rao y Sridharan realizaron experiencias para determinar la naturaleza funcional de estos parámetros. Las experiencias demostraron que para flujo subcrítico en el canal principal,  $F_2$ , que es el número de Froude en la sección 22' inmediatamente aguas abajo de la bifurcación, da una mejor correlación que  $F_0$ . Esto era de esperar dado que la sección de control para el flujo subcrítico está en el extremo aguas abajo. Para flujo supercrítico en el canal principal, la sección de control está en el extremo aguas arriba, por lo que en ese caso  $F_0$  debería ser tomado como parámetro de referencia.

Las experiencias se llevaron a cabo en una bifurcación de canales horizontales rectangulares, formada por un canal principal de 61,0 cm de ancho con ramales de 15,2; 30,5; 45,7 y 61,0 cm de ancho, es decir, con relaciones  $b/B$ , de 0,25; 0,5; 0,75 y 1, respectivamente. Los ángulos de salida investigados fueron de 30°, 45°, 60°, 75° y 90°. Las condiciones de contorno en el canal principal fueron variadas por medio de una compuerta colocada en el extremo aguas abajo del canal principal. El flujo era de caída libre en el ramal. El caudal total y el del ramal fueron medidos con vertederos rectangulares. El caudal total fue variado entre 8 y 62 litros/s. En su trabajo, Lakshmana Rao y Sridharan no informan explícitamente ni de la longitud del dispositivo experimental, ni de la distancia a la que se sitúa la sección 00' aguas arriba de la bifurcación, sin embargo, puede deducirse indirectamente que el ramal tiene por lo menos 2,15 metros de largo.

Propusieron una ecuación para la distribución del caudal, teniendo en cuenta las dos condiciones extremas que son:

- 1) Cuando  $F_2$  y  $Q_2$  tienden a 0,  $Q_b/Q_1$  tiende a 1 y
- 2) Cuando  $F_2$  tiende a infinito,  $Q_b/Q_1$  y  $Q_b$  tienden a 0.

Condiciones que se satisfacen con una ecuación de la forma:

$$\log \frac{Q_b}{Q_1} + K \cdot F_2^x = 0 \quad (2-9)$$

Donde  $K$  y  $x$  son constantes positivas. Esta ecuación tiene un excelente ajuste con los datos experimentales de todos los ensayos excepto con aquellos en los cuales se presentan ondas en el canal principal. Con esa información construyeron una tabla en la que se agrupan las constantes  $K$  y  $x$  en función de  $\theta$  y  $b/B$ . En resumen, la ecuación (2-9) con la ayuda de dicha tabla, puede utilizarse para determinar la distribución del caudal para flujo subcrítico cuando no se presentan ondas en el canal principal, es decir, cuando  $F_0 < 0,7$ .

Lakshmana Rao y Sridharan, desarrollaron un método para encontrar la distribución del caudal conocido el número de Froude  $F_0$ . Obtuvieron una correlación entre  $F_0$  y  $F_1$  y desarrollaron una relación entre  $F_1$  y  $F_2$  basándose en el principio de conservación de la energía entre las secciones 11' y 22', despreciando las pérdidas de energía. Por lo tanto,  $F_2$  se calcula conociendo  $F_0$  y  $Q_b/Q_1$  se determina de la ecuación (2-9). El cálculo se hace por prueba y error. La ecuación que relaciona  $F_1$  y  $F_2$  es la siguiente:

$$\frac{F_2}{F_1} \left( \frac{2 + F_1^2}{2 + F_2^2} \right)^{3/2} = 1 - \frac{Q_b}{Q_1} \quad (2-10)$$

Si bien estos autores desarrollaron un método muy simple y expeditivo que cubre una amplia gama de relaciones de ancho entre canal principal y ramal y ángulos de intersección, sus experiencias sólo comprenden los casos en que los flujos de entrada son subcríticos y las condiciones del flujo en el

extremo aguas abajo del ramal son de caída libre, hecho que limita en gran medida la aplicación de estos resultados.

Ramamurthy y Satish (1988) presentaron un modelo teórico para caracterizar la división del flujo en un ramal corto en ángulo recto, con varias relaciones de ancho. El modelo se desarrolló usando los principios de conservación de la cantidad de movimiento, de la energía y de la masa y se basa en la existencia de condiciones de vertido libre en el ramal. Para el análisis del flujo, utilizaron la similitud de la configuración del flujo entre la división en un ramal y la salida dirigida con barrera (tipo partididor). Esta similitud se usa para estimar el coeficiente de contracción del flujo que entra al ramal. La razón entre el caudal del ramal y el del canal principal se relaciona con el número de Froude en el canal principal aguas abajo de la bifurcación. El estudio se realiza con relaciones de ancho entre el ramal y el canal principal,  $L/B$ , de 0,25 a 1.

Las hipótesis que plantearon Ramamurthy y Satish fueron las siguientes:

- 1) Tanto el canal principal como el ramal son rectangulares y horizontales. El ancho del ramal,  $L$ , se limita a un ancho menor o igual al del canal principal,  $B$  (Figura 2-8). El flujo en el canal principal es subcrítico.
- 2) La pérdida de energía entre las secciones 1 y 3, canal principal inmediatamente antes del ramal y entrada al ramal respectivamente, es despreciable.
- 3) La distribución de la presión es hidrostática en las secciones 1 y 2, canal principal inmediatamente antes y después del ramal respectivamente.
- 4) La pérdida de energía por fricción es despreciable en el tramo entre las secciones 1 y 2.
- 5) Cuando el flujo no está sumergido en la entrada al ramal, las condiciones del flujo son aproximadamente críticas en la sección 3, donde se produce la máxima contracción.
- 6) El coeficiente de contracción  $C_c$  para partidores provee una buena estimación del coeficiente de contracción global en el ramal, cuando los valores de  $L/B$  y  $\eta_1 = V_1/V_3$  son los mismos en ambos casos.

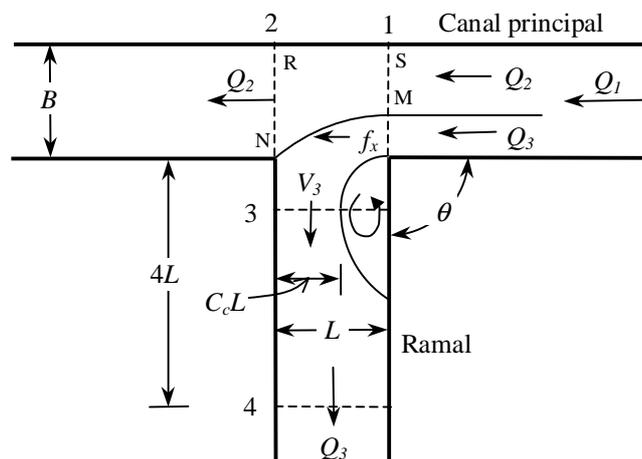


Figura 2-8: Esquema de bifurcación en "T" y simbología empleada en los estudios de Ramamurthy y Satish (1988).

Ramamurthy y Satish, aplicando el principio de conservación de la energía entre 1 y 3, considerando la ecuación de la continuidad y asumiendo que existe flujo crítico en 3, llegaron a la siguiente expresión:

$$F_1^2 = \frac{2}{\frac{3}{\eta_1^2} - 1} \quad (2-11)$$

Donde  $\eta_1$  es un parámetro de velocidad igual a  $V_1/V_3$ . Substituyendo ésta en la ecuación de flujo crítico en la sección 3, se llega a que:

$$\frac{Q_3}{Q_1} = \frac{2 \frac{L}{B} C_c}{(3\eta_1 - \eta_1^3)} \quad (2-12)$$

Considerando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en la dirección del canal principal entre las secciones SM y RN, puede obtenerse:

$$\rho Q_2 (V_2 - V_1) = \frac{1}{2} \gamma y_1^2 \left[ B \left( 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \right) \right] - \frac{1}{2} \gamma B y_2^2 + f_x \quad (2-13)$$

Donde  $Q_2$  es el caudal en el canal principal aguas abajo del ramal,  $\rho$  la densidad del agua,  $\gamma$  el peso específico del agua,  $y_1$  y  $y_2$  los calados en las secciones 1 y 2, respectivamente, y  $f_x$  la componente de la fuerza que actúa a lo largo de la superficie divisoria MN en la dirección del canal principal, que puede estimarse como:

$$f_x = \frac{1}{2} \gamma B \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right)^2 \frac{Q_3}{Q_1} \quad (2-14)$$

Substituyendo esta ecuación y la de la continuidad en la (2-13) y simplificando queda:

$$\left( \frac{y_2}{y_1} \right)^3 - \frac{1}{4} \left( 1 + \frac{y_2}{y_1} \right)^2 \frac{y_2}{y_1} \frac{Q_3}{Q_1} - \left( 2F_1^2 + 1 \right) \left( 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \right) \frac{y_2}{y_1} + 2F_1^2 \left( 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \right)^2 = 0 \quad (2-15)$$

De las definiciones de  $F_1$  y  $F_2$  y de la ecuación de la continuidad se puede obtener que:

$$F_2 = F_1 \left( 1 - \frac{Q_3}{Q_1} \right) \cdot \left( \frac{y_1}{y_2} \right)^{3/2} \quad (2-16)$$

Basándose en estas ecuaciones Ramamurthy y Satish pudieron relacionar  $Q_3/Q_1$  con  $F_2$  de la siguiente manera: si se tiene la curva de gasto que relaciona  $Q_1$  con  $y_1$ , sabiendo  $Q_1$  es posible determinar  $F_1$ . Con la ecuación (2-11) se puede obtener  $\eta_1$  y con éste y  $L/B$ , se puede obtener el coeficiente  $C_c$ , mediante la curva que se usa para determinarlo en partidores. Luego, se puede calcular  $Q_3/Q_1$  usando la ecuación (2-12); la relación entre calados  $y_2/y_1$  puede obtenerse más tarde mediante (2-15) y finalmente  $F_2$  puede calcularse por (2-16).

Por otro lado, esta relación entre  $Q_3/Q_1$  y  $F_2$  fue comprobada experimentalmente en un dispositivo experimental formado por canales rectangulares horizontales de 25,4 cm de ancho por 43,2 cm de profundidad. El canal principal era de 545 cm de largo y el ramal a 90° de 260 cm de largo. Los bordes de la bifurcación eran rectos. Los caudales se midieron con vertederos triangulares estándar. Los calados y alturas de agua sobre los vértices de los vertederos se midieron con limnímetros de una precisión de 0,1 mm. Los calados  $y_1$  y  $y_2$  fueron medidos en el canal principal a 25,4 cm aguas arriba y

aguas abajo de la bifurcación, respectivamente. El calado  $y_4$  fue medido en el ramal a una distancia de 101,6 cm de la bifurcación.

En las experiencias se encontró que cuando el número de Froude del flujo del ramal,  $F_4$ , es mayor que 0,35, el número de Froude en la sección de máxima contracción,  $F_3$ , es igual a 1. Además para  $F_4 < 0,35$  las condiciones del flujo en esa sección son claramente subcríticas y cualquier cambio en las condiciones del flujo viaja hacia aguas arriba y afecta drásticamente al flujo en el canal principal. También se encontró que la relación teórica entre  $Q_3/Q_1$  y  $F_2$  concuerda bastante bien con los datos experimentales propios correspondientes a una relación  $L/B = 1$  y de otros autores (Krishnappa y Seetharamiah, 1963; Law, 1965 y Sridharan, 1966, según Ramamurthy y Satish, 1988), para relaciones de  $L/B$  de 0,25; 0,50 y 1. A partir de un  $F_2$  mayor que 0,7 se observó la presencia de ondas cruzadas en el canal principal, lo que conducía a inexactitudes en la medida del calado, por lo que no se recomienda el uso de esta relación para valores de  $F_2 > 0,7$ . Resumiendo, la aplicación del modelo propuesto se limita a casos en los que  $L/B \leq 1$ ,  $F_2 < 0,7$  y  $F_4 > 0,35$ .

Más tarde, Ramamurthy et al. (1990) presentaron una solución para el caso general de división del flujo en bifurcaciones en ángulo recto para todas las condiciones de flujo del ramal. Con este fin, la relación entre caudales  $Q_2/Q_1$ , figura 2-9, fue expresada en términos del número de Froude del flujo en el canal principal,  $F_1$  y la relación entre profundidades,  $y_1/y_2$ . En este caso las secciones 1 y 2 fueron consideradas a una distancia de un ancho de canal principal (25,4 cm) aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación, respectivamente. En las consideraciones teóricas que se realizaron para estudiar las características de la división del flujo, se consideraron los siguientes supuestos:

- 1) Tanto el canal principal como el ramal tienen la misma sección rectangular y son horizontales.
- 2) El flujo de entrada  $Q_1$  es subcrítico.
- 3) Los flujos en las secciones del canal principal a una distancia de un ancho (25,4 cm) aguas arriba y abajo del ramal y a la salida del ramal, a tres anchos de distancia desde la bifurcación (76,2 cm), secciones AB, FG y HK, respectivamente, son aproximadamente uniformes.
- 4) La pérdida de carga por fricción y la pérdida de energía a lo largo de la superficie de corriente divisoria es despreciable.
- 5) En la línea divisoria PEC (figura 2-9), el punto de estancamiento está en C y el calado,  $y$ , en una sección infinitesimal  $ds$ , varía desde  $y_1$  en E hasta  $y_1[1+(F_1)^2/2]$  en C. Se supone que esta variación sigue la relación simple dada por la función  $y = y_1 + az^2$ , donde  $a$  es una constante y  $z$  es la distancia de  $ds$  a la línea Ex.

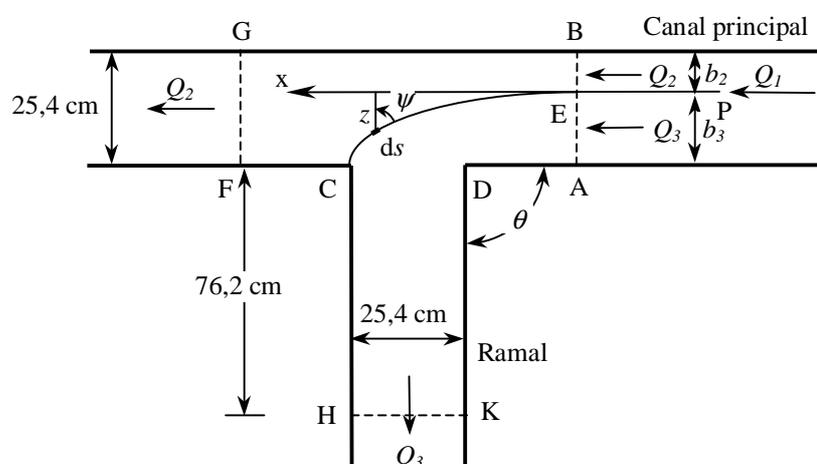


Figura 2-9: Esquema de bifurcación en "T" y simbología empleada en los estudios de Ramamurthy et al. (1990).

Estos autores, aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el volumen de control ADCE en la dirección del canal principal, hallaron que la transferencia de flujo de cantidad de movimiento del canal principal al ramal era de:

$$M = \rho Q_3 V_1 \left( \frac{5}{6} - \frac{F_1^2}{40} \right) \quad (2-17)$$

Luego, basándose en el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el volumen de control ABGF en la dirección del canal principal, pudieron obtener la siguiente ecuación:

$$\frac{1-n_q}{40} F_1^4 + \left( \frac{1}{6} + \frac{5}{6} n_q - n_q^2 n_y \right) F_1^2 + \frac{n_y^2 - 1}{2n_y^2} = 0 \quad (2-18)$$

Siendo  $n_q = Q_2/Q_1$  y  $n_y = y_1/y_2$ . Para una relación entre caudales dada  $n_q$  y un número de Froude  $F_1$ , usando la ecuación (2-18) se puede evaluar la relación entre calados  $n_y$  y el calado mayor  $y_2$  cerca de la bifurcación.

Ramamurthy et al. comprobaron la validez de la ecuación (2-18) mediante experiencias llevadas a cabo en el mismo dispositivo utilizado por Ramamurthy y Satish (1988), descrito anteriormente.

Ramamurthy et al. señalaron que el patrón del flujo en el ramal era complicado debido a la separación del flujo y la formación de resaltos hidráulicos, por eso la medida de  $y_3$  en el ramal (sección CD) no era muy exacta, siendo  $y_3$  un parámetro importante en la solución de Taylor. En cambio, en este estudio la medida de los calados se limita al canal principal antes y después del ramal, donde el flujo es casi uniforme cuando  $F_1$  no es muy elevado. El flujo en el canal principal después del ramal tiende a no ser uniforme para  $F_1 > 0,75$ , por lo que esos casos no se incluyeron para verificar el modelo. El modelo propuesto en este estudio es válido incluso en el caso de flujo regulado por compuertas; además se necesitan sólo dos medidas comparado con las tres que se necesitan en el procedimiento de Taylor.

Como conclusión, el modelo propuesto por Ramamurthy et al. se valida con los datos experimentales para números de Froude del flujo en el canal principal de 0 a 0,75, es válido también en el caso de existir compuertas de control aguas abajo de los canales y no requiere la medición de calados en el ramal. Este enfoque tiene más amplias aplicaciones que los estudios previos, dado que no existen restricciones de flujo en el ramal.

Shettar y Murthy (1996) simularon el flujo en bifurcaciones de canales por medio de un modelo numérico bidimensional basado en las ecuaciones de la continuidad y de la conservación de la cantidad de movimiento promediadas en la vertical asociado a un modelo de turbulencia  $k-\varepsilon$ . Compararon las predicciones numéricas con los datos experimentales de investigadores anteriores y con medidas que se tomaron como parte del estudio. El modelo se comporta bien en la predicción de la distribución del caudal y el cálculo de características del flujo, tales como superficie del agua, distribución de velocidades medias en el canal principal y tamaño de la zona de separación. Se detectó un cierto error en la predicción de la distribución de velocidades en el ramal. Los resultados del modelo se usaron para calcular las pérdidas de energía en bifurcaciones a  $90^\circ$ . Los estudios mostraron que las pérdidas de energía en bifurcaciones de canales son similares a las observadas en conductos a presión, cuando existe condición de flujo sumergido en el ramal.

Shettar y Murthy, hicieron predicciones numéricas para estimar los coeficientes de pérdida de carga en bifurcaciones a  $90^\circ$  y los compararon con coeficientes de pérdidas de flujo a presión. La pérdida de energía entre las secciones de aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación es  $\Delta E_{12} = E_1 - E_2$ . La ecuación de Bernoulli generalizada puede expresarse como:

$$y_1 + \frac{Q_1^2}{2gb_1^2 y_1^2} (1 - K_{12}) = y_2 + \frac{Q_2^2}{2gb_2^2 y_2^2} \quad (2-19)$$

Donde  $y$  es el calado medio y  $b$  es el ancho en la sección considerada y  $K_{12}$  es un coeficiente de pérdida de carga en el paso recto, basado en la velocidad de entrada.  $K_{12}$  se puede escribir como:

$$K_{12} = \frac{\Delta E_{12}}{\frac{V_1^2}{2g}} \quad (2-20)$$

Donde  $V_1$  es la velocidad media en la sección de entrada a la bifurcación. En forma similar, considerando las secciones de entrada y salida en el ramal, el coeficiente  $K_{13}$  será:

$$K_{13} = \frac{\Delta E_{13}}{\frac{V_1^2}{2g}} \quad (2-21)$$

Las fórmulas propuestas por Hager (1983), según Shettar y Murthy (1996), para los coeficientes de pérdidas de carga en flujos a presión son:

$$K_{12} = \frac{4}{5} \left( \frac{Q_3}{Q_1} - 0.5 \right) \frac{Q_3}{Q_1} \quad (2-22)$$

$$K_{13} = 1 - 2 \left( \frac{Q_3}{Q_1} \right) \cos \left( \frac{3\theta}{4} \right) + \left( \frac{Q_3}{Q_1} \right)^2 \quad (2-23)$$

Donde  $\theta$  es el ángulo de salida de la bifurcación.

Shettar y Murthy llevaron a cabo un cierto número de experiencias para obtener datos relacionados con los perfiles de distribución de velocidades y de calados en bifurcaciones a 90°, para verificar las predicciones del modelo numérico. Las experiencias se llevaron a cabo en un dispositivo experimental compuesto por un canal principal de 30 cm de ancho, 25 cm de profundidad y 6 metros de longitud con un ramal de la misma sección pero de 3 metros de largo colocado en su parte media. Aguas abajo de ambos canales se colocaron compuertas para la regulación de los calados. Las velocidades del flujo se midieron con una sonda diferencial de tres tubos y los calados con un limnómetro de una resolución de 0,1 mm. Además de las experiencias propias, también utilizaron los resultados experimentales de otros autores (Law y Reynolds, 1966; Sridharan, 1966 y Kasthuri y Pundarikanthan, 1987, según Shettar y Murthy, 1996), comprobando que las predicciones numéricas caen en el rango de las observaciones experimentales y que la curva de la ecuación (2-22) de flujo a presión representa aproximadamente los datos medios. Además, si se consideran sólo los ensayos en los cuales el flujo en el ramal es sumergido, cuando  $F_3 < 0,35$ , el coeficiente  $K_{13}$  calculado con el modelo es aproximadamente equivalente al de la ecuación (2-23) de bifurcaciones en flujos a presión.

## 2.4 DIVISIÓN DEL FLUJO: PATRONES DE FLUJO

### 2.4.1 Zona de separación del flujo y recirculación. Coeficiente de contracción

Law y Reynolds (1966) estimaron que las características de la división del flujo que merecen mayor atención son la amplia zona de recirculación en el ramal y la zona de flujo alterado situada al inicio de la prolongación del canal principal. La zona de recirculación puede extenderse en longitud hasta la salida del ramal (180 cm) y en ancho puede abarcar más de la mitad del mismo (ancho del ramal, 20 cm). En la prolongación del canal principal, la zona de recirculación es mucho menor, terminando a una distancia de 3 veces el ancho del canal (ancho del canal principal, 20 cm) y limitada en ancho a una tercera parte del canal. En ambos canales, cuando el caudal circulante es bajo en relación con el total, se forman grandes zonas de recirculación. En las figuras 2-10 y 2-11 puede observarse esquemas que muestran el desarrollo de la zona de recirculación en el ramal y en el canal principal, respectivamente.

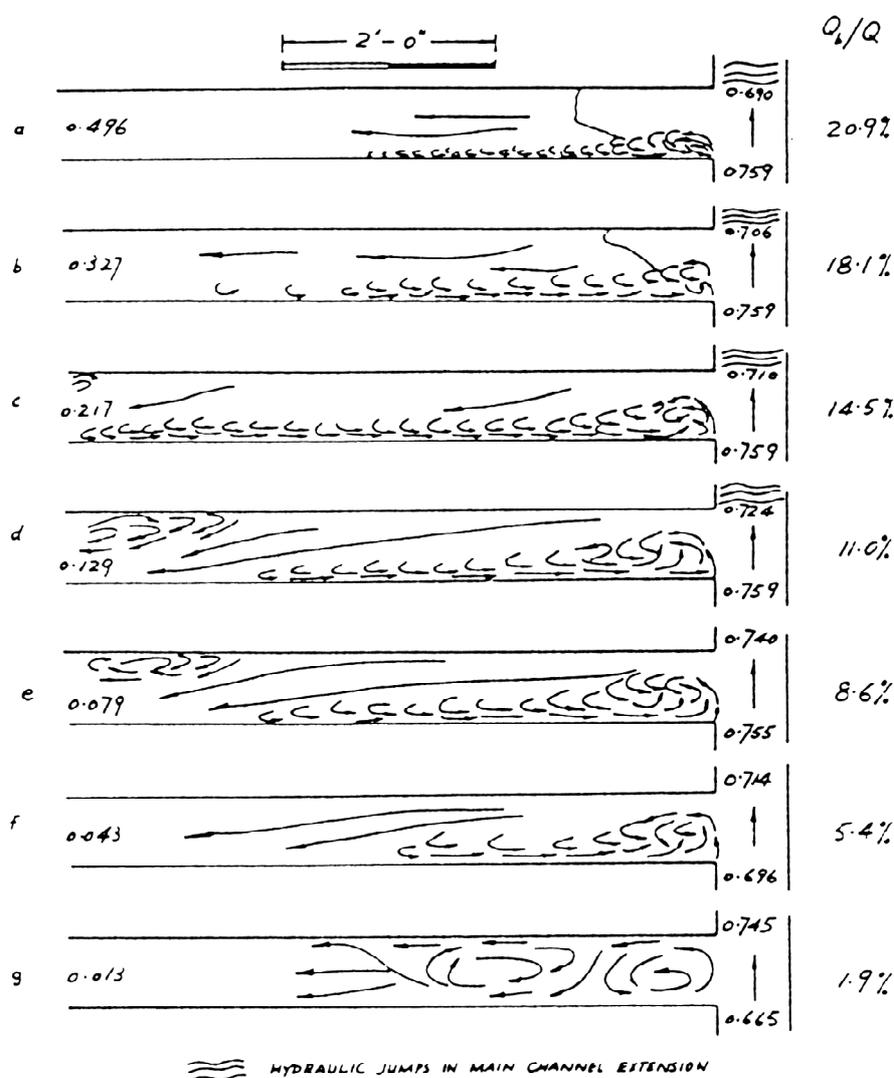


Figura 2-10: Desarrollo de las zonas de recirculación en el ramal, con indicación de las razones  $Q_b/Q$  y los números de Froude en las secciones inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación y a la salida del ramal, según Law y Reynolds (1966).

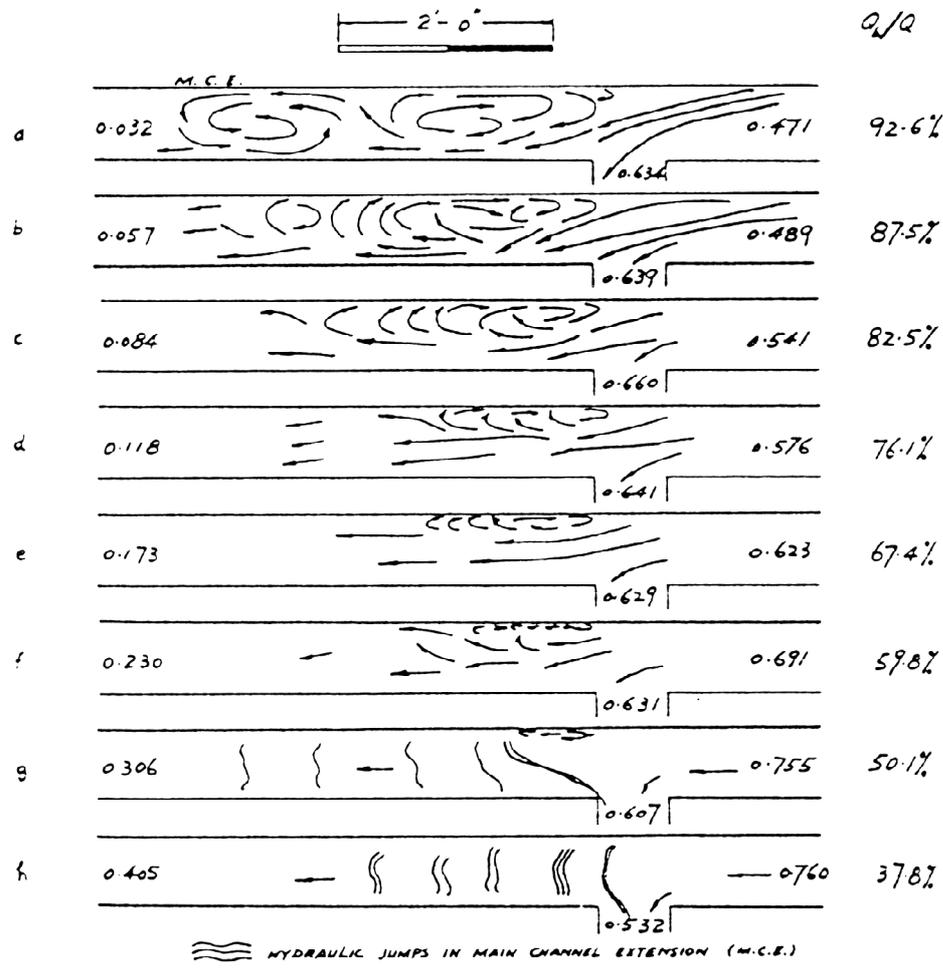


Figura 2-11: Desarrollo de las zonas de recirculación en el canal principal, con indicación de las razones  $Q_b/Q$  y los números de Froude en las secciones de entrada y salida del canal principal y a la entrada en el ramal, según Law y Reynolds (1966).

A la vista de sus experiencias, Law y Reynolds estimaron necesario incluir un coeficiente de contracción,  $C_c$ , debido a la existencia de la extensa zona de recirculación en el ramal. Este coeficiente de contracción es la relación entre el ancho activo y el ancho geométrico del canal,  $b$ . De esta forma, cuando no existe recirculación, a bajos números de Froude de entrada,  $C_c$  es igual a 1. Aunque puede estimarse “grosso modo” este coeficiente, Law y Reynolds consideran que se necesita estudiar en modelo físico cada forma de canal si se quiere lograr una cierta exactitud en la predicción de la división del caudal. Ellos encontraron que cuando  $\theta$  es igual a  $90^\circ$ ,  $C_c$  depende de la relación  $Q_b/Q$  y del número de Froude del flujo de entrada,  $F$ , pero no se ha encontrado una única relación entre estos parámetros, ni teórica ni experimentalmente.

Lakshmana Rao y Sridharan (1967) hicieron una descripción más bien cualitativa en vez de cuantitativa de la zona de separación del flujo y recirculación. Ellos reportaron que la esquina de aguas arriba causa separación del flujo y la formación de una zona de torbellinos en el ramal. Aguas abajo de

estos torbellinos, se forman ondas cruzadas entrelazadas en el ramal resultando la superficie del flujo muy ondulada. La zona de recirculación ocupa un ancho mayor para mayores números de Froude del flujo en el canal principal. Para menores números de Froude, la zona de recirculación es limitada. A mayores números de Froude, el ancho de recirculación aumenta pero los torbellinos son relativamente débiles ya que el caudal en el ramal es muy bajo. Observaron además que los torbellinos de la zona de recirculación eran muy fuertes para ángulos de salida de  $90^\circ$  con números de Froude bajos y por lo tanto la pared de aguas arriba del ramal podría necesitar protección. El calado en la zona de los torbellinos es mucho menor que en el ramal con ángulo de salida de  $90^\circ$ . En este caso también, la superficie del agua en el ramal permanece ondulada una considerable distancia aguas abajo de la bifurcación, distancia que puede ser de hasta 6 veces el ancho del ramal. Estas características de separación y formación de ondas se repiten para todos los ángulos estudiados, pero en menor intensidad a medida que el ángulo entre el canal principal y el ramal es menor.

Ramamurthy y Satish (1988) y Ramamurthy et al. (1990) reconocieron también la existencia de particularidades tales como separación y recirculación en el ramal, así como la formación de ondas en ambos canales, que complican en gran medida la caracterización de la división del flujo en una bifurcación de canales. Por ello, en su análisis teórico, la consideración de un coeficiente de contracción en el ramal es de fundamental importancia. Ellos se valen de la similitud del flujo entre una bifurcación y un partidor para estimar el coeficiente de contracción del flujo que entra al ramal (figura 2-8).

#### **2.4.2 Perturbaciones superficiales**

Law y Reynolds (1966) observaron que se forman ondas cruzadas que ocupan la mitad del ancho del canal, mientras que la otra mitad es ocupada por la zona de recirculación o de flujo muy lento. Cuando el número de Froude del flujo de entrada es mayor a 0,7, el flujo en la bifurcación puede resultar localmente supercrítico y comienzan a formarse ondas en el canal principal aguas abajo de la bifurcación. Cuando aumenta la relación entre los caudales del canal principal, antes y después de la bifurcación,  $Q_m/Q$ , el número de Froude del flujo en la bifurcación también aumenta, alcanzando su máximo cuando  $Q_m/Q = 0,8$ . Law y Reynolds realizaron pruebas con números de Froude del flujo de entrada de 0,28; 0,68 y 0,77 y dedujeron que la formación de ondas depende de la relación  $Q_m/Q$ .

#### **2.4.3 Discontinuidad en la superficie del agua**

Law y Reynolds (1966) observaron que en todos los ensayos aparece una abrupta discontinuidad en la superficie del agua alrededor de la esquina A (figura 2-6) en dirección aproximada de la línea AB, excepto cuando el flujo es muy lento, por ejemplo, cuando el número de Froude de entrada es menor a 0,1. Esta discontinuidad tiene una longitud casi constante cercana a medio ancho de canal (ancho del canal, 20 cm). Los calados de un lado al otro de la discontinuidad pueden llegar a estar en una relación de 1/6, siendo menor siempre del lado del ramal.

#### **2.4.4 Estructura de flujo tridimensional**

Neary y Odgaard (1993) concluyeron en su estudio que la estructura del flujo en el ramal es claramente tridimensional. El flujo del fondo tiende a introducirse más en el ramal que el flujo superficial, lo que sugiere que si el canal principal llevara sedimentos, el ramal recibiría una desproporcionada cantidad de sedimento. Una circulación secundaria se crea ni bien el flujo entra en el ramal, lo que se parece a lo que sucede en una curva. Los campos de velocidades obtenidos invitan a hacer una analogía entre el flujo en una bifurcación y el flujo en curvas. Para una determinada relación entre la velocidad en el ramal,  $V_2$ , y la velocidad en el canal principal,  $V_1$ , se puede construir la geometría de una curva, en la cual el plano divisorio de líneas de corriente representa la parte cóncava u orilla exterior y el plano que limita la zona de separación representa la parte convexa u orilla

interior. Variando la relación de velocidades, cambia la posición del plano divisorio de líneas de corriente y del límite de la zona de separación, induciendo un radio de curvatura efectivo que varía a lo largo de la dirección del flujo. La similitud entre el flujo en bifurcaciones y el flujo en curvas puede justificar la aplicación de modelos relativamente simples de flujo en curvas para predecir las características del flujo en bifurcaciones.

Neary y Odgaard utilizaron para sus estudios un canal rectangular de 18,3 m de largo, 1,2 m de ancho y 0,61 m de alto con un ramal rectangular de 0,61 m de ancho por 0,61 m de alto ubicado a 13,1 m de la entrada del canal principal. Se estudiaron tres relaciones de velocidades,  $V_2/V_1 = 0,2; 0,6$  y  $0,9$ . Los calados en todos los ensayos fueron menores a 20 cm. Los números de Froude estuvieron comprendidos entre 0,04 y 0,11 en el ramal y entre 0,13 y 0,23 en el canal principal. Si estos autores encontraron una estructura de flujo tridimensional con estos números de Froude del flujo, con más razón se espera encontrar este tipo de estructura de flujo con números de Froude mayores e incluso supercríticos.

## 2.5 DIVISIÓN DEL FLUJO: Influencia del ángulo, $\theta$ y del ancho, $b$

### 2.5.1 Influencia conjunta de $\theta$ y $b$

Law y Reynolds (1966) intentaron extender su análisis teórico para diferentes ángulos de intersección,  $\theta$  y anchos del ramal,  $b_b$  (figura 2-6). Asumiendo que la pérdida de energía es despreciable, la ecuación de la conservación de la cantidad de movimiento en el volumen de control BCDE en la dirección del ramal se puede escribir como:

$$\frac{1}{2} \rho g \left( \frac{y_m^2 + y^2}{2} \right) b_b + \rho V^2 y \left( \frac{Q_b}{Q} \right) b \cos \theta = \frac{1}{2} \rho g y_b^2 b_b + \rho V_b'^2 y_b c b_b \quad (2-24)$$

Donde  $y$  y  $y_m$  son los calados en el canal principal inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación,  $V$  la velocidad en el canal principal aguas arriba de la bifurcación y  $V_b'$  la velocidad en la sección contraída del ramal. Estos autores analizaron con esta fórmula diferentes casos con distintos ángulos  $\theta$ . Las conclusiones más importantes fueron las siguientes:

- 1) Se espera que bajo condiciones de vertido libre en el ramal, un resalto se forme en la mayoría de los casos en el ramal.
- 2) Conforme el ángulo  $\theta$  disminuya, el flujo en el ramal se hará más rápido y el resalto mencionado en 1) se moverá hacia aguas abajo.

Aunque para llegar a estas conclusiones se analizaron los resultados de aplicar la ecuación (2-24) con una relación  $b_b/b = 1$ , también puede hacerse lo mismo con diferentes relaciones  $b_b/b$ .

### 2.5.2 Influencia del ancho, $b$

Lakshmana Rao y Sridharan (1967), dedujeron de la ecuación (2-9) que el efecto del aumento del ancho del ramal tiene una variada influencia dependiendo del número de Froude del flujo. Si el número de Froude de entrada es muy bajo, un aumento del ancho no aumentará tanto la relación  $Q_b/Q_1$  (figura 2-7), como si éste fuera muy alto. Demostraron que el efecto de un cambio en el ancho del ramal es mayor para relaciones  $b/B$  bajas. Esto puede deberse a la creciente influencia de la zona de separación para bajas relaciones  $b/B$  así como a la tendencia cada vez menor de que las líneas de corriente se desvíen del canal principal en esos casos.

El enfoque teórico de Ramamurthy y Satish (1988) permite el estudio de casos de bifurcaciones con relaciones de ancho entre el ramal y el canal principal,  $L/B < 1$  (figura 2-8). Ellos comprobaron la validez de este enfoque con experiencias llevadas a cabo con relaciones  $L/B$  de 0,25; 0,5 y 1, propias y de otros autores.

### 2.5.3 Influencia de $\theta$

Lakshmana Rao y Sridharan (1967), para estudiar la variación de la distribución del caudal con el ángulo del ramal, adoptaron dos criterios: en el primero mantuvieron constante la relación entre la entrada al ramal, distancia 1-2, y el ancho del canal principal,  $L/B$  (figura 2-7), y en el segundo mantuvieron constante la relación entre el ancho del ramal y el ancho del canal principal,  $b/B$ . A grandes rasgos, las conclusiones a las que llegaron estos investigadores fueron:

- 1) Para  $L/B = 1$  constante: hay dos factores que considerar en este caso, uno es el de la reducción en el ancho del canal cuando  $\theta$  se reduce de  $90^\circ$  a  $30^\circ$  y el otro es la influencia de la separación en el ramal, que es máxima para salidas a  $90^\circ$  y mayor para números de Froude del flujo de entrada elevados. Cuando el número de Froude es pequeño, el efecto de la separación no es muy significativo. Los autores no indican qué tan pequeño.
- 2) Para  $b/B = 0,5$  constante: como cabría esperar, la relación  $Q_b/Q_1$  aumenta cuando  $\theta$  se reduce. Con altos números de Froude del flujo de entrada, el efecto de la separación es más pronunciado y por lo tanto la relativa mejora para pequeños  $\theta$  es mayor.

Llegaron a la conclusión de que los ángulos de salida del ramal entre  $45^\circ$  y  $75^\circ$  son hidráulicamente más ventajosos.

## 2.6 COMBINACIÓN DEL FLUJO: OTROS ENFOQUES TEÓRICOS

Webber y Greated (1966) estudiaron la combinación del flujo en canales rectangulares horizontales con ramales con ángulos de  $30^\circ$ ,  $60^\circ$  y  $90^\circ$ . Estimaron que debido a la complejidad de la geometría de contorno y a la presencia de superficie libre, el comportamiento del flujo en la unión de canales no es, en general, susceptible de análisis teóricos. Sin embargo, teniendo en cuenta la combinación de flujos en una unión de forma simple, fueron capaces de derivar expresiones que relacionan los calados inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la unión. Uno de los objetivos era diseñar un perfil hidráulico eficiente para la unión, que provoque la mínima perturbación del flujo en el canal principal. Estos autores plantearon su teoría en una unión de canales de igual ancho, horizontales, en la cual los canales 1 y 3 están alineados (figura 2-12). Además hicieron las siguientes asunciones:

- 1) En las secciones de referencia, DD' y EE', distantes  $4b$  aguas arriba y  $10b$  aguas abajo de la unión, respectivamente, la distribución de velocidades y los calados son uniformes.
- 2) El calado es el mismo en las secciones inmediatamente aguas arriba de la unión de ambos canales,  $y_1 = y_2$ .
- 3) Se desprecia la fricción en las paredes.

La asunción 2) es justificada por los autores teniendo en cuenta que las alturas de velocidad son pequeñas comparadas con los correspondientes calados. En el planteo del principio de conservación de la cantidad de movimiento, podemos considerar que la componente de la reacción ejercida por la pared A'B en la dirección 1-3,  $P$ , asumiendo que el calado en ella es uniforme e igual a  $y_{1-2}$  y que la distribución de presiones es hidrostática, es igual a:

$$P = \frac{\gamma b y_{1-2}^2 \cos \theta}{2} \quad (2-25)$$

Aplicando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en la dirección 1-3 e introduciendo los factores adimensionales  $n_q = Q_2/Q_3$ ,  $n_y = y_{1-2}/y_3$ , teniendo en cuenta que  $y_1 = y_2 = y_{1-2}$  y  $Q_1 = Q_3 - Q_2$ , llegan a deducir la ecuación:

$$F_3 = \left\{ \frac{n_y(n_y^2 - 1)}{2[n_y - (1 - n_q)^2 - n_q^2 \cos \theta]} \right\}^{1/2} \quad (2-26)$$

Siendo  $F_3$  el número de Froude en la sección inmediatamente aguas abajo de la unión y  $\theta$  el ángulo entre el canal principal y el ramal. Poniendo  $F_3$  en función de  $F_2$ ,  $n_q$  y  $n_y$ , podemos obtener una expresión equivalente a la (2-2) obtenida por Taylor (1944).

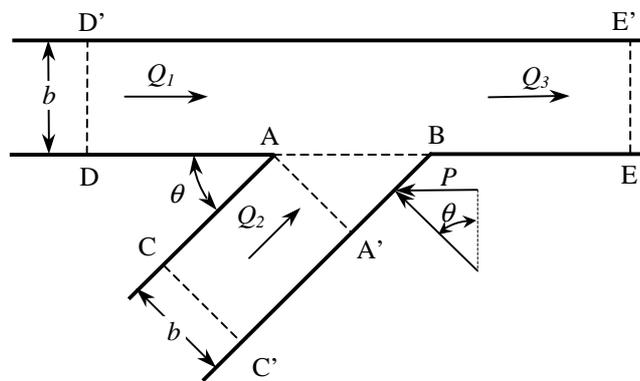


Figura 2-12: Esquema de unión en "T" de canales rectangulares y simbología utilizada en el estudio de Webber y Greated (1966).

En el trabajo de Webber y Greated, la pérdida de energía en la unión era un tema importante porque era lo que se quería minimizar logrando un perfil hidráulico eficiente. Para evaluarla, utilizaron la energía por unidad de tiempo o potencia. Considerando entonces que la pérdida de energía por segundo en la unión es la diferencia entre la entrada y la salida de energías por segundo, introduciendo los mismos factores adimensionales que antes y simplificando, queda:

$$\frac{\Delta W}{W_1 + W_2} = 1 - \frac{n_y^2(2 + F_3^2)}{2n_y^3 + F_3^2(3n_q^2 - 3n_q + 1)} \quad (2-27)$$

Para evaluar la validez de las ecuaciones (2-26) y (2-27), Webber y Greated llevaron a cabo experiencias en canales rectangulares horizontales de ancho uniforme de 12,5 cm y 15 cm de altura. Utilizaron intersecciones de tres ángulos diferentes: 30°, 60° y 90°. Se midieron las presiones en las paredes y fondo de la unión con piezómetros. El calado en la unión fue controlado por un vertedero de coronación variable en el extremo aguas abajo. Los calados fueron medidos a distancias de 50,8 cm aguas arriba y 127 cm aguas abajo de la unión, con limnímetros de una precisión de 0,3 mm. Debido a que en las ecuaciones intervienen los calados inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la unión, se aplicaron pequeñas correcciones a los calados medidos. Estas correcciones se basaron en el cálculo del factor de fricción por medio de la ecuación de Blasius,  $\lambda = 0,316/R^{0,25}$ , siendo  $\lambda$  el factor de fricción y  $R$  el número de Reynolds del flujo, evaluado como  $y \cdot V/\nu$ . Las velocidades en las secciones transversales donde se midieron los calados, se determinaron por medio de un micro-molinete de 1 cm de diámetro. Las tres intersecciones se ensayaron con relaciones de caudales  $n_q$  de 0; 0,2; 0,4; 0,5; 0,6; 0,8 y 1,0. Webber y Greated aseguran que en todo momento el flujo fue turbulento totalmente desarrollado y al mismo tiempo afirman que el número de Reynolds mínimo efectivo fue cercano a

3000. Es difícil de entender porqué estos autores por un lado aseguran que en sus experiencias el flujo fue turbulento completamente desarrollado y al mismo tiempo aplican la fórmula de Blasius para realizar las correcciones de calados. Como comentario con respecto al dispositivo experimental utilizado por estos autores, debemos destacar las pequeñas dimensiones del mismo, lo que provocan números de Reynolds realmente pequeños y en consecuencia la posible existencia de efectos de escala debido a la influencia de fuerzas viscosas y de tensión superficial en sus experiencias, hecho que ellos mencionan ligeramente en sus conclusiones.

En virtud de las ecuaciones, Webber y Greated construyeron gráficos que relacionan  $n_y$  con  $F_3$  para distintos  $\theta$  así como gráficos que relacionan  $\Delta W/W_1+W_2$  con  $F_3$ . Comparando la teoría con los resultados experimentales, la asunción 2) concerniente a iguales calados de aproximación a la unión se encontró razonable, dado que en todo el rango de ensayos las diferencias entre  $y_1$  e  $y_2$  no excedieron los 1,5 mm. Se justifica también la asunción de distribución uniforme de la velocidad. La asunción impuesta de  $P$ , componente de la fuerza de reacción de la pared A'B en la dirección del canal principal, ecuación (2-25), fue menos satisfactoria. Se propone una corrección de la ecuación (2-26) que quedaría:

$$F_3 = \left\{ \frac{n_y (n_y^2 - 1) \cdot (1 + K)}{2 \left[ n_y - (1 - n_q)^2 - n_q^2 \cos \theta \right]} \right\}^{1/2} \quad (2-28)$$

Donde  $K$  es un coeficiente de corrección. Se encontró que un  $K = 0,3 \cdot (n_q - 1 + \sin \theta)$  provee un buen ajuste con los resultados experimentales, excepto, obviamente, para  $n_q = 0$ .

Como conclusión, la contribución de Webber y Greated fue una extensión de la teoría del comportamiento del flujo en la unión a otros ángulos que los ensayados por Taylor. Las experiencias indicaron claramente que las mayores diferencias de calados aguas arriba y aguas abajo de la unión y pérdidas de energía están asociadas a mayores ángulos de intersección. Los autores consideran necesaria una investigación que cubra una mayor amplitud de condiciones, incluyendo flujo supercrítico, para que los diseñadores puedan disponer de una información completa de valor práctico real.

Ramamurthy et al. (1988) destacaron que, en una unión de canales, el aumento del calado aguas arriba debido al efecto de la entrada lateral del ramal puede ser significativo. Basándose en el principio de conservación de la cantidad de movimiento, dedujeron una relación entre el calado en la unión y la razón del caudal lateral al total, en una unión de canales en ángulo recto y de bordes rectos. Utilizando esta relación, pudieron predecir el aumento en el calado cuando se especifican unas condiciones fijas determinadas en los canales. Ramamurthy et al. incluyen en el modelo propuesto la contribución de la transferencia de la cantidad del movimiento del ramal al canal principal, ya que este factor puede ser significativo cuando el caudal lateral es relativamente grande. Las asunciones realizadas por los autores fueron las siguientes:

- 1) El canal principal y el ramal tienen la misma sección rectangular y son horizontales.
- 2) Los caudales de entrada  $Q_1$  y  $Q_2$  lo hacen en condiciones subcríticas en el canal principal y el ramal (figura 2-13).
- 3) En las secciones BC y EF, los flujos son aproximadamente uniformes y los calados iguales (Taylor, 1944).
- 4) La fricción en las paredes del volumen de control ABCD es despreciable.
- 5) El área transversal en las secciones BC y AD son aproximadamente iguales, de modo que la velocidad media  $V_2$  en el ramal es la misma en AD y BC.
- 6) El flujo en la sección HG es crítico cuando  $Q_2/Q_1 \geq 0,3$  (Hipótesis que se desprende de las experiencias).

Ramamurthy et al. consideraron que el flujo se separa en A y hay un punto de estancamiento en D. En consecuencia, el calado en A será menor que el calado en D, debido a que la velocidad del flujo será máxima en A y mínima en D, por lo que  $P_u$  será mayor que  $P_d$ . Para evaluar esta diferencia, aplicaron el principio de conservación de la cantidad de movimiento en un volumen de control ABCD (figura 2-13) en la dirección del canal principal, con lo que dedujeron que:

$$\rho Q_2 V'_2 \cos \delta = P_u - P_d \quad (2-29)$$

Donde  $P_u$  y  $P_d$  son las fuerzas en las paredes del ramal CD y AB, respectivamente. De la asunción 5), se deduce que  $V'_2 = V_2/\sin \delta$ , que reemplazada en la (2-29), da:

$$P_u - P_d = \frac{\rho Q_2 V_2}{\text{tg } \delta} \quad (2-30)$$

Experimentalmente, Ramamurthy et al. encontraron una relación entre  $\rho Q_2 V_2 / (P_u - P_d)$  y  $Q_2 / Q_1$  (figura 2-14), que para  $0,3 \leq Q_2 / Q_1 \leq 1,5$  puede aproximarse por:

$$\frac{\rho Q_2 V_2}{P_u - P_d} = \frac{Q_2}{Q_1} \quad (2-31)$$

y notando que, de las asunciones 1) y 3),  $Q_2 / Q_1 = V_2 / V_1 = F_2 / F_1$ , llegaron a que:

$$P_u - P_d = \rho Q_2 V_1 = \rho Q_1 V_2 = \rho Q_1 V_1 \frac{Q_2}{Q_1} \quad (2-32)$$

Donde  $Q_1$  y  $Q_2$  son los caudales del canal principal y del ramal y  $V_1$  y  $V_2$  las velocidades medias del flujo en el canal principal y en el ramal, respectivamente. Esta ecuación indica que la transferencia de cantidad de movimiento lateral puede ser significativa cuando la relación  $Q_2 / Q_1$  es elevada, por lo que claramente la inclusión de una transferencia de flujo de cantidad de movimiento lateral es esencial para un adecuado análisis del flujo en la unión. Por este motivo, estos autores midieron la presión sobre las paredes del ramal para estimar directamente la magnitud de cantidad de movimiento lateral que se transfiere al canal principal.

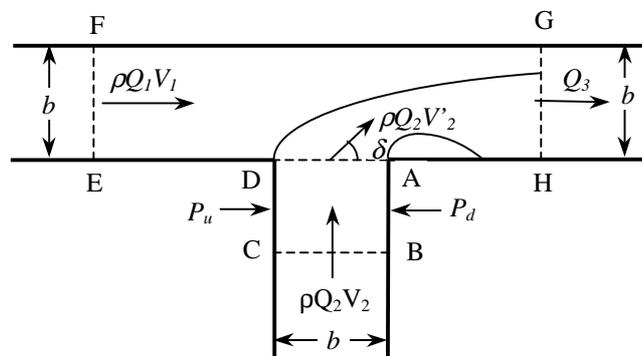


Figura 2-13: Esquema de unión en "T" y nomenclatura utilizada por Ramamurthy et al. (1988 y 1994).

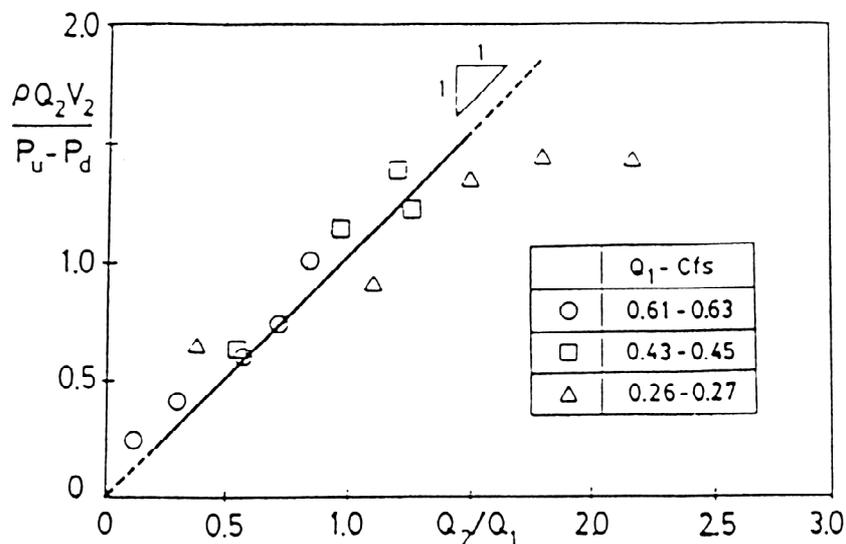


Figura 2-14: Relación entre  $\rho Q_2 V_2 / (P_u - P_d)$  y  $Q_2 / Q_1$ , según Ramamurthy et al. (1988).

Considerando la conservación de la cantidad de movimiento en un volumen de control definido por EFGH (figura 2-13) en la dirección del canal principal es posible obtener:

$$\frac{1}{2} \rho g b y_1^2 + \beta_1 \rho Q_1 V_1 + \rho Q_2 V_1 = \frac{1}{2} \rho g b y_3^2 + \beta_3 \rho Q_3 V_3 \quad (2-33)$$

Donde  $y_1$  y  $y_3$  son los calados medios en el canal principal aguas arriba y aguas abajo del ramal, respectivamente, y  $\beta$  el coeficiente de Boussinesq. Teniendo en cuenta la asunción 3), según la cual  $\beta_1 = 1$ , la ecuación de continuidad, el calado crítico en la sección HG, por lo cual  $y_3 = y_c$  y asumiendo válidas las relaciones obtenidas empíricamente por los mismos autores:  $\alpha_3 = 1,25 + 0,5 \cdot n_q$  y  $\beta_3 / \alpha_3 = 1 - 0,24 \cdot n_q$ , siendo  $\alpha$  el coeficiente de Coriolis, es posible obtener la siguiente expresión:

$$\left( \frac{y_1}{y_c} \right)^3 + (0,48 n_q - 3) \frac{y_1}{y_c} + \frac{1 - n_q}{0,63 + 0,25 n_q} = 0 \quad (2-34)$$

Donde  $n_q = Q_2 / Q_3$  es la relación entre los caudales en el ramal y en el canal principal. Con esta ecuación, se puede predecir el calado  $y_1$  inmediatamente aguas arriba de la unión para los caudales dados  $Q_2$  y  $Q_3$ . Como existen condiciones de flujo crítico a la salida de la unión, la condición de aguas abajo no afecta a las características del flujo en la unión, sin embargo, cuando el flujo en esa sección es sumergido debido a un control artificial en el extremo aguas abajo del canal esta ecuación no sirve y ese caso saldría del alcance del estudio.

Para analizar la validez de su planteo teórico, Ramamurthy et al. utilizaron un dispositivo experimental compuesto por canales rectangulares y horizontales. El canal principal era de 0,248 m de ancho y 6,10 m de largo. El ramal era de 0,245 m de ancho y 1,30 m de largo y el ángulo de la unión era de 90°. Se midieron con piezómetros las presiones en el último tramo de ramal antes de llegar al cruce, los autores no especifican esta longitud. Los caudales, que estuvieron comprendidos entre 2,8 y 8,4 litros/s, se midieron con vertederos triangulares.

Como resultado de las experiencias, Ramamurthy et al. encontraron que la distribución de la presión era hidrostática en la pared del ramal aguas arriba del canal principal, pared CD, y aproximadamente hidrostática en la de aguas abajo, pared AB. Se encontró experimentalmente que, para valores de  $Q_2/Q_1$  comprendidos entre 0,3 y 1,5; es correcta la consideración de la diferencia de presiones evaluada con la ecuación (2-32). También se comprueba que las diferencias entre los calados predichos con la ecuación (2-34) y los medidos son despreciables, lo que establece la validez de dicha ecuación.

Ramamurthy et al. (1994) estudiaron nuevamente el aumento en el calado en un canal debido al efecto de la entrada de un caudal lateral desde un ramal, pero esta vez se basaron en el principio de conservación de la energía para proponer una relación entre el aumento del calado y la razón de caudales, que es verificada usando probablemente los mismos resultados experimentales presentados en Ramamurthy et al. (1988). Las asunciones hechas por los autores son las mismas que las detalladas anteriormente, a la cual se agrega que los coeficientes de Coriolis  $\alpha_1$  y  $\alpha_2$  son iguales a 1.

Como el flujo se asume subcrítico en ambos canales, las energías específicas,  $E_1$  y  $E_2$  son dependientes de las condiciones del flujo en la unión. La energía total en la unión,  $E_j$ , será aproximadamente igual al calado de estancamiento,  $y_s$ , en el punto D (figura 2-13). Despreciando pérdidas de potencia, podemos calcular la potencia en la unión como:

$$E_j Q_3 = E_1 Q_1 + E_2 Q_2 \quad (2-35)$$

Aplicando el principio de conservación de la energía entre la unión y la sección crítica aguas abajo, GH, nos queda:

$$E_j = y_c + \alpha_3 \frac{V_c^2}{2g} + h_j \quad (2-36)$$

Donde el término  $h_j$  es la pérdida de energía total, incluyendo la pérdida por mezcla,  $h_m$ , y por fricción en las paredes,  $h_f$ , desde la unión hasta la sección considerada. De la ecuación (2-35) se puede deducir  $E_j$ , de la ecuación del calado crítico se puede obtener  $y_c$  y el valor de  $\alpha_3$  puede calcularse con la relación empírica desarrollada Ramamurthy et al. (1988),  $\alpha_3 = 1,25 + 0,5 \cdot Q_2/Q_3$ . De esta forma, con la ecuación (2-36) se puede obtener  $h_j$ , dado que  $h_m$  es despreciable en la sección considerada, antes de la formación del resalto. Experimentalmente se ha comprobado que la importancia relativa de  $h_f$  con respecto a  $E_j$  disminuye drásticamente a medida que aumenta el número de Reynolds del flujo y puesto que en los problemas reales este número es muy grande,  $h_f$  sería insignificante entre la unión y la sección crítica, GH, por lo que podemos deducir directamente que  $E_j = 1,5 y_c$ , o también:

$$\frac{y_s}{y_c} = \frac{E_j}{y_c} = 1,5 \quad (2-37)$$

ecuación que puede ser utilizada para predecir el aumento en el calado en combinaciones de flujo. Para una unión a 90° de canales rectangulares, la relación propuesta entre  $y_s$  e  $y_c$ , basada en el principio de conservación de la energía se valida con los datos experimentales. Se espera que la predicción del aumento de calado sea razonable aunque la estimación del coeficiente de Coriolis,  $\alpha_3$  tiene limitada exactitud, dado que no es fácil de medir. Sin embargo, este hecho tiene menor importancia considerando que el calado crítico,  $y_c$ , y el calado de estancamiento,  $y_s$ , varían con la potencia 1/3 de  $\alpha_3$ .

Hager (1989) estudió la combinación del flujo en canales rectangulares de igual ancho para transiciones de flujo subcrítico a supercrítico, es decir, donde el flujo es subcrítico en los ramales de aguas arriba y lateral y se transforma en supercrítico en el ramal de aguas abajo. El calado aguas arriba

es determinado por medio de un enfoque unidimensional. Hager adopta las siguientes asunciones de Taylor:

- 1) Los tres ramales tienen igual ancho,  $b$ .
- 2) Los canales son horizontales.
- 3) Se desprecia la fricción en las paredes.
- 4) Se asume presión hidrostática y distribución de la velocidad uniforme en las secciones inmediatamente aguas arriba y aguas abajo de la unión.
- 5) Los calados son iguales en los dos canales de aguas arriba.

Considerando el principio de conservación de la energía y el de conservación de la masa en la unión, la condición de flujo crítico en el ramal de aguas abajo y teniendo en cuenta que la sección de aguas abajo está afectada por un coeficiente de contracción  $C_c \leq 1$ , Hager llega a que:

$$C_c = n_y \cdot \left[ \frac{(3 - 2n_y)}{[(1 - n_q)^3 + n_q^3]} \right]^{1/2} \quad (2-38)$$

Siendo  $y_u$ ,  $y_d$  e  $y_l$  los calados aguas arriba, aguas abajo de la unión y en el ramal, respectivamente;  $n_y = y_u/y_d = y_l/y_d$ ;  $n_q = Q_u/Q_d$  y  $Q_u$  y  $Q_d$  los caudales en el canal principal aguas arriba y aguas abajo de la unión, respectivamente. Considerando el principio de conservación de la cantidad de movimiento en la dirección del canal principal, teniendo en cuenta que la presión en las paredes está afectada por un coeficiente de corrección de la presión,  $K_p$  y que se tienen las siguientes restricciones:  $C_c = 1$  cuando  $\theta = 0$  y  $C_c = 1$  cuando  $n_q = 1$ , es posible deducir que:

$$n_y^2 + 2C_c^2 n_q^2 n_y^{-1} + \cos \theta [n_y^2 (1 - K_p) + 2C_c^2 (1 - n_q)^2 n_y^{-1}] = 3C_c \quad (2-39)$$

Siendo  $\theta$  el ángulo entre el canal principal y el lateral. Imponiendo que  $C_c = 1$  cuando  $\theta = 0$ , se puede determinar  $K_p$  como:

$$K_p = [n_y (2n_y^2 - 3) + 2(1 - 2n_q + 2n_q^2)] \cdot n_y^{-3} \quad (2-40)$$

que reemplazado en la (2-39) da:

$$n_y^3 (1 - \cos \theta) + 3n_y (\cos \theta - C_c) + 2C_c^2 n_q^2 + 2 \cos \theta [C_c^2 (1 - n_q)^2 - (1 - 2n_q + 2n_q^2)] = 0 \quad (2-41)$$

que verifica que  $C_c = 1$  cuando  $n_q = 1$ . De las ecuaciones (2-38) y (2-41) es posible resolver  $n_y$  y  $C_c$ . Para propósitos de diseño se introduce  $n_y^* = y_u/y_c = y_l/y_c$ , de donde teniendo en cuenta la ecuación del calado crítico se obtiene:

$$n_y^* = n_y \cdot C_c^{-2/3} \quad (2-42)$$

El dispositivo experimental para determinar la validez de esta teoría estaba compuesto de canales de 9,6 cm de ancho, usándose tres ángulos de confluencia,  $\theta = 22,5^\circ$ ;  $45^\circ$  y  $90^\circ$ . Todo el dispositivo fue construido dentro de un canal de laboratorio de 0,5 m de ancho, horizontal, en el cual una de las paredes era de cristal. Los caudales ensayados fueron de 2 a 13 l/s y se midieron con un vertedero triangular. La distribución de las velocidades fue evaluada con un micro-molinete de 8 mm de diámetro de hélice. Ambos canales de entrada podían cerrarse con compuertas verticales. Este dispositivo es, junto con el de Taylor, el más pequeño encontrado en la bibliografía sobre el tema de combinación del flujo. En su trabajo, Hager no hace mención alguna de la posible existencia de efectos de escala en sus experiencias, posibilidad que viene a la mente inmediatamente al conocer las dimensiones de su dispositivo experimental.

Comparando los resultados con la teoría, se verifica la asunción 5) con un margen de error de  $\pm 1,5\%$  excepto para  $n_q > 0,85$ , cuando desaparece la condición de flujo crítico aguas abajo de la unión, consecuentemente, el dominio  $0,85 < n_q \leq 1$  debe ser tratado como flujo subcrítico. Según el autor, la ecuación que relaciona  $n_y^*$ ,  $n_q$  y  $\theta$  tiene una desviación máxima de  $\pm 8\%$ . Con respecto al coeficiente de presión,  $K_p$ , la diferencia entre la predicción y la observación es siempre menor al 5%. Como establece Hager teóricamente y se verifica experimentalmente, el calado relativo aguas arriba,  $n_y^*$ , depende sólo de la relación de caudales,  $n_q$  y del ángulo de confluencia,  $\theta$ . Considerando los datos experimentales y para simplificar los cálculos, Hager propuso la siguiente relación explícita como ecuación de diseño:

$$n_y^* = 1 + 0,92 \left\{ (1,1 - n_q) \cdot \left[ n_q + (1 - n_q) \operatorname{sen}^{3/2} \left( \frac{\theta}{2} \right) \right] \right\}^{1/2} \quad (2-43)$$

que se ajusta a los datos experimentales obtenidos con ángulos de  $22,5^\circ$ ;  $45^\circ$  y  $90^\circ$ , en un  $\pm 3\%$ . Hager incluye también en su trabajo un ejemplo de aplicación para una unión de canales de 6 m de ancho y una pendiente de fondo de 0,01 que tienen caudales de 30 y 50  $\text{m}^3/\text{s}$  aguas arriba y aguas abajo de la unión, respectivamente.

## 2.7 COMBINACIÓN DEL FLUJO: PATRONES DE FLUJO

### 2.7.1 Zona de separación y coeficiente de contracción

Si bien Webber y Greated (1966) describieron la zona de separación que se genera a partir de la esquina de aguas abajo de la unión, no se tuvo en cuenta coeficiente de contracción alguno en el análisis teórico del flujo en la unión. En cambio, trataron de definir la frontera de esta zona de separación para diseñar una unión con un perfil hidráulico óptimo.

Hager (1989) es el único que incluye un coeficiente de contracción,  $C_c$ , en su análisis teórico, que es función de la relación de caudales,  $n_q$  y de la relación entre los calados aguas arriba y aguas abajo de la unión,  $n_y$ , según la ecuación (2-38) presentada anteriormente.

## 2.8 COMBINACIÓN DEL FLUJO: Influencia del ángulo del ramal

Webber y Greated (1966) estudiaron la influencia en el ángulo del ramal en un rango comprendido entre  $30^\circ$  y  $90^\circ$ . Los datos obtenidos indicaron que las mayores diferencias de calados entre las secciones de aguas arriba y aguas abajo de la unión y en las pérdidas de energía están asociadas a mayores ángulos de intersección.

Hager (1989) estudió uniones con ángulos de  $22,5^\circ$ ;  $45^\circ$  y  $90^\circ$  y encontró que la influencia del ángulo de entrada del ramal es máxima cuando el cociente de caudales aguas arriba y aguas abajo de la unión es 0 y mínima cuando es más próxima a 1. Más concretamente, para  $Q_u/Q_d = 0$  la relación de calados  $n_y^*$  varía de 1,28 a 1,74 para los ángulos de  $22,5^\circ$  a  $90^\circ$  respectivamente y para  $Q_u/Q_d = 0,85$  es prácticamente igual a 1,45 para cualquier ángulo de entrada del ramal.

## 2.9 TRATAMIENTO DE LAS UNIONES EN REDES DE ALCANTARILLADO

Yen (1986) realiza un resumen de la hidráulica de redes de alcantarillado, describe las características del flujo y el tratamiento de las uniones en una red de alcantarillado. Yen dedica también un extenso capítulo a la descripción de la simulación matemática del flujo en una red de alcantarillado. Con respecto a las uniones, a efectos de un análisis hidráulico, las clasifica en cuanto a la geometría en:

- Unión de un conducto (extremo aguas arriba o aguas abajo de la red).
- Unión de dos conductos: un conducto de entrada, uno de salida.
- Unión de tres conductos.
  - Concurrente: dos conductos de entrada, uno de salida.
  - Divergente: un conducto de entrada, dos de salida.
- Unión de cuatro conductos.
  - Concurrente: tres conductos de entrada, uno de salida.
  - Divergente: un conducto de entrada, tres de salida.
  - Concurrente y divergente: dos conductos de entrada, dos de salida.

En cuanto al flujo de los conductos concurrentes en:

- Unión a lámina libre (con todos los conductos concurrentes a lámina libre).
- Unión a presión (con todos los conductos concurrentes a presión).
- Unión parcialmente a presión (con algunos conductos concurrentes a presión).

En cuanto a la importancia del almacenamiento en la unión sobre el flujo en:

- Unión de almacenamiento.
- Unión puntual.

Yen destaca que la característica más importante de una unión es que impone efectos de reflujo en los conductos conectados a ella. Una unión provee además de un volumen de almacenamiento temporal, redistribución y disipación de energía, mezcla y transferencia de cantidad de movimiento del flujo y del sedimento y de los contaminantes que lleva. Una detallada descripción hidráulica del flujo en una unión es complicada debido al alto grado de mezcla, separación, turbulencia y pérdidas de energía, pero sin embargo una correcta representación de la hidráulica de la unión es importante en una simulación realista y un cálculo fiable del flujo en un sistema de alcantarillado.

Como ecuaciones hidráulicas de la unión, se presentan la ecuación de continuidad:

$$\sum Q_i + Q_j = \frac{ds}{dt} \quad (2-44)$$

donde  $Q_i$  es el caudal que entra o sale de la unión por el conducto  $i$ -ésimo, siendo positivo para flujo entrante y negativo para flujo saliente;  $Q_j$  representa la entrada de caudal variable en el tiempo (positivo) o salida por bombeo o rebosamiento (negativo) de la unión;  $s$  es el almacenamiento en la unión y  $t$  el tiempo. La ecuación de conservación de la energía en la unión para análisis unidimensional es:

$$\sum Q_i \left( \frac{V_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\gamma} + z_i \right) + Q_j H_j = s \frac{dH}{dt} + \sum Q_i K_i \frac{V_i}{2g} \quad (2-45)$$

donde  $z_i$ ,  $p_i$  y  $V_i$  son la cota del conducto, la presión y la velocidad del flujo en el extremo del conducto  $i$ -ésimo donde se une con la unión, respectivamente;  $H_j$  es la entrada de energía neta por unidad de volumen del caudal directo expresada en altura de columna de agua;  $K_i$  el coeficiente de pérdida de

carga de entrada o salida del conducto  $i$ -ésimo;  $H$  el nivel de agua en la unión y  $g$  la aceleración gravitatoria. El primer término es la suma algebraica de las entradas y salidas de potencia en los conductos. El segundo término a la izquierda de la ecuación es la potencia neta aportada por el caudal directo. El primer término a la derecha del signo igual es la energía potencial almacenada en la unión por unidad de tiempo, como incremento en el nivel de agua en la misma. El último término es la pérdida de potencia en la unión.

*Uniones de almacenamiento:* en una unión de almacenamiento, la capacidad de almacenamiento de la unión es relativamente grande comparada con el caudal que pasa por ella e hidráulicamente se comporta como un depósito. Tanto la ecuación de la energía como la de la cantidad de movimiento se pueden usar como ecuación dinámica de la unión. Si se puede determinar el coeficiente de pérdida de carga  $K_i$  es apropiado el uso de la ecuación de la energía. Por otro lado, si la presión en el contorno de la unión puede determinarse, la ecuación de la cantidad de movimiento también es aplicable, aunque debe conocerse exactamente la geometría del contorno sobre la que actúa la presión. Se considera entonces que usualmente puede hacerse una estimación razonable del coeficiente de pérdida de carga  $K_i$ . Aplicando el principio de conservación de la energía entre el conducto  $i$  y la unión, podemos obtener la siguiente ecuación:

$$(1 - K_i) \frac{V_i^2}{2g} + \frac{p_i}{\gamma} + z_1 = H \quad (2-46)$$

Si el almacenamiento en la unión es tan grande que se comporta como un depósito, toda la energía de velocidad se pierde en el depósito y  $K_i = 1$ .

*Uniones puntuales:* En una unión puntual la capacidad de almacenamiento se desprecia y la unión se trata como un simple punto de confluencia, por lo tanto la ecuación (2-44) se reduce a:

$$\sum Q_i + Q_j = 0 \quad (2-47)$$

Dado que la unión es tratada como un punto, la condición dinámica en la unión se representa usualmente por una condición de compatibilidad cinemática de superficie de agua común para todos los conductos que confluyen sin caída libre.

## 2.10 RESUMEN Y CONCLUSIONES

### *División del flujo*

Se destaca en primer lugar la ausencia de estudios sobre la división del flujo en cruces de calles. Sólo existen antecedentes de los temas de división del flujo por un lado y combinación del flujo por el otro en bifurcaciones en "T" de canales. Es meritorio el trabajo llevado a cabo por Taylor (1944) tanto en el estudio de la división como en el de la combinación del flujo. El enfoque de Taylor, aunque simplista, sirvió de impulso inicial al estudio de estos importantes temas de la hidráulica. Con respecto a los enfoques teóricos del tema de la división del flujo, Taylor determinó cuáles eran las variables involucradas y, aunque no realizó un análisis teórico, sí encontró una relación entre las variables basada en experiencias propias. Los datos experimentales fueron presentados como relaciones de calados contra relaciones de caudales en el canal principal y el ramal y, basándose en ellas, propuso un útil método gráfico para solucionar problemas de división del flujo en bifurcaciones en "T" a 90° de canales rectangulares.

El siguiente trabajo en orden cronológico es el presentado por Grace (1958), según Law y Reynolds (1966), que estudió la división del flujo en bifurcaciones en "T" de canales rectangulares con diferentes relaciones de anchos y ángulos entre el canal principal y el ramal. Law y Reynolds (1966), por su parte, plantearon un análisis teórico considerando una línea divisoria del flujo entre el canal

principal y el ramal, que comienza en el canal principal y finaliza en la esquina aguas abajo de la bifurcación (figura 2-6). Con este esquema aplicaron el principio de conservación de la cantidad de movimiento en el canal principal y en el ramal, considerando un coeficiente de contracción en el ramal y el principio de conservación de la energía en el canal principal. Basándose en sus experiencias, encuentran que estos planteamientos teóricos son válidos sólo para números de Froude de entrada menores a 0,6 y estiman que la fuente de error probable en el resto de casos, es la hipótesis de distribución de presiones hidrostática sobre la línea divisoria. Finalmente, extienden el análisis teórico a diferentes ángulos del ramal y relaciones de anchos, aplicando los resultados experimentales de Grace.

Lakshmana Rao y Sridharan (1967) realizaron un análisis dimensional y detallaron todas las variables involucradas en el estudio del comportamiento hidráulico de una bifurcación. Encontraron una relación entre el cociente de dos de los tres caudales y el número de Froude del flujo en la prolongación del canal principal. Realizaron un estudio experimental para diferentes relaciones de anchos y ángulos de salida del ramal, a partir de datos propios. Por consideraciones de energía, llegan a una relación teórica entre el número de Froude del flujo aguas arriba y aguas abajo de la bifurcación. Finalmente, desarrollan un método para calcular la división del flujo en bifurcaciones con relaciones de ancho entre 0,25 y 1 y ángulos entre 30° y 90°.

Ramamurthy y Satish (1988) utilizan un enfoque similar al de Law y Reynolds en cuanto a la aplicación de un coeficiente de contracción y a la división física de las corrientes de agua de ambos canales, pero éstos la asimilan a una salida dirigida tipo partididor. Ramamurthy y Satish asumen condiciones de flujo aproximadamente críticas a la entrada del ramal. Aplicando los principios de conservación de la energía y de la cantidad de movimiento encuentran relaciones entre el número de Froude del flujo en el canal principal aguas arriba y aguas abajo del ramal, el coeficiente de contracción, el cociente de caudales y el cociente entre los anchos del ramal y del canal principal. Estas relaciones se comprueban con los datos experimentales propios para casos en los que la relación entre el ancho del canal principal y el del ramal es menor que 1, el número de Froude del flujo de salida del canal principal es menor que 0,7 y el número de Froude en el ramal aguas abajo de la contracción es mayor que 0,35. Más tarde, la mejora que presentaron Ramamurthy et al. (1990) fue la de encontrar una relación entre el cociente de los caudales y el cociente de los calados en el canal principal aguas arriba y aguas abajo del ramal que sirve para calcular la división del flujo cuando el número de Froude en el canal principal es menor a 0,75 y que es aplicable para todo tipo de flujo en el ramal.

Shettar y Murthy (1996) utilizaron un modelo numérico bidimensional para simular el flujo en bifurcaciones de canales. Basándose en consideraciones energéticas, utilizaron su modelo numérico para verificar las fórmulas de los coeficientes de pérdida de carga propuestas por Hager (1983), según Shettar y Murthy (1996), para flujo en conductos a presión. Aplicando el modelo numérico a los resultados de autores anteriores y a experiencias propias encuentran que sus resultados “representan aproximadamente los datos medios de los ensayos donde el flujo es subcrítico en el ramal”, lo que restringe en gran medida la aplicación de estos resultados; además, observando la elevada dispersión de los datos experimentales, esa comprobación resulta muy poco satisfactoria.

Como comentario a los antecedentes en el tema de división del flujo hay que destacar que en todos los casos se estudió el problema con flujo de aproximación en el canal principal subcrítico. En general, vemos que se tiende a aplicar el principio de conservación de la cantidad de movimiento, no sin antes recurrir a fuertes asunciones que se alejan cada vez más de la realidad a medida que el flujo es más rápido, por este motivo, en la mayoría de los planteamientos teóricos, si se superaba el valor de número de Froude del flujo de aproximación igual a 0,7, sus teorías dejaban de tener validez. Algunos autores, como Ramamurthy et al. (1988), imponen además como limitación que el flujo a la entrada del ramal sea crítico o que el número de Froude del flujo a la salida del ramal sea mayor a 0,35 para que sus argumentos teóricos sean válidos, hecho que limita aún más la aplicación de sus resultados.

Con respecto a los patrones de flujo observados, Law y Reynolds (1966) realizaron una muy completa descripción de los fenómenos hidráulicos que acompañan a la división del flujo. Ellos fueron los primeros en darle importancia a la zona de separación y recirculación, cuantificándola en un ancho máximo de más de la mitad del ancho en el ramal y una longitud de hasta la salida, lo que significa más de 9 veces el ancho del ramal, teniendo en cuenta que el ancho y longitud del mismo eran de 20 y 180 cm, respectivamente. En cuanto a las dimensiones de esta zona en la prolongación del canal principal, éstas son mucho menores, llegando a una longitud máxima de 3 veces el ancho del canal y un ancho máximo de una tercera parte del ancho del canal. Debido a la presencia de esta zona, se vieron obligados a aplicar un coeficiente de contracción a la entrada del ramal. Además acusaron la existencia de perturbaciones superficiales cuando el número de Froude en el canal principal es mayor a 0,7 y una discontinuidad en la esquina de aguas arriba de la bifurcación del otro lado de la cual el calado puede llegar a ser de una sexta parte el calado en la bifurcación. Lakshmana Rao y Sridharan (1967) describieron en forma cualitativa además de la zona de separación y recirculación, la formación de ondas cruzadas en el ramal a continuación de esa zona. La longitud observada de la zona de recirculación llegó a ser de hasta 6 veces el ancho del ramal. Ramamurthy y Satish (1988) describieron los mismos fenómenos pero no realizaron aportaciones cuantitativas de importancia. Más tarde, Ramamurthy et al. (1990) agregaron a los fenómenos anteriores, la existencia de ondas en la zona de la bifurcación. Neary y Odgaard (1993) estudiaron por su parte la estructura del flujo en la bifurcación, destacando su naturaleza tridimensional y asimilando su comportamiento al del flujo en una curva.

Con respecto a los dispositivos experimentales utilizados en las experiencias con bifurcaciones, Taylor (1944) utiliza un dispositivo experimental con canales de 10 cm de ancho y luego presenta un ejemplo práctico de aplicación en canales de 3 m de ancho. Law y Reynolds (1966) por su parte utilizaron un dispositivo de 20 cm de ancho. Lakshmana Rao y Sridharan (1967) realizaron sus estudios en bifurcaciones de 61,0 cm de ancho de canal principal y de 15,2 a 61,0 cm de ancho del ramal, abarcando números de Froude del flujo en el ramal de 0,55 a 0,98, en tanto que el procedimiento propuesto no depende de las medidas de los canales. Ramamurthy y Satish (1988) y Ramamurthy et al. (1990) obtuvieron sus resultados en canales de 25,4 cm de ancho. Neary y Odgaard (1993) utilizaron un canal de 1,2 m de ancho, el más ancho de los utilizados para estos estudios, con un ramal de 0,61 m de ancho, pero los estudios abarcaron rangos de números de Froude entre 0,04 y 0,11 en el ramal y entre 0,13 y 0,23 en el canal principal, con calados menores de 20 cm. Vemos cómo los autores han ido progresivamente aumentando el ancho de los dispositivos experimentales empleados, probablemente para evitar un posible efecto de escala, ocasionado por la mayor influencia relativa de la tensión superficial del fluido y de los efectos de las paredes en dispositivos en los cuales se desarrollan flujos de pequeños calados y pequeñas velocidades.

### *Combinación del flujo*

En el tema de la combinación del flujo, Taylor (1944) basó su enfoque teórico en la aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento, con la cual logra obtener una relación entre el cociente de caudales, el cociente de calados, el ángulo del ramal y una constante  $k_3$  igual al cociente entre la altura de velocidad y el calado aguas abajo de la unión. En la aplicación de este principio en la dirección del canal principal, Taylor considera que la fuerza de reacción en la pared del ramal es igual y opuesta a la fuerza que ejerce el flujo del ramal, asunción sólo válida cuando  $\sin \theta = \cos \theta$ , es decir cuando  $\theta = 45^\circ$  ó  $135^\circ$ . Es posible que por ese motivo Taylor haya llevado a cabo experiencias sólo con ángulos del ramal de  $45^\circ$  y  $135^\circ$ , encontrando una concordancia entre la teoría y los resultados experimentales sólo para un ángulo de  $45^\circ$ , lo que respalda las hipótesis asumidas de flujo unidimensional aguas arriba y aguas abajo de la unión, fricción en las paredes despreciable y calados iguales inmediatamente aguas arriba de la unión en los dos canales de entrada. La falta de concordancia en los ensayos con ángulo de entrada de  $135^\circ$  parece lógica si se piensa que en el fenómeno de dos masas de agua chocándose entre sí casi de frente, es difícil mantener las hipótesis asumidas por Taylor.

Webber y Greated (1966) basaron su análisis en la consideración de los principios de conservación de la cantidad de movimiento y de la energía en la unión a través de las cuales obtuvieron una relación

entre el cociente de los calados aguas arriba y abajo de la unión, el cociente de caudales, el ángulo que forma el ramal con el canal principal y el número de Froude del flujo de salida de la unión. Esta relación se verifica con los resultados experimentales si se la afecta por un coeficiente de corrección. Los ángulos de ramales estudiados fueron de 30°, 60° y 90°. Mencionan como importantes limitaciones la influencia de la forma del canal y el efecto de escala en las experiencias. Aunque no lo incluyen explícitamente, se deduce de sus resultados que el número de Froude máximo de validez de su teoría es 0,6.

Ramamurthy et al. (1988) estudiaron el aumento del calado aguas arriba de la unión, para lo cual consideraron el principio de conservación de la cantidad de movimiento incluyendo la aportación de flujo de cantidad de movimiento del ramal al canal principal. Sus estudios son válidos sólo para condiciones de flujo crítico y no sumergido aguas abajo de la unión y cuando la relación entre el caudal del ramal y el del canal principal está comprendida entre 0,3 y 1,5. Para estas condiciones es posible calcular el calado aguas arriba de la unión, como función del cociente de caudales y del calado crítico aguas abajo de la unión. Más tarde, Ramamurthy et al. (1994) realizaron otro estudio sobre el aumento del calado en la zona de la unión, pero considerando esta vez el principio de conservación de la energía. Al analizar las pérdidas de energía, vieron que podían ser despreciables por varios motivos, por lo que la conclusión a la que llegaron estos autores fue que el calado máximo en la unión es igual a 1,5 veces el calado crítico que se produce aguas abajo de la unión, que es igual a la energía específica en ese lugar.

Hager (1989), por su parte, estudió el problema de la combinación del flujo cuando existe un cambio de régimen de subcrítico aguas arriba a supercrítico aguas abajo de la unión, hecho posible sólo si el caudal lateral es mayor al 15 % del caudal total. Los estudios se llevaron a cabo con ángulos de 22,5°, 45° y 90°. Considerando el principio de conservación de la energía y utilizando un coeficiente de contracción, encontró una relación entre el cociente de caudales y el ángulo de incidencia del ramal, que se ajustó a los resultados experimentales con una cierta tolerancia.

Con respecto a los antecedentes en el tema de combinación del flujo, todos los autores están de acuerdo en que las hipótesis de Taylor (1944) de iguales calados y flujos paralelos aguas arriba de la unión son válidas, al menos en canales horizontales y con flujo subcrítico. La hipótesis de Taylor de que la fricción en las paredes es despreciable comparada con otras fuerzas involucradas es aceptada por todos los autores excepto por Webber y Greated (1966) que la ponen en duda a la luz de sus experiencias e incluyen un factor de corrección. Esta última discrepancia se entiende teniendo en cuenta que Webber y Greated utilizan un planteamiento teórico basado en el principio de conservación de la energía. La simplificación hecha por Taylor de la fuerza de reacción de la pared del ramal fue una cuestión bastante criticada por muchos de los autores. Los límites de aplicación en términos de números de Froude no se incluyen explícitamente ya que los análisis no dependen de un número de Froude determinado sino de relaciones entre cocientes de caudales y cocientes de calados, pero las experiencias se llevaron a cabo todas con flujo de aproximación en régimen subcrítico, aunque tanto Ramamurthy et al. (1988 y 1994) como Hager (1989) consideran condiciones críticas y supercríticas aguas abajo de la unión. Sí se encontraron límites de aplicación en términos de cociente de caudales que fueron entre 0,3 y 1,5 en el caso de Ramamurthy et al. (1988) y entre 0 y 0,85 en el de Hager.

Con respecto a los patrones de flujo en combinación del flujo, Webber y Greated (1966) describieron la zona de separación que se genera a partir de la esquina de aguas abajo de la unión. La definición de los límites de ésta fue utilizada para diseñar una unión con un perfil hidráulico óptimo. Hager (1989), aceptando el hecho de la existencia de una zona de separación, utilizó en su planteamiento teórico un coeficiente de contracción.

En cuanto a los dispositivos experimentales en combinación del flujo, podemos comentar que los resultados de Webber y Greated (1966) fueron obtenidos con un dispositivo de 12,5 cm de ancho y se estudiaron ángulos de 30°, 60° y 90°. El número de Reynolds mínimo efectivo obtenido, calculado por  $R = V \cdot y / \nu$ , siendo  $V$ ,  $y$  y  $\nu$  la velocidad media, el calado medio y la viscosidad cinemática, respectivamente, fue de 3000. Ramamurthy et al. (1988 y 1994) utilizaron canales de 24,8 cm de

ancho. Hager (1989), por su parte, construyó todo su dispositivo dentro de un canal de laboratorio de 50 cm de ancho, con lo cual los canales quedaron de 9,6 cm de ancho. Estudió ángulos de 22,5°; 45° y 90° con caudales de 2 a 13 litros/seg.

Con respecto a las experiencias en general, todos los estudios citados utilizaron datos experimentales propios, algunos también de otros autores, para validar sus hipótesis y formulaciones. Todos los canales experimentales se construyeron horizontales y algunos son tan pequeños, como el de Hager (1989), de 9,6 cm de ancho, que resulta difícil creer sus resultados no estén afectados por efectos de escala, hecho que el autor ni siquiera menciona. El dispositivo de Taylor (1944) también es muy pequeño, 10 cm de ancho, aunque por ser el primero no deja de ser meritorio. Además, cabe acotar que los dispositivos experimentales no respondieron a prototipos determinados, sino que tuvieron geometrías genéricas, siendo los resultados aplicables a los casos en los cuales, a criterio del investigador, exista una determinada semejanza con su problema. Una mención hay que hacer con respecto a las relaciones ancho/calado, que en todos los casos son del orden de 1, podríamos decir en un rango de 0,5 a 2, llegando excepcionalmente a 6 en el caso de Neary y Odgaard (1993), aunque el flujo estudiado por estos autores poseía números de Froude no mayores de 0,11 en el ramal y de 0,23 en el canal principal.

Yen (1986) estudió el tratamiento teórico y numérico de las redes de alcantarillado y realizó una completa clasificación tanto de las geometrías como de las tipologías de flujo que se pueden encontrar. Estos antecedentes son útiles como un ejemplo de clasificación y tratamiento teórico del tema de uniones y planteamiento de resolución numérica del flujo en las mismas.

Tanto en los análisis teóricos del tema de combinación del flujo como en los de división del flujo, se llega de una manera u otra, con un enfoque u otro, a relaciones entre cocientes de caudales y números de Froude o relaciones entre calados en alguna o algunas secciones determinadas cerca de la unión o bifurcación, además de alguna otra variable que depende del enfoque utilizado y de las hipótesis planteadas. Este hecho y la cantidad de experiencias que avalan cada enfoque teórico, demuestran que los fenómenos que se producen en las bifurcaciones y en las uniones son fenómenos en los que las fuerzas de gravedad tienen una preponderancia indiscutible y no hay ningún motivo para pensar que no pueda tenerla en el estudio de los cruces de calles.

# CAPÍTULO 3

## *Ecuaciones básicas para el estudio del flujo unidimensional en lámina libre*

### 3.1 INTRODUCCIÓN

Las ecuaciones básicas que describen el flujo en lámina libre son la de continuidad y la de equilibrio dinámico, esta última derivada de la segunda ley de Newton. En este capítulo se deducirán estas ecuaciones considerando flujos unidimensionales. En este tipo de flujo, la velocidad sólo tiene componente en la dirección del eje del conducto. También se presentan las aproximaciones de la ecuación de equilibrio dinámico así como la teoría de la onda cinemática aplicada al problema del “overland flow”, que se utilizará para simular el proceso de transformación lluvia-escorrentía en la cuenca urbana objeto de estudio.

### 3.2 ECUACIONES QUE GOBIERNAN EL FLUJO UNIDIMENSIONAL

Para definir las condiciones del flujo en la sección transversal de un conducto son suficientes dos variables, el calado y la velocidad o el calado y el caudal. Por lo tanto, se precisan dos ecuaciones para resolver cualquier situación de flujo. La ecuación de la continuidad y la ecuación de equilibrio dinámico se usan con este propósito. Estas dos ecuaciones se conocen con el nombre de ecuaciones de Saint-Venant. En ellas se hacen las siguientes suposiciones (Cunge et al., 1980):

- El flujo es gradualmente variable, es decir que la distribución de la presión en la dirección vertical es hidrostática. Esto es válido cuando las líneas de corriente son aproximadamente rectilíneas y paralelas, por lo que las componentes verticales de velocidad y aceleración del flujo son despreciables.
- La pendiente del conducto es pequeña, de manera que los calados medidos normales al fondo del conducto y medidos en forma vertical sean aproximadamente iguales ( $\cos \varphi \cong 1$  y  $\sin \varphi \cong \text{tg } \varphi$ , siendo  $\varphi$  el ángulo que forma el fondo del conducto con la horizontal).
- La velocidad del flujo en toda la sección transversal del conducto es uniforme, lo que implica que el coeficiente de Boussinesq,  $\beta$ , sea igual a 1. Además, la lámina de agua es horizontal a lo largo de la sección transversal del conducto.
- Las pérdidas de energía en flujo no permanente se pueden simular con las leyes de resistencia del flujo permanente, tales como las ecuaciones de Manning y Chezy.

### 3.2.1 La ecuación de la continuidad

La ecuación de la continuidad es una afirmación de la ley de conservación de masa. En canales, dado que tratamos con flujos incompresibles, esta ecuación es relativamente simple. En el movimiento no permanente de fluidos incompresibles, si consideramos un tramo de canal entre dos secciones (figura 3-1), la ley de conservación de la masa dice que el caudal neto que sale de los contornos del tramo es igual a la variación de almacenamiento dentro de esos contornos.

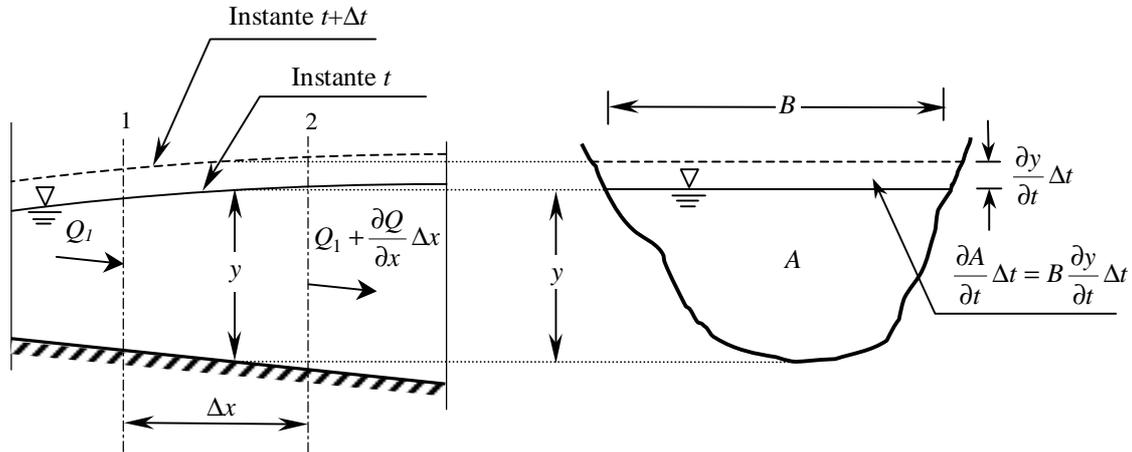


Figura 3-1: Esquema para la deducción de la ecuación de la continuidad

De la figura 3-1 se desprende que el caudal neto saliente del volumen de control en el tiempo  $\Delta t$  es:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} \cdot \Delta x \cdot \Delta t \quad (3-1)$$

Por otro lado, la disminución del almacenamiento en el volumen de control considerado en el mismo lapso de tiempo es:

$$-\frac{\partial A}{\partial t} \Delta t \cdot \Delta x \quad (3-2)$$

Debido a que el agua es incompresible, tiene que ser la expresión (3-1) igual a la (3-2), que simplificando queda:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \quad (3-3)$$

que es la ecuación de la continuidad para flujo no permanente en lámina libre. En el caso de existir una entrada o salida de caudal lateral en una cantidad  $q_L$  por unidad de longitud, la ecuación (3-3) quedaría modificada como:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = \pm q_L \quad (3-4)$$

El caudal lateral puede deberse a infiltración, evaporación o a flujos de entrada o salida hacia o desde el interior del canal y se considera positivo cuando es entrante y negativo cuando es saliente. Si el flujo es permanente, se puede escribir la ecuación (3-3) como:

$$Q = A_1V_1 = A_2V_2 = \text{constante} \tag{3-5}$$

Nótese que  $\frac{\partial Q}{\partial x} = \frac{\partial(AV)}{\partial x}$ , por lo que la ecuación (3-3) puede quedar también escrita como:

$$A \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial A}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = 0 \tag{3-6}$$

Para un canal rectangular de ancho infinito, la ecuación (3-3) puede escribirse como:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial t} = 0 \tag{3-7}$$

donde  $q$  es el caudal por unidad de ancho. Esta expresión la introdujo por primera vez Saint-Venant (Chow, 1994).

### 3.2.2 La ecuación de equilibrio dinámico

La ecuación de equilibrio dinámico en un canal prismático deriva de la aplicación del principio de conservación de la cantidad de movimiento a un volumen de control comprendido entre dos secciones como se muestra en la figura 3-2.

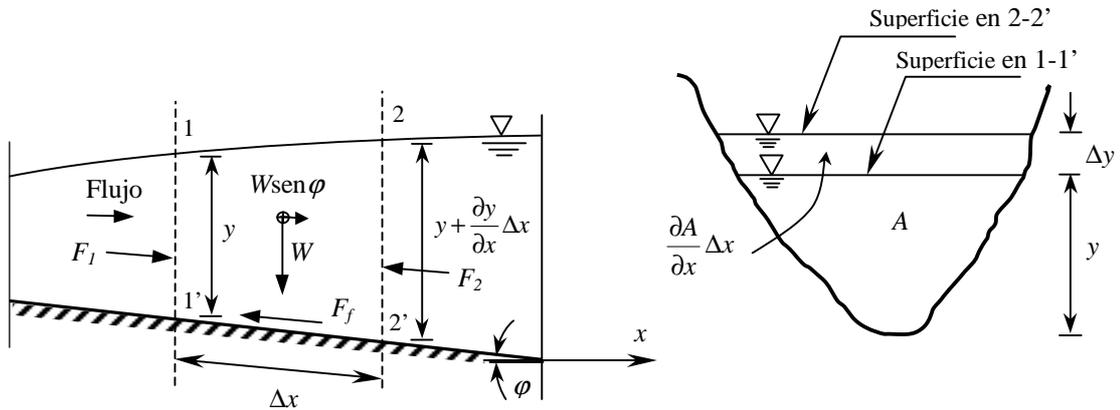


Figura 3-2: Esquema para la definición de la ecuación dinámica.

Dado que el flujo es gradualmente variable, se supone distribución de presión hidrostática. Las fuerzas que actúan sobre el volumen de control son:

$F_p$ , fuerza neta de presión en las secciones 1-1' y 2-2' =  $\gamma A \frac{\partial y}{\partial x} \Delta x$

$F_g$ , fuerza de gravedad, la componente del peso en la dirección "x" =  $\gamma A \Delta x \sin \phi$

$F_f$ , fuerza de fricción, la fuerza de corte sobre el perímetro =  $P \tau_0 \Delta x$

Donde  $\bar{P}$  es el perímetro mojado y  $\tau_0$  es la tensión de corte media que actúa sobre el contorno del flujo. Despreciando cantidades de segundo orden, la fuerza neta en la dirección "x", asumiendo pendientes reducidas, por lo que  $\sin \phi \cong \text{tg} \phi \cong S_0$ , se escribe:

$$F_{neta} = \gamma \left( -A \frac{\partial y}{\partial x} + AS_0 - \frac{P\tau_0}{\gamma A} A \right) \Delta x \quad (3-8)$$

El término  $P \cdot \tau_0 / \gamma A$ , es una cantidad adimensional que expresa la contribución de las fuerzas de fricción del cauce, que puede evaluarse a través ecuaciones propias de movimiento permanente, como la de Manning, haciéndolo igual a la pendiente de fricción,  $S_f$ . Entonces la fuerza neta quedaría como:

$$F_{neta} = \gamma \left( -A \frac{\partial y}{\partial x} + AS_0 - AS_f \right) \Delta x \quad (3-9)$$

El principio de conservación de la cantidad de movimiento para flujo no permanente dice que la fuerza neta externa sobre el volumen de control en una dirección determinada es igual a la tasa neta de flujo de salida de cantidad de movimiento en esa dirección, más la tasa temporal de incremento de la cantidad de movimiento en esa dirección en el volumen de control. Suponiendo el coeficiente de Boussinesq,  $\beta_1 = \beta_2 = 1,0$  y considerando la dirección "x", tenemos:

1. Flujo de cantidad de movimiento que entra a la sección 1-1' =  $M_1 = \rho AV^2 \beta_1$
2. Flujo de cantidad de movimiento que sale de la sección 2-2' =  $M_2 = \rho \left[ AV^2 + \frac{\partial}{\partial x} (AV^2) \Delta x \right] \beta_2$
3. La tasa temporal de incremento de la cantidad de movimiento en la dirección "x" en el volumen de control =  $M_U = \frac{\partial}{\partial t} (\rho AV \Delta x)$

Del principio de conservación de la cantidad de movimiento:

$$M_2 - M_1 + M_U = F_{neta} \quad (3-10)$$

Por lo tanto:

$$\frac{\partial}{\partial t} \left( \frac{\gamma}{g} AV \Delta x \right) + \frac{\gamma}{g} \frac{\partial}{\partial x} (AV^2) \Delta x = \gamma A \left( -\frac{\partial y}{\partial x} + S_0 - S_f \right) \Delta x \quad (3-11)$$

Dividiendo por  $\frac{\gamma}{g} \Delta x$  y simplificando:

$$\frac{\partial}{\partial t} (AV) + \frac{\partial}{\partial x} (AV^2) + gA \frac{\partial y}{\partial x} = gA(S_0 - S_f) \quad (3-12)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} + \frac{V}{A} \left( \frac{\partial A}{\partial t} + V \frac{\partial A}{\partial x} + A \frac{\partial V}{\partial x} \right) = g(S_0 - S_f)$$

Teniendo en cuenta la ecuación (3-6), el término entre paréntesis de la ecuación (3-12) es igual a 0, por lo que reordenando quedaría:

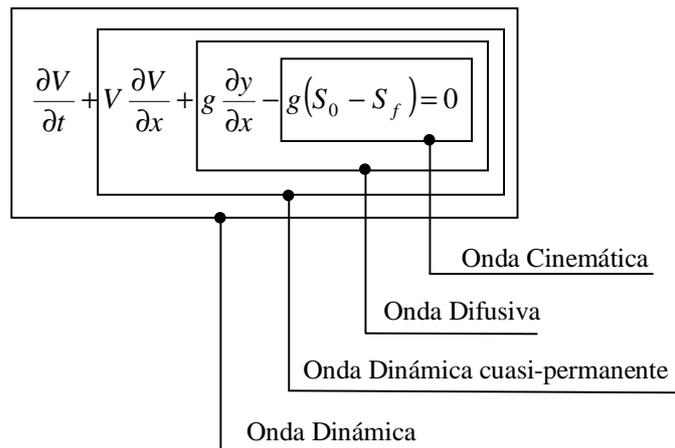
$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (3-13)$$

La ecuación de la continuidad (3-6) y la ecuación de equilibrio dinámico (3-13) para movimiento no permanente en lámina libre fueron desarrolladas por primera vez por Adhémar Jean Claude Barré de Saint-Venant (1871) y son conocidas comúnmente como ecuaciones de Saint-Venant. Estas ecuaciones en derivadas parciales, no lineales y de tipo hiperbólico, no son resolubles en forma

analítica excepto en ciertos casos muy simples. Sin embargo, existen métodos numéricos con los cuales puede llegarse a soluciones analíticas.

### 3.2.3 Aproximaciones a la solución de las ecuaciones de Saint-Venant

Debido a las dificultades de resolución numérica de las ecuaciones (3-6) y (3-13), se han venido usando expresiones simplificadas de dichas ecuaciones. Los métodos aproximados más habituales, en función de los términos de la ecuación de equilibrio dinámico que se consideran, son los siguientes:



Todas estas aproximaciones incluyen también la ecuación de la continuidad tal y como se expresa en la ecuación (3-6). La onda dinámica incluye todos los términos de la ecuación dinámica. En la aproximación de la onda dinámica cuasi-permanente se desprecia el término de variación local de la velocidad ( $\partial V/\partial t$ ) y en la aproximación de la onda difusiva se desprecian los términos inerciales ( $\partial V/\partial t$  y  $\partial V/\partial x$ ). Estas aproximaciones son poco utilizadas por suponer un escaso ahorro de tiempo de cálculo en ordenador frente a las ecuaciones completas (Gómez, 1988, 1992).

Finalmente tenemos la aproximación de la onda cinemática, en la que se desprecian los términos inerciales y de presión ( $\partial V/\partial t$ ;  $\partial V/\partial x$  y  $g \partial y/\partial x$ ).

### 3.3 TEORÍA DE LA ONDA CINEMÁTICA APLICADA AL “OVERLAND FLOW”

Aunque es una aproximación, el modelo de la onda cinemática ha demostrado ser una descripción bastante buena de los fenómenos físicos que ocurren cuando se desarrolla el “overland flow”. Se define como “overland flow” el flujo que se produce sobre superficies impermeables en áreas urbanas o sobre superficies naturales con delgadas capas de suelo y baja capacidad de infiltración, también llamado flujo superficial hortoniano (Horton, 1933, según Chow et al., 1988).

En pequeñas cuencas urbanas, la superficie puede asimilarse con bastante aproximación a planos inclinados impermeables de ancho teórico infinito, caracterizados por su pendiente, su rugosidad y su longitud en la dirección del flujo (figura 3-3). Un proceso hidrológico, como lo es el de transformación lluvia-escorrentía, puede simularse hidráulicamente a través del modelo de la onda cinemática, aplicando las ecuaciones para calcular el caudal a la salida de estos planos en régimen no permanente.

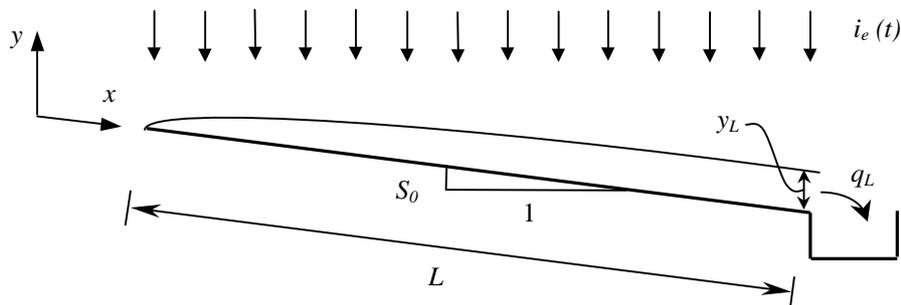


Figura 3-3: Esquema de plano impermeable con el que se simula el *overland flow* en un área urbana.

Considerando el análisis sobre un plano impermeable de ancho unitario, la ecuación de la continuidad para el estudio del “overland flow” quedaría como:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial q}{\partial x} = i_e \quad (3-14)$$

donde  $i_e$  es la lluvia neta y  $q$  el caudal unitario.

En el caso del “overland flow” algunos términos de la ecuación dinámica son insignificantes. Según Stephenson y Meadows (1986), en un plano con una pendiente de fondo de 0,01, los primeros tres términos de la ecuación dinámica (3-14) serían dos órdenes de magnitud inferiores a la pendiente de fondo si los calados son menores a 0,1 metro. Por consiguiente, para la mayoría de los problemas de “overland flow” esos términos pueden despreciarse. La inexactitud de las soluciones omitiendo estos términos fue evaluada por varios investigadores, entre ellos Woolhiser y Liggett (1967) (según Stephenson y Meadows, 1986) que investigaron la exactitud de la aproximación cinemática y encontraron que es muy buena si el número cinemático definido como:

$$k = \frac{S_0 \cdot L}{y_L \cdot F_L^2} \quad (3-15)$$

es mayor que 20 y razonable si es mayor a 10, siendo  $y_L$  el calado en el extremo aguas abajo de un plano de longitud  $L$  y pendiente  $S_0$  y  $F_L$  el número de Froude. Morris y Woolhiser (1980) y Woolhiser

(1981) (según Stephenson y Meadows, 1986) encontraron más tarde que se requiere también el siguiente criterio adicional:

$$kF_L^2 \geq 5 \quad (3-16)$$

La aproximación de la onda cinemática asume que los términos inerciales y de presión son despreciables, por lo que sólo se tienen en cuenta los términos de fricción con las paredes del conducto y la pendiente de la solera del conducto. La ecuación dinámica quedaría en esta aproximación como la siguiente:

$$S_0 = S_f \quad (3-17)$$

Lo que significa que para todo  $\Delta t$  y dentro de cada intervalo  $\Delta x$ , la superficie libre es paralela a la solera del conducto o superficie por donde se desarrolla el flujo, lo que equivale a considerar movimiento uniforme. La ecuación dinámica, por consiguiente, quedaría de la forma:

$$q = \alpha \cdot y^m \quad (3-18)$$

donde  $m$  es un coeficiente y  $\alpha$  una función de la rugosidad y de la pendiente de fondo. Si utilizamos la ecuación de Manning,  $m = 5/3$  y  $\alpha = S_0^{1/2}/n$ . Utilizando esta ecuación y sabiendo que  $i_e \cdot L = V_L \cdot y_L = q_L$ , podemos deducir el número cinemático,  $k$  en función de la lluvia neta,  $i_e$ , y el coeficiente de rugosidad de Manning,  $n$ :

$$k = 1,7 \cdot 10^6 \frac{n^{1,2} S_0^{0,4} L^{0,2}}{i_e^{0,8}} \quad (3-19)$$

Siendo las unidades de  $i_e$  [mm/h] y de  $L$  [m].

Debido a la eliminación de los términos de presión e inerciales, para resolver las ecuaciones de la onda cinemática es necesaria sólo una condición de contorno aguas arriba. Esta última afirmación será demostrada en el capítulo siguiente. En los modelos que aceptan esta aproximación, las perturbaciones del flujo sólo pueden propagarse en dirección aguas abajo y son incapaces de reproducir efectos de refluo. Esta limitación, que en conductos de pendiente suave puede ser importante, carece de importancia si deseamos usarlo como un módulo de transformación lluvia-escorrentía, para simular el tránsito de la escorrentía que se genera en tejados y superficies impermeables hasta los elementos de conducción.

Por la eliminación de los efectos de presión y de aceleraciones no existen mecanismos que puedan atenuar el pico de caudal del hidrograma de entrada. Sin embargo, los resultados numéricos indican una atenuación y distorsión de la onda, lo que en teoría no era posible. Estos efectos son debidos a un amortiguamiento numérico de la solución y no a una atenuación física. Valores de  $\Delta x$  y  $\Delta t$  grandes generan atenuaciones importantes, mientras que valores de  $\Delta x$  y  $\Delta t$  pequeños dan atenuaciones reducidas. Como la solución depende de la discretización empleada, ha habido intentos de elegir un  $\Delta x$  y  $\Delta t$  adecuado al problema a estudiar para ligar la atenuación numérica con la física, pero esto es posible sólo aproximadamente, puesto que el movimiento es variable en el tiempo y en el espacio, mientras que las discretizaciones son fijas (Gómez, 1988).



# CAPÍTULO 4

## *Métodos numéricos de resolución de las ecuaciones del flujo no permanente en lámina libre*

### 4.1 INTRODUCCIÓN

En el capítulo anterior se vió que el flujo unidimensional no permanente en lámina libre se describe a través de un sistema de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales no-lineales de tipo hiperbólico. Esas ecuaciones reflejan la conservación de la masa y de la cantidad de movimiento en términos de las derivadas parciales de las variables dependientes: la velocidad del flujo,  $V$  y el calado,  $y$ . Sin embargo, para aplicaciones prácticas, es necesario saber los valores de estas variables en lugar de sus derivadas, para lo cual hay que integrar esas ecuaciones. Debido a la presencia de términos no-lineales, no es posible obtener una solución analítica, excepto para casos muy simples. No obstante, varios métodos numéricos pueden aplicarse para obtener una solución numérica, los cuales necesitarán de adecuadas condiciones iniciales y de contorno. A continuación se describe una clasificación general de los métodos numéricos disponibles y luego se presentan los métodos de diferencias finitas. Se describe la aplicación del método de diferencia finitas explícitas para la resolución de las ecuaciones de la onda cinemática que se usarán para simular el proceso de transformación lluvia-escorrentía y un esquema explícito del método de diferencias finitas, el esquema de MacCormack, que se aplicará a la resolución de las ecuaciones completas de Saint-Venant para la simulación de la escorrentía en las calles. Debido a que el esquema de MacCormack no permite la resolución del flujo en los contornos, se utilizará sólo en esos puntos el esquema de intervalos específicos del método de las características que también será descrito en este capítulo.

### 4.2 CLASIFICACIÓN

La mayoría de los métodos de resolución numérica de ecuaciones diferenciales pueden clasificarse en los siguientes grupos:

- Método de las características.
- Métodos de diferencias finitas: explícitos e implícitos.
- Métodos de elementos finitos.
- Método de volúmenes finitos.

En el método de las características, las ecuaciones de Saint-Venant se transforman en dos ecuaciones en derivadas totales, válidas a lo largo de unas líneas del plano  $x-t$ , llamadas líneas características, y se resuelven mediante ecuaciones en diferencias finitas a lo largo de estas líneas. Una ventaja de este método es su facilidad para interpretar los fenómenos físicos. La principal desventaja es que las características del flujo en los puntos intermedios del plano  $x-t$  son difíciles de obtener exactamente, requiriendo tediosas técnicas de interpolación.

Los métodos de diferencias finitas calculan sobre una red de puntos fijos del plano  $x-t$  los valores de calado,  $y$  y velocidad,  $V$ , planteando directamente sobre dichos puntos las expresiones de las derivadas parciales. Según sea la forma de plantear esas derivadas existirán esquemas explícitos, en los cuales la resolución se realiza punto a punto, o implícitos, en los cuales para cada  $\Delta t$  se resuelven conjuntamente todos los puntos del conducto o red que se está estudiando. Dentro de los métodos de diferencias finitas explícitas existen diferentes esquemas, de los cuales podemos destacar: el difusivo, MacCormack, Lambda, Gabutti y otros muchos (Chaudhry, 1993).

El método de los elementos finitos consiste en dividir el conducto o red a resolver en un número de elementos, mientras las ecuaciones diferenciales se integran usando en general el método de residuos ponderados o de Galerkin, con ayuda de unas funciones de forma a lo largo de cada elemento. Pocos investigadores han usado los métodos de elementos finitos para resolver las ecuaciones de Saint-Venant. La razón principal por la cual no han sido muy usados es porque plantean algunos problemas con los términos convectivos, que requieren un tratamiento adicional especialmente en casos de flujos supercríticos (Chaudhry, 1993).

El método de los volúmenes finitos consiste en dividir el conducto en una serie de volúmenes de control en cada uno de los cuales se plantean las leyes de conservación de la masa y de la cantidad de movimiento, a través de los contornos, y con respecto a los volúmenes finitos que le rodean. Suelen ser formulados de manera explícita y en los últimos años se han utilizado con gran éxito (García Navarro et al., 1992).

En este capítulo describiremos brevemente los métodos que se utilizarán en este trabajo, que son el de diferencias finitas explícitas, el esquema de MacCormack que se encuentra dentro de este mismo método y el método de las características.

### 4.3 MÉTODOS NUMÉRICOS DE DIFERENCIAS FINITAS

En primer lugar introduciremos algunos términos que son comúnmente usados en las aplicaciones con diferencias finitas y se describirán brevemente los métodos explícitos e implícitos.

Para simplificar la presentación, vamos a considerar una función  $f(x)$  de una variable independiente,  $x$ . Vamos a suponer que el valor de la función  $f(x_0)$  en el punto  $x_0$  es conocido. Entonces, usando el desarrollo en serie de Taylor, la función  $f(x_0 + \Delta x)$  puede escribirse como:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \cdot f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + O(\Delta x)^3 \quad (4-1)$$

En donde la ' se refiere a la derivada primera con respecto a  $x$ , por ejemplo,  $f'(x_0) = dy/dx$  evaluada en  $x_0$  y  $O(\Delta x)^3$  indica los términos de tercer y mayor orden de  $\Delta x$ . Igualmente,  $f(x_0 - \Delta x)$  puede desarrollarse como:

$$f(x_0 - \Delta x) = f(x_0) - \Delta x \cdot f'(x_0) + \frac{(\Delta x)^2}{2!} f''(x_0) + O(\Delta x)^3 \quad (4-2)$$

La ecuación (4-1) puede escribirse como:

$$f(x_0 + \Delta x) = f(x_0) + \Delta x \cdot f'(x_0) + O(\Delta x)^2 \quad (4-3)$$

De la que se puede deducir:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4-4)$$

Igualmente, de la ecuación (4-2) podemos deducir:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} + O(\Delta x) \quad (4-5)$$

Despreciando los términos  $O(\Delta x)$  de las ecuaciones (4-4) y (4-5), obtenemos:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0)}{\Delta x} \quad (4-6)$$

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0) - f(x_0 - \Delta x)}{\Delta x} \quad (4-7)$$

La aproximación en diferencias finitas de la ecuación (4-6) se refiere a la *diferencia finita hacia delante* y la de la ecuación (4-7) se denomina *diferencia finita hacia atrás*. Nótese que en ambos casos se descartaron los términos de primer orden en  $\Delta x$ . Entonces, las aproximaciones en diferencias finitas hacia delante y hacia atrás se dice que son de exactitud de primer orden. Si ahora restamos la ecuación (4-2) de la (4-1), reordenando términos y dividiendo por  $\Delta x$ , nos queda:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} + O(\Delta x)^2 \quad (4-8)$$

Despreciando el último término, obtenemos:

$$\left. \frac{df}{dx} \right|_{x=x_0} = \frac{f(x_0 + \Delta x) - f(x_0 - \Delta x)}{2\Delta x} \quad (4-9)$$

Esta aproximación se conoce como aproximación en *diferencias finitas central*. Nótese que el término despreciado es de orden  $(\Delta x)^2$ , entonces, es de exactitud de segundo orden.

La figura 4-1 muestra una representación geométrica de las aproximaciones en diferencias finitas hacia delante, hacia atrás y central. La aproximación en diferencias finitas hacia delante reemplaza a la pendiente de la tangente a la curva en B por la pendiente de la línea BC, la aproximación hacia atrás reemplaza esta pendiente por la de la línea AB y la diferencia finita central la reemplaza por la pendiente de la cuerda AC. Queda claro de esta figura que la aproximación en diferencias finitas central es más exacta que las aproximaciones hacia delante o hacia atrás.

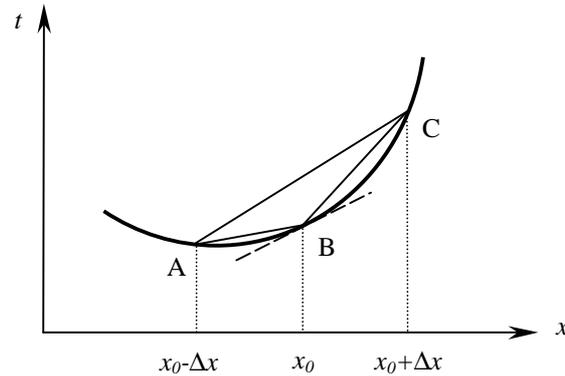


Figura 4-1: Aproximaciones en diferencias finitas.

Ahora, consideraremos las aproximaciones en diferencias finitas para derivadas parciales. Consideremos una función  $f(x,t)$  que tiene dos variables independientes:  $x$  y  $t$ . Podemos dividir el plano  $x-t$  en una malla como se muestra en la figura 4-2. El intervalo de la malla en el eje  $x$  es  $\Delta x$  y el intervalo de la malla en el eje  $t$  es  $\Delta t$ . Aunque ello no es necesario, vamos a considerar que el tamaño de la malla es uniforme a lo largo de los dos ejes. Llamaremos  $i$  al punto  $i\Delta x$  e  $i+1$  al punto  $(i+1)\Delta x$ . En el eje del tiempo, llamaremos  $k$  al punto  $k\Delta t$  y  $k+1$  al punto  $(k+1)\Delta t$ . Para referirnos a las diferentes variables de los puntos de esa malla, usaremos el número de malla espacial como subíndice y el de malla temporal como superíndice. Por ejemplo, el calado,  $y$ , en el punto de la malla espacial  $i$ -ésimo y el punto  $k$ -ésimo de la malla temporal se denominará  $y_i^k$ . Llamaremos al instante de tiempo conocido  $k$  y al instante de tiempo que es incógnita  $k+1$ . En el tiempo conocido  $k$ , entendemos que son conocidos todos los valores de las variables dependientes y queremos calcular sus valores en el instante de tiempo desconocido. Las condiciones conocidas pueden ser los valores especificados como condiciones iniciales o pueden haber sido calculados durante el incremento de tiempo previo. Las condiciones fijadas en el instante  $t = 0$  se denominan condiciones iniciales. Las condiciones fijadas en los extremos del conducto se denominan condiciones de borde o de contorno.

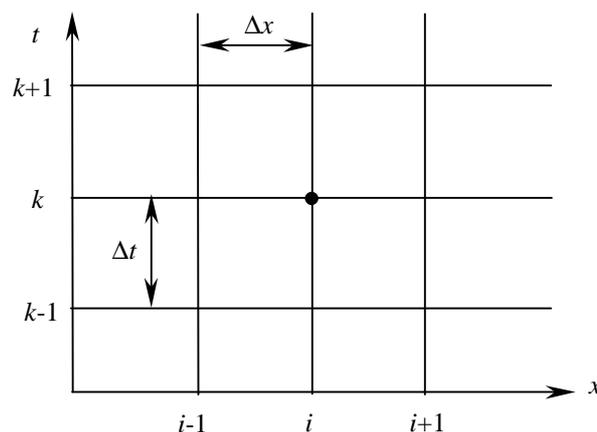


Figura 4-2: Definición de la malla para el método de diferencias finitas.

Existen varias posibilidades de aproximar derivadas parciales. Las derivadas espaciales que se reemplazan en términos de variables del instante de tiempo conocido se denominan *diferencias finitas explícitas*, mientras que aquellas que se refieren al instante de tiempo desconocido se llaman *diferencias finitas implícitas*. De este modo, si nos referimos a la figura 4-2, si  $k$  es el instante de tiempo conocido y  $k+1$  el instante de tiempo desconocido, algunas aproximaciones en diferencias

finitas típicas para la derivada parcial en el espacio,  $\partial f/\partial x$ , en el punto de la malla  $(i,k)$  serían las siguientes:

Diferencias finitas explícitas:

$$\text{Hacia atrás: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^k - f_{i-1}^k}{\Delta x}$$

$$\text{Hacia delante: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^k - f_i^k}{\Delta x} \quad (4-10)$$

$$\text{Centrales: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^k - f_{i-1}^k}{2\Delta x}$$

Diferencias finitas implícitas:

$$\text{Hacia atrás: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_i^{k+1} - f_{i-1}^{k+1}}{\Delta x}$$

$$\text{Hacia delante: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^{k+1} - f_i^{k+1}}{\Delta x} \quad (4-11)$$

$$\text{Centrales: } \frac{\partial f}{\partial x} = \frac{f_{i+1}^{k+1} - f_{i-1}^{k+1}}{2\Delta x}$$

Muchas otras aproximaciones en diferencias finitas son posibles si los valores de tres o más puntos de la malla se usan en el cálculo de las derivadas.

#### 4.3.1 Resolución de las ecuaciones de la onda cinemática

En capítulo anterior, habíamos comentado que el proceso de transformación lluvia-escorrentía puede simularse mediante la aplicación de la teoría de la onda cinemática al flujo sobre planos inclinados (figura 4-3).

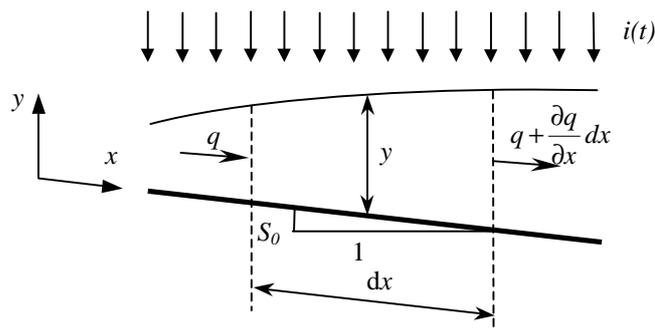


Figura 4-3: Características del flujo en un elemento diferencial de plano inclinado.

La ecuación de continuidad para *overland flow* sobre un plano inclinado impermeable como resultado de una lluvia de intensidad  $i(t)$  uniforme en el espacio, ecuación (3-19), también puede escribirse como:

$$\frac{\partial q}{\partial x} + \frac{\partial y}{\partial q} \frac{\partial q}{\partial t} = i \quad (4-12)$$

y la ecuación de fricción utilizando la ecuación de Manning quedaría escrita como:

$$q = \frac{y^{5/3} S_0^{1/2}}{n} \quad (4-13)$$

siendo  $S_0$  la pendiente del plano inclinado y  $n$  su rugosidad de Manning. La derivada del caudal unitario con respecto a  $y$  sería:

$$\frac{\partial q}{\partial y} = \frac{5}{3} \frac{y^{2/3} S_0^{1/2}}{n} = \frac{5}{3} \frac{q}{y} = \frac{5}{3} V = c \quad (4-14)$$

donde  $c$  se la denomina celeridad de la onda cinemática. La celeridad es la velocidad con que se propaga una onda de gravedad producto de una perturbación en el flujo. El hecho de que la celeridad de la onda cinemática sea igual a  $5/3$  de la velocidad del flujo demuestra que las perturbaciones siempre se propagan en la dirección del flujo. Por diferencias finitas, utilizando el esquema de la figura 4-4 (Chow et al., 1988), podemos plantear:

$$\begin{aligned} \frac{\partial q}{\partial x} &= \frac{q_{i+1}^{k+1} - q_i^{k+1}}{\Delta x} \\ \frac{\partial q}{\partial t} &= \frac{q_{i+1}^{k+1} - q_{i+1}^k}{\Delta t} \end{aligned} \quad (4-15)$$

que reemplazando en la ecuación de continuidad y despejando el valor que deseamos conocer nos da:

$$q_{i+1}^{k+1} = \frac{\left[ i \cdot \Delta x + q_i^{k+1} + \frac{3}{5} \frac{y}{q} q_{i+1}^k \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \right]}{\left[ 1 + \frac{3}{5} \frac{y}{q} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right]} \quad (4-16)$$

$$\text{Siendo: } y = \left( \frac{q \cdot n}{S_0^{1/2}} \right)^{3/5}; \quad q = \frac{q_{i+1}^k + q_i^{k+1}}{2}; \quad i = \frac{i_{i+1}^{k+1} + i_{i+1}^k}{2}$$

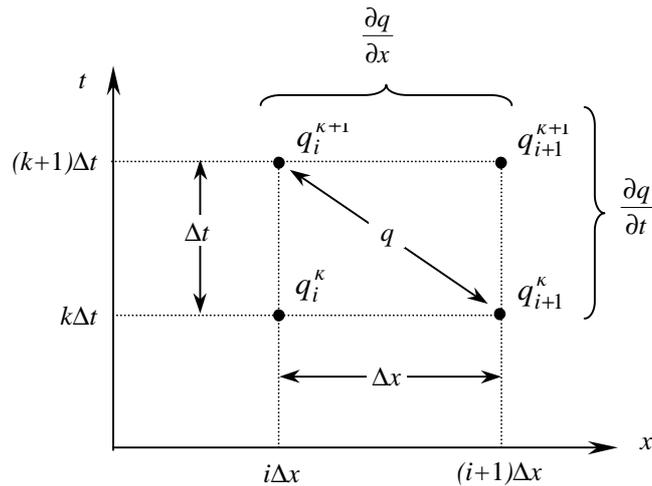


Figura 4-4: Esquema de malla en diferencias finitas para resolver las ecuaciones cinemáticas del *overland flow*.

#### 4.3.2 Esquema de MacCormack

Varios esquemas en diferencias finitas explícitas han sido propuestos para resolver sistemas de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales de tipo hiperbólico. Algunos de estos esquemas usan la forma conservativa de las ecuaciones del movimiento, otros usan la no-conservativa y otros pueden usar cualquiera de las dos.

##### Forma conservativa

Las ecuaciones que gobiernan el movimiento no permanente en un conducto prismático, en la forma conservativa, pueden escribirse en forma vectorial (Cunge et al., 1980) como:

$$U_t + F_x + S = 0 \quad (4-17)$$

En la cual:

$$U = \begin{pmatrix} A \\ VA \end{pmatrix}; F = \begin{pmatrix} VA \\ V^2 A + gI_1 \end{pmatrix}; S = \begin{pmatrix} 0 \\ -gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix} \quad (4-18)$$

e  $I_1$  es el momento del área de flujo con respecto a la superficie libre, que puede calcularse como  $\int_0^{y(x)} [y(x) - \eta] \sigma(\eta) d\eta$  en la cual  $\sigma$  es el ancho de la superficie mojada a la profundidad  $\eta$ .

Los esquemas difusivos y de MacCormack, por ejemplo, utilizan esta forma en la formulación de las ecuaciones en diferencias finitas.

##### Forma no-conservativa

La forma no-conservativa expresa directamente los resultados en términos de las variables que deseamos conocer, en este caso, la velocidad,  $V$  y el calado,  $y$ . Algunos esquemas que usan esta forma son: el difusivo, el Lambda y el de Gabutti (Chaudhry, 1993).

### Formulación general

El esquema de MacCormack es un esquema explícito predictor-corrector de dos pasos que tiene una aproximación de segundo orden en el espacio y el tiempo y que es capaz de simular los resaltos sin necesidad de aislarlos. Este esquema ha sido aplicado para analizar flujos unidimensionales en canales con movimiento no permanente por Fennema y Chaudhry (1986, 1987) y Dammuller et al. (1989) (según Chaudhry, 1993).

Para el flujo unidimensional, dos alternativas son posibles en este esquema. Una alternativa es usar las diferencias finitas hacia atrás para aproximar las derivadas parciales espaciales en la parte predictor y usar las diferencias finitas hacia delante en la parte correctora. La segunda alternativa es usar las diferencias finitas hacia delante para la parte predictor y las diferencias finitas hacia atrás para la parte correctora. Un procedimiento general recomendado es alternar la dirección de la diferenciación de un paso de tiempo al siguiente, por ejemplo, usando la primera alternativa durante un paso de tiempo, la segunda en el paso siguiente, la primera nuevamente en el subsiguiente y así sucesivamente. Algunas investigaciones demuestran que los mejores resultados se logran si la dirección de la diferenciación en el paso predictor es la misma que el movimiento del frente de onda (Chaudhry, 1993).

A continuación se presentan las aproximaciones en diferencias finitas para la primera alternativa de este esquema:

Paso Predictor:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^* - U_i^k}{\Delta t} \quad (4-19)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_i^k - F_{i-1}^k}{\Delta x}$$

Donde el superíndice \* se refiere a la variable calculada en la parte predictor. Sustituyendo estas diferencias en la ecuación (4-17) y simplificando queda:

$$U_i^* = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_i^k - F_{i-1}^k) - S_i^k \Delta t \quad (4-20)$$

El valor calculado de  $U_i^*$  da  $A^*$  y  $Q^*$ , de los cuales se pueden determinar los valores de  $V^*$  e  $y^*$ . Se calculan éstos para todos los puntos de la discretización. Estos valores son luego usados en la parte correctora para calcular  $F^*$  y  $S^*$ .

Paso Corrector:

$$\frac{\partial U}{\partial t} = \frac{U_i^{**} - U_i^k}{\Delta t} \quad (4-21)$$

$$\frac{\partial F}{\partial x} = \frac{F_{i+1}^* - F_i^*}{\Delta x}$$

Sustituyendo estas diferencias finitas y  $S = S_i^*$  en la ecuación (4-17), se obtiene:

$$U_i^{**} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1}^* - F_i^*) - S_i^* \Delta t \quad (4-22)$$

en los cuales el superíndice \*\* se refiere a los valores de las variables después del paso corrector. El valor de  $U_i$  en el instante de tiempo desconocido  $k+1$  está dado por:

$$U_i^{k+1} = \frac{1}{2}(U_i^* + U_i^{**}) \quad (4-23)$$

#### *Condiciones de contorno*

Las ecuaciones (4-20), (4-22) y (4-23) pueden usarse para calcular el calado y la velocidad en los puntos interiores. En los contornos, sin embargo, no pueden usarse estas ecuaciones, dado que no existen puntos fuera del dominio de cálculo. Existen diversos procedimientos para incluir los contornos en el cálculo. El método de las características con el esquema de intervalos específicos da resultados aceptables y será empleado aquí. Este esquema será presentado en el siguiente apartado.

La simulación de los puntos del contorno es por lo tanto de primer orden. Una controversia existe en cuanto a si esta simulación de primer orden de los puntos del contorno en un esquema de segundo orden afecta la exactitud global de los resultados calculados. MacCormack (1969), según Chaudhry (1993), afirma que si el orden de exactitud de las condiciones de los extremos es uno menor que la de los puntos interiores, la exactitud global de los resultados calculados no se ve perjudicada. Sin embargo, otros cuestionan la validez de esta afirmación (Chaudhry, 1993).

#### *Estabilidad del esquema*

El esquema de MacCormack es estable si el número de Courant,  $C_n$ , es menor o igual a 1, donde:

$$C_n = \frac{\text{velocidad de la onda real}}{\text{velocidad de la onda numérica}} = \frac{|V| + c}{\Delta x / \Delta t} \quad (4-24)$$

De esta forma, el intervalo de tiempo de cálculo depende de la discretización espacial de la malla, la velocidad del flujo y la celeridad, que es función del calado. Dado que el calado y la velocidad del flujo pueden cambiar significativamente durante el cálculo, es necesario reducir el tamaño del intervalo de tiempo para que el esquema sea estable. Esta condición se debe satisfacer en cada punto de la malla durante cada intervalo de cálculo.

### **4.3.3 Método de las características**

El método de las características fue originariamente un método gráfico desarrollado por Monge en 1789 para la integración de ecuaciones diferenciales en derivadas parciales. Este método fue usado con posterioridad por muchos otros autores, como Massau (1900), según Gómez (1988), para el estudio de problemas de flujo no permanente, tales como propagación de frentes de onda. El concepto de curvas características es muy útil para entender la propagación de las ondas y el desarrollo de condiciones de contorno para métodos de diferencias finitas explícitas.

Podemos reescribir las ecuaciones (3-6) y (3-13) que describen el movimiento del flujo en canales prismáticos sin flujo lateral como:

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{A}{b} \frac{\partial V}{\partial x} + V \frac{\partial y}{\partial x} = 0 \quad (4-25)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} = g(S_0 - S_f) \quad (4-26)$$

Multiplicando la (4-25) por un multiplicador desconocido,  $\lambda$ , sumándola a la (4-26) y reordenando términos, podemos obtener:

$$\left[ \frac{\partial V}{\partial t} + \left( V + \lambda \frac{A}{b} \right) \frac{\partial V}{\partial x} \right] + \lambda \left[ \frac{\partial y}{\partial t} + \left( V + \frac{g}{\lambda} \right) \frac{\partial y}{\partial x} \right] = g(S_0 - S_f) \quad (4-27)$$

Podemos escribir los términos que están entre corchetes como derivadas totales si definimos el multiplicador desconocido tal que:

$$V + \lambda \frac{A}{b} = \frac{dx}{dt} = V + \frac{g}{\lambda} \quad (4-28)$$

ó

$$\lambda_{1,2} = \pm \sqrt{\frac{gb}{A}} \quad (4-29)$$

con lo que:

$$\frac{\partial V}{\partial t} + \frac{\partial V}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{DV}{Dt} \quad (4-30)$$

$$\frac{\partial y}{\partial t} + \frac{\partial y}{\partial x} \frac{dx}{dt} = \frac{Dy}{Dt} \quad (4-31)$$

Sabiendo que la celeridad de una onda de gravedad es  $c = (g \cdot A/b)^{1/2}$  y definiendo  $\lambda_1 = g/c$ , podemos escribir la (4-27) como:

$$\frac{DV}{Dt} + \frac{g}{c} \frac{Dy}{Dt} = g(S_0 - S_f) \quad (4-32)$$

si y sólo si

$$\frac{dx}{dt} = V + c \quad (4-33)$$

En forma similar, definiendo  $\lambda_2 = -g/c$ , podemos escribir la (4-27) como:

$$\frac{DV}{Dt} - \frac{g}{c} \frac{Dy}{Dt} = g(S_0 - S_f) \quad (4-34)$$

si y sólo si

$$\frac{dx}{dt} = V - c \quad (4-35)$$

Es importante tener en cuenta que la (4-32) es válida sólo si se satisface la (4-33) y que la (4-34) es válida sólo si se satisface la (4-35). La ecuación (4-33) dibuja una curva en el plano  $x-t$ , como se muestra en la figura 4-5, curva que se denomina *característica positiva*,  $C^+$ . De igual manera, la ecuación (4-35) dibuja una *característica negativa*,  $C^-$ .

En otras palabras, la ecuación (4-32) es válida a lo largo de la característica positiva AP y la ecuación (4-34) es válida a lo largo de la característica negativa BP. Estas dos ecuaciones se denominan *ecuaciones de compatibilidad*. Así, por medio de simples manipulaciones algebraicas hemos eliminado la variable espacial,  $x$ , de las ecuaciones del movimiento y convertido las ecuaciones en ecuaciones diferenciales ordinarias. Sin embargo, el precio que hay que pagar por hacer esto es que las ecuaciones diferenciales ordinarias son válidas sólo a lo largo de las características.

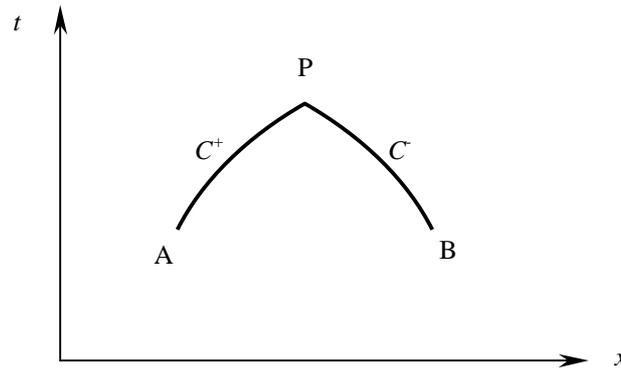


Figura 4-5: Características positivas y negativas.

### Significado físico de las características

Habíamos definido a las características como curvas que representan a  $dx/dt = V \pm c$ . Una perturbación del flujo se propaga en dos direcciones si el flujo es subcrítico y sólo en la dirección del flujo si el flujo es supercrítico. La velocidad absoluta a la cual viaja la perturbación es  $V \pm c$ . Si dibujamos esta propagación en el plano  $x-t$  suponiendo que la perturbación se produce en el punto C a un tiempo  $t = 0$  y una distancia  $x = x_0$ , su influencia se manifestará en la zona sombreada que se muestra en la figura 4-6(a), que se denomina *zona de influencia*. La curva que define la propagación en la dirección aguas abajo es la  $C^+$  y la que lo hace en la dirección aguas arriba es la  $C^-$ . Cualquier punto que se encuentre fuera del área sombreada no se ve afectada por la propagación de la perturbación.

Si ahora dibujamos las características hacia atrás que pasan por el punto P, como en la figura 4-6(b), sólo las condiciones de dentro del área sombreada afectan a las condiciones del flujo en el punto P. En otras palabras, podemos decir que las condiciones del flujo en el punto P dependen de las condiciones del flujo en la región sombreada, que se denomina *zona de dependencia*.

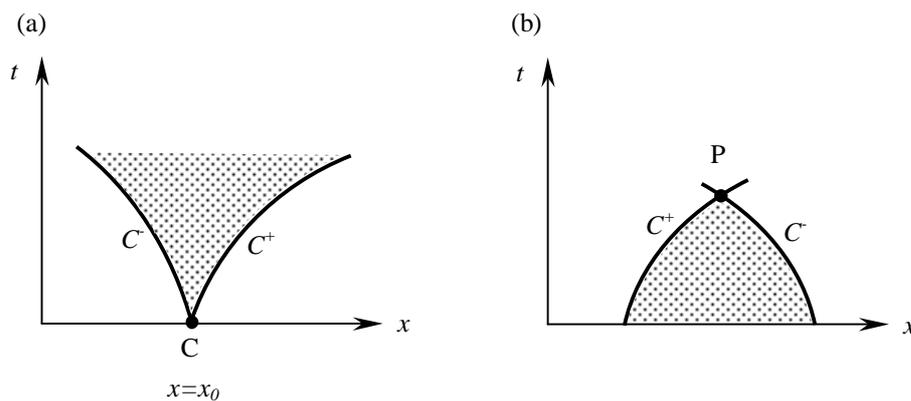


Figura 4-6: (a) Zona de influencia, (b) zona de dependencia.

Dependiendo de la magnitud relativa de la velocidad y de la celeridad, una perturbación puede o no viajar en la dirección aguas arriba. Si el flujo es subcrítico, las direcciones características son positiva y negativa. Para flujo crítico, una de las direcciones características es igual a 0, mientras que la segunda es positiva. En flujos supercríticos, las dos direcciones características son positivas. La figura 4-7 muestra las características para los diferentes tipos de flujo.

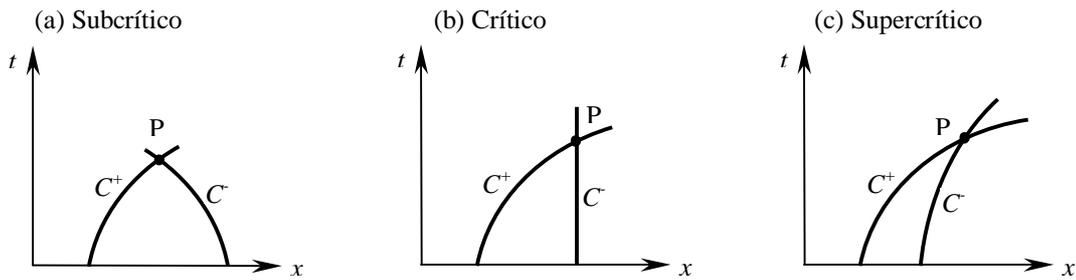


Figura 4-7: Características para flujos subcríticos, críticos y supercríticos.

#### 4.3.3.1 Condiciones iniciales y de contorno

En el análisis del flujo no permanente en lámina libre, se comienzan los cálculos a un tiempo especificado. Las condiciones del flujo en ese momento se denominan *condiciones iniciales*. Dado que los contornos de todos los sistemas físicos están localizados a distancias finitas, es necesario especificar en nuestros cálculos algunas condiciones particulares en los límites o contornos del sistema físico. Estas condiciones se denominan *condiciones de contorno*.

La figura 4-8 muestra el dominio de cálculo para un sistema unidimensional. El cálculo comienza en el instante  $t = t_0$ , el extremo aguas arriba del sistema está en  $x = x_0$  y el extremo aguas abajo en  $x = x_1$ .

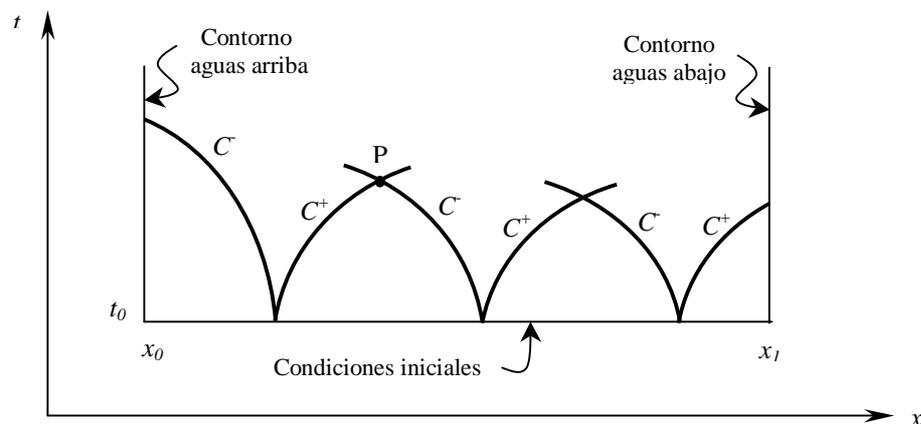


Figura 4-8: Dominio de cálculo para un sistema unidimensional.

La figura 4-9 muestra las características en los límites del dominio de cálculo para flujos subcríticos y supercríticos. Para especificar las condiciones en los contornos se puede seguir la siguiente regla (Cunge et al., 1980): Debe fijarse una condición por cada característica que entra en el dominio de cálculo. Por ejemplo, dos características entran en el dominio de cálculo en el instante  $t = t_0$ , por lo tanto, se tienen que dar dos condiciones como condiciones iniciales. En el contorno aguas arriba, se necesita una condición para flujos subcríticos y dos condiciones para flujos supercríticos. En el contorno aguas abajo, se necesita fijar una condición para flujos subcríticos y ninguna para flujos supercríticos.

Estas condiciones adicionales en los contornos deben ser independientes de las ecuaciones del movimiento. Además, si se especifican dos condiciones, éstas deben ser, obviamente, independientes una de otra.

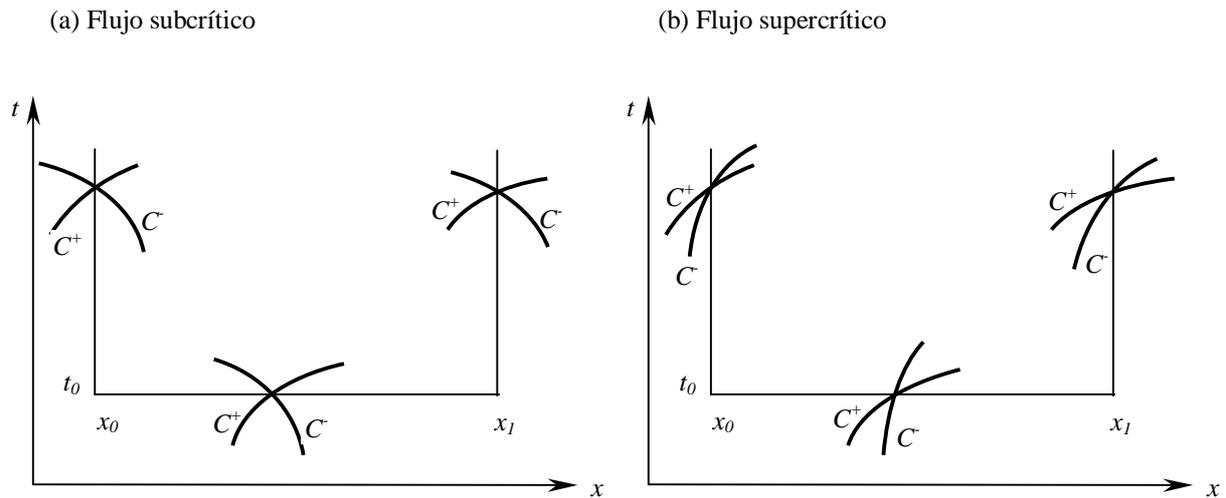


Figura 4-9: Características en los límites del dominio de cálculo.

#### 4.3.3.2 Esquema de intervalos específicos

En el esquema de intervalos específicos, nosotros fijamos el tamaño de los incrementos de espacio y de tiempo. En este esquema, es necesario realizar interpolaciones en el tiempo o en el espacio, dado que todas las características no pasan por los puntos de la malla. Si dibujamos las características que pasan por un determinado punto de la malla, casi con seguridad éstas no pasarán por el punto vecino de la malla. Por ejemplo, las características que pasan por el punto P no pasarán por los puntos M y N, en cambio, ellas pasarán por los puntos R y S, como muestra la figura 4-10.

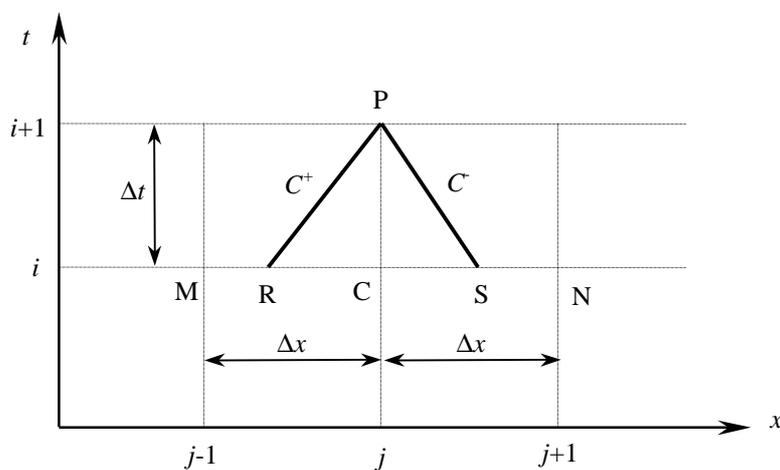


Figura 4-10: Esquema de interpolación para flujo subcrítico.

Para calcular las condiciones del flujo en el punto P, deben conocerse las condiciones del flujo en los puntos R y S. Estos puntos pueden determinarse por interpolación de los valores conocidos en los puntos M, N y C, de la manera que se explicará a continuación. Usaremos interpolaciones lineales, pero también podrían utilizarse interpolaciones de orden superior si fuera necesario. Refiriéndonos a la figura 4-10 podemos escribir:

$$\frac{V_C - V_R}{V_C - V_M} = \frac{x_C - x_R}{x_C - x_M} = \frac{x_P - x_R}{x_C - x_M} = \frac{(V_R + c_R)\Delta t}{\Delta x} \quad (4-36)$$

y

$$\frac{c_C - c_R}{c_C - c_M} = \frac{(V_R + c_R)\Delta t}{\Delta x} \quad (4-37)$$

Eliminando  $c_R$  de estas dos ecuaciones podemos obtener:

$$V_R = \frac{V_C + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_M c_C - V_C c_M)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C - V_M + c_C - c_M)} \quad (4-38)$$

por lo que  $c_R$  e  $y_R$ , pueden determinarse como:

$$c_R = \frac{c_C + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C c_M - V_M c_C)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C - V_M + c_C - c_M)} \quad (4-39)$$

$$y_R = y_C - (V_R + c_R) \cdot (y_C - y_M) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4-40)$$

En el caso de flujo subcrítico, el punto S se encuentra entre C y N, por lo que por interpolación obtenemos:

$$\frac{V_C - V_S}{V_N - V_C} = \frac{x_C - x_S}{x_N - x_C} = \frac{x_P - x_S}{x_N - x_C} = \frac{(V_S - c_S)\Delta t}{\Delta x} \quad (4-41)$$

y

$$\frac{c_C - c_S}{c_C - c_N} = \frac{(V_S - c_S)\Delta t}{\Delta x} \quad (4-42)$$

De las que eliminando  $c_S$  podemos obtener:

$$V_S = \frac{V_C - \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C c_N - V_N c_C)}{1 - \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C - V_N - c_C + c_N)} \quad (4-43)$$

$$c_S = \frac{c_C - \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C c_N - V_N c_C)}{1 - \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C - V_N - c_C + c_N)} \quad (4-44)$$

$$y_S = y_C + (V_S - c_S) \cdot (y_C - y_N) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4-45)$$

Expresando las ecuaciones (4-32) y (4-34) como diferencias finitas en términos de los valores de las variables en los puntos R, S y P y conocidas las condiciones del flujo en los puntos R y S, ellas forman

un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas de las que podemos obtener las condiciones del flujo en el punto P:

$$y_P = \frac{1}{c_R + c_S} \left\{ y_R c_S + y_S c_R + c_S c_R \left[ \frac{V_R - V_S}{g} - \Delta t (S_{fR} - S_{fS}) \right] \right\} \quad (4-46)$$

$$V_P = V_R - \frac{g}{c_R} (y_P - y_R) + g \Delta t (S_0 - S_{fR}) \quad (4-47)$$

o bien

$$V_P = V_S + \frac{g}{c_S} (y_P - y_S) + g \Delta t (S_0 - S_{fS}) \quad (4-48)$$

En el caso de flujo supercrítico, el punto S se encontrará, igual que el punto R, entre los puntos M y C, según muestra la figura 4-11.

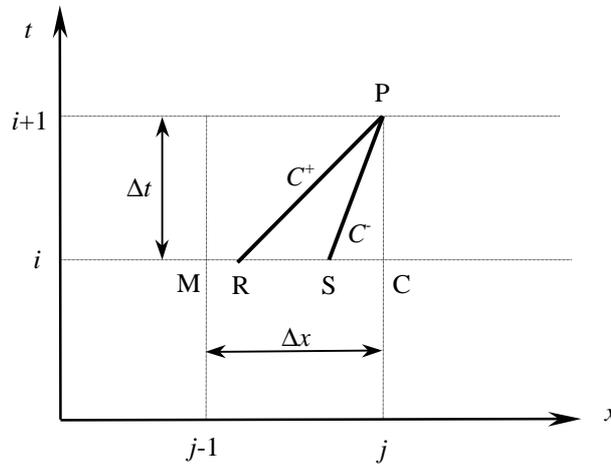


Figura 4-11: Esquema de interpolación para flujo supercrítico.

En este caso, las relaciones de interpolación quedarían:

$$\frac{V_C - V_S}{V_C - V_M} = \frac{x_C - x_S}{x_C - x_M} = \frac{x_P - x_S}{x_C - x_M} = \frac{(V_S - c_S) \Delta t}{\Delta x} \quad (4-49)$$

y

$$\frac{c_C - c_S}{c_C - c_M} = \frac{(V_S - c_S) \Delta t}{\Delta x} \quad (4-50)$$

De las cuales, procediendo como antes, podemos obtener:

$$V_S = \frac{V_C + \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_C c_M - V_M c_C)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x} (V_C - V_M - c_C + c_M)} \quad (4-51)$$

$$c_s = \frac{c_C + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C c_M - V_M c_C)}{1 + \frac{\Delta t}{\Delta x}(V_C - V_M - c_C + c_M)} \quad (4-52)$$

$$y_s = y_C - (V_s - c_s) \cdot (y_C - y_M) \frac{\Delta t}{\Delta x} \quad (4-53)$$

Con las que se pueden resolver las ecuaciones (4-46) y (4-47) ó (4-48) para determinar las condiciones del flujo en el punto P.

En el caso de que el conducto en cuestión tenga una aportación de caudal lateral unitario,  $q_L$ , la ecuación (4-47) quedaría como:

$$V_P = V_R - \frac{g}{c_R}(y_P - y_R) + g\Delta t(S_0 - S_{JR}) + \frac{g}{c_R}\Delta t \frac{q_L}{b} \quad (4-54)$$

y la (4-48) quedaría como:

$$V_P = V_S + \frac{g}{c_S}(y_P - y_S) + g\Delta t(S_0 - S_{JS}) - \frac{g}{c_S}\Delta t \frac{q_L}{b} \quad (4-55)$$

#### *Resolución del flujo en los contornos*

Este esquema podría usarse para calcular el flujo en todos los puntos de la malla, pero para ello es necesario determinar a cada instante las zonas en las cuales los flujos son subcríticos y supercríticos. Como en el esquema de MacCormack no es necesario localizar los cambios de régimen, se lo usará para calcular el flujo en los puntos interiores de la malla, en tanto que se usará el esquema de intervalos específicos para la resolución del flujo en los puntos del contorno.

Para el cálculo del flujo en los contornos, se debe resolver la ecuación característica positiva, ecuación (4-47) o (4-54), según el caso, simultáneamente con la condición impuesta en el extremo aguas abajo y la ecuación característica negativa, ecuación (4-48) o (4-55), con la condición impuesta en el extremo aguas arriba. La condición de contorno puede especificarse con un calado o velocidad o caudal variables a través del tiempo o una combinación de esas variables. Por ejemplo, el calado o nivel de agua permanece constante para un depósito de nivel constante, la velocidad es cero en un conducto sin salida o con una compuerta cerrada, y puede fijarse una relación entre el calado y el caudal a través de una curva de gasto. Igualmente, el caudal bajo una compuerta parcialmente abierta es una función del nivel de agua aguas arriba de la compuerta.

Para condiciones de contorno intermedias, como una unión de varios conductos, por ejemplo, podemos resolver la ecuación característica positiva o negativa de cada conducto, según corresponda, simultáneamente con la ecuación de la conservación de la energía entre cada conducto y la unión y la de continuidad global en la unión.

# CAPÍTULO 5

## *Dispositivo experimental*

### 5.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se analizarán las variables involucradas en el problema de la división del flujo en cruces de calles y se describirá el dispositivo experimental que se usará para realizar los ensayos conducentes a encontrar la relación funcional entre esas variables.

Como se describió en el capítulo 1, el cruce de calles está definido por el ancho, la sección transversal, la pendiente, el ángulo en planta de las calles que lo constituyen y por la existencia o no de chaflanes u ochavas en las esquinas. Como primera simplificación geométrica, se supondrá que no existen chaflanes. Otra simplificación que se tendrá en cuenta será considerar que la sección transversal de cada calle es la misma en toda su longitud y además es rectangular, es decir, que la acera y la calzada poseen la misma cota. Esta asunción se basa en el supuesto de que la diferencia de cotas entre acera y calzada sea despreciable con respecto al calado de la escorrentía en la calle, suposición que entendemos que no se cumplirá en muchos de los casos, pero que en principio facilitará en gran medida el estudio de este problema.

### 5.2 VARIABLES INVOLUCRADAS

Las variables involucradas en el problema de la división del flujo en cruces de calles son de tres tipos: las relacionadas con la geometría del cruce, las relativas a las características del flujo y las relativas a las propiedades del fluido.

Teniendo en cuenta las simplificaciones que se describieron en el apartado anterior, los parámetros correspondientes a la geometría son los siguientes, esquematizados en la figura 5-1:

$b_{ex}$ ,  $b_{ey}$ : ancho de las calles de entrada al cruce en las direcciones “x” e “y”.

$b_{sx}$ ,  $b_{sy}$ : ancho de las calles de salida del cruce en las direcciones “x” e “y”.

$\theta$ : ángulo entre los ejes de las calles que forman el cruce.

$n$ : coeficiente de rugosidad de Manning de las calles y el cruce, que se supondrá constante.

$\delta$ : grado de suavización, redondeo o achaflanamiento de las esquinas.

Asimismo las variables hidráulicas que caracterizan al flujo en un cruce de calles son las siguientes:

$V_{ex}$ ,  $V_{ey}$ : velocidades medias del flujo de entrada en las direcciones “x” e “y”.

$V_{sx}$ ,  $V_{sy}$ : velocidades medias del flujo de salida en las direcciones “x” e “y”.

$y_{ex}$ ,  $y_{ey}$ : calados medios del flujo de entrada en las direcciones “x” e “y”.

$y_{sx}$ ,  $y_{sy}$ : calados medios del flujo de salida en las direcciones “x” e “y”.

Las propiedades del fluido a considerar son:

$\rho$ : la densidad.

$\mu$ : la viscosidad dinámica.

Se supone que el flujo no viene afectado por las fuerzas de tensión superficial, lo que parece del todo asumible para calados de cierta entidad. En el estudio experimental, el flujo se caracteriza por tener calados pequeños, por lo que podría ocurrir que estas fuerzas sí fueran significativas respecto al resto de fuerzas actuantes.

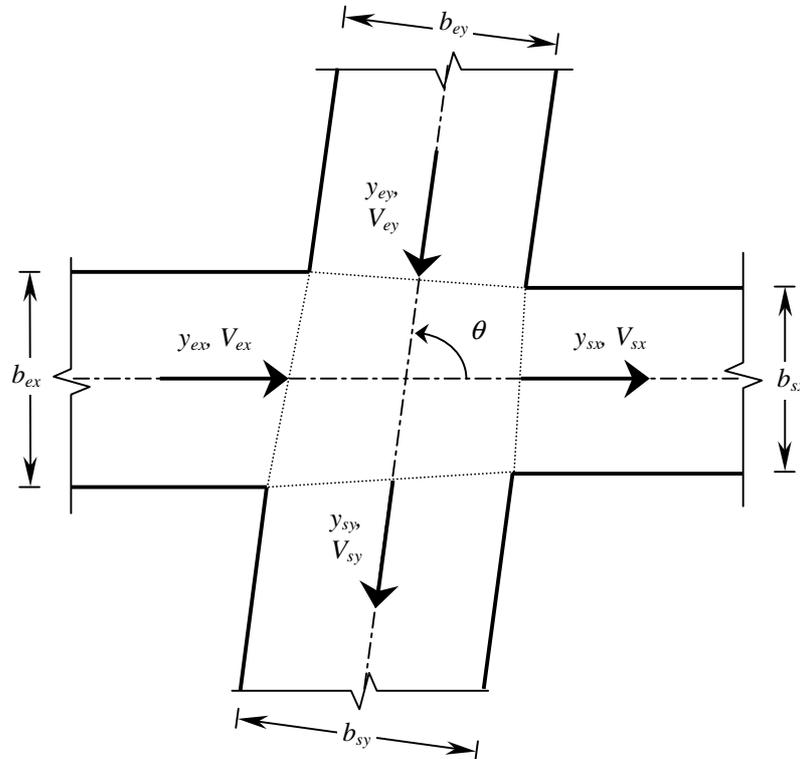


Figura 5-1: Esquema de un cruce de calles, sus parámetros geométricos y las variables hidráulicas que caracterizan el flujo en él.

Realizando un análisis dimensional similar al realizado por Lakshmana Rao y Sridharan (1967) en el estudio del problema de división del flujo en bifurcaciones de canales, se demuestra que:

$$f_1 \left( \frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}, \frac{Q_{sx}}{Q_{sy}}, F_{ex}, F_{ey}, R_{ex}, R_{ey}, \frac{b_{ex}}{b}, \frac{b_{ey}}{b}, \frac{b_{sx}}{b}, \frac{b_{sy}}{b}, \frac{y_{sx}}{b}, \frac{y_{sy}}{b}, \theta, \frac{n}{b^{1/6}}, \delta \right) = 0 \quad (5-1)$$

Donde:  $Q_{ex}$  y  $Q_{ey}$  son los caudales de entrada en las direcciones “x” e “y”,  $Q_{sx}$  y  $Q_{sy}$  son los caudales de salida en las direcciones “x” e “y”,  $F_{ex}$  y  $F_{ey}$  son los números de Froude del flujo de entrada en las direcciones “x” e “y”,  $R_{ex}$  y  $R_{ey}$  son los números de Reynolds del flujo de entrada en las direcciones “x” e “y”, mientras que  $b$  es una longitud característica. En el supuesto de elevado grado de turbulencia (número de Reynolds altos), la influencia de  $R_{ex}$  y  $R_{ey}$  puede considerarse despreciable. En el estudio experimental será analizada la validez de esta hipótesis.

En el siguiente apartado se plantearán y discutirán algunas hipótesis simplificativas que ayudarán a acotar las variables y facilitarán en principio el estudio de la división del flujo en cruces de calles.

### 5.2.1 Hipótesis simplificativas

1. El ángulo en planta de las calles que forman el cruce será de  $90^\circ$ . Esta hipótesis descansa en el hecho de que, en general, los cruces de calles tienden a ser en ángulo recto o en ángulos que se aproximan bastante a éste. No obstante, hay que destacar que la influencia de esta variable en la división del caudal en el cruce es susceptible de un pormenorizado estudio que escapa de los objetivos de este trabajo.
2. El ancho de las calles será constante y el mismo en todas ellas ( $b_{ex} = b_{ey} = b_{sx} = b_{sy} = b$ ). Esta hipótesis también descansa en el hecho común de que las calles tienden a ser aproximadamente del mismo ancho de un lado a otro del cruce para facilitar la circulación. Sin embargo, no siempre se cumplirá esta suposición, especialmente entre calles perpendiculares entre sí. Por este motivo la influencia de la relación entre el ancho de las calles es también una variable susceptible de un estudio más detallado que escapa de los objetivos de este trabajo.
3. La superficie formada por la intersección de las dos calles en planta será considerada horizontal. Esta simplificación se asume, por un lado, dada la dificultad de caracterizar esta superficie con alguna pendiente en especial y, por el otro, por razones de simplicidad de construcción del dispositivo experimental.
4. Las esquinas estarán formadas por la arista de intersección de los planos verticales que forman los cajeros de las calles, es decir que no se considerarán chaflanes ni ochavas de ningún tipo, ni suavización o redondeado de las mismas. Esta hipótesis se asumió también por simplicidad constructiva, pero es muy probable que la influencia de la forma de las esquinas en la distribución del flujo aguas abajo del cruce sea notable, en especial la de la esquina inferior derecha del esquema de la figura 5-2, que funciona como partidor.

Como todas las experiencias se llevarán a cabo en el mismo dispositivo, que geoméricamente responde a las hipótesis planteadas en el párrafo anterior sin variar ni la rugosidad, ni el ángulo entre calles, ni los anchos de calles, ni el redondeo de las esquinas, podemos eliminar del análisis a los parámetros  $n$ ,  $\theta$ ,  $b_{ex}$ ,  $b_{ey}$ ,  $b_{sx}$ ,  $b_{sy}$  y  $\delta$ .

Luego de aplicar las hipótesis simplificativas, el cruce de calles quedará constituido como se ilustra en la figura 5-2.

Las condiciones de contorno que fijan el comportamiento hidráulico del cruce varían de acuerdo al régimen del flujo que exista en sus calles:

1. Régimen subcrítico:
  - Aguas arriba (calles de entrada): caudales de entrada ( $Q_{ex}$ ,  $Q_{ey}$ ), o bien, velocidades del flujo de entrada ( $V_{ex}$ ,  $V_{ey}$ ).
  - Aguas abajo (calles de salida): calados de salida ( $y_{sx}$ ,  $y_{sy}$ ).
2. Régimen supercrítico:
  - Aguas arriba (calles de entrada): caudales de entrada ( $Q_{ex}$ ,  $Q_{ey}$ ) y números de Froude del flujo de entrada ( $F_{ex}$ ,  $F_{ey}$ ), o bien, velocidades del flujo de entrada ( $V_{ex}$ ,  $V_{ey}$ ) y calados de entrada ( $y_{ex}$ ,  $y_{ey}$ ).
  - Aguas abajo (calles de salida): ninguna.

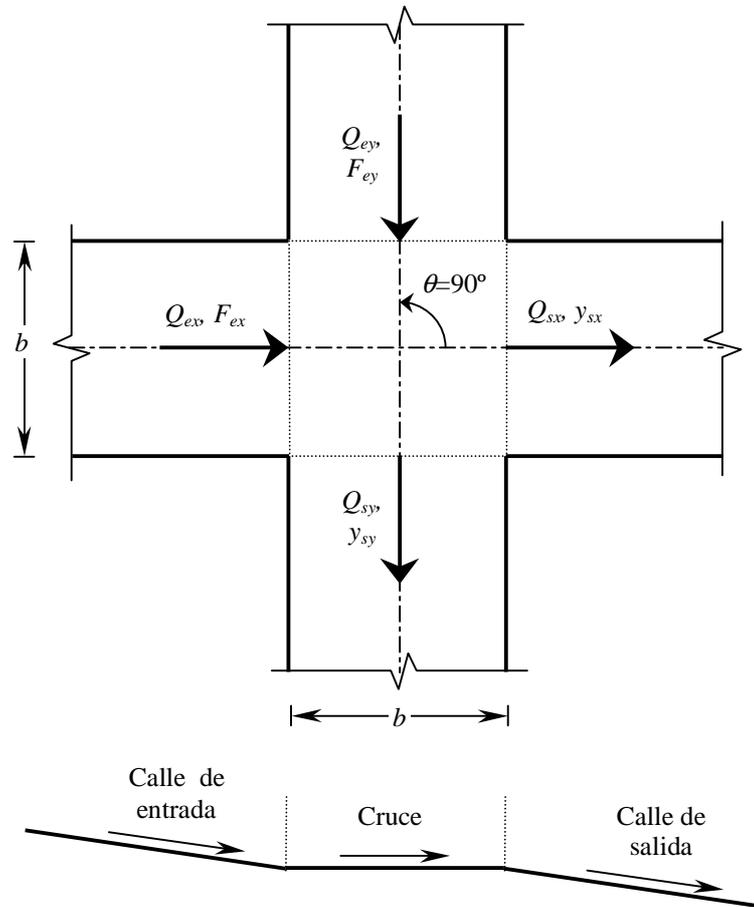


Figura 5-2: Esquema del cruce de calles simplificado.  
Planta y corte transversal por el eje de una de las calles.

Sabiendo, por continuidad, que:  $Q_{ex} + Q_{ey} = Q_{sx} + Q_{sy} = Q_T$  y teniendo en cuenta las simplificaciones anteriores, la distribución del flujo en un cruce de calles para el caso de calles a  $90^\circ$ , de igual ancho, en el caso de que el flujo en las calles de salida sea subcrítico, responderá a una función como la siguiente:

$$f_2 \left( \frac{Q_{ex}}{Q_T}, \frac{Q_{sx}}{Q_T}, \frac{y_{sx}}{b}, \frac{y_{sy}}{b} \right) = 0 \quad (5-2a)$$

En el caso de que el flujo en las calles de salida sea supercrítico, el reparto de caudales estará regido por una función:

$$f_3 \left( \frac{Q_{ex}}{Q_T}, \frac{Q_{sx}}{Q_T}, F_{ex}, F_{ey} \right) = 0 \quad (5-2b)$$

### 5.3 DISEÑO DEL DISPOSITIVO

El dispositivo experimental está compuesto por dos canales que se cruzan y que simulan un cruce de calles simplificado como se explica en el apartado anterior. El dispositivo fue construido en el laboratorio de modelos reducidos del Departamento de Ingeniería Hidráulica, Marítima y Ambiental de la E.T.S. de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universitat Politècnica de Catalunya.

Las dimensiones del dispositivo experimental fueron fijadas teniendo en cuenta ciertos factores. Los factores que limitaron el tamaño máximo fueron:

- Espacio y caudal disponible en el laboratorio: el caudal máximo se estableció en 100 l/s por calle.
- Factibilidad técnica: la necesidad de que las pendientes de las calles pudieran ser modificadas de forma rápida y económica. El rango de pendientes que se trabajarían quedó establecido entre la horizontal y el 5 % en la dirección del flujo.

Los factores que limitaron el tamaño mínimo fueron:

- Precisión de medida de los calados.
- Minimización de la influencia relativa de la tensión superficial.
- Longitud mínima necesaria de las calles para asegurar la unidimensionalidad del flujo, especialmente aguas abajo del cruce.

#### 5.3.1 Estudio para definir el ancho de calles del dispositivo experimental

Por razones de tipo económico, se estableció que las calles del dispositivo experimental podrían llegar a tener un ancho máximo de 1,5 metros. El ancho mínimo no tenía límites excepto aquel que produjera efectos de escala que invaliden los resultados de las experiencias. Se estudiaron teóricamente los parámetros hidráulicos correspondientes a anchos de calles del dispositivo de 1; 1,5 y 2 metros, para determinar la influencia de los mismos.

Considerando que en el laboratorio es posible medir los calados con una precisión de  $\pm 1$  milímetro debido principalmente a la tensión superficial y a la lógica inestabilidad del flujo que se espera encontrar, se estudiarán aquí los flujos que sobre el modelo impliquen calados no menores a 2 centímetros. Con este calado mínimo, las relaciones de aspecto, medidas como ancho/calado, correspondientes a anchos del dispositivo de 1; 1,5 y 2 metros, serían de 50, 75 y 100, respectivamente.

Suponiendo el desarrollo de movimiento permanente uniforme y teniendo en cuenta que con estas relaciones de aspecto el radio hidráulico,  $R_h$  es muy similar al calado, podemos calcular aproximadamente el caudal unitario mínimo,  $q_{\min}$ , correspondiente al calado mínimo,  $y_{\min}$ , de 2 cm y con un coeficiente de rugosidad de Manning,  $n = 0,010$ , en función de la pendiente,  $S_0$ , con la fórmula:

$$q_{\min} \cong \frac{y_{\min}^{5/3} \cdot S_0^{1/2}}{n} = 0,1455 \cdot S_0^{1/2} \quad (5-3)$$

El coeficiente de rugosidad adoptado pertenece al material de la solera y cajeros de los canales que forman el dispositivo, que será de hormigón muy liso.

El número de Froude del flujo sobre el dispositivo es función de la velocidad, que para el caso en que se desarrolle movimiento permanente uniforme, también será función de la pendiente:

$$F = \frac{V}{\sqrt{gy}} = \frac{q}{g^{1/2} \cdot y^{3/2}} \cong 16,42 \cdot S_0^{1/2} \quad (5-4)$$

Donde  $g$  es la aceleración de la gravedad, igual a  $9,81 \text{ m/s}^2$ . El número de Reynolds del flujo en este caso también es función del caudal unitario y por consiguiente de la pendiente. Considerando una viscosidad cinemática igual a  $1 \cdot 10^{-6} \text{ m}^2/\text{s}$ , podemos calcularlo a través de la fórmula:

$$R = \frac{Vy}{\nu} = \frac{q}{\nu} \cong 145500 \cdot S_0^{1/2} \quad (5-5)$$

A través de las ecuaciones (5-3) a (5-5), podemos deducir que tanto los números de Froude como los de Reynolds del flujo sobre el dispositivo no dependen del ancho del mismo, por lo menos en el análisis de los valores mínimos y para los anchos que estamos analizando. El motivo principal es la elevada relación de aspecto del flujo.

En la tabla 5-1 se presentan los valores de velocidades, caudal unitario, número de Froude y número de Reynolds que se hallarán en el dispositivo experimental con un calado de 2 cm y para distintas pendientes, en la hipótesis de desarrollo de movimiento permanente uniforme.

Tabla 5-1: Velocidades, caudales unitarios, números de Froude y números de Reynolds correspondientes a calados de 2 cm con régimen uniforme en el dispositivo experimental, en función de distintas pendientes.

Pendiente $S_0$	$V$ (m/s)	$q$ (l/s/m)	<i>Nro. de</i> <i>Froude</i>	<i>Nro. de</i> <i>Reynolds</i>
0,05	1,63	32,5	3,7	32500
0,04	1,45	29,0	3,3	29100
0,03	1,26	25,2	2,8	25200
0,02	1,03	20,6	2,4	20600
0,01	0,73	14,5	1,7	14600
0,005	0,51	10,3	1,2	10300
0,003	0,40	8,0	0,9	8000

Dado que es necesario un caudal unitario mínimo para alcanzar los calados mínimos medibles, se deduce que a medida que el dispositivo sea más ancho, necesitaremos un mayor caudal para lograr los mismos calados. En este sentido, utilizar un dispositivo muy ancho hará que el rango útil de caudales sea más reducido.

Se observa que los números de Reynolds mínimos serán bastante contenidos, sin embargo, hay que acotar que éstos se deben principalmente a los pequeños calados, por lo que una variación del ancho de las calles del dispositivo no va a cambiar esta situación. En el anejo 4 se hace un análisis de la influencia de las fuerzas viscosas en los resultados experimentales. En él se concluye que no se detecta tal influencia, aunque se lleguen a tener números de Reynolds tan pequeños como 5500.

Teniendo en cuenta que el estudio de la escorrentía en calles se caracteriza por tener relaciones de aspecto elevadas, podríamos decir siempre mayores de 10 y que pueden llegar a 100, es importante poder obtener resultados experimentales con esas relaciones de aspecto, por lo que se elegirá el máximo ancho posible económicamente que es el de 1,50 metros. Para decidir la longitud de las calles se realizaron estudios previos con modelos numéricos.

### 5.3.2 Estudios previos con modelo numérico bidimensional

Una vez decidido el ancho de calles y como etapa previa a la construcción del dispositivo experimental, se realizaron simulaciones con un modelo numérico bidimensional. El objetivo de la utilización de este modelo no fue el de obtener los repartos de caudales ya que entendemos que el fenómeno de la división del flujo en un cruce es claramente tridimensional, sino el de contar con una primera aproximación, aunque sea grosera, de los patrones de flujo que se encontrarán más tarde en los ensayos con el dispositivo experimental. Esto ayudaría de alguna manera a decidir la longitud que deberían tener las calles de aguas abajo del cruce para lograr flujos unidimensionales en las mismas. Estos estudios previos fueron presentados en UDM'98 (Nania et al., 1998a) y el XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica (Nania et al., 1998b).

#### 5.3.2.1. Descripción del modelo numérico bidimensional

El modelo numérico bidimensional utilizado fue el Surface-Water Modelling System versión 5.0 de Boss International, Inc. y Brigham Young University (BOSS-SMS) que incluye el módulo RMA-2 versión 4.3 desarrollado por el Cuerpo de Ingenieros del Ejército de los EEUU (USACE) para la modelación de flujos únicamente subcríticos y el módulo HIVEL-2D versión 2.0 desarrollado por la Waterways Experiment Station (USACE-WES) para la modelación de flujos subcríticos y supercríticos y la transición entre ellos.

El modelo utiliza el método de los elementos finitos para la resolución de las ecuaciones de Saint-Venant en dos dimensiones horizontales, la "x" y la "y", mientras que en la dirección vertical, la "z", se considera una distribución uniforme de las velocidades. Los parámetros utilizados, fueron el coeficiente de rugosidad de Manning,  $n = 0,010$  y los relativos a la viscosidad turbulenta que introduce el modelo por defecto (0,1 para flujo suave y 0,5 para flujo agitado, cerca de los resaltos), ante la imposibilidad de poder estimar otros de forma fiable. Además también se utilizaron los coeficientes de Petrov-Galerkin que se introducen por defecto (0,25 y 0,50 para flujos suave y agitado, respectivamente) (Boss Intl. Inc. y Brigham Young University, 1997).

La geometría del cruce se simuló por medio de una malla que tiene mayor densidad en el cruce y las cercanías de éste, ya que eran las zonas donde se esperaba que el flujo tuviera un mayor grado de bidimensionalidad y donde se requería un mayor nivel de detalle. Se simuló el cruce con diferentes longitudes de calles de salida y de un ancho de 1,5 m.

#### 5.3.2.2. Estudio con flujo subcrítico

Para el estudio de este tipo de flujo, se utilizó el módulo RMA-2. Se simuló un cruce cuyas calles poseían pendientes de 0,001 y 0,002 en cada dirección, lo que implicó que los flujos de entrada y salida fueran subcríticos. En todas las simulaciones se obtuvieron soluciones en flujo permanente.

*Condiciones de contorno:* se pretendía imponer calados normales o críticos aguas abajo del cruce en las dos calles de salida, pero la falta de conocimiento a priori de los caudales de salida por un lado y la imposibilidad de colocar condiciones de contorno independientes en ambas calles (el modelo no permitía niveles de agua distintos en ambas calles de salida), dificultó el logro de este objetivo. Para salvar este inconveniente, se simuló un cruce con calles de salida extremadamente largas (33 veces el ancho de calles) para que la condición de contorno de aguas abajo influyera lo menos posible en el reparto de caudales. Finalmente, la simulación que se aceptó como válida fue la que se logró con los mínimos niveles de agua en la sección final de las calles de salida como condiciones de contorno y, como se comentó anteriormente, estos niveles tuvieron que ser inevitablemente iguales en las dos calles. Comprobaciones posteriores establecieron que los calados resultantes en las calles de salida fueron no mayores a 1,1 veces el calado normal correspondiente al caudal circulante a la salida del cruce. Aguas arriba no se impusieron condiciones de contorno, excepto la del caudal de entrada, por tratarse de régimen subcrítico.

*Patrón de flujo:* Cuando el flujo en las calles es subcrítico, la distribución del flujo en el cruce depende obviamente de las condiciones de contorno aguas abajo, o sea, de los calados en la sección de inicio de las calles de salida y también de las condiciones de contorno de aguas arriba, es decir, de los caudales de entrada. Además el flujo de las calles de entrada está influenciado por las condiciones del flujo dentro del cruce. Se detecta una zona de separación del flujo y recirculación aguas abajo de las esquinas B y D (figura 5-5). Esta zona ya había sido identificada por Law y Reynolds (1966) para el caso de bifurcaciones en "T" de canales. En las simulaciones preliminares, pudo apreciarse que el flujo era casi unidimensional en las calles de salida a partir de una distancia de una a dos veces el ancho de la calle desde el cruce.

*Resultados:* en la figura 5-4 se presentan los resultados obtenidos mediante simulación en el modelo numérico bidimensional con régimen subcrítico con combinaciones de pendientes  $S_x=0,001 - S_y=0,001$  y  $S_x=0,001 - S_y=0,002$ . Los resultados numéricos pueden consultarse en las tablas A5-1 y A5-2, incluidas en el anejo 5.

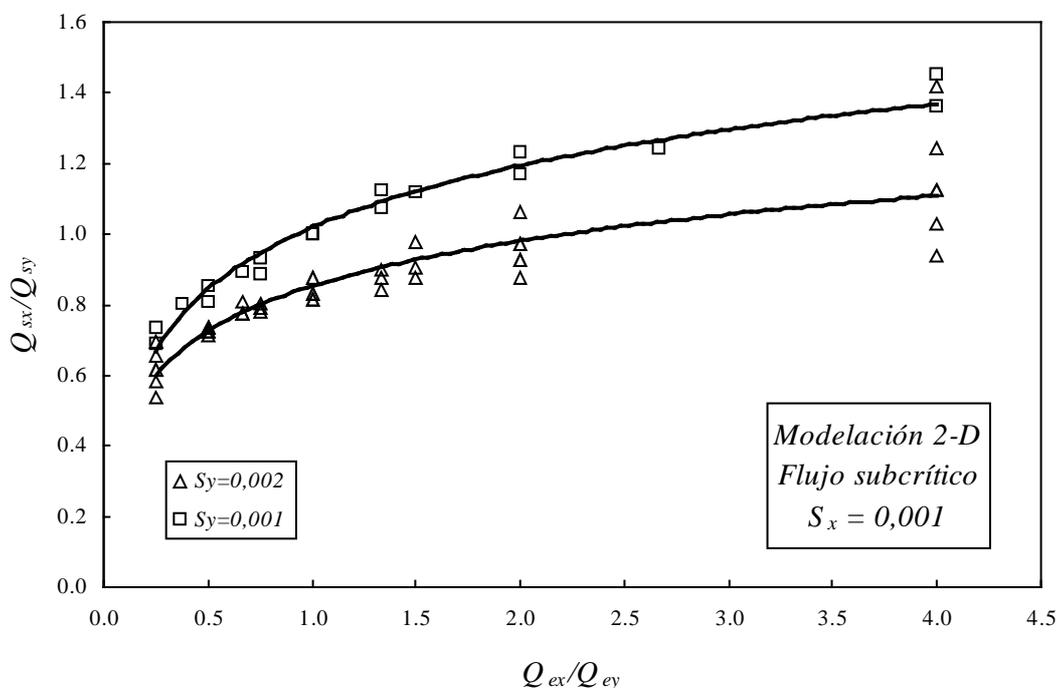


Figura 5-4: Representación gráfica de los resultados de la simulación en modelo numérico bidimensional. Flujo subcrítico.

### 5.3.2.3 Análisis de resultados de flujo subcrítico

- En el caso de geometría simétrica, es decir, cuando las pendientes en ambas direcciones son idénticas, el caudal mayor de salida está en correspondencia con la dirección del mayor caudal de entrada. Además, los caudales de salida tienden a ser más iguales entre sí que los de entrada.
- En el caso de geometría no-simétrica, es decir, cuando las pendientes de las calles son diferentes en cada dirección y los caudales de entrada son iguales, el caudal mayor de salida está en correspondencia con la dirección de la calle de mayor pendiente.

- Se pudo detectar que el reparto de caudales depende de la magnitud de los caudales de entrada. Para una relación entre caudales de entrada dada, la relación entre caudales de salida aumenta conforme aumentan los caudales absolutos.
- Se observó una fuerte dependencia del reparto de caudales de las condiciones de contorno de aguas abajo del cruce.

#### 5.3.2.4. Estudio con flujo supercrítico

Se utilizó para este estudio el módulo HIVEL-2D, que permite la modelación de flujos subcríticos, supercríticos y transiciones entre ambos. En cuanto a la geometría, se simularon las calles con pendientes iguales a 0,01 y 0,02 en cada dirección. Estas pendientes hicieron que tanto el flujo de entrada como el de salida del dispositivo fueran supercríticos. Los parámetros numéricos utilizados fueron los que introduce el modelo por defecto. Un ejemplo de las características del flujo que se pueden encontrar en este tipo de régimen se muestra en las figuras 5-5 y 5-6.

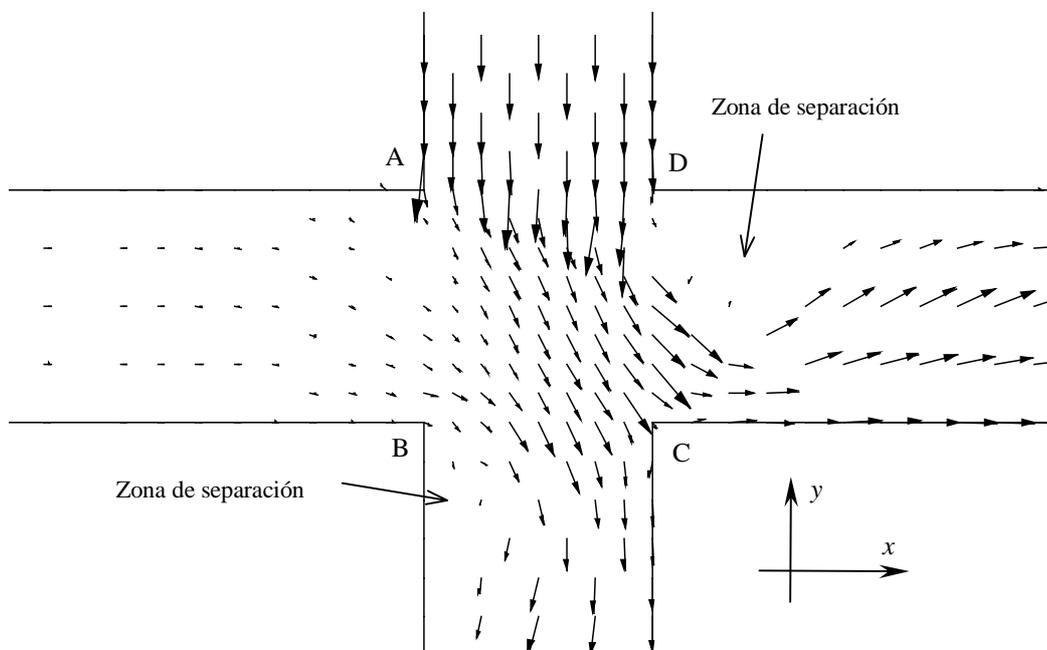


Figura 5-5: Campo de velocidades en el cruce para una relación  $Q_{ex}/Q_{ey} = 0,33$  indicando las zonas de separación del flujo. Geometría no simétrica:  $S_x = 0,01$  y  $S_y = 0,02$ ; flujo de aproximación supercrítico.

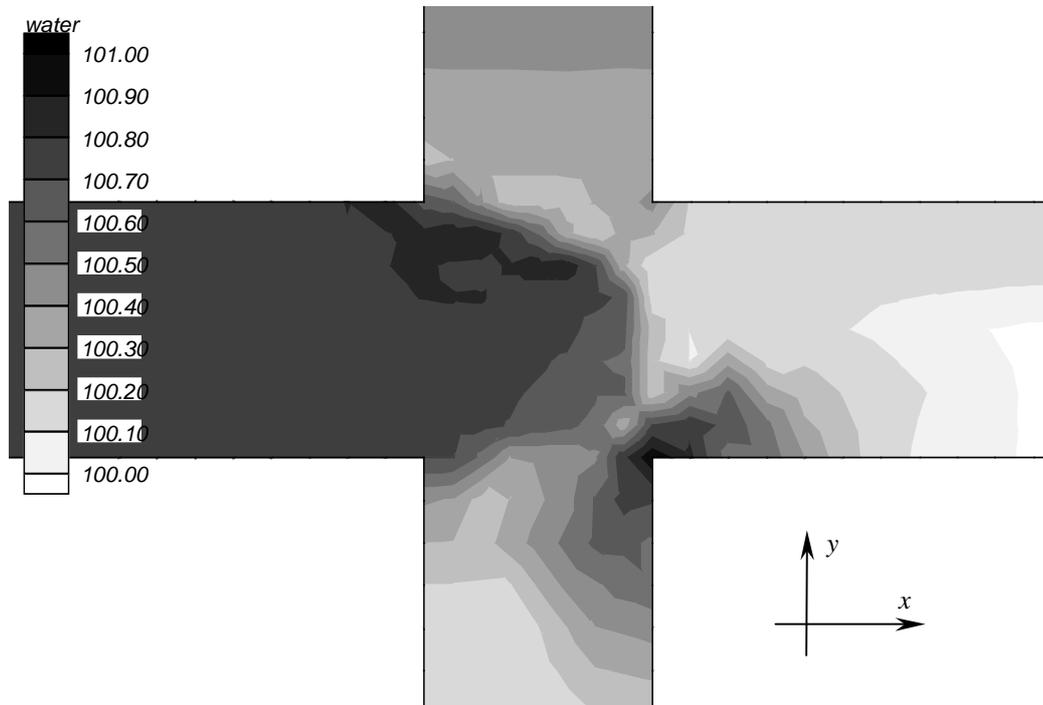


Figura 5-6: Curvas de nivel cada 0,1 m en el cruce para una relación  $Q_{ex}/Q_{ey}=0,33$ . Geometría no simétrica:  $S_x=0,01$  y  $S_y=0,02$ ; flujo de aproximación supercrítico.

*Condiciones de contorno:* En ambas modelaciones se consideraron como condiciones de contorno de aguas arriba, calados normales y velocidades correspondientes a flujo uniforme. No se consideraron condiciones de contorno de aguas abajo por tratarse de flujo supercrítico.

*Patrón del flujo:* Cuando el flujo en las calles es supercrítico, la distribución del flujo en el cruce no depende de las condiciones de contorno de aguas abajo sino de las características del flujo aguas arriba del cruce, es decir, caudal de entrada y velocidad o calado. Ambos flujos de entrada chocan entre sí en el cruce, produciendo una lámina de agua muy desigual en el mismo. Para los caudales simulados se observó un cambio de régimen a subcrítico en el cruce que se propaga hacia aguas arriba en la medida que la energía del flujo entrante en cada dirección se lo permita. Una zona de separación del flujo se produce en las esquinas comunes a una calle de entrada y una calle de salida, que se torna tan aguda que llega a dejar una zona de la calle en seco (ver figura 5-5). Como puede observarse en la figura 5-6, una brusca elevación del calado se produce dentro del cruce con una configuración diagonal. Pudo deducirse que se trata de un resalto hidráulico debido a que los números de Froude del flujo aguas arriba y aguas abajo de la misma resultaron ser mayores y menores que la unidad, respectivamente.

Para este tipo de flujo, la unidimensionalidad del flujo en las calles de salida se observa a partir de unas distancias desde el cruce que pueden variar de dos a tres anchos de calles en función de la magnitud de los caudales.

*Resultados:* en la figura 5-7 se presentan los resultados obtenidos mediante simulación en el modelo numérico bidimensional con régimen supercrítico. Los resultados numéricos pueden consultarse en las tablas A5-3 y A5-4 incluidas en el anejo 5.

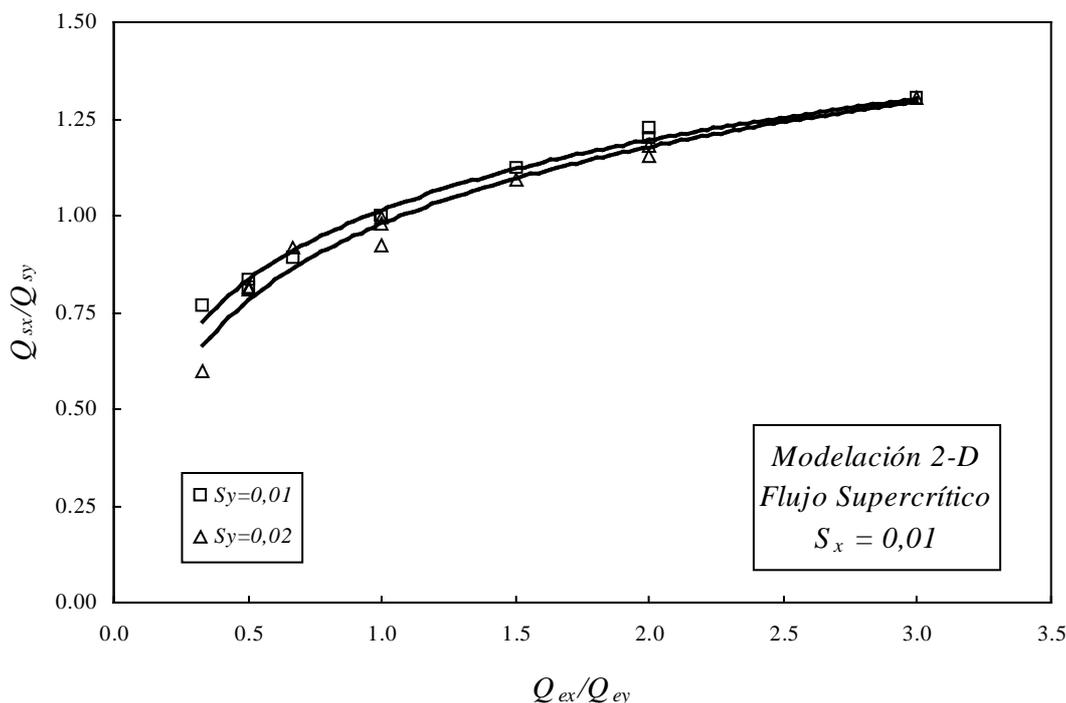


Figura 5-7: Representación gráfica de los resultados de la simulación en modelo numérico bidimensional. Régimen supercrítico.

### 5.3.2.5 Análisis de resultados en régimen supercrítico

- En el caso de geometría simétrica, al igual que en flujo subcrítico la tendencia sigue siendo que cuando las pendientes en ambas direcciones son idénticas, el caudal mayor de salida está en correspondencia con la dirección de mayor caudal de entrada.
- Los resultados de las simulaciones con ambas geometrías son tan parecidos que resultó difícil encontrar una tendencia definida. Probablemente los complejos fenómenos que se producen en el cruce, especialmente los cambios de régimen, conduzcan a que el flujo se comporte de un modo similar en ambas geometrías. Las conclusiones en este sentido se dejarán a las experiencias de laboratorio.

Nota: Es importante tener en cuenta que los resultados que se presentan en el apartado 5.3.2 han sido obtenidos con el modelo numérico sin calibrar, debido a la dificultad de la estimación de parámetros distintos a los que trae el modelo fijados por defecto (viscosidad turbulenta y coeficientes de Petrov-Galerkin, subapartado 5.3.2.1). Además, el modelo presentó serias limitaciones para trabajar con diferentes condiciones de contorno de aguas abajo, lo que hace que los análisis de resultados sean meramente orientativos.

### 5.3.3 Dimensiones del dispositivo

Teniendo en cuenta estos estudios previos, en cuanto a que se logran flujos unidimensionales en las calles de salida dentro de distancias inferiores a 3 veces el ancho de calle a partir del cruce, quedaron fijadas las longitudes de las calles de salida en 5 metros. La longitud de las calles de entrada no planteaba inconvenientes, puesto que se procuraría que el flujo fuera unidimensional ya a la entrada misma de la calle, sin embargo se estimó oportuno que tuviera una longitud mínima de un ancho de calle.

Luego de todas las consideraciones anteriores, las dimensiones del dispositivo experimental quedaron fijadas como sigue:

Ancho de calles: 1,50 metros.

Longitud de las calles de aproximación al cruce: 2,00 metros.

Longitud de las calles de salida del cruce: 5,00 metros.

Altura de los cajeros: 0,35 metros.

Las calles forman entre sí ángulo recto en planta y la superficie propia del cruce queda entonces formada por un cuadrado de 1,5 metros de lado que permanece fijo y horizontal. Las calles pivotan sobre cada una de las aristas de este cuadrado, permitiendo cambiar las pendientes de las calles desde un mínimo de 0 hasta un máximo del 5% en la dirección del flujo. En la figura 5-8 se presenta un esquema del dispositivo experimental y sus dimensiones. En la figura 5-9 se presenta una fotografía del modelo en operación.

Los caudales de trabajo máximos que aseguran un funcionamiento óptimo del dispositivo son de 100 litros por segundo por cada una de las dos entradas, siendo capaz la instalación de afrontar, no obstante, un caudal un 50 % mayor. Los dos caudales de entrada y uno de los de salida serán medidos a través de vertederos triangulares.

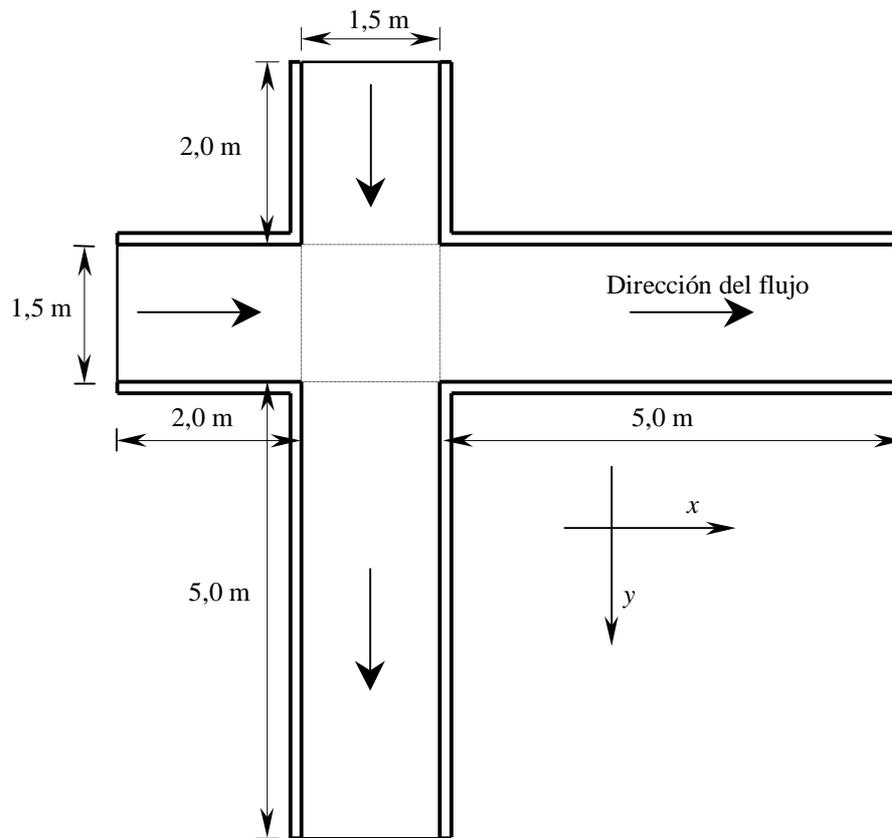


Figura 5-8: Esquema en planta del dispositivo experimental con sus dimensiones.



Figura 5-9: Fotografía del dispositivo experimental construido en el laboratorio de modelos reducidos de la Universitat Politècnica de Catalunya.



## 5.4 INFRAESTRUCTURA DE LABORATORIO

### 5.4.1 Provisión de agua al dispositivo y medición de caudales

El laboratorio cuenta con un depósito principal de unos 200 m<sup>3</sup> de capacidad, esquematizado con las siglas DP en la figura 5-10. Tres bombas (B) elevan el agua a un depósito de nivel constante (DNC), desde el cual el agua puede pasar a dos canales de gran profundidad a través de sendas válvulas de compuerta (VC). Dichos canales están dotados de vertederos triangulares (VT) en sus extremos aguas abajo que sirven para aforar el caudal que entrará luego a la tubería perimetral (TP). La provisión de agua al dispositivo experimental se realiza a través de esta tubería que es de asbesto cemento, de 35 cm de diámetro y que rodea perimetralmente al recinto del laboratorio a cielo abierto. Esta tubería se divide por medio de una válvula de mariposa (VM) de manera que los dos tramos a cada lado de la misma quedan independientemente alimentados por uno de sus extremos. Los caudales de entrada pueden medirse por separado por medio de los vertederos triangulares (VT) que tienen una abertura de vértice de 90°. El agua pasa de la tubería a las calles por medio de arquetas o cámaras de carga (AEX, AEY), una por cada calle de entrada, donde se efectúa la tranquilización y uniformización del flujo. Una vez que el agua entra en las calles realiza su tránsito por el cruce y cae a dos nuevas arquetas (ASX, ASY) desde donde retorna al depósito principal pasando previamente por el desarenador (DES) a través de los canales de recogida (CR) del agua.

En una de las arquetas de salida (ASX) se mide el caudal por medio de un vertedero triangular en “V” que tiene una capacidad máxima de medida de 138 l/s. Sin embargo, debido a los elementos de tranquilización y disipación de energía que se han dispuesto en ella, la capacidad máxima útil disminuye hasta unos 100 l/s. Se puede pensar que esta capacidad de medida del caudal de salida podría ser insuficiente; sin embargo, se planificaron los ensayos de forma que siempre se espere un caudal menor a 100 l/s en la dirección en la cual se realiza la medida.

La tubería perimetral posee una válvula de purga de aire (VPA).

### 5.4.2 Arquetas o cámaras de carga

Las arquetas o cámaras de carga son elementos intermedios que se ubican entre la tubería de provisión y el dispositivo experimental y entre éste y los canales de recogida. El primer caso corresponde a las arquetas de entrada, que sirven para conducir convenientemente el agua que proviene de la tubería hacia el dispositivo. El segundo caso pertenece a las de salida y sirven más bien como nexo de unión entre el dispositivo y los canales de recogida.

#### 5.4.2.1 Arquetas de entrada

Estas arquetas son de forma poligonal, aprovechando al máximo el espacio disponible. Una vez que se ubicó el elemento principal del dispositivo como son las calles, se construyeron las arquetas, quedando como resultado una arqueta de forma aproximadamente cuadrada de 2,60 m de largo por 2,30 m de ancho y por 1,30 m de profundidad, siendo éstas las dimensiones interiores y otra de forma más alargada que la anterior y cuyas dimensiones interiores resultaron ser de 3,00 m de ancho por 1,70 m de largo y 1,30 m de profundidad. Ambas arquetas constan de dos zonas diferenciadas como son la zona de llegada y la zona de uniformización del flujo. La zona de llegada es en donde se efectúa la tranquilización del flujo, es decir, donde el agua pierde una cantidad importante de la energía de velocidad que lleva. Hay que tener en cuenta que el agua llega por una tubería de 35 cm de diámetro, y que para un caudal de 100 litros por segundo se tendrá una velocidad de más de 1 metro por segundo. En las figuras 5-11 y 5-12 se presentan fotografías de ambas arquetas.

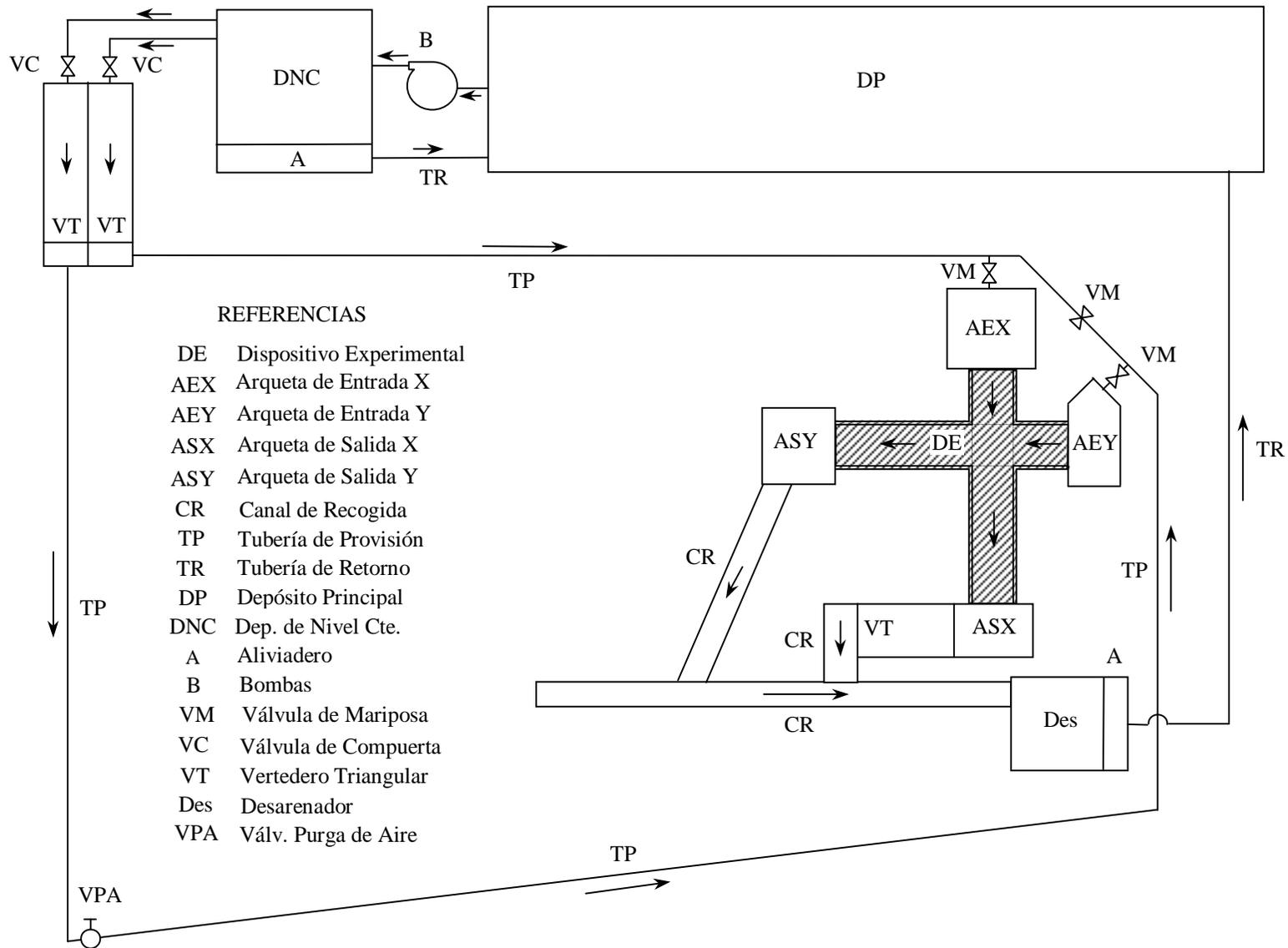


Figura 5-10: Esquema de la infraestructura de laboratorio.



Figura 5-11: Arqueta de entrada en la dirección "x".  $Q_{ex} = 99,8$  l/s.



Figura 5-12: Arqueta de entrada en la dirección "y".  $Q_{ey} = 50,2$  l/s.



*Junta de unión entre las arquetas y las calles:* Debido a que el flujo debe pasar desde las arquetas de entrada, que son fijas, hacia las calles, que son de pendiente variable, se dispuso una junta flexible entre ambas. Se diseñó esta junta de manera que interfiriera lo menos posible en la alineación del flujo de entrada en el dispositivo.

#### 5.4.2.2 Arquetas de salida

Existen dos arquetas que recogen el agua de salida de las calles: una es donde se realiza la medida del caudal y la otra sirve sólo de recolección del agua. Se eligió medir el caudal en la dirección que hay más diferencia de cota entre la solera de la calle de salida y el canal de recogida final del agua para que se pudiera colocar el vertedero de medida lo más bajo posible sin que se ahogara la vena líquida y permitir a la vez que la pendiente de la calle donde se estaba efectuando la medición pueda ser la máxima fijada del 5 %.

La arqueta de medida, que es la de la dirección “x”, consta de dos zonas, una es donde se recoge el agua y la restante es donde se produce la tranquilización, uniformización y medición del flujo. En la figura 5-13 se presenta una fotografía de la arqueta descrita.

La arqueta restante quedó dimensionada de 1,80 metros de ancho y 1,50 metros de largo, produciéndose el desagüe de la misma en dirección perpendicular a la dirección de llegada. El canal se dimensionó con un ancho cercano a los 60 cm. En la figura 5-14 se presenta una fotografía de la arqueta de salida en la dirección “y”.

#### 5.4.3 Rápidas de entrada

Un requisito de la experiencia era que el flujo fuera uniforme en todo lo ancho de la sección de inicio de las calles de entrada al cruce. Además debía asegurarse que en las calles de entrada se desarrollara el flujo en el régimen que quería estudiarse de acuerdo a su pendiente. Así pues como el agua sale de la arqueta con una velocidad pequeña, si la pendiente de la calle de entrada es pequeña, digamos del orden de la milésima o menor, es fácil deducir que el régimen en la calle será subcrítico. En cambio, si la pendiente en las calles es relativamente grande, digamos del orden de la centésima o mayor, dado que la longitud de la misma no es muy grande, no está claro que el flujo alcance a desarrollar un régimen supercrítico. Para asegurar que esto suceda se utilizaron rápidas de quita y pon de dos dimensiones diferentes. En la campaña preliminar se tantearon rápidas de diferente pendiente al inicio de ambas calles de entrada. Se vio que una rápida de 5 cm de alto y 30 cm de longitud daba lugar a un comportamiento satisfactorio del flujo de entrada.

La aceleración del flujo por medio de estas rápidas tuvo además un efecto uniformizador de los calados y velocidades a lo largo de toda la sección transversal. En la figura 5-15 puede observarse una fotografía de una de las rápidas utilizadas en los ensayos preliminares para acelerar el flujo en el caso de flujos de entrada supercríticos.





Figura 5-13: Arqueta de salida en la dirección "x".



Figura 5-14: Arqueta de salida en la dirección "y".



Figura 5-15: Rápida utilizada para acelerar el flujo en el caso de flujo en régimen supercrítico, en funcionamiento.

## 5.5 PLANIFICACIÓN DE LOS ENSAYOS

### 5.5.1 Parámetros de medida

Los principales parámetros que se midieron fueron:

- Caudales de entrada en ambas direcciones por medio de vertederos triangulares.
- Caudal de salida en la dirección “x” por medio de vertedero triangular.
- Calados en el centro de la calle como medida representativa del calado en toda la sección transversal. La localización de las secciones de medición de los calados sería distinta en función del régimen del flujo que se pretendía estudiar (supercrítico o subcrítico). En el esquema de la figura 5-16 se indican los lugares donde se realizaron las medidas de los calados.

Tanto la altura del agua sobre el vértice de los vertederos como los calados se midieron con limnómetros que poseían una precisión de 0,1 mm.

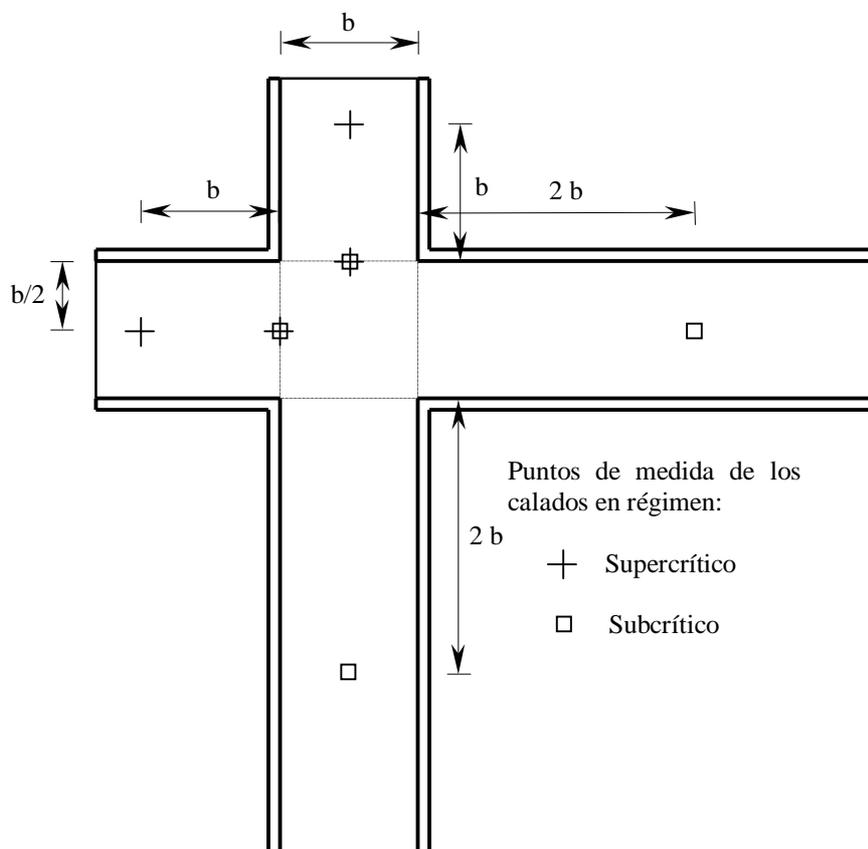


Figura 5-16: Lugar geométrico de los puntos de medida de los calados en la campaña preliminar.

### 5.5.2 Consideraciones con respecto a los lugares de medida de los calados

Las secciones de entrada de agua al cruce son lugares clave para la medición de calados ya que nos interesa conocer las características del flujo a la entrada del cruce en cualquiera de los dos regímenes de flujo estudiados. Conociendo el calado medio del flujo entrante, el caudal y el ancho de la sección, podemos conocer su velocidad y por ende su número de Froude. Cuando se estudió el flujo supercrítico, como la distribución de caudales aguas abajo del cruce no dependería de las condiciones

del flujo aguas abajo del mismo, no se consideró necesario realizar mediciones del calado en las calles de salida. Hubiera sido interesante poder medir los calados en la sección de salida del cruce, pero la variabilidad de la lámina de agua y la estructura claramente tridimensional del flujo, como cabría esperar, especialmente para flujo supercrítico, impidió hacerlo de un modo fiable. En flujo subcrítico, sí era estrictamente necesario conocer las características del flujo en las calles de salida, debido a que el reparto de caudales estaría influenciado por las condiciones del flujo aguas abajo del cruce, hecho que se confirmó en las experiencias preliminares. Por este motivo, se buscó una sección lo suficientemente alejada del cruce como para que el flujo en ella sea aproximadamente unidimensional y, a su vez, no tan cercana a la salida como para que el calado medido no estuviera influenciado por ella. La sección elegida es la situada a 2 anchos de distancia aguas abajo de la sección de inicio de la calle de salida (3 m).

### 5.5.3 Clasificación de los ensayos

Cálculos previos ayudaron a deducir que para el rango de caudales que se manejaría, es decir para 35 a 105 litros por segundo y con un coeficiente de Manning  $n = 0,010$ , la pendiente que produce un calado crítico en régimen uniforme es de 0,003 a 0,0026 respectivamente, por lo que se decidió trabajar con pendientes de calles mayores o iguales a 0,01 en el caso de régimen supercrítico y menores o iguales a 0,001 en el caso de régimen subcrítico. El coeficiente de rugosidad de Manning adoptado pertenece al material con el que está constituido el dispositivo, que es hormigón muy liso en la solera y enlucido de cemento en los cajeros.

### 5.5.4 Campaña preliminar

#### 5.5.4.1 Flujo supercrítico

Uno de los objetivos principales de estos ensayos es encontrar la relación existente entre todas las variables que influyen en el problema de la división del flujo en cruces de calles. De acuerdo a lo discutido en el apartado 5.2, las variables involucradas, luego de hacer todas las simplificaciones, cuando el régimen de las calles de salida es supercrítico, quedaron reducidas a 4: el cociente entre los caudales de entrada, el cociente entre los caudales de salida y los números de Froude del flujo de entrada (2), pudiéndose representar la relación entre ellas de la siguiente forma:

$$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}} = f\left(\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}, F_{ex}, F_{ey}\right) \quad (5-6)$$

En un primer análisis se espera que la distribución del flujo dependa de los caudales que llegan en cada dirección, por lo que los caudales serán variables inevitables a analizar. Si variamos las velocidades o números de Froude del flujo de entrada, se espera que a igualdad de caudales de entrada, el mayor caudal de salida corresponda a la calle que posea una mayor velocidad o número de Froude. Dentro de las variables caudal y número de Froude quedarían incluidas todas aquellas que definen a estas dos, como la velocidad y el calado. La variación de la velocidad del flujo de entrada se logra variando la pendiente de las calles de entrada.

Atendiendo entonces a esta necesidad de investigación se planificó una primer campaña de ensayos. Como la dificultad para cambiar las pendientes de las calles es mucho mayor que para cambiar los caudales de entrada al cruce, se decidió realizar tantas series de ensayos, como combinaciones de pendientes decidiéramos estudiar.

### Combinaciones de caudales de entrada

Las combinaciones de caudales programadas para los ensayos preliminares se eligieron en concordancia con los caudales que se simularon en modelo numérico para poder efectuar luego una comparación directa. Los caudales simulados numéricamente fueron de 35, 52, 70 y 105 l/s en un cruce de calles de 1,5 metros de ancho. Las combinaciones de caudales fueron 16 y se detallan en la tabla 5-2. En esta tabla se presentan los valores de caudales de entrada en las dos direcciones,  $Q_{ex}$  y  $Q_{ey}$  y el cociente entre ambos,  $Q_{ex}/Q_{ey}$ .

Tabla 5-2: Combinaciones de caudales de entrada para la campaña de ensayos preliminares. Flujo supercrítico.

Ensayo N°	$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$Q_{ex}/Q_{ey}$
1	35	35	1
2	35	52	0,67
3	35	70	0,5
4	35	105	0,33
5	52	105	0,5
6	70	105	0,67
7	105	105	1
8	105	70	1,5
9	105	52	2
10	105	35	3,33
11	70	35	2
12	52	35	1,5
13	52	52	1
14	52	70	0,67
15	70	70	1
16	70	52	1,5

La primera serie se realizó para una combinación de pendientes simétrica:  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$  y la segunda para una no-simétrica:  $S_x = 0,01 - S_y = 0,02$ . Se decidió mantener constante la pendiente en la dirección “x” con la menor de ellas, puesto que era la dirección donde se realizaría la medición del caudal y en donde nos interesaba recibir los menores caudales de salida.

Una vez obtenidos los resultados preliminares de estas dos primeras series y observando que las diferencias en la distribución de caudal para ambas geometrías eran pequeñas, se optó por ensayar una geometría con pendientes más diferentes entre sí:  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ .

Debemos recalcar que el propósito de la variación de las pendientes es sólo para variar la velocidad del flujo de entrada a las calles y por ende para variar su número de Froude, que es una de las variables del problema.

### Condiciones de contorno

Las condiciones de contorno que tienen valor en este tipo de flujo son las de aguas arriba. Para asegurar que el flujo de entrada fuera supercrítico, se colocaron en la sección de inicio de las calles de entrada rápidas de diferentes pendientes. Dichas rápidas fueron idénticas en ambas direcciones. Con estas rápidas y modificando las pendientes de las calles de entrada, se logró barrer un rango de números de Froude en la sección de entrada al cruce de 0,21 (régimen subcrítico con formación de

resalto aguas abajo de la rápida) a 3,52 (régimen supercrítico con formación de resalto dentro del cruce). El rango de velocidades en esa misma sección fue de 0,21 a 1,86 m/s.

### Resultados preliminares

En las tablas 5-3, 5-4 y 5-5 se presentan los resultados experimentales preliminares de las series ensayadas con las combinaciones de pendientes  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$ ;  $S_x = 0,01 - S_y = 0,02$  y  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ , respectivamente. En ellas se detallan los caudales de entrada en cada dirección,  $Q_{ex}$  y  $Q_{ey}$  y los caudales de salida en cada dirección,  $Q_{sx}$  y  $Q_{sy}$ . Además se presentan los calados en las dos secciones de entrada al cruce y en las calles de entrada a una distancia de un ancho aguas arriba de esa sección.

Tabla 5-3: Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]		$y_{ey}$ [cm]		$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		A	1b	Cruce	A		
35,7	38,0	1,8	2	1,8	2	34,8	38,9
35,6	52,0	1,8	8,3	2,5	2,6	36,6	51,0
34,4	70,7	1,8	6,0	3	3,1	35,3	69,9
34,5	104,3	*	10,8	4,5	4,0	33,8	105,5
52,8	103,6	*	11,9	4,5	4,0	56,3	100,1
70,4	104,7	3,1	12,8	4,5	4,2	79,1	96,0
104,5	104,5	4,5	14,1	4,5	14,6	105,5	103,6
69,7	35,0	3,0	3,0	1,8	9,3	75,7	29,1
52,2	34,9	2,0	2,6	1,8	8,4	56,2	30,9
52,3	51,9	2,3	2,6	2,3	2,7	55,2	49,1
52,2	69,6	2,0	10,1	3,0	3,3	56,8	65,0
70,1	70,6	3,0	3,3	3,0	3,3	76,5	64,2
69,6	52,2	3,0	3,3	2,2	10,3	72,7	49,1

\* Calado no medido por excesiva ondulación de la lámina de agua.

Tabla 5-4: Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,01 - S_y = 0,02$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]		$y_{ey}$ [cm]		$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		A	1b	Cruce	A		
35,3	35,1	1,6	7,0	1,7	1,8	35,3	35,1
34,8	52,0	1,6	8,2	2,2	2,5	34,2	52,7
34,7	69,4	1,6	9,0	3,0	3,1	32,7	71,5
34,6	104,0	*	10,7	4,0	3,9	29,0	109,6
52,6	104,1	*	11,9	4,0	3,9	51,6	105,1
69,9	104,9	3,0	13,2	4,1	4,0	71,2	103,6
104,6	34,8	4,2	3,9	1,5	10,7	113,0	26,4
69,9	34,7	2,8	3,1	1,5	9,2	75,5	29,1
52,3	34,5	2,2	2,6	1,5	8,3	58,3	28,5
52,0	52,1	2,2	8,6	2,0	2,4	49,1	55,0
52,2	70,2	2,2	10,3	2,8	3,1	51,7	70,7
70,1	70,2	2,8	10,6	2,8	3,0	69,0	71,2
69,7	51,7	2,8	3,2	2,9	10,4	75,5	45,9

\* Calado no medido por excesiva ondulación de la lámina de agua.

Tabla 5-5: Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]		$y_{ey}$ [cm]		$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		A 1b	Cruce	A 1b	Cruce		
34,6	35,7	1,9	6,3	1,6	1,7	27,2	43,0
35,3	52,6	1,6	8,1	2,2	2,3	25,2	62,6
36,1	69,7	1,7	9,0	2,8	2,9	24,9	80,9
35,0	104,3	*	10,4	4,1	3,8	19,6	119,6
52,9	104,3	*	12,0	4,0	3,7	42,7	114,6
52,2	104,2	*	11,4	4,1	3,9	36,1	120,2
69,8	104,8	2,9	12,6	4,1	3,9	56,6	117,9
69,8	34,5	2,8	3,1	1,6	8,7	71,7	32,6
52,5	35,3	2,1	2,6	1,7	*	51,0	36,8
52,3	52,3	2,1	8,7	2,2	2,3	42,9	61,7
52,1	70,0	2,1	10,1	2,9	3,0	41,1	81,1
70,0	69,7	2,9	10,3	2,9	3,0	57,4	82,3
69,6	52,7	2,9	3,3	2,3	2,3	65,4	56,9

\* Calado no medido por excesiva ondulación de la lámina de agua.

Asimismo en la figura 5-17 se representan gráficamente los resultados de los ensayos preliminares para las tres combinaciones de pendientes ensayadas. Los resultados se presentan como cocientes de caudales de entrada contra cocientes de caudales de salida.

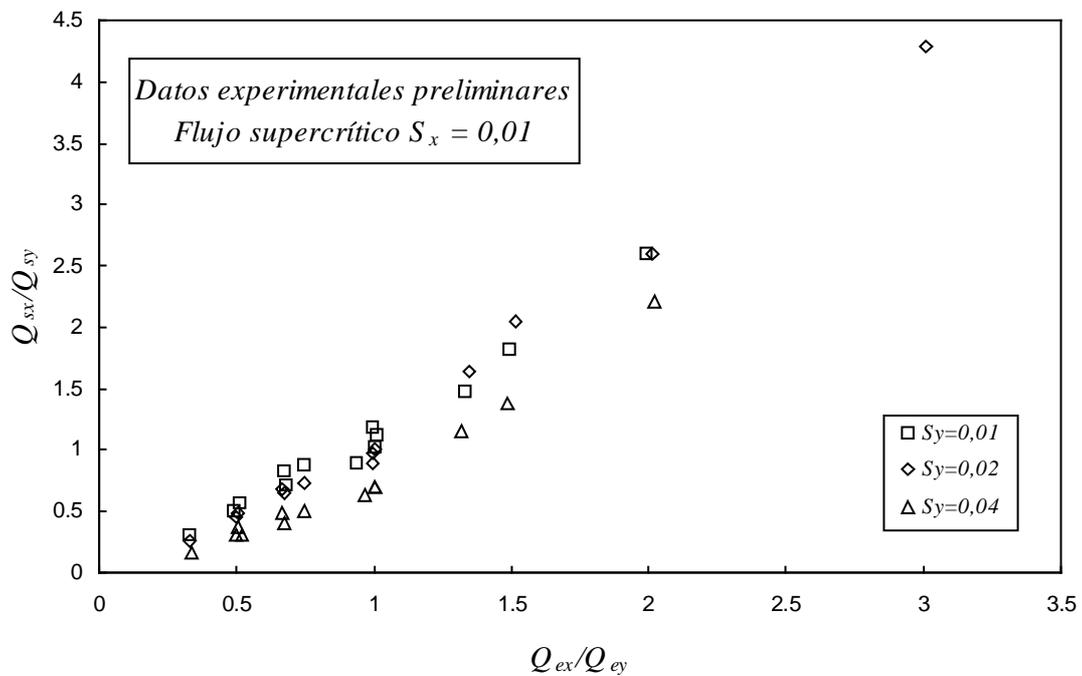


Figura 5-17: Resultados experimentales preliminares con flujo de entrada supercrítico. Relación entre caudales de entrada contra relación entre caudales de salida.

### Comparación con la modelación numérica

En las figuras 5-18 y 5-19 se presentan gráficamente las comparaciones entre la modelación numérica y los resultados experimentales preliminares por separado para cada combinación de pendientes de calles.

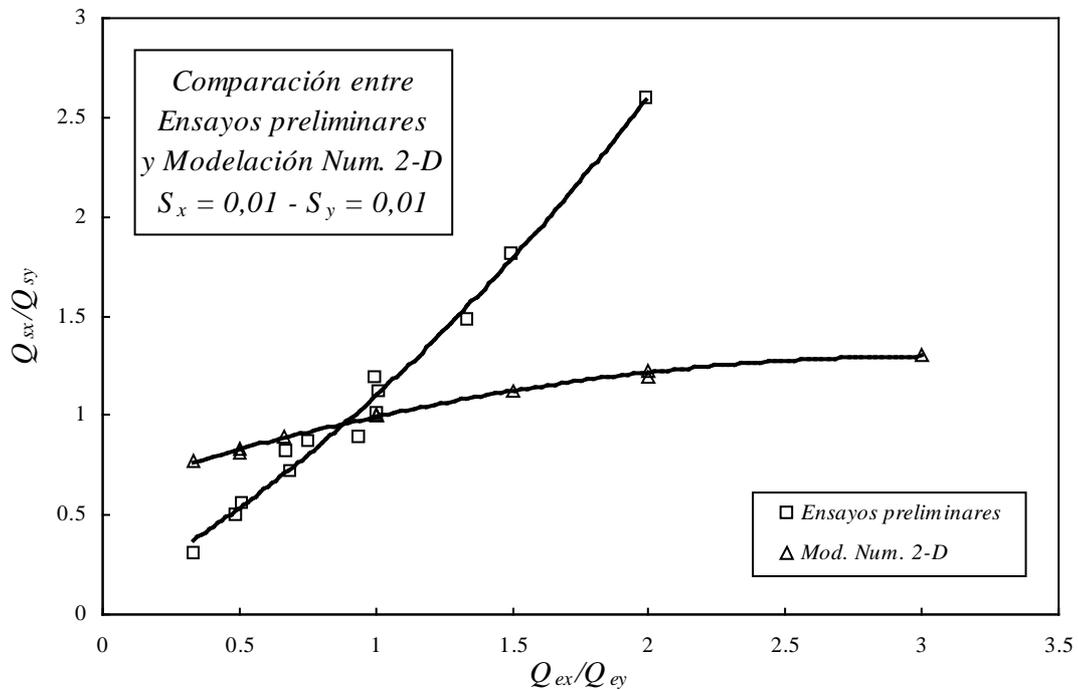


Figura 5-18: Comparación entre los resultados experimentales preliminares y la modelación numérica 2-D para una combinación de pendientes  $S_x=0,01 - S_y=0,01$ .

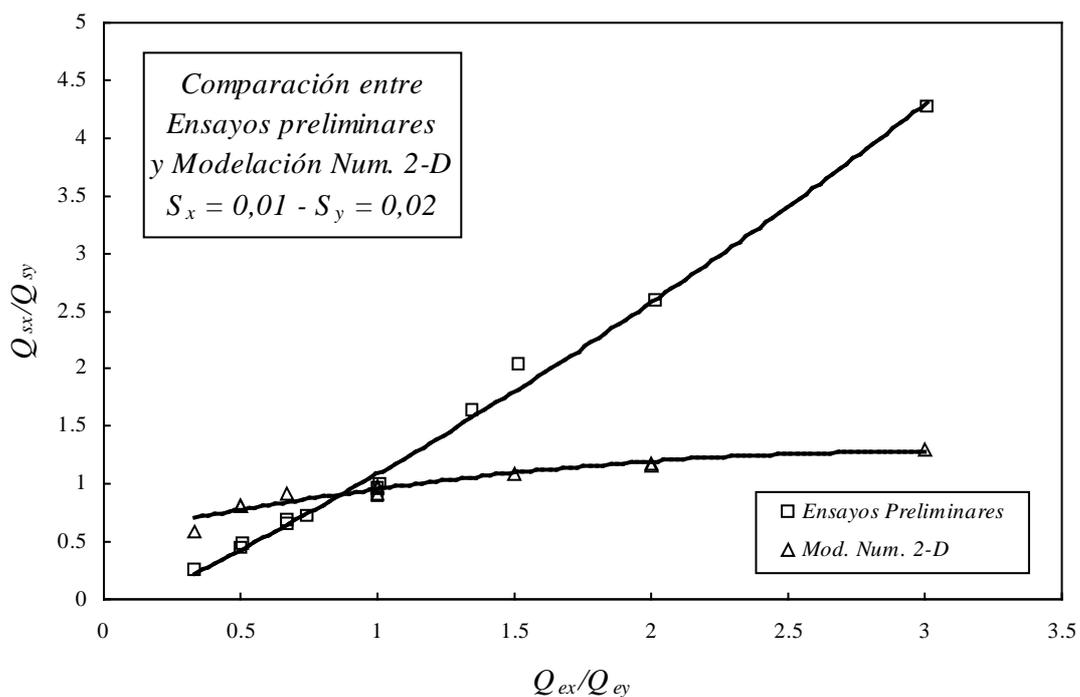


Figura 5-19: Comparación entre los resultados experimentales preliminares y la modelación numérica 2-D para una combinación de pendientes  $S_x=0,01 - S_y=0,02$ .

### Discusión de los resultados preliminares

No se observa una diferencia clara entre los resultados experimentales realizados con combinaciones de pendientes  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$  y  $S_x = 0,01 - S_y = 0,02$ ; sin embargo sí se observa una diferencia entre las anteriores y la de  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ , lo que deja entrever una determinada dependencia del reparto de caudales de salida con respecto a la velocidad de llegada del flujo de entrada al cruce y en la tendencia esperada. Sin embargo, no puede afirmarse una dependencia con respecto a la magnitud de los caudales de entrada, aparte de la relación entre ellos.

Se detecta que la tendencia de los resultados en los ensayos preliminares es claramente distinta a la tendencia de los resultados obtenidos con la modelación numérica bidimensional utilizando parámetros por defecto del modelo para el caso de flujo supercrítico, lo que significa que puede ser peligroso utilizar una modelación numérica sin una adecuada validación y calibración de los resultados. Este hecho puede deberse a la naturaleza del fenómeno claramente tridimensional para flujos supercríticos, por lo cual una modelación 2-D no tendría la capacidad suficiente para reproducir los fenómenos hidráulicos que se producen en el cruce.

Con respecto a la representación de los resultados se concluye que es satisfactorio el uso de relaciones adimensionales entre caudales para representar la información obtenida en los ensayos preliminares y en la modelación numérica 2-D, sin embargo, el hecho de que el dominio de la solución de estas relaciones sea para ambas  $\{0;\infty\}$  y la naturaleza de los datos representados, por la que se espera ensayar una igual cantidad de valores de  $Q_{ex}/Q_{ey}$  hacia ambos lados de la relación igual a 1, origina que exista igual cantidad de información desde 0 hasta 1 que desde 1 hasta  $\infty$ , lo que hace que los datos a la izquierda de 1 estén muy juntos y que a la derecha de 1 se dispersen cada vez más, haciendo difícil una cobertura de todo el dominio de manera uniforme.

Si representáramos los datos en la forma: proporción de caudales de entrada contra proporción de caudales de salida en una dirección determinada, es decir,  $Q_{ex}/Q_T$  contra  $Q_{sx}/Q_T$ , los dominios de ambas relaciones serían  $\{0;1\}$ , y podríamos planificar los ensayos de tal manera de tener igual información a la izquierda que a la derecha de  $Q_{ex}/Q_T = 0,5$ .

#### 5.5.4.2 Flujo subcrítico

Como se comentó en el apartado 5.2, una de las variables que influyen en el problema de la distribución de caudales en cruces de calles son las condiciones de contorno que, en el caso de flujo subcrítico, son los calados aguas abajo del cruce. Por lo tanto, la función de las variables involucradas es como lo indica la ecuación (5-2a), que modificada separando los datos de las incógnitas del problema queda como:

$$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}} = f\left(\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}, \frac{y_{sx}}{b}, \frac{y_{sy}}{b}\right) \quad (5-7)$$

En este tipo de flujo, las tendencias esperadas son las mismas que para flujo supercrítico, es decir, que si mantenemos constantes las condiciones de contorno aguas abajo y variamos los caudales, en un primer análisis se espera que la distribución del flujo dependa de los caudales que llegan en cada dirección, por lo que esas serán las variables inevitables a analizar. Si en cambio mantenemos fijos los caudales y las condiciones de contorno y lo que variamos la velocidad de aproximación del flujo, se espera que a igualdad de caudales de entrada, el mayor caudal de salida corresponda a la calle que posea mayor velocidad de entrada.

Además si mantenemos fijos los caudales de entrada y variamos una de las condiciones de contorno imponiendo distintos calados aguas abajo, se espera que el mayor caudal de salida corresponda a la dirección que tiene un calado de salida más bajo.

### *Combinaciones de caudales de entrada*

Las combinaciones de caudales programadas para los ensayos preliminares se eligieron en concordancia con los caudales que se simularon en modelo numérico para poder efectuar luego una comparación directa. Los caudales simulados numéricamente fueron de 25, 50, 75 y 100 litros por segundo con un ancho de calles igual al del dispositivo experimental. Las combinaciones de caudales fueron 16 y se detallan en la tabla 5-6.

Tabla 5-6: Combinaciones de caudales de entrada para la campaña de ensayos preliminares. Régimen subcrítico.

Ensayo N°	$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$Q_{ex}/Q_{ey}$
1	25	25	1
2	25	50	0,5
3	25	75	0,33
4	25	100	0,25
5	50	100	0,5
6	75	100	0,75
7	100	100	1
8	100	75	1,33
9	100	50	2
10	100	25	4
11	75	25	3
12	50	25	2
13	50	50	1
14	50	75	0,67
15	75	75	1
16	75	50	1,5

La primer serie de ensayos se realizó para una combinación de pendientes simétrica:  $S_x = 0,001 - S_y = 0,001$  y la segunda para una no-simétrica:  $S_x = 0,001 - S_y = 0,002$ . Con el mismo criterio que para flujo supercrítico, se decidió mantener constante la menor de las pendientes en la dirección "x" puesto que era la dirección donde se realizaría la medición del caudal y en donde nos interesaba recibir los menores caudales.

### *Condiciones de contorno*

En ambas series las condiciones de contorno aguas abajo fueron materializadas mediante la colocación de barreras de 4 y 8 cm de altura de colocadas como vertederos a una distancia de 5 metros de la sección de salida del cruce, lo que equivale a 3 1/3 anchos de calle.

En primer lugar se consideraron condiciones de contorno fijas e iguales en ambas direcciones y en segundo lugar se dejaron fijos los caudales de entrada y se fue variando las condiciones de contorno desde caída libre (sin barrera), a vertedero de 4 cm de altura y finalmente vertedero de 8 cm de altura, combinándolos en ambas direcciones.

*Resultados preliminares*

En las tablas 5-7 a 5-11 se presentan los resultados experimentales preliminares de las series ensayadas con las combinaciones de pendientes  $S_x = 0,001 - S_y = 0,001$  y  $S_x = 0,001 - S_y = 0,002$ .

En las tablas 5-7 y 5-9 están los resultados de la variación de la relación de caudales con condiciones de contorno fijas e iguales en ambas direcciones. En las tablas 5-8, 5-10 y 5-11 están los resultados de fijar los caudales de entrada e ir variando las condiciones de contorno aguas abajo como se indica.

Tabla 5-7: Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,001 - S_y = 0,001$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]	$y_{sx}$ [cm]	$y_{sy}$ [cm]	$H_x^*$ [cm]	$H_y^*$ [cm]
25,1	25,3	7,5	7,9	27,5	22,9	7,0	7,0	4	4
25,0	49,8	9,0	9,2	38,3	36,5	7,3	8,2	4	4
24,8	75,0	10,3	10,2	47,7	52,1	7,3	9,1	4	4
25,0	100,0	11,5	11,2	57,2	67,8	7,3	10,2	4	4
50,4	99,8	15,1	10,5	73,1	77,1	8,3	9,5	4	4
75,2	100,8	16,8	17,0	91,9	84,1	14,3	14,9	8	8
51,0	50,1	10,2	10,6	54,5	46,6	8,3	8,5	4	4
50,6	75,2	11,5	11,7	64,2	61,6	7,9	8,7	4	4
75,4	74,8	12,5	12,8	80,1	70,1	8,2	8,6	4	4

\* Altura de barrera de vertedero.

Tabla 5-8: Influencia de las condiciones de contorno.  
Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,001 - S_y = 0,001$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]	$y_{sx}$ [cm]	$y_{sy}$ [cm]	$H_x^*$ [cm]	$H_y^*$ [cm]
51,0	50,1	13,5	13,8	54,6	46,5	12,9	21,0	8	8
51,0	50,1	10,9	11,4	26,3	74,8	10,8	5,4	8	0
51,0	50,1	11,6	12,1	34,8	66,3	11,5	9,2	8	4
51,0	50,1	10,2	10,6	54,5	46,6	8,3	8,5	4	4
51,0	50,1	9,6	9,9	45,2	55,9	7,6	4,1	4	0

\* Altura de barrera de vertedero.

Tabla 5-9: Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,001 - S_y = 0,002$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]	$y_{sx}$ [cm]	$y_{sy}$ [cm]	$H_x^*$ [cm]	$H_y^*$ [cm]
25,8	25,2	7,3	7,8	25,7	25,3	7,0	7,0	4	4
25,6	50,2	8,8	9,0	36,1	39,7	7,0	8,2	4	4
25,6	74,8	10,0	10,0	45,2	55,2	7,0	8,9	4	4
25,2	99,6	11,1	10,9	53,3	71,5	7,0	9,7	4	4
50,5	99,4	12,5	12,4	70,5	79,5	7,5	9,0	4	4
75,4	99,4	13,6	13,8	86,9	87,9	7,5	8,8	4	4
74,9	25,1	9,4	10,3	57,2	42,8	8,9	7,0	4	4
49,8	24,8	8,5	9,0	40,3	34,4	8,0	7,2	4	4
49,9	50,0	9,9	10,3	50,6	49,3	8,0	7,7	4	4
50,4	75,1	11,3	11,5	60,7	64,8	7,9	8,6	4	4
74,9	75,5	12,3	12,8	76,8	73,5	8,4	8,9	4	4
75,8	49,9	11,0	11,6	67,8	57,9	8,6	7,8	4	4

\* Altura de barrera de vertedero.

Tabla 5-10: Influencia de las condiciones de contorno.  
Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,001 - S_y = 0,002$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]	$y_{sx}$ [cm]	$y_{sy}$ [cm]	$H_x^*$ [cm]	$H_y^*$ [cm]
25,2	99,6	11,1	10,9	53,3	71,5	7,0	9,7	4	4
25,2	99,6	10,1	10,0	42,4	82,4	6,3	5,9	4	0
25,2	99,6	12,8	12,7	78,3	46,5	7,9	13,1	4	8
25,2	99,6	14,3	14,4	59,9	65,0	12,6	14,5	8	8
25,2	99,6	12,2	12,3	35,3	89,5	10,8	10,9	8	4
25,2	99,6	10,6	10,3	58,4	66,5	3,7	9,5	0	4

\* Altura de barrera de vertedero.

Tabla 5-11: Influencia de las condiciones de contorno.  
Resultados experimentales preliminares para  $S_x = 0,001 - S_y = 0,002$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]	$y_{sx}$ [cm]	$y_{sy}$ [cm]	$H_x^*$ [cm]	$H_y^*$ [cm]
49,9	50,0	9,9	10,3	50,6	49,3	8,0	7,7	4	4
49,9	50,0	9,4	9,8	42,9	56,9	7,6	3,9	4	0
49,9	50,0	11,4	11,7	69,3	30,6	9,2	11,2	4	8
49,9	50,0	13,0	13,5	52,0	47,9	12,5	12,7	8	8
49,9	50,0	11,4	11,8	31,5	68,4	11,2	9,1	8	4
49,9	50,0	9,3	9,6	59,6	40,2	4,3	7,4	0	4
49,9	50,0	8,8	9,2	51,8	48,1	4,8	4,0	0	0

• Altura de barrera de vertedero.

Asimismo en la figura 5-20 se representan gráficamente los resultados de los ensayos preliminares para las dos combinaciones de pendientes ensayadas.

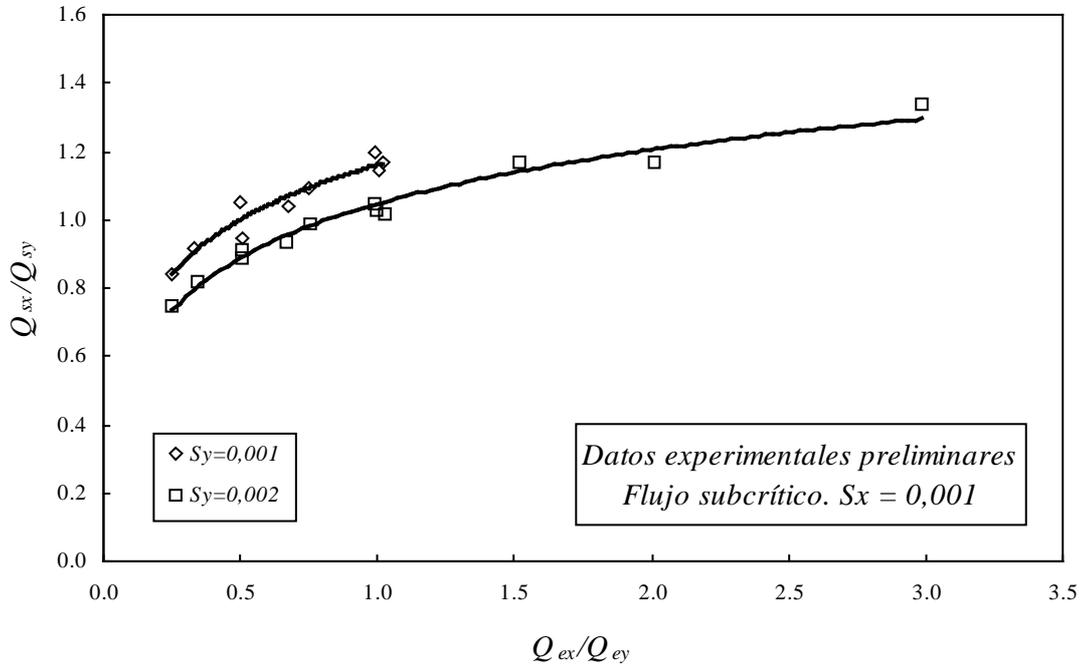


Figura 5-20: Resultados de los ensayos preliminares con flujo subcrítico. Relación entre caudales de entrada contra relación entre caudales de salida.

#### Comparación con la modelación numérica

En las figuras 5-21 y 5-22 se presentan gráficamente las comparaciones entre la modelación numérica y los resultados experimentales preliminares por separado para cada combinación de pendientes de calles.

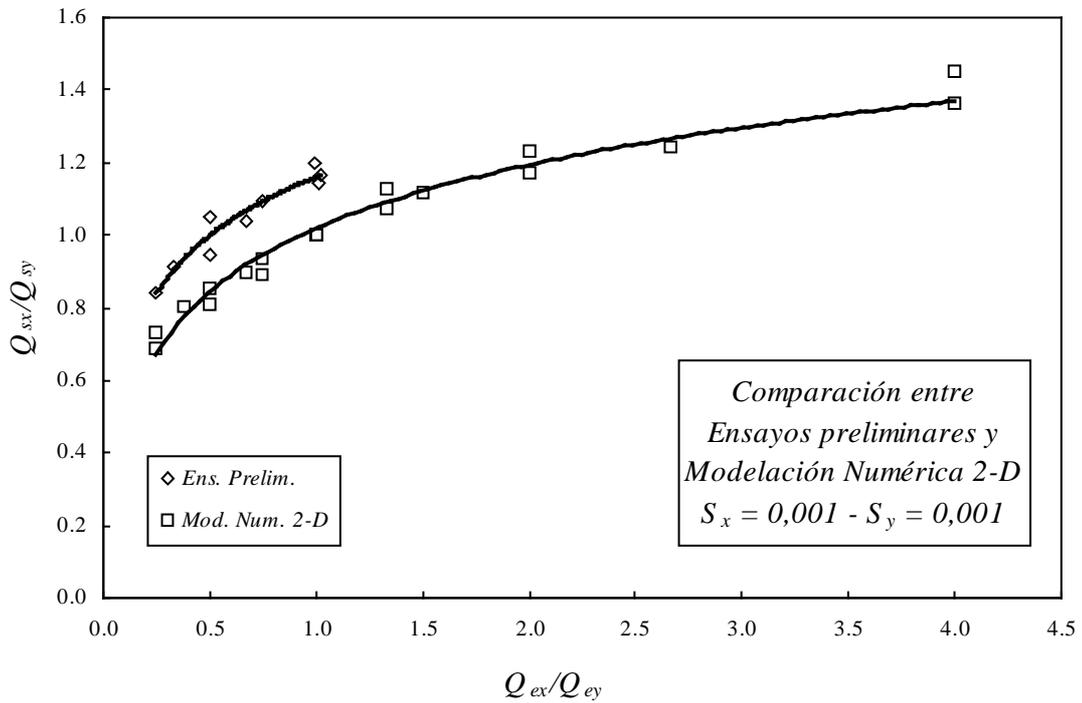


Figura 5-21: Comparación entre los resultados experimentales preliminares y la modelación numérica 2-D para una combinación de pendientes  $S_x = 0,001 - S_y = 0,001$ .

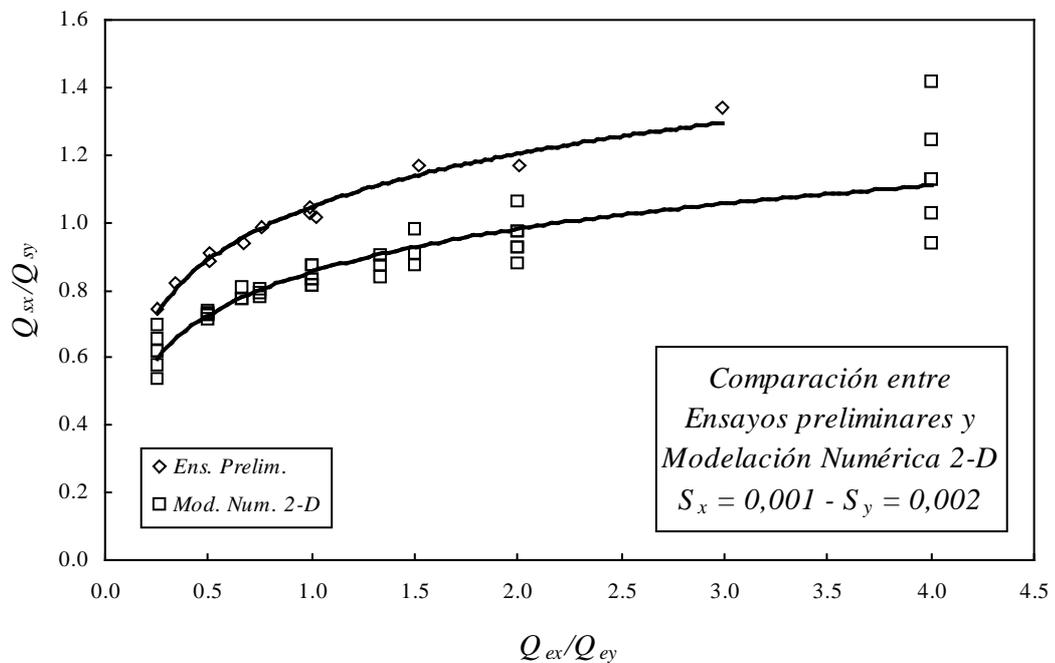


Figura 5-22: Comparación entre los resultados preliminares y la modelación numérica 2-D para una combinación de pendientes  $S_x=0,001 - S_y=0,002$ .

### *Discusión de los resultados preliminares*

En los ensayos llevados a cabo con flujo subcrítico, también vale lo dicho anteriormente con respecto a las combinaciones de caudales ensayados.

En flujo subcrítico se puede apreciar la marcada influencia que tienen las condiciones de contorno sobre el reparto de caudales en el cruce. Los ensayos preliminares se realizaron con condiciones de contorno de caída libre en el extremo aguas abajo de las calles de salida, pero en esos casos el flujo en las calles de salida fue supercrítico, lo que invalidó de alguna manera los resultados obtenidos, ya que estábamos sólo ante un caso especial del flujo supercrítico ya estudiado anteriormente y no se cumplía nuestra asunción inicial. Es por eso que los datos que se presentan son los obtenidos con vertederos de distintas alturas en las secciones finales de las calles de salida.

En la comparación de los resultados experimentales con los numéricos, hay que tener en cuenta que fue imposible reproducir las condiciones de contorno reales con el modelo numérico, por problemas de convergencia numérica del mismo. Por la naturaleza del flujo subcrítico de depender de las condiciones de contorno de aguas abajo, esta circunstancia limita en gran medida la comparación entre ambos resultados. Por este motivo no es posible una comparación directa. Se puede hacer, sin embargo, una comparación de tendencias, las cuales coinciden a grandes rasgos con las esperadas.

### *Criterios para la planificación de una nueva campaña para el estudio del flujo en régimen subcrítico*

La entrada en juego de una variable más, como lo es la condición de contorno aguas abajo, complica en gran medida el estudio de este tipo de flujo. En un comienzo se esperaba que fuera posible el estudio con condiciones de contorno de calado crítico aguas abajo, lo que no fue posible como se explicó en el párrafo anterior. Sin embargo, la campaña preliminar en este tipo de flujo fue importante y útil para establecer algunos criterios a tener en cuenta si se desea afrontar el estudio del flujo subcrítico en un cruce de calles.

En primer lugar se deberá adoptar combinaciones entre caudales de entrada similares a las adoptadas para el estudio del cruce en régimen supercrítico.

En segundo lugar se deberá estudiar la posibilidad de que los estudios del reparto del caudal en cruces en los cuales los flujos de salida están en régimen subcrítico se realicen con pendientes de calles de entrada y salida nulas. Esto se basa en el hecho de que las pendientes de las calles son tan pequeñas que la diferencia de nivel entre los extremos de las calles son de un orden de magnitud inferior a los calados que se producen y es del mismo orden de magnitud de la tolerancia que posee la construcción del dispositivo experimental. Por ejemplo, una pendiente de 0,001, equivale a que exista un desnivel de 0,002 m, es decir, 2 mm desde un extremo al otro de la calle de entrada y 0,005 m, o sea, 5 mm en la calle de salida, cuando la tolerancia de la construcción del dispositivo es de  $\pm 1$  mm. Además los calados mínimos para los caudales ensayados son del orden de algunos centímetros, por ejemplo cuando las condiciones de contorno de aguas abajo son de caída libre.

### 5.5.5 Campaña definitiva

#### 5.5.5.1 Introducción

La campaña definitiva se llevó a cabo exclusivamente con flujo de entrada y salida supercrítico, dejando el estudio en régimen subcrítico para un trabajo posterior, por eso nos referiremos en este apartado sólo al estudio del régimen supercrítico en cruces de calles.

#### 5.5.5.2 Nuevas combinaciones de caudales de entrada

Las conclusiones de la campaña preliminar nos conducen a desechar la modelación numérica bidimensional como una herramienta para la predicción de caudales de salida y a replantear tanto la representación de los resultados como la planificación de los ensayos de una manera mucho más práctica.

*Relaciones entre caudales de entrada:* En la campaña preliminar se consideraron las relaciones entre caudales de entrada de la tabla 5-12. Para cada relación entre caudales de entrada se realizaron diferentes ensayos con diferentes caudales y números de Froude del flujo de entrada. Vemos que se abarcaba un rango de relaciones entre caudales de entrada de 0,33 a 3,33 y la distribución de ensayos para cada una de estas relaciones no era muy uniforme, habiendo sólo un ensayo para los valores extremos, incrementándose en los valores centrales hasta llegar a 4 para la relación entre caudales de entrada igual a 1.

Tabla 5-12: Relaciones entre caudales de entrada utilizadas en la campaña preliminar y número de ensayos realizados con cada una.

Relación entre Caudales de entrada	Cantidad de ensayos
0,33	1
0,5	2
0,67	3
1	4
1,5	3
2	2
3,33	1
<b>Nro. Total de combinaciones</b>	<b>16</b>

Habiendo abandonado el propósito de comparación con la modelación numérica 2-D ya no hay razón para mantener esas combinaciones de caudales y la nueva planificación puede hacerse además teniendo en cuenta la nueva representación de los resultados, utilizando proporciones de caudales de entrada en lugar de sus cocientes. Se decidió entonces utilizar las combinaciones de caudales de la tabla 5-13.

Tabla 5-13: Combinaciones de caudales de entrada para la campaña experimental definitiva.

Nro. de Ensayo	$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$Q_{ex}/Q_T$	Nro. de Ensayo	$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$Q_{ex}/Q_T$
1	25	25	0,5	16	50	21,43	0,7
2	25	37,5	0,4	17	50	33,33	0,6
3	25	58,33	0,3	18	50	50	0,5
4	25	100	0,2	19	33,33	50	0,4
5	11,11	100	0,1	20	21,43	50	0,3
6	42,86	100	0,3	21	12,5	50	0,2
7	66,67	100	0,4	22	8,33	75	0,1
8	100	100	0,5	23	18,75	75	0,2
9	100	66,67	0,6	24	32,14	75	0,3
10	100	42,86	0,7	25	50	75	0,4
11	100	11,11	0,9	26	75	75	0,5
12	100	25	0,8	27	75	50	0,6
13	58,33	25	0,7	28	75	32,14	0,7
14	37,5	25	0,6	29	75	18,75	0,8
15	50	12,5	0,8	30	75	8,33	0,9

El número de combinaciones resultantes se detalla en la tabla 5-14. Vemos que con esta nueva planificación, se barre un rango mucho más amplio desde la proporción de caudal de entrada del 10% hasta la del 90%, utilizando caudales desde 11,11 hasta 100,00 litros por segundo. Se tienen 2 combinaciones para 10% y 90% y como mínimo 3 para las demás combinaciones, barriendo todo el rango en saltos de 10% en 10%.

Tabla 5-14: Número de ensayos que se obtendrán con cada proporción de caudales de entrada en la campaña experimental definitiva.

$Q_{ex}/Q_T$	Nro. de ensayos
0,1	2
0,2	3
0,3	4
0,4	4
0,5	4
0,6	4
0,7	4
0,8	3
0,9	2
<b>Nro. total de combinaciones</b>	<b>30</b>



# CAPÍTULO 6

## *Resultados experimentales*

### 6.1 INTRODUCCIÓN

En este capítulo se presentan los resultados de la campaña experimental descrita en el capítulo anterior. Se exponen los parámetros medidos y los calculados y a partir de ellos se realiza un análisis de los resultados con el fin de hallar una relación entre las variables involucradas en el problema de la división del flujo en un cruce de calles. Se describen los dos patrones de flujo encontrados y se hallan distintas relaciones que sirven para caracterizarlos y establecer los límites entre ellos. Algunas de las relaciones halladas son útiles para formular el modelo de cálculo que se propondrá en el capítulo 7. Todas las relaciones usadas son adimensionales, lo que facilita la extrapolación de resultados a cruces de cualquier dimensión.

### 6.2 DATOS EXPERIMENTALES

#### 6.2.1 Parámetros medidos

*Caudales de entrada:* se midieron los dos caudales de entrada,  $Q_{ex}$  y  $Q_{ey}$ , indirectamente a través de la medición de la altura de agua sobre el vértice de vertederos triangulares de  $90^\circ$  de abertura. Dichos vertederos son los esquematizados con las siglas VT en la esquina superior izquierda de la figura 5-10. La transformación de altura de agua a caudal se realiza a través del método de Kindsvater-Shen (Kulin and Compton, 1975, según U.S. Bureau of Reclamation, 1997). La ecuación que se utilizó, aplicando un adecuado coeficiente de gasto efectivo para vertederos triangulares parcialmente contraídos es la siguiente:

$$Q = 1,366 \cdot H^{5/2} \quad (6-1)$$

Donde  $Q$  es el caudal en  $m^3/s$  y  $H$  es la altura de agua medida sobre el vértice del vertedero en m.

*Caudal de salida:* se midió también el caudal de salida en la dirección “x”,  $Q_{sx}$ , indirectamente a través de la medición de la altura de agua sobre el vértice del vertedero triangular ubicado en la arqueta de salida en la dirección “x”, también esquematizado en la figura 5-10. Se utiliza la misma fórmula que en el caso anterior porque se trata de un vertedero triangular de la misma abertura de vértice,  $90^\circ$ .

*Calados:* se midieron los calados en los puntos detallados en la figura 6-1, y se midió también, siempre que fue posible, los calados inmediatamente antes del resalto, cuando los hubo. Las medidas se realizaron con diferentes limnómetros, todos dotados de un nonio que permite la apreciación de fracciones de 0,1 mm.

En las tablas 6-1, 6-2 y 6-3 se detallan los parámetros medidos en los ensayos llevados a cabo con las combinaciones de pendientes  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$ ;  $S_x = 0,01 - S_y = 0,02$  y  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ , respectivamente. En la séptima y doceava columnas se detallan las distancias  $D_{Rx}$  y  $D_{Ry}$  (ver figura 6-2), que son las distancias con respecto a la entrada del cruce, a la que se midió el calado antes del resalto en ambas direcciones.

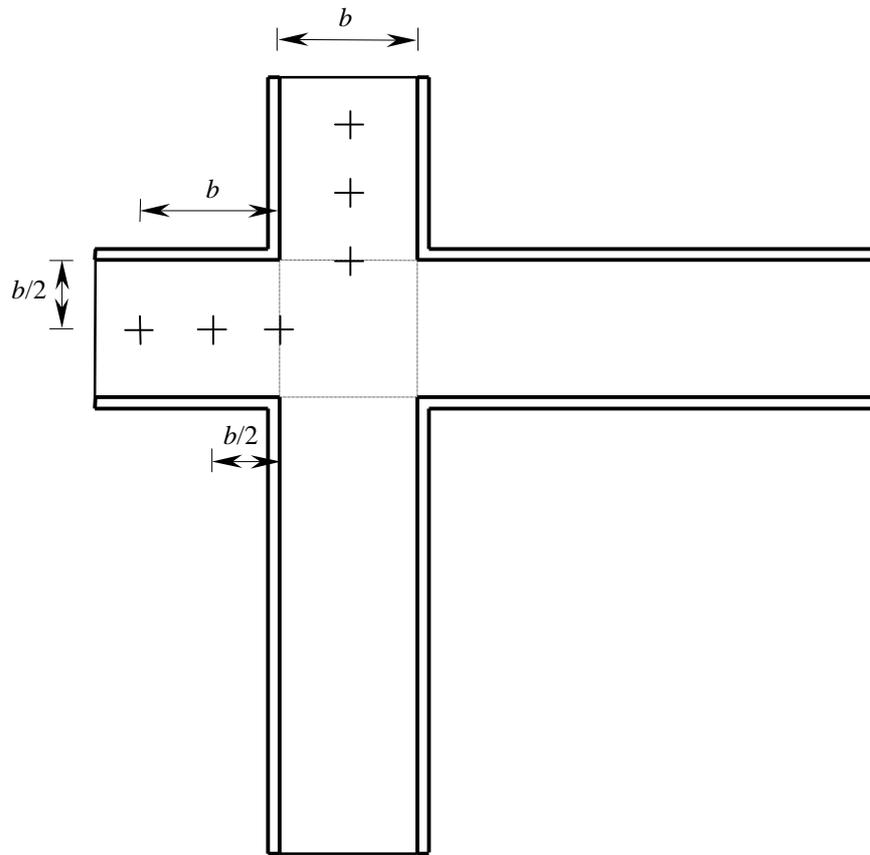


Figura 6-1: Lugar geométrico de los puntos de medida de los calados en la campaña experimental (+).

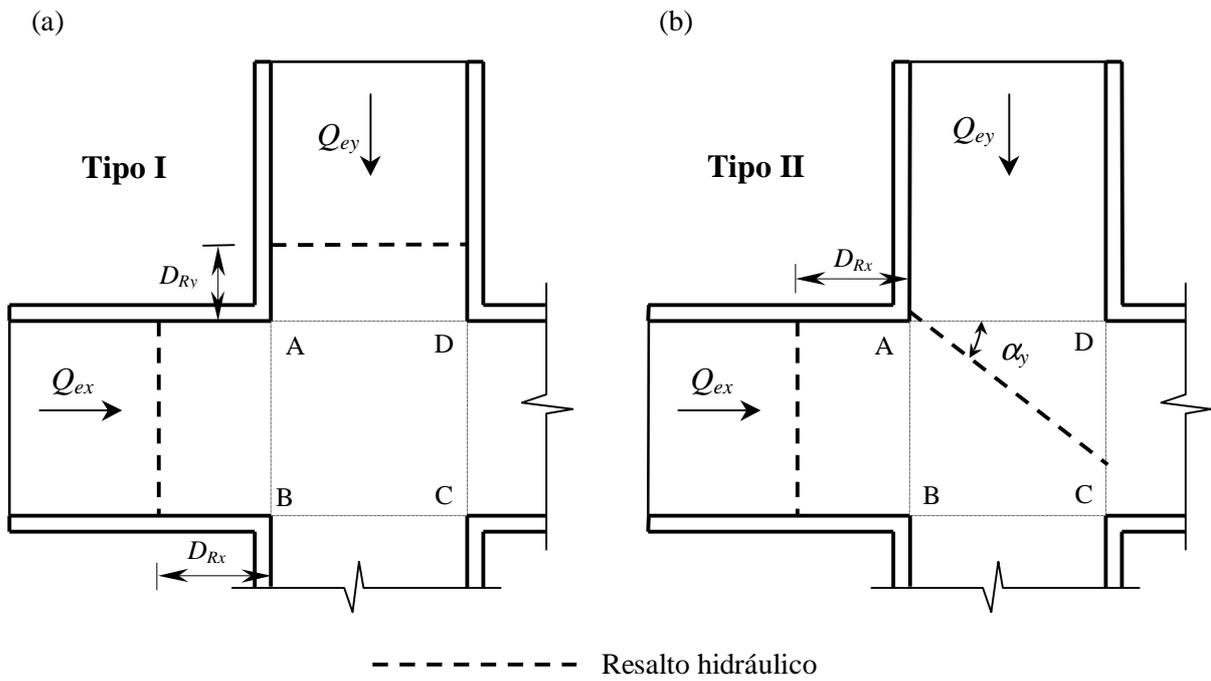


Figura 6-2: Esquema de los patrones de flujo: (a) Tipo I y (b) Tipo II.

Tabla 6-1: Datos experimentales para  $S_x = 0,01 - S_y = 0,01$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]				$D_{Rx}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]				$D_{Ry}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res			
8,4	75,0	4,8	5,6	6,1	**	**	3,7	3,7	3,8	***	***	12,5	70,8
11,1	99,6	6,2	7,0	7,5	**	**	4,7	4,7	4,7	***	***	17,5	93,2
12,6	50,0	4,4	5,3	5,9	**	**	2,7	2,7	2,8	***	***	16,3	46,3
18,8	75,1	6,2	7,2	7,8	**	**	3,7	3,8	3,8	***	***	24,4	69,4
21,4	50,0	*	6,5	6,9	**	**	2,7	2,7	2,8	***	***	26,6	44,7
25,0	24,9	1,6	1,6	5,7(5,4)	1,7	40	1,7	1,7	5,6(5,6)	1,7	55	27,1	22,8
25,0	99,5	8,1	9,1	9,5	**	**	4,8	4,7	4,7	***	***	34,8	89,7
25,0	37,4	1,6	5,7	6,3(6,5)	1,6	120	2,2	2,2	*	2,3	25	31,0	31,5
25,1	58,1	6,1	7,2	7,7	**	**	3,1	3,1	3,2	***	***	31,9	51,4
33,2	49,8	2,0	7,0	7,5(7,7)	1,9	130	2,7	2,7	*	2,9	30	40,2	42,9
37,5	25,0	2,2	2,2	*	2,4	25	1,6	5,9	6,7(6,5)	1,6	120	37,7	24,8
42,9	99,6	9,5	10,6	11,1	**	**	4,8	4,7	*	4,9	25	55,9	86,5
49,9	50,2	2,6	*	8,6(8,8)	2,8	100	2,7	*	9,1(9,0)	2,7	100	52,9	47,2
50,0	33,4	2,7	2,7	*	2,9	30	2,0	7,4	8,1(7,8)	2,0	150	49,6	33,8
50,1	12,6	2,7	2,8	2,8	***	***	4,4	5,4	6,1	**	**	51,1	11,6
50,1	21,5	2,7	2,7	2,8	***	***	5,4	6,5	7,3	**	**	50,6	21,0
58,4	25,0	3,0	3,0	3,1	***	***	*	7,2	8,0	**	**	58,3	25,1
66,7	100,6	10,4	11,8	12,2	**	**	4,8	4,7	11,6	4,9	45	82,5	84,7
74,9	18,7	3,8	3,7	3,7	***	***	6,2	7,3	8,0	**	**	75,3	18,3
75,0	8,2	3,8	3,7	3,7	***	***	4,7	5,6	6,4	**	**	74,3	8,9
75,0	74,8	3,8	11,1	11,4	3,8	150	3,8	11,1	11,9	3,8	150	79,0	70,8
				(11,6)					(11,6)				
99,8	99,9	*	13,5	14,0	**	**	*	13,6	14,3	**	**	104,0	95,7
99,9	25,0	4,8	4,7	4,6	***	***	8,1	9,0	9,8	**	**	98,1	26,9
100,0	42,9	4,7	4,7	4,9	***	***	9,6	10,7	11,5	**	**	96,1	46,8
100,0	66,4	4,8	4,6	11,1	4,9	40	*	12,0	12,6	**	**	93,4	73,0
100,3	11,0	4,7	4,6	4,7	***	***	6,2	7,0	7,8	**	**	99,3	12,1

\* Lectura de calado no tomada por excesiva ondulación de la lámina de agua.

\*\* El flujo es subcrítico en la calle de entrada.

\*\*\* El resalto se forma dentro del cruce.

El valor entre paréntesis corresponde al calado calculado con un enfoque unidimensional en función del medido aguas arriba del resalto y la posición del resalto.

Tabla 6-2: Datos experimentales para  $S_x = 0,01$  -  $S_y = 0,02$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]				$D_{Rx}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]				$D_{Ry}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res			
8,3	74,8	4,5	5,4	5,9	**	**	3,6	3,6	3,6	***	***	9,2	73,9
11,0	99,6	7,0	6,7	7,4	**	**	4,7	4,4	4,5	***	***	13,3	97,4
12,4	50,0	*	5,2	5,7	**	**	2,7	2,6	2,7	***	***	12,3	50,1
18,8	75,0	6,2	7,1	7,6	**	**	3,7	3,6	3,6	***	***	19,0	74,7
21,4	50,0	*	6,3	6,8	**	**	2,6	2,6	2,7	***	***	22,7	48,7
25,0	100,0	7,9	8,9	9,5	**	**	4,7	4,4	4,5	***	***	27,7	97,3
25,0	59,0	*	7,2	7,7	**	**	3,0	3,0	3,0	***	***	27,5	56,5
25,1	41,5	1,6	5,9	6,4(6,6)	1,6	130	2,1	2,1	2,2	***	***	28,0	38,6
25,1	24,9	1,6	1,7	5,2(5,6)	1,7	60	1,6	1,6	*(5,5)	1,6	25	26,6	23,4
32,2	75,1	*	8,5	9,0	**	**	3,8	3,5	3,5	***	***	35,4	71,8
33,4	49,9	2,0	7,2	7,7(7,7)	2,0	140	2,6	2,6	*	2,7	25	36,1	47,1
37,5	25,0	2,1	2,2	2,4	2,4	15	1,6	1,6	6,7(6,8)	1,6	75	38,0	24,5
42,7	100,6	9,5	10,5	11,1	**	**	4,7	4,5	4,5	***	***	49,7	93,7
49,9	12,5	2,7	2,6	2,8	***	***	0,9	4,5	6,3(5,9)	1,0	125	49,6	12,8
49,9	50,3	2,7	2,8	8,2(8,5)	2,8	75	2,7	2,6	*(8,6)	2,6	35	53,4	46,8
50,2	33,3	2,7	2,7	*	3,0	20	1,9	*	8,1(7,9)	2,0	80	49,0	34,5
50,3	21,4	2,7	2,7	2,9	***	***	1,4	5,7	7,2(7,1)	1,4	110	49,5	22,2
58,3	25,2	3,1	3,0	3,1	***	***	1,6	6,4	8,0(7,8)	1,6	120	57,6	25,8
66,5	100,0	10,6	12,0	12,5	**	**	4,7	4,5	*	4,6	25	75,2	91,3
74,8	18,7	3,8	3,6	3,8	***	***	*	6,5	8,1(7,6)	1,3	160	74,0	19,5
74,9	32,2	3,8	3,7	3,8	***	***	1,9	8,0	9,4(9,3)	1,9	150	72,9	34,2
75,0	8,3	3,8	3,7	3,8	***	***	3,3	4,9	6,3	**	**	74,0	9,2
75,1	74,8	3,7	10,9	11,4 (11,5)	3,8	140	3,7	3,6	11,6 (11,5)	3,6	65	77,9	72,0
99,6	11,1	4,8	4,6	4,7	***	***	*	6,1	7,8	**	**	98,0	12,6
99,7	25,0	4,8	4,6	4,7	***	***	*	8,3	9,8	**	**	97,3	27,4
99,9	42,9	4,8	4,7	5,0	***	***	*	9,9	11,4	**	**	94,9	47,9
100,0	66,9	4,7	4,6	*	5,0	40	3,3	10,9	12,6 (12,6)	3,3	140	92,3	74,7
100,1	99,6	*	13,6	14,0	**	**	4,7	*	14,3 (14,1)	4,5	100	103,4	96,4

\* Lectura de calado no tomada por excesiva ondulación de la lámina de agua.

\*\* El flujo es subcrítico en la calle de entrada.

\*\*\* El resalto se forma dentro del cruce.

El valor entre paréntesis corresponde al calado calculado con un enfoque unidimensional en función del medido aguas arriba del resalto y la posición del resalto.

Tabla 6-3: Datos experimentales para  $S_x = 0,01 - S_y = 0,04$ .

$Q_{ex}$ [l/s]	$Q_{ey}$ [l/s]	$y_{ex}$ [cm]				$D_{Rx}$ [cm]	$y_{ey}$ [cm]				$D_{Ry}$ [cm]	$Q_{sx}$ [l/s]	$Q_{sy}$ [l/s]
		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res		$b$	$b/2$	Cruce	Arr.Res			
8,3	75,1	4,4	5,2	5,8	**	**	3,5	3,2	3,2	***	***	6,6	76,7
11,4	100,3	5,6	6,5	7,1	**	**	4,5	4,1	4,0	***	***	9,0	102,6
12,5	50,0	4,3	5,1	5,7	**	**	2,5	2,3	2,4	***	***	6,4	56,1
18,7	75,2	*	6,9	7,4	**	**	3,5	3,2	3,2	***	***	10,4	83,5
21,4	49,8	*	6,1	6,8(6,3)	1,5	160	2,5	2,3	2,4	***	***	17,0	54,2
25,0	37,5	1,7	5,7	6,3(6,3)	1,6	115	2,0	1,9	1,8	***	***	23,3	39,2
25,0	58,4	*	6,9	7,4	**	**	2,9	2,6	2,6	***	***	20,0	63,3
25,1	99,9	7,6	8,5	9,1	**	**	4,4	4,0	4,0	***	***	16,2	108,8
25,1	25,0	1,7	1,7	5,5(5,7)	1,6	55	1,5	1,4	1,3	***	***	24,4	25,7
33,4	50,3	2,0	7,2	7,8(7,7)	2,0	140	2,6	2,3	2,3	***	***	30,8	52,9
37,5	25,0	2,2	2,2	*	2,4	10	1,5	1,4	*	1,4	25	38,6	23,9
43,2	100,2	9,2	10,2	10,8	**	**	4,5	4,0	4,0	***	***	38,5	104,9
49,9	21,4	2,6	2,8	2,9	***	***	1,3	1,3	7,0(6,9)	1,3	50	50,6	20,8
50,0	12,3	2,8	2,8	2,9	***	***	0,9	0,9	5,9(5,8)	0,9	60	50,8	11,5
50,0	49,9	2,7	*	8,9(8,8)	2,8	100	2,5	2,3	*	2,3	25	47,1	52,9
50,1	33,1	2,7	2,8	*	2,3	20	1,8	1,7	*(7,9)	1,7	35	49,4	33,8
58,3	25,0	3,0	3,1	3,1	***	***	1,5	1,4	7,8(7,4)	1,4	50	58,4	24,9
66,6	100,2	10,7	11,9	12,5	**	**	4,5	4,1	4,1	***	***	64,8	102,0
75,1	8,3	3,6	3,7	3,7	***	***	0,7	*	6,3(6,2)	0,7	90	74,4	8,9
75,1	18,5	3,7	3,7	3,8	***	***	1,2	*	8,0(7,7)	1,1	80	74,0	19,6
99,8	99,8	*	13,5	14,1	**	**	4,4	4,1	*	4,0	35	99,4	100,3
99,9	67,2	4,8	4,7	11,0	5,0	40	3,3	2,9	11,9 (12,0)	2,9	50	92,7	74,4
100,0	11,2	4,8	4,7	4,7	***	***	0,9	4,5	7,7(7,5)	0,8	105	98,6	12,5
100,1	25,0	4,8	4,7	4,7	***	***	1,5	*	9,7(9,6)	1,4	100	97,2	27,8
100,1	43,2	4,8	4,7	4,9	***	***	2,3	*	11,3 (11,2)	2,1	85	95,0	48,2

\* Lectura de calado no tomada por excesiva ondulación de la lámina de agua.

\*\* El flujo es subcrítico en la calle de entrada.

\*\*\* El resalto se forma dentro del cruce.

El valor entre paréntesis corresponde al calado calculado con un enfoque unidimensional en función del medido aguas arriba del resalto y la posición del resalto.

### 6.2.2 Parámetros calculados

*Caudal de salida en la dirección “y”,  $Q_{sy}$*

Teniendo como datos los caudales de entrada,  $Q_{ex}$  y  $Q_{ey}$ , y uno de los de salida,  $Q_{sx}$ , es posible calcular el caudal restante por continuidad:

$$Q_{sy} = Q_{ex} + Q_{ey} - Q_{sx} \quad (6-2)$$

*Características del flujo en las calles de entrada*

Asumiendo como válidas las siguientes hipótesis:

- Calado uniforme en la sección transversal.
- Distribución uniforme de velocidades en la sección,  $\alpha$  y  $\beta = 1$ .
- Flujo unidimensional en las calles de entrada hasta la sección final junto al cruce.

Si sabemos los caudales que circulan por cada una de las calles de entrada y los calados que se producen a diferentes distancias del cruce:  $b$ ,  $b/2$ , antes del resalto y en la entrada del cruce (figura 6-1), podrá calcularse los siguientes parámetros del flujo de las calles de entrada en cada uno de esas secciones:

- Velocidad media en la sección:  $V = \frac{Q}{by}$
- Número de Froude:  $F = \frac{V}{\sqrt{gy}}$
- Energía de velocidad:  $H_v = \frac{V^2}{2g}$
- Energía total:  $H_T = z + y + \frac{V^2}{2g}$

Siendo  $z$  la cota de la solera con respecto a un plano de referencia.

Estos parámetros servirán luego para calcular otras magnitudes importantes en este estudio como son:

- Fuerza específica del flujo:  $FE = (\rho QV + \gamma by^2/2)/\gamma$
- Potencia del flujo:  $W = \gamma QH_T$

Siendo  $\rho$  y  $\gamma$ , la densidad y el peso específico del fluido, respectivamente.

Como se comenta en las tablas 6-1 a 6-3, debido a las ondulaciones de la lámina de agua, algunos de los calados no se pudieron medir y otros tuvieron que ser estimados aproximadamente como un valor medio entre la cresta y el valle de las ondulaciones. Esto sucedió especialmente aguas abajo de los resaltos. La amplitud detectada en esas ondulaciones llegó a ser de 8 mm. Sin embargo, como se tiene información más fiable del calado inmediatamente aguas arriba del resalto y la distancia a la cual se encontraba el pie del resalto, fue posible calcular el calado en la sección de entrada al cruce y corregir algunos de ellos utilizando un enfoque unidimensional. Para ello se utilizó el principio de conservación de la cantidad de movimiento entre las secciones de aguas arriba y aguas abajo del resalto para calcular el calado conjugado, despreciando la fuerza de fricción con el contorno y teniendo en cuenta la fuerza de peso, dado que se comprobó que es significativa con respecto al resto de fuerzas actuantes. Una vez conocido el calado conjugado se calculó la longitud del resalto en función del número de Froude aguas arriba del mismo y la pendiente de fondo de la calle

correspondiente utilizando el gráfico desarrollado por el U.S. Bureau of Reclamation (según Chow, 1994). Con la posición de la sección aguas abajo del resalto definida y el calado en esa sección, es posible estimar el calado en la sección de entrada al cruce aplicando el principio de conservación de la energía entre ambas secciones. En la figura 6-3 se comparan los calados medidos con los calculados con este procedimiento.

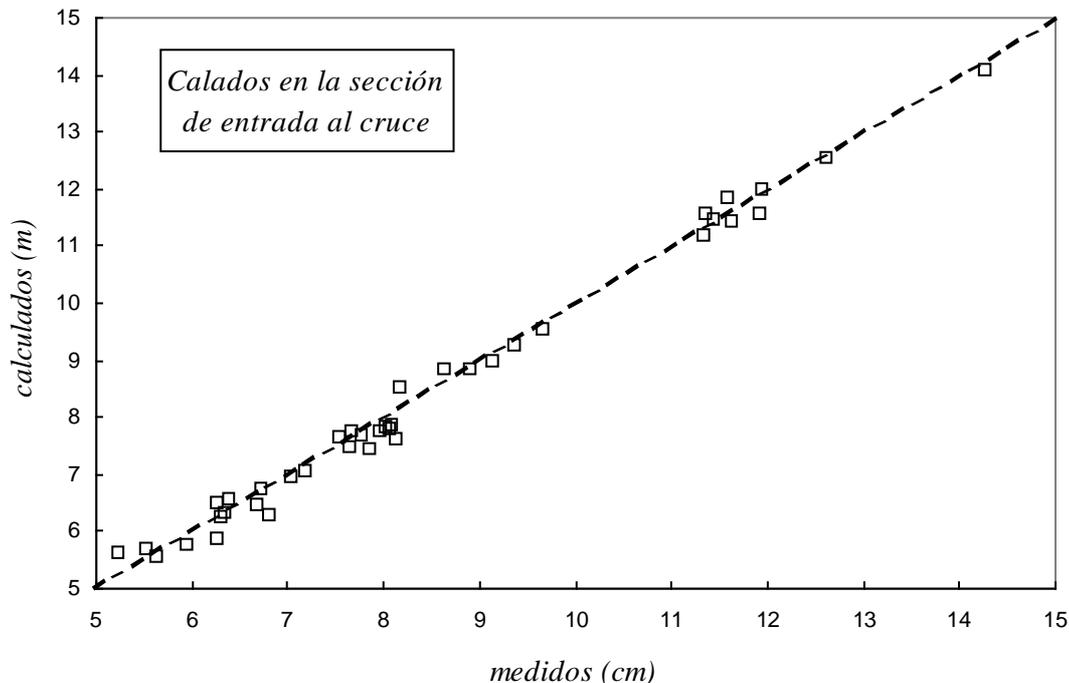


Figura 6-3: Comparación entre los calados medidos en la sección de entrada al cruce y los calculados con un enfoque unidimensional en función del calado aguas arriba del resalto y la posición del mismo.

### 6.2.3 Rango de los parámetros estudiados

Utilizando los datos experimentales de las tablas 6-1 a 6-3 pueden hallarse fácilmente los rangos de los parámetros estudiados que se detallan a continuación:

- Caudales: de 8,2 a 100,6 l/s
- Calados en la sección de entrada al cruce: 1,3 a 14,3 cm. Dado que el ancho de las calles es de 1,5 m, el rango de las relaciones de aspecto queda comprendido entre 10,5 y 115
- Calados aguas arriba del resalto: 0,7 a 5,0 cm
- Velocidad del flujo en la sección de entrada al cruce: 0,09 a 1,67 m/s
- Velocidad del flujo aguas arriba del resalto: 0,79 a 1,67 m/s
- Números de Froude del flujo en la sección de entrada al cruce: 0,11 a 3,39
- Números de Froude del flujo aguas arriba del resalto: 1,9 a 3,39

A continuación se detallan los rangos de números de Froude aguas arriba del resalto, correspondientes a los principales caudales estudiados:

- $Q = 25$  l/s;  $F = 2,40$  a 3,39
- $Q = 50$  l/s;  $F = 2,08$  a 3,10
- $Q = 75$  l/s;  $F = 2,17$  a 2,78

- $Q = 100$  l/s;  $F = 1,90$  a  $2,68$

Observamos que para un determinado caudal existen diversos números de Froude, lo que se consigue variando la pendiente de las calles de entrada. La cota inferior de los números de Froude viene fijada por la necesidad de conseguir régimen supercrítico en la correspondiente calle de entrada.

## 6.3 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 6.3.1 Patrones de flujo

Aunque el flujo en las calles de entrada sea supercrítico, experimentalmente se ha observado que tiende a ser subcrítico en el cruce. Esta circunstancia produce, obviamente, la formación de un resalto hidráulico en algún punto de la calle de entrada o incluso dentro del cruce. También se ha observado que es posible la formación de sólo un resalto dentro del cruce. Se deduce entonces que sólo cabe dos posibilidades relacionadas con la posición de los resaltos, en función de las cuales podemos hablar de dos patrones de flujo y sólo dos:

- Patrón de flujo Tipo I: cuando los dos resaltos se producen en las calles de aproximación al cruce.
- Patrón de flujo Tipo II: cuando uno de los resaltos se produce en una calle y el otro en el cruce.

Debido a las particulares características del resalto y a la bidimensionalidad del flujo que existe dentro del cruce, se realizó un análisis de la distribución espacial del tipo de flujo en el dispositivo experimental para un caso determinado. Para esto se midieron los calados y velocidades en dos direcciones perpendiculares y se analizó el número de Froude local del flujo en la dirección del vector velocidad resultante. Dicho análisis se recoge en el anejo 2 y se demuestra que las elevaciones bruscas de agua que se producen tanto en el cruce como en la calle, corresponden a la formación de resaltos hidráulicos, en los que se cumple la ecuación de Belanger.

*Patrón de flujo Tipo I:* este patrón de flujo ocurre cuando las potencias de los flujos de las calles de entrada están en una relación de 0,64 a 1,56:1. Estos límites están bien definidos y se discutirán en el transcurso del capítulo. Un resumen de estos límites se presenta en el apartado 6.3.4. Este patrón de flujo se caracteriza por la formación de los resaltos hidráulicos en las calles de entrada al cruce, cuyas distancias con respecto al cruce dependen del número de Froude del flujo de aproximación. En la figura 6-2(a) se presenta un esquema de la posición de los resaltos y en la figura 6-4 un ejemplo experimental.

*Patrón de flujo Tipo II:* este patrón de flujo ocurre cuando las potencias de los flujos de las calles de entrada difieren entre sí una relación mayor al límite establecido en la definición del patrón de flujo Tipo I. La característica fundamental de este patrón de flujo es que uno de los resaltos ocurre dentro del cruce y eso ocurre en la dirección en la cual la potencia del flujo es mayor. Conforme la diferencia entre potencias se va haciendo mayor, el resalto que está dentro del cruce se introduce más en el cruce y el otro se mueve más hacia aguas arriba en la calle. En la figura 6-2(b) se muestra la posición de los resaltos y en la figura 6-5 se presenta un ejemplo experimental.

Las características de los resaltos son las siguientes:

*Resalto en la calle:* En las experiencias, se encontró que los resaltos que se ocurrían en las calles eran generalmente entre débiles y oscilantes, según la clasificación del U.S. Bureau of Reclamation (según Chow, 1959 y 1994, Ranga Raju, 1981 y Subramanya, 1982), dado que el rango de números de Froude en las calles de aproximación fue de 1,9 a 3,4.

*Resalto en el cruce:* El resalto que ocurre en el cruce presenta las características de la figura 6-2 (b). Forma un ángulo  $\alpha$  con respecto a la dirección perpendicular a la calle, comenzando en la esquina del

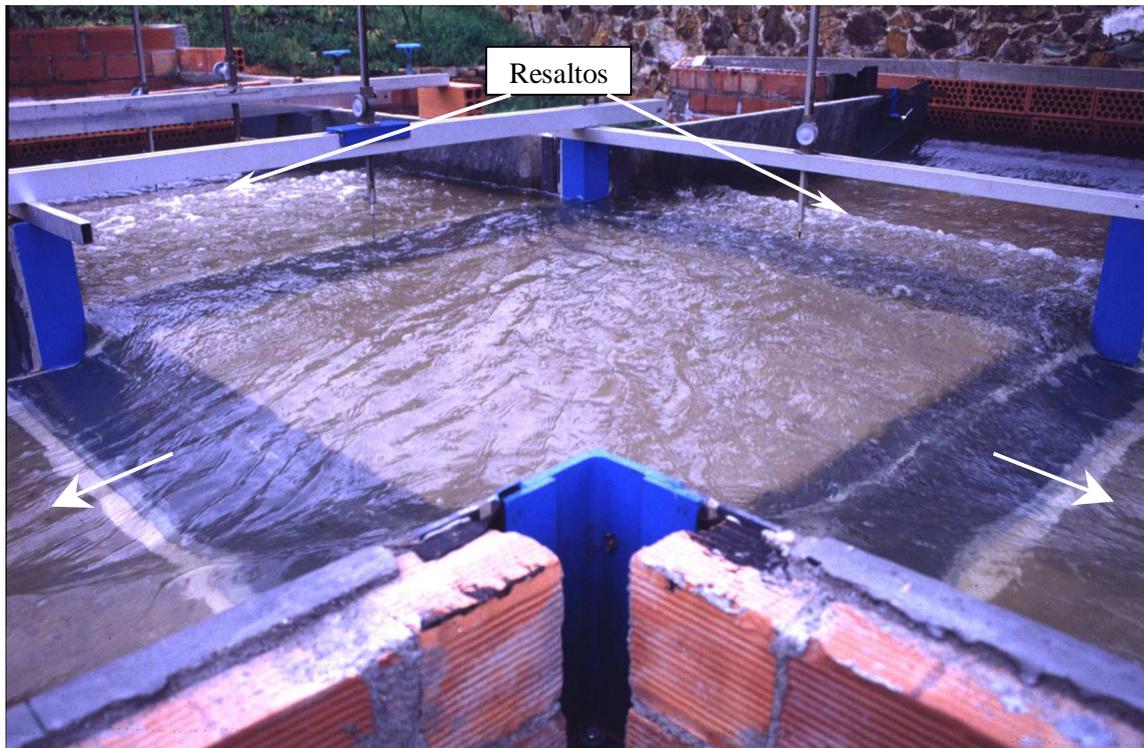


Figura 6-4: Ejemplo de patrón de flujo Tipo I.  $Q_{ex} = 75,0$  l/s;  $Q_{ey} = 74,8$  l/s;  $Q_{sx} = 79,0$  l/s;  $Q_{sy} = 70,8$  l/s;  $F_{ex} = 0,41$ ;  $F_{ey} = 0,40$ ;  $W_x/W_T = 0,498$ .



Figura 6-5: Ejemplo de patrón de flujo Tipo II.  $Q_{ex} = 100,1$  l/s;  $Q_{ey} = 25,0$  l/s;  $Q_{sx} = 97,2$  l/s;  $Q_{sy} = 27,8$  l/s;  $F_{ex} = 2,08$ ;  $F_{ey} = 0,18$ ;  $W_x/W_T = 0,859$ ;  $\alpha_x = 34^\circ$ .





Figura 6-6: Resalto débil.  $Q_{ex} = 99,7$  l/s;  $Q_{ey} = 25,0$  l/s;  $Q_{sx} = 97,3$  l/s;  $Q_{sy} = 27,4$  l/s;  
 $F_{ex} = 2,07$ ;  $F_{ey} = 0,17$ ;  $W_x/W_T = 0,855$ ;  $\alpha_x = 32^\circ$ .

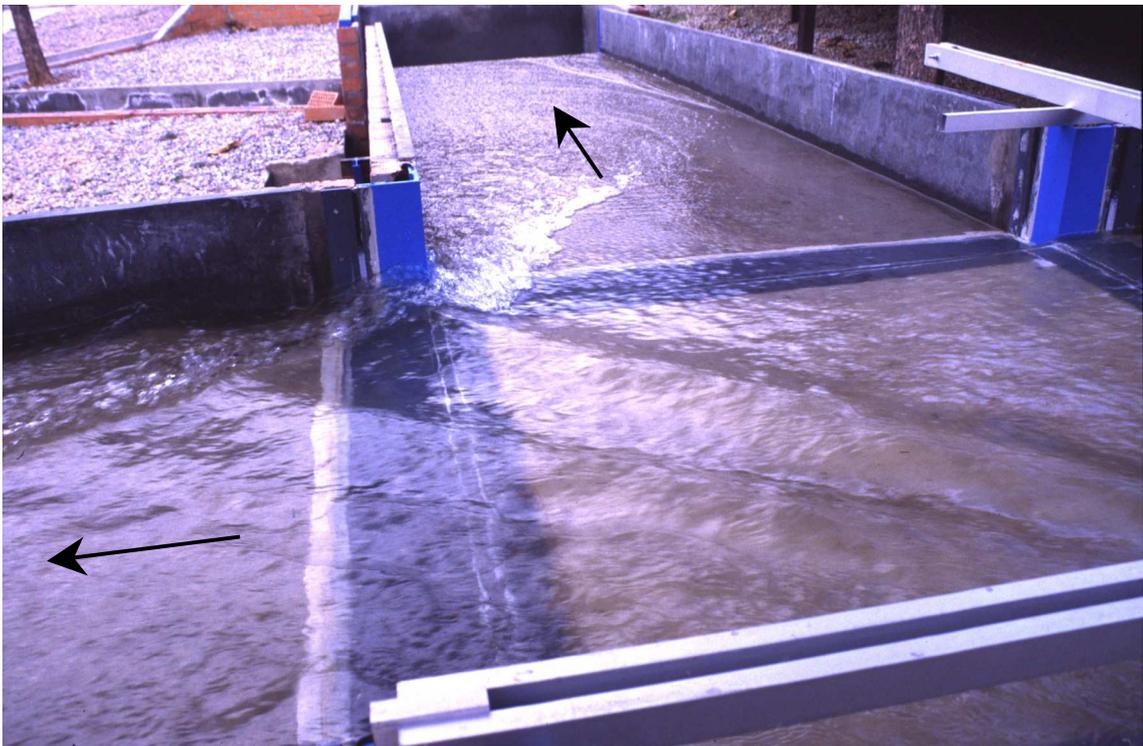


Figura 6-7: Resalto ondulante.  $Q_{ex} = 100,0$  l/s;  $Q_{ey} = 11,2$  l/s;  $Q_{sx} = 98,6$  l/s;  $Q_{sy} = 12,5$  l/s;  
 $F_{ex} = 2,08$ ;  $F_{ey} = 0,11$ ;  $W_x/W_T = 0,945$ ;  $\alpha_x = 46^\circ$ .





Figura 6-8: Zona de separación en la calle de salida en la dirección "x".  $Q_{ex} = 25,1$  l/s;  $Q_{ey} = 25,0$  l/s;  $Q_{sx} = 24,4$  l/s;  $Q_{sy} = 25,7$  l/s;  $F_{ex} = 0,41$ ;  $F_{ey} = 3,39$ ;  $W_x/W_T = 0,398$ ;  $\alpha_y = 25^\circ$ .



Figura 6-9: Ondas cruzadas en las calles de salida en la dirección "y".  $Q_{ex} = 43,2$  l/s;  $Q_{ey} = 100,2$  l/s;  $Q_{sx} = 38,5$  l/s;  $Q_{sy} = 104,9$  l/s;  $F_{ex} = 0,26$ ;  $F_{ey} = 2,68$ ;  $W_x/W_T = 0,208$ ;  $\alpha_y = 27^\circ$ .



cruce en donde los flujos de ambas calles entran en contacto (esquina A en la figura 6-2) y se prolonga aproximadamente hasta el comienzo de las calles de salida. Este resalto presenta una alineación prácticamente recta y pivota alrededor de la esquina A, siendo el ángulo  $\alpha$  mayor cuanto mayor es la diferencia de potencias entre los flujos de entrada, registrándose experimentalmente valores de  $\alpha$  incluso mayores a  $45^\circ$ . El resalto puede adoptar varias formas que parecen guardar relación con el ángulo  $\alpha$ , por ejemplo en algunos casos suele tener la forma de la figura 6-6, generalmente cuando el ángulo  $\alpha$  es menor a  $35^\circ$ , ya que la componente del flujo transversal es relativamente grande y en otros suele ser ondulante (figura 6-7) cuando  $\alpha$  es mayor a  $45^\circ$  y la relación entre potencias de entrada es mayor que 0,8.

*Zona de separación del flujo y recirculación:* se observaron dos zonas de separación y recirculación del flujo que comienzan en las esquinas externas del cruce, esquinas B y D en la figura 6-10, y se prolongan dentro de las calles de salida. Se observó experimentalmente que la zona de separación era más amplia, mayor  $L$  y  $a$ , cuanto menor era el caudal de salida en esa dirección y mayor era el número de Froude del flujo de aproximación de la calle perpendicular a la dirección considerada. Se observaron magnitudes máximas de  $L$  semejantes a  $b$  y anchos  $a$  incluso mayores a  $3/4$  de  $b$ . Un aumento del caudal de salida en esa dirección o una disminución del número de Froude del flujo de aproximación en la dirección perpendicular, hace que el flujo de salida ocupe todo el ancho de la calle a una distancia menor de la sección de inicio de la calle de salida, dando como resultado una reducción de la zona de separación. Dado que en los casos estudiados los calados son pequeños comparados con el ancho de las calles, en muchos de los ensayos la zona de separación queda en seco. En los casos en los que el agua ocupa la zona de separación, lo hace con calados notablemente menores que en el resto de la calle, lo que puede apreciarse en la figura 6-8.

*Ondas cruzadas:* en todas las experiencias se observó la ocurrencia de ondas cruzadas en el flujo de las calles de salida. Las ondas cruzadas se originan en la esquina C (figura 6-10), cruzando diagonalmente la calle, reflejándose en la pared opuesta y provocando una nueva onda que se prolonga hasta la salida del dispositivo. Ver figura 6-9.

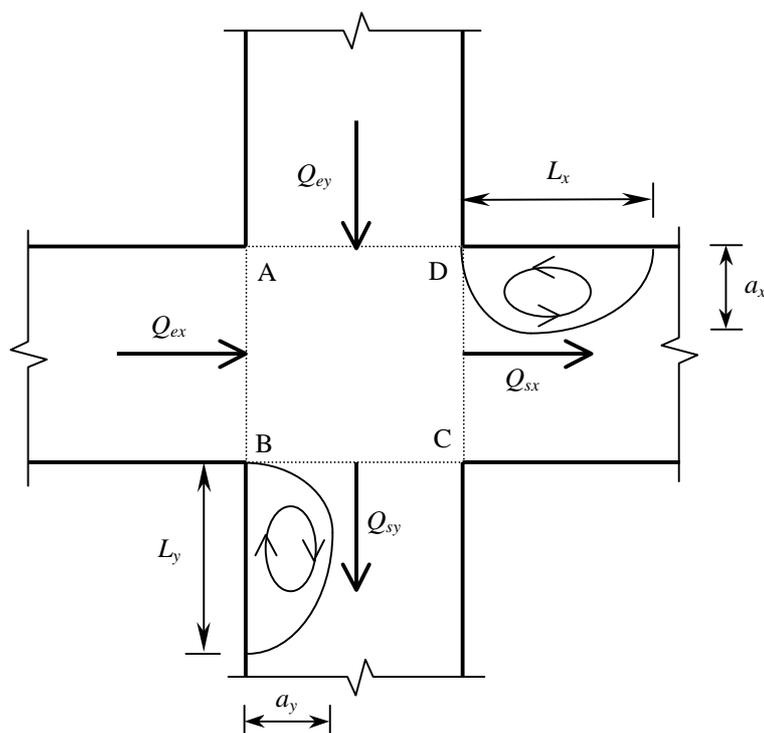


Figura 6-10: Esquema de las zonas de separación y recirculación.

### 6.3.2 Relaciones entre las variables involucradas

Como se presentó en el análisis de las variables involucradas del apartado 5.2, la relación entre las mismas cuando las calles de salida tienen flujo supercrítico y por tanto no presentan control del flujo aguas abajo, responderá a una función como la que se presenta en la ecuación (5-2b). De las cuatro variables presentadas, el cociente del caudal de salida en una dirección con respecto al total será normalmente la incógnita o lo que deseamos encontrar en función de las restantes tres variables que serán los datos del problema, por lo que podemos expresar la ecuación (5-2b) como:

$$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = f\left(\frac{Q_{ex}}{Q_T}, F_{ex}, F_{ey}\right) \quad (6-3)$$

Basándonos en los datos experimentales y en virtud de la ecuación (6-3), se analizará a continuación la relación funcional que existe entre la variable dependiente  $Q_{sx}/Q_T$  y las variables independientes, en primer lugar sólo se hará esto con la proporción de caudales de entrada y luego sólo con una relación entre los números de Froude de los flujos de ambas direcciones. El objetivo de este procedimiento es llegar a establecer el grado de dependencia de cada una de las variables que influyen en el problema, por separado.

#### 6.3.2.1 Relación entre los caudales de entrada y los caudales de salida

Se define como proporción de caudal en una dirección al cociente entre el caudal en esa dirección y la suma de caudales de ambas direcciones o caudal total. De esta forma pueden definirse las proporciones de caudales de entrada y de salida en la dirección "x" como  $Q_{ex}/Q_T$  y  $Q_{sx}/Q_T$ , respectivamente. La relación entre estas dos variables se presenta en la figura 6-11.

La dispersión de los datos que se observa en la figura 6-11, responde a las siguientes tendencias:

- 1) Para las proporciones de caudales de entrada menores que 0,5, considerando una misma proporción de caudales de entrada, las proporciones de caudales de salida aumentan conforme aumentan los caudales totales. Esto significa que cuando aumentan los caudales totales, se reparte proporcionalmente más caudal hacia la dirección en la cual entra menos caudal.
- 2) Para la proporción de caudal 0,5 salvo en uno de los 10 casos ensayados, la proporción de caudales de salida disminuye conforme aumentan los caudales totales.
- 3) Para las proporciones de caudales de entrada mayores que 0,5, la proporción de caudales de salida disminuye conforme aumentan los caudales totales. Esto significa que cuando los caudales totales aumentan, se reparte menos caudal hacia la dirección en la cual entra más caudal.

Podemos observar que la función que mejor se ajusta a estos resultados es la recta  $y = x$ , es decir que la proporción de caudal de salida está en relación directa con la proporción de caudal de entrada, o dicho de otra manera, que el caudal de salida es igual al caudal de entrada en la misma dirección. Sin dejar de ser esto verdad con un cierto margen de error, no nos proporciona una explicación del fenómeno, dado que un mismo caudal puede llegar con infinitos números de Froude diferentes al cruce y no es lógico pensar que la distribución del flujo aguas abajo del mismo sea independiente de esa condición, por eso a continuación se analizará la dependencia del número de Froude.

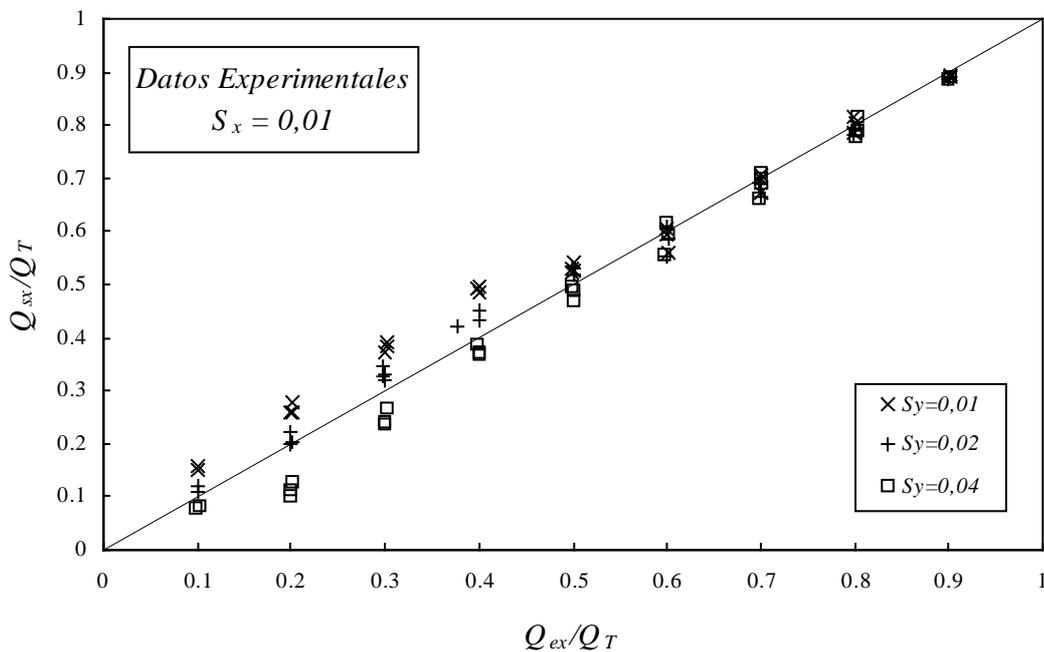


Figura 6-11: Relación entre la proporción de caudales de entrada en la dirección “x” y la proporción de caudales de salida en la misma dirección. Datos experimentales.

6.3.2.2 Relación entre el número de Froude de los flujos de entrada y los caudales de salida

Se define como  $n_F$  al cociente entre el número de Froude de los flujos en la sección de entrada al cruce en cada dirección:  $n_F = F_{ex}/F_{ey}$ .

Tomando como base las observaciones experimentales, podemos intuir que la distribución de caudales a la salida del cruce puede depender en cierta medida de los números de Froude de los flujos de entrada. En una primera aproximación al análisis de estas variables y con el objetivo de explorar esta dependencia, se representó el logaritmo del parámetro  $n_F$  en relación con la proporción de caudal de salida en la dirección “x”, obteniendo el gráfico de la figura 6-12.

En el gráfico de la figura 6-12 se aprecian tres zonas bien definidas dentro de las cuales la proporción de caudal de salida en “x” es una función lineal del logaritmo de  $n_F$ . En cada zona definida se agrupan los casos correspondientes a un mismo patrón de flujo. En la tabla 6-4 se presentan los límites de cada zona y se detalla el patrón de flujo al que responden los casos de cada una y la función que relaciona las variables estudiadas. También se detalla el coeficiente de correlación con que se ajustan los datos experimentales a la curva aproximada.

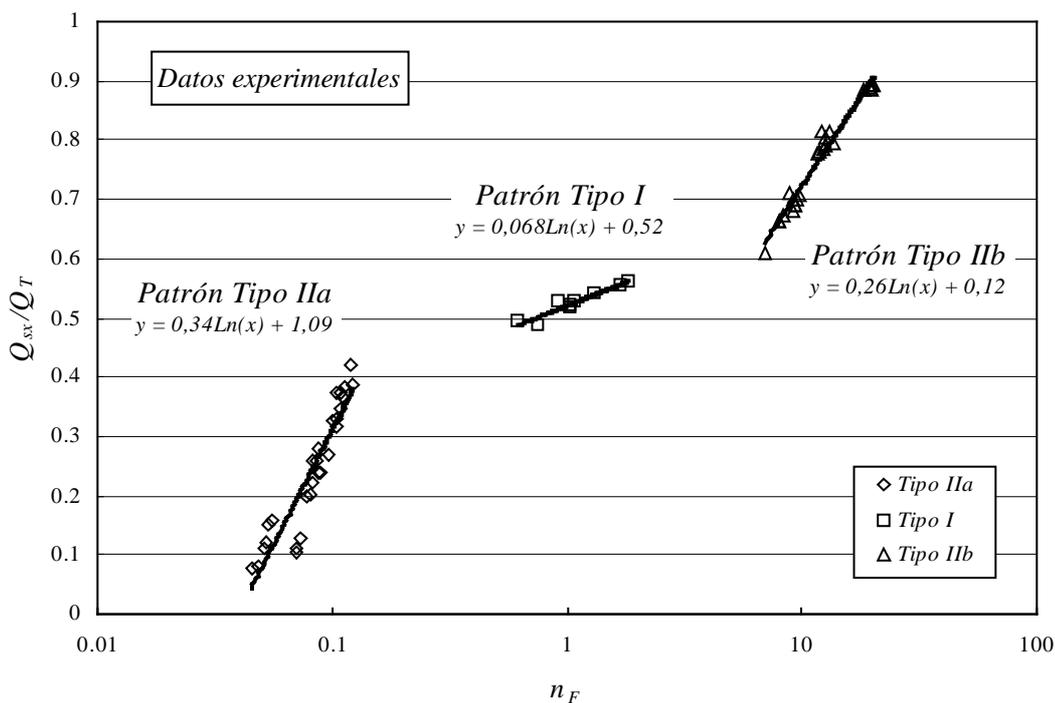


Figura 6-12: Relación entre el cociente de números de Froude del flujo de entrada al cruce y la proporción de caudal de salida en la dirección "x". Datos experimentales.

Tabla 6-4: Resumen de la relación entre el número de Froude de los flujos de entrada y los caudales de salida, zonas de la curva, patrones de flujo y la función que mejor ajusta a los datos experimentales en cada zona.

Zona	Patrón de Flujo	Rango de validez $n_F$	Función de ajuste	Coef. de correlación $R^2$
1	Tipo II	0,04-0,14	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 0,34 \ln(n_F) + 1,09$	0,86
2	Tipo I	0,6-2,0	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 0,068 \ln(n_F) + 0,52$	0,90
3	Tipo II	7-20	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 0,26 \ln(n_F) + 0,12$	0,97

Vemos que hay intervalos de  $n_F$  dentro de los cuales no existen datos experimentales. Estos intervalos coinciden con la zona de transición entre dos tipos de flujo. La explicación de este comportamiento puede hallarse si analizamos la formación de cada uno de los patrones de flujo. Si comenzamos por analizar la zona 1, vemos que los cocientes de Froude tienen un orden de magnitud de  $10^{-1}$ , lo que significa que  $F_{ey}$  es aproximadamente 10 veces mayor que  $F_{ex}$ . Además, dado que el patrón es tipo II, el flujo a la entrada del cruce presenta régimen supercrítico en la dirección "y" y subcrítico en la "x". Analicemos un caso dentro de esa zona en el cual el resalto de la dirección "y" esté formado dentro del cruce pero a una muy corta distancia de la entrada al mismo. Imaginemos ahora que el caudal en la dirección "x" aumenta una pequeña magnitud, la suficiente para que el resalto en "y" se mueva hacia aguas arriba y se coloque en la calle a una corta distancia de la entrada al cruce. Con un pequeño aumento en el caudal, hemos pasado del patrón de flujo Tipo II al Tipo I: los dos flujos están ahora en régimen subcrítico a la entrada del cruce y los números de Froude del flujo en esa sección tienen el

mismo orden de magnitud por lo que  $n_F$  será del orden de  $10^0$ . En síntesis, el  $n_F$  aumentó un orden de magnitud mientras que la proporción de caudales de salida aumentó una pequeña cantidad, lo que explica el “salto” de los datos o aparente falta de información en el intervalo de transición entre ambos patrones de flujo. En la zona de transición entre las zonas 2 y 3 sucede algo similar.

Otra razón por la cual se podría apreciar una falta de datos en los límites de las zonas, es por el hecho de que cuando el resalto se forma en la calle a una corta distancia aguas arriba de la entrada al cruce, las ondulaciones que produce el resalto hacia aguas abajo no permiten una lectura fiable del calado, por lo que se optó por no incluir esa información en el análisis.

Estas 3 zonas también pueden definirse desde el punto de vista de la proporción de caudal de salida. Podemos apreciar que los casos que pertenecen al patrón de flujo tipo I se encuentran dentro de la zona delimitada por las proporciones de caudal de salida 0,43 y 0,6, siendo los casos restantes pertenecientes al patrón de flujo tipo II. La zona de falta de información es la de valores ligeramente superiores a 0,43, digamos de 0,43 a 0,48 y ligeramente inferiores a 0,6, digamos de 0,56 a 0,6.

### 6.3.2.3 Relación entre el índice de Froude del flujo de entrada y los caudales de salida

Dado que  $n_F$  será un número siempre positivo que puede tomar cualquier valor del dominio  $\{0;\infty\}$ , se consideró más conveniente usar un parámetro que fuera función de  $n_F$ , y en consecuencia también de  $F_{ex}$  y  $F_{ey}$ , cuyos valores estuvieran acotados dentro del dominio  $\{0;1\}$ . Ese parámetro fue llamado índice de Froude,  $\phi$ , y quedó definido como:

$$\phi = f(n_F) = \frac{n_F}{n_F + 1} \quad (6-6)$$

El índice de Froude es una función en la que se cumple que  $\lim_{n_F \rightarrow 0} f(n_F) = 0$  y  $\lim_{n_F \rightarrow \infty} f(n_F) = 1$ . La utilización  $\phi$  en lugar de  $n_F$  tiene la ventaja de estar siempre acotado entre 0 y 1, cualquiera sea el valor de  $F_{ex}$  y  $F_{ey}$ .

Poniendo  $\phi$  en relación con la proporción de caudal de salida en la dirección “x”, se obtiene el gráfico de la figura 6-13.

En el gráfico de la figura 6-13, al igual que en la representación anterior, pueden apreciarse tres zonas bien definidas en las cuales la proporción de caudal de salida en “x” es una función lineal de  $\phi$  a la entrada del cruce. En cada zona definida se agrupan los casos correspondientes a un mismo patrón de flujo. En la tabla 6-5 se resumen los límites de cada zona y se detalla el patrón de flujo al que responden los casos de cada una y la función que relaciona las variables estudiadas. También se detalla el coeficiente de correlación con que se ajustan los datos experimentales a la curva aproximada.

En esta representación, volvemos a observar las mismas zonas de aparente falta de información en la transición entre patrones de flujo que se observaron en la representación de la figura 6-12 y que pueden explicarse de la misma manera. Vemos que también en este caso el patrón de flujo I corresponde con proporciones de caudales de salida entre 0,43 y 0,6.

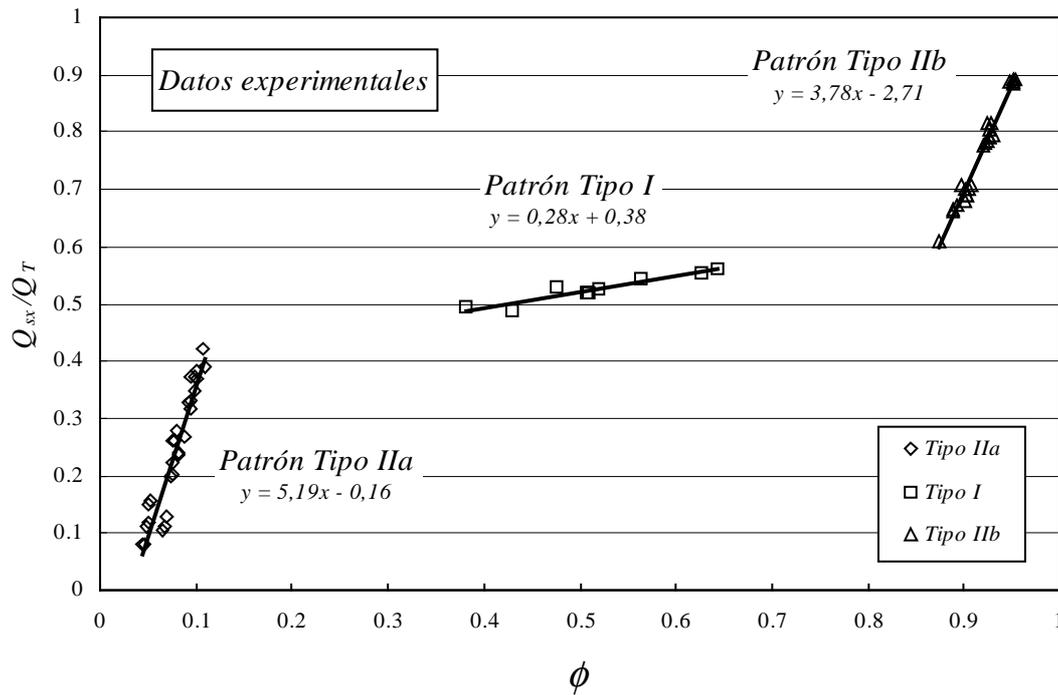


Figura 6-13: Relación entre el índice de Froude a la entrada del cruce y la proporción de caudal de salida en la dirección "x". Datos experimentales.

Tabla 6-5: Resumen de la relación entre el índice de Froude y los caudales de salida, zonas de la curva, patrones de flujo y la función que mejor ajusta a los datos experimentales en cada zona.

Zona	Patrón de flujo	Rango de validez $\phi$	Función de ajuste	Coef. de correlación $R^2$
1	Tipo II	0,04-0,11	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 5,19 \cdot \phi - 0,16$	0,91
2	Tipo I	0,38-0,65	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 0,28 \cdot \phi + 0,38$	0,90
3	Tipo II	0,87-0,96	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 3,78 \cdot \phi + 2,71$	0,98

Si bien con esta relación podemos comenzar a caracterizar el fenómeno y los dos patrones de flujo, no es posible determinar el caudal de salida en función del número de Froude de los flujos en la sección de entrada al cruce. Esto ocurre porque en el modelo numérico sólo conocemos las características del flujo en las calles aguas arriba del resalto (flujos de aproximación supercríticos) y, aunque podemos calcular analíticamente las de aguas abajo del resalto por medio de la ecuación de Belanger, no sabemos a priori qué patrón de flujo se presentará, por lo que no podemos saber todavía si uno de los dos o los dos flujos se transformarán en subcrítico antes de entrar al cruce.

A continuación analizaremos la relación existente entre los caudales de salida y otras características del flujo de entrada, como son la fuerza específica y la potencia, que son, como veremos, funciones del caudal y del número de Froude.

6.3.2.4 Relación entre la fuerza específica de los flujos de entrada y los caudales de salida

Si definimos un volumen de control formado por las secciones finales de las calles de entrada y las iniciales de las calles de salida, como el ABCD de la figura 6-2, la fuerza específica del flujo que ingresa por una de las caras del volumen de control, por ejemplo a través de la sección AB, puede ser calculada mediante  $FE_x = \rho \cdot Q_{ex} \cdot V_{ex} / \gamma + y_{ex}^2 \cdot b / 2$

Aplicando la ecuación de la continuidad y de la del número de Froude, podemos obtener la fuerza específica del flujo en la sección de entrada al cruce en la dirección "x", como:

$$FE_x = \frac{Q_{ex}^{4/3}}{b^{1/3} \cdot g^{1/3}} \left( F_{ex}^{2/3} + \frac{1}{2 \cdot F_{ex}^{4/3}} \right) \quad (6-7)$$

Si consideramos ahora la proporción de la fuerza específica asociada a una dirección con relación a la suma de las fuerzas específicas de ambas direcciones, siempre contabilizadas en las secciones de entrada al cruce, y simplificamos nos queda:

$$\frac{FE_x}{FE_T} = \left[ 1 + \left( \frac{Q_{ey}}{Q_{ex}} \right)^{4/3} \left( \frac{F_{ey}^{2/3} + \frac{1}{2 \cdot F_{ey}^{4/3}}}{F_{ex}^{2/3} + \frac{1}{2 \cdot F_{ex}^{4/3}}} \right) \right]^{-1} \quad (6-8)$$

que es un parámetro que tiene como variables sólo los caudales y números de Froude del flujo de entrada en las dos direcciones, valores que se han obtenido experimentalmente y serán los datos del problema. Si ponemos este parámetro en función de la proporción de caudales de salida en la misma dirección, se obtiene el gráfico de la figura 6-14.

En este caso podemos apreciar que existe una relación lineal entre la proporción de fuerza específica y la proporción de caudal de salida en una dirección determinada. Vemos que los datos pertenecientes a los diferentes tipos de flujo se entremezclan en alguna medida, tendiendo los del tipo IIa y IIb a distribuirse en las zonas de la gráfica correspondientes a proporciones de fuerza específica menores y mayores a 0,5, respectivamente. En cuanto a los del tipo I, sólo podemos decir que la mayoría se encuentran entre las proporciones de fuerza específica de 0,4 y 0,6.

Considerando que los valores deberían distribuirse en forma simétrica al punto [0,5;0,5], se aproximó una recta que pasa por dicho punto. En la misma figura se presenta la función de la recta y el coeficiente de correlación correspondiente.

En virtud de esta representación, podríamos concluir que, conociendo las fuerzas específicas de los flujos en las secciones de entrada al cruce, sería posible determinar el reparto de caudales en el cruce. Sin embargo, recordemos que en la modelación numérica sólo será conocida la fuerza específica de aguas arriba del resalto (flujos de aproximación supercríticos) y la única forma de poder determinarla en la sección de entrada al cruce es sabiendo la posición del resalto, que es imposible de deducir con las relaciones obtenidas hasta el momento. Esto es así debido a que las pendientes de las calles son lo suficientemente grandes como para que las fuerzas de peso sean significativas comparadas con las respectivas fuerzas específicas, y, en consecuencia, las fuerzas específicas del flujo varían si son tenidas en cuenta aguas arriba, aguas abajo del resalto o en la sección de entrada al cruce.

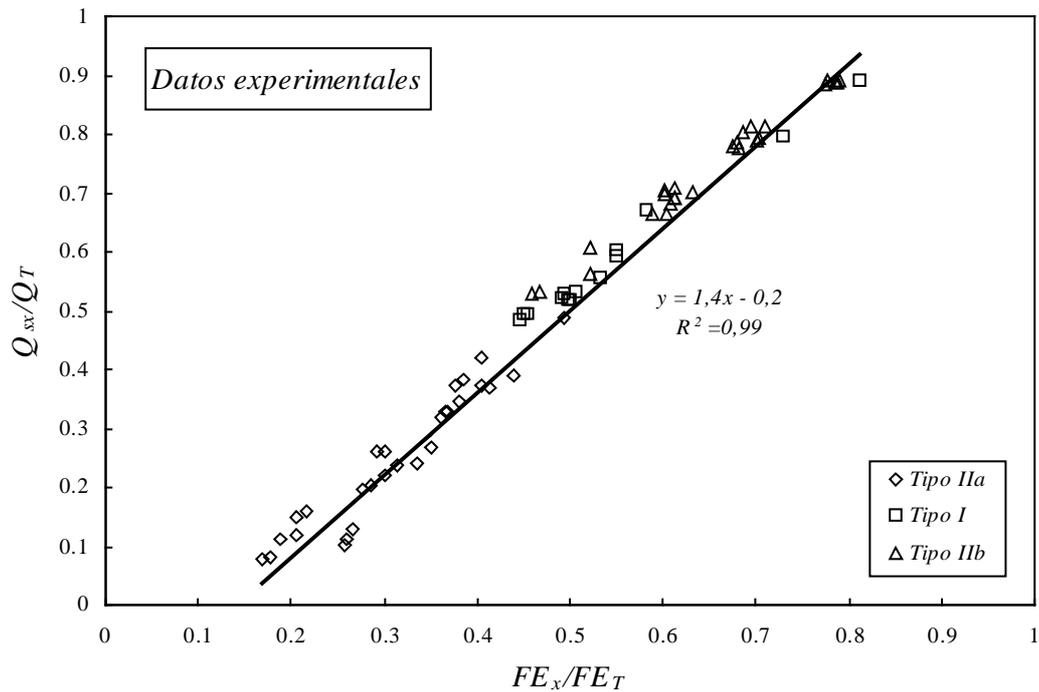


Figura 6-14: Relación entre la proporción de la fuerza específica del flujo de entrada al cruce en la dirección "x" y la proporción de caudal de salida en la misma dirección. Datos experimentales.

### 6.3.2.5 Relación entre la potencia de los flujos de entrada y los caudales de salida

Otro parámetro que es función de los caudales y números de Froude del flujo en la sección de entrada al cruce es la potencia del flujo. La potencia del flujo que ingresa al cruce por una de las calles de entrada es igual a:

$$W = \gamma \cdot Q \cdot H = \gamma \cdot Q \cdot \left( z + y + \frac{V^2}{2g} \right) \quad (6-9)$$

Siendo  $z$  la cota del punto en el cual se está calculando la potencia, con respecto a un plano de referencia. Considerando la ecuación de continuidad, la del número de Froude y tomando como plano de referencia el plano del cruce, podemos deducir que la potencia del flujo en la sección de entrada al cruce en la dirección "x" es igual a:

$$W_x = \gamma \cdot Q_{ex} \cdot y_{ex} \cdot \left( 1 + \frac{F_{ex}^2}{2} \right) = \frac{\gamma}{b^{2/3} g^{1/3}} \cdot \frac{Q_{ex}^{5/3}}{F_{ex}^{2/3}} \cdot \left( 1 + \frac{F_{ex}^2}{2} \right) \quad (6-10)$$

Si consideramos ahora la proporción de potencia del flujo asociada a una dirección con relación a la suma de las potencias de ambas direcciones, siempre contabilizadas en la sección de entrada al cruce y simplificamos nos queda:

$$\frac{W_x}{W_T} = \frac{\left( 1 + \frac{F_{ex}^2}{2} \right)}{\left( 1 + \frac{F_{ex}^2}{2} \right) + \left( \frac{Q_{ey}}{Q_{ex}} \right)^{5/3} \left( \frac{F_{ex}}{F_{ey}} \right)^{2/3} \left( 1 + \frac{F_{ey}^2}{2} \right)} \quad (6-11)$$

Vemos que también la proporción de potencia en una dirección es un parámetro cuyas variables, al igual que en el caso de las fuerzas específicas, son sólo los caudales y los números de Froude del flujo de entrada en las dos direcciones. En la figura 6-15 se presenta gráficamente la relación existente entre la proporción de potencia en la dirección “x” y la proporción de caudales de salida en la misma dirección.

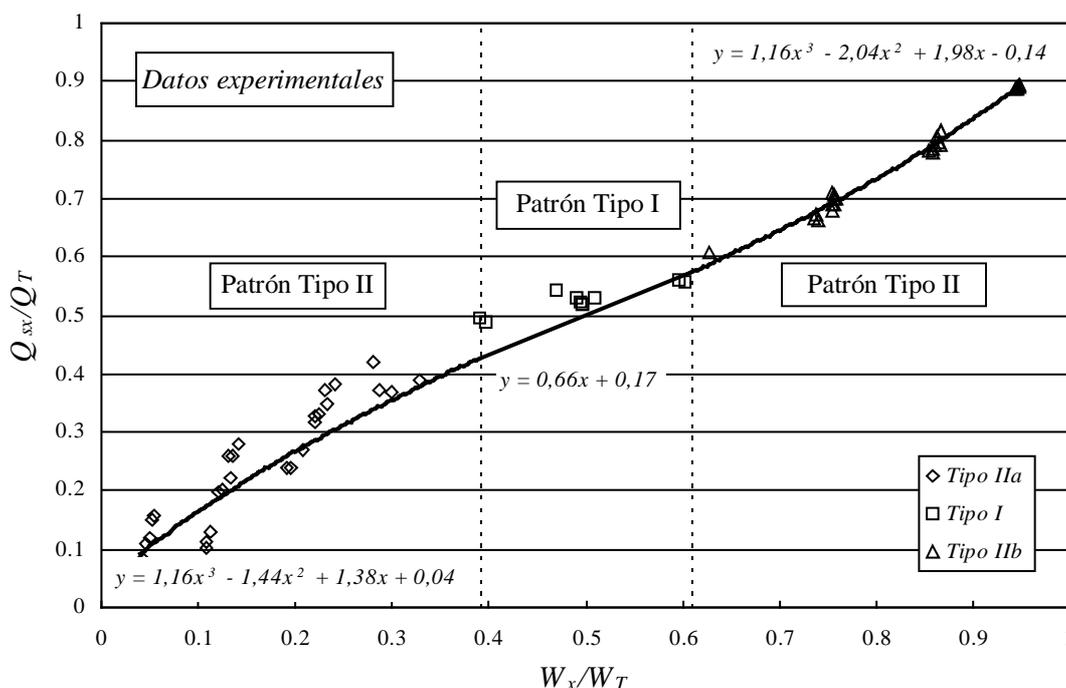


Figura 6-15: Relación entre la proporción de potencia del flujo de entrada al cruce en la dirección “x” y la proporción de caudal de salida en la misma dirección. Datos experimentales.

En este tipo de representación, vemos que los datos se distribuyen más uniformemente a lo largo del eje “x”, que en las representaciones en las que se usaban como parámetros:  $n_F$  y  $\phi$ . En este caso, los valores se vuelven a distribuir en función del patrón de flujo al que pertenece cada uno y los límites entre patrones de flujo se encuentran en las proporciones de potencia de 0,39 y 0,61. Sabiendo que la función que representa estos datos debe ser simétrica con respecto al punto [0,5;0,5] y pasar por dicho punto, puede obtenerse una curva que represente los datos experimentales pertenecientes a proporciones de potencia mayores a 0,5, que tienen una dispersión mucho menor, y considerar luego la curva simétrica a la anterior como representativa de los datos cuyas proporciones de potencia sean menores a 0,5. La razón de esta dispersión se analiza en el anejo 3, además se realiza un planteamiento teórico-práctico que avala la utilización de este procedimiento. Se encontró que un polinomio de tercer grado se ajusta muy bien a los datos experimentales correspondientes al patrón de flujo tipo II. Uniendo ambas funciones por una recta se obtuvo la aproximación a los datos pertenecientes al patrón de flujo tipo I. En la tabla 6-6 se detallan los límites de las zonas, las funciones de ajuste y los coeficientes de correlación de estas funciones con respecto a los datos experimentales.

Se puede concluir aquí que, conociendo la potencia de los flujos de entrada, es posible determinar el reparto de caudales. Nuevamente tenemos el inconveniente de que conocemos las características del flujo de entrada sólo antes del resalto y sabemos que la formación del resalto está asociada a una pérdida de energía. Sin embargo, se demostrará más adelante que la proporción de potencia no varía demasiado en función de la sección de la calle en la cual se considere, incluso aguas arriba y aguas abajo del resalto, lo que nos permitirá utilizar la potencia del flujo antes del resalto para saber

aproximadamente cuál será el reparto de caudales en el cruce y también el tipo de flujo correspondiente a esa situación.

A continuación haremos un pequeño paréntesis para demostrar la relación existente entre el ángulo de inclinación del resalto y las potencias de los flujos de entrada. Inmediatamente analizaremos otras relaciones que nos ayudarán a determinar completamente las características del flujo en las calles de aproximación al cruce.

Tabla 6-6: Resumen de la relación entre la proporción de potencia y la proporción de caudales de salida en una dirección, zonas de la curva, patrones de flujo de cada zona y la función que mejor ajusta a los datos experimentales en cada zona con el coeficiente de correlación correspondiente.

Zona	Patrón de flujo	Rango de validez $x = W_x/W_T$	Función de ajuste	Coef. de correlación $R^2$
1	Tipo II	0,04-0,39	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 1,16x^3 - 1,44x^2 + 1,38x + 0,04$	0,87
2	Tipo I	0,39-0,61	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 0,664x + 0,168$	0,83
3	Tipo II	0,61-0,96	$\frac{Q_{sx}}{Q_T} = 1,16x^3 - 2,04x^2 + 1,98x - 0,14$	0,99

### 6.3.2.6 Relación entre el ángulo de inclinación del resalto dentro del cruce y la potencia de los flujos de entrada

Se ha encontrado que existe una relación lineal entre el ángulo de inclinación del resalto dentro del cruce, figura 6-2 (b), y la proporción de potencia en la dirección "x". En la figura 6-16 se presenta esta relación.

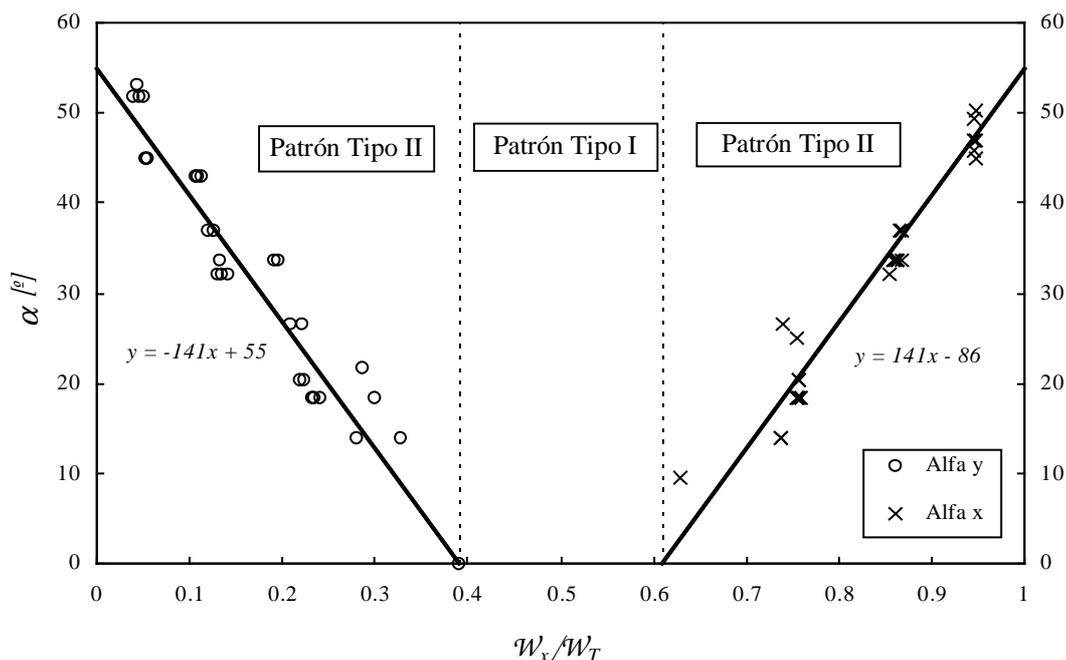


Figura 6-16: Relación entre el ángulo de inclinación del resalto dentro del cruce y la proporción de potencia en la dirección "x".

Teniendo presente la distribución por zonas de los distintos patrones de flujo, se puede interpretar fácilmente la información de la figura 6-16. Cuando la proporción de potencia en la dirección “x” es entre 0,39 y 0,61, ocurre el patrón de flujo tipo I, por lo tanto no existe resalto dentro del cruce. Cuando la proporción de potencia es mayor a 0,61, el resalto dentro del cruce se produce en la dirección “x”, puesto que es el flujo en esa dirección tiene mayor potencia que el de la dirección “y”. En ese límite, el ángulo  $\alpha_x$  tiende a 0. A medida que la proporción de potencia en “x” va aumentando, el ángulo  $\alpha_x$  se va haciendo mayor, hasta valores que en algunos casos superan los 50° para proporciones de potencias cercanas al 95 % de la total. Se ha encontrado que esta relación puede aproximarse satisfactoriamente por medio de una recta. Cuando la proporción de potencia es menor a 0,39, ocurre lo mismo con el ángulo  $\alpha_y$ , ya que esta vez la potencia del flujo en la dirección “y” es la mayor. Las rectas de aproximación de ambos ángulos son simétricas según un eje vertical situado en la proporción de potencia igual a 0,5.

En síntesis, no sólo es posible predecir el tipo de patrón de flujo que se producirá en el cruce y la distribución de caudales de salida a través de la proporción de potencia del flujo de entrada, sino que también es posible predecir el ángulo que formará el resalto dentro del cruce. En la tabla 6-7 se detallan las funciones de ajuste y los coeficientes de correlación de estas funciones con respecto a los datos experimentales.

Tabla 6-7: Resumen de la relación entre el ángulo de inclinación del resalto dentro del cruce y la proporción de potencia en la dirección “x”, patrones de flujo de cada zona y la función que mejor ajusta a los datos experimentales en cada zona con el coeficiente de correlación correspondiente.

Zona	Patrón de flujo	Rango de validez $x = W_x/W_T$	Función de ajuste	Coef. de correlación $R^2$
1	Tipo II	0,04-0,39	$\alpha_y = -141x + 55$	0,97
2	Tipo I	0,39-0,61	No se forma resalto en el cruce	---
3	Tipo II	0,61-0,96	$\alpha_x = 141x - 86$	0,96

### 6.3.3 Relaciones adicionales útiles para la formulación de un modelo de cálculo

En el análisis de resultados precedente se encontró factible la predicción de los caudales de salida del cruce y de los patrones del flujo que ocurren en el cruce, a partir de características conocidas de los flujos de entrada, como son las potencias de los mismos. Pero el flujo cambia inexorablemente de régimen a subcrítico en las calles de aproximación antes de llegar al cruce, en una o las dos direcciones, en función del patrón de flujo dominante y al cambiar el régimen del flujo, también cambian los parámetros que lo caracterizan. Sin embargo, se demuestra experimentalmente que la proporción de potencia no cambia excesivamente en función del lugar donde se considere, incluso habiendo cambio de régimen en alguna sección dentro de la calle de aproximación del dispositivo experimental. Valiéndonos de este hecho, es posible usar las características del flujo conocidas a una distancia determinada antes de llegar al cruce, cuando todavía es supercrítico, para predecir, aunque sea de forma aproximada, el patrón del flujo que se producirá en el cruce. También se encontró experimentalmente que cuando el flujo cambia de régimen en la calle de aproximación, el número de Froude del flujo en la sección de entrada al cruce está relacionado con la proporción de potencia. Combinando estos dos hechos, es posible crear un algoritmo iterativo que sirva no sólo para determinar el reparto de caudales y saber el tipo de patrón de flujo que nos encontraremos en el cruce, sino también para determinar los números de Froude de los flujos subcríticos en la sección de entrada al cruce, con lo que quedaría totalmente definido el flujo en el cruce y en las calles de aproximación. En los apartados siguientes se analizarán estas dos afirmaciones.

### 6.3.3.1 Influencia del lugar de medida de la potencia, en la determinación de la proporción de potencia del flujo de entrada en una dirección

Colocando las proporciones de potencia medidas a distancias de 1 ancho y 1/2 ancho aguas arriba de la sección de entrada al cruce y antes del resalto, en función de las proporciones de potencia medidas en la sección de entrada al cruce, se demuestra que la proporción de potencia no cambia mucho según la sección donde se mida. En los dos primeros casos, las distancias a las cuales se midieron las potencias son iguales en ambas direcciones, en cambio, como en general los resaltos se forman a distintas distancias del cruce en cada dirección, las medidas de los calados antes del resalto no están tomadas a la misma distancia del cruce en ambas direcciones.

En la figura 6-17 se presentan en forma de barras de error las variaciones de la proporción de potencia. El círculo representa la medida de la proporción de potencia en la sección de entrada al cruce, que coincide con la recta  $y = x$ , y los segmentos indican los valores máximos y mínimos de proporción de potencia que se midieron en las otras secciones detalladas. Analizando esta figura, podemos apreciar que las proporciones de potencia no se apartan, en la gran mayoría, más del 10 % por exceso o por defecto con respecto a la correspondiente a la sección de entrada al cruce. La razón de este comportamiento puede hallarse teniendo en cuenta varios factores. El primero puede ser el hecho de que las pérdidas de energía, y por ende de potencia, debido al resalto no son muy grandes. Para los números de Froude de las experiencias, que se encuentran entre 1,9 y 3,4, las pérdidas de energías, calculadas teniendo en cuenta los calados conjugados del resalto, estarían entre el 7,5 y el 30 % de la energía inicial. Pero la razón fundamental es que estamos tratando siempre con proporciones de potencia en una dirección con respecto a la suma de potencias, por lo que no sólo el denominador está afectado por esta reducción, sino también el denominador, disminuyendo este porcentaje cada vez más cuanto más similares sean las pérdidas de energías debidas a los resaltos que se producen en las calles de aproximación.

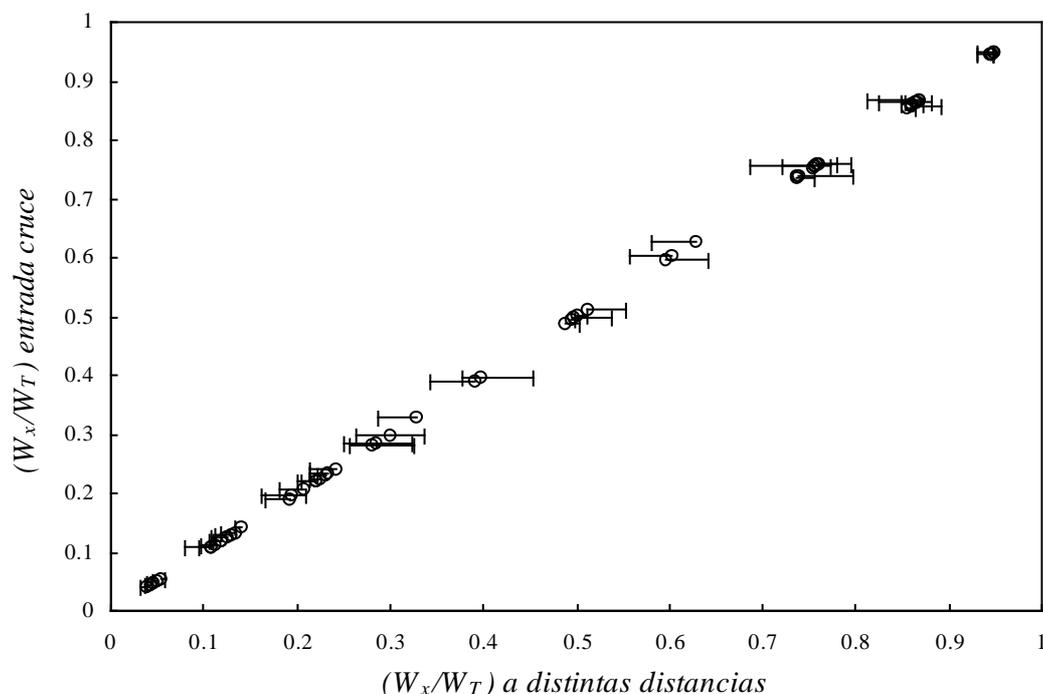


Figura 6-17: Relación entre la proporción de potencia en la dirección "x" medida a diferentes distancias del cruce y la proporción de potencia medida en la sección de entrada al cruce. Datos experimentales.

### 6.3.3.2 Relación entre el número de Froude de los flujos a la entrada del cruce y la potencia de los flujos de entrada

Con el objetivo ya comentado al comienzo del apartado, analizaremos los números de Froude del flujo en la sección de entrada al cruce en una dirección en función de la proporción de potencia en esa misma sección y dirección. En las figuras 6-18 y 6-19 se muestran dichas relaciones.

En ambas figuras, puede observarse que hasta una proporción de potencia de 0,61 existe una relación aproximadamente lineal con el número de Froude a la entrada del cruce. Esos números de Froude van desde 0,1 hasta aproximadamente 0,5. Más allá de la proporción de potencia igual a 0,61, los números de Froude pasan a tener valores superiores a 1,9, lo que indica que el flujo de entrada es supercrítico y que hay cambio de patrón de flujo. Los datos a lo largo de las dos gráficas se agrupan en función de la proporción de caudales de entrada en la dirección respectiva. En la zona en que los números de Froude son subcríticos, los datos permanecen bastante juntos, pero en la de régimen supercrítico, los datos se separan quedando alineados en curvas casi verticales.

Concentrándonos en la zona de las gráficas que nos interesa, que es la de números de Froude subcríticos, es posible aproximar una relación lineal del número de Froude en la sección de entrada al cruce en función de la proporción de potencia del flujo de entrada en una dirección. Para eso puede utilizarse los datos de ambas gráficas, superponiéndolos y obteniendo una relación única que sirva para ambas direcciones. Como resultado, se obtuvo la gráfica de la figura 6-20, en la cual tenemos dos rectas simétricas, cada una de las cuales nos da el número de Froude en una dirección en función de la proporción de potencia del flujo en la dirección "x". En la figura 6-20 también se incluyen los datos experimentales y los coeficientes de correlación de las rectas de aproximación con respecto a los datos experimentales.

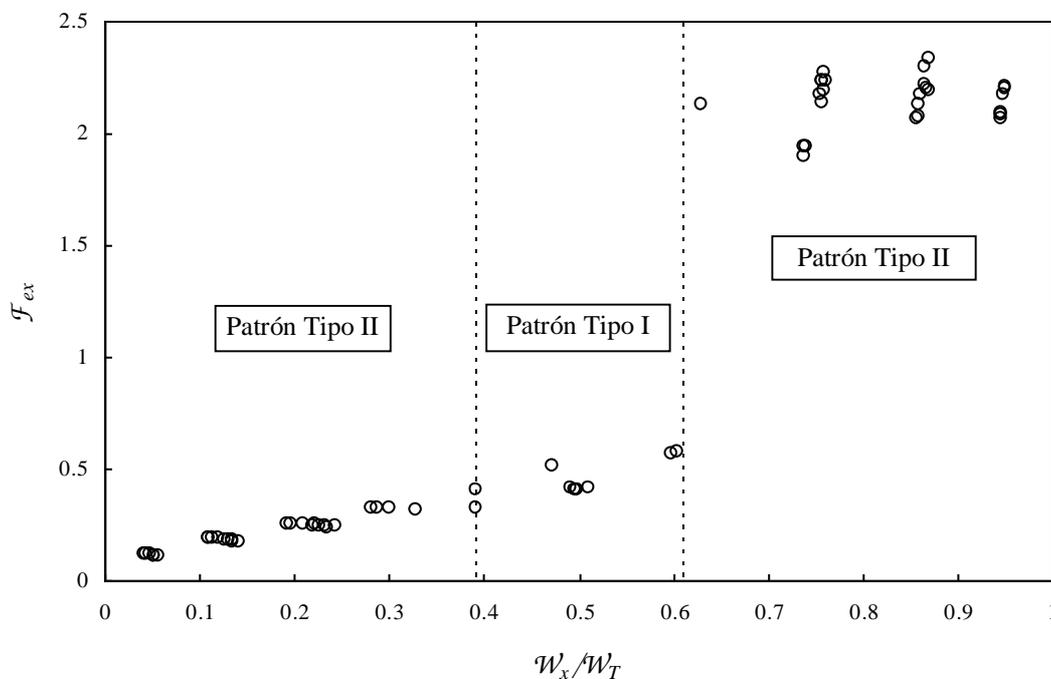


Figura 6-18: Relación entre el número de Froude del flujo en la sección de entrada al cruce en la dirección "x" y la proporción de potencia en la misma dirección. Datos experimentales.

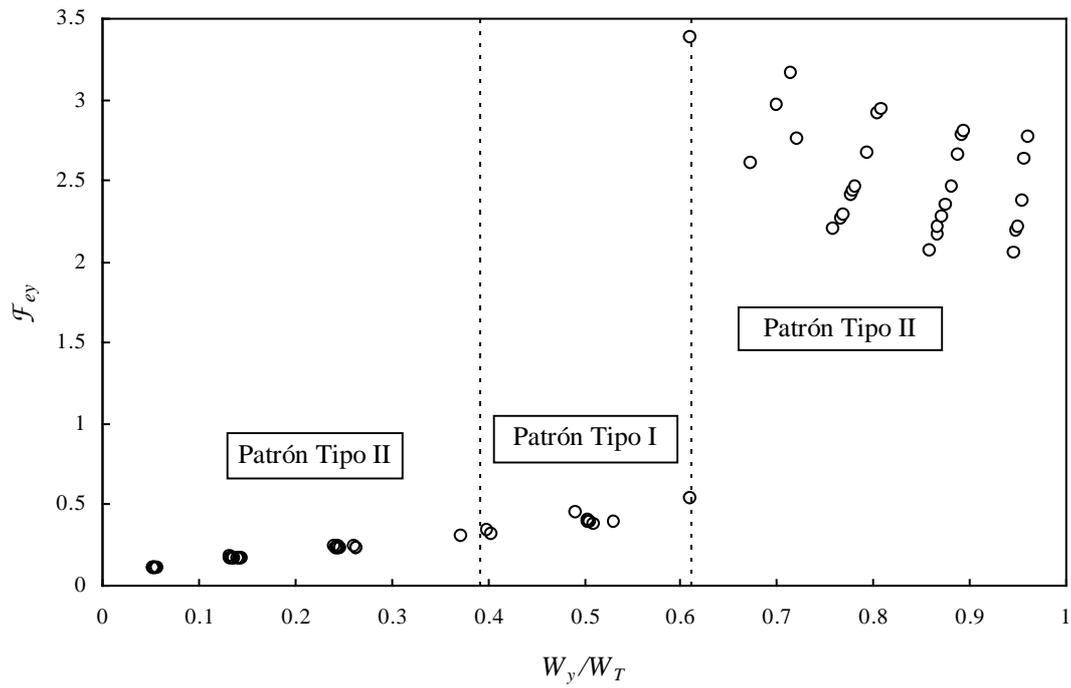


Figura 6-19: Relación entre el número de Froude del flujo en la sección de entrada del cruce en la dirección “y” y la proporción de potencia en la misma dirección. Datos experimentales.

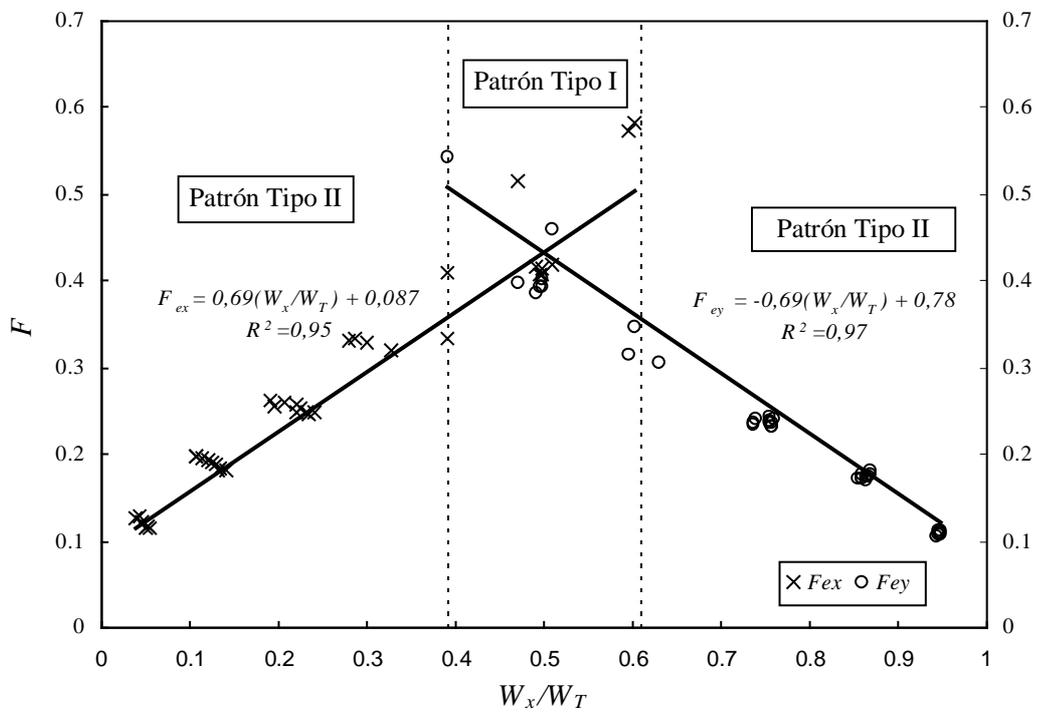


Figura 6-20: Relación entre la proporción de potencia en la dirección “x” y el número de Froude en las secciones de entrada al cruce en las dos direcciones. Ajuste de rectas de aproximación simétricas.

Tal como sabíamos, vemos que en la figura 6-20 la zona de números de Froude subcríticos a la entrada del cruce en la dirección “x” corresponde a la proporción de potencia de 0 a 0,61 y la zona de números de Froude subcríticos en la dirección “y” será la acotada por los valores de proporción de potencia de 0,39 a 1. Como resultado, tenemos la zona de proporción de potencia de 0 a 0,39, con patrón de flujo Tipo II, es decir, con resalto en la calle de aproximación en la dirección “x” y la información de número de Froude necesaria para caracterizar el flujo a la entrada del cruce. A continuación tenemos la zona que va de 0,39 a 0,61, con patrón de flujo Tipo I, resalto en las dos calles y la información del número de Froude correspondientes a los flujos de las dos calles de aproximación. Podemos observar que éstos quedan bastante acotados, entre 0,35 y 0,5, en ambas direcciones. Por último tenemos la zona que se extiende desde la proporción de potencia 0,61 hasta 1, con patrón de flujo Tipo II nuevamente, pero esta vez con el resalto formado en la dirección “y” y la información correspondiente para caracterizar el flujo en esa dirección.

### 6.3.4 Límites entre patrones de flujo

De los 79 casos ensayados, 25 quedan clasificados dentro del patrón de flujo Tipo I, los cuales están comprendidos entre proporciones caudal de salida entre 0,43 y 0,6. De esos 25 casos, sólo 10 pudieron ser utilizados para definir las relaciones precedentes debido a que en los restantes faltaba la información de uno o ambos calados. Estos 10 casos están comprendidos entre proporciones de potencia de 0,39 a 0,61 y entre índices de Froude de 0,5 a 2. Los 54 casos restantes pertenecen al patrón de flujo Tipo II y todos ellos corresponden a proporciones de potencia que están fuera de los límites detallados para el Tipo I. Lo explicado en este párrafo se resume en la tabla 6-9.

Tabla 6-9: Límites entre los patrones de flujo Tipo I y II, según el criterio considerado.

Criterio Considerado	Patrón de flujo		
	Tipo II	Tipo I	Tipo II
Proporción de potencia	0,04 a 0,39	0,39 a 0,61	0,61 a 0,96
Cociente de números de Froude, $n_F$	0,04 a 0,14	0,5 a 2	7 a 25
Índice de Froude, $\phi$	0,04 a 0,13	0,35 a 0,65	0,87 a 0,96

## 6.4 CONCLUSIONES

Del análisis de resultados anterior se llega a la conclusión de que existe una relación entre los datos de nuestro problema, que son básicamente los caudales de entrada y los números de Froude de los flujos de entrada, con nuestra incógnita que es la distribución de caudales a la salida del cruce. Para ello pueden utilizarse varios criterios como son: el de los números de Froude de los flujos de entrada al cruce incluidos en los parámetros,  $n_F$  y  $\phi$ , el de la fuerza específica o bien el de la potencia del flujo de entrada, todos estos parámetros considerados siempre en la sección de entrada al cruce. Todas estas relaciones pueden representarse a través de funciones del tipo:

$$\frac{Q_{xx}}{Q_T} = f\left(\frac{Q_{ex}}{Q_T}, F_{ex}, F_{ey}\right)$$

Como se demuestra en el anejo 3 de análisis de sensibilidad de los parámetros medidos, los valores de proporciones de potencia mayores de 0,5 tienen una menor sensibilidad a los errores de medida de los caudales, que son inevitables cuando el flujo tiene determinadas características. Por otra parte, sabemos que las relaciones obtenidas deben ser simétricas con respecto al punto [0,5;0,5] del gráfico que representa las proporciones de caudales de salida en función de las proporciones de potencia del flujo de entrada. Teniendo en cuenta esto, se justifica realizar el ajuste de la función que mejor se adapta a la relación analizada para los valores de proporciones de 0,5 a 1 y repetir esa función en forma simétrica para los valores de proporciones de 0 a 0,5. Siguiendo este criterio, se obtuvieron funciones que se ajustan en forma óptima a los datos experimentales.

De todas las relaciones representadas, las referentes al número de Froude del flujo de aproximación son las que mejor explican el fenómeno, dado que separan en forma muy distintiva los valores correspondientes a los distintos patrones de flujo. Este hecho parece lógico si consideramos estar ante un fenómeno donde las fuerzas gravitatorias tienen preponderancia sobre las de viscosidad y tensión superficial. Sin embargo estas relaciones son inútiles para predecir un caudal de salida en función de las características del flujo de entrada al cruce. Es posible calcular los números de Froude de los flujos de entrada antes y después del resalto, pero como no se sabe a priori cuál será el patrón del flujo en el cruce y consecuentemente dónde se formarán los resaltos, si en la calle o si en el cruce, ni a qué distancia del cruce, no podemos calcular una proporción de caudales de salida.

Cuando la fuerza específica del flujo de entrada se utiliza como parámetro de representación, los datos correspondientes a los distintos patrones de flujo se entremezclan un poco y las zonas ya no quedan bien definidas como en los casos anteriores, pero se distribuyen de forma muy uniforme entre proporciones de fuerza específica de 0,2 y 0,8. Cuando se utiliza la potencia del flujo de entrada en el análisis, vemos que los datos se distribuyen casi uniformemente en todo el dominio de la función y además puede definirse un límite claro entre los valores pertenecientes a uno u otro patrón de flujo. En este caso tenemos la ventaja de que es posible definir más cómodamente una función compuesta que sea continua y que represente mejor a todos los datos experimentales. Sin embargo, nos enfrentamos con el problema de que nuestros datos son las características del flujo en las calles de aproximación al cruce, en las que el flujo es supercrítico y sabemos que cuando el flujo entra en el cruce lo hace en régimen subcrítico, por lo menos en una dirección. Si bien es posible calcular y restar las pérdidas de energía que se producirían por la presencia del resalto, como no sabemos a priori cuál será el patrón de flujo que ocurrirá en el cruce, no sabemos en cuál de las direcciones debemos restar las pérdidas.

Afortunadamente, como se demuestra en el apartado 6.3.3.1, la proporción de potencia del flujo de entrada no cambia excesivamente en función de la sección de la calle de aproximación donde se mida, incluso habiendo cambio de régimen en dicha calle (figura 6-17). Valiéndonos de este hecho, es posible usar las características del flujo conocidas a una distancia determinada antes de llegar al cruce, cuando todavía es supercrítico, para predecir, con bastante aproximación, el patrón del flujo que se producirá en el cruce. También se encontró experimentalmente que cuando el flujo cambia de régimen en la calle de aproximación, su número de Froude en la sección de entrada al cruce está relacionado

con la proporción de potencia del flujo de entrada. Combinando estos dos hechos, es posible crear un algoritmo iterativo que sirva para saber qué tipo de patrón de flujo nos encontraremos en el cruce y también para saber cuáles son los números de Froude de los flujos subcríticos en la sección de entrada al cruce, con lo que nos queda totalmente definido el flujo en el cruce y en las calles de aproximación.

En el algoritmo iterativo, tal como se expone en el apartado 7.3.4.2, se calculará la proporción de potencia del flujo a una distancia determinada antes de llegar al cruce donde el flujo sea supercrítico y luego usando la relación entre el número de Froude del flujo de entrada al cruce y la proporción de potencia en una dirección pueden predecirse aproximadamente las características del flujo en la entrada al cruce (calado y velocidad), con las que puede calcularse la proporción de potencia, esta vez, en la sección de entrada al cruce.

Una vez que se obtuvo la proporción de potencia definitiva, que cumple con las condiciones establecidas experimentalmente, podemos calcular la proporción de caudal de salida con la ayuda de la relación correspondiente, por ejemplo, con la que relaciona la proporción del caudal de salida con respecto a la proporción de potencia del flujo (figura 6-15).

Podemos concluir que si bien todas las formas de representación han resultado efectivas desde el punto de vista teórico y pueden explicar de una manera lógica el reparto de caudales en el cruce, no todas son útiles desde un punto de vista práctico para la formulación de un modelo numérico y es la combinación de la relación de números de Froude en función a la proporción de potencia del flujo de entrada junto con la proporción de caudales en función también de la proporción de potencia del flujo de entrada, la que ofrece las mejores herramientas para la formulación del modelo numérico.

Los resultados obtenidos en el dispositivo experimental son totalmente extrapolables a cruces de calles de cualquier dimensión, siempre y cuando guarden las mismas características que el aquí estudiado, es decir, con anchos de calles iguales y sin chaflanes, dado que todas las relaciones que se han utilizado en el análisis del fenómeno son adimensionales. Sin embargo, quien desee hacerlo deberá tener en cuenta que existen un par de condiciones restrictivas que son la relación de aspecto por un lado y el número de Froude por el otro, de los flujos de aproximación. Estos dos factores deberán mantenerse en todo momento dentro de los rangos estudiados en el dispositivo experimental.

En cuanto a la relación de aspecto de los flujos de aproximación, para la correcta aplicación de estos resultados deberá cumplirse que:

$$10 < b/y < 115$$

Siendo  $b$  el ancho de las calles e  $y$  el calado máximo en las calles de aproximación al cruce.

En cuanto a los números de Froude de los flujos de aproximación en la sección de entrada al cruce, deberá cumplirse que:

$$F < 3,39$$

Nótese que, aunque esta tesis sólo contempla el caso de flujo supercrítico en las calles, en la sección de entrada al cruce puede presentarse flujo subcrítico debido a la presencia de un resalto aguas arriba. Así se han obtenido números de Froude tan bajos como 0,11 en la sección de entrada al cruce.

Supuesto régimen uniforme, aplicando la fórmula de Manning (considerando un coeficiente de rugosidad de 0,015 y radio hidráulico igual al calado), para conseguir un número de Froude de 3,39 (límite superior contemplado en esta tesis) se requiere una pendiente del 3,2% para un calado de 0,5 metros. Estos valores indican que dicho límite superior no será una limitación a la aplicación en casos reales de los resultados aquí obtenidos.



# CAPÍTULO 7

## *Modelo numérico unidimensional para el estudio del flujo en una red de calles*

### 7.1 INTRODUCCIÓN

En el presente capítulo se describe brevemente la problemática general de la modelación de la escorrentía en redes de calles, en base a la cual se establece el tipo de red que es susceptible de simulación. Luego se describe la cantidad y calidad de la información necesaria para realizar la modelación. Todo esto sirve de preámbulo para entrar en la descripción del modelo de cálculo, que se divide en tres grandes partes: el módulo de transformación lluvia-escorrentía, a través de la aplicación de la teoría de la onda cinemática; el cálculo de la escorrentía en las calles, a través de una combinación de dos métodos numéricos (el esquema de MacCormack de diferencias finitas explícitas y el esquema de intervalos específicos del método de las características); y finalmente el cálculo del reparto de caudales en los cruces, aplicando en buena parte de ellos los resultados experimentales del capítulo 6 y en el resto el tratamiento habitual que se hace en uniones de varios canales.

### 7.2 PROBLEMÁTICA GENERAL DE LA MODELACIÓN DEL FLUJO EN REDES DE CALLES

#### 7.2.1 Problemática estructural

La principal diferencia entre el estudio de la escorrentía en redes de calles y el estudio del flujo en una red de alcantarillado o sistema de drenaje pluvial subterráneo, es que a la red de alcantarillado podemos, dentro de ciertas limitaciones, diseñarla antes de construirla o redimensionarla para su rehabilitación, cambiar secciones, pendientes y características de uniones o crear nuevos conductos. En cambio, en una red de calles las pendientes quedan fijadas por las características del terreno, y las secciones por el diseño urbanístico propio de cada ciudad. Esto es debido a lo que comentábamos en el primer capítulo, que las calles no se construyen o diseñan para conducir el agua, aunque sea un hecho bastante común el que lo hagan.

En una red de calles no se espera encontrar escalones, ni saltos, ni cambios de pendientes demasiado bruscos ni en las calles ni en los cruces, ya que precisamente lo que se busca en la construcción de la calle es que los automóviles y vehículos en general tengan una circulación lo más suave y confortable posible sobre una superficie sin irregularidades. En este sentido, la modelación de una red de calles es más simple que en el caso de los sistemas de alcantarillado. En el estudio de una red de calles no existe el planteamiento de cambiar la pendiente de una calle para lograr un mejor comportamiento hidráulico, o por lo menos el cambio de pendiente media entre dos cruces consecutivos, ya que hacer esto supondría la elevación o descenso de uno o varios cruces y consecuentemente de todas las calles que concurren a esos cruces, con la complejidad que todo ello implica. Simplemente, tendremos las pendientes de calles como un mero dato que se extrae de la topografía y que respetaremos en todo momento.

Estructuralmente, podemos definir el tipo de red de calles que será posible resolver con el modelo numérico que se presenta en este capítulo. De este tipo de red se desprenderá una clasificación de los tipos de calles en función del lugar que ocupen dentro de la red, así como una clasificación de los cruces y casos particulares de ellos como son las bifurcaciones y las uniones.

### 7.2.1.1 Tipos de red a analizar

Las redes de calles a analizar con el modelo propuesto son las llamadas de tipo mallado y más concretamente aquel tipo de red que forma una malla rectangular y cuyas calles paralelas tienen pendientes en el mismo sentido, dando lugar, en general, a cruces formados por cuatro calles, dos calles de entrada y dos de salida, estando alineadas siempre una calle de entrada con una calle de salida, según el esquema de la figura 7-1.

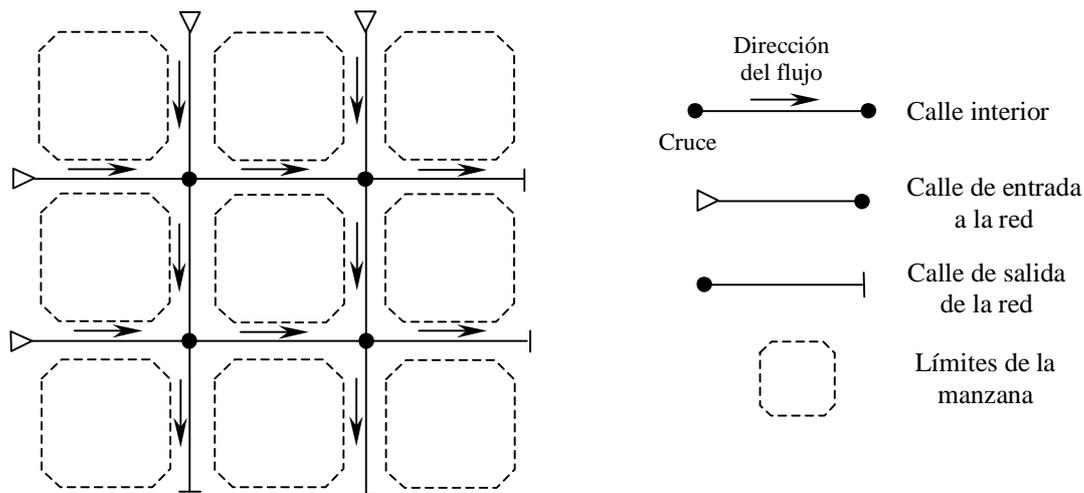


Figura 7-1: Red de calles tipo mallado y elementos que la constituyen.

La porción de superficie delimitada por calles es la manzana. Como en el caso de las manzanas adyacentes a los límites de la cuenca, es posible que no todas las calles que rodean a algunas manzanas sean parte de la red a estudiar. Incluso es posible que parte de algunas manzanas no estén incluidas dentro de la cuenca a estudiar. Esta circunstancia deberá tenerse en cuenta en el momento de delimitar la cuenca y definir las calles que formarán parte de la red de estudio.

En una ciudad es común el hecho de que una calle termine o comience en un cruce lo que dará origen a dos casos particulares de cruces que llamaremos unión y bifurcación, respectivamente, como se muestra en la figura 7-2.

### 7.2.2.1 Tipos de calles

De la definición del tipo de red a analizar se desprende la existencia de los tres tipos de calles esquematizados en la figura 7-1, que son las calles de entrada a la red, las de salida de la red y las interiores. Cada uno de estos tipos de calles tiene un modo particular de tratamiento de las condiciones de contorno que se explicará en el apartado 7.3.3.2.

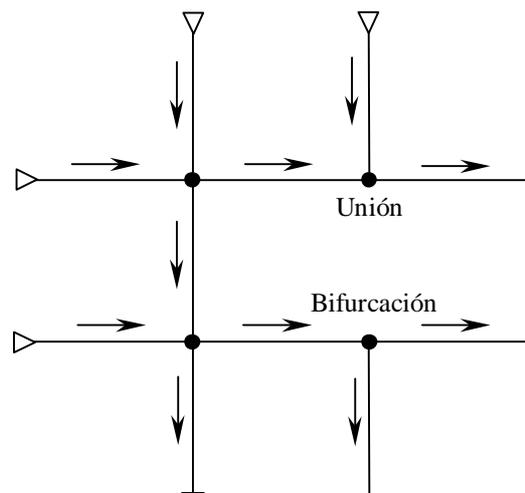


Figura 7-2: Ejemplo de bifurcación y unión en una red de calles tipo mallado.

### 7.2.3 Problemática fenomenológica

El tipo de flujo en las calles podrá ser tanto subcrítico como supercrítico. Como sabemos, cuando el flujo en la calle es supercrítico, las características del flujo dependen sólo de las condiciones de contorno aguas arriba. En cambio, cuando el flujo en las calles es subcrítico, las características de éste dependen también de las condiciones de contorno aguas abajo. Dado que la red de calles está formada, en general, por calles de pendientes diferentes, tanto suaves como fuertes, y cada calle está relacionada con otras a través del cruce, podrá darse el caso de que el flujo en una calle comience siendo supercrítico por ser la pendiente fuerte, pero que en algún lugar de la misma se convierta en subcrítico a través de un resalto, debido a las condiciones de contorno que le vienen impuestas por el cruce de aguas abajo.

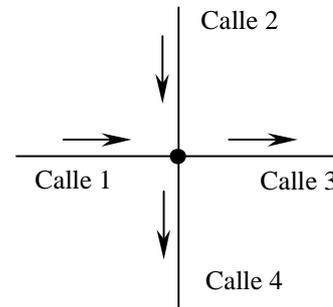
En los cruces no se tiene en cuenta un determinado tipo de flujo, sino que se clasificarán en función del tipo de flujo de las calles que los forman.

#### 7.2.3.1 Tipos de cruces

Dado que el tipo de flujo de las calles que forman el cruce es de fundamental importancia para la formulación del modelo numérico, vamos a clasificar los cruces en función del tipo de flujo existente en las secciones de las calles adyacentes al cruce. Teniendo en cuenta que el flujo en las calles puede ser supercrítico o subcrítico y que los cruces están formados por cuatro calles, dos de entrada del flujo y dos de salida, se tendrán  $2^4 = 16$  tipos distintos de cruces. En la tabla 7-1 se detallan todos los tipos posibles de cruces que podrá encontrarse en una red de calles como la definida aquí.

Tabla 7-1: Tipos de cruces en función del tipo de flujo en las secciones de las calles adyacentes al cruce.

Tipo de cruce	Calle 1	Calle 2	Calle 3	Calle 4
1	M	M	M	M
2	S	M	M	M
3	M	S	M	M
4	S	S	M	M
5	M	M	S	M
6	S	M	S	M
7	M	S	S	M
8	S	S	S	M
9	M	M	M	S
10	S	M	M	S
11	M	S	M	S
12	S	S	M	S
13	M	M	S	S
14	S	M	S	S
15	M	S	S	S
16	S	S	S	S



M= Flujo subcrítico

S= Flujo supercrítico

### 7.2.3.2 Tipos de bifurcaciones

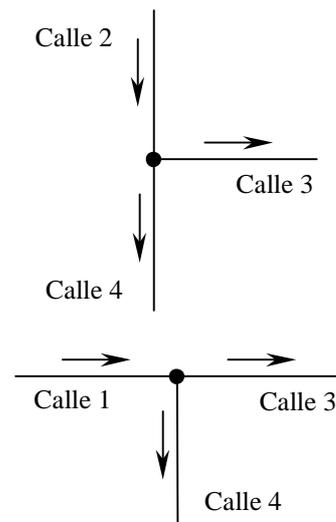
Las bifurcaciones se clasificarán siguiendo el mismo criterio que se empleó para clasificar los cruces. Cada bifurcación está formada por tres calles, una de entrada del flujo y dos de salida, por lo que tendremos  $2^3 = 8$  tipos distintos de bifurcaciones. En la tabla 7-2 se presentan todos los tipos de bifurcaciones posibles en función del tipo de flujo en las secciones de las calles adyacentes a ellas.

Tabla 7-2: Tipos de bifurcaciones en función del tipo de flujo en las secciones de las calles adyacentes a la bifurcación.

Tipo de bifurcación	Calle 1 ó Calle 2	Calle 3	Calle 4
1	M	M	M
2	S	M	M
3	M	S	M
4	S	S	M
5	M	M	S
6	S	M	S
7	M	S	S
8	S	S	S

M= Flujo subcrítico

S= Flujo supercrítico



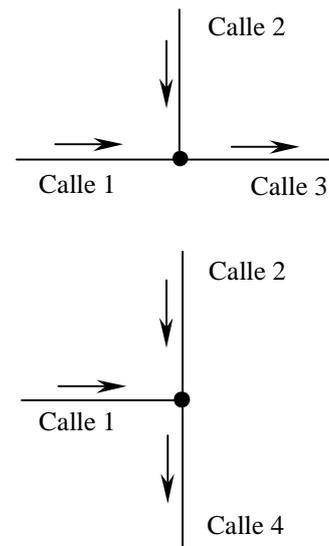
7.2.3.3 Tipos de uniones

Las uniones se clasificarán siguiendo el mismo criterio que se empleó para clasificar los cruces y las bifurcaciones. Cada unión, igual que cada bifurcación, está formada por tres calles, pero esta vez el flujo entra por dos de ellas y sale por una, y tendremos  $2^3 = 8$  tipos distintos de uniones. En la tabla 7-3 se exponen todos los tipos posibles de uniones en función del tipo de flujo en las secciones de las calles adyacentes a ellas.

Tabla 7-3: Tipos de uniones en función del tipo de flujo en las secciones de las calles adyacentes a las uniones.

Tipo de unión	Calle 1	Calle 2	Calle 3 ó Calle 4
1	M	M	M
2	S	M	M
3	M	S	M
4	S	S	M
5	M	M	S
6	S	M	S
7	M	S	S
8	S	S	S

M= Flujo subcrítico  
S= Flujo supercrítico



7.3 DESCRIPCIÓN DEL MODELO DE CÁLCULO

7.3.1 Datos del problema

Para definir geoméricamente la red de calles, es necesario contar con las coordenadas  $x$ ,  $y$ ,  $z$  de los cruces a partir de los cuales quedarán fijadas las calles, sus longitudes y sus pendientes. También es necesario definir las manzanas, ya que a través de ellas se realizará la transformación lluvia-escorrentía. Como se comentó anteriormente, las manzanas quedan definidas por las calles que la rodean, sin embargo, en la mayoría de los casos existirán manzanas que necesitarán de otros elementos adicionales para poder ser definidas: los nudos y segmentos perimetrales. En general, los datos que se requieren para el estudio de la escorrentía en una red de calles serán los siguientes:

- Cruces y nudos perimetrales
  - Número total de nudos: cantidad de nudos contando tanto los cruces como los nudos perimetrales.
  - Número de cruces: cantidad de nudos que serán cruces. Se numeran correlativamente con números enteros partiendo del 1 hasta el 100.
  - Número de nudos perimetrales: cantidad de nudos adicionales que son necesarios para la definición de las manzanas. Se numeran correlativamente con números enteros a partir del 101 si el nudo es el inicio de una calle de entrada a la red, a partir del 201 si es el final de una calle de salida de la red y a partir del 301 si no pertenece a ninguno de los casos anteriores.
  - Coordenadas de cada nudo: Nro. de nudo,  $x$  [m],  $y$  [m],  $z$  [m]

- Calles y segmentos perimetrales
  - Número total de calles: cantidad de calles contando tanto las calles como los segmentos perimetrales.
  - Número de calles: cantidad de calles por las que circulará la escorrentía.
  - Número de segmentos perimetrales: cantidad de segmentos necesarios para definir las manzanas. Estos segmentos podrán ser ejes de calles que se encuentren fuera de la red de estudio.
  - Definición de las calles: nudo inicial, ya sea cruce o nudo perimetral con hidrograma de entrada y nudo final, ya sea cruce o nudo perimetral con hidrograma de salida.
  - Rugosidad de las calles: coeficiente de rugosidad de Manning perteneciente a las calles.
  - Definición de los segmentos perimetrales: nudo inicial y final, que son nudos perimetrales ya sea con hidrogramas de entrada o salida, o sin ellos.
  - Definición de la sección transversal de las calles (figura 7-3): Ancho de calle y de calzada [m] y pendientes transversales de la calzada,  $S_{TC}$  y de la acera,  $S_{TA}$  [m/m]. Puede definirse una sección diferente por calle.

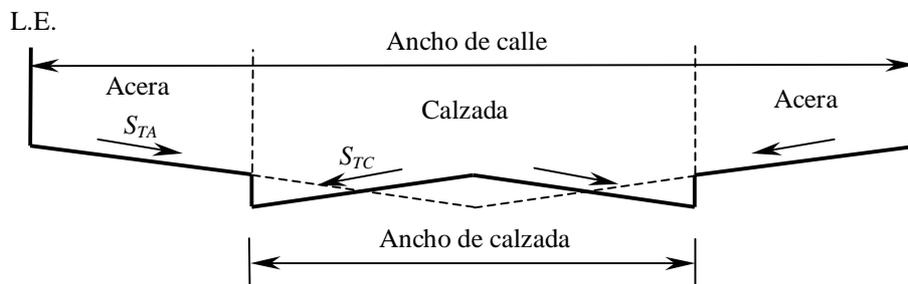


Figura 7-3: Esquema de definición de la sección transversal de las calles.

- Manzanas
  - Número de manzanas: cantidad total de manzanas que integran la cuenca de estudio.
  - Calles que forman la manzana: número de las calles o segmentos perimetrales que rodean a la manzana, nombradas correlativamente en sentido horario. Pueden definirse de 3 a 6 calles.
  - Porcentaje de desagüe a cada calle: porcentaje del área de la manzana que desaguará a cada calle nombrada en el paso anterior.
  - Pendiente: pendiente de los planos de escorrentía que se utilizará para la aplicación del “overland flow”. Se podrá dar una sola pendiente por manzana y se la asignará en función del uso del suelo, tipo de tejados, tipo de superficie, etc. Junto con la rugosidad, este parámetro influirá en la mayor o menor rapidez de la escorrentía para llegar a la calle.
  - Rugosidad: coeficiente de rugosidad de Manning del plano de escorrentía para la aplicación del “overland flow”. Se definirá una sola rugosidad para cada manzana.
- Precipitación
  - Tiempo del estudio [min]: duración del estudio en minutos, independientemente de la duración de la precipitación.
  - Longitud del intervalo [min] que se empleará para definir la precipitación.
  - Número de intervalos que se emplearán para definir la precipitación.
  - Intensidad de precipitación neta en [mm/h] constante en cada intervalo de tiempo.

□ Hidrogramas de entrada a la red

- Número de datos: cantidad de pares de datos tiempo-caudal que se dará para cada hidrograma de entrada a la red. Cada hidrograma de entrada a la red tendrá el número del nudo de inicio de la calle de entrada a la red a la que pertenece.
- Datos de tiempo [seg] y caudal [m<sup>3</sup>/s]: definición de una curva de  $Q(t)$  para cada uno de los hidrogramas de entrada a la red.

7.3.1.1 Numeración de los nudos, calles y manzanas

En primer lugar se numerarán los cruces con números correlativos partiendo del 1 hasta el 100. Luego se numerarán los nudos perimetrales pertenecientes al inicio de calles de entrada a la red con números correlativos partiendo del 101 hasta el 200. A continuación se numerarán los nudos perimetrales pertenecientes al final de calles de salida de la red con números correlativos partiendo del 201 hasta el 300. Finalmente, se numerarán los nudos perimetrales restantes con números correlativos partiendo del 301.

La numeración de las calles puede hacerse a criterio del usuario, siempre usando números correlativos, no obstante, se recomienda seguir una secuencia definida de modo que luego sean fácilmente localizables. Para las calles se utilizarán números del 1 al 100 y para los segmentos perimetrales se utilizarán números del 101 en adelante.

Las manzanas también pueden numerarse con cualquier criterio, siempre y cuando se usen números correlativos. Se recomienda numerarlas de izquierda a derecha y de arriba hacia abajo en forma correlativa. En la figura 7-4 se presenta un ejemplo tipo de numeración de los nudos, calles y manzanas.

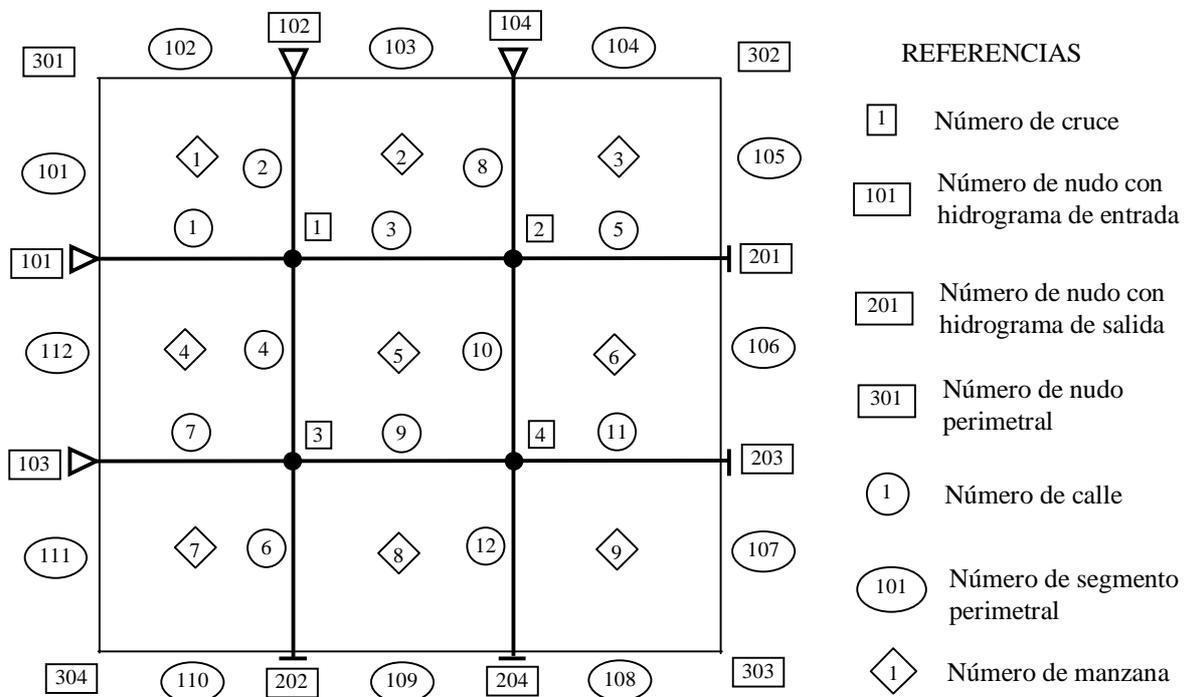


Figura 7-4: Ejemplo de numeración de nudos, calles y manzanas.

### 7.3.1.2 Hietograma de precipitación

En general, los hietogramas de intensidad de precipitación, se dan en forma de histogramas, en los que los intervalos de tiempo son constantes. El tamaño de los intervalos normalmente suele ser del orden de minutos, dependiendo de la calidad de la información disponible. Un histograma con intervalos de tiempo de 5 a 10 minutos se considera como una información buena. La información de la precipitación puede darse en intensidad [mm/h] o en lámina de agua caída [mm] constantes durante el correspondiente intervalo de tiempo. En la figura 7-5 se presenta un ejemplo de hietograma de precipitación.

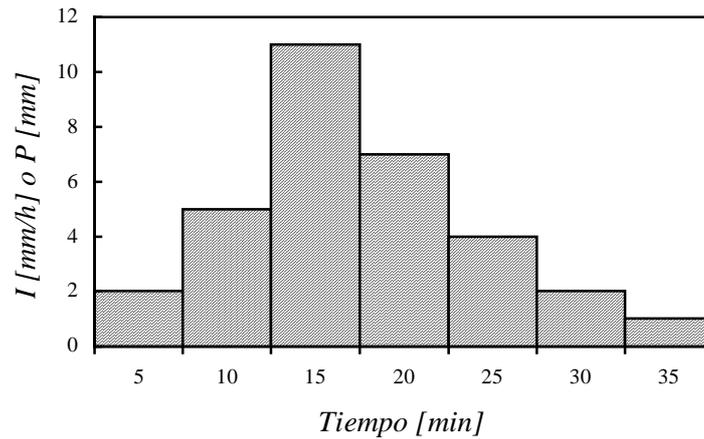


Figura 7-5: Ejemplo de hietograma de precipitación.

### 7.3.1.3 Hidrogramas de entrada a la red.

En general, los hidrogramas se dan en forma de curvas de caudal en función del tiempo,  $Q(t)$ . La curva se define por una poligonal y los intervalos pueden o no ser constantes. El tamaño de los intervalos normalmente suele ser del orden de minutos, dependiendo de la calidad de la información disponible. Un hidrograma de entrada con datos cada 5 minutos puede considerarse como una información buena. En la figura 7-6 se presenta un ejemplo de hidrograma de entrada de una de las calles de entrada a la red.

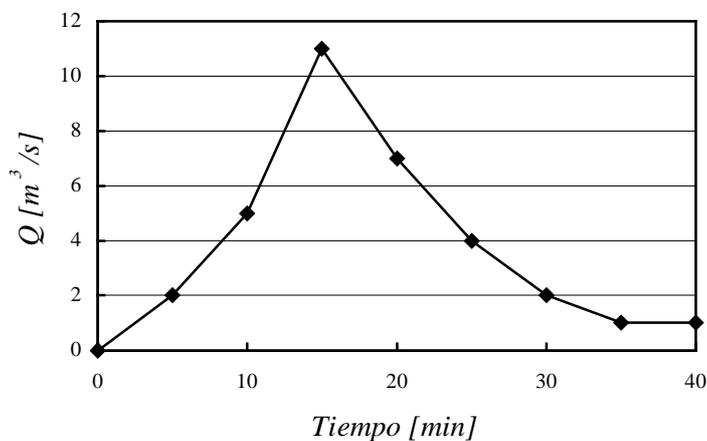


Figura 7-6: Ejemplo de hidrograma de entrada a la red

7.3.1.4 Información de los cruces y las calles.

La información que se requiere de los cruces son las coordenadas  $(x,y,z)$  con respecto a cualquier punto de referencia. Obviamente, el sistema de referencia deberá ser el mismo para todos los cruces de la red. La longitud y pendiente de las calles son calculadas por el modelo de cálculo en base a esta información.

La sección transversal de las calles será definida por los anchos de calle y de calzada (entre líneas de edificación y entre bordillos, respectivamente, figura 7-3) y las pendientes transversales tanto de la calzada como de la acera. El coeficiente de rugosidad de Manning se estimará como un promedio en la sección transversal teniendo en cuenta los distintos revestimientos con que cuentan la acera y la calzada. Si no se dispone de una información detallada, teniendo en cuenta que los materiales suelen ser en general los mismos, puede considerarse aceptable un valor entre 0,013 y 0,016. En el caso que se considere como sección activa para la conducción de la escorrentía, a la sección delimitada entre bordillos, se considerará el ancho de calle igual al ancho de calzada y no será necesario brindar información acerca de la pendiente transversal de la acera.

7.3.1.5 Información de las manzanas

La superficie de cada manzana se considerará como la superficie del polígono formado por los ejes de calles. De esta forma, la suma de la superficie de todas las manzanas será igual a la superficie de la cuenca. Esta asunción permite concentrar toda la transformación lluvia-escorrentía sobre la superficie de la manzana, evitando tener que considerar la precipitación en el cálculo del flujo en las calles y en los cruces, ganando en simplicidad de programación y con una influencia despreciable en los resultados finales. Conociendo las coordenadas de los vértices del polígono que forma la manzana, se calculará la superficie por el método de los trapecios.

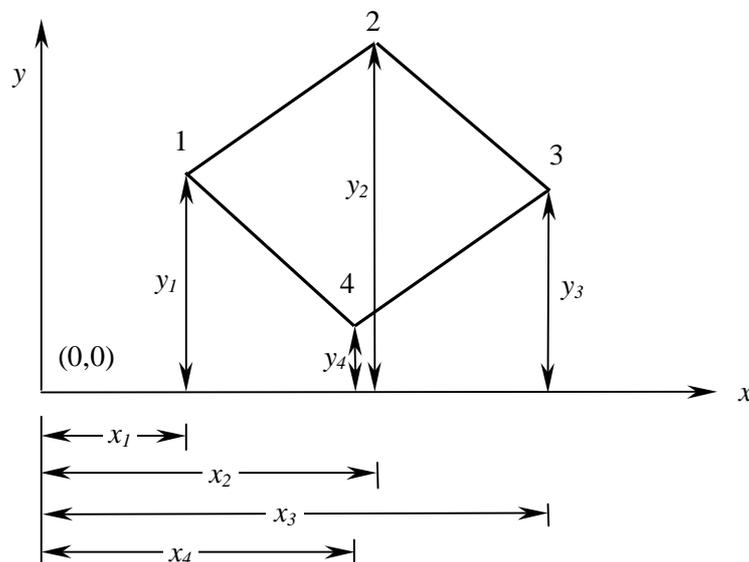


Figura 7-7: Esquema de definición de la manzana.

Utilizando este método, podemos calcular el área, por ejemplo del polígono de la figura 7-7, aplicando una fórmula como la siguiente:

$$A_{1-2-3-4} = \left( \frac{y_1 + y_2}{2} \right) (x_2 - x_1) + \left( \frac{y_2 + y_3}{2} \right) (x_3 - x_2) + \left( \frac{y_3 + y_4}{2} \right) (x_4 - x_3) + \left( \frac{y_4 + y_1}{2} \right) (x_1 - x_4)$$

Se efectuará, en la manera de lo posible, una estimación de la superficie de cada manzana que desagua a cada calle. De esta forma para cada calle existirán dos superficies de desagüe, una por cada manzana adyacente a ella, que se considerarán directamente conectadas a las calles y desde las que recibirá un aporte de caudal lateral. En la figura 7-8 podemos ver un ejemplo de delimitación de las superficies de desagüe y a qué calle contribuirán con la generación de la escorrentía en ellas.

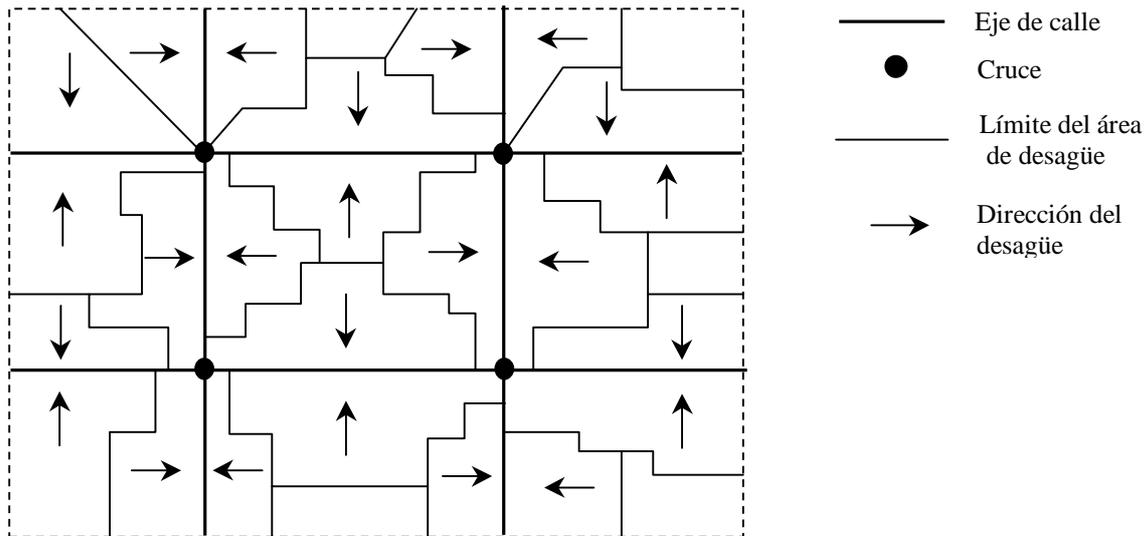


Figura 7-8: Ejemplo de delimitación de las superficies de desagüe de cada manzana.

La información de la porción de manzana que desagua a cada calle es importante en el sentido de que le da más realismo a la modelación, ya que estamos tratando de seguir rigurosamente el camino que recorre el agua desde que cae, ya sea sobre un tejado, ya sea sobre otra superficie impermeable o permeable, como patio, jardín, etc., hasta que alcanza los elementos de conducción. Sólo se pide la información de la superficie sin importar la forma y vamos a interpretar esta información haciendo la simplificación que se indica en la figura 7-9, que consiste en considerar un plano rectangular equivalente de igual superficie, con un ancho igual a la longitud de la calle y una longitud dada por la ecuación (7-1).

$$L_p [m] = \frac{P_M [\%] \cdot A_M [m^2]}{L_C [m] \cdot 100} \quad (7-1)$$

Donde  $L_p$ ,  $P_M$ ,  $A_M$  y  $L_C$  son: la longitud del plano equivalente, el porcentaje de superficie de la manzana que desagua a la calle, la superficie de manzana que desagua a la calle y la longitud de la calle, respectivamente.

Los planos quedarán caracterizados por sus dimensiones, sus pendientes,  $S_{01}$  y  $S_{02}$ , y sus coeficientes de rugosidad de Manning,  $n_1$  y  $n_2$ .

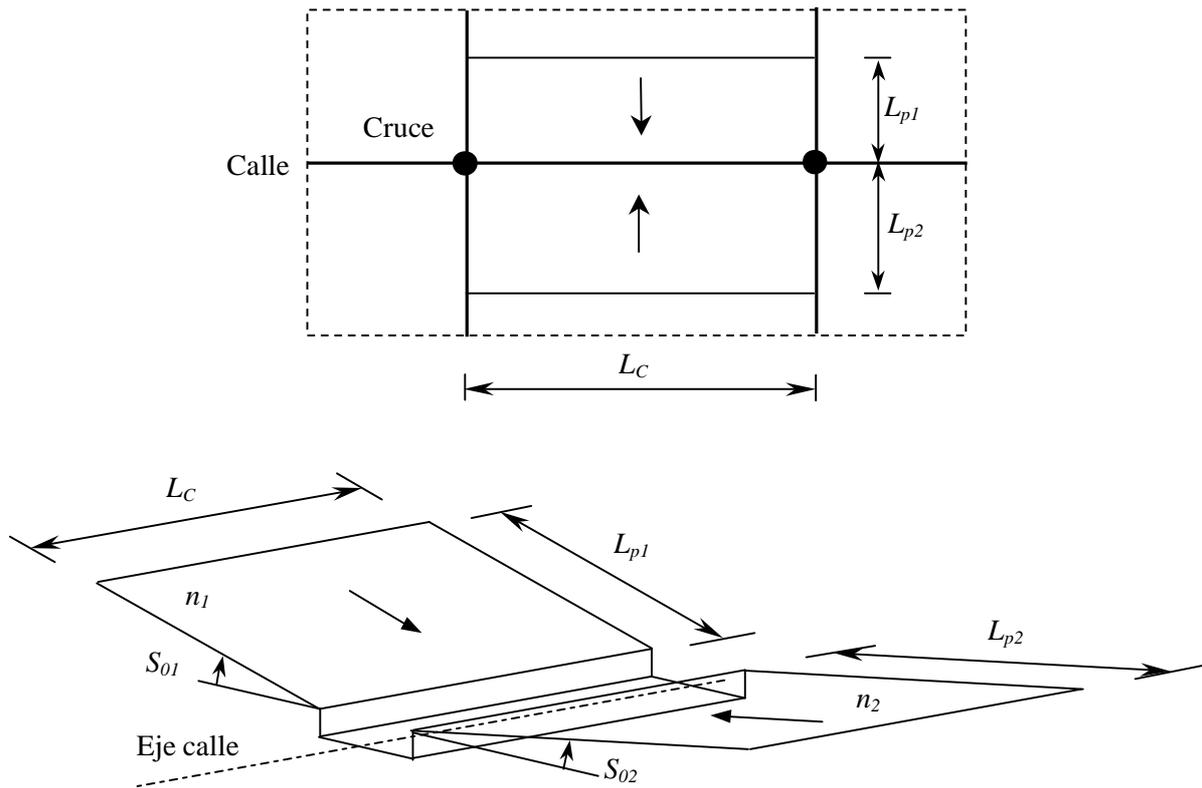


Figura 7-9: Simplificación de la superficie de desagüe de la manzana por planos inclinados impermeables.

### 7.3.2 Módulo de transformación lluvia-escorrentía

Como se comentó en el capítulo 4, la hidrología basada en la aproximación de la onda cinemática provee un método para estimar la escorrentía producida por la lluvia, a través de la aplicación de una ecuación de resistencia que es una simplificación de la ecuación dinámica de Saint-Venant.

Simplificando la superficie de escurrimiento de las manzanas de la forma detallada en el apartado anterior, es posible transformar la precipitación que cae en estos planos inclinados en escorrentía mediante la utilización de la teoría de la onda cinemática, suponiendo que el flujo que se desarrolla en ellos es el denominado “overland flow”. Se denomina overland flow o flujo superficial hortoniano al flujo que se produce en superficies impermeables de áreas urbanas o en superficies naturales donde el espesor de suelo es delgado y la capacidad de infiltración limitada (Chow et al., 1988). El primero es el caso de la figura 7-10, y mediante esta teoría se simula el tránsito del agua desde el momento en que cae hasta que alcanza el conducto principal de desagüe.

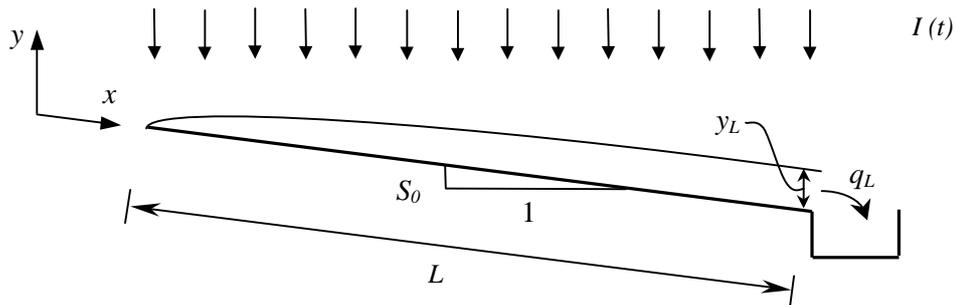


Figura 7-10: Flujo sobre un plano impermeable de longitud  $L$ , como resultado de una precipitación uniforme en el espacio.

Como se demuestra en el capítulo 4, la celeridad de la onda cinemática es siempre mayor que la velocidad del flujo por lo que puede calcularse la escorrentía sobre los planos inclinados sin influencia de las condiciones del flujo de aguas abajo. Esto permite separar el cálculo del flujo sobre los planos del cálculo del flujo en las calles. Por simplicidad de programación, se calculará el caudal a la salida de los planos inclinados de todas las manzanas en función del tiempo, para todo el tiempo de estudio. Este caudal será luego el caudal lateral que recibirán las calles a las que corresponde cada plano inclinado. El cálculo de este caudal se realizará por el método de diferencias finitas ya discutido en el capítulo 4, con una determinada discretización en el tiempo que se determinará de manera que siempre se cumpla la condición de Courant-Friedrichs, en la que:

$$\Delta t \leq \frac{\Delta x}{c_k} \quad (7-2)$$

Siendo  $c_k$  la celeridad de la onda cinemática igual a:

$$c_k = \frac{5}{3} \frac{q_L}{y_L} \quad (7-3)$$

La ecuación de aplicación será la (4-16) que responde al esquema de la figura 4-4 y que repetiremos aquí:

$$q_{i+1}^{k+1} = \frac{\left[ i(t) \cdot \Delta x + q_{i+1}^{k+1} + \frac{3}{5} \frac{y}{q} q_{i+1}^k \cdot \frac{\Delta x}{\Delta t} \right]}{\left[ 1 + \frac{3}{5} \frac{y}{q} \frac{\Delta x}{\Delta t} \right]} \quad (4-16)$$

$$\text{Siendo: } y = \left( \frac{q \cdot n}{S_0^{1/2}} \right)^{3/5}; \quad q = \frac{q_{i+1}^k + q_i^{k+1}}{2}; \quad i(t) = \frac{i_{i+1}^{k+1} + i_{i+1}^k}{2}$$

En donde el superíndice  $k$  se refiere al instante de tiempo conocido y el  $k+1$  al instante de tiempo en el cual se quiere saber el valor de las variables del flujo. El subíndice  $i$  se refiere al punto del espacio del que se conocen las variables y el  $i+1$  al punto en el cual deseamos calcularlas.

En el capítulo 3 se vio que la aproximación de la onda cinemática es válida si se cumplen los requisitos de que el número cinemático,  $k$ , sea mayor a 20 y que el producto de  $k$  multiplicado por el

cuadrado del número de Froude del flujo a la salida del plano inclinado sea mayor o igual que 5. El número cinemático se define, como se presentó en la ecuación (3-15):

$$k = \frac{S_0 \cdot L}{y_L \cdot F_L^2} \tag{3-15}$$

Siendo  $S_0$  y  $L$ , la pendiente y longitud del plano inclinado e  $y_L$  y  $F_L$  el calado y el número de Froude del flujo a la salida del plano inclinado. Debido a que los menores  $k$  se obtienen con las menores pendientes y longitudes del plano inclinado y los mayores calados y números de Froude, que ocurrirán con la mayor intensidad de precipitación, se demuestra para nuestro caso que con una pendiente del 2 %, una longitud mínima del plano inclinado de 16,9 m, una intensidad máxima de precipitación de 294 mm/h y un coeficiente de Manning de 0,015, se obtienen un calado al final del plano inclinado de 0,005 m con un número de Froude de 1,24, lo que corresponde a un  $k_{mín}$  de 43 y un producto  $k \cdot F_L^2$  mínimo de 66.

### 7.3.3 Resolución del flujo en las calles

#### 7.3.3.1 Esquema numérico empleado. Discretización en el espacio y en el tiempo.

Como se comentó en el capítulo 4, dada la naturaleza de las ecuaciones de Saint-Venant, es necesario recurrir a métodos numéricos para su resolución. Mediante estos métodos numéricos se obtiene la solución del flujo en puntos seleccionados de una malla en el dominio espacio-tiempo, proceso conocido como discretización. Normalmente no es necesario que la discretización ni en el espacio ni en el tiempo sean constantes, pero por simplicidad de cálculo se mantendrá constante la discretización en el espacio dentro de la misma calle, no así de una calle a otra. De esta manera, cada calle se dividirá en  $N$  número de tramos iguales de una longitud igual a  $\Delta x$ , quedando discretizada en  $N-1$  puntos interiores y dos puntos extremos, como se muestra en la figura 7-11, en los cuales se obtendrán las características del flujo en términos de calado y velocidad.

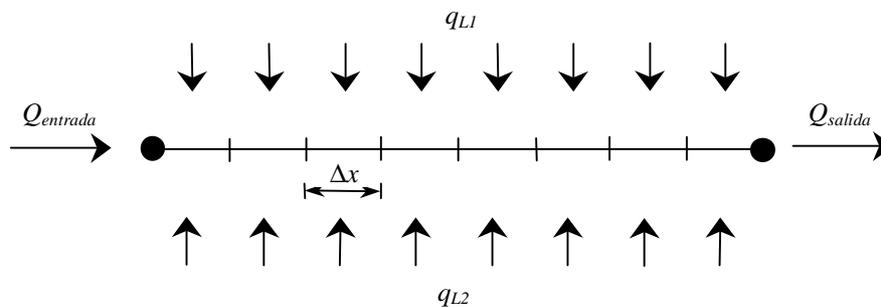


Figura 7-11: Discretización de una calle y esquema de los caudales entrantes y salientes.

La discretización en el tiempo será variable, de tal forma que el intervalo de tiempo no sea tan grande que el esquema numérico empleado sea inestable ni tan pequeño que el costo de cálculo sea excesivo. Para evaluar la estabilidad del esquema se usará el criterio de Courant, ya definido en el capítulo 4. En la formulación del presente modelo numérico se intentará que el número de Courant,  $C_n$ , valorado como  $\frac{|V| + c}{\Delta x / \Delta t}$  no supere nunca el valor de 0,95.

El esquema numérico empleado para resolver los puntos interiores de la calle es el esquema de MacCormack. La principal ventaja de este esquema sobre el de las características, por ejemplo, es que

tiene la capacidad de modelar flujos subcríticos y supercríticos en una misma calle sin necesidad de aislarlos ni de localizar los resaltos. El principal inconveniente es que, debido a la forma de plantear las diferencias finitas, no es posible resolver los puntos extremos, debiéndose usar para ello otro método si fuera necesario.

Existen dos tipos de puntos extremos, aquellos que están en contacto con un cruce y aquellos que pertenecen al inicio de las calles de entrada o al final de las calles de salida de la red. Los puntos extremos que están en contacto con un cruce son resueltos junto con la resolución de los cruces, excepto aquellos que pertenecen a calles de entrada al cruce con flujo supercrítico, ya que en ese caso el flujo en la calle no depende del estado del flujo en el cruce. Para calcular el flujo en los puntos extremos que pertenecen a calles de entrada o salida de la red y que no es resuelto junto con el cruce, se necesita una condición de contorno aguas arriba o aguas abajo, respectivamente, y es resuelto por el esquema de intervalos específicos del método de las características.

En la figura 7-11 también se presentan esquemáticamente todas las magnitudes que se considerarán en el cálculo de la escorrentía en las calles. Cada calle tendrá un caudal de entrada que será el de salida del cruce correspondiente o el caudal dado por el hidrograma de entrada correspondiente. También tendrá un caudal lateral que es el generado en las superficies de drenaje directamente conectadas a la calle, obtenido de la transformación lluvia-escorrentía en los planos inclinados que simulan esas superficies. Para el cálculo de la escorrentía en las calles se utilizará la solución de las ecuaciones completas de Saint-Venant, y la incorporación del caudal lateral modificará las ecuaciones de continuidad y dinámica de la siguiente forma:

$$\frac{\partial Q}{\partial x} + \frac{\partial A}{\partial t} = q_L \quad (7-4)$$

$$\frac{\partial V}{\partial t} + V \frac{\partial V}{\partial x} + g \frac{\partial y}{\partial x} - g(S_0 - S_f) = 0 \quad (7-5)$$

Siendo  $q_L$  el caudal lateral por unidad de longitud, suma de los caudales laterales  $q_{L1}$  y  $q_{L2}$ . Estas ecuaciones se expresan en forma conservativa y vectorial como:

$$U_t + F_x + S = 0$$

como ya se vio en el apartado 4.3.2, sólo que el vector  $S$  será ahora igual a:

$$S = \begin{pmatrix} -q_L \\ -gA(S_0 - S_f) \end{pmatrix} \quad (7-6)$$

Estas ecuaciones quedan expresadas por diferencias finitas de la siguiente forma:

$$U_i^{k+1} = \frac{1}{2}(U_{i+1}^k + U_{i-1}^k) - \frac{\Delta t}{2\Delta x}(F_{i+1}^k - F_{i-1}^k) - \frac{1}{2}(S_{i+1}^k + S_{i-1}^k)\Delta t \quad (7-7)$$

En donde los superíndices  $k$  y  $k+1$  se refieren al instante de tiempo conocido y al que se quiere conocer, respectivamente y los subíndices  $i$ ,  $i-1$  e  $i+1$  se refieren al punto de la malla del cual se quiere averiguar las características del flujo, al anterior y al posterior al mismo, respectivamente.

El esquema que se utilizará para resolver las ecuaciones es el esquema de MacCormack, ya descrito en el apartado 4.3.2 y del que presentaremos aquí las ecuaciones finales de los pasos predictor y corrector, respectivamente:

Paso predictor: 
$$U_i^* = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_i^k - F_{i-1}^k) - S_i^k \Delta t$$

De esta ecuación se puede conocer  $y^*$ ,  $V^*$  y los vectores  $F^*$  y  $S^*$ , correspondientes a cada punto de la discretización.

Paso corrector: 
$$U_i^{**} = U_i^k - \frac{\Delta t}{\Delta x} (F_{i+1}^* - F_i^*) - S_i^* \Delta t$$

Finalmente, el valor de  $U_i$  en el instante de tiempo desconocido  $k+1$  queda determinado por:

$$U_i^{k+1} = \frac{1}{2} (U_i^* + U_i^{**}) \tag{7-8}$$

Este cálculo se repite para cada uno de los puntos interiores en los que se divide cada calle, obteniendo en cada uno de ellos, los valores de calados y velocidades,  $y_i$  y  $V_i$ . En las calles de entrada a la red, el flujo en el punto inicial se resuelve junto con la condición de contorno de aguas arriba, que es conocida, y el del punto final se resuelve simultáneamente con el cruce. En las calles de salida de la red, el flujo en el punto inicial se resuelve simultáneamente con el cruce y el del punto final se resuelve con la condición de contorno de aguas abajo, si el flujo fuera subcrítico y con las características del flujo en el penúltimo punto si fuera supercrítico. El flujo en los puntos finales de las calles intermedias que tienen flujo supercrítico también se resuelve conociendo las características del flujo en el penúltimo punto de la calle.

7.3.3.2. Tratamiento de las condiciones de contorno

*Calles de entrada a la red*

Para resolver el primer punto de las calles de entrada a la red se necesita conocer las condiciones de contorno aguas arriba de la red. Esta condición viene dada por un hidrograma de entrada asociado al nudo del extremo de aguas arriba de las calles de entrada a la red. Este hidrograma es un caudal que en general es variable en función del tiempo,  $Q(t)$ . La resolución del flujo en el primer punto de las calles de entrada se realiza de diferente manera si el flujo en la calle es subcrítico o supercrítico. Para ello se determina el número de Froude del flujo en el segundo punto de la calle y si es mayor que 1 se traduce el caudal correspondiente al instante de tiempo que se está resolviendo directamente en términos de calado normal, suponiendo que se desarrolla movimiento permanente uniforme, resolviendo la ecuación (7-9).

$$Q = \frac{A^{5/3} \cdot S_0^{1/2}}{P^{2/3} \cdot n} \tag{7-9}$$

Donde  $A$  y  $P$  son el área y el perímetro mojado, respectivamente, ambos función de la geometría de la sección y del calado del flujo.

Si el número de Froude es menor que 1, puede determinarse el flujo en el primer punto de las calles de entrada resolviendo simultáneamente la condición de contorno, que es el caudal en el instante, con la característica negativa (4-55), quedando formado un sistema de dos ecuaciones con dos incógnitas:

$$\begin{aligned} Q &= A \cdot V \\ V - V_s - \frac{g}{c_s} (y - y_s) - g (S_0 - S_{fs}) \Delta t + \frac{g}{c_s} \Delta t \frac{q_L}{b} &= 0 \end{aligned} \tag{7-10}$$

Donde  $V_S$ ,  $c_S$ ,  $y_S$  y  $S_{fS}$  pueden calcularse por medio de las ecuaciones (4-43) a (4-45) deducidas en el capítulo 4. Por sustitución puede obtenerse:

$$\frac{Q}{A} - V_S - \frac{g}{c_S}(y - y_S) - g(S_0 - S_{fS})\Delta t + \frac{g}{c_S}\Delta t \frac{q_L}{b} = 0 \quad (7-11)$$

Dado que  $A$  y  $b$  son funciones del calado,  $y$ , esta ecuación es una implícita en  $y$  que puede resolverse por métodos iterativos como el de Newton-Raphson.

#### Calles de salida de la red

La condición de contorno para resolver el último punto de las calles de salida de la red está dada por un nivel de agua, que puede ser fijo o variable a través del tiempo,  $H = \text{constante}$  o  $H = H(t)$ . El nivel de agua queda definido por la cota de la lámina de agua con respecto a un determinado plano de referencia (PR), como se muestra en la figura 7-12.

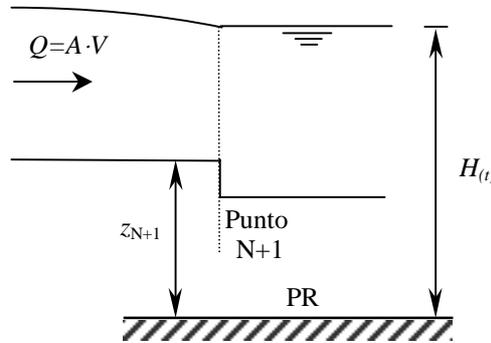


Figura 7-12: Condición de contorno aguas abajo para las calles de salida: Nivel de agua fijo o variable.

La resolución del último punto de la calle de salida se realizará de un modo diferente según exista flujo subcrítico o supercrítico en la calle. En el caso de que el flujo sea subcrítico y la diferencia ( $H(t) - z_{N+1}$ ) sea menor o igual que el calado crítico correspondiente al caudal en el punto N+1, se impondrá calado crítico en el punto N+1. Este caso será de aplicación cuando se tenga una caída libre aguas abajo del fin de la calle, como puede ser el vertido a un canal, o un depósito cuyo nivel sea mucho más bajo que el nivel de la calle. En este caso, para resolver el flujo se utilizarán la condición de número de Froude igual a 1 y la ecuación de la característica positiva (4-54):

$$V_{Crít} = c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{b}} \quad (7-12)$$

$$V_{Crít} - V_R + \frac{g}{c_R}(y_{Crít} - y_R) - g(S_0 - S_{fR})\Delta t - \frac{g}{c_R}\Delta t \frac{q_L}{b} = 0$$

Donde  $A$  y  $b$  son funciones del calado crítico,  $y_{Crít}$ ,  $V_R$ ,  $c_R$ ,  $y_R$  y  $S_{fR}$  pueden calcularse a través de las ecuaciones (4-38) a (4-40) definidas en el capítulo 4. Por sustitución podemos hallar:

$$\sqrt{g \cdot \frac{A}{b}} - V_R + \frac{g}{c_R}(y_{Crít} - y_R) - g(S_0 - S_{fR})\Delta t - \frac{g}{c_R}\Delta t \frac{q_L}{b} = 0 \quad (7-13)$$

Con lo que obtenemos una ecuación implícita en  $y_{Crít}$  que puede resolverse por métodos iterativos como el de Newton-Raphson.

En cambio, si la diferencia  $(H_{(t)} - z_{N+1})$  es mayor que el calado crítico correspondiente al caudal en el punto N+1 de la calle de salida, se resolverá el parámetro del flujo que falta, que es la velocidad, a través de la ecuación característica positiva quedando, luego de sustituir el calado por  $(H_{(t)} - z_{N+1})$ , igual a la ecuación (7-14).

$$V = V_R - \frac{g}{c_R} \left[ (H_{(t)} - z_{N+1}) - y_R \right] + g(S_0 - S_{fR})\Delta t + \frac{g}{c_R} \Delta t \frac{q_L}{b} \quad (7-14)$$

En el caso de que el flujo en la calle de salida sea supercrítico no es necesaria condición de contorno alguna de aguas abajo, pudiéndose resolver el punto N+1 directamente por el método de las características, a través de las ecuaciones (4-46) y (4-54) definidas en el capítulo 4 y que repetimos aquí:

$$y = \frac{1}{c_R + c_S} \left\{ y_R c_S + y_S c_R + c_S c_R \left[ \frac{V_R - V_S}{g} - \Delta t (S_{fR} - S_{fS}) \right] \right\} \quad (7-15)$$

$$V = V_R - \frac{g}{c_R} (y_P - y_R) + g\Delta t (S_0 - S_{fR}) + \frac{g}{c_R} \Delta t \frac{q_L}{b} \quad (7-16)$$

Siendo todos los parámetros funciones del calado, la velocidad y la celeridad en el instante anterior en los puntos N y N+1, según las ecuaciones (4-38) a (4-40) y (4-51) a (4-53). No obstante, en este caso, debemos tener en cuenta la posibilidad de que el nivel aguas abajo sea tan grande que produzca un cambio de régimen en la calle. Para tener en cuenta esto se tomará como parámetro el calado conjugado del último punto de la calle, que será comparado en cada instante con la diferencia  $(H_{(t)} - z_{N+1})$ . En el caso de que esta diferencia sea mayor al calado conjugado en N+1, se impondrá como calado el valor de la diferencia  $(H_{(t)} - z_{N+1})$ . Esto implicaría la aparición de un resalto en la calle de salida y el cambio de régimen a subcrítico, por lo que podrá aplicarse la ecuación (7-14) para resolver la velocidad del flujo en el punto N+1.

### Calles intermedias

La resolución de los puntos extremos de las calles intermedias, al igual que el último punto de las calles de entrada a la red y el primer punto de las calles de salida de la red, se realizan simultáneamente con la resolución del cruce, excepto cuando el flujo en el último punto de la calle sea supercrítico, en cuyo caso es posible resolverlo conociendo las características del flujo en el punto anterior.

#### 7.3.3.3 Condiciones iniciales

Las condiciones iniciales en las calles vendrán dadas por la imposición de un calado constante y velocidad igual a cero en toda la red, lo que significa que en el instante  $t_0 = 0$ ,  $Q_0 = 0$ . Sin embargo, este calado constante introduce un volumen inicial en la red que no procede de la transformación lluvia-escorrentía y, teniendo en cuenta la geometría de la sección transversal de las calles, con anchos de 10 a 20 m, este volumen podría causar un error no despreciable en la solución. Según Yen (1986), el calado o caudal inicial mínimo con el que se pueda comenzar el cálculo dependerá de las características del hidrograma de entrada, de los conductos, del esquema numérico y del tamaño de los incrementos de tiempo y espacio. En nuestro caso, un calado inicial de 10 cm permite comenzar y continuar el cálculo sin problemas, sin embargo, es necesario modificar la sección de las calles como se muestra en la figura 7-13, para que ese calado no introduzca un volumen inicial grande.

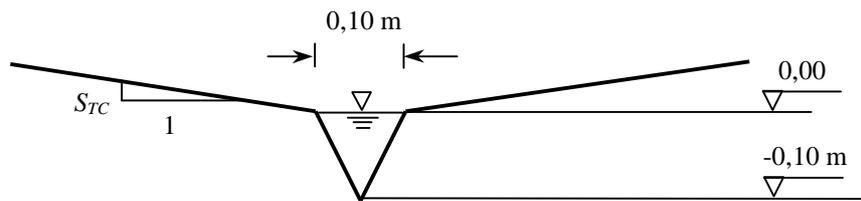


Figura 7-13: Condición inicial de flujo en las calles.

Con este artificio el volumen inicial introducido es de sólo 5 litros/m de calle y el área incrementada es del 4 % cuando el calado es 5 cm por encima del inicial y la pendiente transversal de la calzada es del 2 %. El porcentaje de área incrementada baja al 1 % cuando el calado es de 10 cm por encima del calado inicial, con la misma pendiente transversal. El perímetro mojado se incrementa en el 2,5 % y 1,25 % para calados de 5 y 10 cm por encima del inicial, respectivamente. Este análisis indica que la adopción de esta geometría no distorsionará en forma perceptible los resultados finales, lográndose, en cambio, una condición inicial adecuada para nuestro caso.

#### 7.3.3.4 Tratamiento de los resaltos hidráulicos

Como el esquema numérico empleado (esquema de MacCormack) no necesita el aislamiento de los resaltos y utiliza la misma formulación tanto para flujo subcrítico como para flujo supercrítico, no es necesario ningún tratamiento especial para los resaltos.

### 7.3.4 Resolución del flujo en los cruces de calles

#### 7.3.4.1 Determinación del tipo de cruce

Para la resolución del cruce se usará el enfoque experimental o un determinado sistema de ecuaciones según sea el tipo de cruce de que se trate. Para determinar el tipo de cruce es necesario conocer el tipo de flujo de las últimas secciones de las calles de entrada al cruce, puntos  $(i, N+1)$ , y de las secciones de inicio de las calles de salida del cruce, puntos  $(i, 1)$ . Como no se conocen todavía las características del flujo en estos puntos, ya que justamente esas son nuestras incógnitas, se utilizará como criterio el régimen del flujo de la penúltima sección de las calles de entrada, punto  $(i, N)$ , y de la segunda sección de las calles de salida, punto  $(i, 2)$ .

En este trabajo, se determinó una metodología para valorar el reparto de caudales basada en resultados experimentales tomados en un cruce de calles con flujo supercrítico tanto en las calles de aproximación como en las de salida del cruce, esto es, teóricamente en un cruce definido aquí como tipo 16. Debido a la naturaleza del fenómeno hidráulico que se produce en el cruce, *siempre el flujo en la sección final de una o ambas calles de entrada es subcrítico*, por lo que la validez del estudio experimental podría extenderse a los tipos de cruce 13, 14, y 15 también, ya que poseen uno o ambos flujos de entrada en régimen subcrítico y ambos flujos de salida en régimen supercrítico, siendo, paradójicamente, imposible que se dé en la práctica el tipo de cruce 16.

Los tipos de cruces 1 al 12, así como todas las bifurcaciones y uniones, se resolverán con un enfoque unidimensional, que es el que se acostumbra aplicar para resolver el flujo en las uniones de 2 ó más canales. Se trata básicamente de que entre ellos se cumplan los principios de conservación de la masa y de la energía.

7.3.4.2 Resolución de los cruces tipo 13 al 15 empleando los resultados experimentales

Como se concluye en el capítulo 6 de resultados experimentales, existe una relación entre la potencia de los flujos de entrada al cruce y los caudales de salida. A partir de los datos experimentales, se obtuvo una ley de variación compuesta por dos funciones de tercer grado y una recta según la cual es posible determinar el reparto del caudal en el cruce para todo el dominio de proporciones de potencia en una dirección determinada. Dicha curva se presenta nuevamente aquí en la figura 7-14. Como también se concluyó anteriormente, la proporción de potencia en una dirección varía muy poco si se la considera en la entrada misma del cruce o a una distancia de un ancho de calle aguas arriba del cruce y tanto si se mide antes o después de que se produzca el resalto. Esto es de gran validez para la formulación del modelo numérico, especialmente cuando se trabaja con flujo supercrítico, puesto que ese tipo de flujo depende sólo de las condiciones aguas arriba.

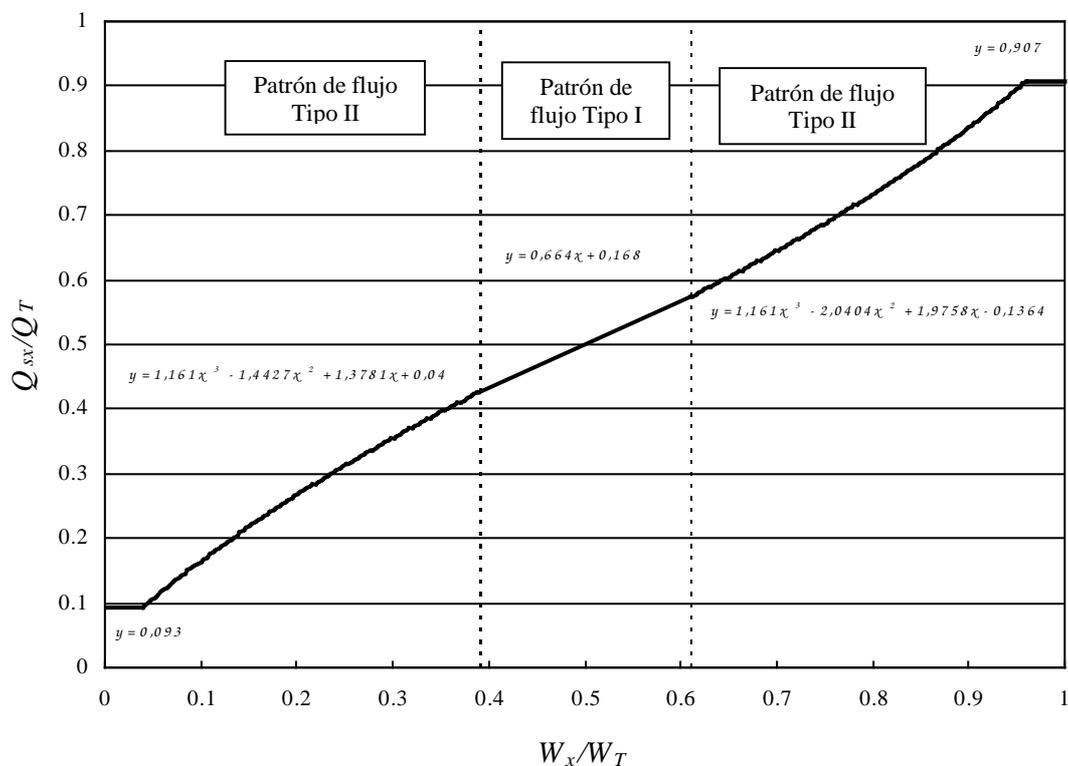


Figura 7-14: Ley de variación que fija la proporción entre caudales de salida en la dirección "x" en función de la proporción de potencia del flujo de entrada en la misma dirección.

Con los datos disponibles y con el esquema de cálculo correspondiente, es posible resolver el flujo en las calles hasta el penúltimo punto y consecuentemente calcular la proporción de potencia del flujo en ese punto. De este modo podemos saber en una primera aproximación el tipo de patrón de flujo que encontraremos en el cruce. Con esta primera aproximación ya sabemos en cuál de las calles o si en las dos se producirá el resalto y también sabemos aproximadamente el número de Froude de los flujos en régimen subcrítico de las calles de entrada al nudo, ya que basándose en los resultados experimentales se obtuvo también la ley de variación de los números de Froude del flujo a la entrada del cruce en función de la potencia de los flujos de entrada, que se presenta nuevamente en la figura 7-15. Con esa información podemos calcular el flujo en la calle en la sección de entrada al cruce con una hipótesis bastante cercana a la realidad, en donde volveremos a calcular la proporción de potencia. Con esta nueva proporción de potencia podemos verificar que el tipo de patrón de flujo es el correcto y el número de Froude del flujo. Si la diferencia entre el valor del número de Froude calculado

anteriormente y el nuevo es mayor a una cierta tolerancia fijada previamente, podemos repetir el procedimiento en forma iterativa, hasta lograr que la diferencia sea menor a la tolerancia fijada. En teoría el proceso debe ser rápidamente convergente, ya que la experiencia dice que no hay grandes diferencias en la proporción de potencia del flujo de aproximación al cruce en función de la distancia desde el cruce a la que se mida. Finalmente, con la proporción de potencia del flujo de entrada definitiva en una dirección determinada podemos calcular la proporción de caudal de salida en esa dirección.

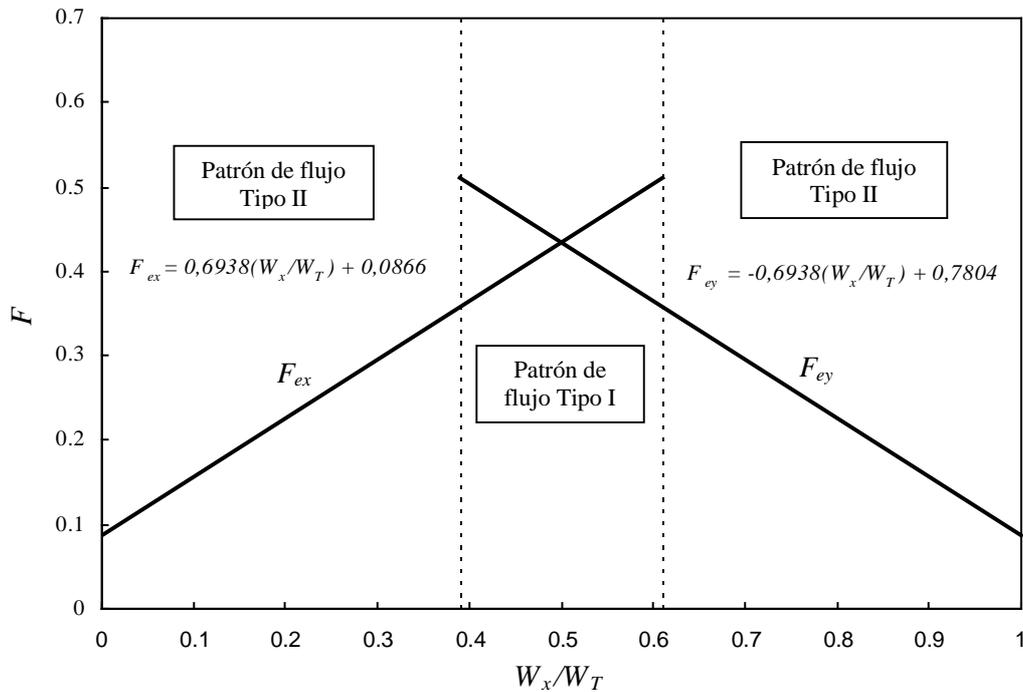


Figura 7-15: Ley de variación del número de Froude del flujo a la entrada del cruce en ambas direcciones en función de la proporción de potencia de los flujos de entrada en la dirección "x".

*Flujo en las calles de entrada:* A través del cálculo comentado en el párrafo anterior, basado en la potencia de los flujos de entrada, se pudo determinar el tipo de flujo que se presentará en el cruce y en consecuencia determinar si el resalto o cambio de régimen se produce dentro del cruce o en la calle. Si el resalto o cambio de régimen se produce dentro del cruce, esto no afectará en nada al flujo en la última sección de la calle, puesto que en la calle el flujo será supercrítico y se seguirá calculando el flujo en función de las condiciones de aguas arriba hasta que llegar al cruce. Si el cambio de régimen se produce en la calle, el número de Froude obtenido de la curva de la figura 7-15, obtenidas experimentalmente, puede usarse para determinar el calado en la última sección de la calle a través de la ecuación (7-17).

$$F = \frac{Q \cdot b^{1/2}}{\sqrt{g} A^{3/2}} \quad (7-17)$$

Donde tanto el área,  $A$ , como el ancho,  $b$ , son funciones del calado,  $y$ . La única incógnita de esta ecuación es el calado, por lo que podrá resolverse sin problemas empleando cualquiera de los métodos conocidos.

*Flujo en las calles de salida:* conocemos los caudales de salida del cruce en cada dirección, pero no sabemos todavía cuáles son las características del flujo, es decir, con qué calado y velocidad lo harán. Se ha observado experimentalmente que tanto los calados como las velocidades varían enormemente de un punto a otro dentro de las secciones transversales de salida del cruce. En una modelación unidimensional es imposible reproducir fielmente este hecho, ya que una hipótesis asumida es distribución uniforme de calados y velocidades en toda sección transversal, sin embargo, sabemos por las experiencias llevadas a cabo, y así lo corrobora el análisis de tipo de flujo llevado a cabo en el anejo 2, que el flujo pasa en una sección muy próxima a la salida del cruce, de subcrítico a supercrítico, por lo que una hipótesis de flujo crítico en la sección de inicio de las calles de salida parece ser lo más apropiado y es la que se utilizará en la formulación del modelo numérico para determinar las características del flujo en las calles de salida. El calado crítico puede calcularse una vez conocido el caudal, resolviendo la ecuación:

$$A^3 = \frac{Q^2 \cdot b}{g} \quad (7-18)$$

Donde nuevamente  $A$  es el área y  $b$  es el ancho superficial de la sección transversal de la calle, ambos funciones del calado crítico,  $y_{Crít}$ , por lo que esta ecuación es una implícita en  $y_{Crít}$ , resoluble por métodos conocidos como el de Newton-Raphson.

### 7.3.4.3 Resolución de los cruces tipo 1 al 12 empleando un enfoque unidimensional

Los tipos de cruces 1 al 12 se resolverán como se resuelven normalmente las uniones de dos o más canales, con la diferencia de que en este caso el cruce actuará como un depósito intermedio con una cierta capacidad de almacenamiento, ya que se considera que tiene una superficie lo suficientemente grande para comportarse como tal. En el cruce, se definirá un nivel de energía ficticio  $H$ , que podría interpretarse también como un nivel de agua si la velocidad en él se considera igual a 0. Este nivel del cruce servirá como paso intermedio en la transferencia de energía entre las calles que componen el cruce.

#### *Ecuación de la continuidad global en el cruce*

En la evaluación de la ecuación de la continuidad, la sumatoria de los caudales entrantes y salientes al cruce, siendo los entrantes positivos y los salientes negativos, debe ser igual a la diferencia de almacenamiento, por unidad de tiempo, en el cruce.

Según el esquema de la figura 7-16, la ecuación de continuidad global del cruce quedaría definida por la ecuación (7-19).

$$A_1 \cdot V_1 + A_2 \cdot V_2 - A_3 \cdot V_3 - A_4 \cdot V_4 = \frac{A_N \cdot [H_{(t)} - H_{(t-\Delta t)}]}{\Delta t} \quad (7-19)$$

Donde  $A_i$  es el área de las calles  $i$  en función del calado,  $y_i$ ;  $A_N$  es el área del cruce, igual a  $b^2$ ; y  $\Delta t$  es el incremento de tiempo.

#### *Ecuaciones de la conservación de la energía. Influencia del coeficiente $K$*

La energía entre cada una de las calles y el cruce debe conservarse, por lo que podemos plantear una ecuación de conservación de la energía por calle. Basándonos en el esquema de la figura 7-16, la ecuación de la energía correspondiente a una calle de entrada estaría dada por la ecuación (7-20).

$$y_{i,N+1} + (1 - K_i) \frac{(V_{i,N+1})^2}{2g} = H_{(t)} \quad (7-20)$$

Y la ecuación de la conservación de la energía correspondiente a una calle de salida estaría dada por la ecuación (7-21).

$$y_{i+1,l} + (1 + K_{i+1}) \frac{(V_{i+1,l})^2}{2g} = H_{(t)} \quad (7-21)$$

El coeficiente  $K$  es un coeficiente de pérdida de carga característico de la entrada o salida de agua del cruce. Vemos que este coeficiente puede tomar un valor de 0 a 1. Cuando el coeficiente vale 0, no existen pérdidas de carga en la transición entre el cruce y la calle o viceversa y cuando el coeficiente vale 1, significa que en esa transición existe una pérdida de energía igual a la altura de velocidad del flujo.

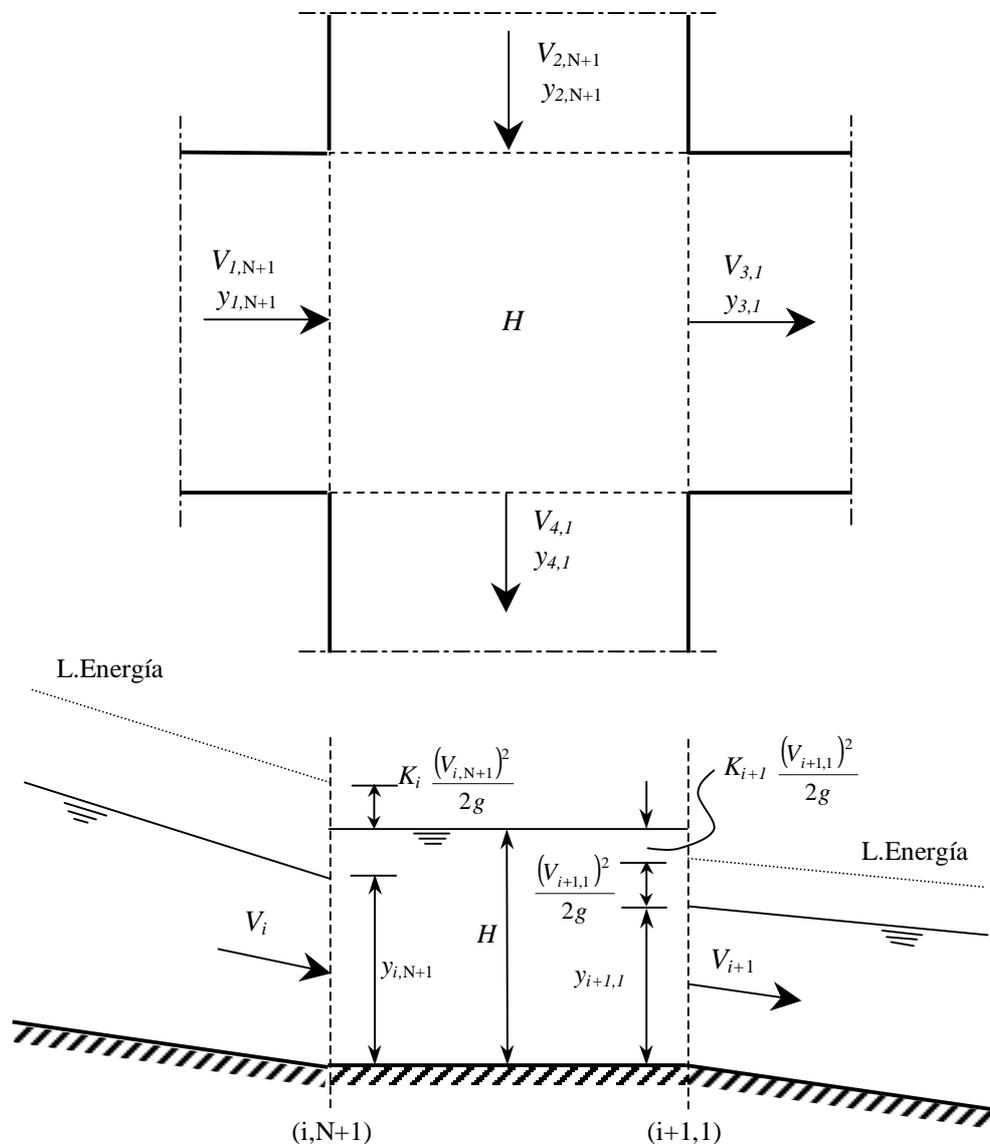


Figura 7-16: Esquema de definición para el planteamiento de las ecuaciones de resolución del cruce.

*Ecuaciones propias de las calles*

En cada una de las calles se dispondrá de una ecuación más que será distinta según sea el régimen del flujo de la calle y según se trate de una calle de entrada o de salida. En las calles que tengan régimen subcrítico esa ecuación será la ecuación característica, siendo la característica positiva si es una calle de entrada al cruce, ecuación (7-22), o la negativa si es una calle de salida del cruce, ecuación (7-23).

$$V_{i,N+1} - V_{i,R} + \frac{g}{c_{i,R}} (y_{i,N+1} - y_{i,R}) - g(S_{0i} - S_{fi,R})\Delta t - \frac{g}{c_{i,R}} \Delta t \frac{q_{Li}}{b_i} = 0 \quad (7-22)$$

$$V_{i+1,1} - V_{i+1,S} - \frac{g}{c_{i+1,S}} (y_{i+1,1} - y_{i+1,S}) - g(S_{0i+1} - S_{fi+1,S})\Delta t + \frac{g}{c_{i+1,S}} \Delta t \frac{q_{Li+1}}{b_{i+1}} = 0 \quad (7-23)$$

En las calles de salida del cruce que tengan régimen supercrítico, se asumirá calado crítico en la sección de inicio, puesto que se supone que el flujo es subcrítico dentro del cruce (depósito). Por ello aplicaremos la condición de número de Froude igual a 1 en esa sección a través de la ecuación (7-24).

$$V_{Crít} = c = \sqrt{g \cdot \frac{A}{b}} \quad (7-24)$$

Donde  $A$  es el área y  $b$  es el ancho superficial del flujo, ambos funciones del calado crítico,  $y_{Crít}$ . En cambio, si es una calle de entrada al cruce con flujo supercrítico, dado que el flujo en esta calle no dependerá de las características del flujo en el cruce, no será necesario considerar ninguna ecuación ni incógnita, ya que puede resolverse el flujo en el punto  $N+1$ , conociendo las características del flujo en el instante previo en los puntos  $N$  y  $N+1$ , por el método de las características.

*Planteamiento del sistema de ecuaciones*

Tomando como ejemplo el cruce tipo 1, en el cual todas las calles tienen flujo en régimen subcrítico, podemos plantear un sistema de 9 ecuaciones con 9 incógnitas. Tenemos 2 ecuaciones disponibles por calle y la de continuidad global en el cruce, en tanto que las incógnitas son: la velocidad y el calado en la última sección de las calles de entrada y en la primera de las calles de salida, y el nivel de energía ficticio o altura de agua en el cruce. Los tipos de cruces 5 y 9 se conformarán del mismo modo, puesto que también se tienen 9 incógnitas.

En el momento que una calle de entrada alcanza régimen supercrítico, esa calle ya no interviene en la conservación de la energía entre ella y el cruce y se dice que queda desacoplada del cruce. En cambio, sí sigue interviniendo en la conservación de la masa dentro del cruce.

Los tipos de cruce 2, 3, 6, 7, 10 y 11 tienen 7 incógnitas, puesto que una de las calles de entrada tiene flujo supercrítico, pudiéndose plantear sin problemas un sistema de 7 ecuaciones con las pertenecientes a las 3 calles restantes y la de continuidad global del nudo.

Los tipos de cruce 4, 8 y 12 tienen las 2 calles de entrada en régimen supercrítico, por lo que tendremos sólo 5 ecuaciones que pueden resolverse planteando las ecuaciones de las calles de salida y la de continuidad del nudo.

#### 7.3.4.4 Resolución de bifurcaciones y uniones.

Para resolver las bifurcaciones y uniones se utilizarán las mismas ecuaciones descritas para resolver los cruces, con la única diferencia de que las calles intervinientes serán 3 en vez de 4.

Así, para resolver la bifurcación tipo 1, en la que el flujo en las 3 calles es subcrítico, se planteará un sistema de 7 ecuaciones con 7 incógnitas. Igualmente para las bifurcaciones tipo 3, 5, y 7. En cambio, para las bifurcaciones tipo 2, 4, 6 y 8, en las que el flujo de entrada es supercrítico, las incógnitas son sólo 5 que pueden resolverse planteando las ecuaciones de las calles de salida y la de continuidad global en el cruce.

Con el mismo criterio, puede deducirse fácilmente que para resolver las uniones tipo 1 y 5 es necesario plantear un sistema de 7 ecuaciones, para las tipo 2, 3, 6 y 7 un sistema de 5 ecuaciones y para las tipo 4 y 8, un sistema de sólo 3 ecuaciones.

# CAPÍTULO 8

## *Aplicación del modelo numérico propuesto al análisis del riesgo asociado a la escorrentía pluvial en una red de calles*

### **8.1 INTRODUCCIÓN**

En este capítulo se aplica el modelo numérico propuesto en el capítulo anterior, al estudio de la escorrentía pluvial en una red de calles de una cuenca urbana de poco más de 0,5 km<sup>2</sup>, que forma parte de la ciudad de Mendoza, Argentina. Se describe topográficamente el emplazamiento de la ciudad, las características propias de su red de calles y su sistema de drenaje. Se presentan los datos del problema y a continuación los resultados de la aplicación del modelo numérico en forma de hidrogramas de caudal en las calles de salida de la red. También se incluye la evolución de los calados y velocidades máximas a través del tiempo en las tres calles más destacadas de la red. Se presentan algunos criterios para caracterizar la peligrosidad de la escorrentía en las calles en el caso de fuertes tormentas, basados en la definición de calados y velocidades máximas admisibles. Se propone además un nuevo criterio basado en la estabilidad de una persona ante el arrastre provocado por una corriente de agua. Se concluye que el modelo numérico propuesto se adapta satisfactoriamente al análisis de estos criterios, dado que permite conocer los calados y velocidades a través del tiempo a lo largo de la totalidad de las calles que conforman la red.

### **8.2 CARACTERÍSTICAS DE LA RED. DESCRIPCIÓN DE LA CUENCA**

#### **8.2.1 Situación topográfica. Descripción de la situación actual**

La ciudad de Mendoza, capital de la provincia del mismo nombre de la República Argentina, se encuentra situada al pie de la cordillera de Los Andes, sobre un gran cono de deyección formado a la salida de varias cuencas de elevada pendiente media. El terreno donde se asienta la ciudad posee una pendiente dominante importante (1 al 4 %) que va disminuyendo progresivamente hacia aguas abajo conforme se avanza hacia el este, hasta que se encuentra con un canal de riego, que provoca una discontinuidad en esa pendiente al estar sobreelevado con respecto al terreno natural. Ante esta circunstancia, incluso en situaciones de tormentas de mediana intensidad, existe una zona, inmediatamente aguas arriba de este canal, que sufre inundaciones debido a que la pendiente de las calles no permite un rápido drenaje del agua de lluvia. En la figura 8-1 se muestra un esquema de la zona urbana y en las figuras 8-2 y 8-3 la situación en dos calles que pertenecen a la zona inundable indicada en la figura 8-1.

La ciudad de Mendoza y las ciudades que forman su conurbación, poseen un sistema de drenaje pluvial separativo integrado por acequias de escasa capacidad relativa situadas a ambos lados de las calles (figura 8-4) y canales a cielo abierto, también llamados *zanjones* (figura 8-5). Las acequias se ven colapsadas en su capacidad incluso en el caso de tormentas de pequeño período de retorno y el agua no tiene otro camino que seguir que por las calles, transformándose estas en verdaderos canales. Mientras más se avanza hacia aguas abajo, mayor es el caudal que circula por las calles y menor es la

pendiente, produciendo situaciones de alta peligrosidad para los ocasionales peatones y vehículos que circulen por las mismas. Esto se va agravando cada vez más con el tiempo, debido a la desordenada extensión de la urbanización hacia el piedemonte, lo que ocasiona una disminución de la infiltración aguas arriba y un aumento de la escorrentía aguas abajo (Maza y Fernández, 1994). Una de las posibles soluciones para paliar esta situación podría ser la construcción de ejes drenantes que intercepten y evacuen el agua que se genera aguas arriba de ellos. Esto evitaría que el caudal en las calles se acumule en forma peligrosa hacia aguas abajo. Con esta filosofía, podrían ubicarse varios canales interceptores en la dirección de las calles sur-norte cada un cierto número de manzanas, por ejemplo, coincidiendo con las calles Belgrano y San Martín (figura 8-1).

Siguiendo este criterio, la cuenca urbana quedaría dividida en zonas o subcuencas, cuyas divisorias de aguas serían los canales de drenaje. Con el modelo propuesto, se puede estudiar la escorrentía en cada una de estas subcuencas y como es posible conocer la evolución de los calados y velocidades del flujo en cada una de las calles asociadas a distintos periodos de retorno, será posible, no sólo estimar el caudal máximo de salida de la subcuenca, sino también su evolución en el tiempo y evaluar la peligrosidad del flujo de las calles, basándonos en ciertos criterios.

### 8.2.2 Elección de la subcuenca

Suponiendo un futuro canal de drenaje en calle Belgrano, quedaría definida una zona de aproximadamente 1 km de ancho, limitada al este por este canal y al oeste por un canal de riego llamado Jarillal, situado en el costado este de la calle Boulogne Sur Mer, que ante una tormenta actúa de canal de drenaje, recogiendo el desagüe que proviene del parque Gral. San Martín, situado al oeste de esta zona (figura 8-1).

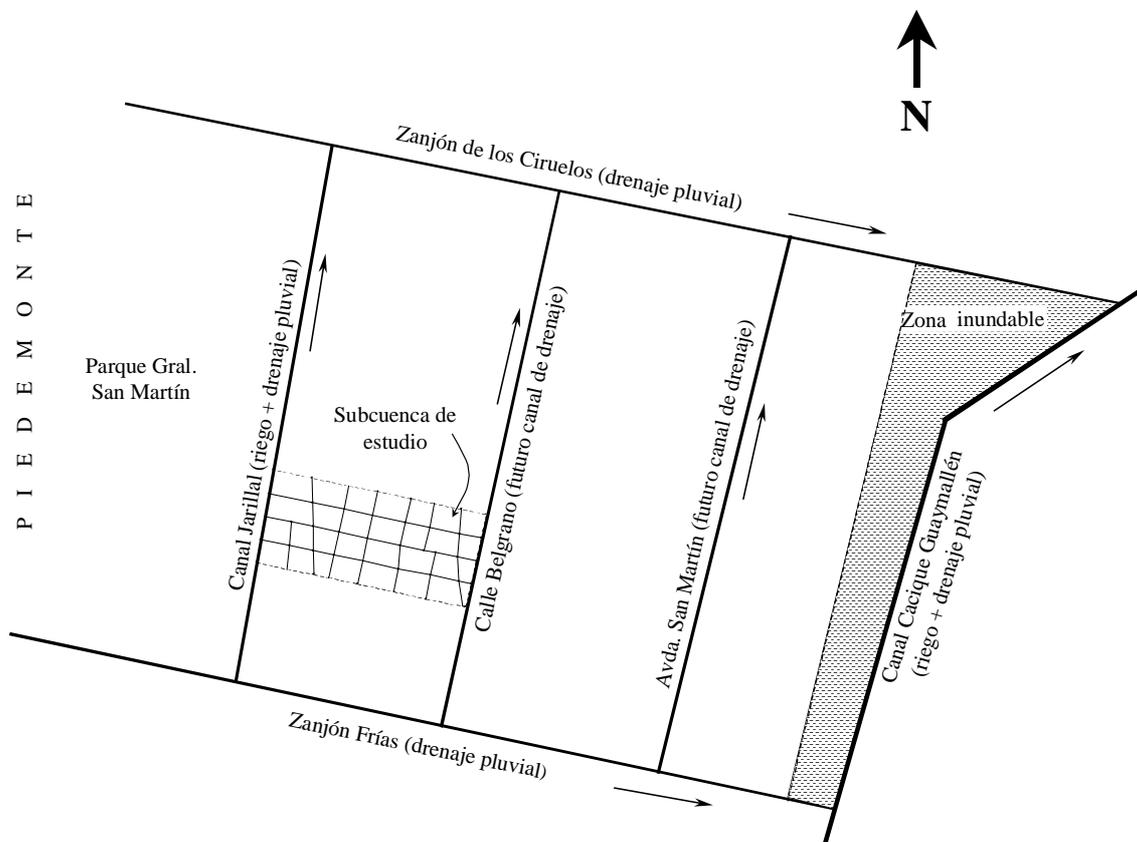


Figura 8-1: Esquema de la zona urbana de la ciudad de Mendoza.



Figura 8-2: Escorrentía en una calle de la zona inundable indicada en la figura 8-1, inmediatamente después de la tormenta del 14 de febrero de 1990.



Figura 8-3: Escorrentía en una calle de la zona inundable indicada en la figura 8-1, inmediatamente después de la tormenta del 14 de febrero de 1990.





Figura 8-4: Detalle de una sección transversal típica de una calle de Mendoza.



Figura 8-5: Canal Cacique Guaymallén, de riego en tiempo seco y de drenaje en tiempo de lluvia.



La subcuenca que se propone para la aplicación del modelo numérico se encuadra en esta zona y es la delimitada por las calles Emilio Civit al norte y Arístides Villanueva al sur. El área de esta subcuenca es de unas 52 Ha. Cabe acotar que casi la totalidad de la cuenca urbana de Mendoza está comprendida entre los canales Cacique Guaymallén y Jarillal y los zanjones Frías y de los Ciruelos, ocupando un área de unos 14 km<sup>2</sup>.

Aunque en la subcuenca elegida no suelen haber problemas de inundaciones debido a las pendientes que poseen sus calles, sí existe una peligrosidad, como se verá más adelante, en cuanto al calado y la velocidad que puede llegar a alcanzar el agua en ellas, especialmente en los tramos de aguas abajo de las calles con sentido oeste-este. Además, las calles poseen pendientes tales que se prevé encontrar flujos supercríticos a la salida de casi todos los cruces, por lo que será posible aplicar los resultados experimentales para resolver la distribución de los caudales aguas abajo de los mismos.

### 8.2.3 Características de la red de calles

La subcuenca de estudio abarca 30 manzanas, quedando la red formada por 50 tramos de calles y 21 cruces, existiendo entre ellos dos uniones y una bifurcación en "T".

Las calles en la cuenca elegida son más o menos paralelas entre sí y poseen dos direcciones principales, una en sentido sur-norte y la otra en sentido oeste-este, formando una red aproximadamente ortogonal (figura 8-6). Esto hace que las calles paralelas tengan pendiente en el mismo sentido y que los cruces de calles tengan la misma fisonomía que la estudiada en el dispositivo experimental, con flujo procedente de dos calles de entrada que se distribuye en otras dos calles de salida. El rango de pendientes de las calles se extiende del 0,4 al 2,5 %. En la dirección oeste-este, la red está formada por 24 tramos de calles que tienen pendientes que van desde el 1,0 hasta el 2,5%, con una media de 1,8%. En la otra dirección, existen 26 tramos de calles, cuyas pendientes son del 0,4 al 2%, con una media de 1,1%.

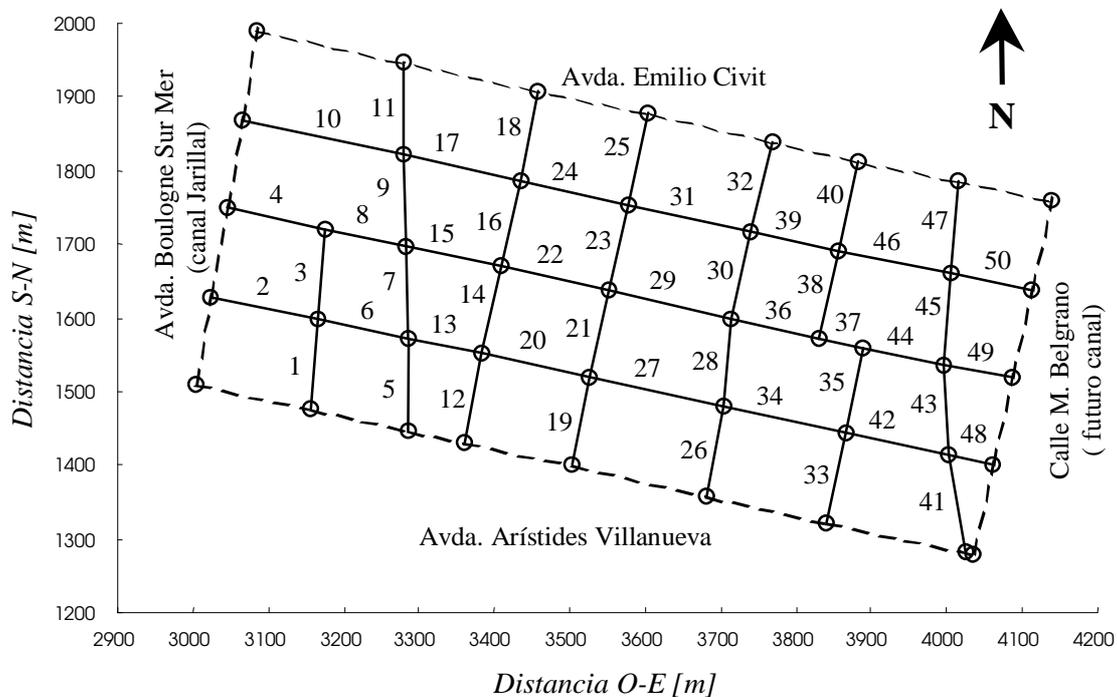


Figura 8-6: Red de calles perteneciente a una subcuenca de la ciudad de Mendoza elegida para la aplicación del modelo numérico.

En cuanto al ángulo entre las calles, podemos decir que la mitad de los cruces son de ángulo recto, mientras que un 28 % se aparta menos de  $10^\circ$  del ángulo recto y un 15 % lo hace menos de  $15^\circ$ . El menor ángulo está entre las calles 41 y 48, con  $68^\circ$  y el mayor entre la 41 y 42, con  $112^\circ$ .

La sección transversal de las calles de la subcuenca en estudio sigue un patrón como el ilustrado en la figura 8-7, con una distancia entre líneas de edificación de aproximadamente 20 m y un ancho de calzada de 10 m. Aunque a veces suele ser menor, la pendiente transversal tanto de la calle como de la acera es del 2 %, para facilitar el drenaje de las superficies hacia las acequias, que normalmente se encuentran situadas entre el bordillo o cordón de la calle y la acera o vereda. Teniendo en cuenta estas dimensiones y ubicando el 0 relativo en el punto más bajo de la calle, las cotas significativas en el análisis de la escorrentía en las calles serían:

- Cota de bordillo o cordón (mayor o igual a 0,10 m): Nivel por encima del cual el agua comienza a invadir la acera.
- Cota de la acera en la línea de edificación (mayor o igual a 0,20 m): Nivel por encima del cual el agua puede invadir las propiedades particulares. Existe un número importante de propiedades que poseen los garajes u otras dependencias por debajo del nivel de la acera.
- Cota del umbral de acceso a las viviendas particulares (mayor o igual a 0,30 m): Nivel por encima del cual el agua comienza a invadir las propiedades particulares.

La variación de estas cotas proviene de la variabilidad de la altura de los bordillos y de los umbrales de las viviendas por un lado y de la pendiente transversal por el otro. Además, existen casos aislados de viviendas antiguas que tienen la cota del umbral al mismo nivel o incluso menor al nivel de la acera.

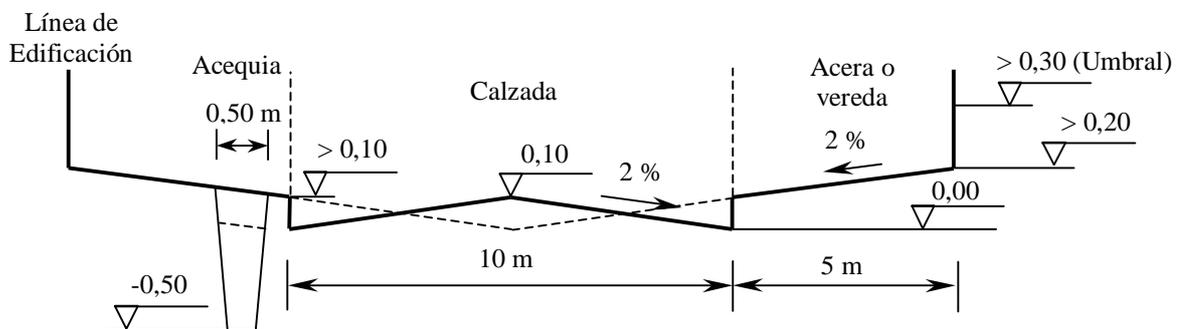


Figura 8-7: Sección transversal de las calles. (Línea de trazos: sección simulada numéricamente).

Se observó que la cota de la acera sobre el punto más bajo de la calle puede ser bastante variable de una sección a otra de la calle e incluso dentro de la misma sección de una acera a otra. Como esta diferencia de cotas puede ser entre 10 y 50 cm, no es posible contar siempre con una sección transversal efectiva de conducción de la escorrentía que abarque las aceras. Se considerará entonces como sección efectiva, aquella limitada por el espacio entre bordillos o cordones. El área que se extiende entre bordillo y línea de edificación, podría ser considerada como un área de almacenamiento, conectada lateralmente a la sección de conducción, como sucede con las llanuras de inundación en ríos. La influencia de la inclusión de esta área será de una pequeña laminación de los caudales punta. En este caso no se incluirá esa área en el cálculo dado que no es posible asegurar que la acera mantenga una diferencia de cotas constante con respecto a la calzada, por lo que se supondrá que el ancho de la calle es igual al ancho de la calzada. Esta suposición hará que las láminas de agua obtenidas sean algo mayores de las que podría encontrarse en realidad, lo que nos pondría del lado de

la seguridad. Hay que tener en cuenta que el modelo numérico permitiría, con ligeras modificaciones, trabajar con cualquier hipótesis de sección transversal e incluso incorporar las áreas de almacenamiento, lo que lo hace adaptable a situaciones diversas. Sin embargo, en este último supuesto, el nivel de detalle necesario sería quizá excesivo comparado con la mejora que se obtendría.

Las calzadas se encuentran revestidas con pavimento bituminoso o de hormigón, mayoritariamente de este último, en muy buen estado de conservación, por lo que se estimó adecuado un coeficiente medio de rugosidad de Manning de 0,015.

Las superficies de los cruces de calles responden a lo comentado en el capítulo 1, con una notable falta de uniformidad en cuanto a pendientes transversales y longitudinales. Con miras a la modelación numérica, la variabilidad en la superficie de los cruces influirá en el volumen de almacenamiento, puesto que el parámetro importante del cruce, que es su área en planta, podría variar con respecto al calado. Para simplificar y como esta variación será efectiva sólo para los calados comprendidos entre 0 y 10 cm, vamos a considerar el área del cruce constante con respecto al calado e igual al producto de los anchos de las calles que concurren a él,  $100 \text{ m}^2$ . La influencia de esta simplificación será que cuando los calados sean entre 0 y 10 cm, el volumen de almacenamiento será algo mayor al real.

### **8.3 DATOS DEL PROBLEMA**

#### **8.3.1 Geometría de la red**

Gracias a la colaboración del Ingeniero Francisco Morandini, ex-funcionario de Obras Sanitarias Mendoza S.E., se cuenta con información de las coordenadas de los cruces de las calles, a partir de la cual puede definirse la totalidad de la red: longitud y pendiente de las calles, ángulo entre calles y superficie de las manzanas.

En la figura 8-6 se presenta la red de calle perteneciente a la subcuenca estudiada con referencia a un sistema de coordenadas cuyo origen (0;0) coincide con el (2510000;6360000) de las coordenadas geográficas cilíndricas Gauss-Kruger.

#### **8.3.2 Áreas de drenaje conectadas a cada calle**

En Mendoza, la normativa municipal exige que las superficies susceptibles de recibir aguas de lluvia, como son los tejados de los edificios o viviendas, los patios, ya sean impermeabilizados o no y jardines, desagüen directamente a la acequia, como elemento receptor y conductor primario del drenaje pluvial.

La información necesaria para determinar la porción de superficie de cada manzana que desagua a cada calle, consiste normalmente en un plano catastral en donde están detallados los límites de las propiedades e información sobre la calle sobre la cual desagua cada propiedad. Como no fue posible contar con esa información, se supuso que la porción de desagüe a cada calle es igual al cociente entre la longitud de la calle y el perímetro de la manzana.

#### **8.3.3 Tormenta de proyecto**

Gracias a la colaboración del Ingeniero Jorge Adolfo Maza, director del Centro Regional Andino del Instituto Nacional del Agua y del Ambiente (ex-INCyTH), se contó con las tormentas de proyecto de la ciudad de Mendoza para distintas duraciones y frecuencias, elaboradas a partir de datos históricos y de la información obtenida por medio de la red telemétrica de estaciones meteorológicas que gestiona

el Centro. En la figura 8-8 se presentan las tormentas de proyecto de 60 minutos de duración para un periodo de retorno de 5, 10 y 25 años.

*Lluvia neta:* en una cuenca urbana, las pérdidas por interceptación y por evapotranspiración tienen poca importancia relativa frente a las de infiltración y a las de almacenamiento en depresiones. Para este caso, vamos a considerar que las pérdidas son iguales a 0, basándonos en la hipótesis pesimista de que haya habido una lluvia precedentemente al momento de caer la tormenta de proyecto, de intensidad y duración suficiente como para que el suelo estuviera saturado y las depresiones llenas de agua, con lo cual la lluvia neta sería igual a la lluvia bruta.

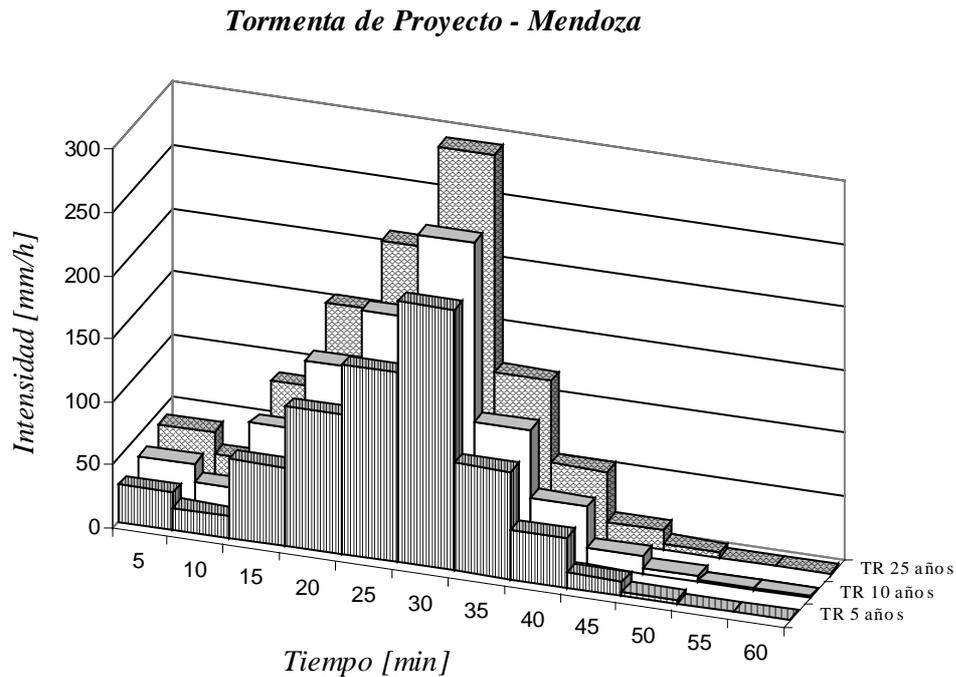


Figura 8-8: Tormentas de proyecto para la ciudad de Mendoza, correspondientes a periodos de retorno de 5, 10 y 25 años.

### 8.3.4 Hidrogramas de entrada

En las calles de entrada a la red por el límite oeste, calles 2, 4 y 10, se considerará un hidrograma de entrada mínimo, puesto que se supondrá que la mayoría del caudal que proviene del oeste de la subcuenca es interceptado por el canal Jarillal. Este caudal será considerado constante e igual a  $0,1 \text{ m}^3/\text{s}$  mientras dura la tormenta, lo que equivale a calados aproximados de 6 a 7 cm en esas calles.

En las calles de entrada a la red por el límite sur, calles 1, 5, 12, 19, 26, 33 y 41, se deberían incluir como hidrogramas de entrada, los hidrogramas de salida obtenidos en la modelación de la subcuenca situada aguas arriba. Como en realidad no se desea, ni es necesario en un ejemplo demostrativo como el presente, realizar un análisis más detallado, se supondrá que entra un caudal equivalente al aporte de media manzana aguas arriba de cada calle considerada. Para esta suposición, se utilizará el caudal unitario lateral correspondiente a la transformación lluvia-escorrentía de la calle en cuestión y se asumirá una longitud de calle de 60 m. En la figura 8-9 se presentan los hidrogramas de caudal pertenecientes a las calles de entrada, para un periodo de retorno de 25 años. En la figura 8-10 se presenta una comparación del hidrograma de entrada de la calle 26 para los periodos de retorno de 5, 10 y 25 años, para dar una idea de la variación de los mismos en función de la frecuencia.

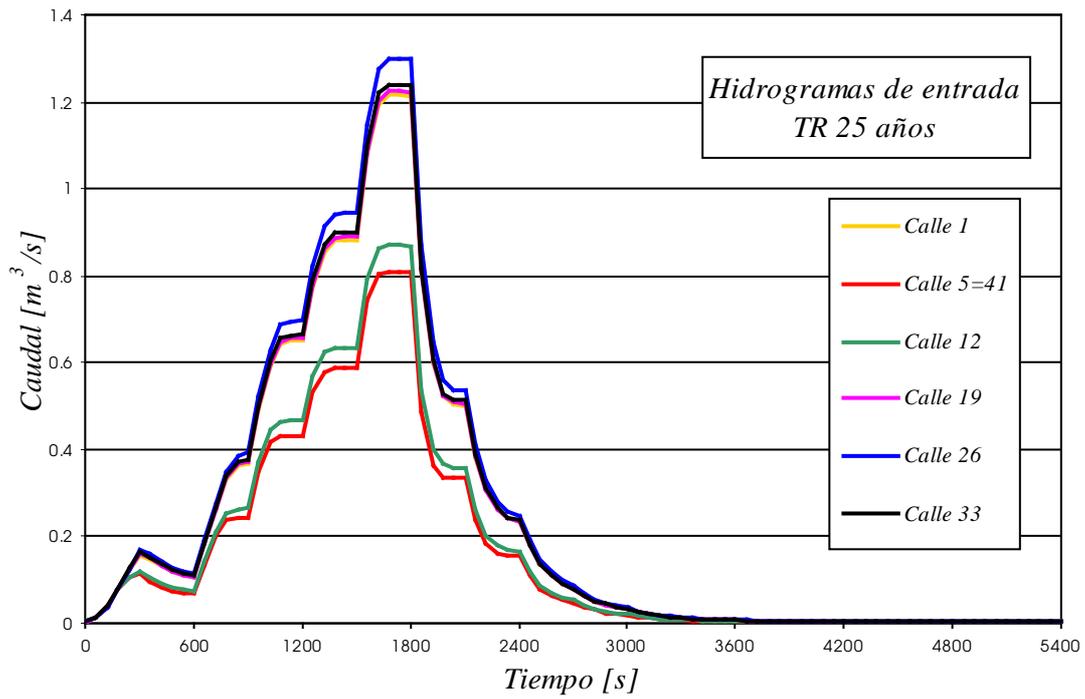


Figura 8-9: Hidrogramas de entrada para un periodo de retorno de 25 años.

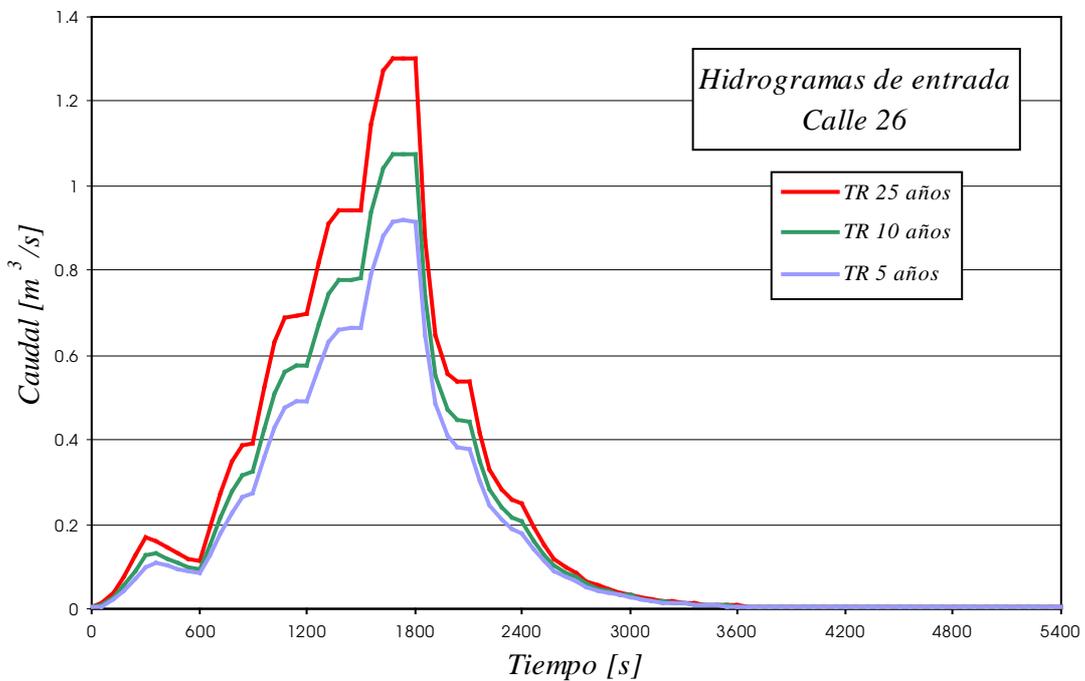


Figura 8-10: Hidrograma de entrada de la calle 26 para periodos de retorno de 5, 10 y 25 años.

## 8.4 RESULTADOS DE LA SIMULACIÓN

### 8.4.1 Hidrogramas resultantes

Como resumen de los resultados obtenidos se presentan los hidrogramas de salida de la red tanto por el límite norte como por el este. Los hidrogramas de salida de las calles correspondientes al límite norte, calles 11, 18, 25, 32, 40 y 47, podrán servir como hidrogramas de entrada en el caso que se desee analizar la escorrentía en la subcuenca situada al norte de la considerada. En la figura 8-11 se presentan los hidrogramas de salida de la red por estas calles.

Los hidrogramas de salida de las calles que corresponden al límite este, calles 48, 49 y 50, servirán para el diseño y dimensionamiento del canal de drenaje de calle Belgrano. En la figura 8-12 se presentan los hidrogramas individuales de cada una de estas tres calles para un periodo de retorno de 25 años y el hidrograma que servirá para el dimensionamiento del canal, calculado como la suma de los tres hidrogramas. En la figura 8-13 se comparan los hidrogramas de diseño para el canal de drenaje para los 3 periodos de retorno considerados.

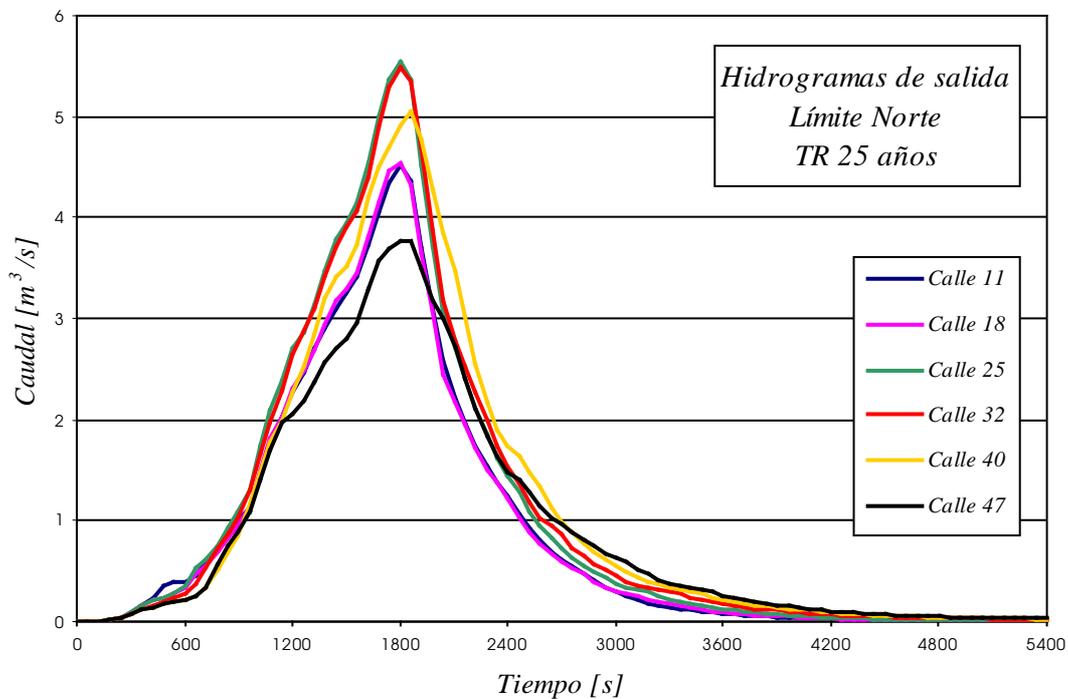


Figura 8-11: Hidrogramas de las calles de salida de la red por el límite norte. TR 25 años.

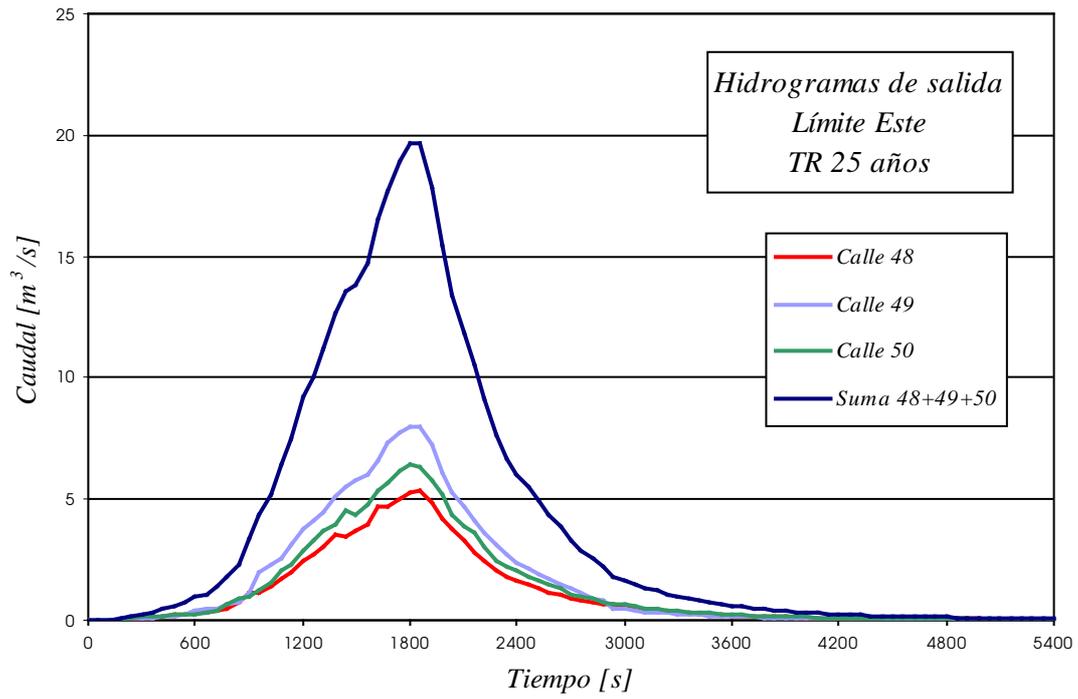


Figura 8-12: Hidrogramas de las calles de salida de la red por el límite este e hidrograma resultante para el diseño del canal de drenaje de calle Belgrano. TR 25 años.

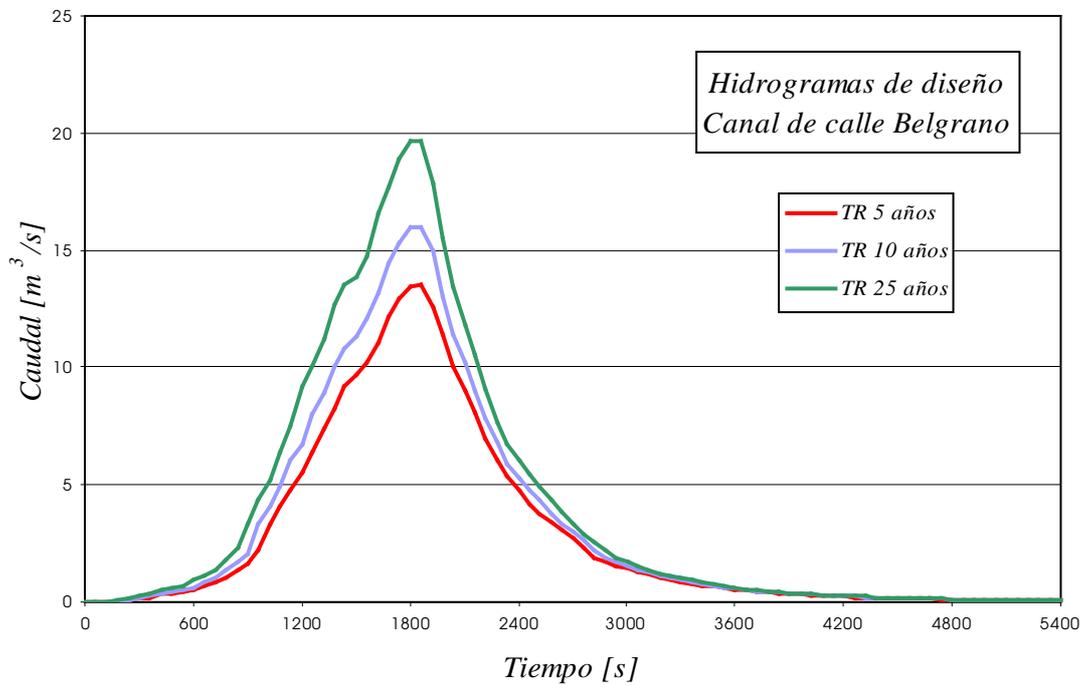


Figura 8-13: Hidrogramas de diseño para el canal de drenaje de calle Belgrano, para periodos de retorno de 5, 10 y 25 años.

### 8.4.2 Calados y velocidades

Una ventaja de la modelación presentada, es que se pueden conocer en cada instante de tiempo analizado, los calados y velocidades en cada punto de la malla de cálculo, en este caso, cada 6 a 7 m de longitud y cada 1 segundo. En consecuencia, pueden saberse fácilmente los calados y velocidades máximos que se han producido en cada tramo de calles a través del tiempo. Esta característica será útil a la hora de comparar los calados y velocidades obtenidos con ciertos criterios de valoración de la peligrosidad del flujo, tales como los de Témex y de Denver, que se presentarán más adelante, y establecer la duración de esta situación. Como ejemplo, se presentan en la figura 8-14 a 8-16, estos parámetros correspondientes a las calles 28, 29 y 49, asociados a un periodo de retorno de 25 años. Cabe aclarar que los calados y velocidades máximos se producen, en general, para diferentes instantes en diferentes secciones. También se presenta en las mismas figuras el valor máximo del producto del calado por el cuadrado de la velocidad que servirá para aplicar un criterio de peligrosidad distinto del de Témex y Denver. En estas figuras se puede apreciar que existen ciertos instantes en los que el calado o la velocidad sufren una variación brusca, esta situación ocurre debido a que de un instante al siguiente puede haber un cambio de régimen en la calle, por lo cual puede aparecer o desaparecer un resalto en ella, hecho asociado a aumentos o disminuciones bruscos del calado y la velocidad. En el caso del calado esto sucederá cuando aparezca y desaparezca el resalto por el extremo de aguas abajo de la calle. En el caso de la velocidad, este cambio se producirá cuando el resalto aparezca o desaparezca por el extremo de aguas arriba de la calle.

### 8.4.3 Evaluación del error. Balance de masa

Como medida de comprobación de los resultados, se evaluó el balance de masa en cada calle como:

$$VE - VS = AF - AI \quad (8-1)$$

Siendo:  $VE = \int_{T_0}^T Q_e \cdot dt + \int_{T_0}^T Q_{lat} \cdot dt$ , el volumen total de entrada; donde:  $Q_e$  y  $Q_{lat}$  son los caudales

medios de entrada por cabecera y lateral, respectivamente, durante un diferencial de tiempo;

$VS = \int_{T_0}^T Q_s \cdot dt$ , el volumen total de salida; donde  $Q_s$  es el caudal de salida medio durante un diferencial

de tiempo y  $AF$  y  $AI$ , los almacenamientos iniciales y finales calculados como

$Almacenamiento = \int_{x_0}^x A(y) \cdot dx$ , donde  $A(y)$ , es el área media en un diferencial de espacio (función del

calado). Se consideró el balance entre los instantes  $T_0 = 300$  s y  $T = 5400$  s con el motivo de no incluir en el análisis las distorsiones características del comienzo de la simulación.

En la figura 8-17 se muestra gráficamente el error correspondiente a cada calle, calculado como la diferencia entre los términos de la izquierda y de la derecha de la ecuación (8-1) con respecto al volumen total de entrada.

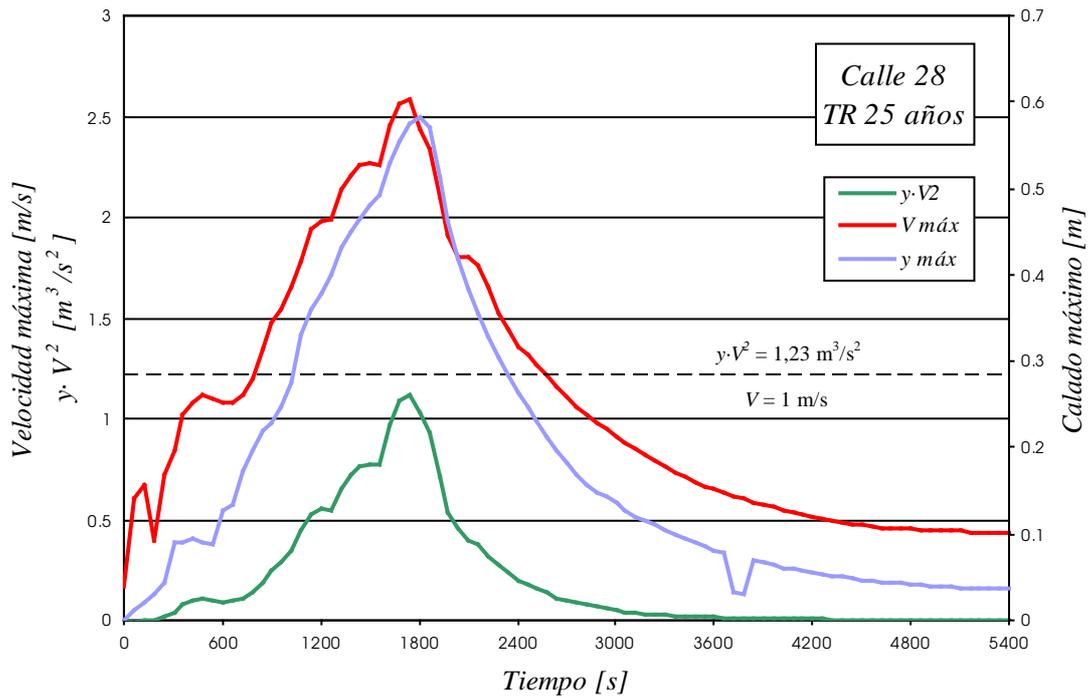


Figura 8-14: Evolución de los calados máximos, velocidades máximas y del valor máximo del producto  $y \cdot V^2$  a través del tiempo en la calle 28. Estos valores se dan para diferentes instantes en diferentes secciones.

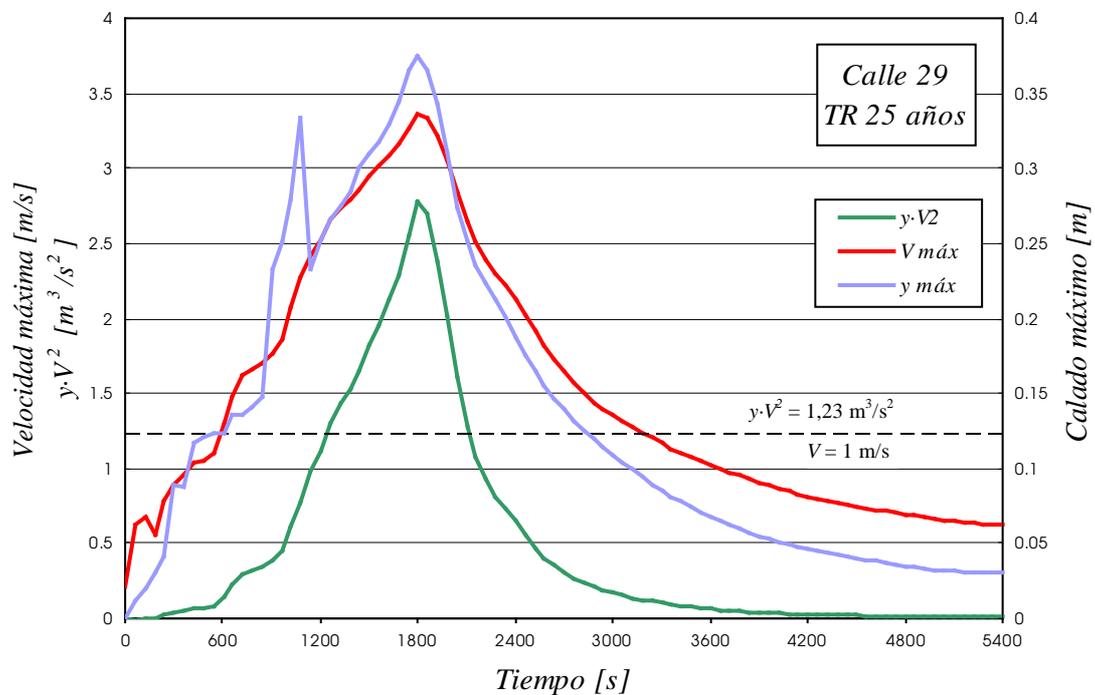


Figura 8-15: Evolución de los calados máximos, velocidades máximas y del valor máximo del producto  $y \cdot V^2$  a través del tiempo en la calle 29. Estos valores se dan para diferentes instantes en diferentes secciones.

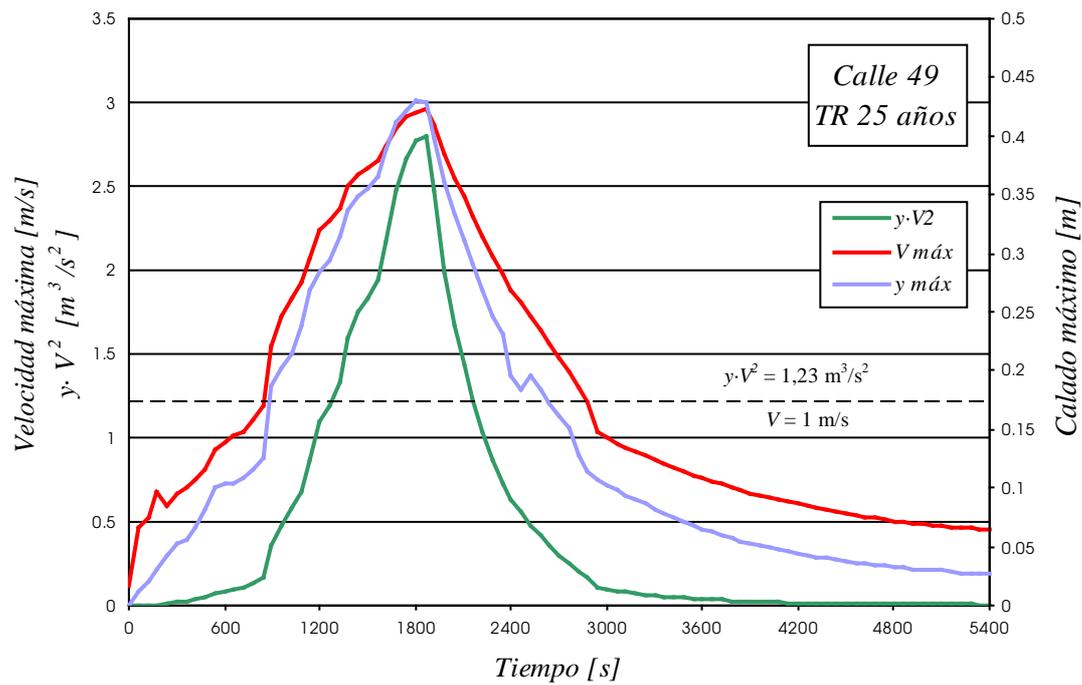


Figura 8-16: Evolución de los calados máximos, velocidades máximas y del valor máximo del producto  $y \cdot V^2$  a través del tiempo en la calle 49. Estos valores se dan para diferentes instantes en diferentes secciones.

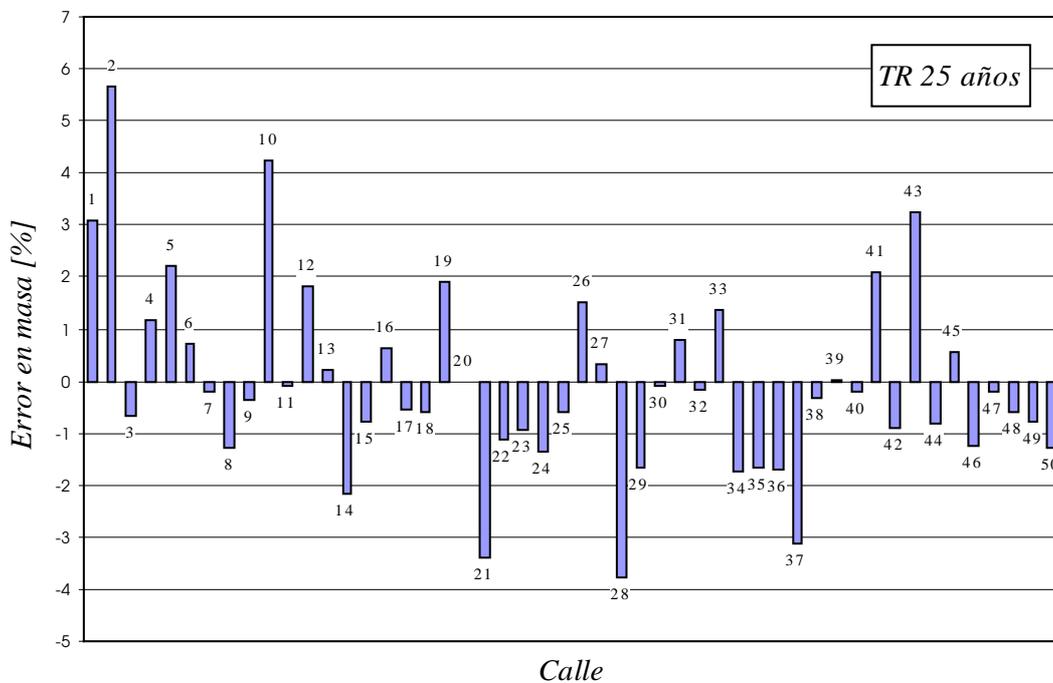


Figura 8-17: Error en masa en porcentaje del volumen de entrada total para todas las calles asociado a un periodo de retorno de 25 años.

## 8.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### 8.5.1 Criterios para la evaluación de la peligrosidad de la escorrentía en las calles

*Calado máximo admisible:* En lo que concierne a daños materiales y a minimización de los mismos, podemos convenir que un calado máximo admisible en una calle es aquel que no permita el ingreso de la escorrentía en los comercios o viviendas particulares.

El Manual de Criterios de Drenaje de Denver, Colorado, EE.UU. (Wright-McLaughlin, 1969), establece que en las calles definidas como locales, categoría en la que entran las calles de la subcuenca en estudio, se permite un calado tal que la cota de la lámina de agua no produzca la inundación de la planta baja de edificios residenciales, públicos, comerciales e industriales, a menos que estén protegidos contra inundaciones y como máximo un calado de 45 cm sobre el nivel mínimo de la calle. En calles de mayor importancia los criterios van siendo cada vez más restrictivos. Aunque no se manifiesta explícitamente en el manual, este límite parecería estar fijado basándose en la minimización de problemas de circulación de automóviles, ya que resultaría peligrosa e inconveniente la conducción de un vehículo con calados mayores a 45 cm.

En Mendoza, dadas las características de la urbanización y siguiendo el criterio de Denver, un calado máximo admisible en la calle que no produzca el ingreso del agua en edificios públicos o privados podría ser de 30 cm, criterio que se considerará válido para establecer la zona de inundación.

*Definición de zona de inundación peligrosa:* Témez (1992) define la zona de inundación peligrosa, como aquella en donde existe serio riesgo de pérdida de vidas humanas o graves daños personales. Para que una zona merezca tal calificativo, deben darse las condiciones desfavorables de calado y velocidad del flujo que se definen en la figura 8-18.

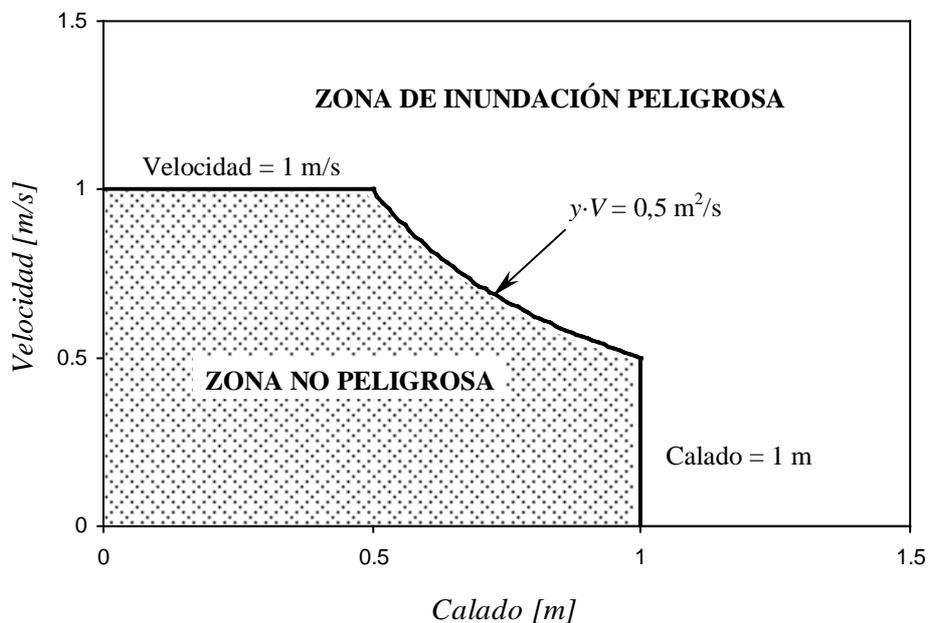


Figura 8-18: Criterio para la delimitación de la zona de inundación peligrosa, según Témez (1992).

Este criterio es una variante de otros propuestos por Bewick (1988) para Nueva Zelanda y por Jaeggi y Zarn (1990) para Suiza (ambos según Témez, 1992) y además tiene en cuenta los resultados de ensayos de laboratorio de situaciones límite de estabilidad de personas realizadas por Abt et al. en la Universidad de Colorado.

El límite de calados propuesto por Témez, de 1 m, quizá resulte adecuado en su caso para el análisis de vías de intenso desagüe y para evaluar el riesgo de pérdida de vidas, pero este límite resultaría excesivo en zonas densamente pobladas como las que se estudian con el modelo numérico propuesto, en las que un calado de esa magnitud, sin tener en cuenta la velocidad, ocasionaría quizá no pérdida de vidas pero sí cuantiosas pérdidas materiales.

El criterio de peligrosidad de Témez, evaluado como el producto del calado por la velocidad, que se fija en  $0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ , queda eclipsado por los criterios de calado máximo y velocidad máxima, ya que el producto de ambos es de  $0,30 \text{ m}^2/\text{s}$  si consideramos el calado límite fijado en Mendoza y de  $0,45 \text{ m}^2/\text{s}$  como máximo teniendo en cuenta el calado límite de Denver, por lo que este criterio se cumplirá siempre.

Ante la ausencia de otros criterios en los cuales se tenga en cuenta la velocidad de la escorrentía, se ha elaborado uno teniendo en cuenta la estabilidad de las personas ante la fuerza que ejerce sobre ellas el flujo. Cuando es necesario cruzar una calle en la cual la escorrentía posee una velocidad y un calado determinados, uno tiene la incertidumbre de que si el agua podrá ser capaz de arrastrarnos o no. Para establecer dicho criterio, se planteará que la fuerza que ejerce el agua sobre una persona sea tal que no provoque su deslizamiento y/o caída (figura 8-19). La fuerza de arrastre del agua puede evaluarse como:

$$F_1 = \frac{1}{2} C_D \rho A V^2 \quad (8-2)$$

Donde  $C_D$  es el coeficiente de arrastre, que depende básicamente de la forma de la superficie contra la cual choca el fluido,  $\rho$  la densidad del fluido,  $A$  la proyección frontal del área en donde actúa la fuerza del agua que es igual a  $y \cdot b$ , el calado por el ancho de la persona, en este caso de las piernas, y  $V$  la velocidad del fluido. Por otro lado, suponiendo que la persona en cuestión pueda ser capaz de mantenerse en pie, la fuerza que debe equilibrarla es la de fricción del calzado sobre el suelo y que sería igual a:

$$F_2 = \mu P \quad (8-3)$$

Siendo  $\mu$  el coeficiente de fricción, que depende de los materiales del calzado y del suelo y del estado de ambos, y  $P$  el peso de la persona. Se desprecia aquí el empuje vertical hacia arriba generado por el volumen líquido desalojado por la parte sumergida del cuerpo.

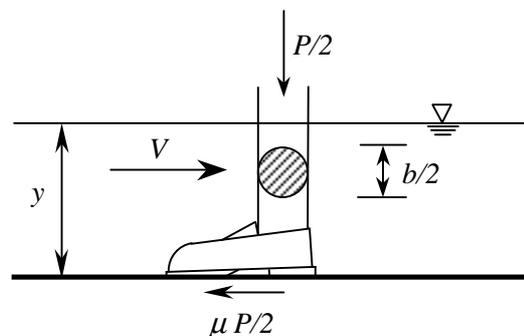


Figura 8-19: Esquema de las fuerzas actuantes sobre las piernas de una persona, en el caso de estar sometida a la acción de la escorrentía.

Considerando que el coeficiente de arrastre para un cilindro de altura infinita es igual a 1,2 (Streeter y Wylie, 1979), la densidad del agua es de  $1000 \text{ kg/m}^3$ , el ancho de las piernas  $b = 0,1 \text{ m} \times 2 = 0,2 \text{ m}$ , el peso de la persona de 60 kgf y el coeficiente de fricción entre caucho y hormigón húmedos igual a 0,50 (Gieck, 1981), con un coeficiente de seguridad de 2, la condición de estabilidad vendría dada por la siguiente desigualdad:

$$y \cdot V^2 \leq \frac{2\mu P}{C_D \rho b} = \frac{2 \cdot 0,5 \cdot 60 \cdot 9,81}{1,2 \cdot 1000 \cdot 0,2 \cdot 2} \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} = 1,23 \frac{\text{m}^3}{\text{s}^2} \quad (8-4)$$

El coeficiente de seguridad puede interpretarse aplicado al coeficiente de fricción, dada su incertidumbre por los distintos materiales y estados en los que pueden estar tanto el suelo como el calzado, o también al peso o ancho del peatón, ya que puede darse el caso de que el peso sea menor o el ancho de sus piernas mayor o que exista una combinación desfavorable de los tres factores.

El criterio de peligrosidad elaborado quedaría definido, teniendo en cuenta también los criterios de calados máximos, como se muestra en la figura 8-20.

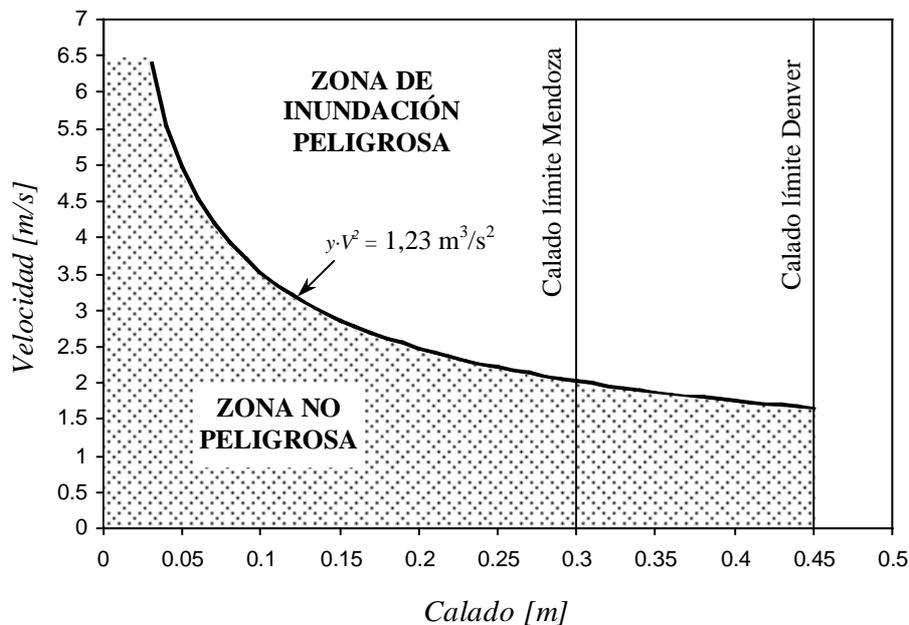


Figura 8-20: Criterio propuesto para la delimitación de la zona de inundación peligrosa.

Resumiendo, tenemos como referencia el criterio de calado máximo que se establece en el Manual de Criterios de Drenaje de Denver (calado < 0,45 m). Este criterio, adaptado a la ciudad de Mendoza, nos brinda un criterio adicional de calado máximo que puede tenerse en cuenta y que es el calado a partir del cual la escorrentía puede entrar en los edificios (calado < 0,30 m). Tenemos también como referencia un criterio de velocidad máxima que es el que proporciona Témez (velocidad < 1 m/s) y se ha definido aquí un criterio adicional basado en el empuje que la escorrentía ejerce sobre las piernas de un peatón, donde entra en juego el producto del calado por el cuadrado de la velocidad ( $y \cdot V^2 < 1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$ ).

En las figuras 8-21 a 8-24 se presenta la duración de la peligrosidad de la escorrentía en cada calle para cada periodo de retorno, tomando como base los cuatro criterios comentados en el párrafo anterior.

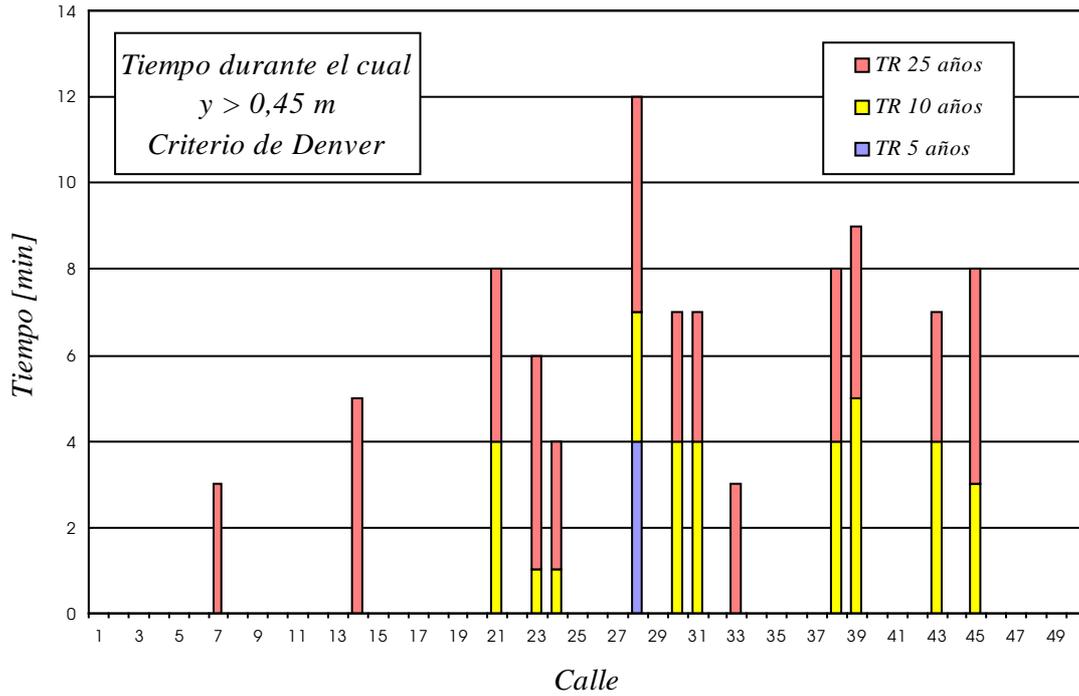


Figura 8-21: Duración de la peligrosidad por calle, en minutos, según el criterio de calado máximo admisible en Denver.

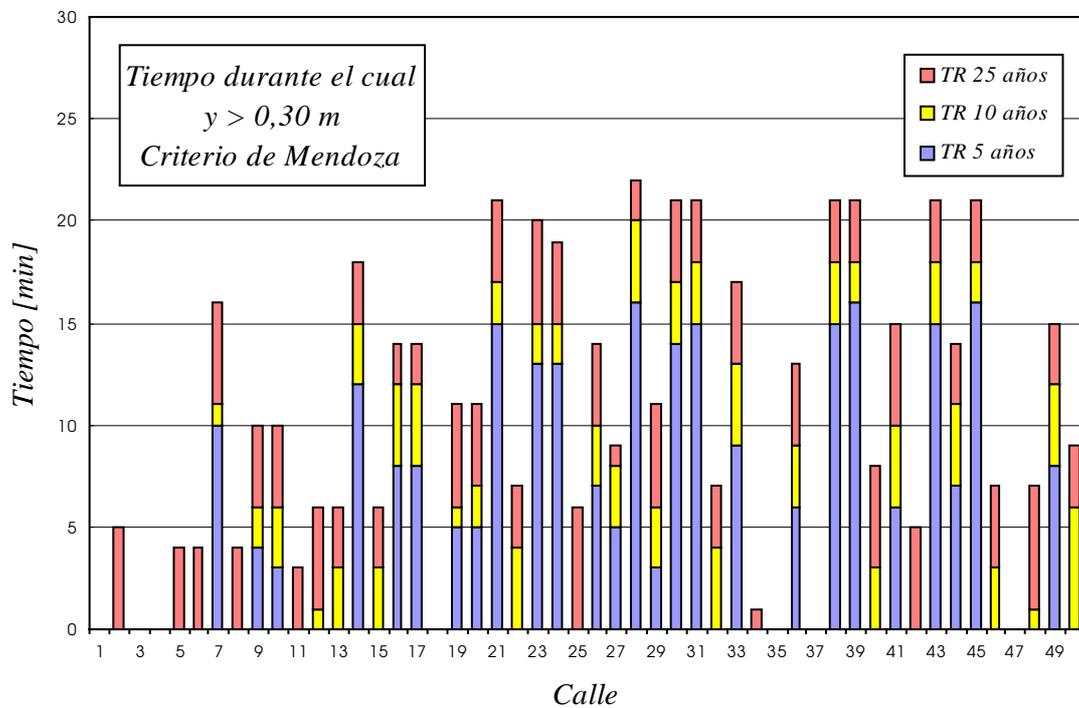


Figura 8-22: Duración de la peligrosidad por calle, en minutos, según el criterio de calado máximo de Denver, adaptado para la ciudad de Mendoza.

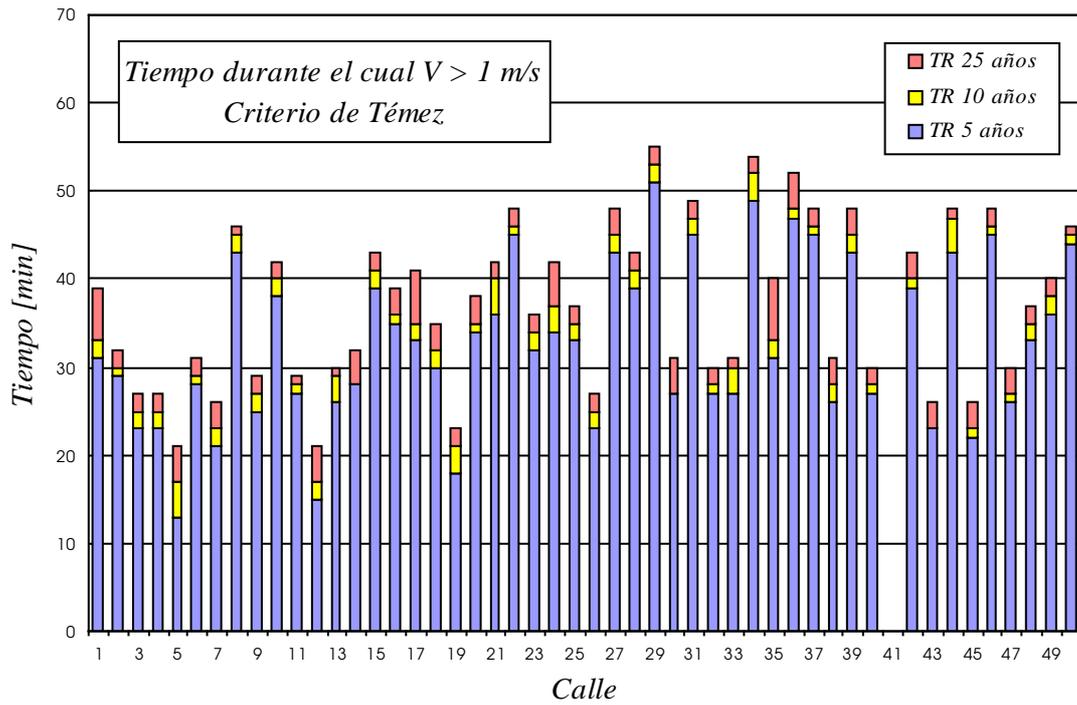


Figura 8-23: Duración de la peligrosidad por calle, en minutos, según el criterio de velocidad máxima de Temez (1992).

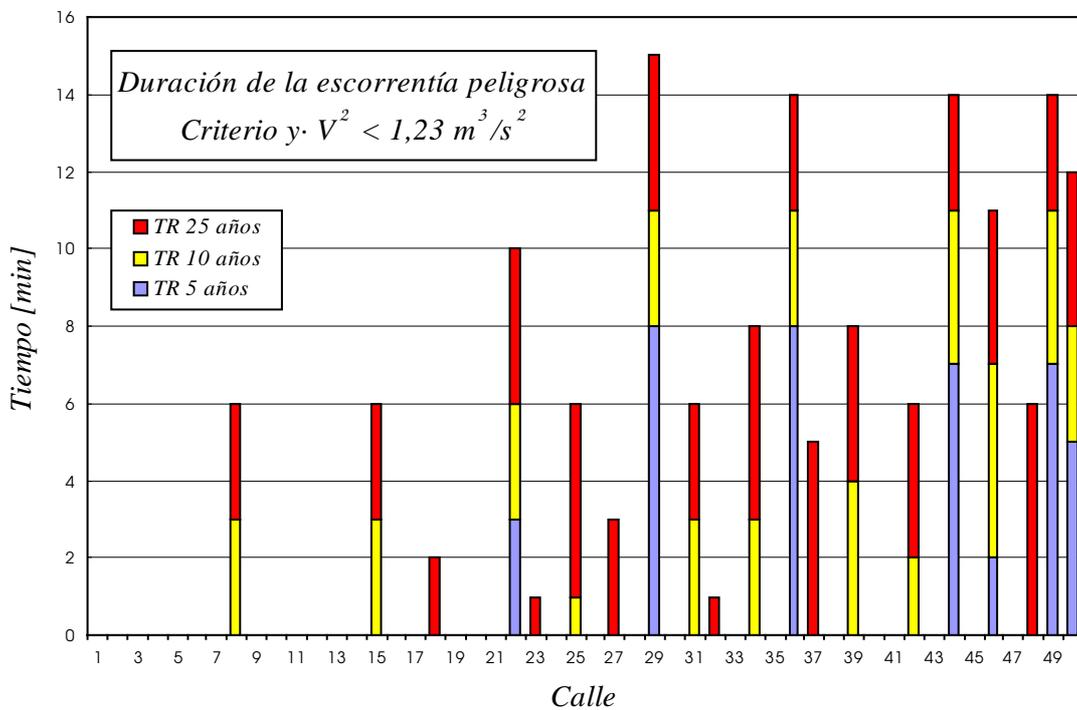


Figura 8-24: Duración de la peligrosidad por calle, en minutos, según el criterio propuesto del producto del calado por el cuadrado de la velocidad.

Como característica particular de la cuenca, se encontró que en casi todas las calles y para los períodos de retorno estudiados, se supera el criterio de velocidad máxima propuesta por Témez para la definición de zona de inundación peligrosa. En general, se encontró una situación de flujos muy rápidos en las calles para los tres periodos de retorno estudiados. Para un periodo de retorno de 25 años, se encontraron velocidades del flujo que en ocasiones superaron los 3 m/s durante un lapso de tiempo de 9 minutos. Casi la mitad de las calles superaron la velocidad de 2 m/s durante más de 10 minutos. Para un periodo de retorno de 5 años, un 30 % de las calles superaron la velocidad del flujo de 2 m/s durante más de 10 minutos. El criterio de velocidad máxima propuesto por Témez, de 1 m/s sólo se cumple en una calle, la 41, que es la que tiene menor pendiente de todas, con el 0,4 %. Para un periodo de retorno de 25 años, ese criterio se ve superado en 10 de las calles durante más de 45 minutos, en 38 durante más de 30 minutos y en todas durante más de 15 minutos. Para un periodo de retorno de 5 años la situación no mejora mucho, ya que las velocidades mayores a 1 m/s son superadas durante más de 45 minutos en 3 calles, en 27 lo hace más de 30 minutos y en 47 durante más de 15 minutos. Las altas velocidades encontradas están relacionadas con las fuertes pendientes de las calles, en las que se comprueba que el flujo alcanza régimen supercrítico en todas, excepto en la 41. Los números de Froude máximos del flujo varían entre 1,1 y 2,2 según la calle. Las calles más desfavorecidas son las que tienen dirección oeste-este y en especial la serie definida por las calles 8, 15, 22, 29, 36 37, 44 y 49. Un motivo puede ser el hecho de que aguas arriba de la calle 8 y entre la 37 y 44 hay 2 uniones que ocasionan una concentración de caudal que las otras calles no tienen. Ese también puede ser el motivo de que el mayor caudal de salida corresponda a la calle 49. En la calle 29, que es una de las de mayor pendiente (2,5 %), el flujo alcanza una velocidad de casi 3,4 m/s.

En lo que respecta al criterio de calados máximos adaptado a Mendoza, para un periodo de retorno de 25 años, 43 calles superan en algún momento los 30 cm de calado, 9 de las cuales lo hacen durante más de 20 minutos y 25 más de 10 minutos. Para un periodo de retorno de 5 años esa cantidad baja a 27, de las cuales sólo 12 lo hacen durante más de 10 minutos. Las calles que poseen dirección sur-norte tienden a ser las que alcanzan mayores calados. Esto se debe a dos motivos: el primero es que las calles que tienen esa dirección son las de menor pendiente y el segundo es que en general esas calles tienden a conducir menores caudales que las transversales a esa dirección debido a la menor longitud de la cuenca en esa dirección. Esta situación combinada, menores velocidades y caudales y por ende, menores potencias, hace que el patrón de flujo tienda a ser tipo II, con el resalto formado en estas calles, lo que explica el mayor calado relativo. La calle 28 es la que registra mayores calados lo que confirma la hipótesis anterior, dado que la calle que le corresponde en el cruce es la 29, la que posee mayor velocidad.

El criterio de calados máximos admisibles de 45 cm, para el periodo de retorno de 25 años, no se cumple en 13 calles de las cuales en sólo una, la 28, esta situación dura más de 10 minutos. Para un periodo de retorno de 5 años, nuevamente en la 28 no se cumple, esta vez sólo por un tiempo de 4 minutos. Las razones de este comportamiento son las mismas que las detalladas en el párrafo anterior.

Por último, el criterio de peligrosidad propuesto no se cumple en 20 de las calles para un periodo de retorno de 25 años, de las cuales en 6 la situación dura entre 11 y 15 minutos, en tanto que en 9 calles esta duración es de 6 a 10 minutos. Para un tiempo de retorno de 10 años, 14 son las calles que no lo cumplen y 7 para un periodo de retorno de 5 años. Las calles más desfavorecidas son las que componen la serie 8-15-22-29-36-37-44-49 y en menor medida en las 31-39-46-50 y 34-42-48, todas estas de dirección oeste-este, la dirección en la cual las calles son de mayor pendiente.

### 8.5.2 Análisis del error

Se encontró que los errores en masa son muy parecidos para los tres periodos de retorno considerados, aunque son muy variables de calles a calle. Esta variación va desde -4 % hasta +5,5 %. En sólo 7 calles el error es mayor de  $\pm 3$  % y en más de la mitad es menor a  $\pm 1$  %, lo que se consideró bastante satisfactorio.

Se comprobó que la magnitud del error en masa proviene del esquema numérico empleado para el cálculo del flujo en las calles. Pudo determinarse que en las calles donde se producen resaltos, el error es mucho mayor que en las que no se produce y, además, que el error es proporcional al lapso de tiempo que duran los resaltos. También se comprobó que el error disminuye a medida que se reduce la malla de cálculo, tanto cuando se reduce el incremento de espacio como cuando se reduce el incremento de tiempo. La simulación final se obtuvo con incrementos de espacio de aproximadamente 6 m e incrementos de tiempo de 1 segundo, lo que afectó sensiblemente al tiempo de cálculo.

## 8.6 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se simuló numéricamente la escorrentía en las calles de una subcuenca urbana de la ciudad de Mendoza, aplicando la tormenta de proyecto para periodos de retorno de 5, 10 y 25 años. Para la obtención del hidrograma de lluvia neta se consideró una hipótesis conservadora, con pérdidas iguales a cero. La red de calles estudiada posee una elevada pendiente media, lo que hace que el flujo sea supercrítico en todas las calles excepto en una, siendo el número de Froude máximo de 2,2. Además, la mayoría de los cruces tienen ángulos de  $90^\circ \pm 10^\circ$ , por lo que se consideran aplicables con suficiente aproximación los resultados experimentales para la determinación del reparto de caudales en los cruces, así como para establecer las condiciones de contorno que servirán para resolver el flujo en las calles.

Hay que destacar que se encontró escasa información acerca de criterios de peligrosidad de la escorrentía en calles, fundamental para el correcto análisis de la información obtenida en la simulación numérica. Para el análisis de la información se utilizaron cuatro criterios: dos basados en calados máximos admisibles, uno en una velocidad máxima admisible y el restante en un producto de calado por el cuadrado de la velocidad. Un criterio de calado máximo lo fija en 45 cm, valor que se obtuvo directamente del Manual de Criterios de Drenaje de la ciudad de Denver, Colorado, EE.UU (Wright-McLaughlin, 1969) y el otro lo fija en 30 cm y que surgió de aplicar a Mendoza los fundamentos con los cuales se obtuvo el anterior, que eran los de evitar que el agua ingrese a los edificios. La velocidad máxima propuesta por Témez (1992), para la definición de una zona de inundación peligrosa, es de 1 m/s. Junto con este criterio, Témez también propone otros para valorar la peligrosidad del flujo, estableciendo un calado máximo de 1 m y un producto de calado por velocidad que fija en  $0,5 \text{ m}^2/\text{s}$ . Este criterio de calado máximo se consideró demasiado permisivo para una zona densamente poblada como la estudiada, por lo que se decidió aplicar un criterio más restrictivo, como el de Denver. Al aplicar el criterio de Denver, dejó de tener sentido la aplicación del criterio de peligrosidad de Témez basado en el producto del calado por la velocidad. Se elaboró un cuarto criterio basado en la estabilidad de una persona ante una corriente de agua y que quedó definido como un valor límite del producto del calado por el cuadrado de la velocidad de  $1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$ . En síntesis, los criterios de valoración utilizados fueron:

- 1) Calado máximo menor a 0,45 m, inundabilidad de los edificios y transitabilidad de las calles (Criterio de Denver).
- 2) Calado máximo menor a 0,30 m, inundabilidad de los edificios (Criterio de Denver aplicado a la ciudad de Mendoza).
- 3) Velocidad máxima menor a 1 m/s (Criterio de Témez).
- 4) Producto del calado por el cuadrado de la velocidad menor a  $1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$ , estabilidad de una persona ante una corriente de agua (condición de no deslizamiento).

Uno de los aspectos que más se destacan en el análisis es la rapidez del flujo, llegándose a superar el límite de 1 m/s en todas, en ocasiones en una duración casi igual a la de la tormenta. Las calles de mayor pendiente, es decir, las situadas con dirección oeste-este son las que tienden a tener las mayores velocidades. En la calle 29, que es una de las de mayor pendiente (2,5 %), el flujo alcanza una

velocidad de casi 3,4 m/s. Esta situación no varía mucho con respecto al periodo de retorno que se analice.

En lo que respecta a los criterios de calados máximos, para un periodo de retorno de 25 años, 43 calles superan en algún momento los 30 cm de calado, de las cuales en 13 se superan los 45 cm, llegándose a alcanzar casi los 60 cm en la calle 28. Esta situación de inundabilidad es mas grave en las calles de menor pendiente, es decir, en las que tienen dirección sur-norte.

Se concluye que no se prevén graves problemas de transitabilidad (calado mayor a 45 cm) en las calles de la cuenca en estudio, bajo las hipótesis asumidas y si los hay no serán de gran duración. En cambio, sí es posible que existan problemas de inundaciones en los edificios, que serán de mayor duración cuanto más aguas abajo y mayor sea la tormenta, especialmente en los de las calles que poseen menor pendiente. Los vecinos de las calles de mayor pendiente tendrán más problemas relacionados con la alta velocidad del flujo. Hay que destacar un aspecto que no se ha tenido en cuenta hasta ahora y es que en los cruces el agua choca contra la esquina que produce la “partición” del flujo, originando una importante sobre elevación de la lámina de agua que tiene por límite superior la altura de velocidad. Esto significa que los edificios situados cerca de las esquinas pueden ver amplificados en gran medida esos problemas de inundaciones sólo por el hecho de estar ubicados en una situación desfavorable.

Considerando el criterio propuesto de peligrosidad del flujo, la calle que tiene más problemas es la central de la subcuenca con dirección oeste-este, aunque esta situación no dura más de 15 minutos para un periodo de retorno de 25 años y no más de 8 para un periodo de retorno de 5 años. Sin embargo, debe tenerse en cuenta que se han considerado entradas mínimas de agua del exterior de la subcuenca, por lo que esta situación se vería claramente agravada en el caso de comprobarse que en la realidad exista un ingreso importante de escorrentía generada en el exterior de la subcuenca, ya sea procedente de la que se sitúa al sur o de la del oeste o de ambas a la vez.

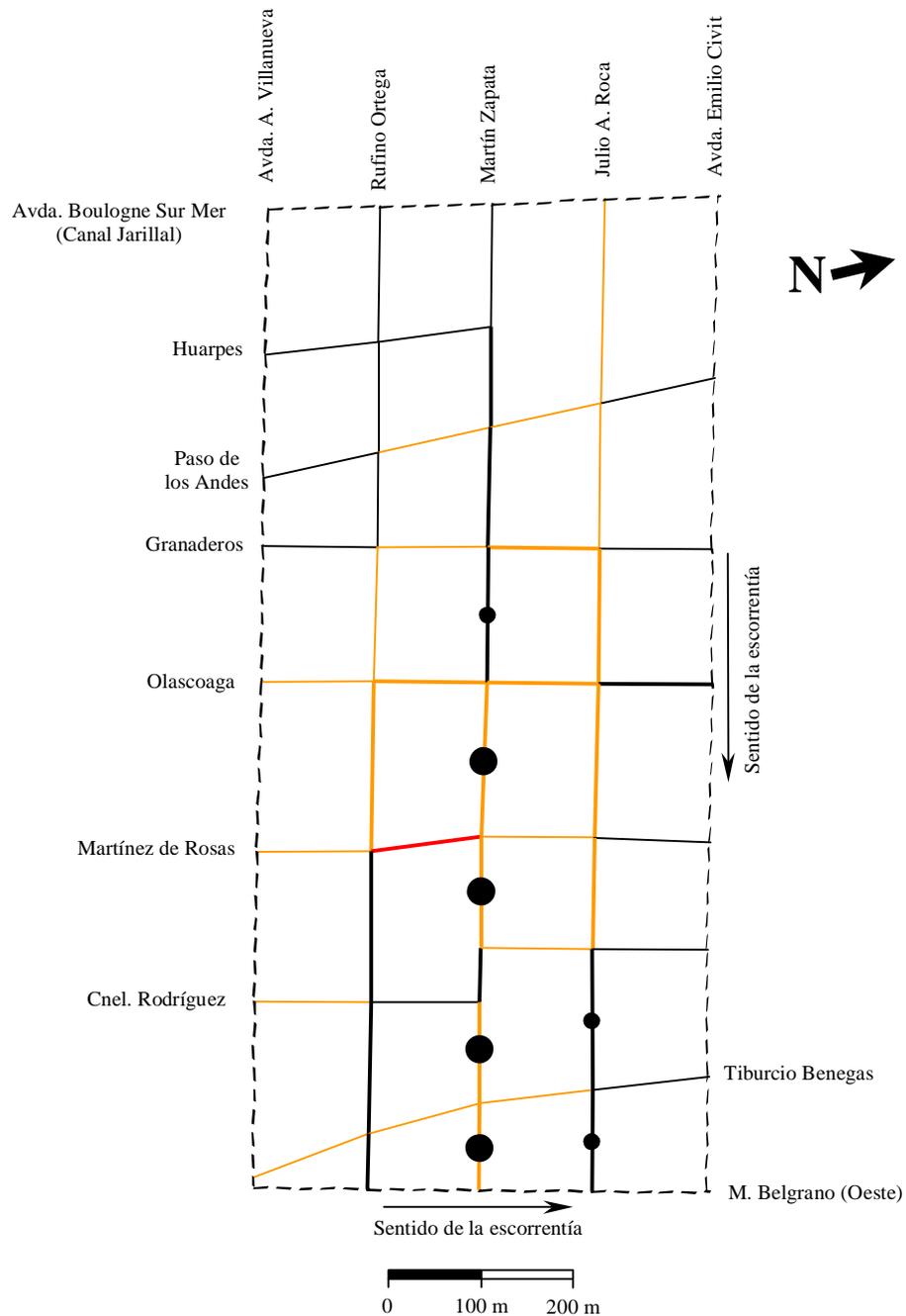
Se demuestra que una simulación numérica a través del modelo de cálculo propuesto es útil para la valoración de la peligrosidad de la escorrentía en calles y del grado de inundabilidad de una cuenca urbana, a través de la determinación de los parámetros hidráulicos del flujo a través del tiempo.

La modelación propuesta permitiría el análisis de soluciones estructurales, ya que si bien no puede hacerse mucho para disminuir la velocidad de la escorrentía en las calles, sí pueden analizarse distintas hipótesis de soluciones para evitar que el caudal y el calado aumenten en forma peligrosa hacia aguas abajo. La solución más inmediata parecería ser la ubicación canales interceptores del flujo por superficie, cuya capacidad podría determinarse fácilmente a través del presente modelo de cálculo.

Hay que destacar que el modelo propuesto no está limitado a un número máximo calles o cruces, no obstante, dado que acepta hidrogramas de entrada de caudales aguas arriba y como resultado obtiene los hidrogramas de salida aguas abajo, sería también posible la modelación de grandes superficies de cuenca, mediante la división en subcuencas, sin perder el carácter no permanente de la modelación.

El resultado final de una modelación como la realizada en este trabajo puede presentarse en forma de mapas de peligrosidad de la escorrentía en las calles, para diferentes periodos de retorno evaluados sobre la base de algún o algunos criterios como los comentados en el transcurso del capítulo. Como ejemplo, se presentan los mapas de peligrosidad de la subcuenca estudiada para periodos de retorno de 5, 10 y 25 años.

**MAPA DE PELIGROSIDAD DE LA ESCORRENTÍA EN CALLES.**  
*Cuenca urbana de Mendoza. Periodo de retorno 5 años*



Tiempo durante el cual es  $y \cdot V^2 > 1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$

- 1-5 min
- 6-10 min
- 11-15 min

—  $y > 0,30 \text{ m}$   
 (Criterio de Mendoza)

—  $y > 0,45 \text{ m}$   
 (Criterio de Denver)

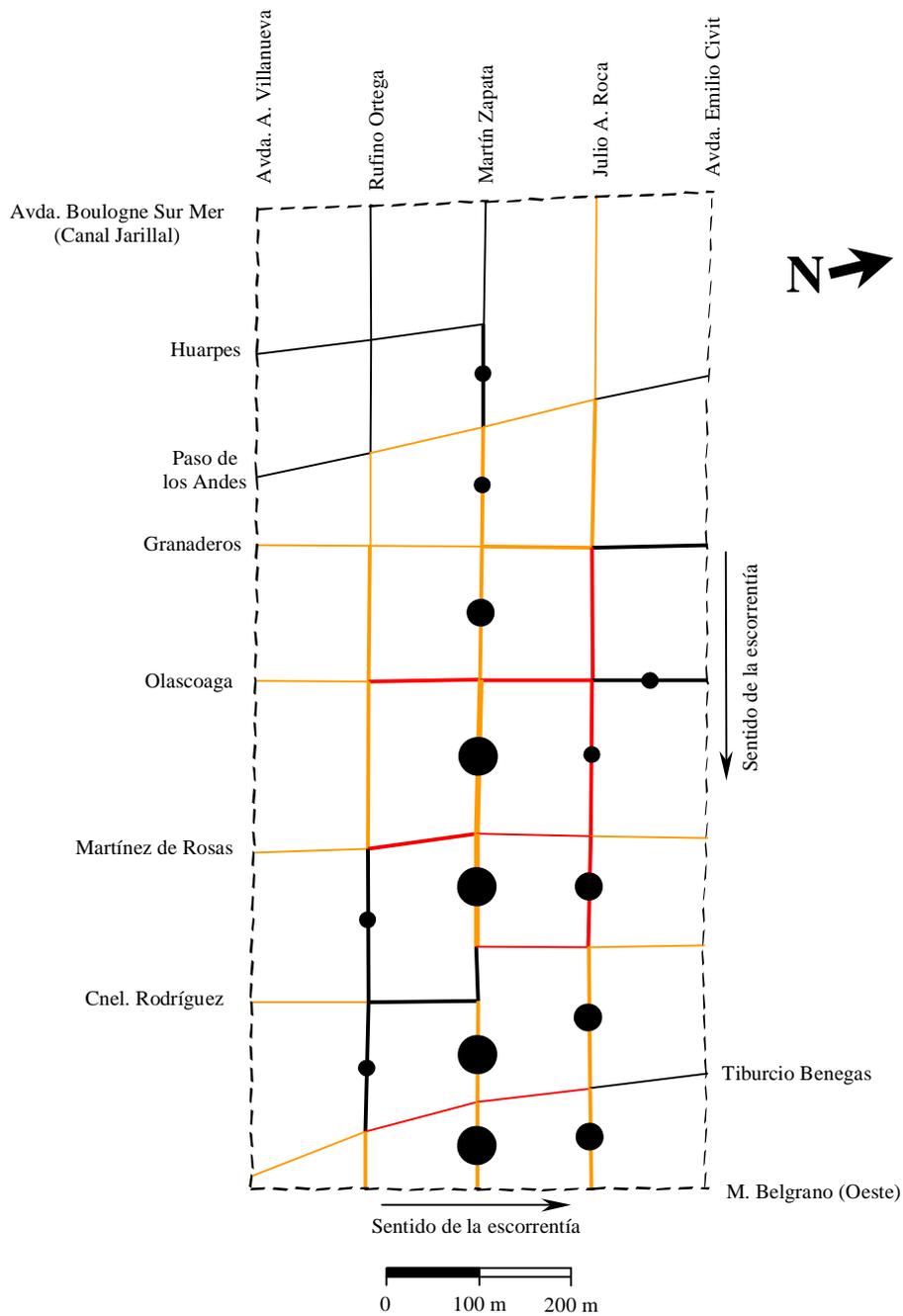
—  $V > 1 \text{ m/s}$   
 (Criterio de Témez)

—  $V > 2 \text{ m/s}$

—  $V > 3 \text{ m/s}$



**MAPA DE PELIGROSIDAD DE LA ESCORRENTÍA EN CALLES.**  
*Cuenca urbana de Mendoza. Periodo de retorno 10 años*



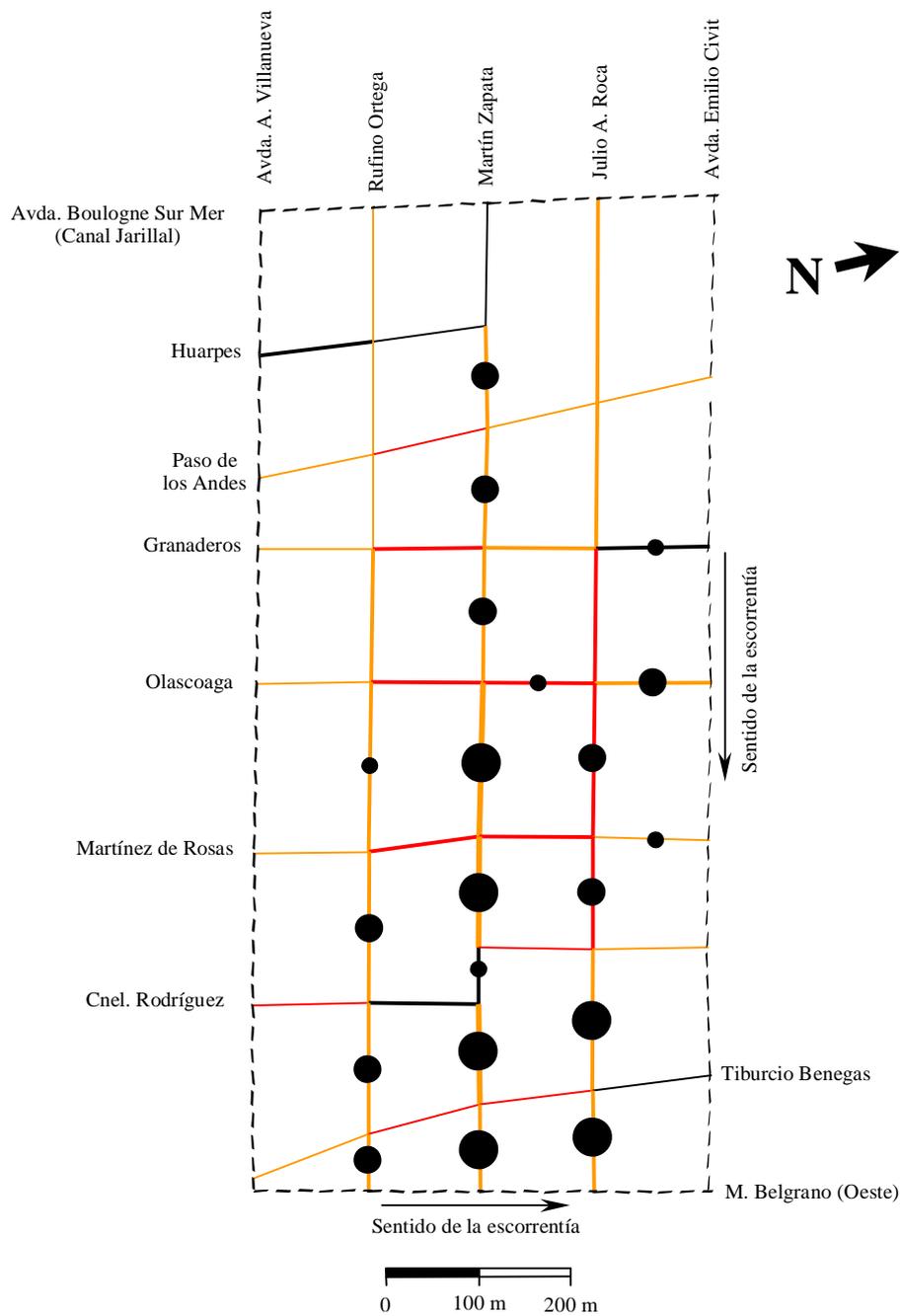
Tiempo durante el cual es  $y \cdot V^2 > 1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$

- 1-5 min
- 6-10 min
- 11-15 min

- $y > 0,30 \text{ m}$   
(Criterio de Mendoza)
- $y > 0,45 \text{ m}$   
(Criterio de Denver)
- $V > 1 \text{ m/s}$   
(Criterio de Témez)
- $V > 2 \text{ m/s}$
- $V > 3 \text{ m/s}$



**MAPA DE PELIGROSIDAD DE LA ESCORRENTÍA EN CALLES.**  
*Cuenca urbana de Mendoza. Periodo de retorno 25 años*



Tiempo durante el cual es  $y \cdot V^2 > 1,23 \text{ m}^3/\text{s}^2$

- 1-5 min
- 6-10 min
- 11-15 min

- $y > 0,30 \text{ m}$   
(Criterio de Mendoza)
- $y > 0,45 \text{ m}$   
(Criterio de Denver)
- $V > 1 \text{ m/s}$   
(Criterio de Témez)
- $V > 2 \text{ m/s}$
- $V > 3 \text{ m/s}$



# BIBLIOGRAFÍA

- BOSS INTERNATIONAL, INC.; BRIGHAM YOUNG UNIVERSITY (1997) *Boss-SMS User's Manual*.
- CUNGE, J.A., HOLLY, F.M. Jr., VERWEY, A. (1980) *Practical aspects of computational river hydraulics*. Pitman, London.
- CHAUDHRY, M.H. (1993) *Open-channel Flow*. Prentice-Hall. New Jersey.
- CHOW, V.T. (1959) *Open-channel Hydraulics*. McGraw-Hill, New York.
- CHOW, V.T. (1994) *Hidráulica de canales abiertos*. McGraw-Hill, Santa Fe de Bogotá.
- CHOW, V.T.; MAIDMENT, D.R.; MAYS, L.W. (1988) *Applied Hydrology*. McGraw-Hill, New York.
- GARCÍA NAVARRO, P.; ALCRUDO, F.; SAVIRÓN, J.M. (1992) *1-D Open-channel flow simulation using TVD-MacCormack scheme*. Journal of Hydraulic Engineering. Vol. 2, Núm.10.
- GIECK, K. (1981) *Manual de Fórmulas Técnicas*. Representaciones y Servicios de Ingeniería S.A., México D.F.
- GÓMEZ VALENTÍN, M. (1988) *Contribución al estudio del movimiento variable en lámina libre en las redes de alcantarillado. Aplicaciones*. Tesis Doctoral, ETSECCPB, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona.
- GÓMEZ VALENTÍN, M. (1992) *Análisis hidráulico de las redes de drenaje urbano*. En: Inundaciones y redes de drenaje urbano, J.Dolz, M.Gómez, J.P.Martín (editores), Monografías del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos No. 10, Madrid, pp. 59-78.
- HAGER, W.H. (1989) *Transitional flow in channel junctions*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 115, No. 2, pp. 243-259.
- HENDERSON, F.M. (1966) *Open Channel Flow*. Macmillan, New York.
- LAKSHMANA RAO, N.S.; SRIDHARAN, K (1967) *Division of flow in open channels*. Irrigation and Power. October 1967, pp. 393-407.
- LAW, S.W.; REYNOLDS, A.J. (1966) *Dividing flow in an open channel*. Journal of the Hydraulics Division, Proceedings of the ASCE, Vol. 92, No. HY2, pp. 207-231.
- MAHMOOD, K.; YEVJEVICH, V. (1975) (Ed.) *Unsteady flow in open channels*. Vol. 1, Water Resources Publications, Fort Collins.

- MAZA, J.A.; FERNÁNDEZ, P.C.O. (1994) *Desagües pluviales urbanos y criterios para la extensión edilicia en la zona pedemontana de Mendoza*. INCyTH-CRA (actual INA-CRA). En: Mendoza en el 2000, Capítulo 15, Ministerio de Medio Ambiente, Urbanismo y Vivienda de Mendoza y F.C.A. - Universidad Nacional de Cuyo, INCA Editorial, Mendoza, pp. 119-123.
- NANIA, L.; GÓMEZ, M.; DOLZ, J. (1998a) *Modelling of surface flow in street crossings*. Proceedings of 4<sup>th</sup> International Conferences on Developments in Urban Drainage Modelling, Vol.1, London, pp. 257-264.
- NANIA, L.; GÓMEZ, M.; DOLZ, J. (1998b) *Modelación de la escorrentía pluvial en cruces de calles*. Avances en Hidráulica 1, Memorias del XVIII Congreso Latinoamericano de Hidráulica, Oaxaca, pp. 233-242.
- NEARY, V.S.; ODGAARD, A.J. (1993) *Three-dimensional flow structure at open-channel diversions*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 119, No. 11, pp. 1223-1230.
- NOVAK, P.; CABELKA, J. (1981) *Models in Hydraulic Engineering*. Pitman, United Kingdom.
- RAMAMURTHY, A.S.; CARBALLADA, L.B.; TRAN, D.M. (1988) *Combining open channel flow at right angled junctions*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 12, pp. 1449-1460.
- RAMAMURTHY, A.S.; SATISH, M.G. (1988) *Division of flow in short open channel branches*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 114, No. 4, pp. 428-438.
- RAMAMURTHY, A.S.; TRAN, D.M.; CARBALLADA, L.B. (1990) *Dividing flow in open channels*. Journal of Hydraulic Engineering, ASCE, Vol. 116, No. 3, pp. 449-455.
- RAMAMURTHY, A.S.; TRAN, D.M.; CARBALLADA, L.B. (1994) *Increased hydraulic resistance in combining open channel flows*. Water Res. Vol. 28, No. 6, pp. 1505-1508.
- RANGA RAJU, K. G. (1981) *Flow through open channels*. Tata McGraw-Hill, New Delhi.
- SAINT-VENANT, A.J.C. B. de (1871) *Théorie du mouvement non-permanent des eaux, avec application aux crues des rivières et à l'introduction des marées dans leur lit*, Resúmenes de la Academia de Ciencias, Vol. 73, París, pp.147-154 y 237-240.
- SHARP, J.J. (1981) *Hydraulic modelling*. Butterworths, United Kingdom.
- SHETTAR, A.S.; MURTHY, K.K. (1996) *A numerical study of division of flow in open channels*. Journal of Hydraulic Research, Vol. 34, No. 5, pp. 651-675.
- STEPHENSON, D.; MEADOWS, M.E. (1986) Developments in Water Science no. 26: *Kinematic Hydrology and Modelling*. Elsevier, The Netherlands.
- STREETER, V.L. ; WYLIE, E.B. (1979) *Mecánica de los fluidos*. McGraw-Hill, México, D.F.
- SUBRAMANYA, K. (1982) *Flow in open channels*. Tata McGraw-Hill, New Delhi.
- TAYLOR, E.H. (1944) *Flow characteristics at rectangular open-channel junctions*. A.S.C.E. Transactions. Vol. 109. Paper No. 2223, pp. 893-912.
- TÉMEZ P., J.R. (1992) *Control del desarrollo urbano en las zonas inundables*. En: Inundaciones y redes de drenaje urbano, J.Dolz, M.Gómez, J.P.Martín (editores), Monografías del Colegio de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos No. 10, Madrid, pp.105-115.

U.S. BUREAU OF RECLAMATION (1997) *Water Measurement Manual*. U.S. Government Printing Office, Denver.

VERGARA S., M.A. (1993) *Técnicas de modelación en hidráulica*. Alfaomega, México D.F.

WEBBER, N.B.; GREATER, C.A. (1966) *An investigation of flow behaviour at the junction of rectangular channels*. Paper No. 6901. Proceedings Institution of Civil Engineers, London, No. 34, pp. 321-334.

WRIGHT-MCLAUGHLIN (1969) *Urban storm drainage criteria manual*. Urban Drainage and Flood Control District, Denver.

YEN, B.C. (1986) *Hydraulics of sewers*. In: *Advances in Hydroscience*, B.C.Yen (ed.), Vol. 14, Academic Press, London, pp. 1-122.



# ANEJO 1

## *Métodos numéricos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales*

### A1.1 INTRODUCCIÓN

En este anejo se presentan cuatro métodos numéricos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales y se hace un análisis de los mismos para determinar cuál es el más adecuado para emplear en el modelo numérico que se propone en el capítulo 7, se realiza en este anejo un pequeño estudio comparativo con un par de casos típicos de cruces. Se presentan dos ejemplos de aplicación, uno con un cruce tipo 1, en el cual el régimen del flujo de las cuatro calles que concurren a él es subcrítico y otro con un cruce tipo 16, en el cual dicho régimen de flujo es supercrítico. Se plantan los sistemas de ecuaciones y se presentan los resultados obtenidos. Se concluye que es recomendable usar el método de Newton-Raphson Completo por su bajo nivel de error, además de una tolerancia de la solución de  $10^{-5}$  ó  $10^{-8}$ , según el nivel de error requerido. No se ha hecho un análisis detallado del coste de cálculo, que para el método de Broyden parecería ser mayor a pesar de necesitar un número menor de iteraciones.

Nota: Este análisis es anterior a la obtención de las experiencias de laboratorio, por lo que aún no se conocía que el comportamiento del flujo en el cruce es tal que el cruce tipo 16 no es posible en la práctica. Sin embargo, se dejará este ejemplo como representativo de aquellos casos en los que se deberá resolver sistemas de 5 ecuaciones, como los casos de cruces de tipo 4, 8 y 12, bifurcaciones tipo 2,4,6 y 8 y uniones tipo 2,3,6 y 7.

### A1.2 MÉTODOS DE RESOLUCIÓN DE SISTEMAS DE ECUACIONES NO LINEALES

#### A1.2.1 Método de Newton-Raphson Completo (NRC)

Si se quiere resolver un sistema de  $n$  ecuaciones homogéneas que llamaremos  $F_n$ , cuya incógnita es el vector  $(x)$ , el objetivo es encontrar los valores de las incógnitas para los cuales el residuo sea igual a 0, es decir,  $\bar{r}(x) = \bar{0}$ , por lo que impondremos que:

$$\bar{0} = \bar{r}(x^{-k+1}) = \bar{r}(x^{-k} + \Delta x^{-k+1}) \quad (\text{A1-1})$$

Siendo  $k+1$  el instante de tiempo para el cual se quiere hallar la solución y  $k$  el instante de tiempo del cual se conoce la solución y  $\Delta x$  el incremento o vector de avance. Por desarrollo en serie de Taylor de primer orden se tiene que:

$$\bar{r}(x^{-k} + \Delta x^{-k+1}) \approx \bar{r}(x^{-k}) + \frac{\partial \bar{r}}{\partial x}(x^{-k}) \Delta x^{-k+1} \approx r_i(x^{-k}) + \sum_{j=1}^n \frac{\partial r_i}{\partial x_j}(x^{-k}) \Delta x_j^{-k+1} \quad (\text{A1-2})$$

Si el Jacobiano es  $\underline{J}(\bar{x}^{-k}) = \frac{\partial \bar{r}}{\partial x}(\bar{x}^{-k})$ , entonces podemos imponer que:

$$\bar{0} = \bar{r}(\bar{x}^{-k}) + \underline{J}(\bar{x}^{-k}) \Delta x^{-k+1} \quad (\text{A1-3})$$

#### Algoritmo operativo de Newton-Raphson Completo

En primer lugar, obtendremos por algún método una aproximación inicial que llamaremos  $\bar{x}^{-0}$ , con la que podremos calcular los valores de la matriz Jacobiana que quedaría arreglada de la siguiente forma:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} \frac{\partial F_1}{\partial x_1} & \frac{\partial F_1}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_1}{\partial x_n} \\ \frac{\partial F_2}{\partial x_1} & \frac{\partial F_2}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_2}{\partial x_n} \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \frac{\partial F_n}{\partial x_1} & \frac{\partial F_n}{\partial x_2} & \dots & \frac{\partial F_n}{\partial x_n} \end{bmatrix} \quad (\text{A1-4})$$

y también los residuos correspondientes. De la ecuación (A1-3) podemos deducir que:

$$\underline{J}(\bar{x}^{-k}) \Delta x^{-k+1} = -\bar{r}(\bar{x}^{-k}) \quad (\text{A1-5})$$

De la que podemos obtener  $\Delta x^{-k+1}$ , y en consecuencia calcular el valor del vector de incógnitas  $\bar{x}^{-k+1} = \bar{x}^{-k} + \Delta x^{-k+1}$  para la siguiente iteración. El cálculo llega a su fin cuando el vector de avance  $\Delta x^{-k+1}$  es menor a un cierto valor muy pequeño fijado de antemano y que dependerá del caso de estudio. Nótese que en cada paso iterativo la matriz Jacobiana cambia, puesto que cambian los valores de las funciones  $F_n$ .

#### A1.2.2 Método de Newton-Raphson Modificado (NRM)

La teoría es igual a la del método de Newton-Raphson Completo. El algoritmo operativo es similar al NRC, la única modificación que se introduce es que el Jacobiano del sistema se calcula con la aproximación inicial, o sea:

$$\underline{J}(\bar{x}^{-k}) = \underline{J}(\bar{x}^{-0}) \quad (\text{A1-6})$$

y se mantiene constante durante todas las iteraciones. Esta modificación hace que el costo de cálculo sea menor con el inconveniente de aumentar en cierta medida el número de iteraciones.

### A1.2.3 Método de Broyden secante (BS)

Broyden define la siguiente expresión:

$$\underline{H}^i = \underline{H}^0 + \left[ \frac{\bar{s}^{i-1} - \underline{H}^0 \cdot \bar{y}^{i-1}}{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \underline{H}^0 \cdot \bar{y}^{i-1}} \right] \left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \underline{H}^0 \quad (\text{A1-7})$$

Donde  $H$  es la inversa de la matriz Jacobiana y el vector de avance  $\bar{s}^i = \underline{H}^i \begin{pmatrix} -\bar{r}^i \end{pmatrix}$ , siendo  $\bar{x}^{i+1} = \bar{x}^i + \bar{s}^i$ . En este método se define el incremento de  $x$ , es decir,  $s^i$  como una combinación lineal de 3 vectores:

$$\bar{s}^i = 1 + \left[ \frac{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \bar{s}^{*i}}{\xi} \right] \cdot \bar{s}^{*i} + \left[ \frac{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \bar{s}^{*i}}{\xi} \right] \cdot \bar{s}^{i-1} + \left[ -\frac{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \bar{s}^{*i}}{\xi} \right] \cdot \bar{s}^{*i-1} \quad (\text{A1-8})$$

Donde:

$$\xi = \frac{\bar{s}^{i-1} - \bar{s}^{*i-1} + \bar{s}^{*i}}{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \left(\bar{s}^{*i-1} - \bar{s}^{*i}\right)} \quad (\text{A1-9})$$

y

$$\bar{s}^{*i} = \underline{H}^0 \begin{pmatrix} -\bar{r}^i \end{pmatrix} \quad (\text{A1-10})$$

*Algoritmo de Broyden secante*

Broyden propone que:

$$\underline{B}^0 \bar{s}^{*i} = -\bar{r}^i \quad (\text{A1-11})$$

Comparando las ecuaciones (A1-10) y (A1-11), vemos que la matriz  $B^0$  es la inversa de la matriz  $H^0$  y comparando la (A1-11) con la (A1-5) podemos deducir fácilmente que la matriz  $B^0$  es igual a la Jacobiana  $J^0$  definida para el método de Newton-Raphson modificado.

### A1.2.4 Método BFGS secante (Broyden, Fletcher, Goldfarb, Shanno)

*Algoritmo de BFGS secante*

En este método, el incremento de la incógnita o vector de avance se define como una combinación lineal de 3 vectores, igual que en el método de Broyden:

$$\bar{s}^i = (1 + C) \cdot \bar{s}^{*i} - C \cdot \bar{s}^{*i-1} + [C - (1 + C) \cdot B + C \cdot A] \cdot \bar{s}^{i-1} \quad (\text{A1-12})$$

$$\text{Siendo: } A = \frac{\left(\bar{y}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{s}^{*i-1}}{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{y}^{i-1}}; B = \frac{\left(\bar{y}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{s}^{*i}}{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{y}^{i-1}}; C = \frac{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{r}^{*i-1}}{\left(\bar{s}^{i-1}\right)^T \cdot \bar{y}^{i-1}}; \bar{y}^{i-1} = \bar{r}^i - \bar{r}^{i-1}$$

Puede hacerse una primera simplificación para obtener un resultado aproximado, considerando que  $s^{i-1} = s^{*i-1}$ , quedando la expresión como una combinación lineal de dos vectores:

$$\bar{s}^i = (1 + C) \cdot \bar{s}^{*i} + [-(1 + C) \cdot B + C \cdot A] \cdot \bar{s}^{i-1} \quad (\text{A1-13})$$

También puede hacerse una aproximación más grosera de la solución haciendo una segunda simplificación, quedando como un método secante de un vector:

$$\bar{s}^i = (1 + C) \cdot \bar{s}^{*i} \quad (\text{A1-14})$$

### A1.3 PRESENTACIÓN DEL PROBLEMA

Se trata de simular el flujo no permanente en un cruce de calles, para lo cual es necesario plantear un sistema de ecuaciones diferenciales no-lineales para determinar las condiciones del flujo en los puntos de las calles que están en contacto con el cruce.

Las calles son de sección rectangular y relativamente anchas, con una relación ancho/calado que puede ir de 10 a 100. Se calcularán los valores de velocidades y calados del flujo en las calles, por el método de las características.

*Resolución de las calles: Método de las características*

Para resolver las calles se utilizarán las ecuaciones del esquema de intervalos específicos del método de las características deducidas en el capítulo 4 y basadas en la figura A1-1:

$$y_P = \frac{1}{c_R + c_S} \left\{ y_R c_S + y_S c_R + c_S c_R \left[ \frac{V_R - V_S}{g} - \Delta t (S_{fR} - S_{fS}) \right] \right\} \quad (\text{4-49})$$

$$V_P = V_R - \frac{g}{c_R} (y_P - y_R) + g \Delta t (S_0 - S_{fR}) \quad (\text{4-50})$$

Para lo que previamente se han calculado los valores de las variables  $V_S$ ,  $y_S$ ,  $c_S$ ,  $V_R$ ,  $y_R$  y  $c_R$ , según las ecuaciones (4-41) a (4-43) y (4-46) a (4-48) ó (4-54) a (4-56), según se trate de flujo subcrítico o supercrítico.

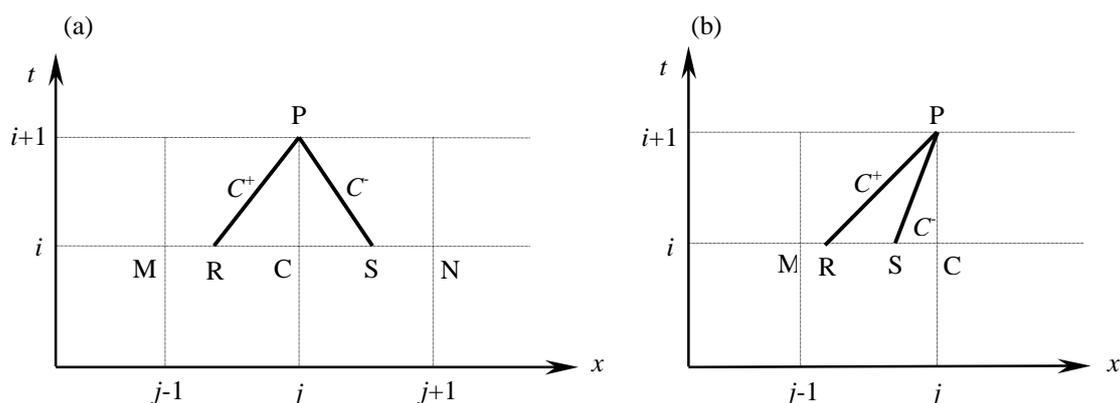


Figura A1-1: Esquemas de interpolación (a) para flujo subcrítico y (b) para flujo supercrítico.

La ecuación (4-30), que es similar a la (4-50) es la ecuación de la característica positiva, mientras que la ecuación de la característica negativa está dada por la (4-51), ambas pueden escribirse de la siguiente manera:

$$V_P - V_R + \frac{g}{c_R}(y_P - y_R) - g(S_0 - S_{fR})\Delta t = 0 \quad (\text{A1-15})$$

$$V_P - V_S - \frac{g}{c_S}(y_P - y_S) - g(S_0 - S_{fS})\Delta t = 0 \quad (\text{A1-16})$$

### Resolución del cruce

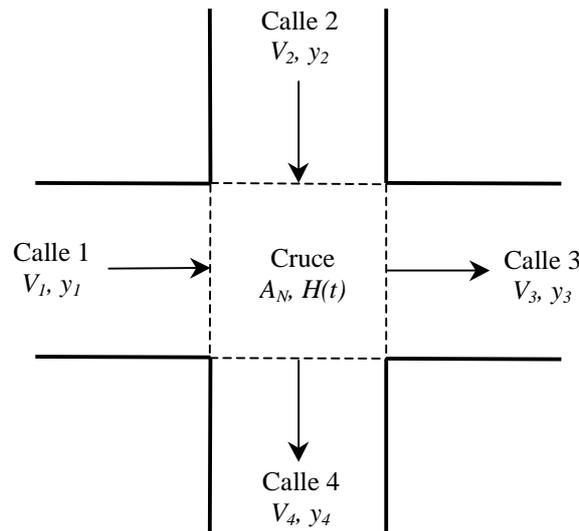


Figura A1-2: Esquema de las variables que intervienen en la resolución del cruce.

Donde  $b$  es el ancho de cada una de las calles y  $A_N$  es la superficie del nudo, igual a  $b^2$ .

#### A1.3.1 Primer caso: cruce tipo 1, flujo subcrítico en la sección de las calles en contacto con el cruce.

En este caso, las incógnitas son las velocidades y calados del flujo en la sección final de las calles de entrada y la sección inicial de las calles de salida del cruce y el nivel de agua o energía en el cruce en el instante actual:  $V_{P1}, y_{P1}, V_{P2}, y_{P2}, V_{P3}, y_{P3}, V_{P4}, y_{P4}, H_{t+\Delta t}$  (figura A1-2).

#### Planteo del sistema de ecuaciones

Las incógnitas son 9 por lo que debemos tener 9 ecuaciones para resolver el problema. En cada calle disponemos de una ecuación característica (positiva para las de entrada y negativa para las de salida) y de una ecuación de conservación de la energía entre la calle y el cruce. Para completar las 9 ecuaciones, disponemos de la ecuación de conservación global de la masa en el cruce.

En las ecuaciones de conservación de la energía, se restará la energía de velocidad del flujo que proviene de la calle perpendicular a la considerada. En otras palabras, se restará la energía de velocidad del flujo de la calle 2 en las ecuaciones de las calles 1 y 3 y se restará la energía de velocidad del flujo de la calle 1 en las ecuaciones de las calles 2 y 4. Esta hipótesis se basa en la suposición de que esta porción de la energía total no interviene en la transferencia de energía a las calles perpendiculares. Se presenta un esquema de cálculo en las figuras A1-3 y A1-4, efectuando un corte en la dirección de los canales 1-3 y 2-4 respectivamente.

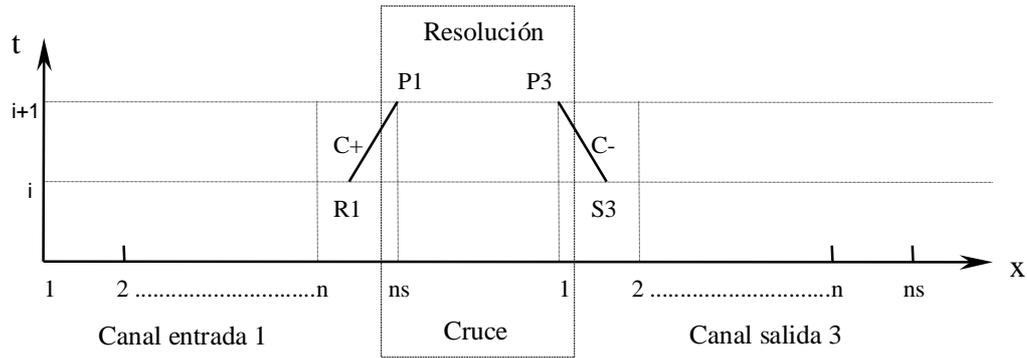


Figura A1-3: Esquema numérico de resolución simultánea del flujo en el cruce y en los extremos de las calles 1 y 3.

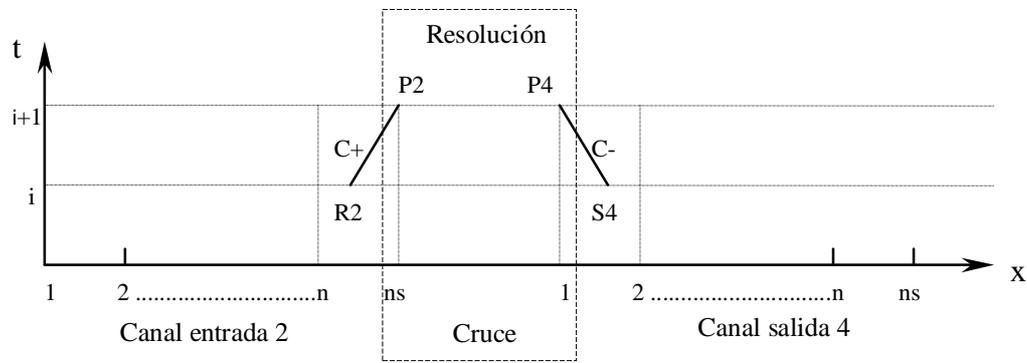


Figura A1-4: Esquema numérico de resolución simultánea del flujo en el cruce y en los extremos de las calles 2 y 4.

El sistema de 9 ecuaciones quedaría formado de la siguiente manera:

$$F_1 = V_{P1} - V_{R1} + \frac{g}{c_{R1}} (y_{P1} - y_{R1}) - g(S_{01} - S_{fR1})\Delta t = 0$$

$$F_2 = \frac{V_{P1}^2}{2g} + y_{P1} - H_{t+\Delta t} + \frac{V_{P2}^2}{2g} = 0$$

$$F_3 = V_{P2} - V_{R2} + \frac{g}{c_{R2}} (y_{P2} - y_{R2}) - g(S_{02} - S_{fR2})\Delta t = 0$$

$$F_4 = \frac{V_{P2}^2}{2g} + y_{P2} - H_{t+\Delta t} + \frac{V_{P1}^2}{2g} = 0$$

$$F_5 = V_{P3} - V_{S3} - \frac{g}{c_{S3}} (y_{P3} - y_{S3}) - g(S_{03} - S_{fS3})\Delta t = 0 \tag{A1-17}$$

$$F_6 = \frac{V_{P3}^2}{2g} + y_{P3} - H_{t+\Delta t} + \frac{V_{P2}^2}{2g} = 0$$

$$F_7 = V_{P4} - V_{S4} - \frac{g}{c_{S4}}(y_{P4} - y_{S4}) - g(S_{04} - S_{fS4})\Delta t = 0$$

$$F_8 = \frac{V_{P4}^2}{2g} + y_{P4} - H_{t+\Delta t} + \frac{V_{P1}^2}{2g} = 0$$

$$F_9 = (bV_{P1}y_{P1}) + (bV_{P2}By_{P2}) - (bV_{P3}y_{P3}) - (bV_{P3}y_{P3}) - A_N \left( \frac{H_{t+\Delta t} - H_t}{\Delta t} \right) = 0$$

El Jacobiano de este sistema sería el siguiente:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} 1 & \frac{g}{c_{R1}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{P1}}{g} & 1 & \frac{V_{P2}}{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & \frac{g}{c_{R2}} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{P1}}{g} & 0 & \frac{V_{P2}}{g} & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{g}{c_{S3}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{P2}}{g} & 0 & \frac{V_{P3}}{g} & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 1 & -\frac{g}{c_{S4}} & 0 \\ \frac{V_{P1}}{g} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{V_{P4}}{g} & 1 & -1 \\ by_{P1} & bV_{P1} & by_{P2} & bV_{P2} & -by_{P3} & -bV_{P3} & -by_{P4} & -bV_{P4} & -\frac{A_N}{\Delta t} \end{bmatrix} \quad (A1-18)$$

Siendo el vector de incógnitas:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} V_{P1} \\ y_{P1} \\ V_{P2} \\ y_{P2} \\ V_{P3} \\ y_{P3} \\ V_{P4} \\ y_{P4} \\ H_{(t+\Delta t)} \end{bmatrix} \quad (A1-19)$$

### A1.3.2 Segundo caso: cruce tipo 16, flujo supercrítico en la sección de las calles en contacto con el cruce

En este caso, por tratarse de flujo supercrítico, el flujo en las calles de entrada no depende de las condiciones del flujo en el cruce, por lo que necesitamos resolver sólo las condiciones de flujo en las calles de salida. Tendremos 5 incógnitas: la velocidad y el calado del flujo en la sección inicial de cada una de las calles de salida del cruce y el nivel de agua o de energía dentro del cruce en el instante actual:  $V_{P3}$ ,  $y_{P3}$ ,  $V_{P4}$ ,  $y_{P4}$ ,  $H_{t+\Delta t}$  (figura A1-2).

#### Planteo del sistema de ecuaciones

En este caso no necesitamos utilizar ninguna ecuación característica. Podemos formar el sistema de ecuaciones con una condición de número de Froude igual a 1 por calles de salida, que es la condición necesaria para pasar del régimen subcrítico en el nudo al supercrítico en el canal de salida, y una de conservación de la energía entre el flujo de cada una de las calles de salida y el cruce. Completa el sistema la ecuación de la conservación global de la masa dentro del cruce.

En cuanto a las ecuaciones de conservación de la energía, seguiremos el mismo criterio que seguimos para el caso anterior: restaremos en cada calle la energía de velocidad del flujo que proviene de la calle perpendicular.

El sistema de 5 ecuaciones que se utilizará para resolver el flujo en un cruce tipo 16 quedaría como sigue:

$$\begin{aligned}
 F_1 &= V_{P3} - \sqrt{g \cdot y_{P3}} = 0 \\
 F_2 &= \frac{V_{P3}^2}{2g} + y_{P3} + z_3 - H_{(t+\Delta t)} + \frac{V_{P2}^2}{2g} = 0 \\
 F_3 &= V_{P4} - \sqrt{g \cdot y_{P4}} = 0 \\
 F_4 &= \frac{V_{P4}^2}{2g} + y_{P4} + z_4 - H_{(t+\Delta t)} + \frac{V_{P1}^2}{2g} = 0 \\
 F_5 &= Q_1 + Q_2 - (bV_{P3}y_{P3}) - (bV_{P4}y_{P4}) + \frac{A_N}{\Delta t} (H_{(t)} - H_{(t+\Delta t)}) = 0
 \end{aligned} \tag{A1-20}$$

El Jacobiano de este sistema sería:

$$\underline{J} = \begin{bmatrix} 1 & -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{y_{P3}}} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{V_{P3}}{g} & 1 & 0 & 0 & -1 \\ 0 & 0 & 1 & -\frac{1}{2} \sqrt{\frac{g}{y_{P4}}} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{V_{P4}}{g} & 1 & -1 \\ -by_{P3} & -bV_{P4} & -by_{P4} & -bV_{P4} & -\frac{A_N}{\Delta t} \end{bmatrix} \tag{A1-21}$$

Siendo el vector de incógnitas:

$$\bar{x} = \begin{bmatrix} V_{P3} \\ y_{P3} \\ V_{P4} \\ y_{P4} \\ H_{(t+\Delta t)} \end{bmatrix} \quad (\text{A1-22})$$

### A1.3.3 Valoración del error

El error o tolerancia admitido para dar la solución válida en cada instante de tiempo, se valorará como la norma euclídea del vector de solución:

$$\|x\| = \frac{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^{k-1} - x_i^k)^2}}{\sqrt{\sum_{i=1}^n (x_i^{k-1})^2}} \quad (\text{A1-23})$$

Donde el subíndice  $i$  se refiere al número de incógnita,  $n$  el número de incógnitas y el superíndice es el instante de tiempo, siendo  $k$  el instante actual y  $k-1$  el instante anterior.

Se evaluará para cada simulación, el error en volumen acumulado que se produce por el grado de exactitud de la solución y que dependerá lógicamente del nivel de tolerancia admitido en la obtención de la solución. Con el fin de valorarlo adecuadamente se lo evaluará durante las ramas ascendentes y descendentes del hidrograma, en otras palabras, desde el momento en que el caudal de entrada deja de ser constante ( $t = 120$  seg), hasta el instante en que, una vez pasadas las ramas ascendente y descendente del hidrograma, vuelve a ser el caudal constante ( $t = 1800$  seg).

Para calcular este error, se calculará el volumen de agua que entra en el cruce, el volumen que sale de él y el almacenamiento en él, en cada instante de cálculo. Los volúmenes se calcularán multiplicando el caudal de entrada por el incremento de tiempo y el almacenamiento en el cruce será la diferencia de altura de agua entre el instante actual y el anterior, multiplicada por la superficie del cruce. El error acumulado se calculará como la sumatoria del volumen que entra,  $V_e$  menos el volumen que sale,  $V_s$ , menos el almacenamiento en el cruce,  $Alm$ , en valor absoluto:

$$\varepsilon_{\text{Acum}} [\text{m}^3] = \sum_{t=t_0}^{t_1} |V_e(t) - V_s(t) - Alm(t)| \quad (\text{A1-24})$$

Donde  $t_0$  y  $t_1$  son los instantes entre los cuales se valora el error.

#### A1.4 APLICACIÓN A UN CASO PARTICULAR

Se aplicará cada uno de los métodos enunciados precedentemente para resolver un cruce tipo 1 y un cruce tipo 16. La geometría será la misma para los dos tipos de cruce, la única diferencia estará en la pendiente, que en el primer caso será de 0,001 en todas las calles y en el segundo caso será de 0,01. El ancho de todas las calles será de 10 m, quedando el cruce formado por una superficie de  $10 \times 10 \text{ m}^2$ . La longitud de cada una de las calles será de 100 m.

##### *Condiciones de contorno*

Cruce tipo 1: la condición de contorno aguas abajo de las calles de salida será de vertido libre, por lo que se impondrá calado crítico o número de Froude igual a 1. La condición de contorno aguas arriba de las calles de entrada estará dada por el caudal entrante y la característica negativa.

Cruce tipo 16: la condición de contorno aguas arriba estará dada por el calado crítico asociado al caudal entrante en la sección de inicio de las calles de entrada. Aguas abajo no es necesaria la consideración de ninguna condición de contorno por tratarse de flujo en régimen supercrítico.

##### *Hidrogramas de entrada*

Calle 1: En la figura A1-5 se presenta el hidrograma de entrada para la calle 1.

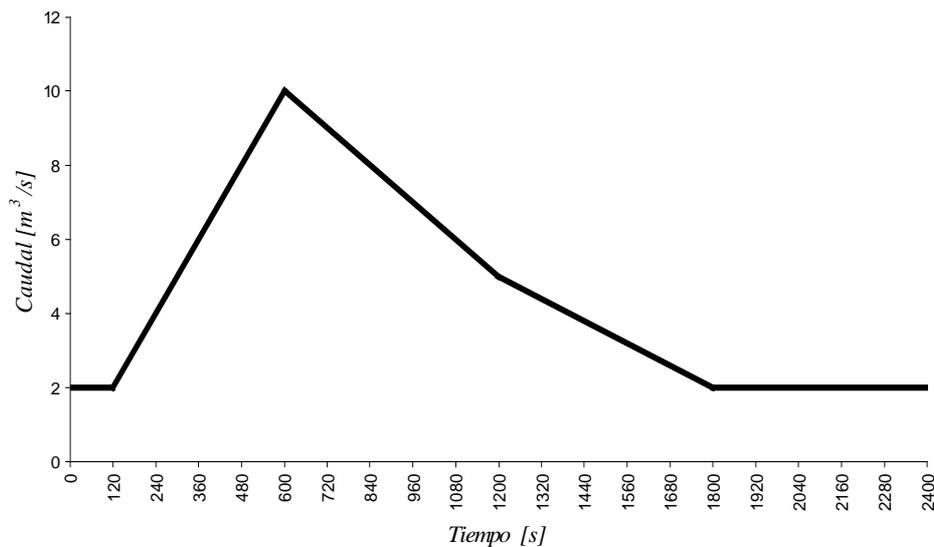


Figura A1-5: Hidrograma de entrada para la calle 1.

Calle 2: En la calle 2 se considerará un caudal de entrada constante igual a  $2 \text{ m}^3/\text{s}$ .

## A1.5 ANÁLISIS DE RESULTADOS

### A1.5.1 Introducción

Se presenta un juego de 5 gráficos para cada caso estudiado o sistema de ecuaciones empleado, de los cuales, los 3 primeros pertenecen al número de iteraciones en función a 3 distintos niveles de tolerancias, el cuarto al número total de iteraciones para cada nivel de tolerancia y el quinto a la valoración del error acumulado en volumen para cada nivel de tolerancia. Las figuras A1-6 a A1-10 pertenecen al primer caso que resuelve un cruce tipo 1 con un sistema de 9 ecuaciones y las figuras A1-11 a A1-15 pertenecen al segundo caso que resuelve un cruce tipo 16 con un sistema de 5 ecuaciones.

En la presentación de los gráficos se eligieron niveles de tolerancia de la solución de  $10^{-3}$ ,  $10^{-5}$  y  $10^{-8}$ . Para cada uno de estos niveles se representan los valores del número de iteraciones en función del tiempo para cada uno de los métodos empleados. En general, puede apreciarse una gran similitud de los resultados obtenidos con los métodos NRC y NRM por un lado y la de los BS y BFGS por el otro, por lo que pueden distinguirse en casi todos los gráficos sólo 2 curvas en lugar de las 4 que deberían aparecer. A continuación, en las tablas A1-1 y A1-2 se presenta un resumen del número total de iteraciones y del error acumulado para los dos casos estudiados.

Tabla A1-1: Resumen de los resultados obtenidos con el caso 1, régimen subcrítico, sistema de 9 ecuaciones.

Tolerancia de la solución		$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
NRC	Error acum.	1,65E+00	9,95E-03	7,77E-03	2,86E-03	1,03E-04	3,68E-08
	Nro. ite.	1499	1595	1656	1786	2313	2351
NRM	Error acum.	1,65E+00	9,95E-03	7,77E-03	2,90E-03	1,53E-04	2,02E-05
	Nro. ite.	1500	1597	1660	1792	2321	2407
BS	Error acum.	9,95E-03	9,95E-03	7,77E-03	2,90E-03	1,54E-04	2,02E-05
	Nro. ite.	826	829	840	969	1497	1583
BFGS	Error acum.	9,95E-03	9,95E-03	7,77E-03	2,91E-03	1,49E-04	2,23E-05
	Nro. ite.	841	846	862	994	1531	1617

Tabla A1-2: Resumen de los resultados obtenidos con el caso 2, régimen supercrítico, sistema de 5 ecuaciones.

Tolerancia de la solución		$10^{-3}$	$10^{-4}$	$10^{-5}$	$10^{-6}$	$10^{-7}$	$10^{-8}$
NRC	Error acum.	2,17E+01	3,36E-02	3,15E-02	1,20E-02	2,99E-05	9,02E-07
	Nro. ite.	1521	1685	1704	1861	2441	2462
NRM	Error acum.	2,17E+01	3,36E-02	3,15E-02	1,21E-02	8,72E-05	2,84E-05
	Nro. ite.	1521	1687	1708	1867	2451	2508
BS	Error acum.	3,39E-02	3,39E-02	3,10E-02	1,20E-02	8,28E-05	2,84E-05
	Nro. ite.	942	945	958	1106	1681	1729
BFGS	Error acum.	3,35E-02	3,35E-02	3,15E-02	1,21E-02	9,69E-05	3,26E-05
	Nro. ite.	947	952	965	1115	1691	1748

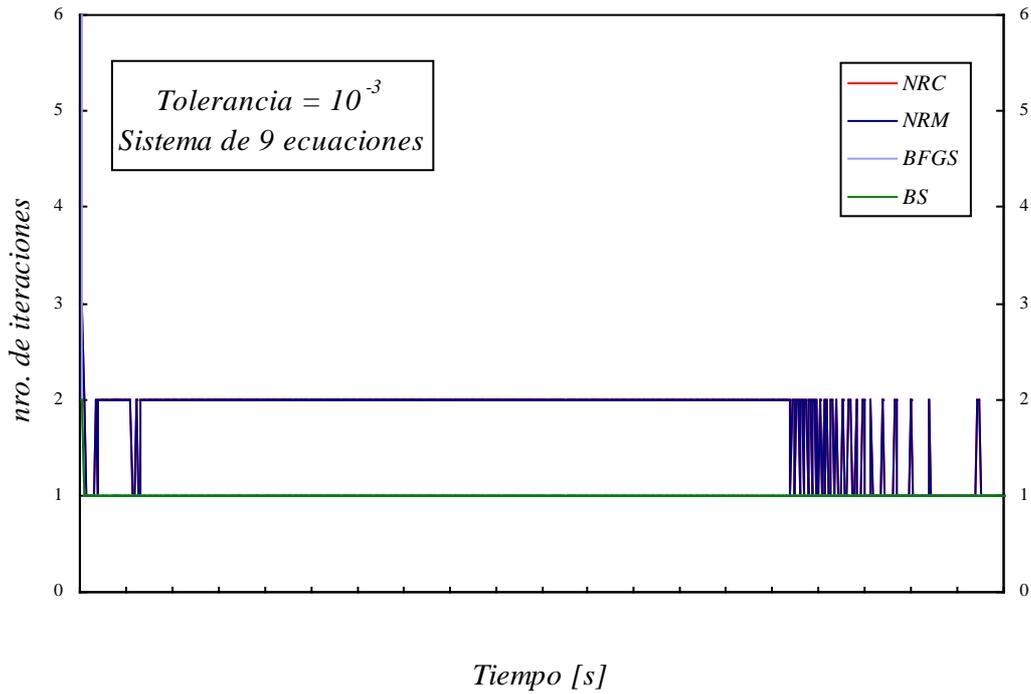


Figura A1.6: Sistema de 9 ecuaciones. Tolerancia de la solución =  $10^{-3}$ .  
Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

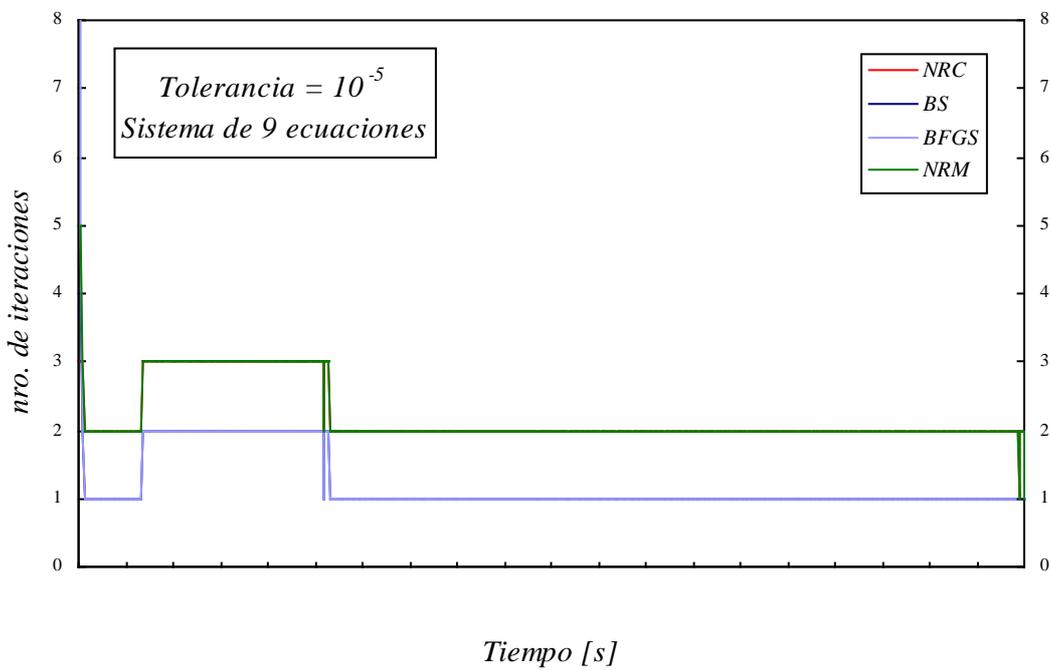


Figura A1.7: Sistema de 9 ecuaciones. Tolerancia de la solución =  $10^{-5}$ .  
Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

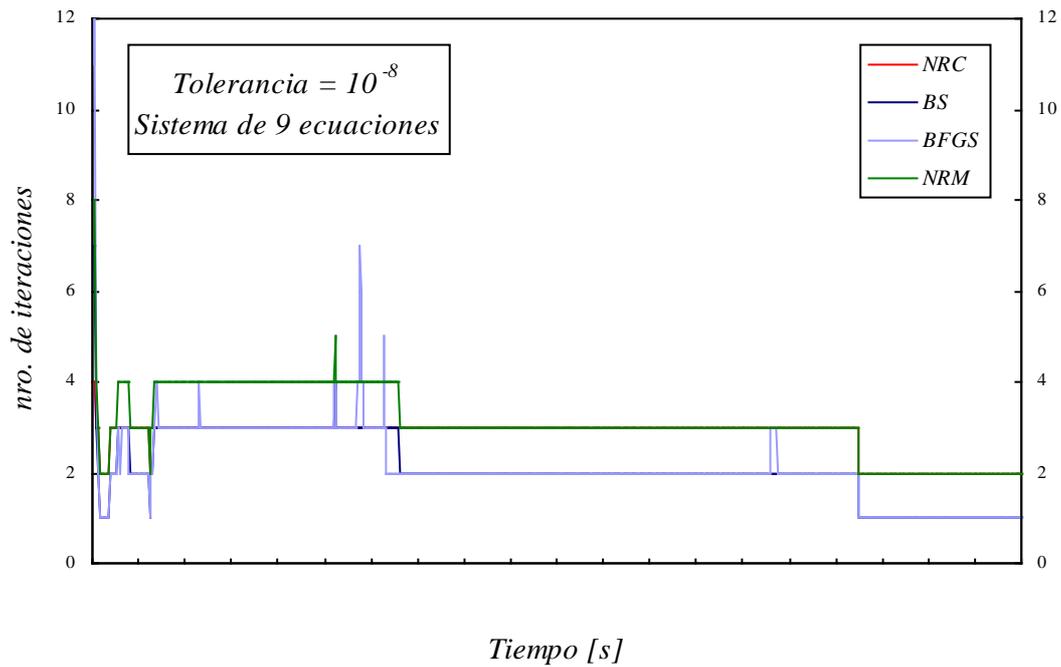


Figura A1-8: Sistema de 9 ecuaciones. Tolerancia de la solución =  $10^{-8}$ .  
Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

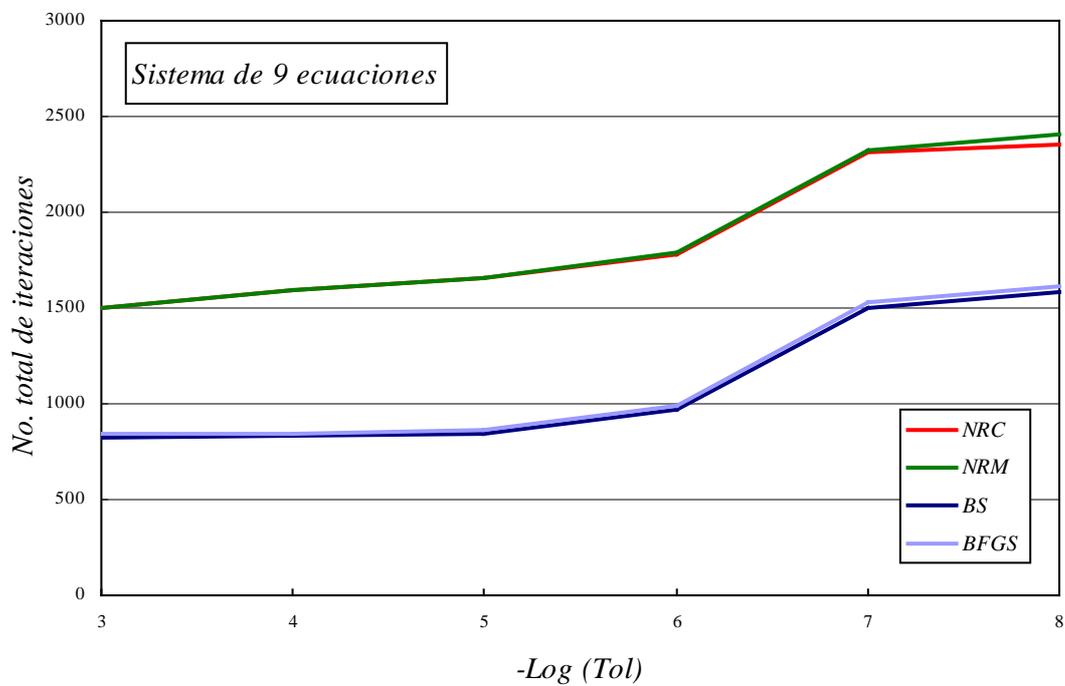


Figura A1-9: Sistema de 9 ecuaciones. Número total de iteraciones  
en función de la tolerancia de la solución.

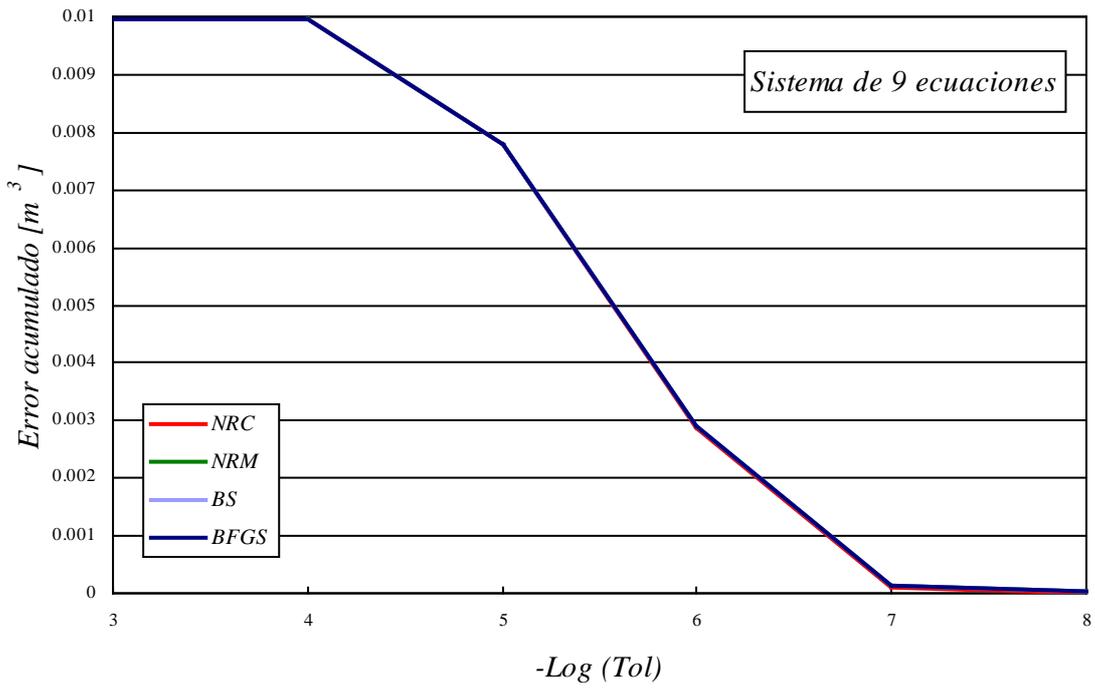


Figura A1-10: Sistema de 9 ecuaciones. Error acumulado en volumen [m<sup>3</sup>] en función de la tolerancia de la solución.

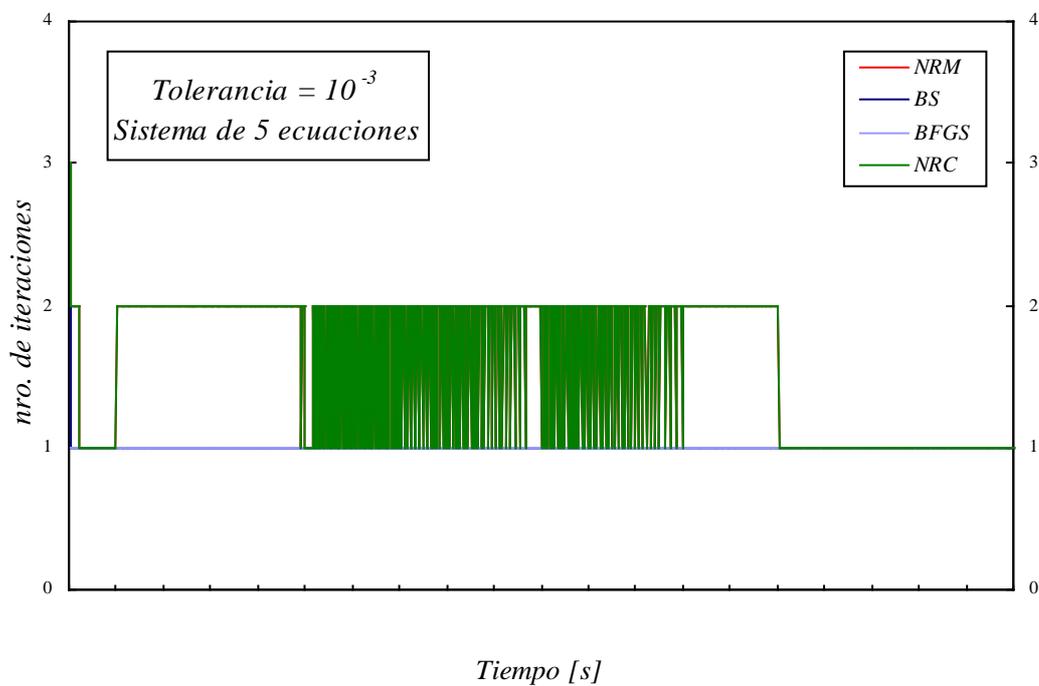


Figura A1-11: Sistema de 5 ecuaciones. Tolerancia de la solución = 10<sup>-3</sup>. Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

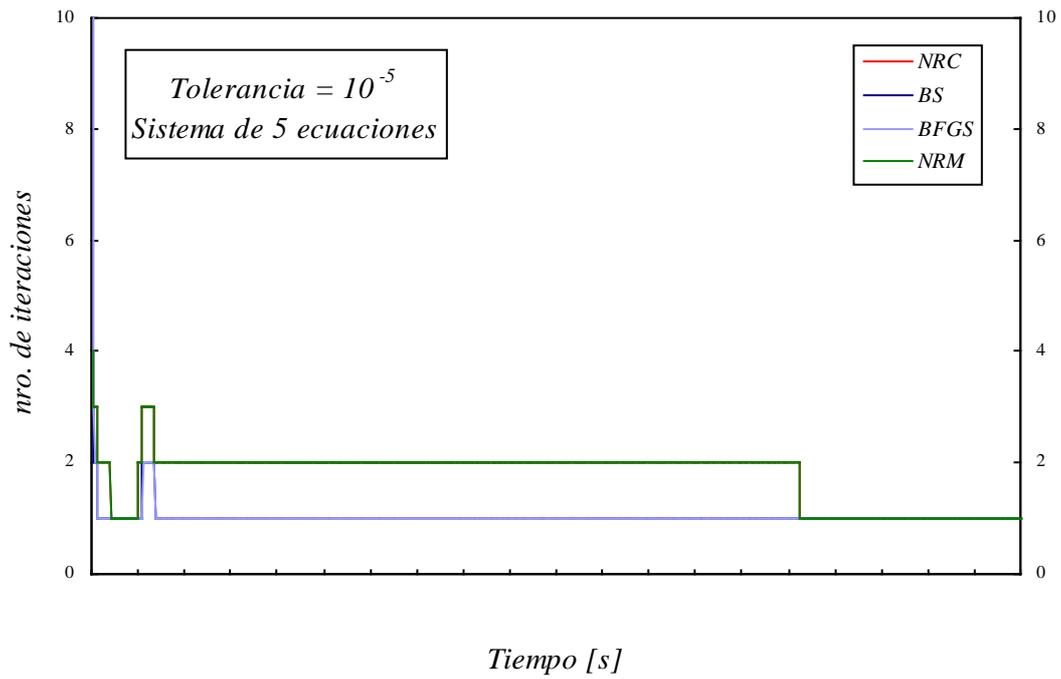


Figura A1-12: Sistema de 5 ecuaciones. Tolerancia de la solución =  $10^{-5}$ .  
Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

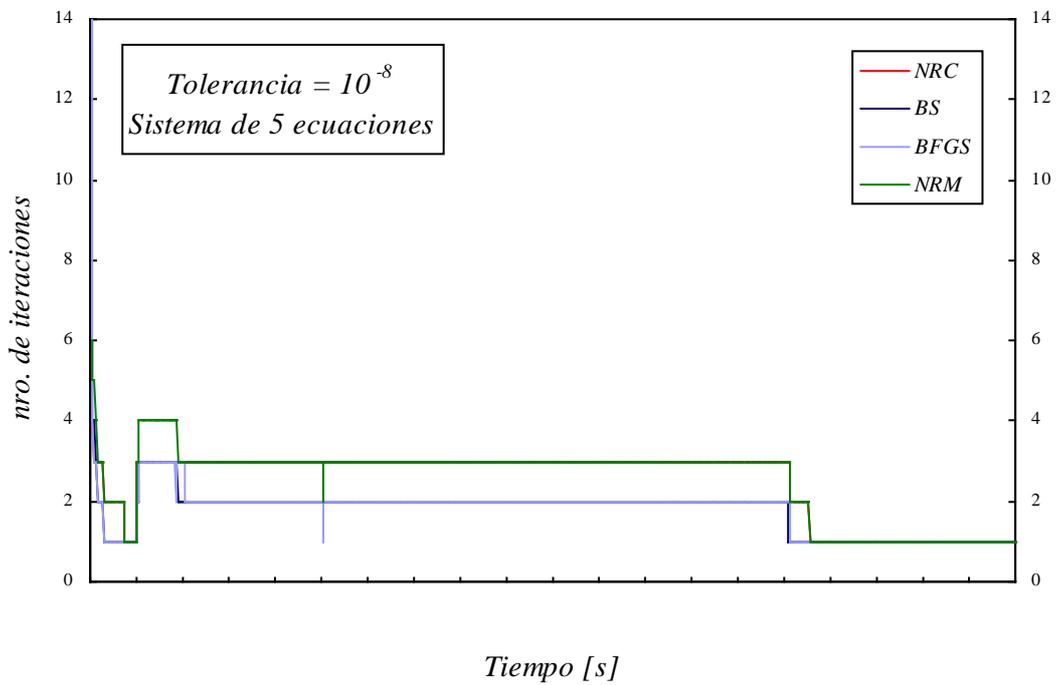


Figura A1-13: Sistema de 5 ecuaciones. Tolerancia de la solución =  $10^{-8}$ .  
Número de iteraciones en función del tiempo de cálculo.

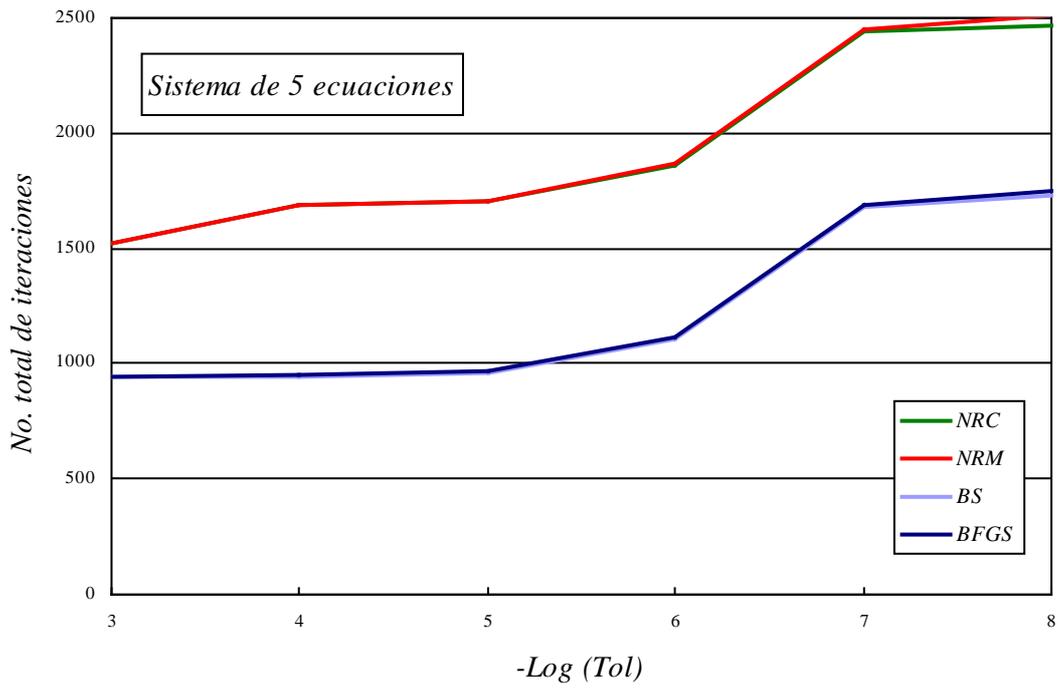


Figura A1-14: Sistema de 5 ecuaciones. Número total de iteraciones en función de la tolerancia de la solución.

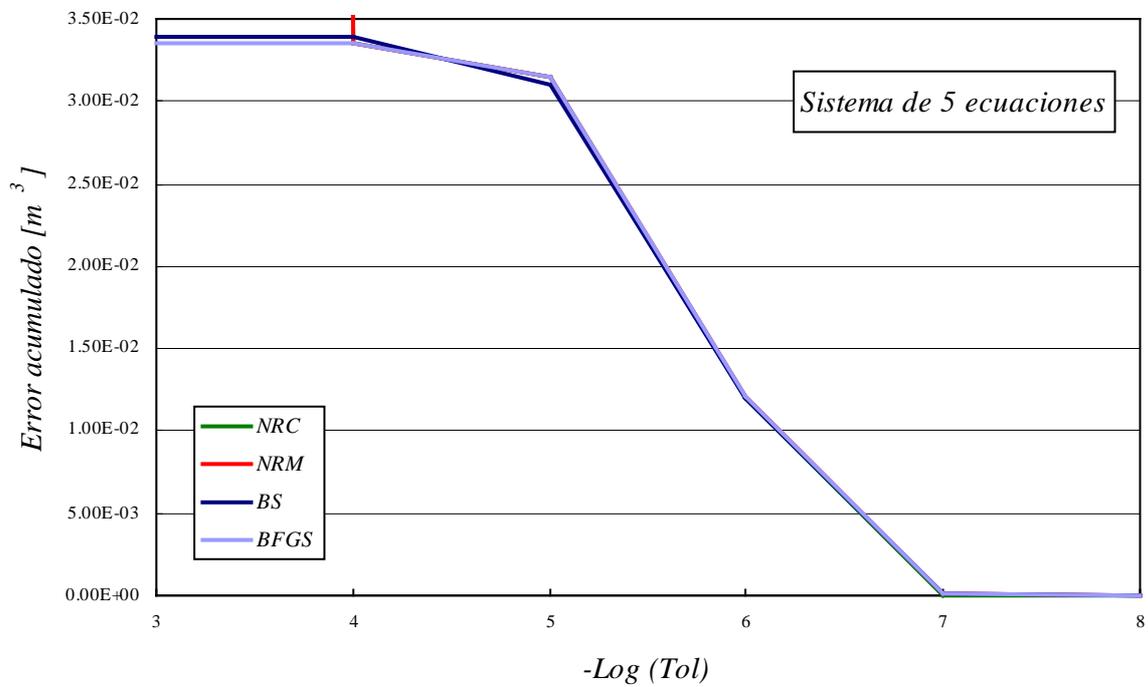


Figura A1-15: Sistema de 5 ecuaciones. Error acumulado en volumen [m<sup>3</sup>] en función de la tolerancia de la solución.

### A1.5.2 Resultados generales

- En cuanto al número total de iteraciones necesarias durante todo el tiempo de estudio, comparando los cuatro métodos utilizados en el presente trabajo, podemos decir que el método Broyden secante y BFGS son los que necesitan un menor número de iteraciones para resolver la simulación completa. Debemos tener en cuenta que se ha usado una simplificación del método BFGS, por un problema que se explicará más adelante. Los métodos de Newton-Raphson completo y modificado utilizan aproximadamente el mismo número de iteraciones y del 40 al 70% más que los métodos BS y BFGS, según el nivel de tolerancia aceptado. Sin embargo, puede ser engañoso fiarse sólo del número de iteraciones para evaluar el costo de cálculo, ya que los métodos BS y BFGS precisan un número considerablemente mayor de operaciones y son mucho más complejos de programar.
- Observando la evolución del número de iteraciones a través del tiempo, puede apreciarse que en los primeros instantes, este número es en general relativamente elevado, bajando rápidamente a un número muy pequeño que depende del método y de la tolerancia deseada, esto era de esperar ya que los caudales son constantes en los primeros 120 seg. y la aproximación inicial dada por la solución en el instante anterior es muy buena.
- Cuando el caudal comienza a subir se nota nuevamente un incremento en el número de iteraciones, pero que va bajando paulatinamente hasta que se hace nuevamente muy pequeño. Al llegar al caudal pico del hidrograma se nota un nuevo quiebre en la curva, pero en este caso disminuyendo aún más, si es posible, el número de iteraciones.
- Puede observarse ciertas zonas inestables en el caso de tolerancia igual a  $10^{-3}$  en las cuales en un instante se utiliza una iteración, al siguiente dos, al siguiente una y así sucesivamente durante un determinado lapso de tiempo. Esta “inestabilidad” es puramente numérica y se produce por el bajo nivel de tolerancia aceptado.
- Otro punto que puede resultar importante destacar es que los métodos NR, si bien necesitan en general un número mayor de iteraciones, son más constantes a lo largo del tiempo, en otras palabras, convergen rápidamente incluso con una aproximación inicial bastante mala, mientras que los métodos BS y BFGS son muy efectivos cuando la aproximación inicial es buena pero en cambio se resiente mucho su efectividad cuando no lo es tanto.

### A1.5.3 Resultados particulares

*Primer caso: sistema de 9 ecuaciones.*

- Comparando los métodos NR, puede apreciarse que los errores acumulados son muy similares para niveles de tolerancia de  $10^{-3}$  a  $10^{-7}$ , siendo en cambio de 2 órdenes de magnitud inferior el del completo frente al del modificado para un nivel de tolerancia de  $10^{-8}$ , contando el primero con un número de iteraciones un poco menor. Comparando los métodos BS y BFGS vemos que ambos son muy similares para todo el rango de tolerancias, con una ligera ventaja del BS tanto en error acumulado como en número de iteraciones. Comparando ambos grupos, el nivel de error es muy similar con la única excepción del NRC, que para una tolerancia de  $10^{-8}$  es de 2 órdenes de magnitud inferior.

*Segundo caso: sistema de 5 ecuaciones*

- Con respecto al error en volumen, comparando los 4 métodos puede apreciarse que para el rango de tolerancias de  $10^{-4}$  a  $10^{-8}$  los errores son muy similares entre sí con la única excepción nuevamente del NRC, que para una tolerancia de  $10^{-8}$  es de un orden de magnitud inferior.

## Observaciones

Se debe hacer una mención especial con respecto al método BFGS secante, ya que no se obtuvo convergencia con los algoritmos de 3 y 2 vectores. Esto se debe casi con seguridad a que la matriz Jacobiana utilizada no era simétrica y definida positiva como lo exige el método. En cambio, sí se obtuvo en este caso particular una convergencia a la solución para la aproximación del método de un solo vector y es la que se utilizó para comparar este método con los otros mencionados. Por esta razón, debe tomarse la comparación con el método BFGS secante sólo como orientativa.

## A1.6 RESUMEN Y CONCLUSIONES

- Una primera conclusión que salta a la vista, lógica por otra parte, es que a medida que se eleva el nivel de tolerancia, aumenta el número de iteraciones para llegar a la solución. Sin embargo, se observa que la tasa de crecimiento del número de iteraciones es mucho más pequeña en los saltos de  $10^{-4}$  a  $10^{-5}$  y de  $10^{-7}$  a  $10^{-8}$ , por lo que los niveles de tolerancia óptimos en este sentido serían los de  $10^{-5}$  y  $10^{-8}$ .
- En cuanto al error acumulado en volumen, puede observarse que la tasa de disminución es mucho mayor para el rango comprendido entre  $10^{-5}$  y  $10^{-7}$ , hecho muy ligado al del mayor número de iteraciones comentado en el párrafo anterior.
- Si bien el método de Broyden parecería ser el más efectivo por número de iteraciones, hay que tener en cuenta su mayor número de operaciones por iteración y mayor complejidad de programación, con respecto a los NR. Antes de afrontar una decisión en este sentido, debería analizarse más detenidamente el coste de cálculo de ambos métodos.
- Los métodos NR nos garantizan una relativamente rápida convergencia, incluso siendo la aproximación inicial no muy buena. Si hay que elegir entre el completo y el modificado, está claro que el completo es el indicado, puesto que la diferencia de número de iteraciones con el modificado es muy pequeña y el completo nos garantiza además un error mucho más pequeño para tolerancias menores a  $10^{-8}$ .
- En síntesis, si queremos un error muy pequeño, el método de Newton-Raphson Completo con una tolerancia de  $10^{-8}$ , sería el indicado. Si no es necesario tal nivel de error, una tolerancia de  $10^{-5}$  con el mismo método sería una buena elección teniendo en cuenta su simplicidad de programación, esto sin evaluar su coste efectivo de cálculo con respecto al de Broyden.

## ANEJO 2

### *Análisis del flujo en el dispositivo experimental*

#### **A2.1 INTRODUCCIÓN**

En este anejo se establecerán las características del flujo en el dispositivo experimental. Se presentarán los parámetros del flujo de un ensayo de laboratorio en el que se midieron los calados y las componentes de las velocidades en dos direcciones perpendiculares coincidiendo con las direcciones "x" e "y" de las calles del dispositivo. Basándose en estas medidas fue posible calcular los módulos de las velocidades y el número de Froude en la dirección de los mismos. Se analizan los parámetros para determinar la naturaleza del resalto que se forma dentro del cruce y verificar las hipótesis de flujo unidimensional en las calles de aproximación al cruce, flujo crítico en las secciones de inicio de las calles de salida y flujo supercrítico en las calles de salida.

#### **A2.2 OBTENCIÓN Y PRESENTACIÓN DE LOS DATOS**

La campaña de obtención de datos para efectuar este análisis fue planificada y realizada por Ernest Bladé como parte de su tesis doctoral, así como el proceso de la información para la obtención de las figuras de este anejo.

El caso analizado corresponde a un ensayo realizado con pendientes de calles de 0,01 y 0,02 en las direcciones "x" e "y", respectivamente y cuyos caudales fueron los siguientes:

$Q_{ex}$ : caudal de entrada en la dirección "x": 43,1 l/s

$Q_{ey}$ : caudal de entrada en la dirección "y": 99,3 l/s

$Q_{sx}$ : caudal de salida en la dirección "x": 52,8 l/s

$Q_{sy}$ : caudal de salida en la dirección "y": 89,6 l/s.

Las potencias de los flujos de entrada hicieron que en el cruce prevaleciera el patrón de flujo tipo II, con uno de los resaltos formados dentro del cruce y el otro en la calle.

Los parámetros que se midieron fueron los calados y velocidades del flujo en direcciones perpendiculares que coincidieron con la dirección de los ejes de las calles que forman el cruce. Los puntos de medida fueron 803 y su distribución corresponde a los puntos de la malla de la figura A2-1.

Los calados fueron obtenidos con limnímetros dotados de un nonio que permitía la apreciación de 0,1 mm. Las velocidades fueron medidas con un sensor electromagnético de disco de 3,2 cm de diámetro modelo Valeport, capaz de determinar la velocidad del flujo en dos direcciones perpendiculares con una precisión de 1 mm/s. Con la información obtenida en cada punto fue posible calcular también el módulo y la dirección del vector de velocidad resultante. El número de Froude local en la dirección del flujo fue calculado en cada punto considerado a través de la siguiente ecuación:

$$F = \frac{V}{\sqrt{g \cdot y}} \quad (\text{A2-1})$$

Donde  $V$  es el módulo de la velocidad, igual a  $(V_x^2 + V_y^2)^{1/2}$ , e  $y$  el calado en el punto considerado. En la figura A2-3 se presentan los datos de calados en forma de curvas de nivel. En las figuras A2-7 a 12 se presentan las velocidades en la dirección "x", las velocidades en la dirección "y", los módulos de las velocidades, los números de Froude locales en la dirección del flujo, los valores de números de Froude locales menores que 1 y los valores de números de Froude locales mayores que 1, respectivamente. Toda la información se presenta en forma de curvas de nivel y en cada figura se indica en la esquina inferior derecha el valor que representa cada color.

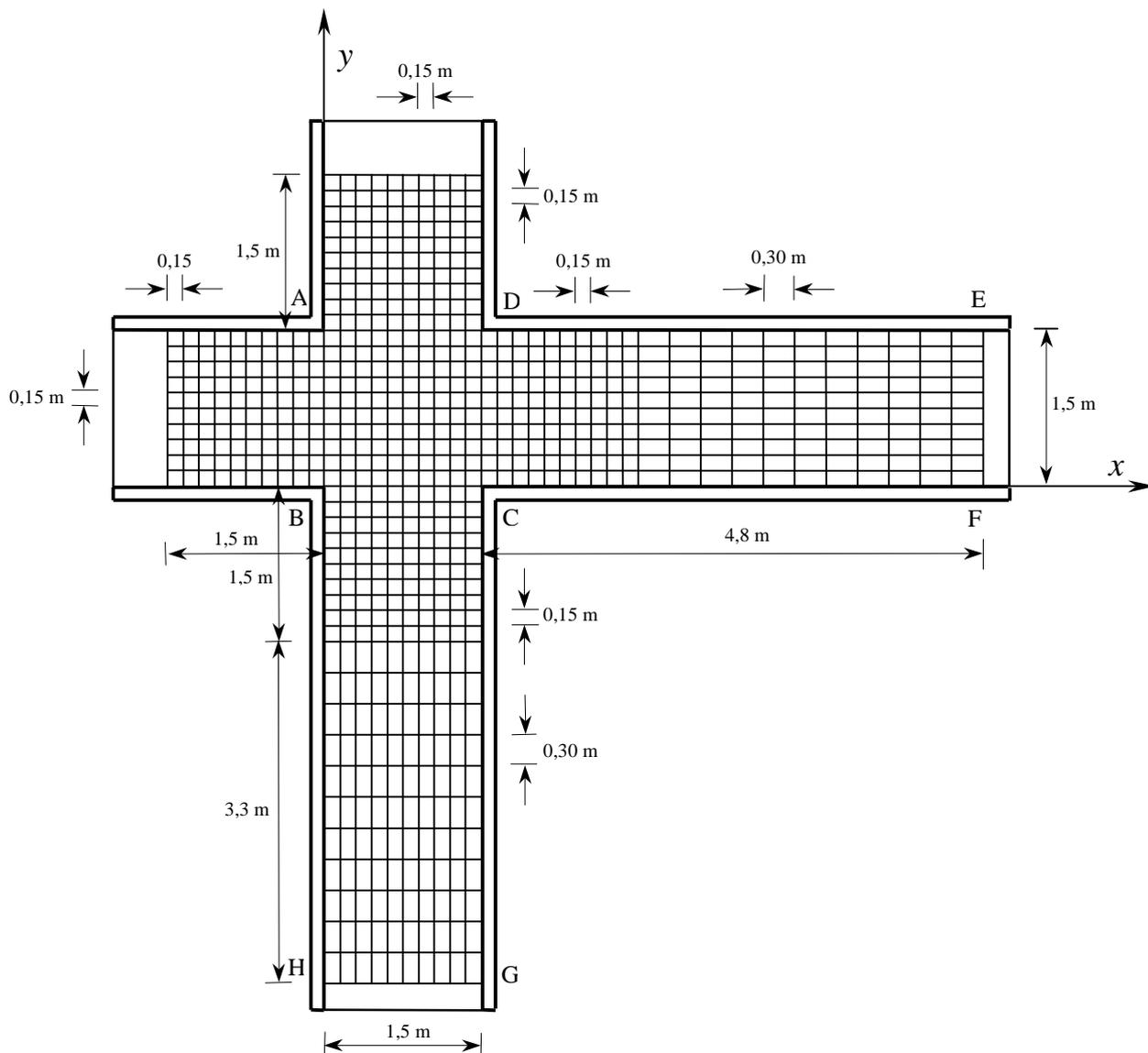


Figura A2-1: Distribución de los puntos de medida de los calados y las velocidades.

## A2.3 ANÁLISIS DEL FLUJO

### A2.3.1 Resalto dentro del cruce

Analizando la figura A2-3 podemos observar un desnivel de aproximadamente 7 centímetros formando una discontinuidad bastante recta de la superficie del agua en el interior del cruce, que tiene las características propias de un resalto. Según la definición de Subramanya (1993): "un resalto hidráulico ocurre cuando una corriente supercrítica encuentra a una corriente subcrítica de calado suficiente; además, la corriente supercrítica aumenta su calado hasta encontrar su calado conjugado".

Considerando que el flujo de aproximación es unidimensional, como se verá más adelante, podemos definir un volumen de control de un ancho infinitesimal y de una longitud tal que abarque desde el límite aguas arriba hasta el límite aguas abajo del resalto en la dirección "y", como el abcd que se muestra en la figura A2-2. El flujo de entrada al volumen de control puede caracterizarse, a través del calado y la velocidad, por medio de su número de Froude.

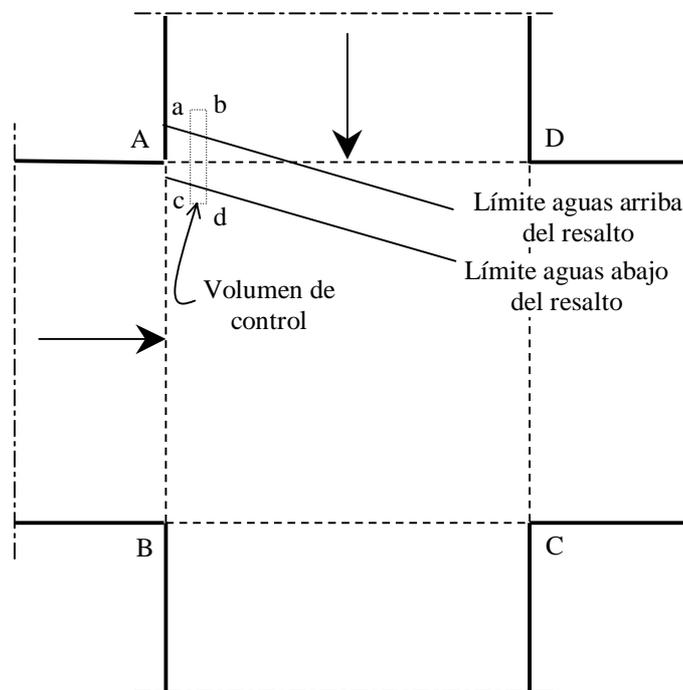


Figura A2-2: Esquema del resalto y del volumen de control para la aplicación de la ecuación de la cantidad de movimiento.

Las mediciones de laboratorio indicaron que el calado y la velocidad media en la sección ab, de entrada al volumen de control eran de 4,6 cm y 1,4 m/s, respectivamente, por lo que el número de Froude del flujo en esa sección sería de 2,08. El calado conjugado correspondiente, puede calcularse con estos parámetros a través de la ecuación de Belanger, definida como:

$$y_2 = \frac{y_1}{2} \left( \sqrt{1 + 8F_1^2} - 1 \right) \quad (\text{A2-2})$$

siendo  $y_1$  el calado aguas arriba,  $y_2$  el calado aguas abajo y  $F_1$  el número de Froude del flujo aguas arriba. Con esta ecuación, el calado conjugado es de 11,4 cm. El calado medio medido en la sección cd de salida del volumen de control, fue de 11,3 cm, por lo que se concluye que la discontinuidad de la superficie analizada corresponde a la definición de resalto hidráulico unidimensional.

### A2.3.2 Calados

En la figura A2-3 se presentan los calados en forma de curvas de nivel. En la figura A2-4 están representados los calados en dos secciones ubicadas a 1,2 m aguas arriba de la entrada al cruce. Puede observarse que los calados en las calles de aproximación al cruce son, en general, bastante uniformes. En cambio, en las secciones de inicio de las calles de salida, sección DC en la dirección "x" y BC en la dirección "y", representados en la figura A2-5, los calados son muy variables. En las proximidades de las esquinas donde comienzan las zonas de separación, esquinas B y D, los calados son los mínimos de la sección y en la esquina donde se produce la "partición" del flujo, esquina C, el calado es el máximo de todo el dispositivo. Los calados en la sección final de las calles de salida, representados en la figura A2-6, tienen una variabilidad importante, debido a la existencia de las ondas cruzadas de las que se habló en el apartado 6.3.1 (figura 6-9).

Las zonas de separación en las dos direcciones tienen una longitud aproximada de un ancho de calle, mientras que sus anchos son de 1/2 el ancho de la calle en la dirección "x", donde el caudal de salida es menor y de 1/3 el ancho de la calle en la dirección "y". En estas zonas los calados son los mínimos de todo el dispositivo.

En la mitad de aguas abajo de las calles de salida, pueden distinguirse dos zonas separadas por una línea en diagonal imaginaria aproximadamente paralela a las líneas BG en una dirección y DF en la otra (figura A2-3), que coincide con el límite de las ondas cruzadas. Las zonas cercanas a las paredes BH y DE son las de calados mayores y las zonas más próximas a las paredes CG y CF son las de calados menores (ver también figura A2-6).

En la sección final de las calles de salida el calado resulta ser variable pero esa variabilidad es mucho menos acusada que en las secciones iniciales. Podemos decir que a medida que el flujo avanza por las calles de salida, los calados tienden a uniformizarse. En la dirección "x", donde el caudal de salida es menor, los calados se mueven entre 0,48 y 1,28 veces el calado medio y en la dirección "y", entre 0,68 y 1,11 veces el calado medio.

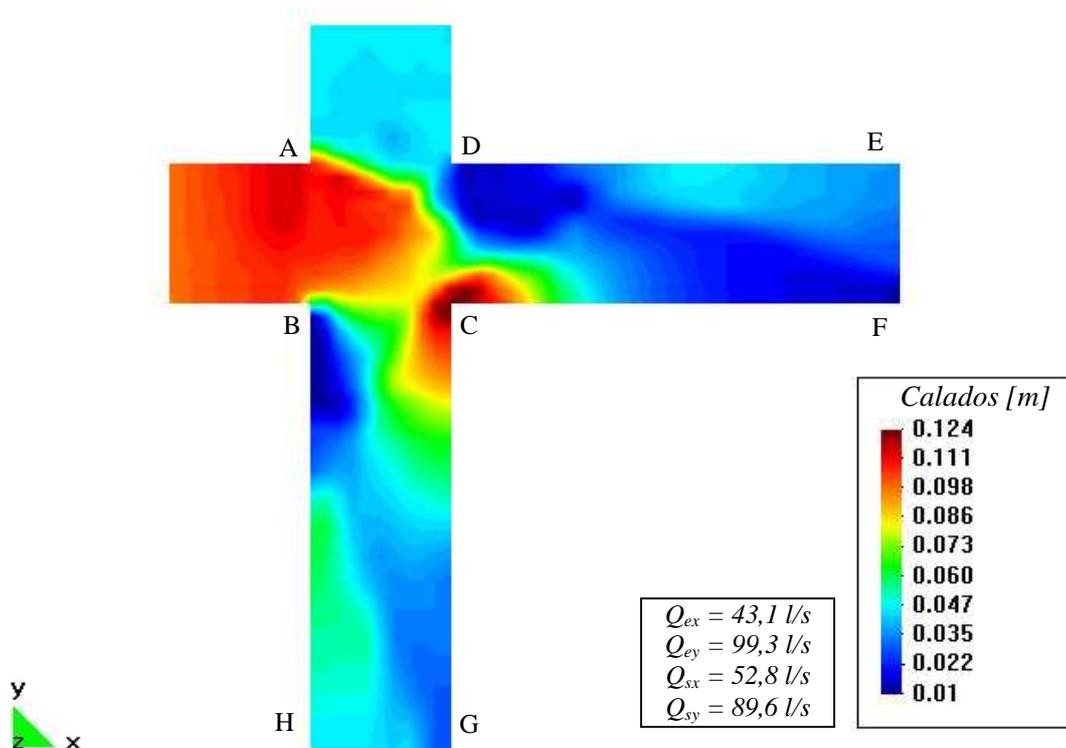


Figura A2-3: Distribución de los calados en el dispositivo experimental.

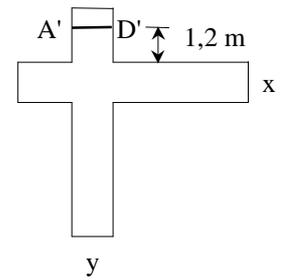
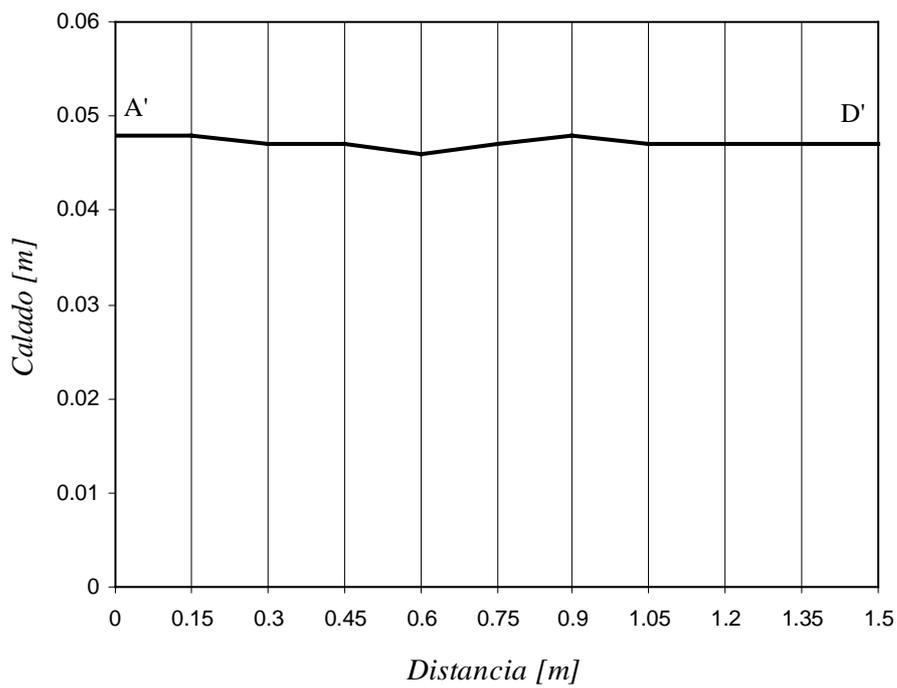
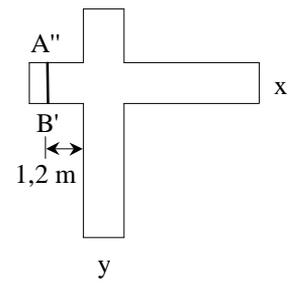
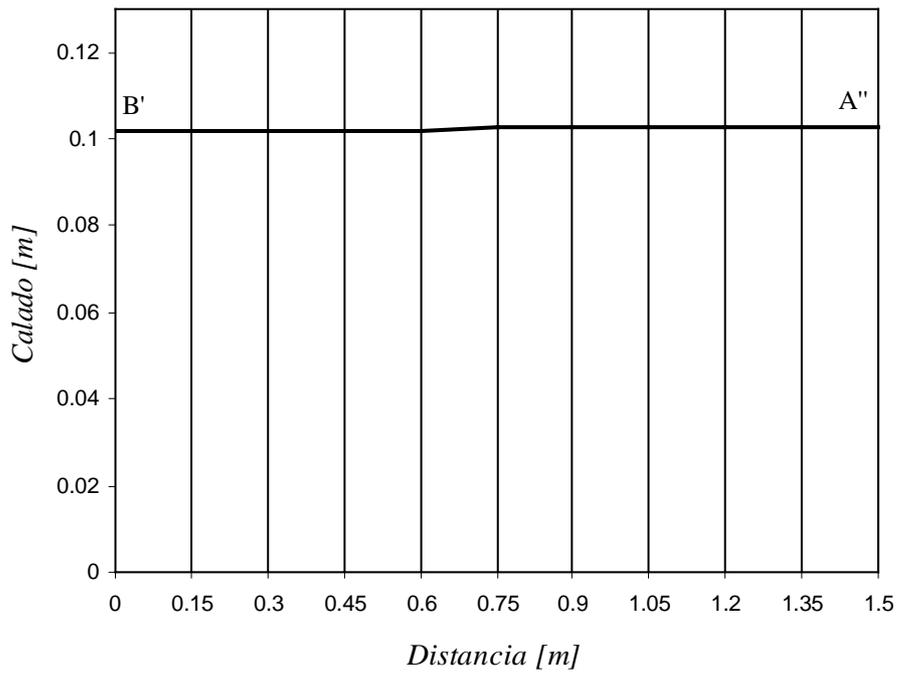


Figura A2-4: Calados en las calles de aproximación al cruce.

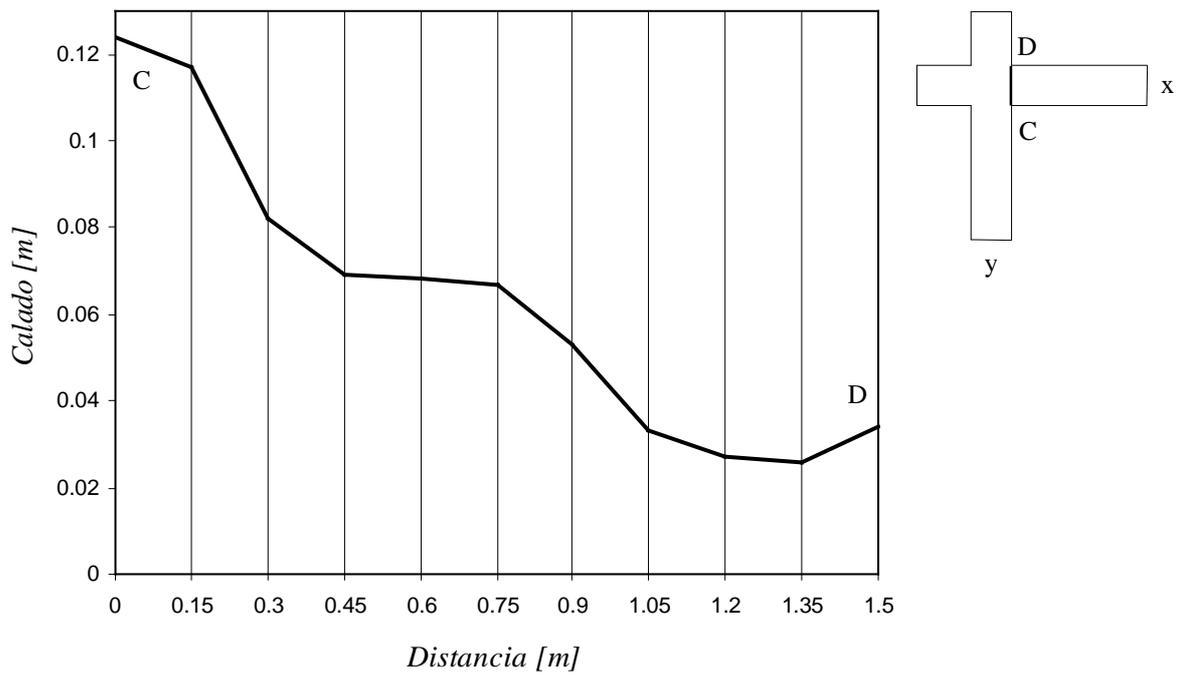
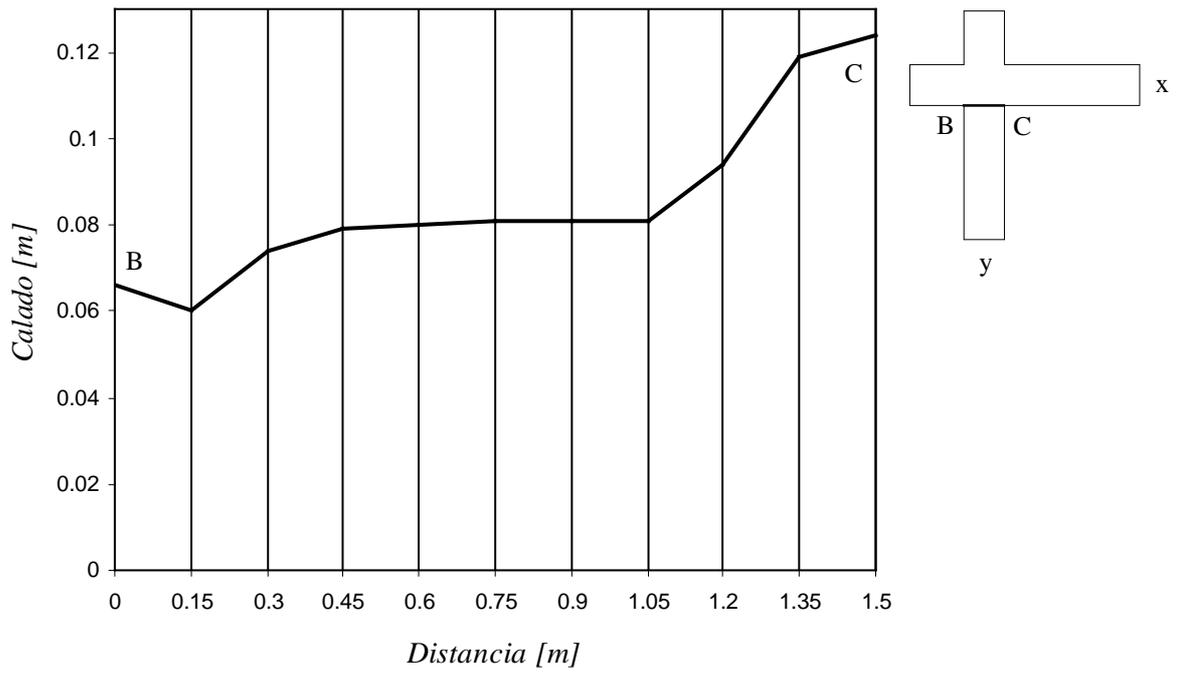


Figura A2-5: Calados en las secciones de inicio de las calles de salida.

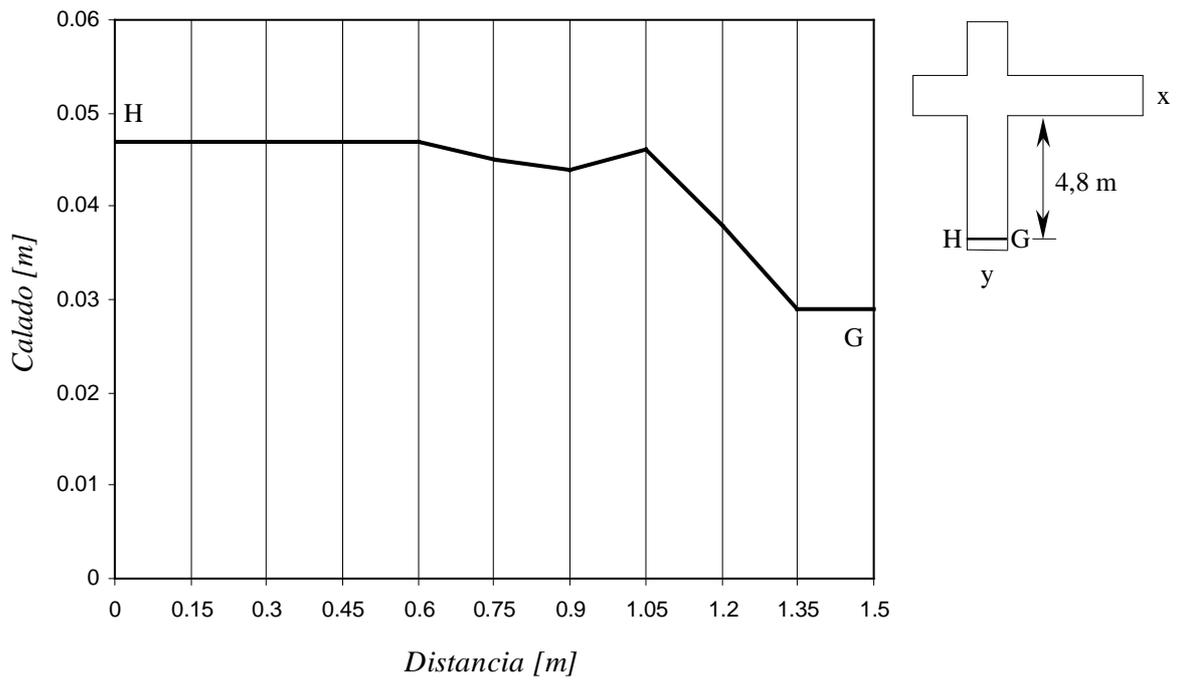
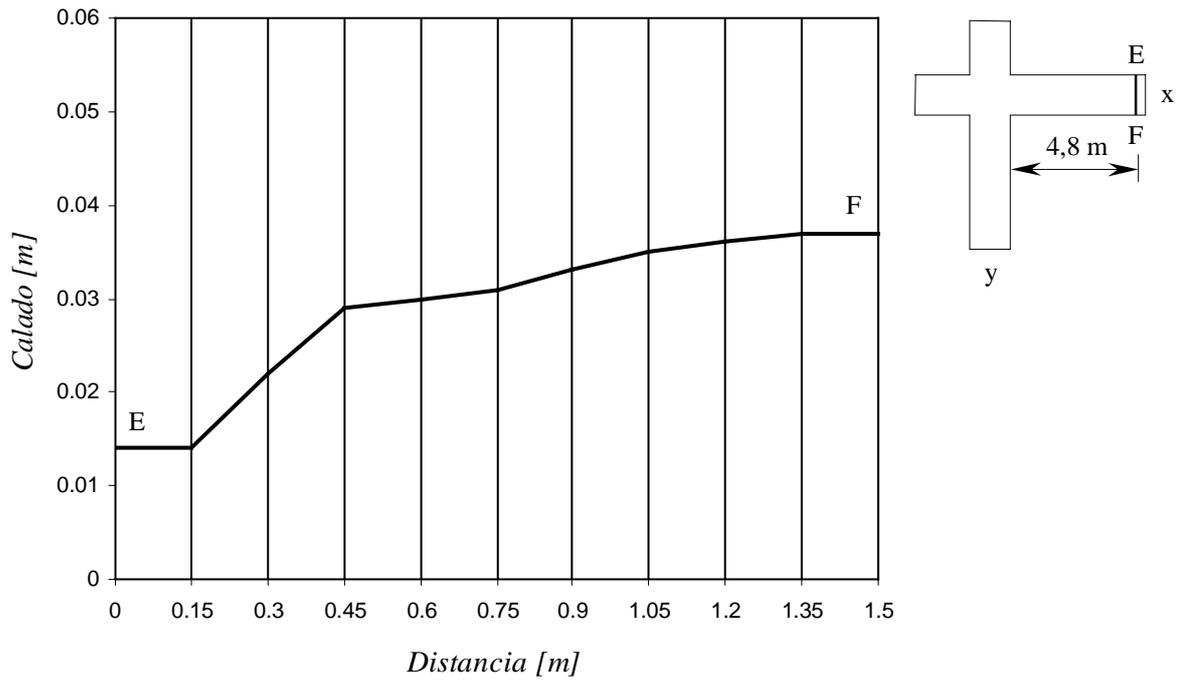


Figura A2-6: Calados en las secciones finales de las calles de salida.

### A2.3.3 Módulos de las velocidades

Analizando la figura A2-7, podemos apreciar una distribución bastante uniforme de las velocidades del flujo en las calles de aproximación. En una sección ubicada a 1,2 m aguas arriba del cruce en la dirección "x" la variabilidad va desde 0,88 hasta 1,08 veces la velocidad media. En una sección ubicada a 1,2 m aguas arriba del cruce en la dirección "y", estos valores se mueven de 0,97 a 1,02 veces la velocidad media.

Dentro del cruce existe una variabilidad bastante importante, que responde a los patrones de flujo ya comentados en el apartado anterior. La velocidad tiende a bajar considerablemente cuando se acerca a la esquina C, donde habíamos dicho que se producía la "partición" del flujo y el calado toma su mayor magnitud. En la zona de separación de la calle de salida en la dirección "x", la velocidad del flujo fue prácticamente cero, en cambio, en la otra dirección, la velocidad es importante aunque el calado sea pequeño.

Vemos cómo las velocidades tienden a uniformizarse a medida que el flujo avanza por las calles de salida. En las secciones finales de las calles de salida la velocidad es bastante uniforme, variando en la dirección "x" desde el 0,90 hasta el 1,02 de la velocidad media en la sección y en la dirección "y" desde el 0,89 al 1,08 la velocidad media en la sección.

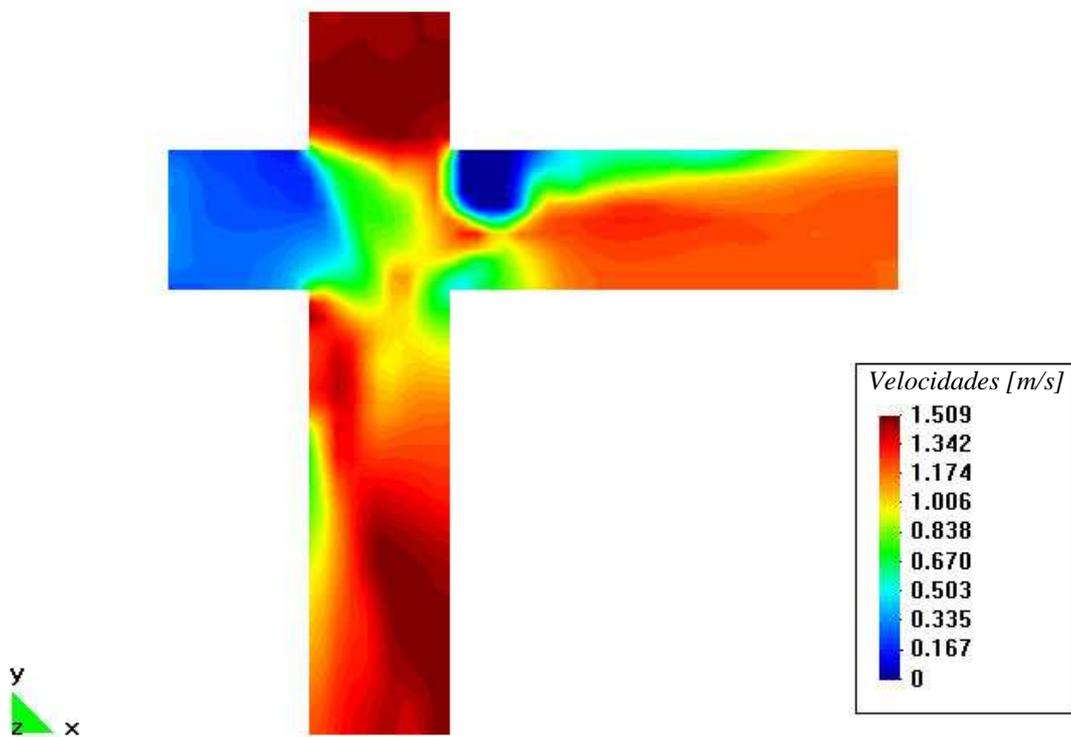


Figura A2-7: Distribución de los módulos de las velocidades en el dispositivo experimental.

**A2.3.4 Componentes de las velocidades transversales a la dirección del flujo**

En la figura A2-8 podemos ver que la componente transversal del flujo en la calle de aproximación en la dirección "y" es muy pequeña, podríamos decir que menor a un 5% de la componente en la dirección del eje de la calle. Aproximadamente lo mismo sucede en la calle de salida en esa dirección, siendo la componente transversal a la dirección del eje de la calle, menor al 2%.

En la figura A2-9 se puede apreciar que la componente transversal del flujo en las calles de aproximación al cruce en la dirección "x" es muy pequeña comparada con la componente en la dirección del eje de la calle, siendo en valores numéricos menor al 2%. En la calle de salida en esa misma dirección ocurre lo mismo, sólo que la componente transversal a la dirección del eje de la calle es ahora menor al 8%.

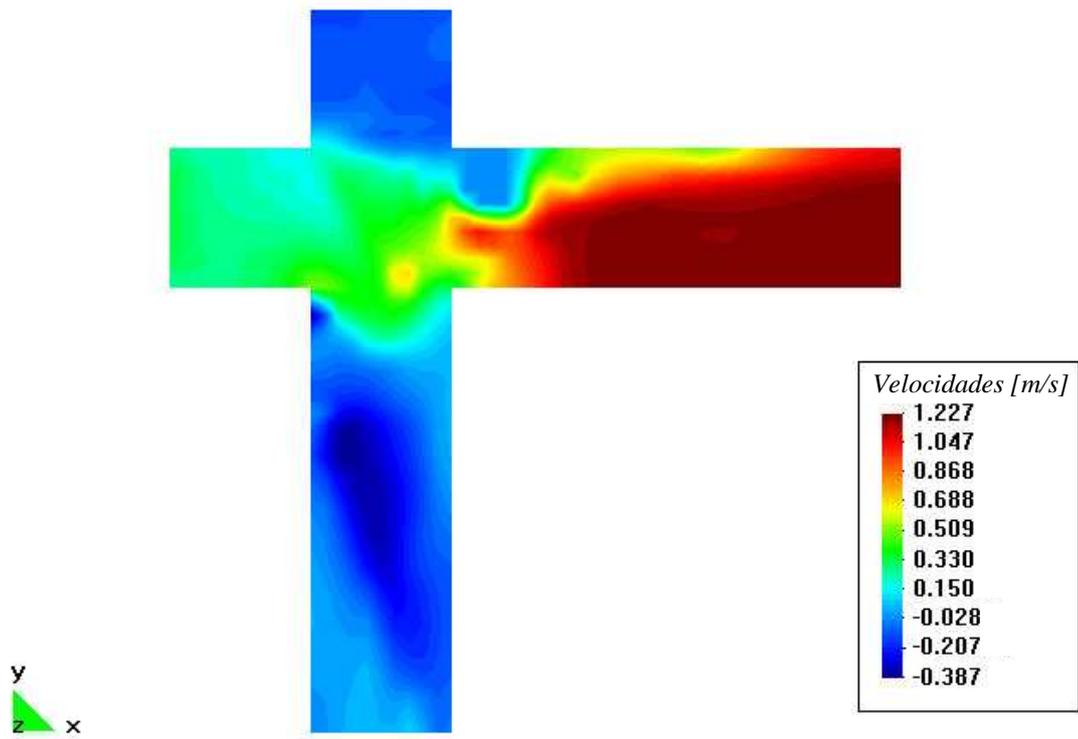


Figura A2-8: Distribución de las componentes de las velocidades en la dirección "x".

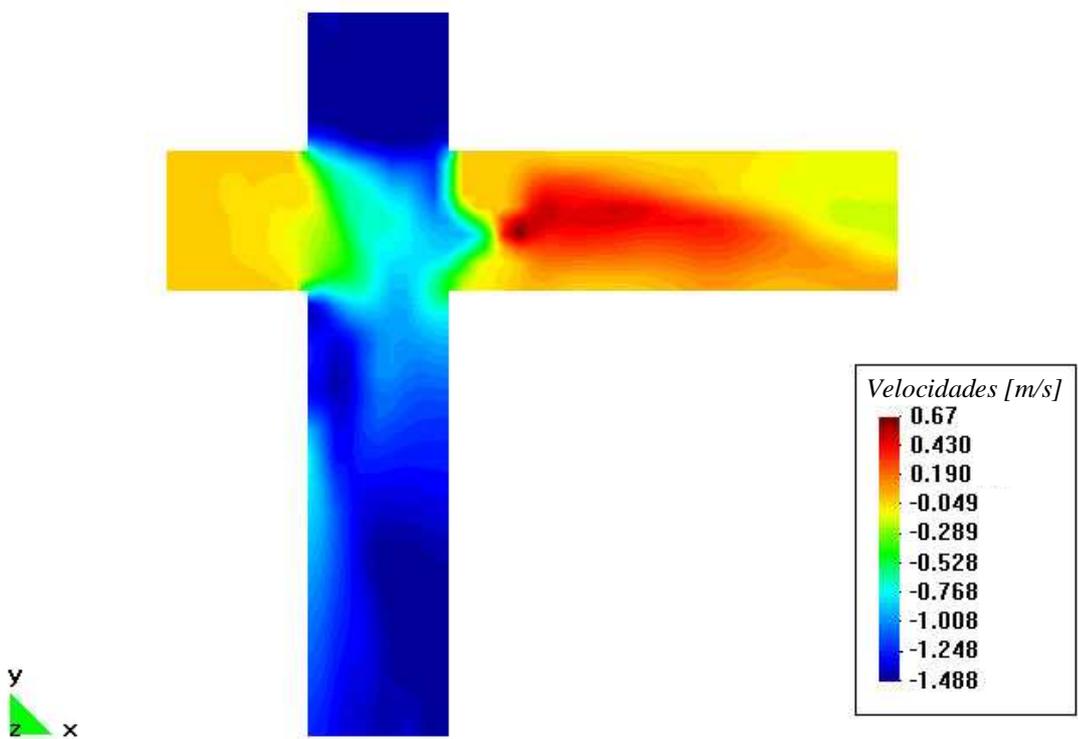


Figura A2-9: Distribución de las componentes de las velocidades en la dirección "y".

### A2.3.5 Números de Froude locales

En la figura A2-10 podemos ver que la distribución de números de Froude locales en las calles de aproximación al cruce es bastante uniforme, siendo esta uniformidad más evidente en la de la dirección "y", cuyo flujo está en régimen supercrítico. Las figuras A2-11 y 12 contienen la misma información que la A2-10, sólo que en las primeras se han separado los números de Froude mayores y menores que 1, respectivamente, para un mejor análisis.

Dentro del cruce nos encontramos con flujos subcríticos y supercríticos, pero con la ayuda de las figuras A2-11 y A2-12, podemos apreciar que la zona de flujo subcrítico es mayor y se divide en dos, una inmediatamente aguas abajo del resalto y otra en las cercanías de la esquina C, que es donde habíamos comentado que los calados son máximos. En tanto que la zona de flujos supercríticos posee números de Froude locales muy cercanos a 1, entre 1 y 1,1, con un límite superior puntual de 1,2.

En las secciones de inicio de las calles de salida los números de Froude locales del flujo son bastante variables, pero en general se observa que la curva que indica número de Froude igual a 1 se encuentra muy cerca de estas secciones. Esto indica que la hipótesis de calado crítico en la sección de inicio de las calles de salida asumida en la formulación del modelo numérico no estaría muy alejada de la realidad.

En la zona de separación de la dirección "x", más extensa, el flujo es subcrítico, en tanto que en la de la otra dirección el flujo es supercrítico. La explicación a esto puede hallarse teniendo en cuenta que las velocidades de aproximación del flujo en la dirección "y" son mucho mayores que las del flujo en la dirección "x".

En las calles de salida, la distribución del número de Froude nuevamente tiene que ver con la presencia de las ondas cruzadas. En este caso, los menores números de Froude relativos corresponden a la zona cercana a las paredes DE y BH, que coinciden con las de mayores calados y menores velocidades, sucediendo lo opuesto en las zonas próximas a las paredes CG y CF, donde se concentran los mayores números de Froude relativos. Los números de Froude locales en las calles de salida son supercríticos excepto en la zona de separación de la dirección "x", en la cual la velocidad es prácticamente cero y en las inmediaciones de la esquina C, en la cual los calados son relativamente grandes.

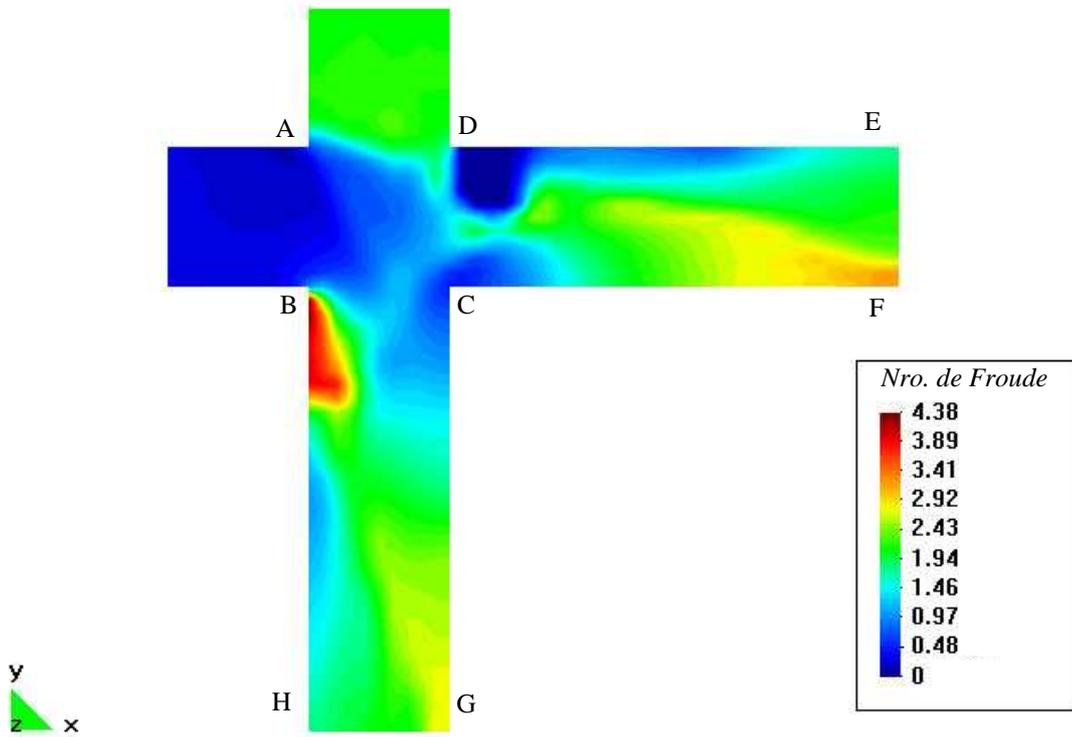


Figura A2-10: Distribución del número de Froude del flujo en el dispositivo experimental.

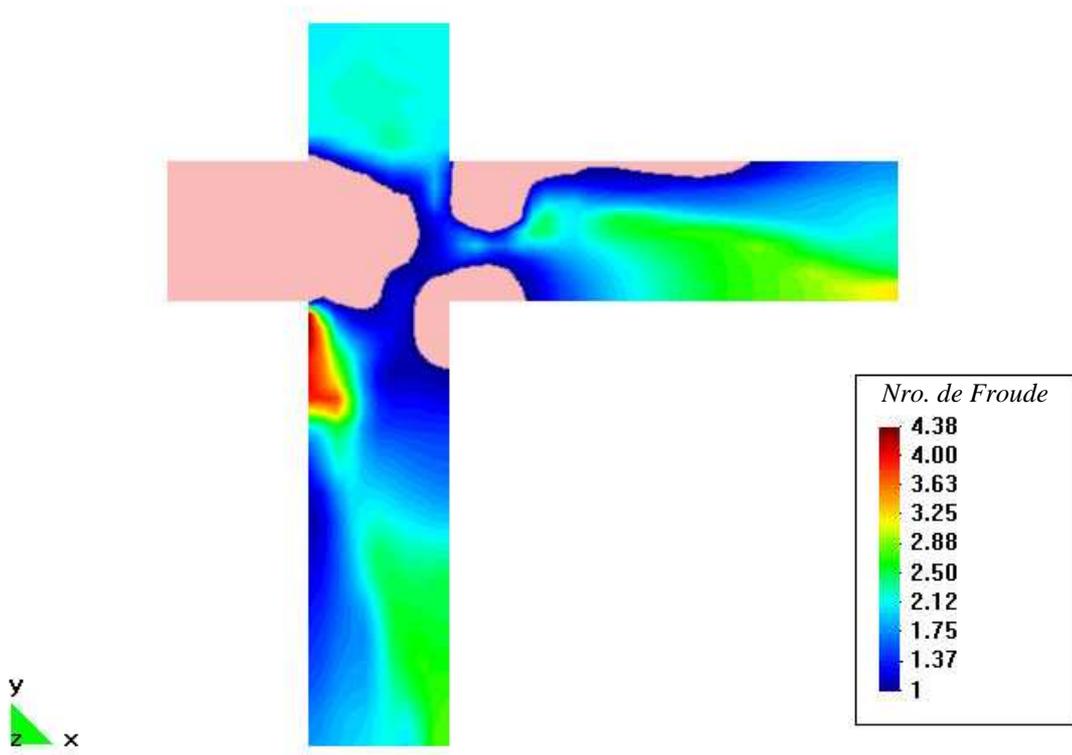


Figura A2-11: Distribución de los números de Froude mayores a 1 en el dispositivo experimental.

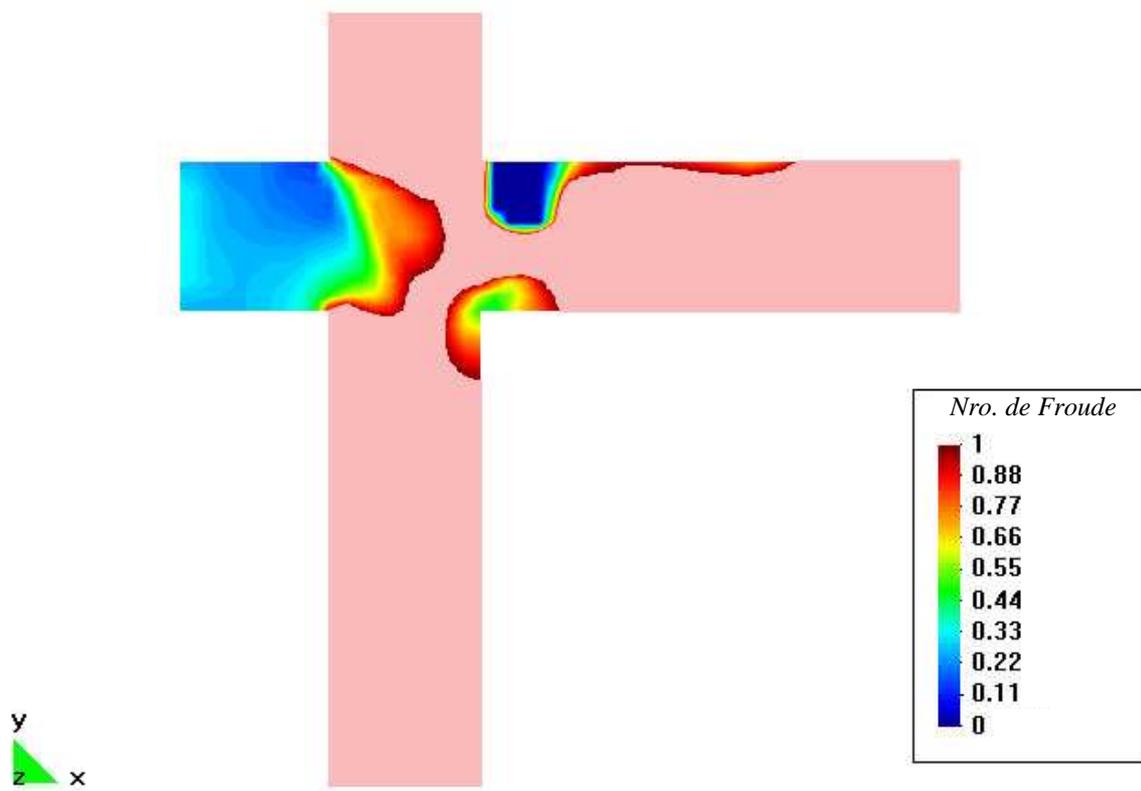


Figura A2-12: Distribución de los números de Froude menores a 1 en el dispositivo experimental.

## A2.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES

Se midieron los parámetros del flujo cuando los caudales de entrada eran de 43,1 l/s en la dirección "x" y 99,3 l/s en la dirección "y" y las pendientes de las calles eran de 0,01 y 0,02 en las direcciones "x" e "y", respectivamente. Los parámetros medidos fueron los calados y las componentes de las velocidades en dos ejes perpendiculares coincidiendo con los ejes "x" e "y" de las calles del dispositivo. Se realizó la representación gráfica de estos parámetros y además se calcularon y representaron los módulos de las velocidades y los números de Froude locales en la dirección del vector velocidad resultante.

Se analizaron los parámetros del flujo en el dispositivo experimental, llegando a las siguientes conclusiones:

- El flujo en las calles de aproximación al cruce puede considerarse unidimensional, puesto que tanto los calados como las velocidades son sensiblemente uniformes en la sección transversal y las componentes de la velocidad en la dirección transversal al eje de las calles son muy pequeñas.
- La elevación abrupta del calado que sucede dentro del cruce responde a la definición de resalto hidráulico unidimensional.
- El flujo es subcrítico dentro de la mayor parte de la zona del cruce, siendo en el resto las condiciones del flujo cercanas a las críticas.
- La hipótesis asumida en el modelo numérico de flujo crítico en la sección de inicio de las calles de salida sería aceptable.
- El flujo es supercrítico en las calles de salida excepto en la zona de separación de la dirección "x" y en las inmediaciones de la esquina de partición del flujo (C en las figuras anteriores).
- El flujo en la sección final de las calles de salida, considerando que las componentes de la velocidad en la dirección transversal al eje de las calles son pequeñas, puede considerarse aproximadamente unidireccional, sin embargo, se observa una variación importante en los calados a lo largo de la sección que responde a la presencia de ondas cruzadas.
- Se concluye que se cumplen las hipótesis de unidimensionalidad del flujo en las calles de aproximación al cruce planteadas al inicio del presente estudio experimental.

# ANEJO 3

## *Análisis de sensibilidad de las medidas experimentales*

### A3.1 INTRODUCCIÓN

Como complemento al análisis de los resultados obtenidos con el dispositivo experimental, se realizará un análisis de sensibilidad de las medidas de laboratorio, con el fin de establecer las cotas de error que se podrían esperar basándonos en diferentes hipótesis.

Las medidas de laboratorio que se tomaron pueden dividirse en dos grandes grupos:

- Las referentes a los calados medidos en las calles de entrada: de este punto se analizarán dos hipótesis, una suponiendo errores constantes en todas las medidas y otra suponiendo errores sólo en la medida de calado en régimen subcrítico.
- Las referentes al caudal, mediante medidas de altura de agua sobre el vértice de vertederos en “V” de 90°.

Las primeras se tomaron sobre el agua en movimiento, algunas con flujos supercríticos y otras con flujos subcríticos. En estas últimas hubo medidas con un flujo bastante estable y otras con la influencia de resaltos formados a corta distancia que producían una notable alteración del flujo, por lo que un error de hasta 2 mm por exceso o por defecto se considerará una hipótesis realista.

Las segundas pueden dividirse a su vez en medidas de caudales de entrada y medidas de caudales de salida. Los canales de aproximación a los vertederos donde se midieron los caudales de entrada eran profundos, por lo que la velocidad de aproximación era muy pequeña y la ondulación de la lámina de agua despreciable, por lo que no se analizaron los errores producidos allí y que tendrían efecto, por consiguiente, en el cálculo de la velocidad y potencia del flujo de entrada al cruce, así como en el cálculo del caudal en la dirección "y" que se obtiene por diferencia entre la suma de los dos de entrada y el caudal de salida medido en la dirección "x". El caudal de salida en la dirección "x" fue medido en una arqueta que no poseía una longitud lo suficientemente grande para impedir que el flujo que proviene de la calle y que cae sobre la misma arqueta produjera ondulaciones en la superficie del agua, por lo que se admitirá que se pudo llegar a cometer en ocasiones errores de hasta 2 mm por exceso y por defecto. La magnitud de estas ondulaciones fue creciente con el caudal, por lo que se considerará que la máxima ondulación se producirá cuando el caudal es máximo.

Se analizarán a continuación los posibles errores producidos por ambos efectos por separado.

## A3.2 SENSIBILIDAD DEL CÁLCULO DE LA PROPORCIÓN DE POTENCIA PROVOCADA POR UN ERROR EN LA MEDIDA DEL CALADO

### A3.2.1 Hipótesis A: Variación conjunta de los calados en la sección de entrada al cruce, en las dos direcciones, igual a 2 mm por exceso y por defecto

Si afectamos al calado medido de una variación de 2 mm por exceso y por defecto y calculamos las proporciones de potencia del flujo de entrada con estos nuevos valores, podemos representarlas en función de la proporción de caudales de salida, como en la figura A3-1

En las figuras A3-2 y A3-3 se presentan gráficamente los errores porcentuales en los calados a la entrada del cruce y en el cálculo de la proporción de potencia provocados por la variación del calado medido en 2 mm por defecto y por exceso, respectivamente.

Analizando la figura A3-2 podemos ver que se definen 3 zonas de error que coinciden con las zonas de los patrones de flujo. Este hecho es totalmente lógico, ya que cada zona se caracteriza justamente por tener distintos tipos de flujo caracterizados por pequeños y grandes calados relativos. Vamos a analizar lo que sucede en la figura A3-2 y por analogía se puede deducir lo mismo de la figura A3-3.

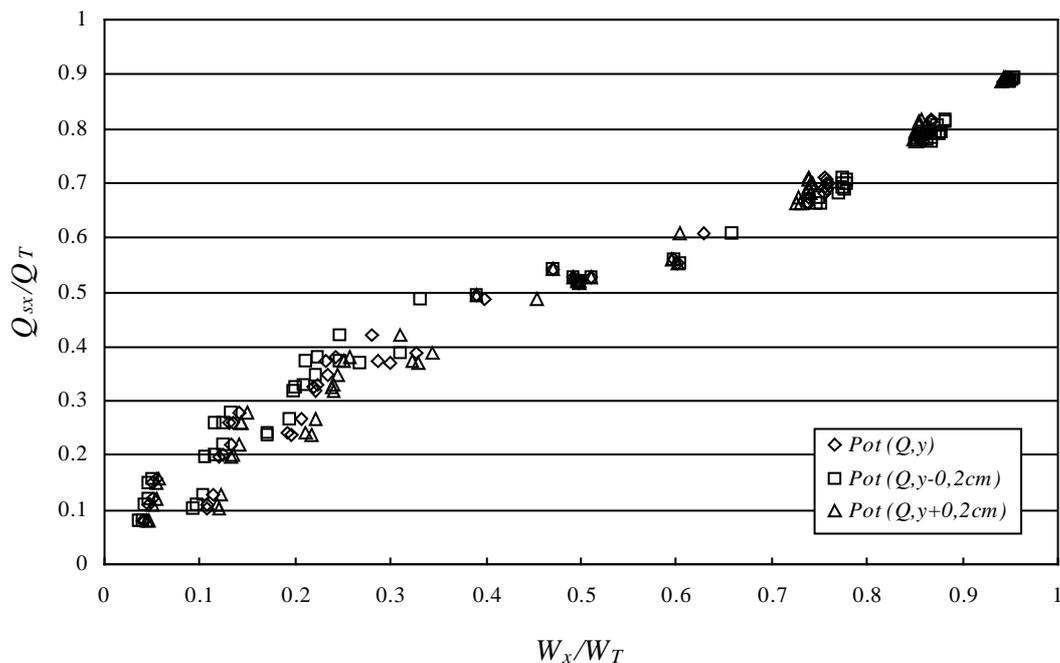


Figura A3-1: Influencia en el cálculo de la proporción de potencia del flujo de entrada en la dirección "x" por una variación del calado de 2 mm por defecto y por exceso, en ambas direcciones.

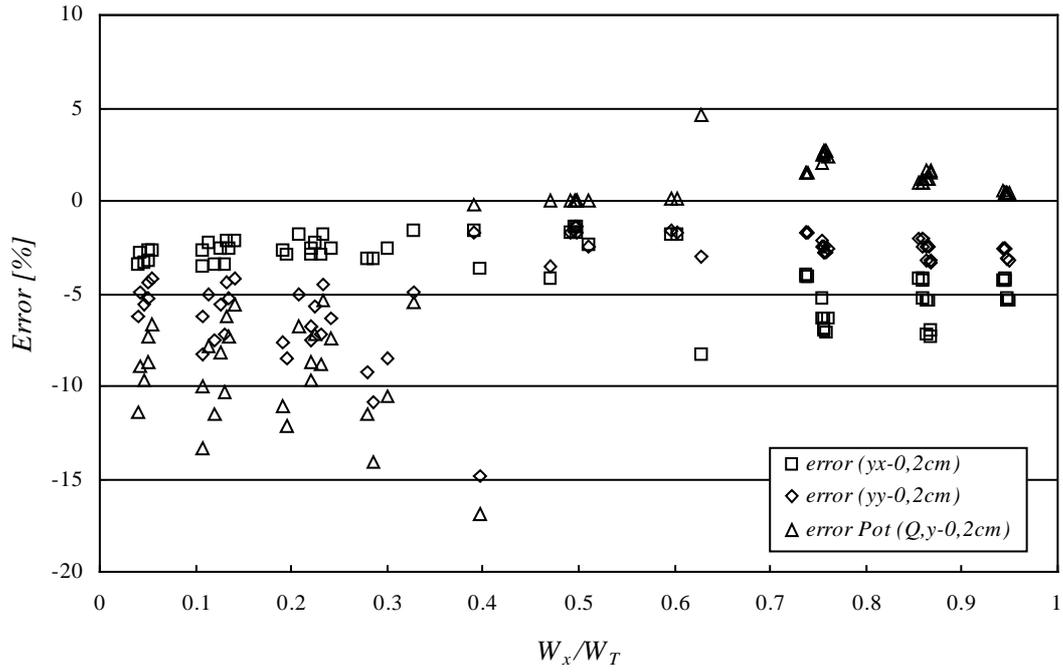


Figura A3-2: Error porcentual en los calados medidos en la entrada al cruce y en la proporción de potencia en la dirección "x", provocados por la variación de 2 mm por defecto en la medición de los calados, en ambas direcciones.

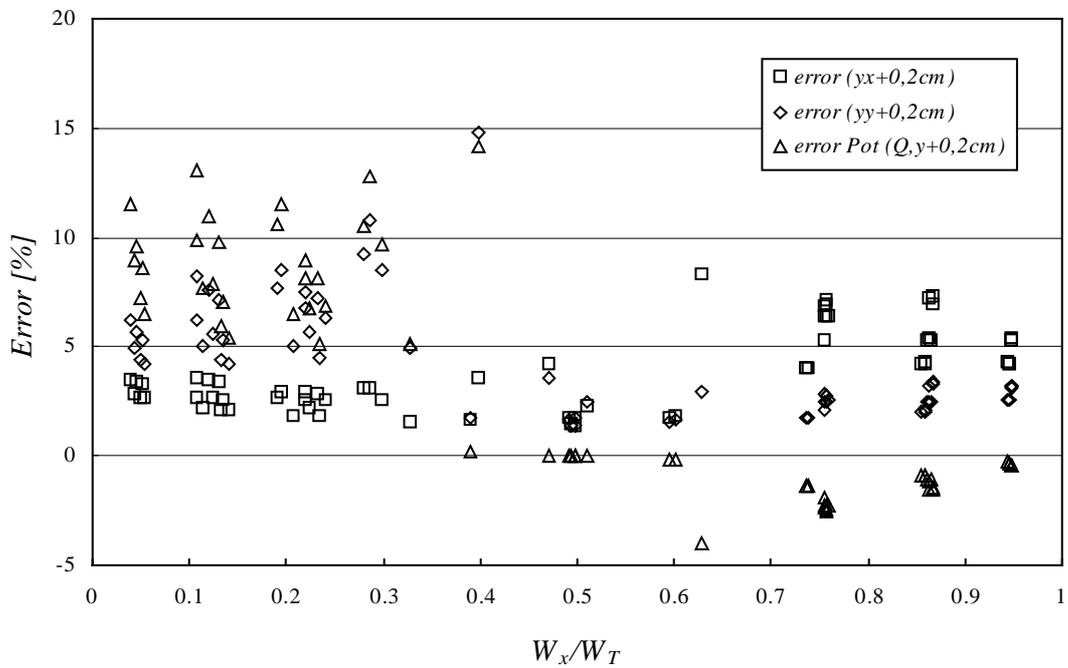


Figura A3-3: Error porcentual en los calados medidos en la entrada al cruce y en la proporción de potencia en la dirección "x", provocados por la variación de 2 mm por exceso en la medición de los calados, en ambas direcciones.

Desde la proporción de potencia de 0 a 0,39 puede apreciarse un error en el calado en la dirección "x" siempre menor a 4%, mientras que en los de la dirección "y", éstos varían desde 6 a 15%. Esto es lógico porque los primeros son calados del orden de la decena de centímetros, mientras que los segundos son del orden de los pocos centímetros. En el rango que va desde la proporción de potencia 0,39 a la 0,61 la cota de error en ambos calados es similar y pequeña de alrededor del 2% y en un solo caso sube al 4%. Esto también se entiende porque es una zona donde los calados en ambas direcciones son del orden de la decena de centímetros. En la zona restante vemos un incremento en el error en el calado de la dirección "x" pero con una cota máxima de 8%, mientras que en la dirección "y" son menores al 4%. Esto se explica asumiendo que en esta zona es cuando los calados en la dirección "x" son del orden de los centímetros, mientras que en la dirección "y" son ahora del orden de la decena de centímetros. El error máximo del calado en "y" mayor que el máximo del calado en "x" se explica porque en la dirección "y" las velocidades son mayores, con lo que los calados son menores y en consecuencia la cota de error mayor. Todos estos porcentajes son negativos, pues se restó 2 mm a cada una de las medidas tomadas.

En cuanto al error en el cálculo de la proporción de potencia, volvemos a distinguir tres zonas. En la primera zona, desde 0,04 hasta 0,39, el error máximo del calado en la dirección "y", que es de -15%, se traduce en un error también de -17% en la proporción de potencia. En la tercer zona, a partir de 0,61, el error baja a +4% como máximo, llegando a ser de menos de +0,5% para proporciones de potencia de 0,95. En la zona central los errores en la proporción de potencia son tan insignificantes como  $\pm 0,15\%$  como máximo.

Las situaciones críticas en las que cabe esperar un error de medida se producen cuando el resalto se encuentra inmediatamente o un par de decenas de centímetros aguas arriba del lugar de medida, en este caso la entrada al cruce. En esas situaciones, las ondulaciones que se producen aguas abajo del resalto pueden llegar a ser de hasta 1 cm, siendo difícil precisar calado medio. Estas situaciones se producen cuando la proporción de potencia es de aproximadamente 0,39, que coincide con la zona de mayor error. Sin embargo, sucede lo mismo para proporciones de potencia de alrededor de 0,61 y la cota de error absoluto se mantiene siempre por debajo de 0,75%. Esto se explicaría teniendo en cuenta que la sensibilidad del error en la medición del calado en la dirección "y" es mucho mayor que en la dirección "x" y este valor se magnifica al calcular el error de la proporción de la potencia.

Basándonos en este hecho, podemos utilizar los datos de la mitad derecha del gráfico, es decir, los pertenecientes a proporciones de cantidad de movimiento superiores a 0,5, que sabemos que tienen menor sensibilidad al error, para aproximar una curva que describa lo mejor posible esos datos, y luego, sabiendo que esa curva debe ser simétrica con respecto al punto  $[0,5;0,5]$ , es posible trazar la curva barriendo todo el rango de proporciones de cantidad de movimiento ensayadas.

Lo que sucede en la figura A3-3 es muy similar a lo descrito para la figura A3-2 con variaciones mínimas en las magnitudes de los errores, pero con un comportamiento totalmente análogo.

### A3.2.2 Hipótesis B: Variación de los calados del flujo subcrítico en la sección de entrada al cruce, igual a 2 mm por exceso y por defecto

En una gran parte de los ensayos se observaron importantes ondulaciones de la lámina de agua que no permitían la medición de un calado de forma fiable. Como esas ondulaciones eran aproximadamente estables, se midió un calado máximo y uno mínimo, coincidiendo con las crestas y los valles de esas ondulaciones, respectivamente, calculando luego un calado medio promediando ambas mediciones. Analizando las medidas de los calados tomadas de esta forma, se encontró la amplitud máxima de las ondulaciones, calculada como la diferencia entre el calado máximo y mínimo medido en cada caso, fue de 8 mm y que la amplitud media de las ondulaciones de todos los calados calculados de esta manera, fue de 3 mm. Las ondulaciones fueron detectadas en todos los casos cuando el flujo medido era subcrítico. Por este motivo se analizará la hipótesis de que se produzca una variación de 2 mm en todos los calados medidos en régimen subcrítico y ningún error en el calado medido con régimen supercrítico.

El criterio seguido fue el siguiente: error de  $\pm 2$  mm en el calado en la dirección "x", cuando la proporción de potencia en la dirección "x" sea de 0 a 0,39, error de  $\pm 2$  mm en el calado de ambas direcciones cuando la proporción de potencia en la dirección "x" sea de 0,39 a 0,61 y error de  $\pm 2$  mm en el calado en la dirección "y", cuando la proporción de potencia en la dirección "x" sea de 0,39 a 1.

En las figuras A3-4 y A3-5 se presenta el error de los calados en porcentaje y del cálculo de la proporción de potencia en la dirección "x", en función del valor de ésta última.

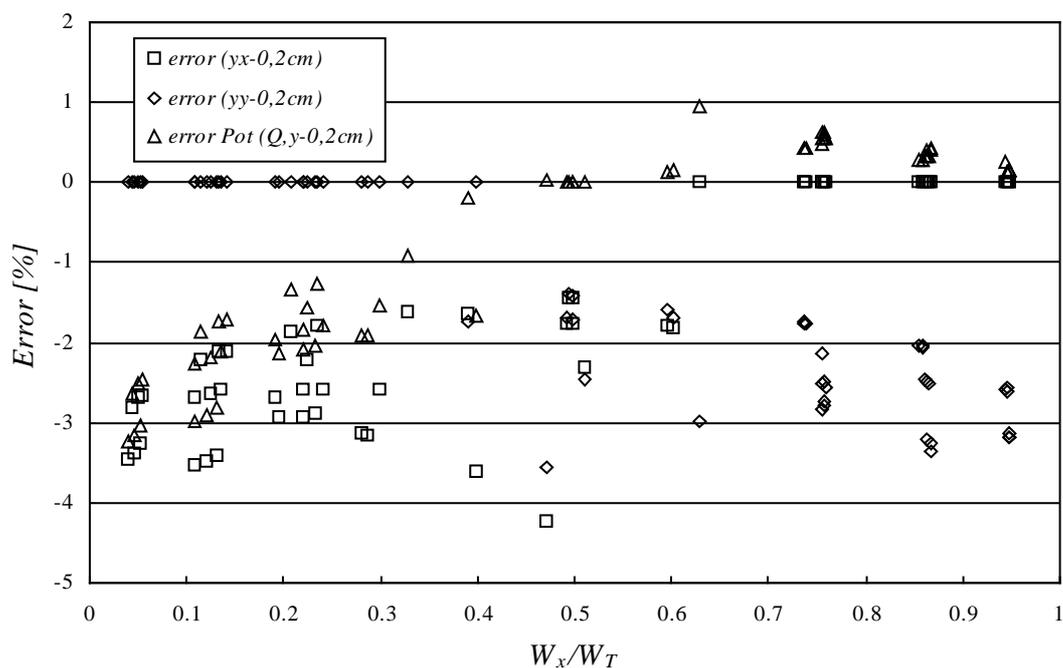


Figura A3-4: Error porcentual en los calados medidos en la entrada al cruce y en la proporción de potencia en la dirección "x", provocados por la variación de 2 mm por defecto en la medición de los calados en régimen subcrítico.

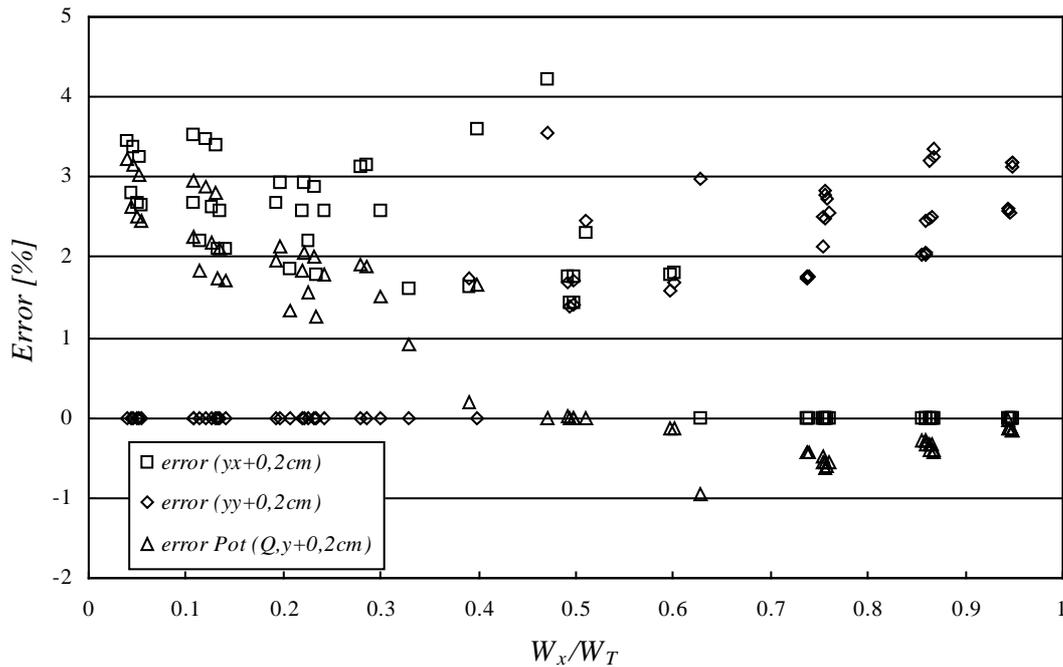


Figura A3-5: Error porcentual en los calados medidos en la entrada al cruce y en la proporción de potencia en la dirección "x", provocados por la variación de 2 mm por exceso en la medición de los calados en régimen subcrítico.

En este caso, los errores máximos del calado en la dirección "x" de la zona de 0 a 0,39, que son de -3,5% como máximo, se traducen en un error igual de la proporción de potencia. Este error va decreciendo con los valores crecientes de la proporción de potencia hasta un valor de -1,7%. En la zona central que va desde 0,39 hasta 0,61, el error promedio de ambos calados de -1,8% y máximo puntual de -4% producen un error de 0,2% en el cálculo de la proporción de potencia. Finalmente, en la última zona de 0,61 a 1, el error máximo de los calados en la dirección "y" de -3,5% se traduce en un error máximo de menos del 1% en la proporción de potencia, que es decreciente con los valores crecientes de dicha proporción.

Vemos en general, que aunque los errores porcentuales en los calados son aproximadamente de la misma magnitud, esto se refleja con mucha mayor influencia en la primera zona que en la última. El motivo de esto puede encontrarse si analizamos cómo está compuesto el valor de las proporciones de potencia. Ambas proporciones son un valor dividido la suma del mismo valor más otro, los cuales pueden llegar a ser muy diferentes entre sí, esto hace que el error crezca desmesuradamente cuando el valor más pequeño está como numerador. En el siguiente apartado desarrollaremos analíticamente estas afirmaciones.

### A3.2.3 Análisis del error en el cálculo de la proporción de potencia

#### Error en el cálculo de la potencia

La potencia del flujo puede calcularse conociendo el caudal, el calado y la geometría de la sección transversal. En un canal rectangular, considerando la solera como plano de referencia, la potencia sería igual a:

$$W = \rho g Q \left( y + \left( \frac{Q}{by} \right)^2 \frac{1}{2g} \right) = k_1 \left( y + \frac{k_2}{y^2} \right)$$

Donde  $\rho$  es la densidad del fluido,  $Q$  el caudal,  $y$  el calado,  $b$  el ancho igual a 1,5 m,  $k_1$  una constante igual a  $\rho g Q$  y  $k_2$  una constante igual a  $Q^2/2g \cdot b^2$ .

Si consideramos que la medida del calado está afectada de un error igual a  $\varepsilon$ , la potencia calculada con ese calado será:

$$W_\varepsilon = k_1 \left( y(1 + \varepsilon) + \frac{k_2}{y^2(1 + \varepsilon)^2} \right)$$

La diferencia porcentual entre la potencia real y la afectada por el error del calado puede calcularse como:

$$Dif_w [\%] = \frac{W - W_\varepsilon}{W} \cdot 100 = \left[ 1 - \frac{y^3(1 + \varepsilon)^3 + k_2}{(y^3 + k_2)(1 + \varepsilon)^2} \right] \cdot 100$$

Considerando que los calados obtenidos en la campaña experimental fueron entre 1 y 14 cm y los caudales entre 8 y 100 l/s, se calcularon las diferencias para esos rangos de valores, que se presentan en la tabla A3-1, correspondientes a un error del 3% en la medida del calado.

Tabla A3-1: Diferencia en el cálculo de la potencia debida a un error en la medida del calado del 3 %, en función del caudal.

Calados [m]	Diferencia en el cálculo de la potencia con un caudal de [m <sup>3</sup> /s]									
	0,1	0,09	0,08	0,07	0,06	0,05	0,04	0,03	0,02	0,01
0,01								5,33	4,87	3,06
0,02					4,96	4,66	4,16	3,28	1,64	-1,07
0,03	4,81	4,62	4,37	4,03	3,57	2,92	2,01	0,76	-0,80	-2,32
0,04	3,81	3,48	3,06	2,54	1,90	1,10	0,16	-0,89	-1,92	-2,70
0,05	2,63	2,20	1,69	1,11	0,45	-0,27	-1,04	-1,77	-2,41	-2,84
0,06	1,47	1,01	0,51	-0,03	-0,60	-1,18	-1,74	-2,25	-2,65	-2,91
0,07	0,48	0,05	-0,40	-0,86	-1,32	-1,76	-2,16	-2,51	-2,78	-2,94
0,08	-0,32	-0,69	-1,07	-1,44	-1,80	-2,13	-2,42	-2,67	-2,85	-2,96
0,09	-0,93	-1,24	-1,55	-1,85	-2,12	-2,37	-2,59	-2,76	-2,89	
0,10	-1,39	-1,64	-1,89	-2,13	-2,34	-2,53	-2,69	-2,83	-2,92	
0,11	-1,73	-1,94	-2,14	-2,33	-2,50	-2,64	-2,77	-2,87		
0,12	-1,99	-2,16	-2,32	-2,47	-2,61	-2,72	-2,82			
0,13	-2,18	-2,33	-2,46	-2,58	-2,69					
0,14	-2,33	-2,45	-2,56							

En la tabla A3-1 vemos que, teniendo en cuenta que los calados mayores son los susceptibles de mayor error, puesto que el régimen del flujo cuando ocurren estos calados es subcrítico, los errores en el cálculo de la potencia tienden a ser, como máximo, iguales a  $-\varepsilon$ . En los calados mínimos los errores en el cálculo de la potencia son mayores, pero en nuestro análisis no los tendremos en cuenta porque en ese caso el flujo sería supercrítico y no es aplicable tal nivel de error.

#### *Error en el cálculo de la proporción de potencia*

La proporción de potencia es el cociente entre la potencia del flujo de entrada al cruce en una dirección, en este caso la "x", y la suma de las potencias de los flujos de entrada al cruce en las dos direcciones. Se ha encontrado que las potencias utilizadas para calcular esta proporción pueden llegar a estar en una relación 1:75, o lo que es lo mismo:

$$W_x = 75 \cdot W_y \Rightarrow \frac{W_x}{W_y} = 75 = A$$

La proporción de potencia del flujo en la dirección "x" con respecto a la suma de potencias en las dos direcciones sería:

$$\frac{W_x}{W_x + W_y} = \frac{A \cdot W_y}{A \cdot W_y + W_y} = \frac{A}{A + 1}$$

Supongamos que la potencia  $W_x$  puede ser medido con un error  $\varepsilon_1$ , por lo que el valor medido de  $W_x$  será igual a  $(1+\varepsilon_1)W_x$ . De la misma forma, si  $W_y$  tiene un error  $\varepsilon_2$ , la potencia medida será igual a  $(1+\varepsilon_2)W_y$ .

La proporción de potencia calculada con los calados medidos con su correspondiente error será:

$$\frac{(1 + \varepsilon_1)W_x}{(1 + \varepsilon_1)W_x + (1 + \varepsilon_2)W_y} = \frac{(1 + \varepsilon_1)A}{(1 + \varepsilon_1)A + (1 + \varepsilon_2)}$$

La diferencia entre la proporción de potencia calculada con los calados medidos y la real, con respecto a la proporción de potencia real, en porcentaje, será:

$$Dif_{W_x/W_T} [\%] = \left[ 1 - \frac{(1 + \varepsilon_1)(A + 1)}{(1 + \varepsilon_1)A + 1 + \varepsilon_2} \right] \cdot 100$$

Teniendo en cuenta la situación más desfavorable, en la que los errores de ambas potencias sean los máximos y opuestos entre sí, podemos analizar el caso en que  $\varepsilon_1$  sea igual a -3% y  $\varepsilon_2$  sea igual a 3%. En la tabla A3-2 se presentan las diferencias porcentuales calculadas con estos errores en función del valor relativo entre las dos potencias,  $A$ .

Tabla A3-1: Diferencia porcentual en el cálculo de la proporción de potencia, cuando se comete un error de -3% en  $W_x$  y de 3% en  $W_y$ , en función del valor relativo entre  $W_x$  y  $W_y$ .

$A = W_x/W_y$	$Dif$ [%]
0,0078125	5,78
0,015625	5,74
0,03125	5,66
0,0625	5,50
0,125	5,21
0,25	4,72
0,5	3,96
1	3,00
2	2,02
4	1,22
8	0,68
16	0,36
32	0,19
64	0,10
128	0,05

Esto significa que cuando el valor de  $W_x$  es muy pequeño respecto al de  $W_y$ , o sea cuando  $A$  tiende a 0, la diferencia entre las proporciones calculadas con los valores medidos y reales tiende a ser igual a la diferencia entre los errores con los cuales se mide la proporción de potencia, es decir,  $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)$ . Pero cuando el valor de  $W_x$  es grande comparado con el de  $W_y$ , o sea que  $A$  tiende a infinito, esa diferencia tiende a 0. Puede comprobarse que el error en ese caso es aproximadamente igual a  $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/A$ , cuando  $A > 30$ . Cuando  $W_x$  es similar a  $W_y$ , el error en la proporción es algo menor a la mitad de la diferencia de errores, es decir,  $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2$ .

### A3.3 SENSIBILIDAD DEL CÁLCULO DE LOS CAUDALES DE SALIDA PROVOCADA POR UN ERROR EN LA MEDIDA DE LA ALTURA DE AGUA SOBRE EL VERTEDERO DE SALIDA EN LA DIRECCIÓN "X"

En las figuras A3-6 a A3-8 presentamos gráficamente la sensibilidad del cálculo de la proporción de caudal de salida en la dirección "x" provocada por un error de 2 mm por defecto y por exceso en la medida de la altura sobre el vertedero correspondiente junto con la proporción de potencia del flujo de entrada, la proporción de caudal de entrada en la dirección "x" y la misma en la dirección "y", respectivamente.

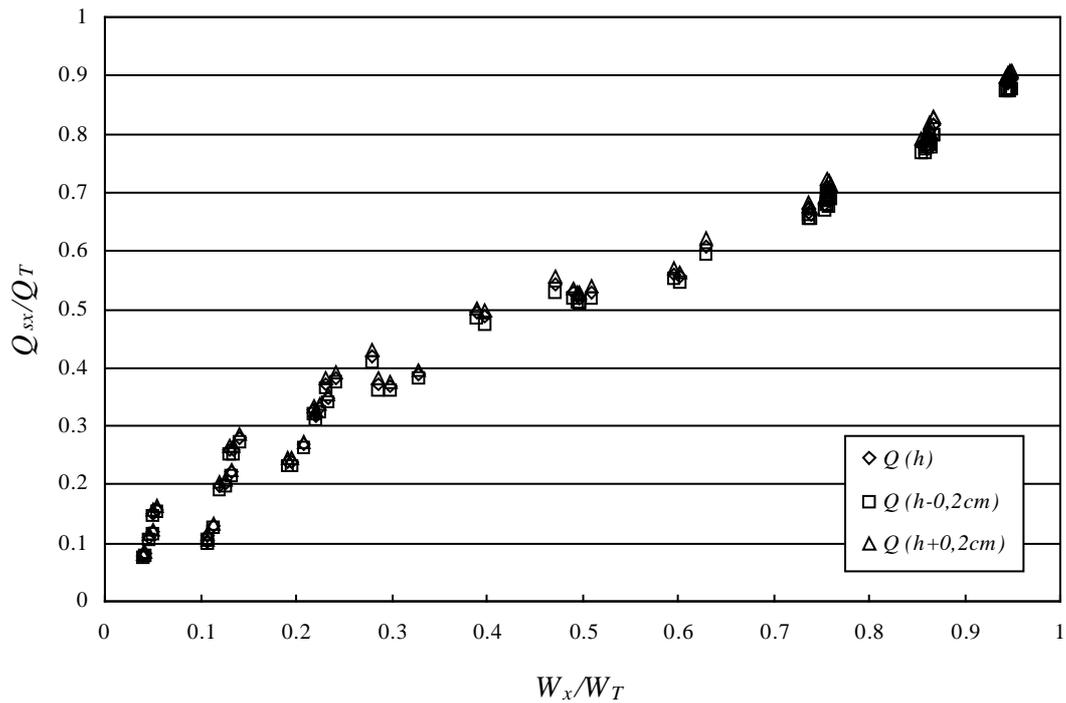


Figura A3-6: Sensibilidad de la proporción de caudales de salida provocada por un error en la medida de la altura sobre el vertedero de salida en la dirección "x" de 2mm por defecto y por exceso, en función de la proporción de potencia del flujo en la sección de entrada al cruce.

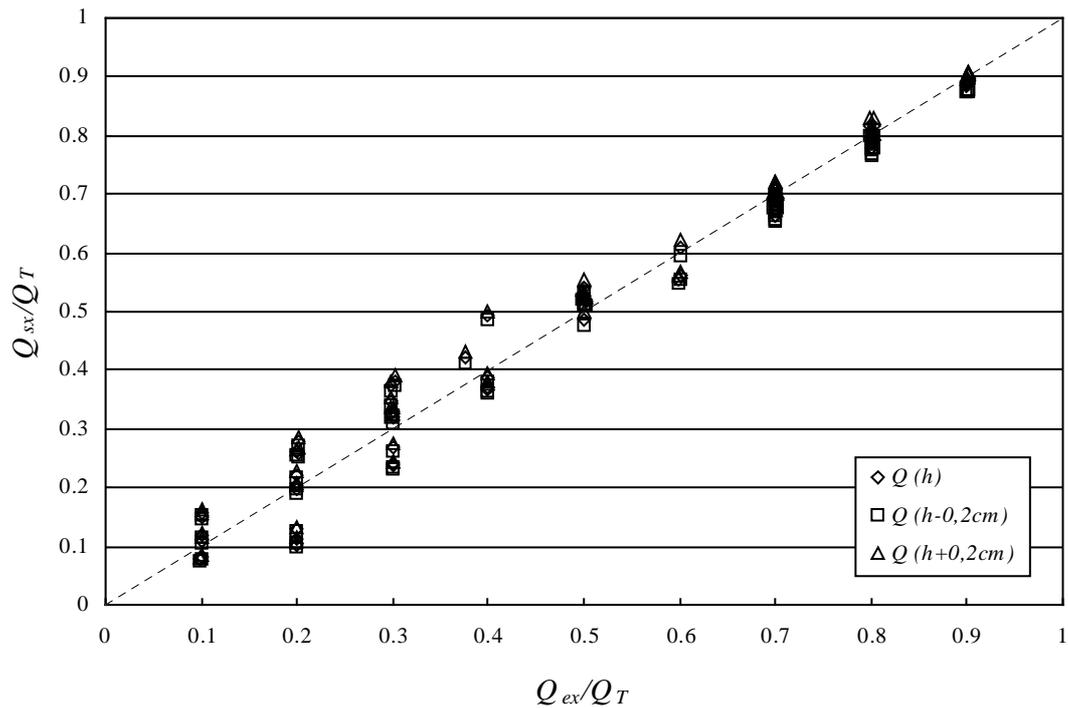


Figura A3-7: Sensibilidad de la proporción de caudales de salida en la dirección "x" provocada por un error en la medida de la altura sobre el vertedero de salida en la dirección "x" de 2mm por defecto y por exceso, en función de la proporción del caudal de entrada en la misma dirección.

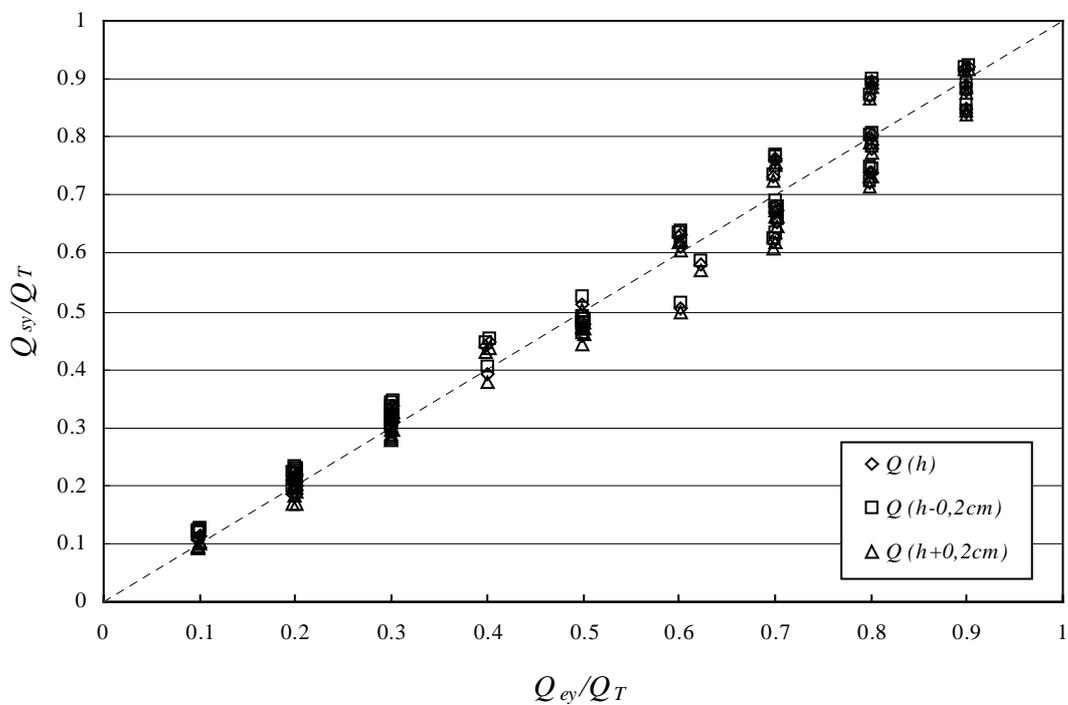


Figura A3-8: Sensibilidad en el cálculo de la proporción de caudales de salida en la dirección "y" provocada por un error en la medida de la altura sobre el vertedero de salida en la dirección "x" de 2mm por defecto y por exceso, en función de la proporción de caudales de entrada en la misma dirección.

En las figuras A3-9 y A3-10 se representan gráficamente los errores porcentuales en el cálculo de los caudales de salida en las dos direcciones.

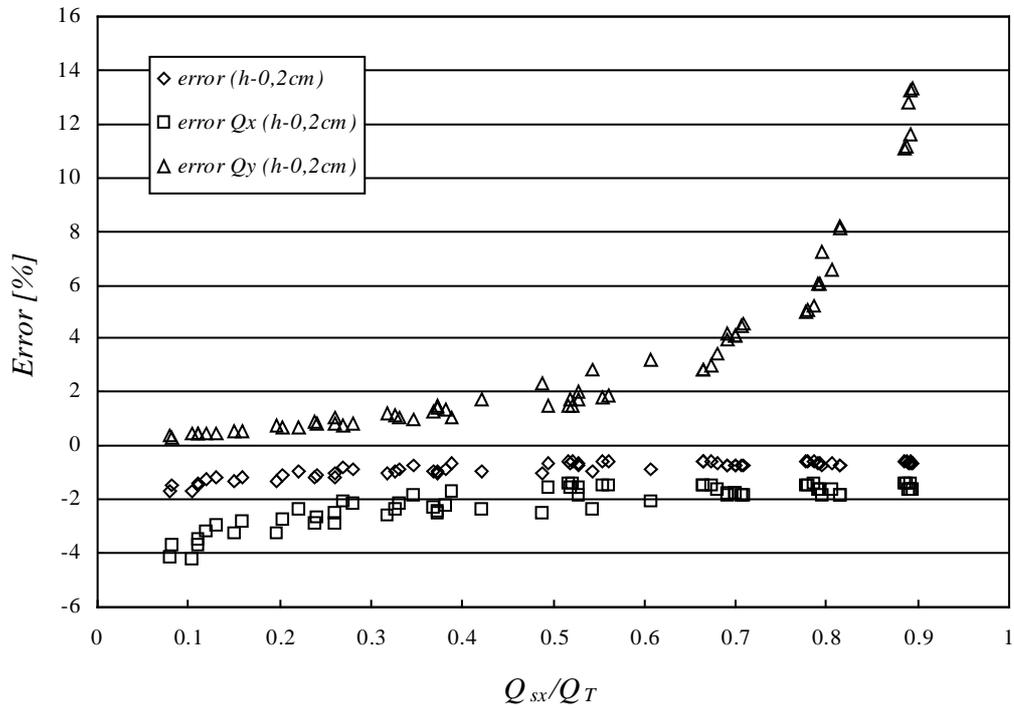


Figura A3-9: Error porcentual de la altura medida sobre el vertedero de salida en la dirección "x" y de los caudales de salida en ambas direcciones, provocado por un error de 2 mm por defecto de la altura medida sobre el mismo vertedero.

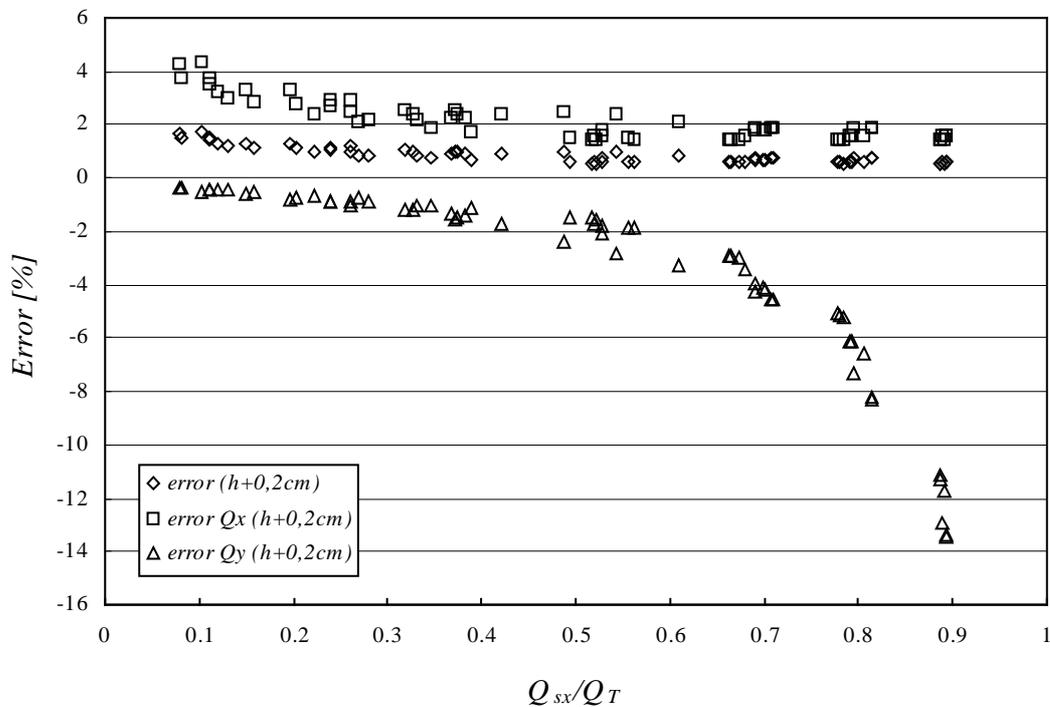


Figura A3-10: Error porcentual de la altura medida sobre el vertedero de salida en la dirección "x" y de los caudales de salida en ambas direcciones, provocado por un error de 2 mm por exceso de la altura medida sobre el mismo vertedero.

Analizando las figuras anteriores podemos apreciar cómo el error porcentual en el caudal sobre el vertedero donde se realiza la medición es de aproximadamente el doble que el error en la altura misma, siendo cada vez menor a medida que la proporción de caudal de salida es mayor. Lo contrario ocurre con el cálculo del caudal restante, que se obtiene por diferencia. En la medida de la altura sobre el vertedero el error es máximo, menor a -2% para la menor proporción de caudal de salida, 0,1. Para esa proporción, el error en el caudal de salida en la dirección "x" es de -4% y en el caudal de salida en la dirección "y" de +0,4%. A medida que aumenta la proporción de caudal de salida, el error en la altura disminuye hasta un mínimo de -1% y el del caudal de salida en la dirección "x" llega a ser de -2%. En cambio, el error en el caudal de salida en la dirección "y" sube hasta el +13%. Entre las proporciones de caudal de salida de 0,4 y 0,6 el error en la altura se mantiene menor a -1,5% y en el caudal de salida en la dirección "x", menor a -3%, en tanto que el del caudal de salida en la dirección "y" es menor a +3%. A partir de valores de la proporción de caudal de salida superiores a 0,6, el error se mantiene menor a -1% en la altura y menor a -2% en el caudal de salida en la dirección "y", pero el del caudal en la dirección "y" comienza a subir rápidamente hasta un máximo de +13% para la proporción de caudal de salida de 0,9. Este comportamiento es lógico si pensamos que para esta última proporción de caudal de salida el caudal medido en la dirección "x" es muy grande y el caudal calculado en la dirección "y" es pequeño y una variación pequeña en la altura de agua sobre el vertedero representa una cantidad que es relativamente muy pequeña comparada con el caudal de salida en la dirección "x" y relativamente muy grande para el caudal de salida en la dirección "y". Este hecho apoya el criterio mantenido a lo largo de todo el trabajo, de efectuar todas las representaciones en función de la proporción de caudal de salida en la dirección "x".

Analizando los registros experimentales, se encontró que la mayor ondulación fue de casi 6 mm de amplitud, cuando el promedio es de aproximadamente 3 mm. El rango de caudales para el cual se produjeron estas ondulaciones va desde 30 a 80 l/s. Cabe acotar que las mayores ondulaciones se produjeron para caudales de alrededor de 50 l/s y que el error máximo representa  $\pm 2,7\%$  de caudal medido. Las ondulaciones fueron producto principalmente de la perturbación que generaba el vertido de la lámina de agua sobre la arqueta misma donde se efectuaba la medición, perturbación que fue en gran parte corregida durante el trabajo de puesta a punto del dispositivo, pero que no se pudo eliminar por completo.

### A3.3.1 Análisis del error en el cálculo de la proporción de caudales de salida

#### *Error en el cálculo del caudal de salida*

El caudal pasante por el vertedero fue calculado a midiendo la altura de agua sobre el vértice de dicho vertedero, con la siguiente fórmula:

$$Q = c_d \cdot H^{5/2}$$

Siendo  $Q$  el caudal en  $[m^3/s]$ ,  $H$  la altura de agua sobre el vértice del vertedero en  $[m]$  y  $c_d$  un coeficiente de gasto. Si la altura sobre el vértice puede medirse con un error igual a  $\epsilon$ , el caudal calculado con este valor será:

$$Q_\epsilon = c_d \cdot (1 + \epsilon)^{5/2} \cdot H^{5/2}$$

La diferencia porcentual entre el caudal real y el medido será igual a:

$$Dif_Q [\%] = \frac{Q - Q_\epsilon}{Q} \cdot 100 = [1 - (1 + \epsilon)^{5/2}] \cdot 100$$

En la tabla A3-3 se presentan los valores de las diferencias en función de distintos valores de  $\epsilon$ .

Tabla A3-3: Diferencia porcentual en el cálculo del caudal en función del error en la medida de la altura sobre el vértice del vertedero.

$\varepsilon$ [%]	Dif <sub>Q</sub> [%]
0,125	-0,31
0,25	-0,63
0,5	-1,25
1	-2,52
2	-5,08
4	-10,30
8	-21,22

De los valores de la tabla A3-3 podemos apreciar que la diferencia entre los caudales reales y los calculados aumenta monótonamente con los valores crecientes de  $\varepsilon$ . Además puede deducirse que el error porcentual del caudal es aproximadamente dos veces y media mayor que el error porcentual en la medida de la altura de agua sobre el vértice del vertedero.

#### *Error en el cálculo de la proporción de caudales*

La proporción de caudales de salida se obtiene mediante el cociente entre el caudal de salida medido en la dirección "x" y el caudal total. El caudal total que se considera en el cálculo de la proporción de caudales es la suma de los caudales de entrada, cuyo error habíamos dicho que podía considerarse despreciable dadas las características de los canales de aproximación de los vertederos donde se miden. En consecuencia, como el error afecta sólo al numerador de este cociente, se deduce fácilmente que el error cometido en el cálculo de la proporción de caudales de salida será idéntico al error cometido en el cálculo del caudal de salida en la dirección correspondiente, que fue deducido en el párrafo anterior.

### **A3.4 RESUMEN Y CONCLUSIONES**

En el presente anejo se ha analizado la sensibilidad de los parámetros importantes de este estudio, como son la proporción de potencia de los flujos de entrada y la proporción de los caudales de salida, ante varias hipótesis de error en las medidas de laboratorio.

En el cálculo de la potencia del flujo de entrada intervienen constantes del fluido, el caudal circulante y el calado del flujo. El error cometido en el cálculo del caudal de entrada se consideró despreciable debido a las características del canal de aproximación a los vertederos donde se miden dichos caudales. Se deduce por tanto que el cálculo de la potencia del flujo está influenciado sólo por el error en la medida de los calados. Dentro del rango de caudales ensayados y considerando que los mayores errores de medida de los calados se producen cuando el flujo es subcrítico debido a las ondulaciones de la lámina de agua, se dedujo que el error porcentual máximo en el cálculo de la potencia del flujo tiene como cota máxima el error porcentual de medida de los calados.

En el cálculo de la proporción de potencia del flujo de entrada se pudo deducir que el error depende en gran medida, aparte del error con que se midan los calados de ambos flujos, de la magnitud relativa entre ambas potencias. Se llegó a la conclusión de que cuando la potencia que está como numerador es muy pequeña comparada con la de la otra dirección, el error porcentual en la proporción calculada es igual a la diferencia de errores porcentuales con que se midieron ambos calados ( $\varepsilon_2 - \varepsilon_1$ ). En cambio, cuando sucede lo contrario, es decir cuando la potencia del numerador es relativamente grande

comparada con la de la otra dirección, el error porcentual en la proporción calculada es tantos órdenes de magnitud menor como órdenes de magnitud es mayor una potencia respecto de la otra, es decir igual a  $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/A$ , siendo  $A$  el cociente de la potencia mayor respecto de la menor. Cuando ambas potencias son del mismo orden de magnitud, es decir cuando la proporción de potencia es alrededor de 0,5, el error porcentual en el cálculo de la proporción de potencia es aproximadamente igual a  $(\varepsilon_2 - \varepsilon_1)/2$ .

Basándose en este análisis, se deduce que cabe esperar errores menores en las proporciones de potencia del flujo de entrada mayores a 0,5 que en las menores de ese valor. Considerando que los valores representados deberían describir leyes de variación simétricas al punto de coordenadas [0,5;0,5], sería muy ventajoso utilizar los valores correspondientes a las proporciones de potencia del flujo de entrada mayores a 0,5 para definir una ley de variación, que luego puede ser reproducida en forma simétrica en la otra mitad de la gráfica.

El análisis anterior podría explicar también porqué los datos obtenidos experimentalmente tienen menores dispersiones a medida que las proporciones de potencia del flujo de entrada son mayores.

En el cálculo del caudal de salida se encontró que el error es aproximadamente igual a dos veces y media el error cometido en la medida de la altura sobre el vértice del vertedero y constante para todo el rango de caudales analizado. El error en el cálculo de la proporción de caudales de salida es idéntico, puesto que el caudal total utilizado en el cálculo es la suma de caudales de entrada, en cuyas medidas se consideró un error despreciable.

Debido a que un pequeño caudal de salida corresponde a una altura sobre el vértice del vertedero pequeña, que tendría un mayor error relativo, se deduce que los caudales de salida pequeños estarían afectados de un error mayor. A medida que los caudales de salida aumenten, las alturas serán menores y, al menos teóricamente, cabría esperar un menor error relativo y en consecuencia un menor error en el cálculo de esos caudales y las proporciones de caudales correspondientes.

Esto también apoyaría la ventaja de utilizar los valores de proporciones de caudales de salida mayores a 0,5, que corresponden a proporciones de potencia del flujo de entrada mayores a 0,5, para la deducción de una ley de variación lo más fiablemente posible. Esto podría ser un motivo adicional por el cual los datos experimentales presentan mayor dispersión en la zona de las proporciones de caudales de salida menores.



# ANEJO 4

## *Análisis de la influencia de las fuerzas secundarias en los resultados experimentales*

### A4.1 INTRODUCCIÓN

El comportamiento del flujo en canales abiertos está gobernado básicamente por los efectos de la gravedad y de la presión en relación con las fuerzas inerciales del flujo. La viscosidad y la tensión superficial del agua pueden afectar el comportamiento del flujo bajo ciertas circunstancias, pero no juegan un papel significativo en la mayor parte de los problemas de canales que se presentan en la práctica.

En el apartado 2.10 habíamos comentado, basándose en los estudios llevados a cabo por numerosos investigadores en el tema de división y combinación del flujo en canales, que en el problema de la división del flujo en un cruce de calles, las fuerzas de gravedad tienen una preponderancia indiscutible. También se dijo en el apartado 5.3.1, que la viscosidad y la tensión superficial del fluido podrían influir en la validez y aplicabilidad de los resultados experimentales, debido al hecho de que en la experiencia de laboratorio estábamos tratando con flujos de pequeños calados y bajas velocidades.

Con el fin de establecer la influencia de estas fuerzas, que consideramos secundarias frente a las de gravedad, sobre los resultados experimentales, se hará un estudio basado en el análisis de las relaciones que existen para evaluar estas fuerzas, que son el número de Reynolds,  $R$ , para la viscosidad y el número de Weber,  $We$ , para la tensión superficial.

### A4.2 ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA RELATIVA DE LA VISCOSIDAD

El número de Reynolds, que establece la relación entre las fuerzas de inercia y viscosas, se define como:

$$R = \frac{V \cdot R_h}{\nu} \quad (\text{A4-1})$$

Donde:

$R$ : número de Reynolds [-]

$V$ : velocidad media del fluido [m/s]

$R_h$ : radio hidráulico [m]

$\nu$ : viscosidad cinemática del fluido igual a  $1,007 \cdot 10^{-6}$  m<sup>2</sup>/s a 20°C.

Debido a la preponderancia de las fuerzas de gravedad, las relaciones de semejanza entre el dispositivo experimental y un cruce de cualquier dimensión pueden basarse en la igualdad de números de Froude, con lo cual será imposible que el número de Reynolds del flujo en el dispositivo sea igual al del flujo en un cruce de cualquier otra dimensión. Sin embargo, siendo la viscosidad una fuerza secundaria frente a la de gravedad, podemos seguir considerando el Froude como número de referencia para las

relaciones de semejanza y cuidar que el número de Reynolds se mantenga siempre en un valor lo suficientemente alto como para que se asegure el régimen turbulento completamente desarrollado. El valor del número de Reynolds que asegure esto no está muy claro en la bibliografía.

Como en los casos estudiados experimentalmente la relación de aspecto,  $b/y$ , es siempre mayor a 10, el radio hidráulico,  $R_h$ , es aproximadamente igual al calado,  $y$ , con lo que podemos calcular el número de Reynolds mediante la ecuación:

$$R = \frac{V \cdot y}{\nu} \quad (\text{A4-2})$$

Vemos que en este caso el número de Reynolds es una variable del caudal unitario,  $q = V \cdot y$  y de la viscosidad cinemática. Esto significa que en un canal prismático con una relación de aspecto mayor a 10, el número de Reynolds es el mismo en cualquier sección del mismo.

Es posible hacer un análisis de números de Reynolds en función del error cometido en el caudal de salida en una dirección evaluado como la diferencia entre el medido y el obtenido con la curva de la figura 7-14 que define el caudal de salida en función de la proporción de potencia. Si hubiera una influencia de la viscosidad en los resultados, deberíamos encontrar que a mayor número de Reynolds, menor es el error que se comete en el cálculo del caudal con la curva deducida y viceversa. Para hacer este análisis consideraremos exclusivamente los valores cuya dispersión es menor, es decir, aquellos en los cuales la proporción de potencia en la dirección "x" es mayor a 0,5.

Debido a que los calados fueron medidos en dos direcciones, "x" e "y", tendremos en general valores diferentes de números de Reynolds en cada dirección. En el gráfico de la figura A4-1 y A4-2 se presentan el número de Reynolds en las direcciones "x" e "y", respectivamente, en función del error porcentual en la medida del caudal. Para tener en cuenta una valoración global de los números de Reynolds de ambas direcciones se presenta en la figura A4-3 el producto de los números de Reynolds del flujo en cada dirección en función del error porcentual. En cada uno de los gráficos se distingue también el tipo de patrón de flujo que corresponde a cada uno de los puntos representados.

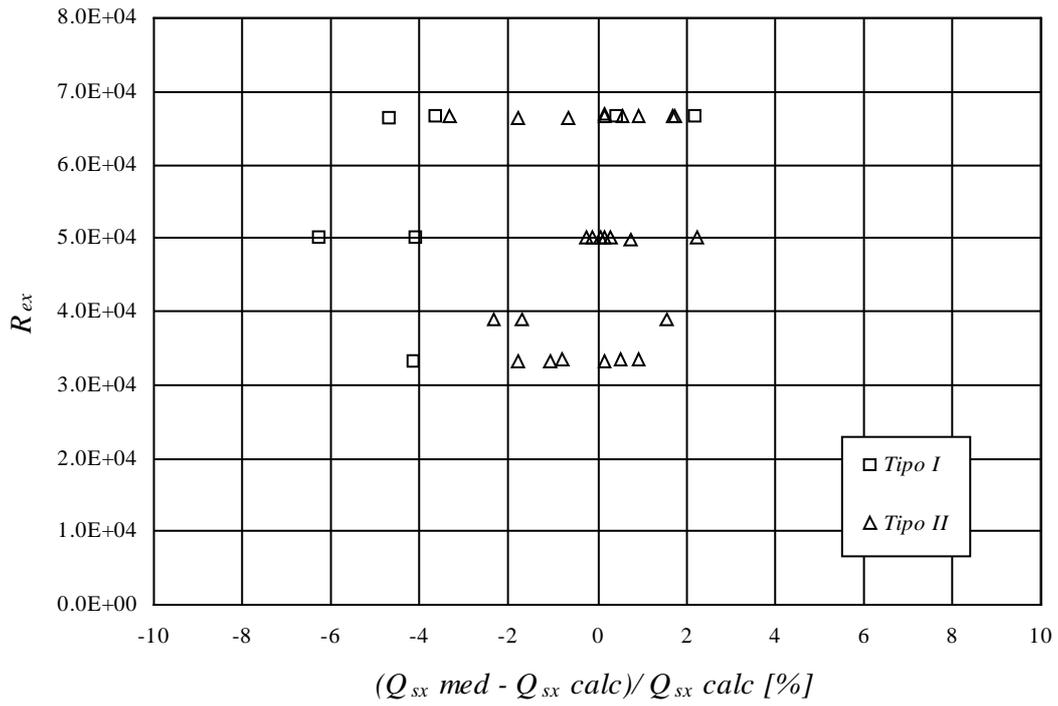


Figura A4-1: Números de Reynolds del flujo en la dirección “x”, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

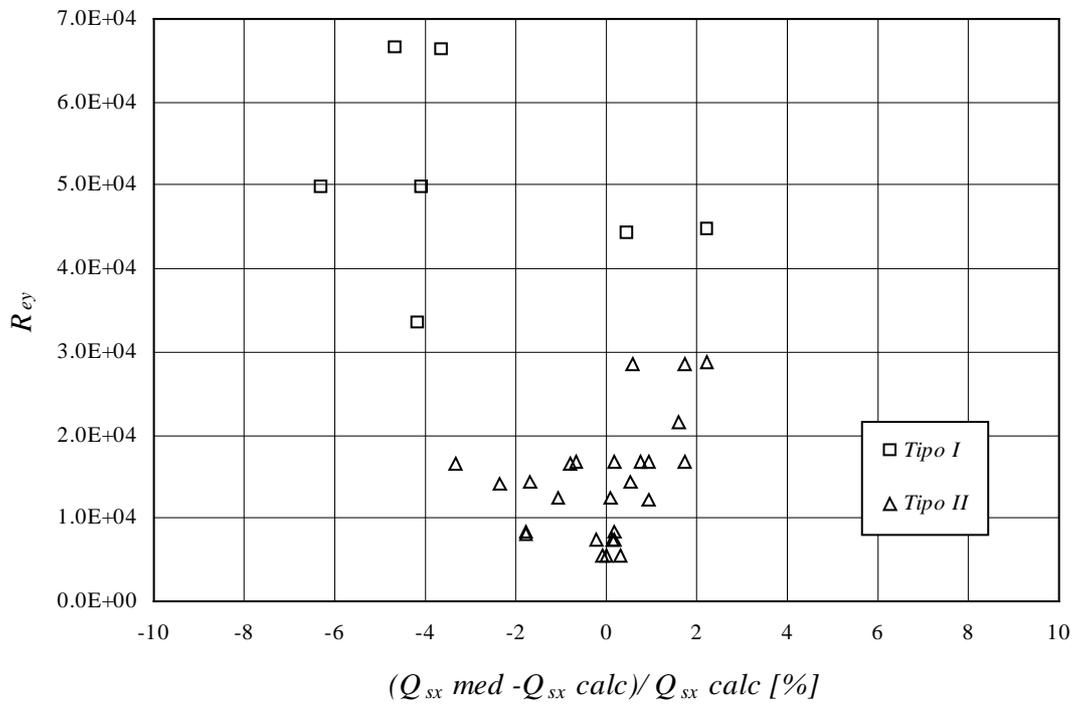


Figura A4-2: Números de Reynolds del flujo en la dirección “y”, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

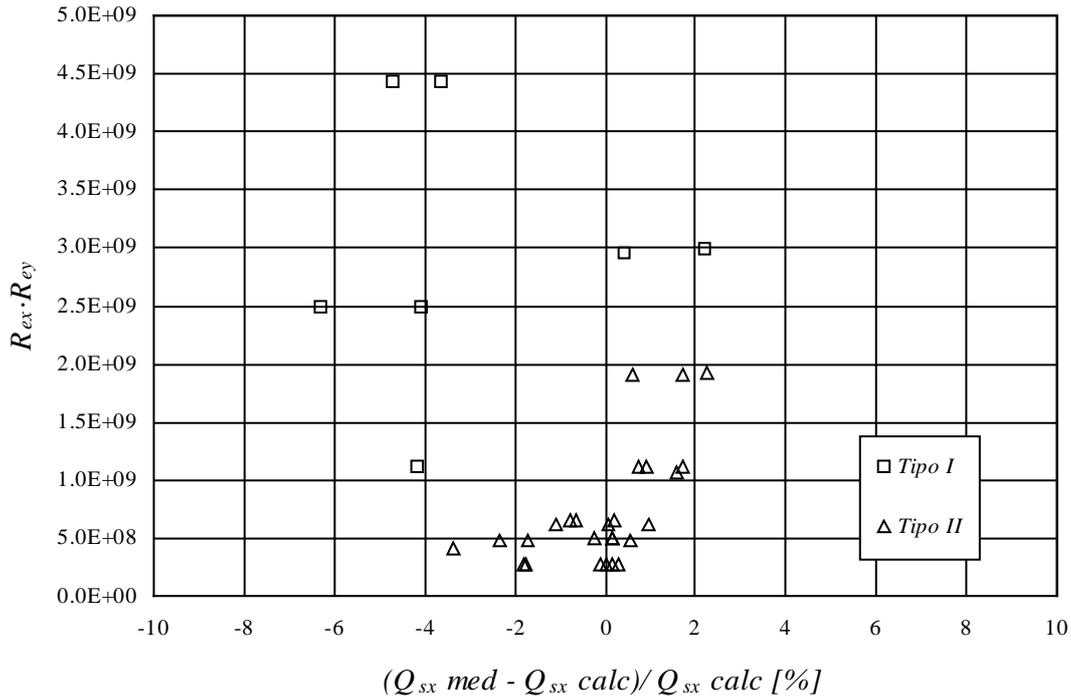


Figura A4-3: Producto de los números de Reynolds del flujo en ambas direcciones, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

#### A4.2.1 Análisis de resultados

Si analizamos la figura A4-1, que representa los números de Reynolds en la dirección “x”, vemos que los puntos pertenecientes al patrón de flujo Tipo II se caracterizan por poseer los menores errores, situados por debajo de  $\pm 3,5\%$ . Los puntos pertenecientes al patrón de flujo Tipo I poseen un error bastante mayor, pero que se mantiene por debajo del  $7\%$ . Todos los casos analizados tienen números de Reynolds mayores a  $33000$ . En general, no se observa que el error tienda a disminuir con el aumento del número de Reynolds.

En la figura A4-2, que representa los números de Reynolds en la dirección “y”, puede observarse que el error porcentual es muy pequeño para los valores de  $R$  pequeños y va aumentando con los valores crecientes de  $R$ . Sin embargo, con respecto a los distintos tipos de patrones de flujo, el error sigue siendo el mismo que el detallado en el párrafo anterior, puesto que es el mismo valor de caudal de salida el que se utilizó para evaluar el error. En este caso, entonces, para los puntos pertenecientes al patrón de flujo Tipo II, el número de Reynolds se sitúa entre los  $5500$  y  $28800$ , mientras que para el Tipo I está entre  $33000$  y  $66700$ .

Para analizar conjuntamente los números de Reynolds de ambas direcciones se analizará el producto de los mismos, que se presentan en la figura A4-3. Los errores son siempre los mismos, por lo que se analizará directamente los valores de los productos entre los números de Reynolds del flujo en ambas direcciones. Para el patrón de flujo Tipo II, estos valores abarcan el rango comprendido entre  $2,7 \cdot 10^8$  y  $1,9 \cdot 10^9$ , mientras que para el patrón de flujo Tipo I abarca desde  $1,1 \cdot 10^9$  hasta  $4,4 \cdot 10^9$ . Estos resultados nos demuestran claramente que el error en la medida de los caudales de salida no depende en absoluto del número de Reynolds del flujo en las calles de entrada.

### A4.3 ANÁLISIS DE LA INFLUENCIA RELATIVA DE LA TENSIÓN SUPERFICIAL

La relación que existe para evaluar la influencia relativa de la tensión superficial es el número de Weber,  $We$ , definido como la relación entre las fuerzas de inercia y la de tensión superficial:

$$We = \frac{\rho V^2 L}{\sigma} \quad (A4-4)$$

Donde:

$\rho$ : densidad del fluido [ $\text{kg/m}^3$ ]

$V$ : la velocidad media del fluido [ $\text{m/s}$ ]

$\sigma$ : la tensión superficial del fluido [ $\text{N/m}$ ]

$L$ : una dimensión característica, en este caso el calado,  $y$  [ $\text{m}$ ]

No se ha encontrado un valor de referencia a partir del cual establecer la influencia de la tensión superficial en los resultados experimentales, sin embargo, puede deducirse que a medida que este número es mayor, las fuerzas de inercia tienen una mayor importancia relativa y la influencia de la tensión superficial del fluido es menos significativa.

Con el propósito de establecer de alguna manera esta influencia se analizará el número de Weber del flujo ya que se tienen los datos de calados y velocidades de cada una de las experiencias. Para realizar este análisis se usará la misma metodología que para el análisis de la viscosidad, se presentará el número de Weber del fluido en función de la diferencia porcentual entre el caudal de salida medido y el calculado según la curva de la figura 7-14.

Debido a que los valores del número de Weber del flujo son, en general, distintos en cada sección considerada, puesto que tenemos distintos valores de velocidades y calados a lo largo de las calles, se tomará como referencia las condiciones del flujo en las secciones finales de las calles de aproximación al cruce y se evaluará este parámetro en cada dirección. En este caso también se utilizarán para el análisis los valores pertenecientes a las proporciones de potencia en la dirección "x" mayores a 0,5, por ser los que poseen menor dispersión y, en consecuencia, los más fiables. En el gráfico de la figura A4-4 y A4-5 se presentan los números de Weber del flujo en las direcciones "x" e "y", respectivamente, en función del error porcentual en la medida del caudal. Para tener en cuenta una valoración global de los números de Weber del flujo en ambas direcciones se presenta en la figura A4-6 el producto de los mismos en función del error porcentual. En cada uno de los gráficos se distingue también el tipo de patrón de flujo que corresponde a cada uno de los puntos representados.

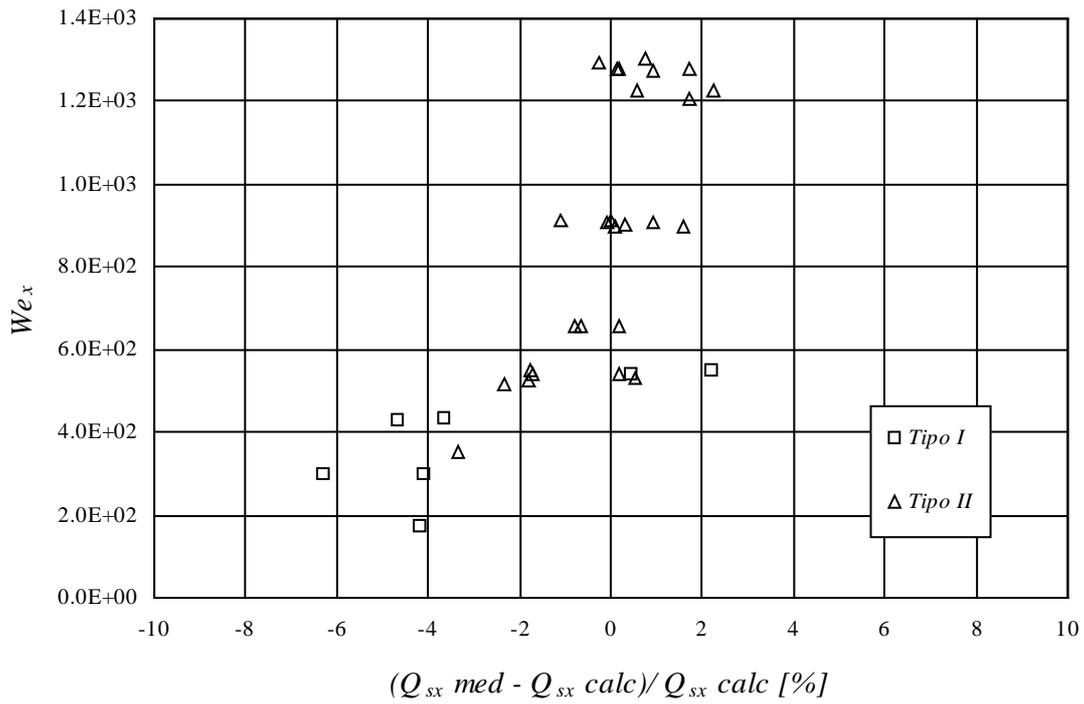


Figura A4-4: Números de Weber del flujo en la dirección “x”, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

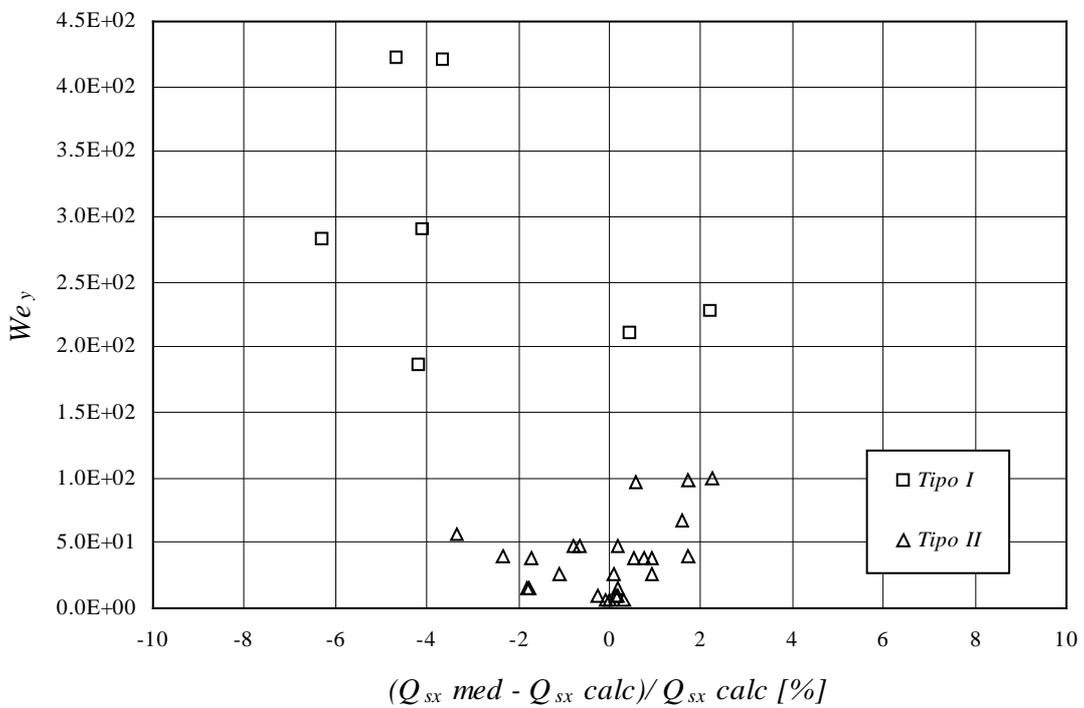


Figura A4-5: Números de Weber del flujo en la dirección “y”, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

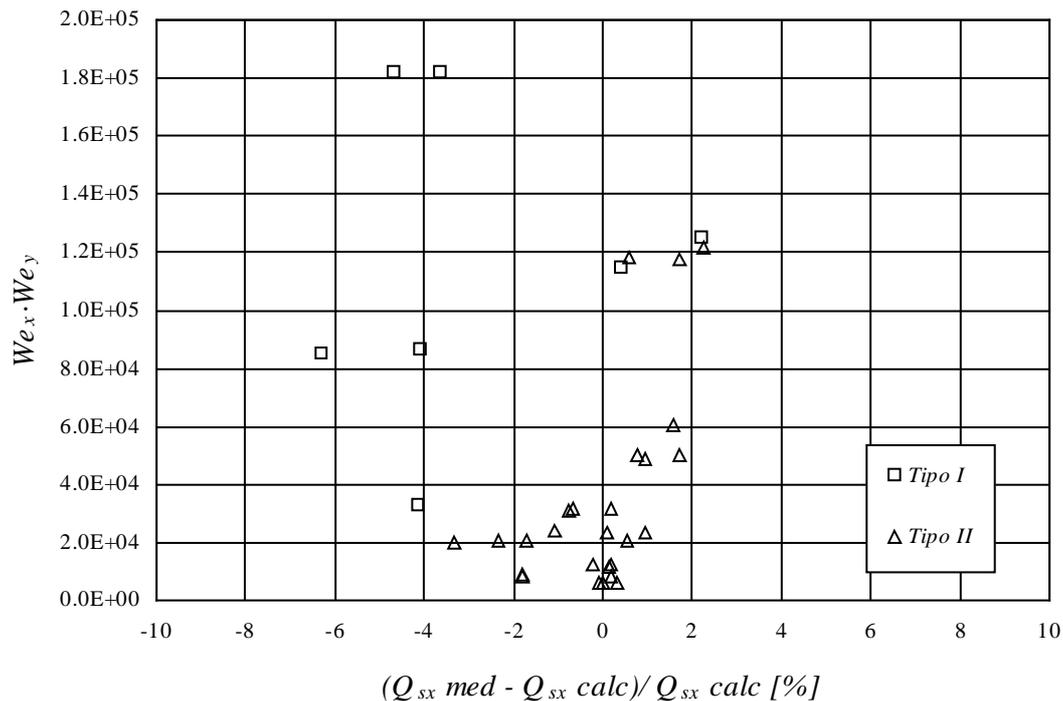


Figura A4-6: Producto de números de Weber del flujo en ambas direcciones, en función del error porcentual del caudal de salida medido con respecto al calculado por medio de la curva 7-14.

#### A4.3.1 Análisis de resultados

Los resultados obtenidos con los números de Weber del flujo muestran, en general, una tendencia muy similar a la observada en el análisis de los números de Reynolds. Los errores son los mismos que en el caso de los números de Reynolds, ya que es el parámetro que se usó como referencia. En la figura A4-4, donde se analizan los números de Weber del flujo en la dirección “x”, podemos observar que para el patrón de flujo Tipo II los números de Weber fluctúan entre 350 y 1300, mientras que los puntos pertenecientes al patrón de flujo Tipo I se encuentran en un rango comprendido entre 170 y 550. Vemos que la tendencia es de una disminución del error con los valores crecientes del número de Weber.

Cuando se analizan los valores del número de Weber del flujo en la dirección “y”, en la figura A4-5, puede verse que los menores valores del  $We$  corresponden a los puntos que representan los casos de patrón de flujo Tipo II y estos valores se mueven entre 6 y 100. En cambio, para el patrón de flujo Tipo I, los valores de  $We$  van desde 180 a 420.

Si analizamos la influencia conjunta de los números de Weber del flujo de ambas direcciones a través del producto de los mismos, vemos que los valores del patrón Tipo II abarcan un rango que va desde 6000 a 120000, mientras que los del patrón Tipo I desde 32000 a 180000. A la vista de este análisis, podemos concluir que los errores evaluados no son en absoluto dependientes del número de Weber.

#### **A4.5 RESUMEN Y CONCLUSIONES**

En este anejo se analizó la influencia relativa de fuerzas secundarias, como son las viscosas y las de tensión superficial, en los resultados obtenidos con el dispositivo experimental utilizado en el presente trabajo. La importancia de valorar esta influencia está en establecer la validez de la hipótesis de que, en este problema, las fuerzas de gravedad son dominantes frente a las de viscosidad y las de tensión superficial. Esta hipótesis fue planteada en el estudio de las variables involucradas en el problema de la división del flujo en un cruce de calles y también es necesaria para la obtención de relaciones de semejanza para extrapolar los resultados a cruces de cualquier dimensión.

Analizando la importancia relativa de estas fuerzas a través de la valoración del número de Reynolds en el caso de la viscosidad y del número de Weber en el caso de la tensión superficial, pudo establecerse que no existe influencia apreciable ni de la viscosidad ni de la tensión superficial en los resultados experimentales, ya que el error cometido utilizando la curva de la figura 7-14 no depende en absoluto de ninguno de los dos parámetros utilizados para valorarlas.

# ANEJO 5

## Tablas

Tabla A5-1: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D.  
Combinación de pendientes  $S_x = 0,001$  y  $S_y = 0,001$ .

$S_x = 0,001; S_y = 0,001$					
$Q_{ex}$ (l/s)	$Q_{ey}$ (l/s)	$Q_{sx}$ (l/s)	$Q_{sy}$ (l/s)	$\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}$	$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}}$
25	25	25,00	25,00	1,000	1,000
25	100	51,00	74,00	0,250	0,689
50	100	67,16	82,84	0,500	0,811
75	100	82,35	92,65	0,750	0,889
100	100	100,00	100,00	1,000	1,000
100	75	92,65	82,35	1,333	1,125
100	50	82,84	67,16	2,000	1,233
100	25	74,00	51,00	4,000	1,451
75	50	65,97	59,03	1,500	1,118
50	50	50,00	50,00	1,000	1,000
50	75	59,03	65,97	0,667	0,895
50	200	105,80	144,20	0,250	0,734
75	200	122,50	152,50	0,375	0,803
100	200	138,10	161,90	0,500	0,853
150	200	168,90	181,10	0,750	0,933
200	200	200,00	200,00	1,000	1,000
200	150	181,10	168,90	1,333	1,072
200	100	161,90	138,10	2,000	1,172
200	75	152,50	122,50	2,667	1,245
200	50	144,20	105,80	4,000	1,363

Tabla A5-2: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D.  
Combinación de pendientes  $S_x = 0,001$  y  $S_y = 0,002$ .

$S_x = 0,001; S_y = 0,002$					
$Q_{ex}$ (l/s)	$Q_{ey}$ (l/s)	$Q_{sx}$ (l/s)	$Q_{sy}$ (l/s)	$\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}$	$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}}$
25	100	47,74	77,26	0,250	0,618
50	100	63,04	86,96	0,500	0,725
75	100	77,92	97,08	0,750	0,803
100	100	93,28	106,70	1,000	0,874
150	100	123,70	126,30	1,500	0,979
200	100	154,50	145,50	2,000	1,062
400	100	293,20	206,80	4,000	1,418
100	25	66,18	58,82	4,000	1,125
100	50	73,98	76,02	2,000	0,973
100	75	82,94	92,06	1,333	0,901
100	100	93,28	106,70	1,000	0,874
100	150	111,90	138,10	0,667	0,810
100	200	125,00	175,00	0,500	0,714
100	400	174,70	325,30	0,250	0,537
12,5	50	24,72	37,78	0,250	0,654
25	50	31,77	43,23	0,500	0,735
37,5	50	38,65	48,85	0,750	0,791
50	50	45,47	54,53	1,000	0,834
75	50	59,44	65,56	1,500	0,907
100	50	73,98	76,02	2,000	0,973
200	50	138,60	111,40	4,000	1,244
50	12,5	31,67	30,83	4,000	1,027
50	25	36,06	38,94	2,000	0,926
50	37,5	40,83	46,67	1,333	0,875
50	50	45,47	54,53	1,000	0,834
50	75	54,61	70,39	0,667	0,776
50	100	63,04	86,96	0,500	0,725
50	200	91,83	158,20	0,250	0,580
6,25	25	12,70	18,30	0,250	0,694
12,5	25	15,92	21,58	0,500	0,738
18,75	25	19,18	24,57	0,750	0,781
25	25	22,45	27,55	1,000	0,815
37,5	25	29,18	33,32	1,500	0,876
50	25	36,06	38,94	2,000	0,926
100	25	66,18	58,82	4,000	1,125
25	6,25	15,12	16,13	4,000	0,937
25	12,5	17,53	19,97	2,000	0,878
25	18,75	19,99	23,79	1,333	0,840
25	25	22,45	27,55	1,000	0,815
25	37,5	27,26	35,24	0,667	0,774
25	50	31,77	43,23	0,500	0,735
25	100	47,74	77,26	0,250	0,618

Tabla A5-3: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D.  
Combinación de pendientes  $S_x = 0,01$  y  $S_y = 0,01$ .

$S_x = 0,01; S_y = 0,01$					
$Q_{ex}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{ey}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{sx}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{sy}$ (m <sup>3</sup> /s)	$\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}$	$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}}$
4	4	4,000	4,000	1,000	1,000
4	8	5,402	6,621	0,500	0,816
4	12	7,090	9,237	0,333	0,768
6	12	8,285	9,933	0,500	0,834
8	12	9,462	10,631	0,667	0,890
12	12	12,000	12,000	1,000	1,000
12	8	10,631	9,462	1,500	1,124
12	6	9,933	8,285	2,000	1,199
12	4	9,237	7,090	3,000	1,303
8	4	6,621	5,402	2,000	1,226
8	8	8,000	8,000	1,000	1,000

Tabla A5-4: Resultados de la simulación con el modelo numérico 2-D.  
Combinación de pendientes  $S_x = 0,01$  y  $S_y = 0,02$

$S_x = 0,01; S_y = 0,02$					
$Q_{ex}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{ey}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{sx}$ (m <sup>3</sup> /s)	$Q_{sy}$ (m <sup>3</sup> /s)	$\frac{Q_{ex}}{Q_{ey}}$	$\frac{Q_{sx}}{Q_{sy}}$
4	4	3,907	4,235	1,000	0,923
4	8	5,459	6,682	0,500	0,817
4	12	5,844	9,806	0,333	0,596
6	12	8,074	9,977	0,500	0,809
8	12	9,484	10,328	0,667	0,918
12	12	11,170	11,429	1,000	0,977
12	8	10,370	9,478	1,500	1,094
12	6	9,746	8,457	2,000	1,152
12	4	9,102	6,977	3,000	1,305
8	4	6,450	5,460	2,000	1,181
8	8	7,945	7,994	1,000	0,994

