



MODEL D'ASSIGNACIÓ

3.1. HIPOTESIS DE PARTIDA

L'algorisme d'assignació parteix de les mateixes hipòtesis que el de generació. Només hi ha un aspecte que es varia; allà se suposava que totes les línies tenien l'interval i la freqüència idèntics, els quals es desprenien del temps total de recorregut; vegi's H12.

Aquesta hipòtesi ara esdevé inadmissible per definició, ja que l'objectiu del present algorisme és, precisament, d'optimitzar el nombre d'autobusos assignats a cada línia, amb la consegüent variació de freqüències entre línies. Per tant, les hipòtesis H12), H14) i H19) se substitueixen respectivament per H12A), H14A) i H19A), que s'especifiquen a continuació. Totes les altres romanen vàlides.

H12A) Cada línia té un interval de temps entre dos autobusos consecutius u_1 funció del seu temps de recorregut, T_1 i del nombre d'autobusos associats,

Aquesta funció és:

$$u_1 = \frac{2 T_1}{n_1} \quad (3.1.1)$$

El numerador és el temps total de rotació, anada i tornada.

H14A) Cada itinerari duu associat un temps d'espera, que és funció dels intervals de les línies de l'itinerari.

Sigui I_{ij}^k l'itinerari k-è entre i i j, i el seu temps d'espera, W_{ij}^k . Aleshores:

$$W_{ij}^k = W(I_{ij}^k) = W(u_{l_1}, u_{l_2}, \dots, u_{l_g}), \quad (3.1.2)$$

$$\text{on } l_1, \dots, l_g \in I_{ij}^k.$$

La fórmula analítica adoptada per a W és la de LAMPKIN i SAALMANS, {30}, que es desenrotlla al punt 5.1.

Aquesta fórmula pot millorar-se si es tenen en compte les irregularitats en les arribades dels autobusos a les parades per causa del tràfec. Per aquesta millora s'ha seguit la fórmula proposada per E.M. HOLROYD i D.A. SCRAGGS, {21}, que es troba desenvolupada al punt 5.1.9.

H19A) La proporció de demanda que ha escollit un itinerari determinat es reparteix entre les diverses línies que el componen, en proporció directa a llur freqüència.

Si es fa abstracció de la càrrega de cada línia, aquesta hipòtesi fa pujar el mateix nombre de viatgers a cada autobús que passa per una parada. Una freqüència més alta, doncs, representarà més autobusos d'aquella línia en qüestió.

3.2. DESCRIPCIO DE L'ALGORISME

3.2.1. CARACTERISTIQUES GENERALS

Un cop coneguda la xarxa d'autobusos, que pot provenir de l'algorisme de generació o no, l'algorisme d'assignació té com a finalitat d'assignar un nombre donat d'autobusos A, a les diferents línies de la xarxa, de forma que el temps total de viatge sigui mínim.

La funció a minimitzar, doncs, tal com era al primer algorisme ara torna a ser:

$$[\text{MIN}] C = \sum_{i,j} d_{ij} a_{ij} \quad (2.2.1)$$

sotmesa a la restricció:

$$\sum_1 n_1 = A \quad (3.2.1)$$

El mitjà de viatge a_{ij} , tal com s'ha definit a la hipòtesi H20) és la mitjana dels costos totals de viatge associats a cada itinerari, a_{ij}^k , els quals, a llur torn, (vegi's la H16), estan formats de tres components additius

- el temps de recorregut, r_{ij}^k
- l'equivalent en temps de la tarifa, E
- el temps d'espera, W_{ij}^k

Es a dir:

$$a_{ij} = \frac{\sum_{k=0}^s \frac{a_{ij}^k}{a_{ij}^k - M}}{\sum_{k=0}^s \frac{1}{a_{ij}^k - M}} \quad (2.1.12)$$

$$a_{ij}^k = r_{ij}^k + E + P \cdot W_{ij}^k \quad (2.1.4)$$

Com que la xarxa és donada i fixa, el temps de recorregut, r_{ij}^k , és constant. Per tant, l'únic sumand variable serà el temps d'espera, W_{ij}^k .

Anant un xic més enllà, el suara esmentat temps d'espera és funció només dels intervals de les línies (vegi's hipòtesi H 14A) i fórmula (3.1.2)) cada interval depèn del nombre d'autobusos assignats a la línia (vegi's hipòtesi H 12A) i fórmula (3.1.1)).

Per tant, la sola variable d'acció del procés és el nombre d'autobusos n_1 ,

els quals, per mitjà de tota aquesta cadena, forneixen el cost total. Les expressions anteriors, (2.2.1) i (3.2.1), doncs, es poden reformular:

$$\left. \begin{aligned} [\text{MIN}] C &= [\text{MIN}] \phi = \phi(n_1, n_2, \dots, n_1, n_x) \\ \sum_1 n_1 &= A \end{aligned} \right\} \quad (3.2.2)$$

on $x = |X|$ és el nombre de línies.

La cadena s'exposa gràficament a la figura 3.2.1, on s'indica, a més, la fórmula emprada en cada anella de la cadena.

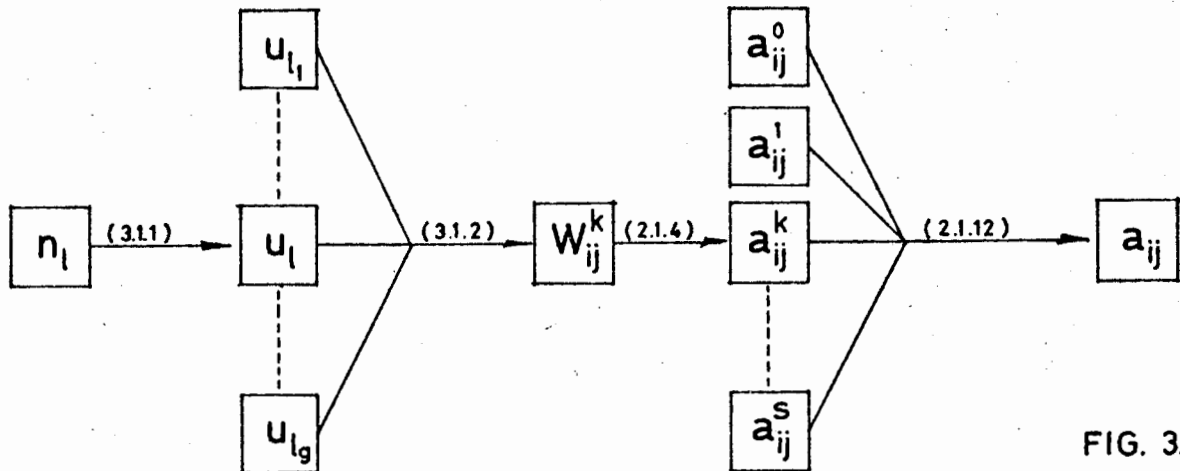


FIG. 3.2.1

3.2.2. DADES NECESSARIES

Les dades que requereix aquest algorisme són les mateixes que el de generació, llevat dels paràmetres geomètrics, propis dels mòduls d'aquell algorisme. Són, doncs:

$[p_{ij}]$ matriu de cost per mitjans alternatius.

$[q_{ij}]$ " de camins mínims.

$[d_{ij}]$ " de demanda potencial.

E equivalent en temps de la tarifa.

P coeficient de penalització del temps d'espera.

β sensibilitat de l'usuari a la diferència de costos.

A flota d'autobusos.

$X = \{L_1\}$ descripció de la xarxa, línia per línia, que en aquest cas és indispensable.

3.2.3. PREPARACIO DE LES DADES

També d'una manera anàloga a l'altre algorisme, abans de començar l'execució, cal preparar 3 matrius a partir de les anteriors que li faciliten la tasca. Aquestes 3 matrius són:

$[t_{lh}]$ temps de recorregut en una línia.

$[q_{li}]$ matriu lògica de pertanyença.

$[\eta_{ij}]$ semimatriu del nombre de línies.

Pot veure's que totes han estat definides al punt 2.2.3, al qual es remet el lector.

3.2.4. METODE SEQUIT PER L'ALGORISME.

3.2.4.1. Marxa general.

L'algorisme que s'encarrega de l'assignació, és heurístic. En aquest punt s'explica l'estructura general, la qual s'anirà desglossant en els següents paràgrafs.

A grans trets és com segueix:

i) Es parteix d'una assignació inicial, ja sigui donada o prèviament calculada per l'algorisme

$$\Phi_0 = \Phi(n_1, \dots, n_x) \quad (3.2.3)$$

ii) A partir d'aquesta assignació, es traspasa un autobús d'una línia a una altra, escollint-les de tal manera que la disminució de cost sigui màxima a cada traspàs.

Es redueix, doncs, a escollir

- la línia augmentada (d'un bus)

- " " disminuïda (d'un bus)

Anomenant:

r: index de línia augmentada

s: " " " disminuïda

h: n^a ordre de la iteració.

n_1^h : nombre de busos assignats a la línia 1 durant la iteració h

δ_{r1} : deltra de Krönecker.

$$\text{MAX}[\Phi^h - \Phi^{h+1}] = \Phi^h - \text{MIN}[\Phi^{h+1}] = \Phi^h -$$

$$\text{MIN}_{\substack{r,s \\ r \neq s}} \left[\Phi(n_1^h + \delta_{r1} - \delta_{s1}, n_2^h + \delta_{r2} - \delta_{s2}, \dots, n_m^h + \delta_{rm} - \delta_{sm}) \right] \quad (3.2.4)$$

En termes diferents:

$$n_1^{h+1} = n_1^h + \delta_{r1} - \delta_{s1} \quad \forall 1 \quad (3.2.5)$$

iii) Si $\Phi^{h+1} < \Phi^h$, tornar a ii). Altrament, l'algorisme s'atura.

3.2.4.2. Assignació inicial sota hipòtesi de línia única (RSHLU)

Per tal de trobar una assignació de partida, cal fer una simplificació del problema, de tal manera que esdevingui analític.

Sota aquest supòsit, es fàcil de trobar l'assignació òptima, la qual es pren com a inicial per a la resta de l'algorisme.

Les simplificacions a admetre són:

a) El cost del mode alternatiu és molt llunyà del cost de bus en la

zona en la qual s'opera. Això es compleix si:

$$\left. \begin{array}{l} \cdot a_{ij}^k \ll p_{ij} \\ \cdot a_{ij}^k \gg p_{ij} \end{array} \right\}$$

Els usuaris que responen a la primera situació, mai no es plantejaran d'anar a peu, i els altres, sempre hi aniran i, per tant, no representen un cost variable.

Sigui J el cost total d'aquest darrers.

Així doncs, la funció de pseudo-cost, Γ queda:

$$\left. \begin{array}{l} [\text{MIN}] \Gamma = \sum_{i,j \in F_a} d_{ij} \cdot a_{ij} + J \\ F_a = \{(i,j) \mid (i,j) \in Z \times Z, a_{ij} \ll p_{ij}\} \end{array} \right\} \quad (3.2.6)$$

b) En la zona de treball, doncs, i dintre del conjunt F_a , el cost de l'itinerari mínim és molt inferior al dels altres, si existeixen. Per tant, s'ignoren tots els itineraris llevat del de mínim cost.

$$\left. \begin{array}{l} \cdot \text{card } |G_{ij}| = 1 \\ \cdot a_{ij}^k \ll a_{ij}^1 \quad \forall 1 \in G_{ij}, \quad 1 \neq k \end{array} \right\} \quad (3.2.7)$$

Amb això s'aconsegueix:

$$a_{ij}^k = a_{ij}^1 = E + r_{ij}^k + w_{ij}^k \quad (3.2.8)$$

c) L'itinerari mínim, k conté una sola línia, l , els autobusos de la qual passen regularment. Segons la funció de LAMPKIN i SAALMANS, doncs, el temps d'espera tindrà con a mitjana la meitat de l'interval.

$$w_{ij}^k = \frac{1}{2} u_l = \frac{T_l}{n_l} \quad (3.2.9)$$

Agrupant les 3 hipòtesis s'obté:

$$\begin{aligned} [\text{MIN}] \Gamma &= J + \sum_{(i,j) \in F_a} d_{ij} \cdot a_{ij} = \\ &= J + \sum_{(i,j) \in F_a} d_{ij} [E + r_{ij}^k + w_{ij}^k] = \\ &= J + \sum_{(i,j) \in F_a} d_{ij} \left[E + r_{ij}^k + \frac{T_l}{n_l} \right] \end{aligned} \quad (3.2.10)$$

Allant-ne la part variable:

$$[\text{MIN}] \Gamma = \sum_{(i,j) \in F_a} d_{ij} \frac{T_1}{n_1} + \text{constant} \quad (3.2.11)$$

Amb totes les hipòtesis fetes fins ara, és fàcil de carregar cada flux d_{ij} a una línia donada l , la qual cosa permet d'extendre el sumatori al llarg de les diverses línies, en comptes d'al llarg dels fluxos com fins ara.

Si d_l és la carrega total de la línia l :

$$[\text{MIN}] \Gamma = \sum_{l=1}^x d_l \frac{T_1}{n_l} + \text{constant}, \quad (3.2.12)$$

sotmès a la restricció

$$\sum_{l=1}^x n_l = A$$

Els multiplicadors de Lagrange donen la solució:

$$\Gamma = \sum_1 d_l \frac{T_1}{n_l} + \lambda \left(\sum_1 n_l - A \right) \quad (3.2.13)$$

$$\frac{\delta \Gamma}{\delta n_l} = - \frac{d_l T_1}{n_l^2} + \lambda = 0 \quad \forall l \quad (3.2.14)$$

$$\frac{\delta \Gamma}{\delta \lambda} = \sum_1 n_l - A = 0 \quad (3.2.15)$$

De (3.2.14) se n'obté

$$n_l = \sqrt{\frac{d_l T_1}{\lambda}} \quad (3.2.16)$$

I de (3.2.15)

$$A = \sum_1 n_l = \frac{1}{\lambda} \sum_1 \sqrt{d_l T_1} \quad \lambda = \frac{1}{A} \sum_1 \sqrt{d_l T_1} \quad (3.2.17)$$

La solució apta de partida serà, doncs:

$$n_l^o = \sqrt{\frac{A}{\sum_1 \sqrt{d_l T_1}}} \cdot \sqrt{d_l T_1} \quad \forall l \quad (3.2.18)$$

tenint en compte que n_1^0 ha de ser enter. A la pràctica, doncs, caldrà fer arrodoniments perquè compleixi la restricció (3.2.18) ensems que la integritat.

De fet, l'assignació inicial es troba, al seu torn, iterativament: a partir d'unes n_1^0 es recalculen les d_1 , que en variar l'assignació han canviat. Amb els nous valors de les d_1 es determinen altre cop les n_1 , fins que el procés s'estabilitza.

3.2.4.3. Millora progressiva: definició de la partició.

Sigui una partició en el conjunt de fluxos $F = Z \times Z$, definida de la següent manera:

$$\begin{aligned} F_0 &= \{(i,j) \mid \text{card } |H_{ij}| = 0\} = \{(i,j) \mid \eta_{ij} = 0\} \\ F_1 &= \{(i,j) \mid \text{card } |H_{ij}| = 1\} \\ F_2 &= \{(i,j) \mid \text{card } |H_{ij}| \geq 2\} \end{aligned} \quad (3.2.19)$$

Naturalment es complirà:

$$F = F_0 \cup F_1 \cup F_2 \quad (3.2.20)$$

$$F_0 \cap F_1 = F_0 \cap F_2 = F_1 \cap F_2 = \emptyset \quad (3.2.21)$$

Aquesta partició respon al tractament diferent que vol donar-se a cada conjunt.

Aquesta partició, tot i que també es defineix sobre el conjunt F , no té res a veure amb la vista a 2.2.5, en parlar del funcionament de cada mòdul. A més, en aquell cas canviaven a cada nova aplicació d'un mòdul, mentre que ara romanen constants al llarg del procés.

3.2.4.3.1. Fluxos no servits per cap línia: F_0 .

No es tracten, car no hi ha millora possible a fer.

3.2.4.3.2. Fluxos servits per una sola línia: F_1 .

Pot establir-se al seu torn una altra partició dintre d'aquest conjunt, amb tots aquells fluxos servits per la mateixa línia.

Es a dir:

$$F_1^1 = \{(i,j) \mid \eta_{ij} = 1, q_{1i} \wedge q_{1j} = \text{CERT}\} \quad (3.2.22)$$

On F_1^1 representa el conjunt de fluxos servits per la línia 1-ena i només per ella.

Noti's que $\eta_{ij} = \text{card } |H_{ij}|$, com s'ha definit al punt 3.2.2; q_{1i} serà, doncs, un element de la matriu lògica de pertanyença.

Si la 2ª propietat és certa per 1, només ho pot ser per a aquesta línia, ja que, si també ho fos per una altra, s'estaria contradient la 1ª propietat $\eta_{ij}=1$.

També es complirà en la nova partició definida:

$$\bigcup_{l=1}^x F_1^l = F_1 \quad (3.2.23)$$

$$F_1^l \cap F_1^k = \emptyset \quad \begin{array}{l} k = 1, \text{---} x \\ l = 1, \text{---} x \\ k \neq l \end{array} \quad (3.2.24)$$

3.2.4.3.3. Fluxos servits per 2 o més línies : F_2

Anàlogament, es defineix una nova partició, només que amb més subconjunts. Ara es tracta de crear-ne un per a cada possible combinació de línies, llevat del conjunt buit i de les que només en continguin una, car ambdós casos ja han estat tractats als apartats anteriors.

El nombre teòric d'elements d'aquesta partició serà, doncs,

$$\text{card} | F_2 | = \text{card} | \mathcal{P}(X) | - \text{card} | X | - 1 = 2^x - (x+1) \quad (3.2.25)$$

Els elements de la partició es defineixen com segueix:

$$F_2^{l_1 \dots l_p} = \{ (i,j) | \eta_{ij} \geq 2, \quad \begin{array}{l} a_{l_1 i} \wedge a_{l_1 j} = \text{CERT}, \\ a_{l_2 i} \wedge a_{l_2 j} = \text{CERT}, \\ \hline a_{l_p i} \wedge a_{l_p j} = \text{CERT} \} \quad (3.2.26)$$

Una conseqüència immediata és que H_{ij} és el mateix per a tots els elements (fluxos) de la partició, és a dir:

$$\forall (i,j) \in F_2^{l_1 \dots l_p}, \quad H_{ij} = \{ l_1 \text{---} l_p \} \quad (3.2.27)$$

Naturalment, hi haurà moltes d'aquestes particions que seran buides, i que, per tant, no es consideraran.

3.2.4.3.4. Exemple

Per mitjà d'un exemple de xarxa i zonificació, figura 3.2.2, s'apliquen els conceptes suara definits.

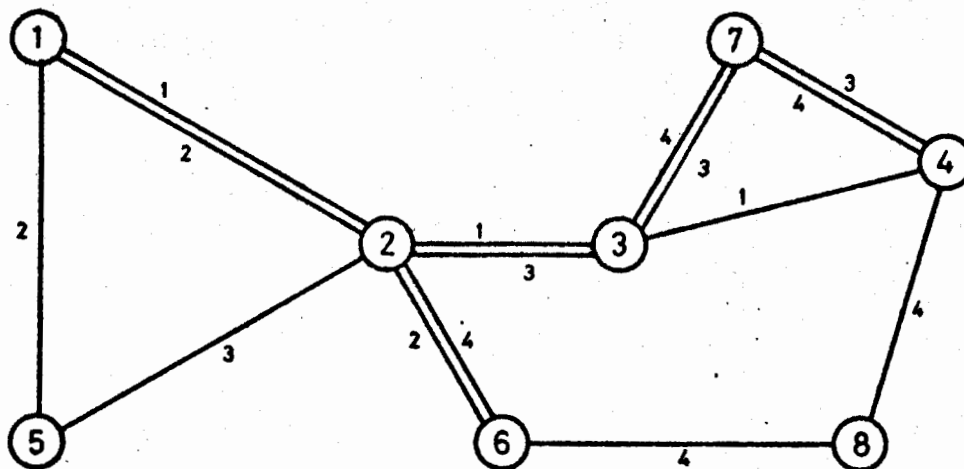


FIG. 3.2.2

- nombre zones : $\text{card } |Z| = 8$
- nombre línies: $\text{card } |X| = 4$
- xarxa:
- $X = \{L_1, L_2, L_3, L_4\}$
- línies:
- $L_1 = \{1, 2, 3, 4\}$
- $L_2 = \{5, 1, 2, 6\}$
- $L_3 = \{5, 2, 3, 7, 4\}$
- $L_4 = \{3, 7, 4, 8, 6, 2\}$

En un quadre de doble entrada, figura 3.2.3, se situen les línies que serveixen cada flux (parell de zones):

	1	2	3	4	5	6	7	8
1	X	1 2	1	1	2	2	—	—
2		X	1 3 4	1 3 4	2 3	2 4	3 4	4
3			X	1 3 4	3	4	3 4	4
4				X	3	4	3 4	4
5					X	2	3	—
6						X	4	4
7							X	4

FIG. 3.2.3

Els conjunts definits anteriorment seran ara:

$$F_0 = \{(1, 7), (1, 8), (58)\}$$

$$F_1^1 = \{(13), (14)\}$$

$$F_1^2 = \{(15), (16), (56)\}$$

$$F_1^3 = \{(35), (45), (47), (57)\}$$

$$F_1^4 = \{(28), (36), (38), (46), (47), (48), (67), (68), (78)\}$$

$$F_2^{12} = \{(12)\}$$

$$F_2^{23} = \{(25)\}$$

$$F_2^{24} = \{(26)\}$$

$$F_2^{34} = \{(27), (37)\}$$

$$F_2^{134} = \{(23), (24), (34)\}$$

$$F_2^{13} = F_2^{14} = F_2^{123} = F_2^{124} = F_2^{234} = F_2^{1234} = \emptyset$$

3.2.4.4. Millora progressiva: tractament de cada partició.

El cost total Φ , podrà considerar-se com una suma dels costos dels fluxos de cada partició

$$\Phi = \Phi_0 + \sum_{l \in L} \Phi_l + \sum_{l_1} \sum_{l_2} \dots \sum_{l_n} \Phi_{l_1 \dots l_n} \quad (3.2.28)$$

on Φ_0 és el valor constant, corresponent a F_0

3.2.4.4.1. Fluxos servits per una sola línia.

Pel fet de ser servits per una sola línia, fa que llur cost només depengui dels busos assignats a ella, i per tant, se simplifiqui la funció.

Així doncs, si Φ_l és el cost global de tots els fluxos d' F_l^i pot establir-se:

$$\Phi_l(n_1, n_2, \dots, n_m) = \Phi_l(n_1) \quad (3.2.29)$$

Com que l'objectiu és de fer màxim el guany, a partir d'una assignació donada, cal calcular els increments del cost com a conseqüència d'augmentar o disminuir en un bus l'assignació d'aquella línia. Es a dir:

$$\Delta_l(n_1) = \Phi_l(n_1) - \Phi_l(n_1 + 1) \quad (3.2.30)$$

$$\nabla_l(n_1) = \Phi_l(n_1) - \Phi_l(n_1 - 1).$$

La utilitat d'haver definit les particions F_0 , F_1 i F_2 i llurs corresponents sots-particions es posa de manifest ara. En efecte, després d'un canvi, tal com el definit a (3.2.4.), tots els $\Phi_l(n_1)$ de les línies no canviades no s'alteren, la qual cosa permet d'estalviar-ne al càlcul a la propera iteració.

En la fase d'execució, doncs, només caldrà calcular tots els $\Phi_l(n_1^0)$ o pròpiament els $\Delta_l(n_1)$ i $\nabla_l(n_1)$ la primera vegada. Després, n'hi haurà prou de refer els valors afectats.

Un altre estalvi en el càlcul prové del fet que

$$\begin{aligned}\Delta_1(n_1) &= \Phi_1(n_1) - \Phi_1(n_1+1) = -[\Phi_1(n_1+1) - \Phi_1(n_1)] = -\nabla_1(n_1+1) \\ \Delta_1(n_{1-1}) &= \Phi_1(n_{1-1}) - \Phi_1(n_1) = -[\Phi_1(n_1) - \Phi_1(n_{1-1})] = -\nabla_1(n_1)\end{aligned}\quad (3.2.31)$$

que és evident com es desprèn de la figura 3.2.4

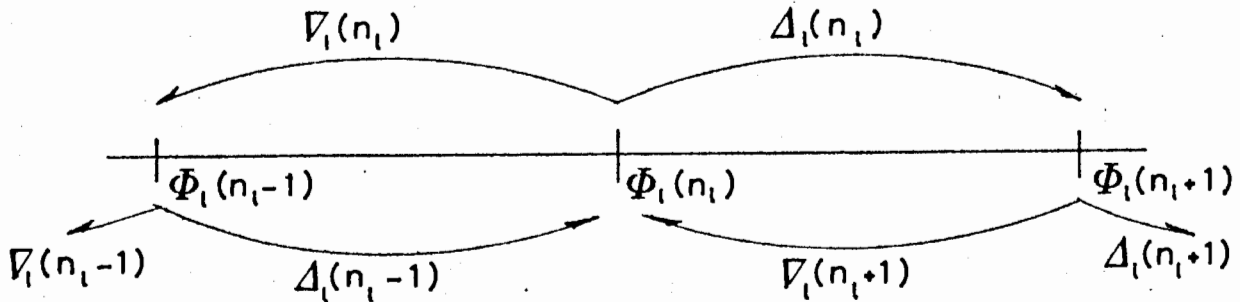


FIG. 3.2.4

Si s'acaba de $\left\{ \begin{array}{l} \text{augmentar} \\ \text{disminuir} \end{array} \right\}$ la línia en un bus, només caldrà recalculer

$$\left\{ \begin{array}{l} \Delta_1(n_1+1) \\ \nabla_1(n_1-1) \end{array} \right\} \text{ ja que } \left\{ \begin{array}{l} \nabla_1(n_1+1) \\ \Delta_1(n_1-1) \end{array} \right\} \text{ serà igual a } \left\{ \begin{array}{l} -\Delta_1(n_1) \\ -\nabla_1(n_1) \end{array} \right\}, \text{ que ja serà un}$$

valor conegut.

3.2.4.4.2. Fluxos servits per 2 o més línies.

De cara a sistematitzar el càlcul del guany o de la pèrdua per a una variació del nombre d'autobusos assignats (anàlogament als Δ i ∇ vistos al punt anterior), es defineix una matriu $\Pi = [\Pi_{rs}]$, de dimensions $x \cdot x$ (x és el nombre de línies) que indica el següent:

$$[\Pi_{rs}] = \left[\begin{array}{l} \text{guany/pèrdua obtingut al subconjunt } F_2, \text{ pel fet d'haver} \\ \text{augmentat en un bus la línia } r \\ \text{disminuït " " " " " } s \end{array} \right] \quad (3.2.32)$$

Si el cost global dels fluxos d' F_2 és Φ_2 , es tindrà:

$$\Pi_{rs} = \Phi_2(n_1, \dots, n_r, n_s, \dots, n_m) - \Phi_2(n_1, \dots, n_r + 1, n_s - 1, \dots, n_m) \quad (3.2.33)$$

Quant a l'estalvi de càlculs en les successives iteracions, és molt difícil d'aïllar la influència de cada línia, contràriament a F_1 . Per això, la matriu Π_{rs} es recalcula a cada canvi, ja que el temps de destriar els fluxos que han variat llur cost i els que no, és superior a recalcular-los tots de bell nou.

Ara es tracta de relacionar les particions d' F_2 amb els diversos elements de la matriu Π , per tal de veure com hi incideix el traspàs d'un autobús. Sigui d'antuvi una partició F_2^{uv} només servida per 2 línies. Com que llur cost global només dependrà de les línies u -ena i v -ena, pot escriure's:

$$\Phi_{uv}(n_1, \dots, n_m) = \Phi_{uv}(n_u, n_v)$$

Aleshores es presenten 6 casos:

1) Augment d'u i disminució de v.

$$\Phi_{uv}(n_u, n_v) - \Phi_{uv}(n_u + 1, n_v - 1)$$

es carrega a Π_{uv} , seguint la definició.

2) Augment de v i disminució d'u.

$$\Phi_{uv}(n_u, n_v) - \Phi_{uv}(n_u - 1, n_v + 1)$$

es carrega a Π_{uv} . Cas simètric de l'anterior.

3) Augment d'u; v invariada.

$$\Phi_{uv}(n_u, n_v) - \Phi_{uv}(n_u + 1, n_v)$$

es carrega a la fila Π_{ul} , $\forall l \neq v$; perquè Π_{ul} ($l \neq v$) representa el guany obtingut $\left\{ \begin{array}{l} \text{en augmentar en un bus la línia } u \\ \text{en disminuir " " " " " } l \end{array} \right.$

Donat que s'està tractant la partició F_2^{uv} i que Φ_{uv} només depèn d' n_u i d' n_v , una disminució de qualsevol línia l ($l \neq v$), juntament amb un augment d' u , serà, de fet, un guany per a la partició.

4) Disminució d'u; v invariada.

$$\Phi_{uv}(n_u, n_v) - \Phi_{uv}(n_u - 1, n_v)$$

es carrega a la columna Π_{lu} $\forall l \neq v$.

El raonament seria anàleg al del cas anterior.

5) Augment de v; u invariada

6) Disminució de v; u invariada

Ambdós són els paral·lels del 3) i del 4).

La figura 3.2.5. resumeix gràficament els indrets de Π on actua l'algorisme, segons quines siguin les línies augmentada i disminuïda.

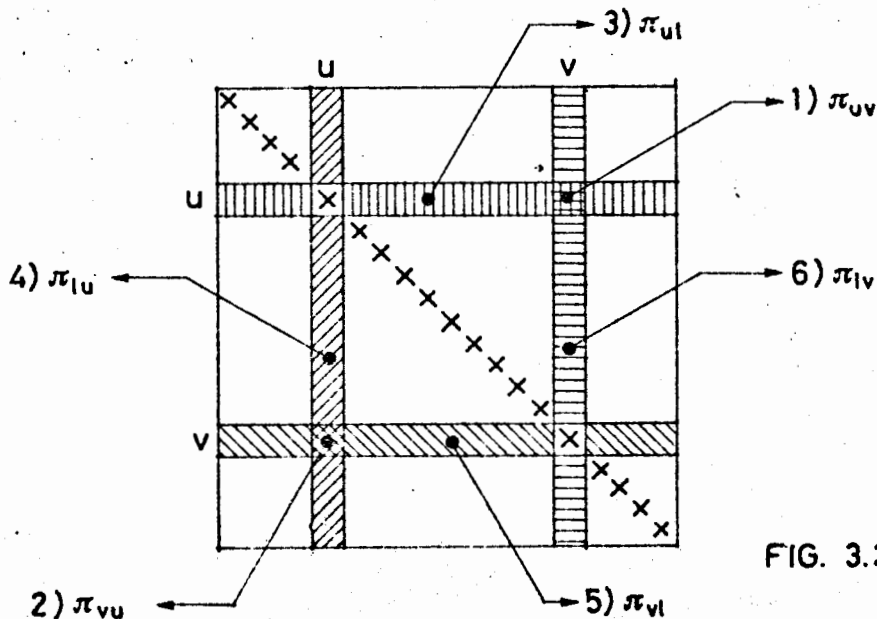


FIG. 3.2.5

En un cas general, F_2^{l-1} , les variacions de cost a considerar serien:

- 1) Augment d' r i disminució d' s amb les altres invariades $\forall r, s \in H_{ij}, r \neq s$
- 2) Augment d' r , amb les altres invariades $\forall r \in H_{ij}$
- 3) Disminució d' s , amb les altres invariades

amb càrrega del valor resultant, respectivament a

- 1) Π_{rs}
- 2) $\Pi_{rl}, \forall l \neq h, h \in H_{ij}$
- 3) $\Pi_{lr}, id.$

Si el nombre de línies entre i i j és η_{ij} , el nombre d'elements a modificar de la matriu serà $2(\eta_{ij} - 1)$, així com el nombre de files i columnes.

3.2.4.5. Resum

Vistes doncs totes les variables, els càlculs que es duen a terme a cada iteració són:

$$\begin{aligned} \text{MAX } [\Phi^{(h)} - \Phi^{(h+1)}] &= \left[\Phi_o^{(h)} + \sum_{l \in L} \Phi_l^{(h)} + \sum_{l_1} \sum_{l_2} \dots \sum_{l_m} \Phi_{l_1, l_2, \dots, l_m}^{(h)} \right] - \\ &- \text{MIN } \left[\Phi_o^{(h+1)} + \sum_{l \in L} \Phi_l^{(h+1)} + \sum_{l_1} \sum_{l_2} \dots \sum_{l_m} \Phi_{l_1, l_2, \dots, l_m}^{(h+1)} \right] = \\ &= \text{MAX } \sum_{l \in L} \left[\Phi_l^{(h)} - \Phi_l^{(h+1)} \right] + \text{MAX } \sum_{l_1} \sum_{l_2} \dots \sum_{l_m} \left[\Phi_{l_1, l_2, \dots, l_m}^{(h)} - \Phi_{l_1, l_2, \dots, l_m}^{(h+1)} \right] = \\ &= \text{MAX}_{r, s} \left[\Delta_r(n_r) - \nabla_s(n_s) - \Pi_{rs} \right] \end{aligned} \quad (3.2.34)$$

En definitiva:

$$\Phi^{(h)} - \text{MIN } \Phi^{(h+1)} = \text{MAX}_{\substack{r, s \\ r \neq s}} \left[\Delta_r(n_r) + \nabla_s(n_s) + \Pi_{rs} \right] \quad (3.2.35)$$

Un cop determinades r i s , els nous valors seran:

$$\begin{array}{l} n_r \leftarrow n_r + 1 \\ n_s \leftarrow n_s - 1 \end{array}$$

Si no hi ha guany possible, hom ha assolit l'òptim.

Cal notar que la funció té tres components:

- $\Delta_r(n_r)$: guany que obtindrien els fluxos servits només per la línia r-ena si se'ls afegís un autobús.
- $\nabla_s(n_s)$: pèrdua que obtindrien els fluxos servits només per la línia s-ena si se'ls lleva un autobús.
- $\Pi_{rs}(n_r, n_s)$: variació de cost (guany o pèrdua) obtinguda pels fluxos servits per més d'una línia, si s'afegís un bus a r i se'n llevés un a s.

L'ordre de magnitud dels Δ i ∇ enfront dels Π dependrà del grau de redundància de la xarxa.

3.3. ANALISI DELS RESULTATS

3.3.1. JOC DE PROVA I XARXES ESCOLLIDES.

S'ha partir d'una sèrie de xarxes generades pel primer algorisme considerades de base i anomenades L7, L8, L9, L10 i L12.

Aquesta denominació prové del valor de LINUS en cada execució. Totes elles han estat generades sobre el joc de prova xarxa- 44, ja descrit.

Malgrat això, les 5 xarxes no es corresponen amb les analitzades al punt 2.3.3.2., ja que foren obtingudes amb una versió primitiva de l'algorisme de generació. Però com que l'algorisme d'assignació era el mateix que ací es descriu, els resultats segueixen essent vàlids.

3.3.2. ANALISI DEL FUNCIONAMENT DE L'ALGORISME.

La marxa de l'algorisme se segueix mitjançant un exemple, amb les següents característiques:

- s'opera damunt la xarxa L8 , perquè és aquella que, inicialment presenta un cost inferior.
- el nombre de línies, x , és de 24, de les quals 2 són circulars.
- la longitud de xarxa és de 398,048 Km. que comporta un temps total de recorregut, T , de 1990,24 min.
- el nombre d'autobusos, A , és de 500.
- equivalent en temps de la tarifa, $E = 10$ minuts.
- sensibilitat a la diferència de costos, $\beta = 1$ min.; això equival a dir que, si entre dos itineraris hi ha una diferència de cost d'1 minut, el més curt absorbirà una demanda doble que el més llarg.
- cost inicial (mateix interval per a cada línia) 27,72615 min.
- cota mínima (temps d'espera nul) 25,89688 "
- diferència entre ambdós 1,82927 "

Tots ells són valors força standard, per tal de mostrar el funcionament de l'algorisme en condicions normals.

3.3.2.1. Guany total en cada fase.

La figura 3.3.1. posa de manifest l'evolució seguida per l'algorisme. En total obté un guany de

$$27,72615 - 27,62186 = 0,10429 \text{ min./individu;}$$

en total és doncs:

$$0,10429 \text{ min./individu. } 727854 \text{ indiv.} = 75908 \text{ minuts.}$$

Com que s'ha suposat un equivalent en temps de la tarifa de 10 minuts,

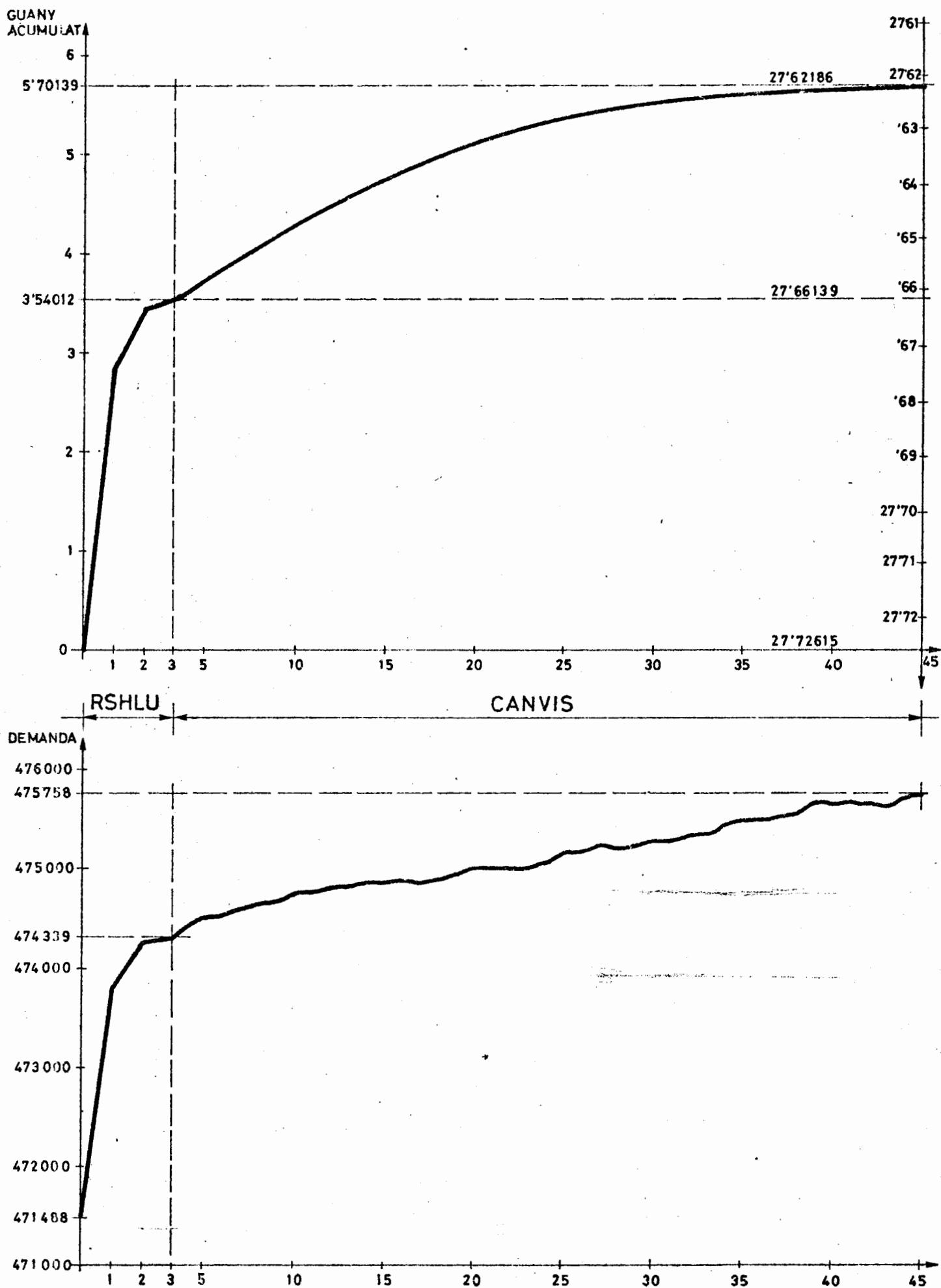


FIG. 3.3.1

el guany traduït a pessetes és:

$$75908 \text{ min.} \quad \frac{9 \text{ ptes.}}{10 \text{ minuts}} = 68317,20 \text{ ptes.}$$

Noti's que en la fórmula anterior s'ha suposat un preu del billet de 9 ptes.

Ja es veu que el guany és extremadament petit al costat dels obtinguts en l'algorisme de creació de la xarxa. De tota manera, cal tenir en compte que es partia d'una distribució força acceptable, ja que una assignació proporcional a la longitud no pot considerar-se aberrant; seria, de fet, l'òptima si totes les zones tinguessin els mateixos valors de població i empleu.

D'altra banda, el guany percentual obtingut, d'un 5,70%, s'ha d'entendre com un valor relatiu. L'algorisme ha arribat a l'òptim; aquest 5,70% només significa la part del guany que això representa respecte d'una xarxa on hi hagués un nombre infinit de busos i, per tant, una espera nul·la. Aquest valor, doncs, s'ha inclòs com a referència per comparar els guanys parcials obtinguts a cada canvi, més que no pas per comparar-ho amb el mínim absolut, per altre cantó inassolible.

Respecte de la demanda, al final absorbeix 475758 usuaris, és a dir, durant el procés n'ha incorporat:

$$475758 - 471488 = 4270 \text{ usuaris,}$$

que representa un augment percentual de

$$\frac{475758 - 471488}{500152 - 471488} = \frac{4270}{28664} = 0,14896 \approx 15\%$$

Aquest augment és superior al de costos. Això pot interpretar-se com una preferència de l'algorisme pel fluxos alts respecte dels baixos. Millorant els primers, i degut a la funció de repartició modal, el nombre de viatgers absorbits augmenta més depressa.

Considerant les dues fases de l'algorisme, s'observa que, tant en cost com en demanda, la primera (reassignació sota hipòtesi de línia única: RSHLU) obté guanys més alts que no la segona. En efecte:

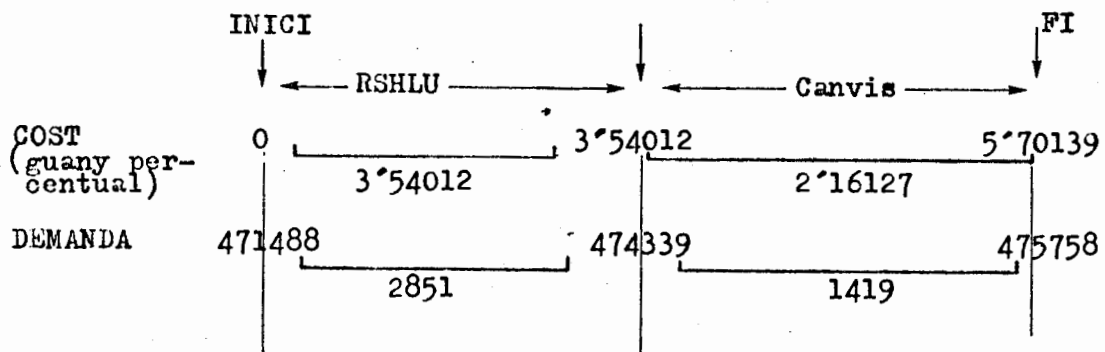


FIG 3.3.2

Es a dir, la RSHLU s'enduu un 62'1' de la millora de cost i un 66'8' de l'augment de demanda. Novament torna a ocórrer que, al començament, la demanda va per davant del cost, tal com s'esdevenia a l'algorisme de generació.

3.3.2.2. Evolució de l'algorisme.

Les figures 3.3.1. i 3.3.3. mostren els increments percentuals (decrements de cost) i els augments de demanda absorbida.

L'evolució seguida respon a les observades en la gran majoria d'algorismes d'optimització: s'obtenen guanys grans al començament i disminueixen progressivament a mesura que avança el procés. En aquest cas, donat que hi ha dues parts, aquesta mena de comportament té lloc a totes dues. En la fase RSHLU, hi ha 3 reassignacions, i el salt és cada cop més petit. En la fase de canvis d'un en un, passa igual, tal com pot veure's en la figura 3.3.3.

Es de remarcar que els 10 primers canvis aporten un guany més gran que la darrera reassignació. Així, aquesta darrera representa un canvi percentual de 0,08175, mentre que els 10 primers canvis (des del 4 al 13) oscil·len de 0,13096 a 0,08508. Aquest fet ve a corroborar l'observació que ara s'intenta de subratllar, és a dir, la disminució progressiva dels increments, ja que, per llur naturalesa, l'algorisme en qüestió pot imaginar-se com a dos algorismes aplicats en sèrie. El guany unitari tendeix a disminuir, tot i que la disminució no és constant. La convexitat de la funció queda poc clara; sembla que és "més aviat" convexa, per bé que, com pot veure's, les diferències 2^{es} del guany (Δ^2) no sempre siguin negatives. Aquest punt tornarà a sortir en parlar de la convergència de l'algorisme.

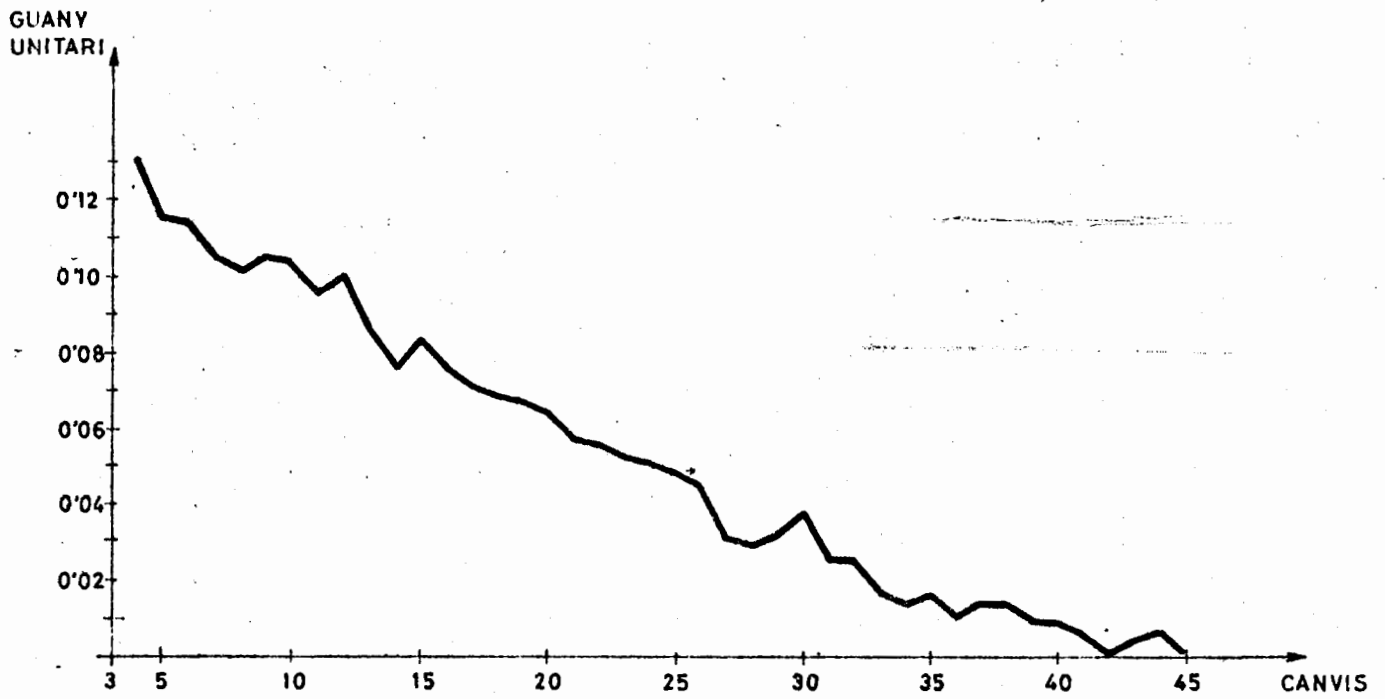
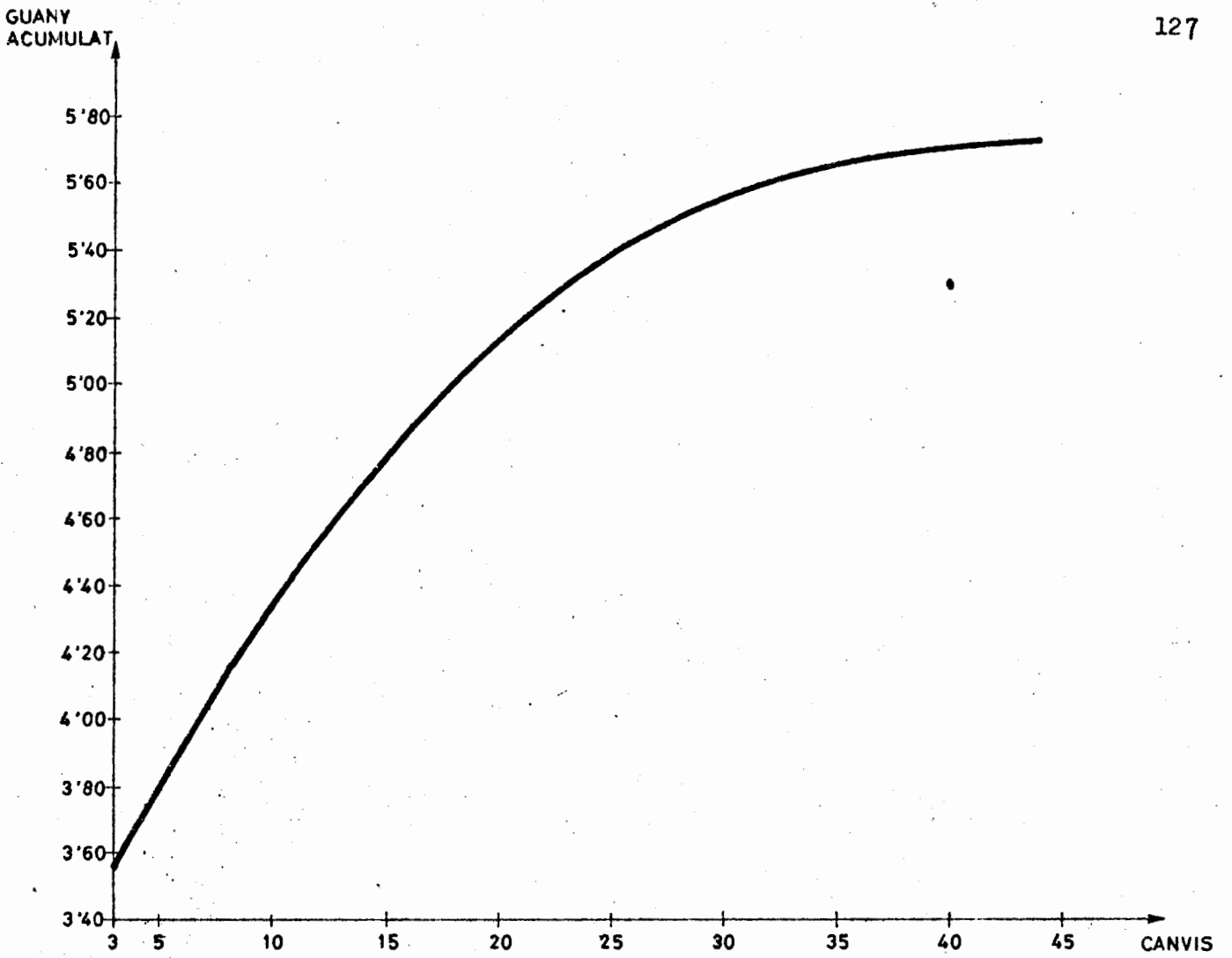
Pel que fa a la demanda, figura 3.3.4., segueix una evolució molt més irregular. Durant la segona fase, creix més o menys linealment, però de cap manera no pot dir-se que el creixement sigui convex. Aquest punt queda encara més palès si hom observa les diferències segones, amb una marxa del tot erràtica. No hi ha res a dir a aquest comportament sota un punt de vista algorísmic, donat que el sol objectiu que se li fixava era de minimitzar el cost, independentment de la demanda. De fet, però, en una immensa majoria de les proves que s'han fet, la demanda total ha augmentat sempre en baixar el cost.

3.3.2.3. Comparació d'assignacions.

Fins ara s'ha vist com operava cada fase de l'algorisme sota l'aspecte de cost: demanda total. Ara es tracta d'analitzar això mateix sota l'aspecte d'assignació de busos. Es a dir, de comparar tres assignacions:

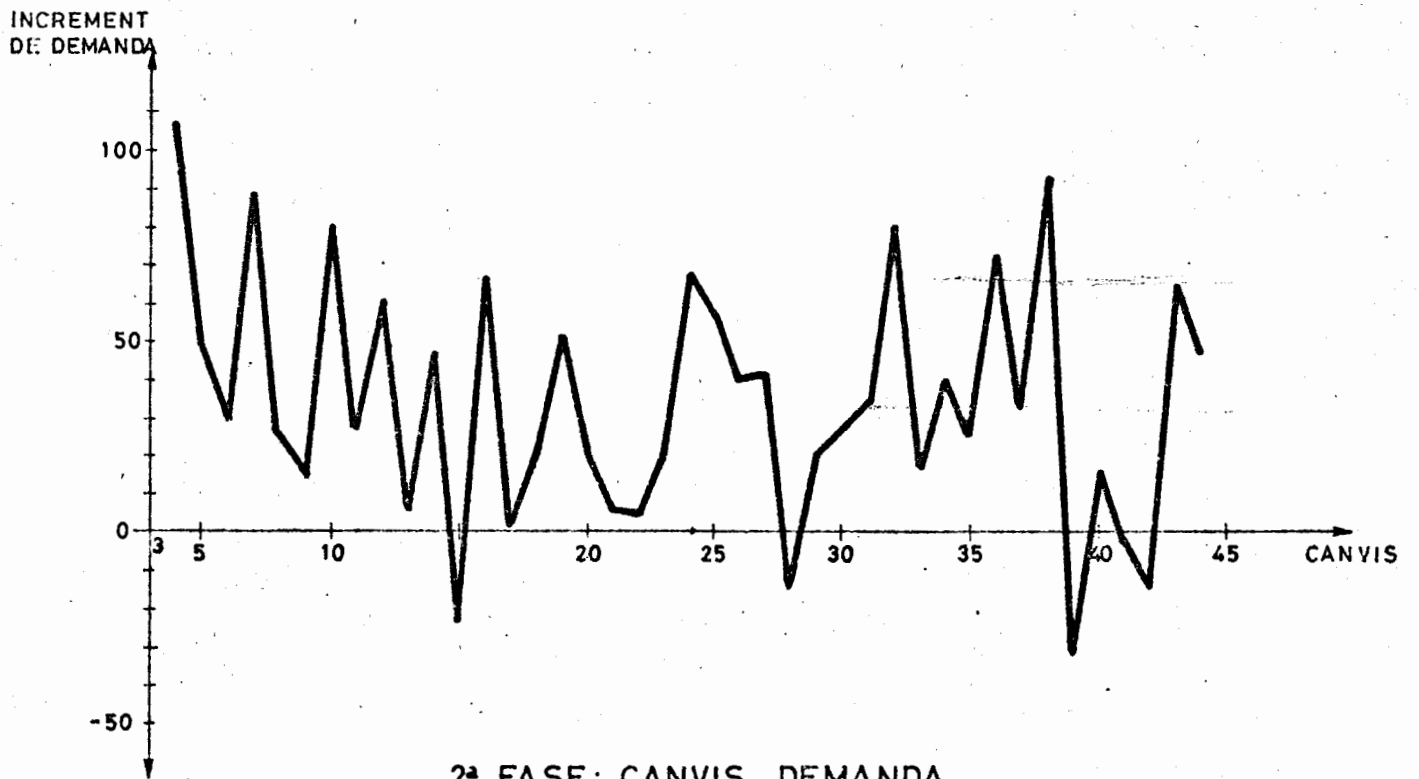
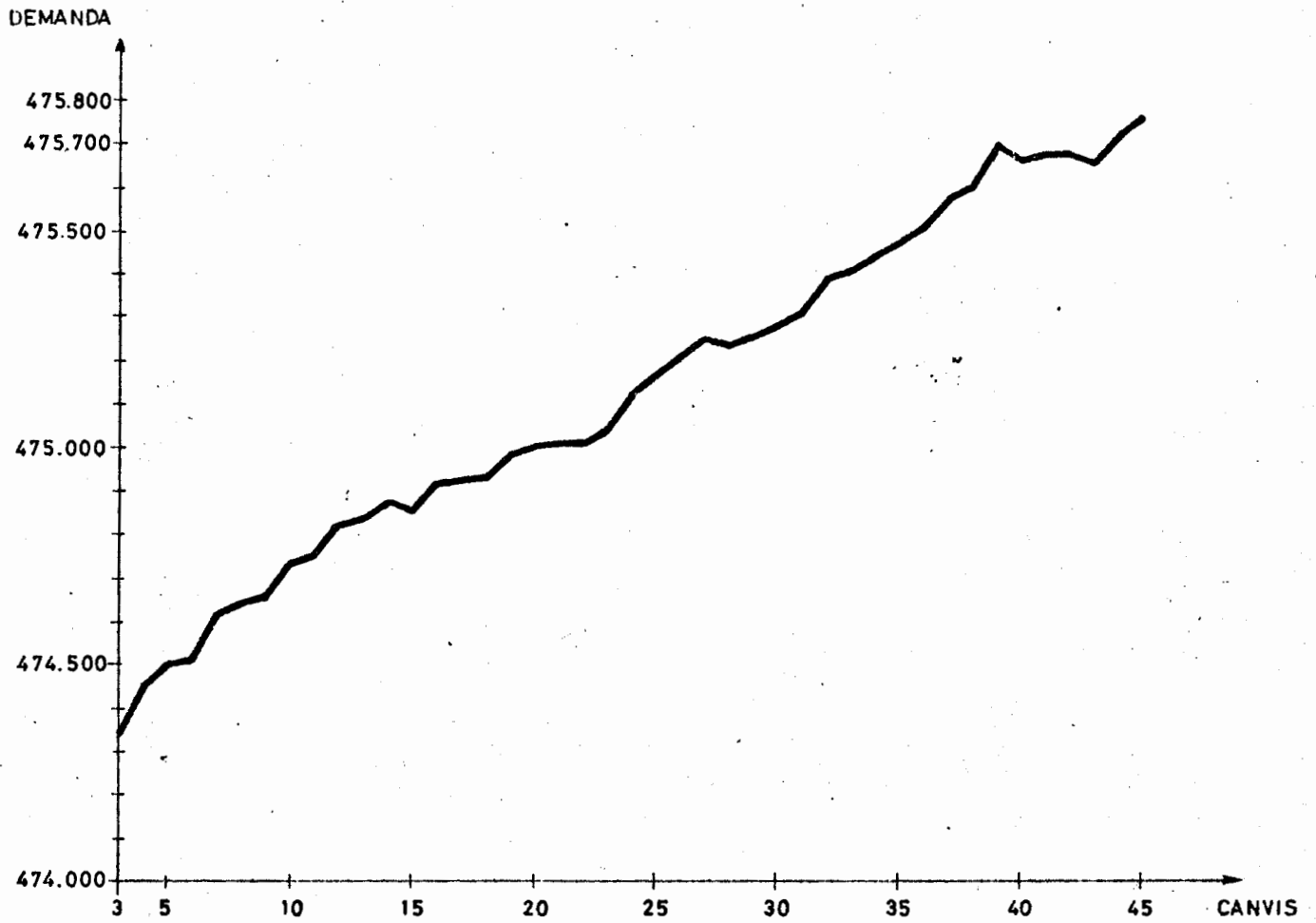
- . la inicial (que iguala totes les freqüències).
- . la sortida de la 1^a fase.(RSHLU)
- . la final.

La magnitud més comparable resulta ser la freqüència, definida com a invers de l'interval i expressada en busos/h. Presa d'aquesta forma, un interval infinit esdevé una freqüència nul·la, que sempre és més tractable.



2ª FASE : CANVIS. GUANYYS

FIG. 3.3.3



2ª FASE: CANVIS. DEMANDA

FIG. 3.34 .

Al quadre de la figura 3.3.6 poden veure's aquests valors. La part corresponent al nombre de busos mostra que en 3 línies (8,15 i 23) el signe de l'increment entre les dues fases és diferent. En efecte, si s'anomena Δ_1 i Δ_2 als dos increments, l'excés serà:

$$\varepsilon = \min (|\Delta_1|, |\Delta_2|) \quad (3.3.1)$$

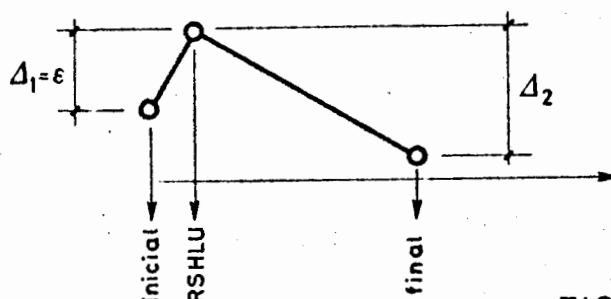


FIG. 3.3.5

Com pot comprovar-se, l'excés és d'1 bus en tots tres casos.

L'algorisme ha fet, doncs, canvis innecessaris; és a dir, ha anat més enllà del què calia en la 1ª fase, i en la 2ª ha hagut de recular. Aquest "error", però, l'algorisme només el comet en 3 línies i és fàcilment explicable si es revisen les hipòtesis sota les quals es regeix la 1ª fase (RSHLU).

Pel que fa a les freqüències, s'observa una dispersió molt més gran al final que al terme de la RSHLU (una desviació típica de 2,932 al final contra 1,270 després de la RSHLU).

Vist gràficament a la figura 3.3.7., la tendència centrífuga, amb un buit notable a l'interval 8 min. - 9 min. es veu molt clara.

A més, s'ha establert una regressió lineal entre les dues distribucions de freqüències, que resulta molt il·lustrativa. D'entrada, s'obté un coeficient de correlació de $\rho = 0,859$ ($R^2 = 0,738$), que resulta prou temptador de cara a muntar conjectures. El gràfic bidimensional de la figura 3.3.8. mostra la disposició del núvol de punts respecte de la recta de regressió. Es de notar que el pendent ($m = 1,983$) és molt pròxim a 2; el terme independent ($n = -7,557$) és molt semblant a les mitjanes de les 3 distribucions.

De totes aquestes comprovacions, se'n pot concloure que la 2ª fase de l'algorisme tendeix a reforçar les assignacions de la 1ª, en el sentit que dóna més autobusos a aquelles línies que ja en tenen un nombre alt, en detriment d'aquelles que ja estaven poc servides. La relació:

$$\frac{\text{freqüència final} - \text{freqüència mitjana.}}{\text{freqüència RSHLU} - \quad "}$$

és de l'ordre de 2 si ja estava per damunt de la mitjana o d'1/2 altrament.

Aquesta tendència a enfortir les línies amb una freqüència ja alta per mitjà de llevar autobusos d'aquelles que ja eren febles en freqüència,

LINIA	BUSOS						FREQUENCIES (bus/h)		
	INICIAL	RSHLU		FINAL		INICAL	RSHLU	FINAL	
			dif.		dif.				
1	16	20	4	24	4		9'55	11'47	
2	26	32	6	39	7		9'25	11'29	
3	21	21	0	21	0		7'40	7'40	
4	21	13	-8	11	-2		4'65	3'93	
5	21	29	8	36	7		10'30	12'79	
6	22	20	-2	19	-1		6'84	6'50	
7	16	15	-1	7	-8		7'10	3'31	
8	26	27	1	23	-4		7'73	6'59	
9	18	15	-3	9	-6		6'31	3'79	
10	26	23	-3	20	-3		6'65	5'79	
11	18	17	-1	14	-3		7'05	5'81	
12	20	20	0	21	1		7'49	7'86	
13	19	19	0	24	5		7'38	9'31	
14	23	28	5	31	3		9'02	10'00	
15	23	27	4	26	-1		8'81	8'48	
16	25	27	2	31	4		8'32	9'55	
17	27	29	2	35	6		8'19	9'90	
18	16	16	0	15	-1		7'47	7'00	
19	22	19	-3	19	0		6'47	6'47	
20	21	16	-5	10	-6		5'71	3'57	
21	21	19	-2	19	0		6'96	6'96	
22	19	20	1	24	4		7'89	9'46	
23	24	21	-3	22	1		6'75	7'08	
24	9	7	-2	0	-7		6'07	0	
	500	500	-33 33	500	-42 42		7'54		
						MITJANA	7'473	7'263	
						DESV. STD.	1'270	2'932	

FIG. 3.3.6

i que pot establir-se com un constant de l'algorisme, s'ha aprofitat per a disenyar-ne una millora. L'algorisme millorat tracta de preveure quina por ser l'assignació final, i mira d'apropar-s'hi ja a la 1ª fase. El punt 3.3.8 es dedica a l'estudi d'aquesta innovació i a les millores efectivament aconseguides.

Sota un aspecte de transport, sembla poder-se afirmar que, "a priori" s'obté una assignació millor, és a dir, un cost total per a la ciutat inferior si se serveixen molt bé unes línies presumiblement fortes, tot i deixant les altres amb freqüències molt baixes. Naturalment, aquesta conclusió és fruit de la definició de cost del començament. Socialment no sembla acceptable deixar sectors de la ciutat mal servits, tot i que no sigui "rendible" llur explotació.

Aquesta deficiència podria esmenar-se amb l'adopció d'una altra funció objectiva, que ja no seria mesurable en minuts, en la qual el cost de viatge, a_{ij} , fos elevat a una certa potència, superior a 1. Els costos alts pesarien, aleshores, molt més.

NOTA: Aquesta regressió s'ha repetit amb una altra xarxa anàloga a l'actual, amb les següents diferències:

- L 12
- nombre de línies: 19

Els resultats són encara més concloents:

$$\begin{aligned} \rho &= 0.967 \\ R^2 &= 0.935 \\ m &= 1.923 \\ n &= -8.371 \end{aligned}$$

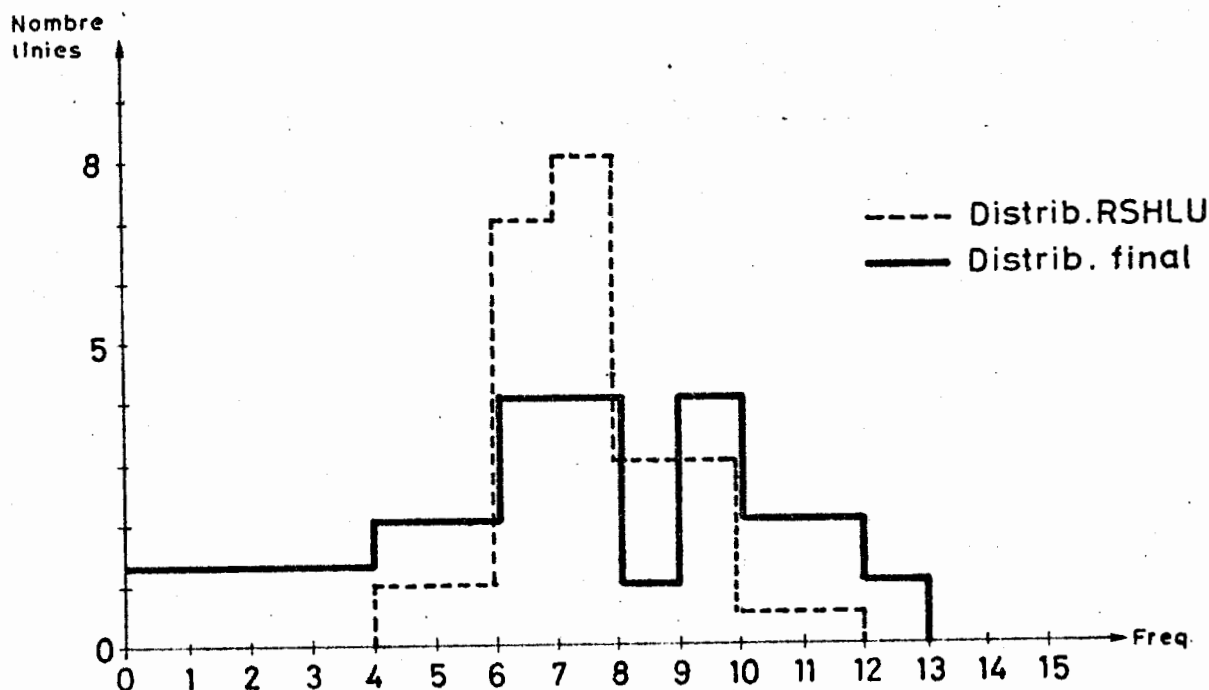


FIG. 3.3.7

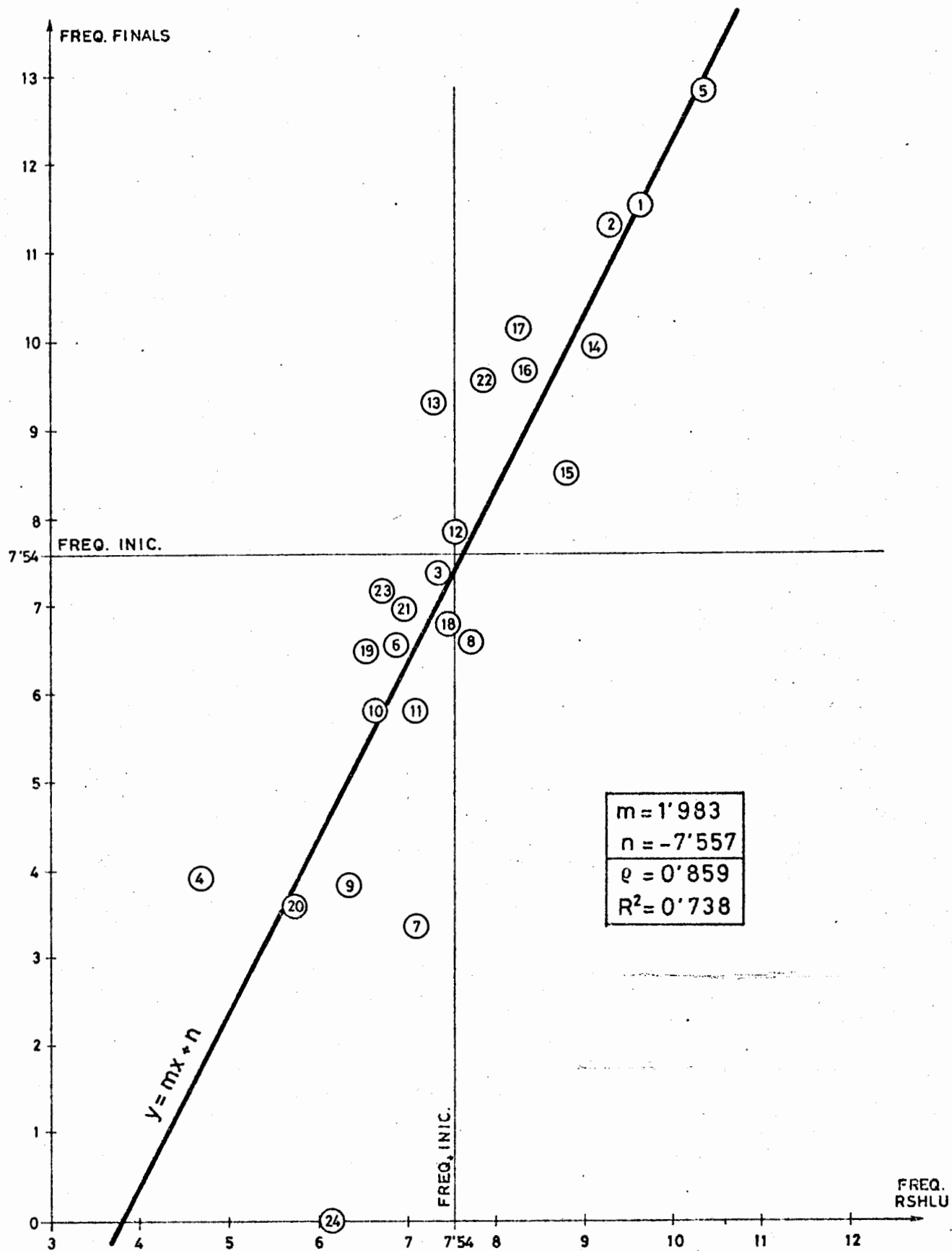


FIG. 3.3.8

Nº LÍNIAS	Nº PARELLS NUSOS (tuxos)	INICI			FINAL		TOTAL	GUANY
		DEMANDA NO ABS.	DEMANDA ABSORB.	% TOTAL	DEMANDA NO ABS.	DEMANDA ABSORB.		
0	220 22%	132265	0		132265	0	132265	0
1	375 } 60%	18665	135909	87	16073	138501	154574	2592
2		23066	121096	83	22696	121466	144162	350
3	120 } 17%	40022	121156	75	39278	121900	161178	744
4		17223	53325	75	16712	53836	70549	511
5		9019	24108	72	8776	24351	33128	243
6	5 } 9%	3449	7389	68	3555	7283	10839	-106
7		10630	6577	38	10541	6666	17208	89
8		2532	1423	35	2585	1370	3956	-53
TOTALS		256874	470986	64	252486	475375	727861	4389

FIG. 3.3.9

3.3.2.4. Evolució dels nusos units per un cert nombre de línies.

El punt actual té com a objecte d'analitzar la demanda i el seu grau de satisfacció per segment.

Els segments són de fluxos a servir i el criteri de segmentació és el nombre de línies que serveixen cada flux.

A la figura 3.3.9 por observar-s'hi que el segment més nombrós és d'1 línia, i que com era lògic d'esperar, tant el nombre de fluxos com la demanda decreixen a mesura que augmenta el nombre de línies.

De l'observació d'un mapa de la xarxa, por deduir-se que els trajectes curts tendeixen a ser servits per moltes línies, mentre que els llargs per poques. Això explica que la proporció absorbida de la demanda total del segment sigui superior al capdamunt de la taula, donat que, els trajectes curts ressenten més fortament la competència de la marxa a peu, àdhuc si les freqüències de llurs línies són altes.

Per una raó anàloga els guanys obtinguts són més grans per als fluxos servits per poques línies. Els de moltes tenen fins i tot pèrdues, ja que, en qualsevol cas, la pèrdua de cost no por ser gaire gran, donada la gran proximitat dels costos en bus i a peu.

3.3.3. ANALISI DE LA CONVERGÈNCIA DE L'ALGORISME.

No és possible de provar la convergència de l'algorisme d'una manera teòrica, tal com s'ha repetit al llarg del treball diverses vegades.

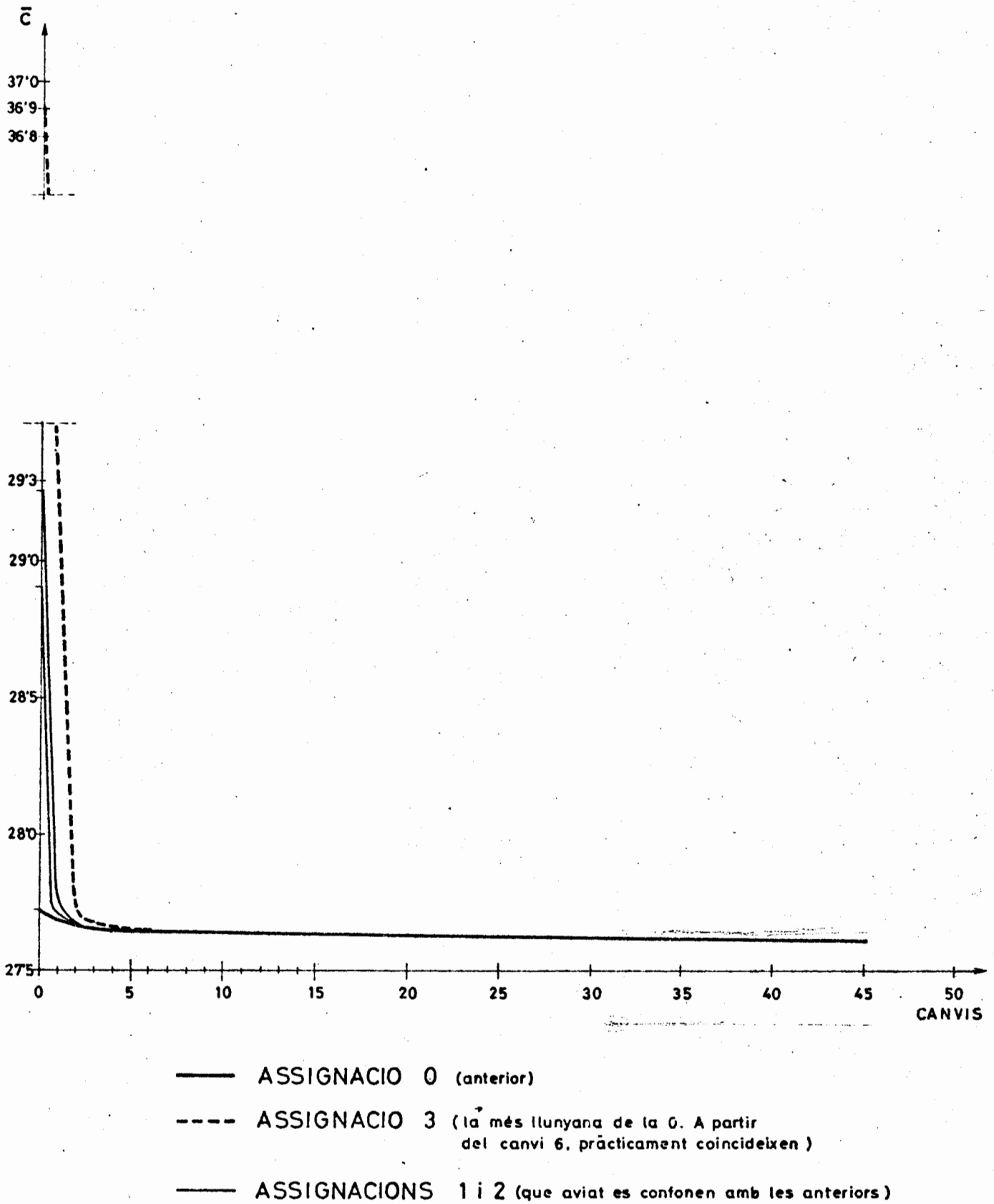
En aquest punt es presenta la prova d'una manera pràctica. Cal recordar que l'algorisme té dues opcions: o bé de crear ell mateix una assignació de partida, donat un nombre de busos, o bé de acceptar-la des de fora. Aquest és el cas que s'ha aplicat aquí.

Amb la mateixa xarxa i els mateixos paràmetres que al cas anterior, s'han fornit a l'algorisme 3 assignacions de partida diferents, amb la sola condició que el nombre total de busos fos de 500, tal com era abans. S'ha procurat, també, que els valors fossin força diferents entre sí, i el màxim de "dolents" possible, és a dir, amb costos inicials molt alts. Aquestes 3 assignacions són a la figura 3.3.10.

Doncs bé, els gràfics de costos i demandes (figures 3.3.11 i 3.3.12) mostren que a partir de la 2^a reassignació les xifres són sensiblement iguals i que els valors posteriors obtinguts a cada reassignació o canvi són pràcticament els mateixos. La prova, de convergència, doncs, resulta fortament concloent.

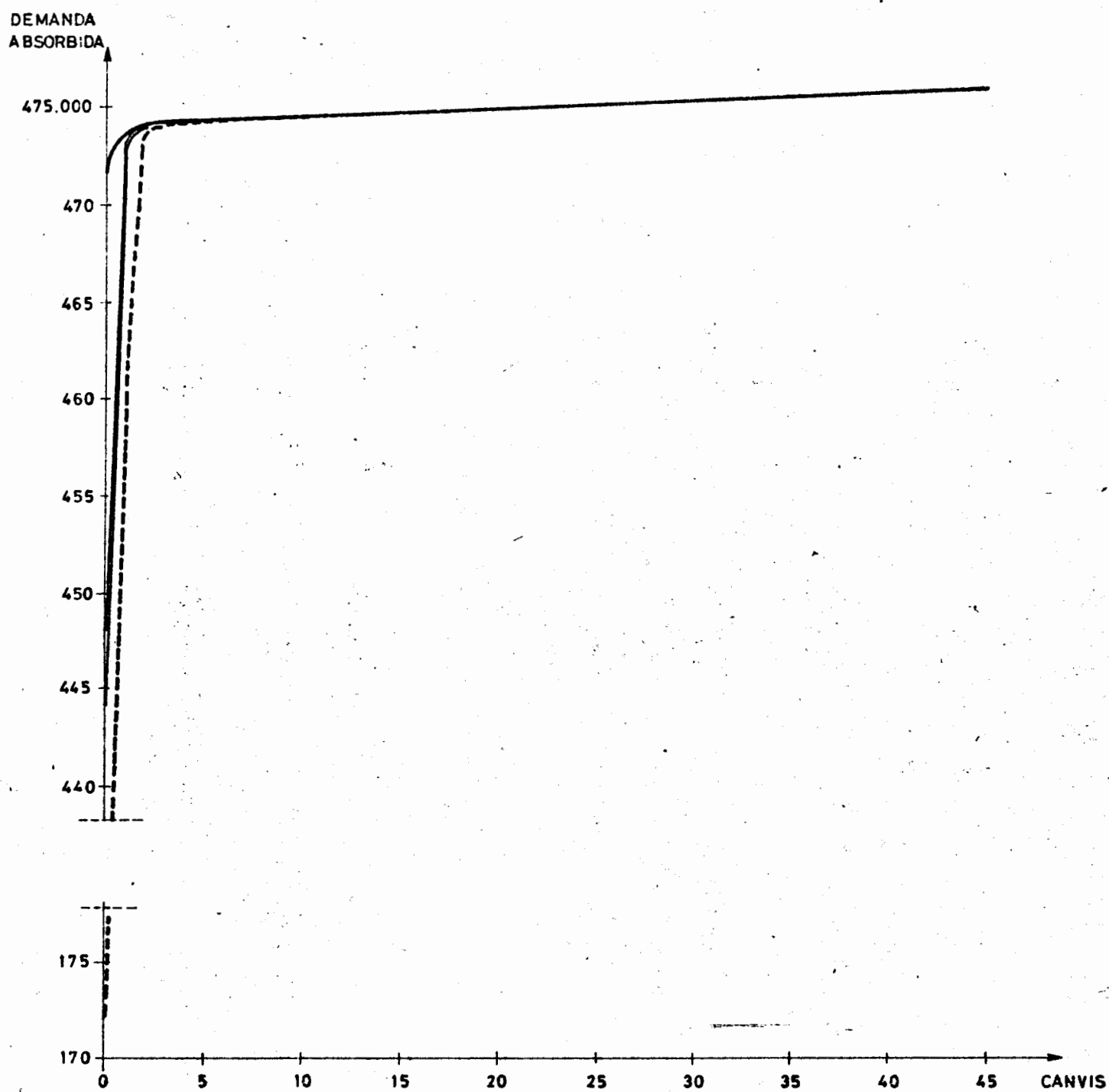
LINIA	ASSIGNACIO	ASSIGNACIO	ASSIGNACIO	ASSIGNACIO
	0 (calculada per l'algo risme)	1	2	3
1	16	35	5	1
2	26	40	5	1
3	21	40	5	1
4	21	40	5	1
5	21	40	5	1
6	22	40	5	1
7	16	40	5	1
8	26	40	5	1
9	18	40	5	1
10	20	40	5	1
11	19	40	5	1
12	23	40	5	1
13	19	5	40	1
14	23	5	40	1
15	23	5	40	1
16	25	5	40	1
17	27	5	40	1
18	16	5	40	1
19	22	5	40	1
20	21	5	40	1
21	21	5	40	120
22	19	5	40	120
23	24	5	40	120
24	9	5	35	120
TOTAL	500	500	500	500
COST INICIAL	27'72615	29'27077	28'92216	36'90172
DEMANDA INICIAL	471488	444136	447738	172198

FIG. 3.3.10



Comparació d'assignacions: evolució del cost.

FIG. 3.3.11



Comparació d'assignacions: evolució de la demanda.

- ASSIGNACIO 0
- ASSIGNACIONS 1 i 2
- - - ASSIGNACIO 3

FIG. 3.3.12

3.3.4. PROVA DE LES 5 XARXES DE BASE.

La taula de la figura 3.3.13 mostra el funcionament de l'algorisme amb les 5 xarxes de prova. La influència del traçat i de l'estructura inicial de les línies constituents és decisiva.

Hi ha 3 xarxes en les quals l'algorisme assoleix resultats similars (L7, L8 i L12).

- els guanys absoluts:	0'115	-	0'106	-	0'109
- els guanys relatius:	6'02%	-	5'72%	-	6'56%
- la importància de la 1 ^a fase en guany relatiu:	3'78%	-	3'56%	-	4'32%
- la relació entre ambdós guanys relatius:	0'628	-	0'623	-	0'658
- el nombre de canvis:	46	-	41	-	43

La xarxa L10 obté resultats inferiors, d'una manera no massa explicable, ja que té uns límits (en cost mínim i en demanda absorbible) i uns punts de partida (en cost i demanda inicials) millors que L12; no gensmenys, els guanys relatiu i absolut estan per sota d'aquesta.

Finalment L9 és un cas a part, perfectament explicable. Partint d'una situació netament millor, avança molt menys en tots conceptes, precisament perquè ja no admet una disminució de costos com l'altra. Per exemple el punt inicial en cost i en demanda ja és millor que els punts finals de les altres 4 xarxes. Curiosament, és l'única que perd demanda al final del procés (149 usuaris). La importància relativa de la 1^a fase és més gran que en tots els altres casos, fet poc clar ja que, en un procés de refinament com és aquest, sembla més aviat que la 2^a fase hauria de cobrar un relleu especial. Els nombre de canvis és de l'ordre de la meitat que els altres, en consonància amb totes les altres magnituds del procés.

3.3.5. INFLUÈNCIA DE LA SENSIBILITAT β .

Partint de la xarxa L8 amb 500 autobusos i tots els altres paràmetres amb els seus valors habituals, s'ha fet variar la β (sensibilitat a la repartició modal) entre tota una gamma de valors. Donada la manera com la β incideix en l'algorisme, ha semblat més adient d'assignar-li valors relacionats multiplicativament entre si. La taula de la figura 3.3.14 mostra la variació de llurs logaritmes.

La seva influència és del tot clara: com més sensible és l'usuari a les diferències entre costos modals, més baix és el cost total, i més demanda absorbeix la xarxa. Una conclusió com aquesta podia esperar-se d'antuvi, ja que, si l'usuari sap treure més bon partit d'allò que la xarxa li ofereix, el cost total ha de baixar per força. Es tracta d'una digressió tècnica, sobre el paper, que no té res a veure en com actua realment el viatger.

La sensibilitat és una variable de comportament i no d'acció. Ha de ser estimada, doncs, prèviament a l'algorisme.

Ident. xarxa		L7	L8	L9	L10	L12
Nº línies		31	24	23	22	19
Long. xarxa (Km.)		416°343	398°048	404°006	380°771	375°726
Nº reassign.		4	3	2	3	3
Nº canvis		46	41	22	41	43
COST	inicial	27°44565	27°44638	26°89809	27°85973	27°86200
	RSHLU	27°37311	27°38045	26°85344	27°81198	27°79025
	final	27°33015	27°34053	26°84116	27°78568	27°75305
	dif. final inic.	0°11550	0°10585	0°05693	0°07405	0°10895
	mfnim	25°52928	25°59842	24°53645	26°06387	26°20224
GUANY	perc. RSHLU	3°78530%	3°56789%	1°89052%	2°65861%	4°32272%
	perc. final	6°02670%	5°72794%	2°41064%	4°12344%	6°56406%
	RSHLU/final	0°6280	0°6228	0°7841	0°6447	0°6585
DEMANDA	inicial	491953	484675	518616	493599	482185
	RSHLU	494218	488588	519085	495169	484984
	final	495155	489960	518467	495337	485961
	increment	3202	5285	-149	1738	3776
	màxima absor- bible. (si espera nul.la)	526843	517511	550381	527875	517679

$\beta = 2$, per a totes

FIG. 3.3.13

senb. β	0'05	0'5	0'7	1	2	20	1000 (∞)
log β	-1'3	-0'3	-0'15	0	0'3	1'3	4 (∞)
nº reass.	3	2	3	3	3	3	2
nº canvis	43	43	43	45	41	45	45
COST							
inicial	31'30205	28'18761	27'93672	27'72615	27'44638	27'14334	27'10373
RSHLU	31'24651	28'12527	27'87137	27'66139	27'38045	27'07448	27'03526
final	31'21478	28'08609	27'83383	27'62186	27'34053	27'03458	26'99467
mfnim	29'84492	26'39546	26'12372	25'89688	25'59842	25'28281	25'24300
dif. final inic.	0'08727	0'10152	0'10289	0'10429	0'10585	0'10876	0'10906
perc. RSHLU	3'81176%	3'47808%	3'60470%	3'54012%	3'56789%	3'70124%	3'67953%
perc. final	5'98886%	5'66454%	5'67511%	5'70139%	5'72794%	5'84588%	5'86084%
RSHLU/final	0'63647	0'61400	0'63517	0'62092	0'62289	0'63313	0'62781
GUANY							
inicial	360250	452270	462388	471488	484675	500030	500910
RSHLU	360744	454281	464829	474339	488588	507309	510106
final	361037	455371	466027	475758	489960	507909	510108
máxima abs.	370067	476491	488782	500152	517511	543356	548621
dif. final inic.	787	3101	3639	4270	5285	7879	9198
DEMANDA							

FIG. 3.3.14

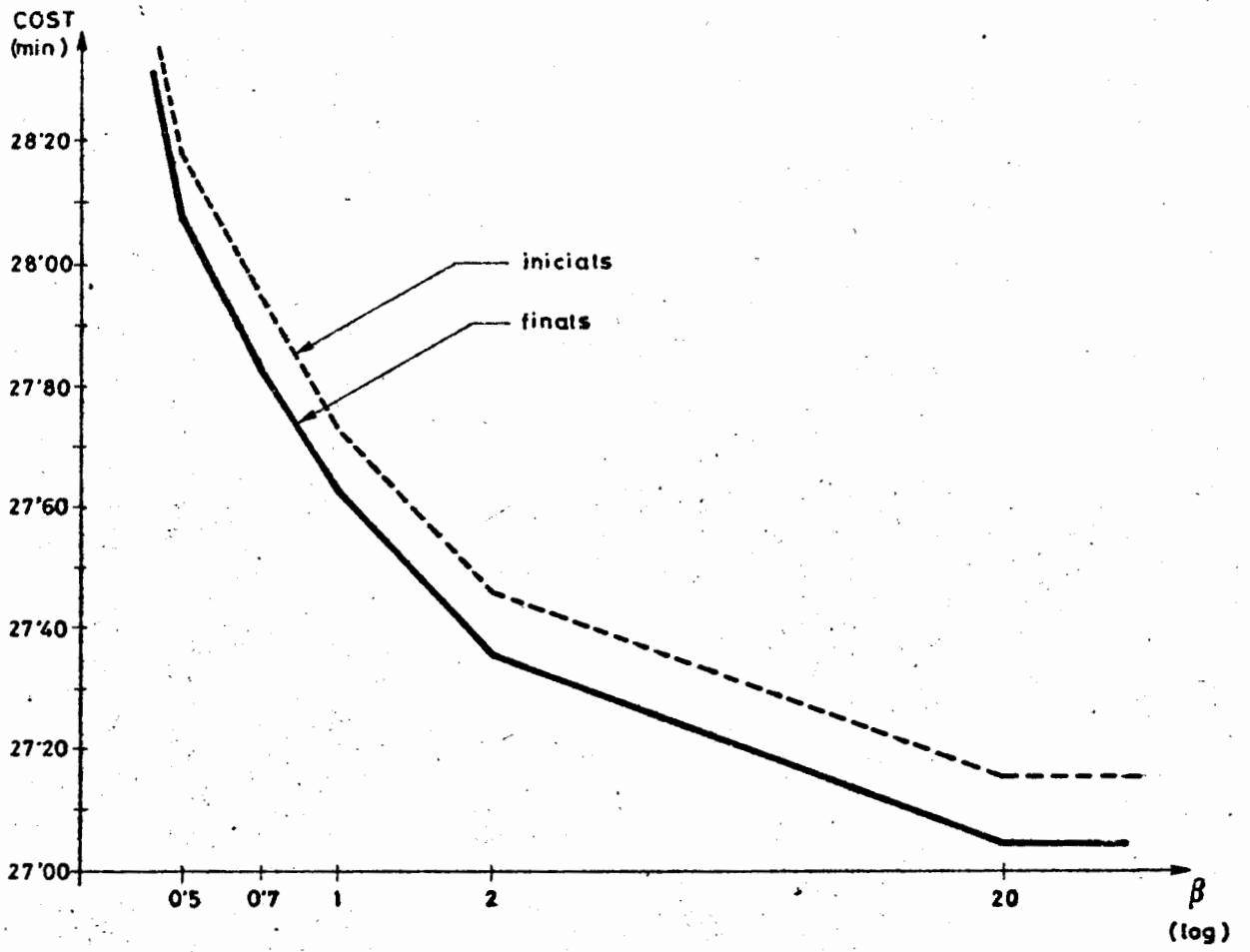


FIG. 3.3.15

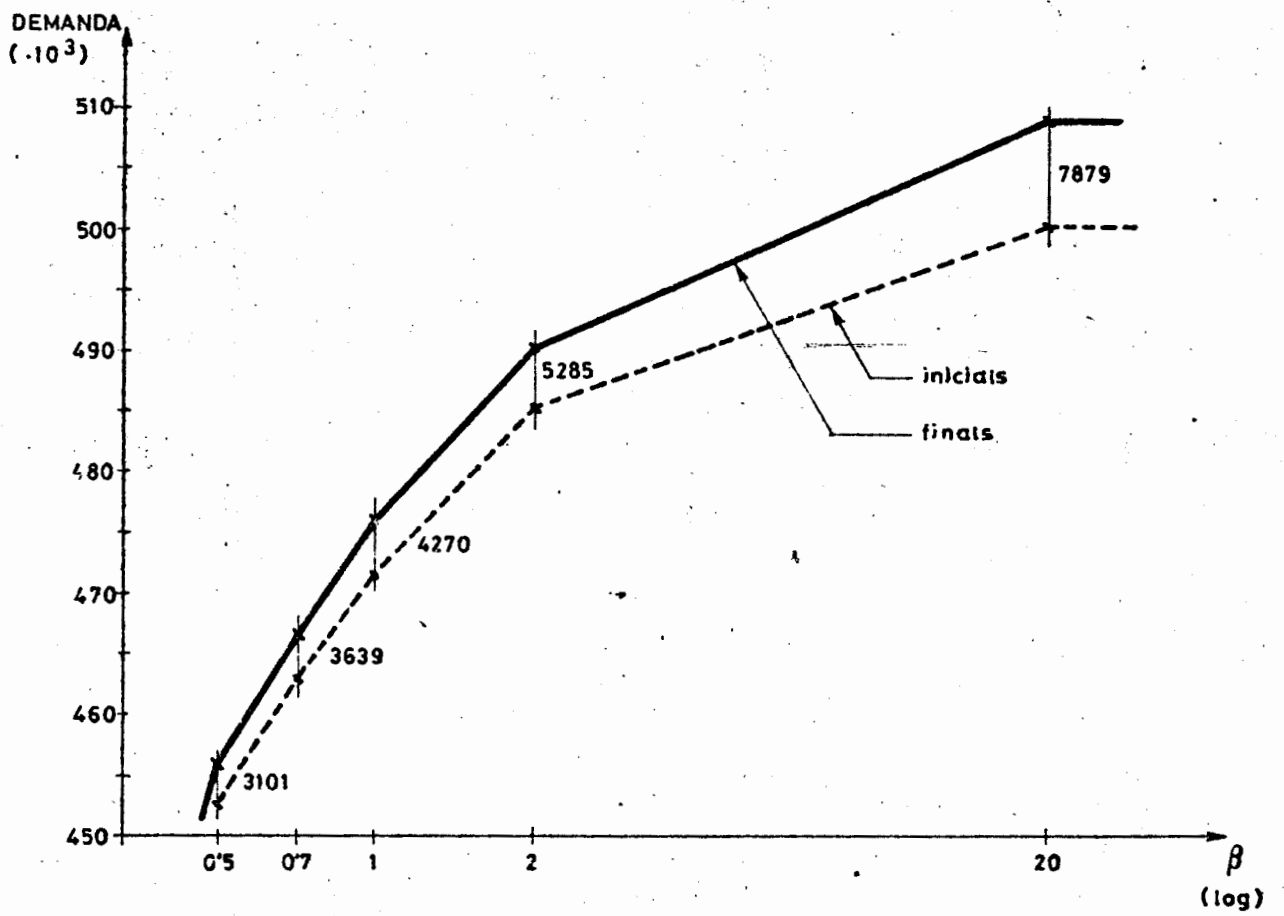


FIG. 3.3.16

Sensib.β	0'05		0'5		0'7		1		2		20		10000
1	24		24		24		24		24	+1	25		25
2	41	-2	39	-1	38	+1	39		39	-1	38		38 ←
3	21		21		21		21		21		21		21
4	11		11		11		11		11		11		11
5	35		35	+1	36		36		36	+1	37		37 ←
6	20		20		20	-1	19		19		19		19 ←
7	8	-1	7		7		7		7		7		7
8	22	+1	23		23		23	+1	24		24		24 ←
9	9		9		9		9		9		9		9
10	20		20		20		20		20		20		20
11	14		14		14		14		14		14		14
12	21		21		21		21		21		21		21
13	23	+1	24		24		24		24		24		24
14	30	+1	31		31		31		31	-1	30		30 ←
15	27	-1	26		26		26		26		26		26
16	30	+1	31		31		31		31		31		31
17	34	+1	35		35		35		35		35		35
18	16	-1	15		15		15		15		15		15
19	18	+1	19		19		19		19		19		19
20	10		10		10		10		10		10		10
21	19		19		19		19		19		19		19
22	26	-2	24		24		24	-1	23		23		23 ←
23	21	+1	22		22		22		22		22		22
24	0		0		0		0		0		0		0

ASSIGNACIO FINAL D'AUTOBUSOS.

FIG. 3.3.17

Heus aci l'evolució de totes les altres variables:

- a) Nombre de reassignacions i de canvis. Presenta una variació erràtica i molt reduïda, sense que hom pugui concloure'n que aquests valors depenen de la sensibilitat.
- b) Costos (vegi's la figura 3.3.15) Tots disminueixen amb β . La relació que lliga els costos i el logaritme de β és fàcilment assimilable a una hipèrbole. Es de notar, però, que la diferència entre el cost inicial i el final, és a dir, el camí recorregut per l'algorisme, augmenta lleugerament i constant amb β . Conclusió lògica, ja que el programa sap treure més bon partit d'una sensibilitat més gran de l'usuari.
- c) Guany mesurat en %. També augmenta lleugerament.
- d) Aportació relativa de la 1ª fase (RSHLU). Observa un comportament pràcticament uniforme, estabilitzat en l'estret interval 62 - 64%. Les dues fases de l'algorisme, doncs, signifiquen el mateix, independentment de la β .
- e) Demanda (vegi's la figura 3.3.16). Tal com s'ha esdevingut amb els costos, creix sempre amb la sensibilitat, d'una manera també asimptòtica. El valor de les asimptotes no pot determinar-se amb certesa, ja que el computador no admet valors infinits de β . De tota manera, la prova feta per a $\beta = 10^5$ ha de ser-hi forçosament propera. Per anàloga raó a la suara esmentada en parlar dels costos, l'augment de demanda fornit per l'algorisme també creix, i àdhuc, més clarament que amb els costos. La diferència es posa de manifest en els gràfics.
- f) Assignació final de busos. (vegi's la taula de la figura 3.3.17). No hi ha diferències significatives entre una assignació i l'altra, llevat de la corresponent a una $\beta = 0.05$ que, en tots conceptes és molt distant de les altres.
Bandejant aquesta prova, doncs, i comparant les altres entre sí, pot veure's que tan sols 6 línies sobre 24 no tenen el mateix nombre de busos en tots els casos. La diferència mai no ultrapassa els 2 busos.

3.3.6. INFLUENCIA DEL NOMBRE DE BUSOS.

A partir de la xarxa L8, amb una $\beta = 1$, es presenten 5 proves fetes, variant el nombre de busos. Els valors en cada cas són:

AUT = 15
 AUT = 50
 AUT = 150
 AUT = 500
 AUT = 1000

El valor de 500 és l'habitual, i el que s'havia pres fins ara. 50 és un valor exageradament petit per tal de veure la competència entre línies en arribar a flotes de busos molt reduïdes. El valor de 150 s'ha triat de manera que sigui aproximadament la mitjana geomètrica dels altres dos. Finalment, els valors AUT = 15 i AUT = 1000 representen els extrems de l'interval de variació.

Tant els costos com les demandes donen resultats més o menys previsibles: si

el parc és limitat, els intervals augmenten i els costos també, ja que el temps d'espera és superior. Lògicament, la demanda disminueix. De tota manera el cost es mou en un interval afitat superiorment i inferior:

- la fita superior és el cost a peu, en el supòsit que tots els viatges es fan d'aquesta manera ($AUT = 0$).
- la fita inferior és l'anomenat cost mínim, que presuposa un temps d'espera nul i, per tant, un nombre infinit de busos. ($AUT = \infty$).

La corba resultant, doncs, ha de ser molt semblant a una logística, és a dir, una corba amb dues asymptotes paral·leles, un punt d'inflexió i, en el cas present, decreixent. No és però, abordable de trobar analíticament la funció que lliga els costos amb el nombre de busos. Els punts obtinguts, però, així ho confirmen:

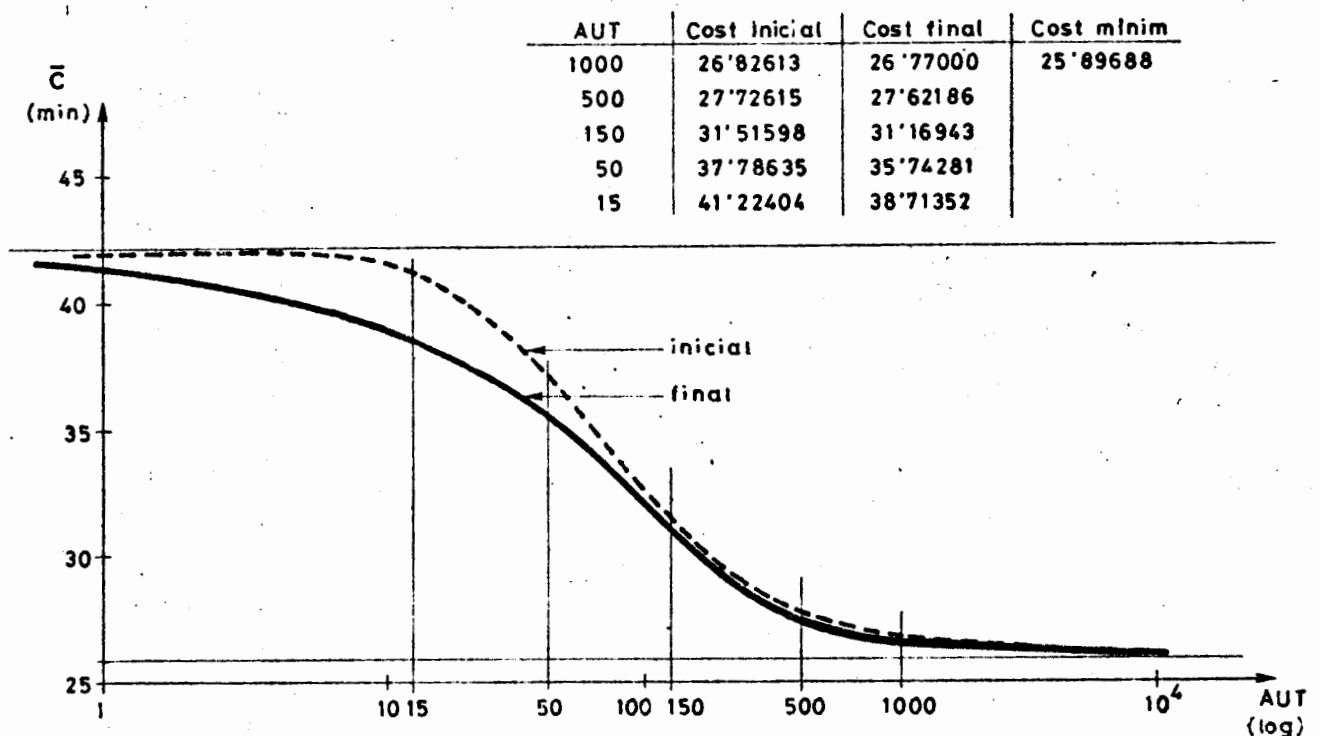


FIG. 3.3.18

El fet més remarcable en aquesta prova és l'assignació de busos resultant. S'ha exposat, tal com es va fer a l'apartat 3.3.2.3., en parlar del funcionament de l'algorisme, per mitjà de les freqüències horàries (nombre de busos/h), taula de la figura 3.3.20, ja que la distribució dels diversos busos en les línies (vegi's la figura 3.3.19), no és de per si gaire eloqüent.

Noti's que, en disminuir el nombre total de busos, augmenten les línies desafectades del tot. Així, mentre per 500 busos n'hi havia només 1, per 150 ja n'hi ha 2, per a 50 busos, arriba a 14 sobre un total de 24 línies i per a 15 busos, les 3 primeres línies els prenen tots. L'histograma relatiu a aquesta distribució en deixa entendre la raó. En cada cas sembla observar-se una freqüència crítica mínima, per sota de la qual no és rendible de fer funcionar una línia, ja que, donat el temps d'espera massa gran, els usuaris potencials s'estimarien més de fer el trajecte a peu, o bé prendrien una altra línia.

Xarxa L8 ($\beta = 1$)

LINIA	AUT=15		AUT=50		AUT=150		AUT=500		AUT=1000		
1	4	5	4		7	2	24	8	49		
2	6	8	5		11	3	39	13	78		
3	5	6	4		8	2	21	0	41		
4	0	0		-2	0		11		-10	23	
5	0	6	4		11	5	36	15	72		
6	0	0		-2	7	0	19		-3	38	
7	0	0		-2	4		-1	7		-9	15
8	0	4	1		4		-4	23		-3	46
9	0	2		0	3		-2	9		-9	17
10	0	0		-3	8	0	20		-6	39	
11	0	0		-2	5	0	14		-4	27	
12	0	4	2		7	1	21	1		41	
13	0	0		-2	6	0	24	5		48	
14	0	0		-2	10	3	31	8		62	
15	0	3	1		8	1	26	3		53	
16	0	0		-2	9	2	31	6		62	
17	0	6	3		11	3	35	8		69	
18	0	3	1		6	1	15		-1	30	
19	0	0		-2	6		-1	19		-3	37
20	0	0		-2	5		-1	10		-11	19
21	0	3	1		5		-1	19		-2	38
22	0	0		-2	3		-3	24	5		51
23	0	0		-2	6		-1	22		-2	44
24	0	0		-1	0		-3	0		-9	0
	15	50	22		150	23		500	72		1000

ASSIGNACIO D'AUTOBUSOS

Les xifres a la dreta dels busos assignats a cada línia corresponen al saldo entre l'assignació inicial i la final. Llur suma, per tant, és el nombre total de canvis operats per l'algorisme.

FIG. 3.3.19

LINIA	AUT = 15	AUT = 50	AUT = 150	AUT = 500	AUT = 1000
1	1'91	2'38	3'34	11'47	23'43
2	1'73	2'31	3'18	11'29	22'55
3	1'76 ^{min.}	2'11	2'82	7'40	14'45
4	0	0	0	3'93	8'23
5	0	2'13	3'90	12'79	25'53
6	0	0	2'39	6'50	13'01
7	0	0	1'89	3'31 ^{min.}	7'10
8	0	1'14	1'14 ^{min.}	6'59	13'18
9	0	0'84 ^{min.}	1'26	3'79	7'15
10	0	0	2'31	5'79	11'27
11	0	0	2'07	5'81	11'21
12	0	1'49	2'62	7'86	15'34
13	0	0	2'33	9'31	18'63
14	0	0	3'22	10'00	20'00
15	0	0'97	2'61	8'48	17'29
16	0	0	2'77	9'55	19'10
17	0	1'69	3'11	9'90	19'48
18	0	1'40	2'80	7'00	14'01
19	0	0	2'04	6'47	12'60
20	0	0	1'78	3'57	6'78 ^{min.}
21	0	1'10	1'83	6'96	13'92
22	0	0	1'18	6'34	20'13
23	0	0	1'93	8'47	14'15
24	0	0	0	0	0
FRECUENCIA MITJANA	0'251	0'754	2'261	7'536	15'072

FRECUENCIES EN BUSOS/h.

FIG. 3.3.20

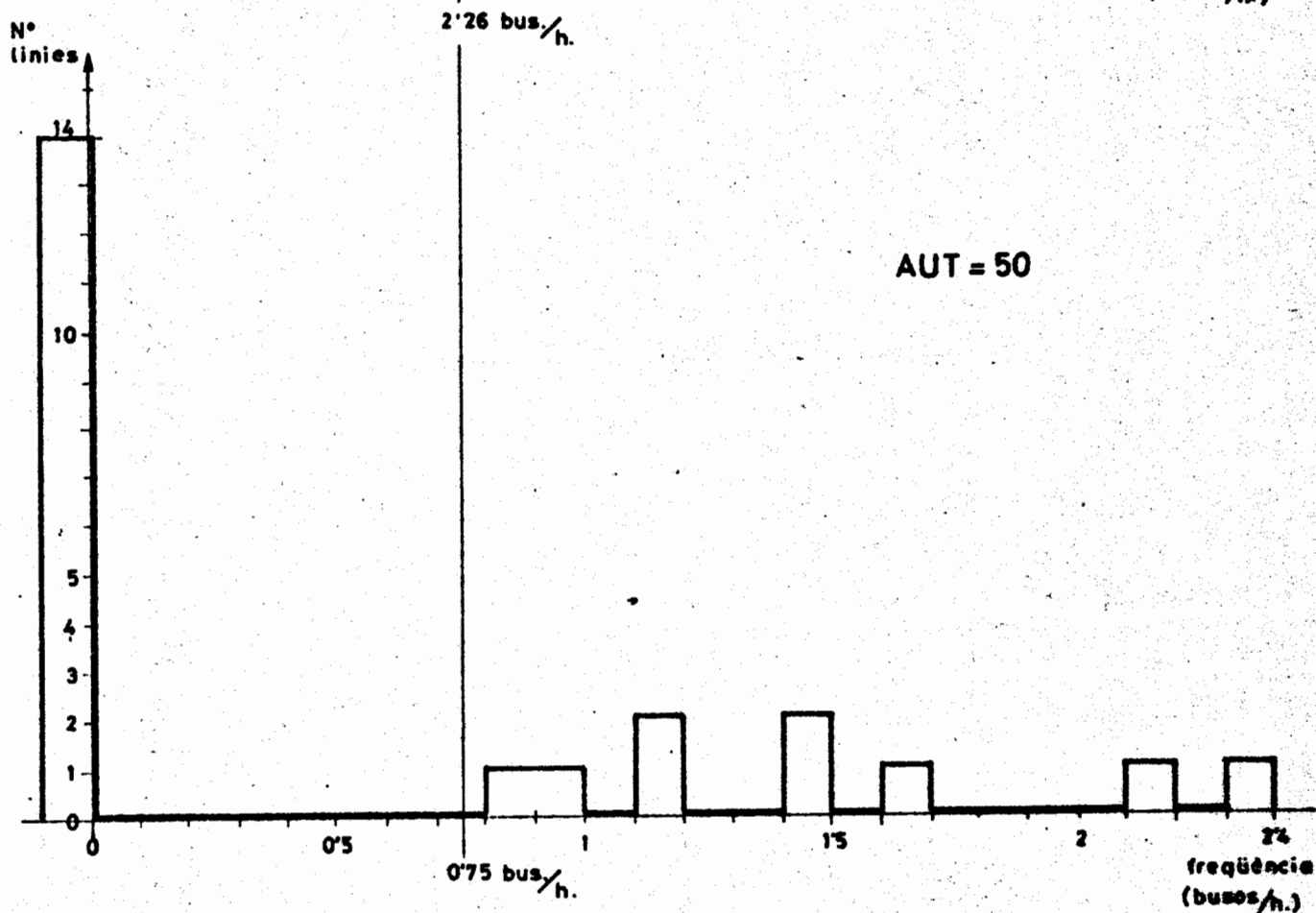
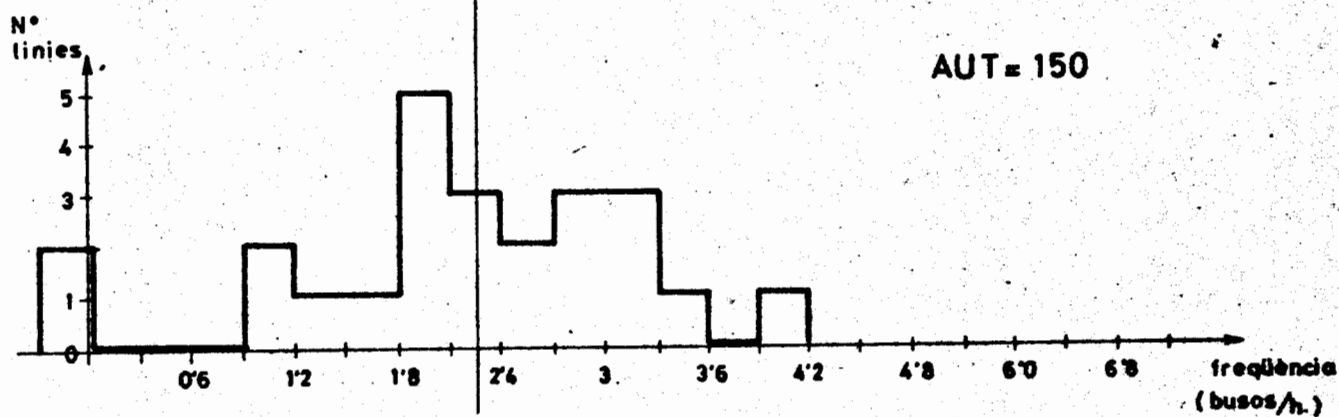
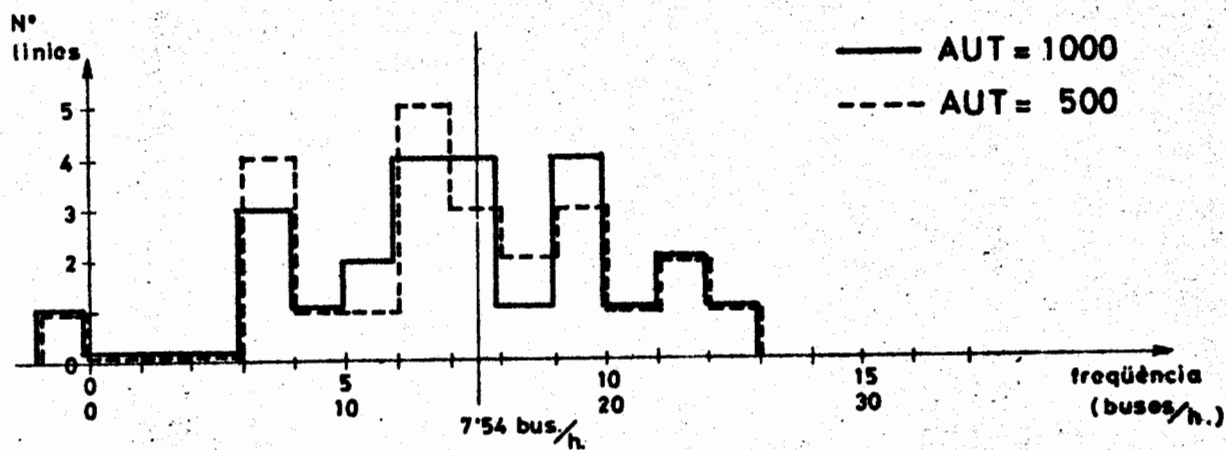


FIG. 3.3.21

Per això, els 3 histogrames de la figura 3.3.21 mostren un buit considerable entre la freqüència nul·la i la freqüència que s'ha anomenat crítica. Es tracta d'un interval inestable, dintre del qual les línies no poden fer sinó anar relliscant cap a l'esquerra, és a dir, d'anar cedint autobusos a aquelles que ja en tenen més, fins a no restar-los-en cap.

Es dona el cas curiós, en la prova de 50 autobusos, (AUT=50) que la freqüència inicial mitjana, a l'entorn de la qual s'agrupaven les línies, cau en l'interval inestable. L'algorisme per tant, de seguida ha de desafectar un bon grapat de línies per tal de "salvar" les altres, és a dir, de treure-les d'aquest interval.

El valor de la freqüència crítica, no pot determinar-se amb exactitud, i varia d'un parc de busos a l'altre. Es com dir que l'usuari s'acostuma al nivell mitjà de servei que hom li ofereix dintre d'uns marges. Les següents freqüències mínimes observades en les tres proves fetes, són a la figura 3.3.22

AUT	freqüència busos / h.	línia
500	3,31	7
150	1,14	8
50	0,84	9
(15	1,83	2)

→ molt poc significatiu, donat el baix nombre de busos.

FIG. 3.3.22

Però és evident que la freqüència crítica ha de dependre de les dimensions de la ciutat i, per tant, del cost a peu mitjà, d'una manera decreixent (com més gran és el cost a peu, més petita és la freqüència mínima acceptada) i també, com és obvi, del nombre de busos.

D'altre cantó, les proves AUT=500 i AUT=1000 mostren que, en augmentar el nombre de busos, i ja lluny de les freqüències crítiques, les relacions entre assignacions tendeixen a estabilitzar-se. El quadre d'assignacions de la figura 3.3.19 mostra que per AUT=1000, les línies tenen molt aproximadament el doble de busos que per a AUT=500. A més, els 2 histogrames de freqüències de la figura 3.3.21 tènien formes força semblants.

3.3.7 INFLUÈNCIA DE α O EXPONENT EN LA RSHLU.

A l'apartat 3.3.2.3. d'aquest capítol es parlava d'una possible millora a introduir a l'algorisme en la seva 1^a fase.

Cal recordar abans dues coses:

a)

$$n_1 \sim \sqrt{T_1 \cdot L_1} = (T_1 \cdot L_1)^{0.5} \quad (3.3.2.)$$

Com va explicar-se al punt 3.2.4.2. l'assignació òptima si no hi hagués competència entre línies (RSHLU) la dona la fórmula que encapçala aquest paràgraf. Com que de fet no és així, la primera fase s'ocupa d'anar iterant a base d'aquesta fórmula fins a assolir l'equilibri.

b) En la regressió vista al paràgraf 3.2.4.2., s'observa una correlació força clara entre l'assignació resultant de la 1ª fase i la final, en el sentit que les línies fortes en freqüència tendien a enfortir-se més, a expenses de les aleshores ja febles. Aquest concepte s'ha explicat més clarament en l'apartat 3.3.6. en parlar de la freqüència crítica. Aquesta regressió va suggerir de canviar l'exponent $\alpha = 0,5$ de (3.3.2) per un valor més alt, de manera que la 1ª fase, molt més barata en CPU que la 2ª augmentés la seva eficiència.

S'han fet proves variant aquest valor a $\alpha = 0,7$ i $\alpha = 0,9$, i per al primer cas, queda palès que s'obté un guany en temps d'execució, mentre que per al segon s'obté una pèrdua.

Les dues taules següents (figures 3.3.23 i 3.3.24) indiquen la importància relativa de cada magnitud. Sembla clar que per a $\alpha = 0,5$ se segueix el camí més directe, ja que només es fa un canvi innecessari. En canvi, per a $\alpha = 0,7$ s'obté el programa més curt en durada, donat que la 2ª fase només té 30 canvis, contra 42 la passada amb $\alpha = 0,5$. La prova amb $\alpha = 0,9$ és clarament la pitjor en nombre de canvis i en temps de CPU.

Tot sembla dur a la conclusió que l'òptim es ve a situar cap a $\alpha = 0,6 \div 0,65$, però es fa difícil de trobar un mètode, que n'optimitzi el valor. Lògicament, α ha de ser:

- a) creixent amb el grau d'interrelació de les línies i
- b) probablement decreixent amb el nombre d'autobusos.

- a) Es justifica amb la regressió realitzada abans.
- b) " " pel fet que la diferència entre línies s'accentua en disminuir el nombre de busos.

Si es vol un nombre mínim de canvis, no cal moure's de $\alpha = 0,5$. Però si hom vol minimitzar la durada del programa, cal augmentar el valor d' α , sense que hom pugui predir quin valor el minimitza. Aquesta variació, però, no altera per res el resultat final de l'algorisme, el qual es immutable enfront del procés seguit.

Aquestes 3 execucions han permès d'estimar els temps unitaris de CPU per a cada operació individual. Val a dir que aquests valors no són constants, i que varien a cada execució, en funció de tots els paràmetres del procés. Poden servir, però, com a orientació.

Anomenant:

r : temps de CPU en seg. per reassignació.
 c : " " " " canvi.
 K : " " " constant,

es pot plantejar, en funció de les 3 passades:

$$3r + 42c + K = 2003'377$$

$$4r + 30c + K = 1573'863$$

$$6r + 58c + K = 2822'861$$

que resolt dona:

$$r = 56'954 \simeq 57 \text{ seg}$$

$$c = 40'539 \simeq 41 \text{ seg}$$

$$K = 129'877 \simeq 130 \text{ seg}$$

Es fàcil de veure que una gran part del temps es consumeix en la 2ª fase, o sigui, en els canvis ja que, com s'ha vist a l'apartat 3.3.2. els guanys unitaris d'un canvi són molt inferiors en mitjana als guanys d'una reassignació, i el seu cost en temps CPU no és gaire inferior.

α	0,5	0,7	0,9
COST INICIAL	27°72615		
COST FINAL **	27°62126		
DIFERENCIA	0°10429		
COST RSHLU	27°66139	27°64291	27°69662
DIFERENCIA	0°06476	0°08324	0°02953
GUANY RSHLU	62°096%	79°815%	28°315%
NOMBRE TOTAL CANVIS **	74		
NOMBRE CANVIS EN LA 1ª FASE	33	62	103
EN LA 2ª FASE	42	30	58
NOMBRE CANVIS INNECESSARIS *	1	18	87
TEMPS CPU (seg)	2003°377	1573°863	2822°861

* S'entén per NOMBRE DE CANVIS INNECESSARI, aquells que, fets en la 1ª fase, han estat desfets en la 2ª

** Els costos inicial i final i el nombre total de canvis són, lògicament, els mateixos per a qualsevol α .

FIG. 3.3.23

