

# **TESIS DOCTORAL**

## **Una Contribución a la Modelización y Virtualización Numérica de Estructuras Arquitectónicas**

**( Una aplicación práctica a la estructura del Sagrario de la Catedral  
de la Ciudad de México)**

**Tesis presentada por:  
Arq. Francisco Muñoz Salinas**

**Para obtener el grado de: Doctor Arquitecto**

**Director de Tesis: Javier López-Rey Laurens**

**Codirector: Jordi Maristany i Carreras**

**Programa de Doctorado: Análisis de Estructuras Arquitectónicas  
Departamento de Estructuras en la Arquitectura  
Escuela Técnica Superior de Arquitectura de Barcelona  
Universidad Politécnica de Cataluña**

**Barcelona 2000**

## 4

# Herramientas y metodología de análisis en la modelización geométrica de estructuras arquitectónicas



## 4.1 El estado del arte en la informática

(correspondiente a la modelización de edificios)

### 4.1.1 Introducción\*

Durante el proceso de elaboración de cualquier proyecto arquitectónico, una vez que se definen todas las directrices formales y constructivas, se han de concretar y definir, con una adecuada precisión, los diferentes elementos que la componen (sistemas constructivos, condiciones de borde, cargas,).

En este sentido, muchas de las decisiones se toman a partir de razonamientos lógicos o intuitivamente, pero existen otras que pueden emprenderse por medio de procedimientos de cálculo numérico apoyándose de las ventajas que ofrece la informática y que permiten resultados más exactos del problema abordado.

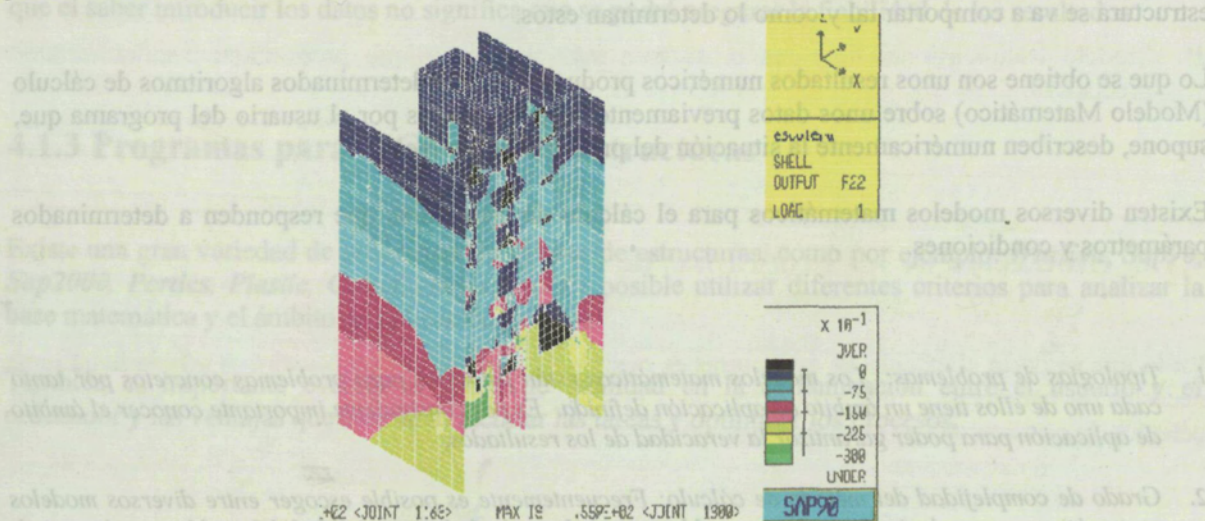


Fig. 4.1.1 Modelización y cálculo de un edificio de fábrica

\* Pre y Postprocesadores para el cálculo de estructuras. Interface GiD-Sap90. Monografía CIMNE N° 52, Julio 1999, Barcelona

Los programas de cálculo de Estructuras tienen como función realizar estos procesos de análisis numérico de forma ágil y rápida; y proporcionar datos que faciliten el conocimiento del comportamiento estructural más aproximado de la estructura, y así facilitar la definición de algunos de los elementos del proyecto, especialmente los que componen el soporte de esta.

En general podemos considerar que estos programas actúan con dos estrategias diferentes:

1. *Predimensionamiento de los elementos estructurales en función de las características definidas por el usuario.*
2. *Estimar el comportamiento de los elementos estructurales proyectados sometidos a determinadas condiciones previstas.*

Cuando se utilizan programas de cálculo se han de diferenciar claramente los resultados que proporciona el ordenador y el comportamiento que tendrá en la realidad el modelo analizado.

Para poder estar totalmente seguros de que los resultados que proporciona el ordenador coinciden con el verdadero comportamiento de la estructura, es necesario tener una idea clara de lo que significa calcular estructuras por medio de un ordenador.

#### **4.1.2 Modelo Matemático**

Cuando los programas de cálculo proporcionan los resultados, no quiere decir que en la realidad la estructura se va a comportar tal y como lo determinan estos.

Lo que se obtiene son unos resultados numéricos producto de unos determinados algoritmos de cálculo (Modelo Matemático) sobre unos datos previamente proporcionados por el usuario del programa que, supone, describen numéricamente la situación del problema a resolver.

Existen diversos modelos matemáticos para el cálculo de estructuras que responden a determinados parámetros y condiciones.

1. *Tipologías de problemas: Los modelos matemáticos están pensados para problemas concretos por tanto cada uno de ellos tiene un ámbito de aplicación definida. Es por consiguiente importante conocer el ámbito de aplicación para poder garantizar la veracidad de los resultados.*
2. *Grado de complejidad del método de cálculo: Frecuentemente es posible escoger entre diversos modelos matemáticos para solucionar el mismo problema esto depende de la complejidad del problema así como de la economía del proceso de cálculo.*

En general se pueden obtener resultados más exactos utilizando programas basados en métodos de cálculo más complejos, por ejemplo el Método de los Elementos finitos, pero normalmente esto es a costa de emplear más tiempo economía - hombre ya que los datos requeridos para su ejecución son mayores y, que gracias a la informática estos se van reduciendo cada vez más.

El Cálculo de Estructuras por medios de programas informáticos, por consiguiente en una tarea que se realiza en tres niveles, de los cuales, los dos primeros se definen como *preproceso* y el tercero como *postproceso*:

1. *Modelización: Seleccionar un programa que utilice el modelo matemático (Cálculo matricial de barras, Método de los Elementos Finitos) más adecuado al problema a abordar y plantearlo en términos de que el programa sea fácil de usar, así mismo que permita una adecuada y lógica discretización de la estructura.*
2. *Aplicación: Utilización del programa, introduciendo los datos necesarios para describir los elementos a calcular y dando las ordenes para realizar el análisis correspondiente y obtener resultados deseados.*
3. *Interpretación: Recepción, comprensión y evaluación de los datos obtenidos, primeramente para verificar su fiabilidad y después para poder utilizarlos en la definición de los elementos de proyecto.*

Para poder realizar estas operaciones con garantía de que los resultados sean correctos es imprescindible que el usuario tenga los conocimientos necesarios sobre el comportamiento y el cálculo de estructuras, ya que si no es así estos programas pueden convertirse en herramientas muy peligrosas en manos inconscientes.

La facilidad cada vez mayor de utilización de éstos aumenta el riesgo de que su uso sea incorrecto ya que el saber introducir los datos no significa que se podrá asegurar la fiabilidad de los resultados.

### 4.1.3 Programas para el Cálculo de Estructuras

Existe una gran variedad de programas de cálculo de estructuras, como por ejemplo: *WinEva, Sap90, Sap2000, Portics, Plastic, Calsef, Ansys*, etc. Es posible utilizar diferentes criterios para analizar la base matemática y el ámbito de aplicación de ellos.

También es importante evaluar el grado de facilidad en la comunicación entre el usuario y el ordenador y las ventajas que este da al facilitar las tareas y optimizar los procesos.

#### 4.1.4 Métodos Numéricos

Dentro del cálculo de estructuras los métodos más conocidos son:

- a) Cálculo Elástico de elementos independientes
- b) Método de Cross (poco empleado actualmente)
- c) Cálculo Matricial
- d) Cálculo por medio del Método de los Elementos Finitos
- e) Modelos Mixtos

#### 4.1.5 Modelos de Tipologías de las Estructuras

- a) Modelo bidimensional ortogonal (simplificación muy rígida, la cual solo es apta para casos particulares).
- b) Modelo bidimensional libre (simplificación más flexible, útil siempre que la estructura se pueda descomponer en planos).
- c) Modelo tridimensional ortogonal (modelo más complejo y de resultados más exactos pero con la limitación de la ortogonalidad de los elementos).
- d) Modelo tridimensional libre (es el sistema más flexible y que proporciona resultados más precisos).

#### 4.1.6 Utilización de los Programas de Cálculo

En lo que respecta al cálculo de estructuras es posible utilizar *programas genéricos* adaptados a unas necesidades concretas, o bien usar *programas específicos*, ya preparados para realizar determinados cálculos de estructuras.

##### 4.1.6.1 Programas genéricos

Los programas informáticos genéricos aplicados al cálculo de estructuras están pensados para realizar cualquier tarea que tenga que ver con procesos numéricos repetitivos, aplicados a la automatización del cálculo.

Es evidente que para procesos de análisis complejos es preferible poder disponer de programas ya preparados. Pero en algunos casos, de cálculos sencillos de elementos estructurales, es suficiente poder automatizar las operaciones matemáticas repetitivas. De manera que, una vez establecidos los algoritmos numéricos, en función de parámetros variables, estos puedan ser utilizados cada vez introduciendo solamente los nuevos valores correspondientes a los diferentes parámetros.

Una hoja de cálculo es, un programa genérico que permite definir y trabajar sobre una estructura matricial de casillas en donde lo que se ve en cada una de ellas puede ser el texto, números que se han introducido previamente o puede ser una relación (Cálculos o Ecuaciones) con otras casillas.

Por medio de estos mecanismos podemos definir y almacenar secuencias de cálculo entendidas como relaciones numéricas entre casillas sucesivas.

Algunos ejemplos de utilización de hojas de cálculo son:

- a) *Cálculo de tensión en barras.*
- b) *Cálculo de deformación de barras.*
- c) *Cálculo de elementos de cimentación y muros de contención.*
- d) *Cálculo de aislamiento térmico de elementos constructivos compuestos.*
- e) *Cálculo de aislamiento acústico de elementos constructivos compuestos.*
- f) *Cálculo simplificado de pequeñas redes de fluidos.*

#### 4.1.6.2 Programas específicos

Existen, actualmente, en el mercado una gran variedad de programas específicos de cálculo estructuras, orientados a necesidades y problemas diferentes, entre los que es importante poder seleccionar los más convenientes.

Al evaluar cada uno de ellos es importante contemplar algunos parámetros importantes.

- a) *Modelo o Modelos matemáticos que utiliza y, en consecuencia ámbitos de aplicación así como grado de complejidad y precisión.*
- b) *Facilidad en la utilización (grado de comodidad y eficacia de la interface entre el usuario y el ordenador).*
- c) *Posible compatibilidad entre otras aplicaciones (Posibilidad de transformar información entre el programa de cálculo y otros, por ejemplo: interpretar archivos de dibujo directamente en la ejecución del análisis).*

Es importante conocer algunos programas de Cálculo de Estructuras para analizar que tipo de cálculo realizan y comparar sus interfaces de comunicación con el usuario y las facilidades y la información que estos proporcionan.



- Programa *Portics* de cálculo de pórticos planos: Este programa utiliza el cálculo matricial, pero su *preproceso* es manual y, por consiguiente, lento en su aplicación, sin embargo, es recomendable para estudiantes de los primeros años de formación académica.

- Programa *WinEva* de cálculo de pórticos planos el cual utiliza el cálculo matricial de barras con una interface elemental pero que ya cuenta con una representación gráfica de resultados, así como subrutinas que agilizan el modelado de pórticos ortogonales comunes y crean archivos interactivos.

- Programa *Sap90*<sup>†</sup> de cálculo de estructuras más complejas en una, dos y tres dimensiones con la implementación del Método de los Elementos Finitos en análisis lineal, y un *pre* y *postproceso* mucho más completo, además de contar con cálculo sísmico (Este programa será utilizado para la interface que se presenta en esta publicación). Contiene su propio *pre* y *postproceso*, pero tiene algunas limitaciones dentro de este.

Este programa *sap90* es actualmente el más utilizado entre los Calculistas, Investigadores y estudiantes debido a que el manejo de este es cómodo. Pero, siempre se ha de conocer a fondo el programa, los fines de su uso, así como la interpretación de los resultados, pues puede ser peligroso para aquellos que no están familiarizados con los conceptos de Cálculo de estructuras.

- Programa *GiD*<sup>‡</sup> de *pre* y *postproceso* para el Cálculo de estructuras por medio del Método de los Elementos Finitos (Este programa será utilizado para la interface que se presenta en esta publicación).

Este programa aparece como una herramienta, muy potente, en el *pre* y *postproceso* del cálculo de estructuras por medio del Método de los Elementos Finitos.

Además implementa programas de dibujo bastante similares al Autocad, lo cual agiliza el uso de este programa.

<sup>†</sup> Sap90. ETABS SAFE. Computer Software for Structural & Earthquake Engineering, U.S.A.

<sup>‡</sup> Manual de GiD. Manual de referencias. <http://www.cimne.upc.es>

### 4.1.7 El programa Sap90

El programa *Sap90* aparece como una nueva alternativa en el cálculo de estructuras por medio del Método de los Elementos Finitos, ya que contiene una serie de bloques que permiten realizar un *pre* y un *postproceso* del cálculo.

Este programa surge de la investigación realizada durante varios años en la Universidad de California, Berkeley (1970).

En los años siguientes se continuó la investigación en el área de la formulación de los Elementos Finitos y las resoluciones de las técnicas numéricas, de la cual surgieron una serie de versiones: *Sap*, *Sap3*, *Solidsap*, *Sap IV*, *Sap 80*, precursores del actual *Sap90*.

El programa ha adquirido un nivel de aceptación muy bueno por parte de los profesionales que trabajan en el campo del análisis estructural.

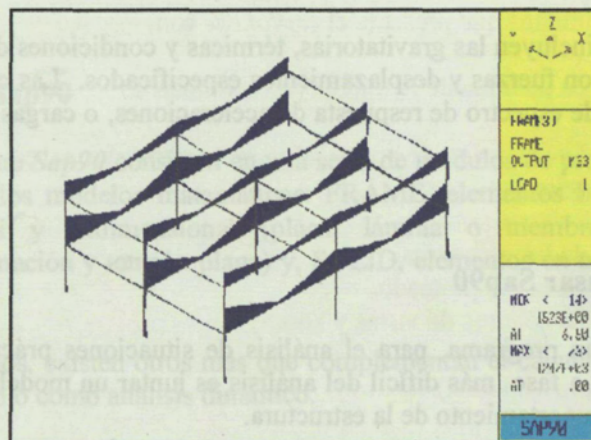


Fig. 4.1.2 Análisis de un pórtico en 3 dimensiones

#### 4.1.7.1 Los programas Sap80 y Sap90

El programa *Sap IV* fue creado hace casi veinte años. Desde entonces se han producido grandes avances en el campo del análisis numérico, mecánica estructural y tecnología de las computadoras.

Dichos avances contribuyeron al desarrollo de *Sap80*, el primer programa de análisis estructural para ordenadores personales, y más recientemente al del *Sap90*.

*Sap90*, representa una nueva tecnología y fue programado por el autor original de la serie de programas *Sap*. El programa no es una modificación o adaptación de *Sap IV*.

La formulación de los elementos y la resolución de las ecuaciones son completamente nuevas. Todos los datos son introducidos en listas libres de formato. Las opciones de generación están disponibles según la conveniencia del usuario.

Existe la posibilidad de imprimir la geometría deformada y no deformada para la verificación del modelo estructural.

La biblioteca de elementos finitos consiste de cuatro elementos, nominalmente: un elemento barra tridimensional, un elemento tridimensional laminar, un elemento bidimensional de comportamiento plano y un elemento sólido tridimensional.

Las barras bidimensionales, vigas, membranas, láminas a pandeo y los elementos planos y de simetría axial constituyen un subgrupo de dichos elementos.

Todas las opciones geométricas y de carga necesarias asociadas a los elementos han sido incorporadas. Se incluye también un elemento límite en forma de apoyo elástico.

No hay restricciones en la mezcla o combinación de tipos de elementos dentro de un modelo particular.

Las opciones de carga, que incluyen las gravitatorias, térmicas y condiciones de pretensado; se unen a las cargas nodales usuales con fuerzas y desplazamientos especificados. Las cargas dinámicas pueden estar en forma de una base de espectro de respuesta de aceleraciones, o cargas variables con el tiempo y base de aceleraciones.

#### 4.1.7.2 Precauciones al usar Sap90

La aplicación efectiva de un programa, para el análisis de situaciones prácticas, implica tener una considerable experiencia. La fase más difícil del análisis es juntar un modelo que recoja la mayoría de las características del comportamiento de la estructura.

Ninguna computadora puede sustituir el juicio de un profesional con experiencia. Se suele decir, acertadamente, que un ingeniero inútil es incapaz de hacer con toneladas de soluciones calculadas por ordenador, lo que un buen ingeniero en el dorso de una carpeta.

La correcta interpretación de las soluciones es tan importante como la preparación de un buen modelo estructural. La verificación de resultados inesperados requiere una buena asimilación de las hipótesis y mecánica básicas del programa.

Las comprobaciones de equilibrio son necesarias no sólo para verificar los resultados, sino también para entender el comportamiento estructural básico. De hecho, en 1970, la publicación original de *Sap* incluía la siguiente nota:

*“El nombre vulgar de Sap fue elegido para recordar al usuario que este programa, como todos los programas informáticos, carecen de inteligencia. Es tarea del ingeniero idealizar la estructura correctamente y asumir la responsabilidad de los resultados.”*

El nombre *Sap* se ha mantenido para este programa exactamente por la misma razón.

#### 4.1.7.3 Sus alcances y limitaciones

El desarrollo del programa se lleva a cabo en el entorno *ANSI Fortran-77*, lo cual garantiza la compatibilidad tanto con los pequeños ordenadores personales como con las grandes supercomputadoras.

Esta versión del programa fue diseñada para ser usada con el sistema operativo *MS-DOS*. En computadoras con 640K de memoria y 30 MB de disco duro, la capacidad de resolución es de 4.000 nodos (u 8.000 ecuaciones).

Con un disco duro mayor, y utilizando memoria extendida (más allá de 640K), se pueden resolver cálculos muy grandes. Todas las operaciones numéricas son ejecutadas en doble precisión completa de 64-bit.

El programa contiene opciones de análisis estático y dinámico. Dichas opciones pueden ser activadas, de manera simultánea, en la misma ejecución. La combinación de cargas puede, por tanto, incluir resultados del análisis estático y dinámico.

#### 4.1.7.4 Librerías de Sap90

Las librerías que contiene *Sap90* consisten en una serie de módulos de programas, (Subrutinas) de las cuales, cuatro definen los modelos matemáticos: *FRAME*, elementos bi y tridimensional (barras), *SHELL*, elementos bi y tridimensional (placa, lámina o membrana), *ASOLID* elementos bidimensionales (deformación y tensión plana) y, *SOLID*, elementos en tres dimensiones (elasticidad tridimensional).

Además de estos módulos, existen otros más que complementan el cálculo de las estructuras, ya sean como pre y post-proceso o como análisis dinámico.

#### 4.1.7.5 Preproceso del Sap90

*Sap90* es un programa de cálculo elástico lineal de estructuras, por el método de los elementos finitos, que incluye postprocesadores gráficos para la presentación de resultados.

La preparación de datos para un problema de análisis estructura comprende básicamente:

1. *La descripción de la geometría estructural y de los materiales.*
2. *La definición de los estados de carga para los cuales la estructura precisa ser analizada.*

La correcta interpretación de los resultados es tan importante como la preparación (*preproceso*) de un buen modelo estructural

Dentro del *preproceso* existe un bloque llamado Sap90.EXE, el cual revisa los datos de entrada, tales como: numeración de nodos, restricciones de contorno, conexión de los nodos en los elementos, así como otros datos generales y de carga.

#### 4.1.7.6 Postproceso de Sap90

Una vez que los errores del problema son corregidos y el programa realiza el cálculo, se inicia la fase de *postproceso*, que en el caso de *Sap90* se denomina SAPLOT.EXE.

El *saplot.exe* es una subrutina que implementa de forma gráfica todos y cada uno de los resultados procesados por el programa.

Los ficheros de salida de resultados que presenta el *saplot.exe* son:

1. - Representación gráfica en pantalla de la opción seleccionada.
2. - Opciones de ploteado.
3. - Figura no deformada (identificación de nodos, elementos, conexiones, ejes locales, materiales).
4. - Acciones sobre la estructura.
5. - Deformaciones de la estructura.
6. - Representación gráfica de los esfuerzos.
- 7.-- Influencia en el tipo de línea del ploteado.
8. - Opciones de visualización (puntos de vistas y zoom)
9. - Selección de Elementos
0. - Reset (purgado de la representación)
- x. - Salida del programa

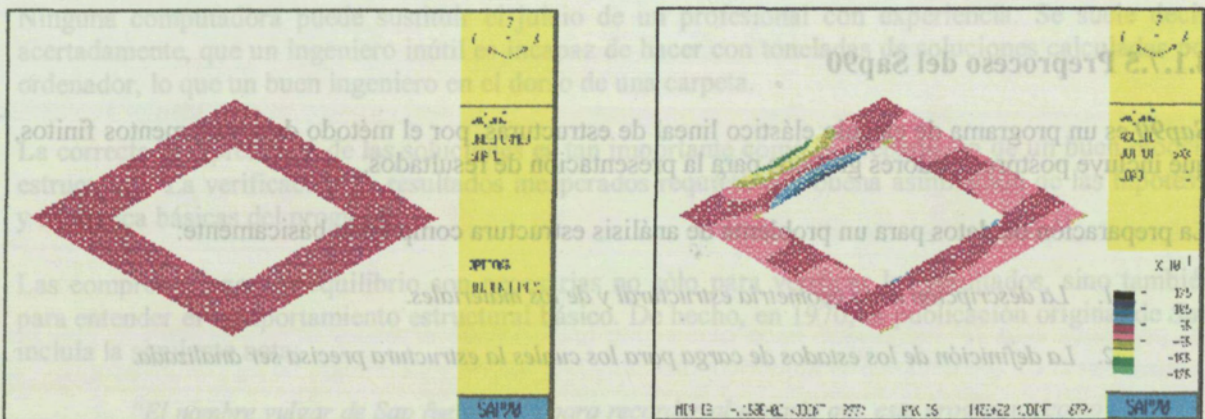


Fig. 4.1.3 Postproceso de Sap90 (*saplot.exe*)  
Representación de un cajón trabajando a deformación plana

En el bloque SAPLOT.EXE se obtienen los resultados gráficamente, pero existe una gran limitación a la hora de manipular los resultados, así como una cierta dificultad al trabajar dentro del mismo bloque.

*Sap90* se ha convertido en un estándar en el mercado de programas de cálculo de estructuras mediante el *método de los elementos finitos*. Es pues un programa suficientemente comprobado y de amplia aceptación, contando además con un extenso soporte bibliográfico.

Pero tiene algunos inconvenientes, y es que ha quedado bastante desfasado con los nuevos progresos realizados en el mundo de la informática:

1. *Utiliza sólo ocho colores de la escala cromática.*
2. *No emplea más que pantallas de resolución de 640x680 puntos.*
3. *No ha actualizado la salida de impresión.*
4. *No permite entrar dibujos utilizando programas previos de dibujo como autocad.*
5. *Tiene un preproceso (discretización) muy limitado.*

Como conclusión, se ha de tener en cuenta la enorme evolución que tiene actualmente la informática, así como los programas de cálculo de estructuras que día a día van actualizándose y por consiguiente surgen más con mejores prestaciones.

Por lo cual, es importante que el usuario de éstos, este renovándose al mismo tiempo que la acelerada evolución de la informática.

No hay que olvidar que el uso de estos programas requiere de un conocimiento profundo del comportamiento de las estructuras, sea analítico como geométrico.

de la estructura, se debe tener en cuenta el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El primer paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El segundo paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El tercer paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El cuarto paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El quinto paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

El sexto paso es definir el tipo de estructura y el tipo de carga que se aplica. En este caso, se trata de una estructura de tipo rígida y se aplican cargas puntuales.

## 4.2 Metodología de análisis para el pre y postproceso del cálculo de estructuras

### 4.2.1 Que es el preproceso

En la actualidad, el Cálculo de Estructuras se realiza mediante programas informáticos cada vez más avanzados y sofisticados. Al mismo tiempo se implementan nuevos métodos de cálculo, que nos permiten conocer de forma ágil y fácil el comportamiento estructural de cualquier género de edificio.

El Método de los Elementos Finitos es uno de ellos y gracias a la informática es, actualmente, una de las herramientas más utilizadas para el cálculo de estructuras entre profesionales e investigadores.

Pero, su problema fundamental radica en la discretización de la estructura a estudiar ya que no siempre se trata de estructuras sencillas. Por esta razón, la modelización para su cálculo posterior es compleja y esto implica que se implementen programas de dibujo (*CAD*) para poder realizarla.



Fig. 4.2.1 Hiperboloide de Revolución(Torroja)  
Tanque elevado

Esto es a lo que llamaríamos el *preproceso*; a la interpretación de entidades de dibujo las cuales a su vez se traducen en datos necesarios (generación de nodos con sus respectivas coordenadas y conectividad de los elementos) para su cálculo posterior.



Estos datos son, como veremos mas adelante, interpretados por un programa de Elementos Finitos, junto con sus respectivos datos estructurales tales como: materiales, condiciones de contorno, etc.

Dentro del cálculo de estructuras, por medio de programas informáticos, en los que se utiliza el Método de los Elementos Finitos, el *preproceso* siempre ha sido un problema difícil de resolver ya que prácticamente todas las estructuras son de geometría variada y en algunos casos complejas, no siempre fáciles de resolver. Debido a esto, es importante poder realizar un *preproceso* adecuado de estas estructura, antes de proceder al cálculo de ella.

En la mayoría de los programas, el *preproceso* se realiza manualmente insertando los datos de la geometría o con la ayuda de un programa de dibujo. Esto significa dibujar la estructura que queremos estudiar y a su vez realizar una *discretización* de ella (generación de la malla).

Una vez que se tiene esta discretización, normalmente se graban los resultados en un archivo con la extensión *\*.dxf* el cual, nos proporcionará nodos, coordenadas de los mismos, elementos de la malla, así como la conectividad entre ellos.

Posteriormente deben de anexarse características de materiales, condiciones de contorno, cargas, método de cálculo, etc.

Para realizar todo este proceso es necesario dedicarle mucho tiempo, además de que puede generarse errores en la discretización de la estructura lo cual, se puede traducir en una mala interpretación de los resultados.

Como se observa en la tabla 2.1, el primer paso a realizar en el *preproceso* es conocer el tipo de estructura a calcular (problema a resolver).

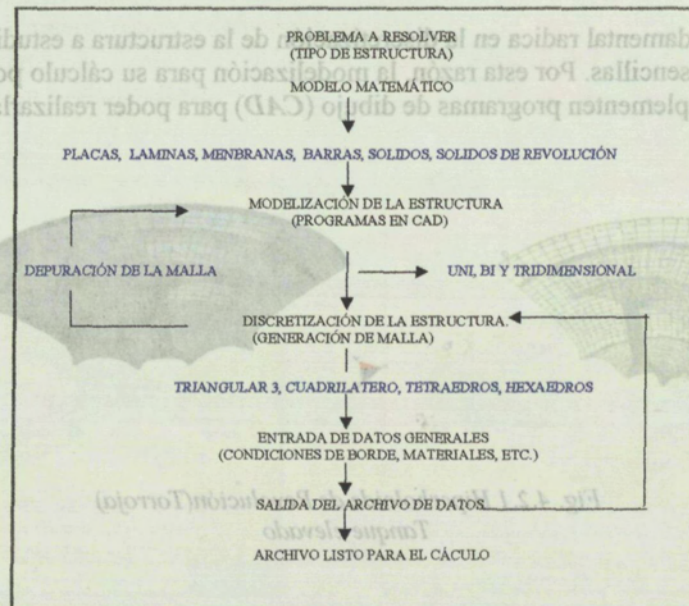


Tabla 4.2.1 Diagrama del preproceso de una estructura

Esto significa, seleccionar primero un modelo matemático adecuado para describir su comportamiento estructural<sup>1</sup>.

Una vez que se tiene definido el modelo matemático el siguiente paso sería la discretización (generación de la malla) de la estructura en pequeños trozos que les llamaremos elementos finitos. Los elementos (fragmentos) se conectan entre sí a través de nodos situados en su contorno.

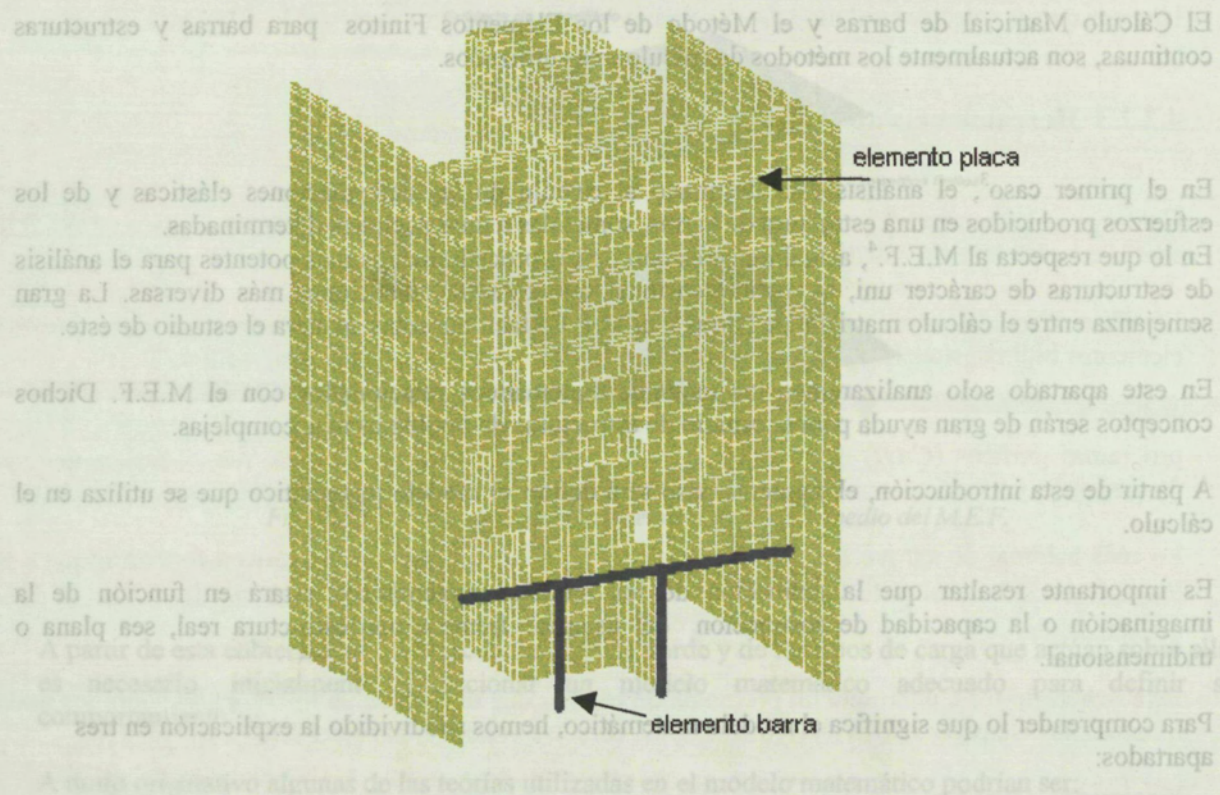


Fig. 4.2.2 Discretización de un edificio de fábrica  
(Modelización con dos tipos de elementos: barras y placas)

La generación de malla (discretización), puede estar formada por elementos unidimensionales (frames), bidimensionales (shells, asolids) e incluso tridimensionales (solid); o una combinación de los mismos.

Tal como ya se ha mencionado, la etapa de discretización constituye una parte primordial del *preproceso*.

<sup>1</sup> Por ejemplo, si se tiene un edificio soportado solo con muros de carga, podríamos utilizar la teoría de placas o la de la elasticidad tridimensional.

## 4.2.2 El modelo matemático

Aceptando que la mayoría de las estructuras tienen un comportamiento continuo<sup>2</sup> y para conocer su comportamiento estructural, es necesario realizar un análisis más profundo de ellas, para resolver las ecuaciones diferenciales que expresen su equilibrio.

El Cálculo Matricial de barras y el Método de los Elementos Finitos para barras y estructuras continuas, son actualmente los métodos de cálculo más utilizados.

En el primer caso<sup>3</sup>, el análisis está destinado al cálculo de las deformaciones elásticas y de los esfuerzos producidos en una estructura de barras, sometidas a unas acciones determinadas.

En lo que respecta al M.E.F.<sup>4</sup>, actualmente es uno de los procedimientos más potentes para el análisis de estructuras de carácter uni, bi o tridimensional sometidas a las acciones más diversas. La gran semejanza entre el cálculo matricial de barras y el M.E.F. facilitan sobre manera el estudio de éste.

En este apartado solo analizaremos los modelos matemáticos relacionados con el M.E.F. Dichos conceptos serán de gran ayuda para el estudio de estructuras de tipologías más complejas.

A partir de esta introducción, el siguiente paso será definir el modelo matemático que se utiliza en el cálculo.

Es importante resaltar que la aplicación de los modelos matemáticos estará en función de la imaginación o la capacidad de abstracción del usuario frente a una estructura real, sea plana o tridimensional.

Para comprender lo que significa el modelo matemático, hemos subdividido la explicación en tres apartados:

1. *Idealización de la estructura:* (Vigas, placas, láminas, elasticidad bi y tridimensional, sólidos y láminas de revolución).
2. *Modelado del material:* (Material Elástico lineal o no lineal).
3. *Ecuaciones del problema:* (Ecuaciones diferenciales).

---

<sup>2</sup> Con excepción de las de barras

<sup>3</sup> Siempre y cuando la simplificación de la estructura lo permita

<sup>4</sup> Método de los Elementos Finitos (A partir de ahora utilizaremos esta abreviación para simplificar el M.E.F.)

### 4.2.2.1 Idealización de la estructura

Tomemos como ejemplo el análisis de una cubierta de un edificio como el de la *figura 4.2.2*

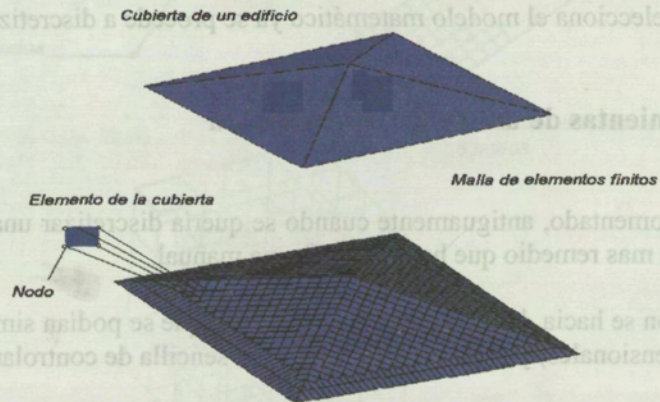


Fig. 4.2.3 Análisis de la cubierta de un edificios por medio del M.E.F.

A partir de esta cubierta real, de sus condiciones de borde y de los tipos de carga que actúan sobre ella, es necesario, inicialmente, seleccionar un modelo matemático adecuado para definir su comportamiento<sup>5</sup>.

A título orientativo algunas de las teorías utilizadas en el modelo matemático podrían ser:

- Para Vigas: *Flexión de vigas esbeltas (Teoría de Euler-Bernoulli)*  
*Flexión de vigas de Timoshenko.*
- Para Placas delgadas: *Teoría de Kirchhoff.*
- Para Placas gruesas: *Teoría de Reissner-Mindlin.*
- Para Elasticidad Bidimensional: *Tensión y Deformación plana.*
- Para Sólidos: *Teoría de la Elasticidad Tridimensional*

<sup>5</sup> Por ejemplo, podría utilizarse la teoría de la elasticidad tridimensional o la de láminas planas.

#### 4.2.2.2 Modelado del material

Ahora hay que definir las características mecánicas de los materiales de la cubierta, así como la naturaleza de las deformaciones de la misma (pequeños o grandes desplazamientos, análisis en primer o segundo orden, análisis dinámico o estático, etc.).

Una vez que se selecciona el modelo matemático ya se procede a discretizar la estructura.

#### 4.2.2.3 Herramientas de uso en la discretización

Como ya se ha comentado, antiguamente cuando se quería discretizar una estructura para su posterior análisis, no había más remedio que hacerlo de forma manual.

Esta discretización se hacía, lógicamente, en estructuras que se podían simplificar en el plano (barras o elementos bidimensionales) ya que era la manera más sencilla de controlar su geometría.

Actualmente, y gracias al avance de la informática, esa tarea es mucho más sencilla. Existen programas gráficos (*CAD*) que nos permiten dibujar cualquier estructura, por compleja que sea, discretizarla, y transformar su geometría (archivo *dxf*) en datos útiles para su cálculo.

Lo más habitual es aprovechar los ficheros de salida de los programas gráficos formateados en un lenguaje estándar, como los *\*.dxf*, que contengan información de la geometría del dibujo y de su discretización.

Este fichero lo lee e interpreta un programa de cálculo que lo traduce en información sobre los nodos (puntos), los elementos de la discretización, así como su conectividad entre ellos.

Finalmente, toda esta información se introduce en un programa de cálculo, ya sea matricial o de elementos finitos, para un análisis posterior.

Nos podemos apoyar en diferentes tipos de elementos finitos para discretizar (generar malla) una estructura.

El Programa *Sap90*, que más adelante comentaremos, utiliza:

1. *Elementos de barra con dos o más nodos.*
2. *Elementos rectangulares de cuatro nodos.*
3. *Elementos rectangulares y paralelepípedos de ocho nodos.*
4. *Elementos rectangulares de nueve nodos.*

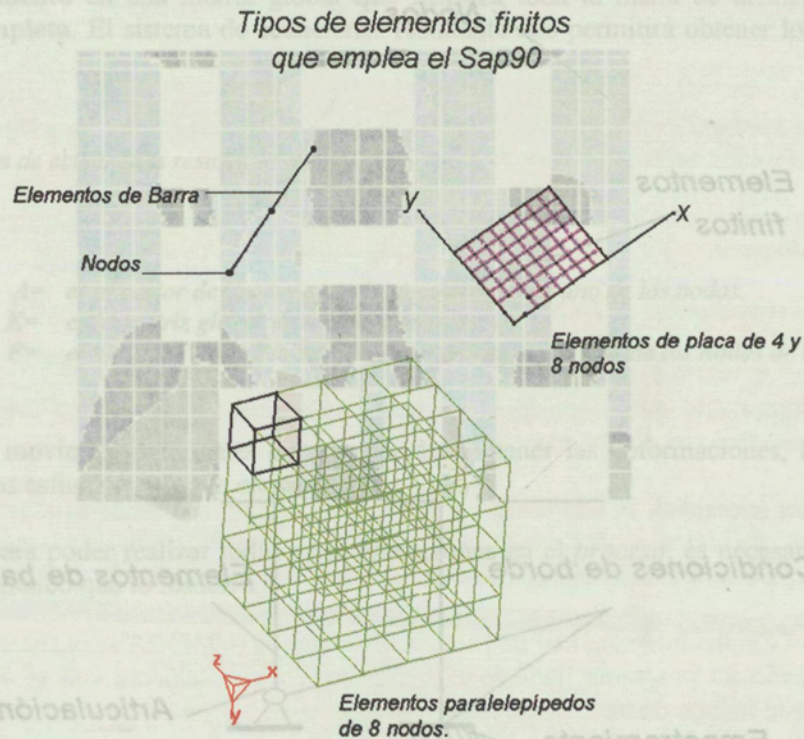


Fig. 4.2.4 Tipos de elementos finitos

Una vez que se han introducido esos datos (geometría) en un archivo, se procede a ensamblar el resto de la información, tal como: el tipo de material (densidad, módulo de Poisson, módulo de elasticidad, etc.), condiciones de borde (empotramientos, desplazamientos y giros) de la estructura, cargas, peso propio, así como el resto de los datos que requiere el programa para su correcto funcionamiento.

Pero este proceso, que aunque resulta más rápido y eficaz que el anterior, sigue siendo bastante complicado pues continua siendo inevitable el uso de los programas que transforman los archivos de dibujo a uno de texto.

Por esas razones ahora empiezan a popularizarse programas de cálculo que tienen su propio *preproceso* como serían: el *Wineva*, el *Sap90*, el *Sap2000* y el *Ansys*.

Así mismo, la *Interface GiD-Sap90* nos permite realizar un *preproceso* mucho más cómodo y dinámico al mismo tiempo que prepara el archivo para la ejecución de su cálculo. Hablaremos de ello mas adelante.

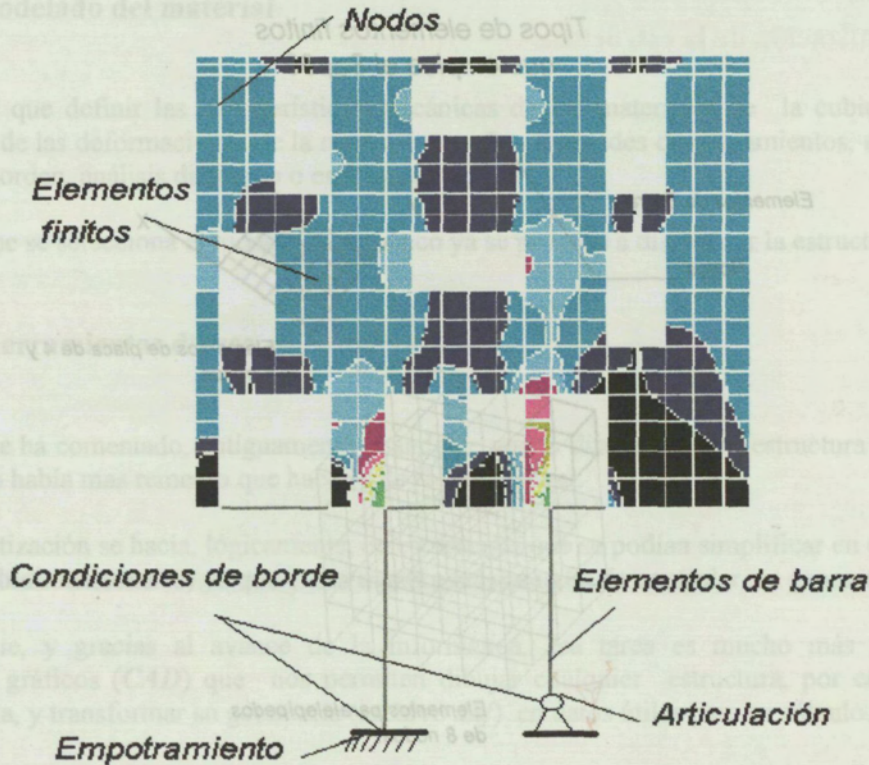


Fig. 4.2.5 Elementos de una malla

### 4.2.3 Ecuaciones del problema

El siguiente paso del *preproceso* es el **Proceso**. Este se inicia con la obtención de las matrices de rigidez y de los vectores de carga en los nodos para cada elemento discretizado:  $\mathbf{k}'$  y  $\mathbf{f}'$  respectivamente. El hecho de que intervenga un complicado proceso de integración de la energía de deformación sobre el dominio uni, bi, y tridimensional hace que sea más compleja la obtención de las matrices de rigidez de los elementos finitos que las de sus homólogos barra

Ecuación matricial de un elemento finito:  $\mathbf{f}' = \mathbf{k}' \mathbf{a}'$

Donde:

- $\mathbf{a}'$  = es el vector de movimientos en los nodos del elemento
- $\mathbf{k}'$  = Matriz de Rigidez para cada elemento.
- $\mathbf{f}'$  = Vector de Cargas para cada Elemento.

Una vez que se tienen estos datos, se procede al ensamblaje de las matrices y de los vectores de carga para cada elemento en una matriz global que implica toda la malla de elementos finitos de la estructura completa. El sistema de ecuaciones resultante nos permitirá obtener los desplazamientos nodales.

- Sistema de ecuaciones resultante  $F=Ka$

Donde:

$A=$  es el vector de movimientos incógnita de cada uno de los nodos.

$K=$  es la matriz global de toda la estructura.

$F=$  es el vector completo de cargas en todos y cada uno de los nodos de la estructura.

Calculados los movimientos nodales  $a$  ya se pueden obtener las deformaciones, las tensiones y, a continuación, los esfuerzos en cada elemento.

Lógicamente, para poder realizar todas estas operaciones en el *proceso*, es necesario apoyarse en un programa informático que lo resuelva.

#### 4.2.4 El postproceso

Una vez que la estructura ha sido calculada por algún programa informático ya podemos obtener los resultados. Cada vez más y debido a la cantidad de datos que se manejan, éstos se sustituyen por una adecuada representación gráfica y visualmente más inteligible.

A esto se le llama *postproceso*, a la implementación gráfica de todos y cada uno de los resultados de la estructura calculada.

Este último, al igual que el *preproceso*, requiere de un programa que pueda interpretar de forma gráfica los resultados (esfuerzos, deformaciones, etc.).



Ejemplos de estos resultados son:

- a) *La tipología de la malla de elementos finitos, con sus respectivos elementos, nodos, conectividad entre ellos, así como sus condiciones de contorno.*
- b) *La representación de los desplazamientos y por consiguiente, de la deformación general de la estructura.*
- c) *La visualización de los esfuerzos.*

También es importante que el *postproceso* tenga subrutinas que permitan crear archivos para su impresión o modificación de imágenes.

A partir de esta necesidad, se han creado programas de discretización de ayuda complementaria para los programas de cálculo. Incluso, existen algunos (*Sap90*) que implementan subrutinas de discretización pero limitada a generaciones ortogonales, que siguen siendo muy restringidas.

Actualmente el Centro Internacional de Métodos Numéricos (*CIMNE*) se encuentra investigando este tema y ha creado un programa llamado *GiD*<sup>6</sup>, el cual, conjuntamente con el *Sap90*, nos permiten realizar todo este trabajo de manera sencilla.

La mayoría de los programas comerciales de cálculo de estructuras, contienen su propia representación gráfica; pero pocas veces nos permiten observar los resultados de forma clara y dinámica.

Por ejemplo:

1. *En el Sap90 el postproceso está un tanto mejorado y permite ver con más dinamismo los resultados del cálculo realizado por el mismo programa.*
2. *En el caso de Wineva, su postproceso se limita a la representación en dos dimensiones y solo muestra la información necesaria y utilidades mínimas.*

Actualmente *GiD* es uno de los programas que más prestaciones ofrece en lo que respecta al *postproceso*, ya que permite representar resultados de cualquier programa de cálculo de estructuras. Por esta razón, en este trabajo utilizaremos el *postproceso* de *GiD* para la representación de resultados.

Como normalmente este proceso resulta complicado y engorroso, los investigadores cuando utilizan el Método de los Elementos Finitos, se ven en la necesidad de utilizar programas informáticos que integren todos y cada uno de estos procesos (dibujo, discretización, cálculo y representación gráfica de resultados).

---

<sup>6</sup> Programa diseñado por el Centro Internacional de Métodos Numéricos. UPC, Barcelona

### 4.3 Introducción al programa GiD (preproceso)

#### 4.3.1 Introducción

*GiD* es un programa de interface gráfico interactivo que se utiliza para definir, preparar e incluso visualizar todos los datos relacionados con la simulación numérica. Estos datos, permiten definir: la geometría, los materiales, las condiciones de contorno, y toda la información de los resultados a obtener. De la misma manera, el programa puede generar mallas de Elementos Finitos y definir toda la información de simulación numérica en un formato estándar para subsiguientemente, realizar el cálculo. También es posible, dentro del programa, ejecutar la simulación numérica y visualizar la información de los resultados.



Fig. 4.3.1 Presentación de GiD

*GiD* puede ser configurado por él usuario, de manera que pueda generar los datos que se requieren para la solución de sus módulos. La solución de los módulos, puede ser incluida dentro del Software de *GiD*.

La forma de trabajo del programa, al definir la geometría, es muy similar al sistema *CAD* (Computer Aided Design) pero, con algunas diferencias. Una de las más importantes es que: la geometría se construye de manera jerárquica.

Esto significa, que una entidad de nivel superior (la línea) es construida sobre otra de nivel inferior (punto); dos (líneas) entidades adyacentes compartirán el mismo nivel inferior.

Todos los materiales, condiciones de contorno, y parámetros de la solución pueden definirse sobre la geometría sin que el usuario tenga algún conocimiento de la malla. La generación de la malla se realiza una vez que el problema se ha definido totalmente.

Las ventajas de trabajar así, radican en que usando los datos asociados a la estructura (tipo de problema, tipo de análisis), las modificaciones pueden realizarse dentro de la misma geometría y el resto de la información será, automáticamente, editada y estará lista para su análisis.

La completa visualización gráfica de la geometría, malla y condiciones, es útil para entender y revisar el modelo antes de la ejecución del análisis (*preproceso*).

Esta misma visualización nos permitirá evaluar de manera gráfica los resultados obtenidos (*postproceso*) después del análisis. Este *postproceso* utiliza una interface, la cual dependerá del tipo de problema y de los resultados obtenidos.

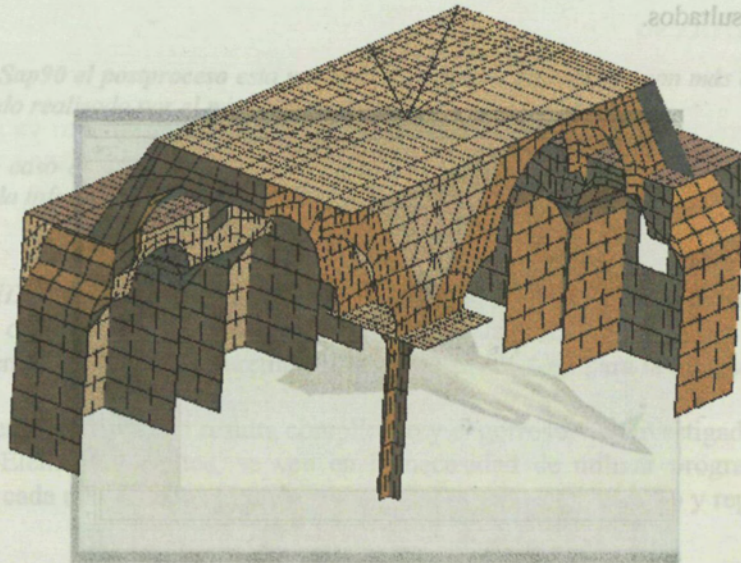


Fig. 4.3.2 Casa Bellesguard (Antonio Gaudi)

### 4.3.2 Fundamentos de GiD

La configuración de *GiD* está claramente dividido en 5 partes:

1. Primera parte. **Aspectos generales:** Donde el usuario puede encontrar los elementos básicos del programa. Estos, ayudan a obtener la máxima confianza en las acciones interactivas entre el usuario y el sistema.
2. Segunda parte. **Preproceso:** Describe la funcionalidad del *preproceso*. El usuario aprenderá como configurar un proyecto, definiendo todas sus partes (geometría, datos y generación de malla).
3. Tercera parte. **Resolución:** Se refiere al cálculo del proceso. A través de éste, se ejecutará una solución independiente, la cual forma parte del sistema *GiD*.
4. Cuarta parte. **Postproceso,** enfatiza los aspectos relacionados con la visualización de los resultados.
5. Quinta parte: **Utilización:** Explica la forma en que el usuario puede introducir y ejecutar los diferentes módulos, de acuerdo con sus propios requerimientos.

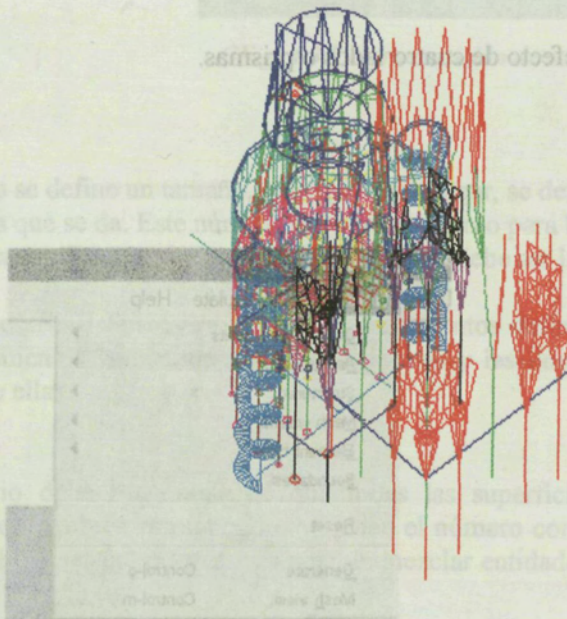


Fig. 4.3.3

*Abside del templo expiatorio de la Sagrada Familia (Antonio Gaudi)*

Es este apartado solo enumeraremos algunas de las herramientas, dentro del *preproceso*, que tiene GiD para el análisis de estructuras,

#### 4.3.2.1 Malla

La generación de una malla, es el proceso por el cual se obtiene una malla a partir de una geometría definida. Esta malla puede ser usada más tarde para el análisis FEM. Las condiciones asignadas a las entidades geométricas serán transferidas a los nodos y elementos de la nueva.

La malla y su generación, resulta controlada por algunos valores por defecto que pueden ser cambiados desde GiD con algunos comandos.

La generación no depende del estado de las capas en el momento de la generación. En todas las capas se generan mallas, y todos los nodos y elementos son colocados en la capa en la que estaba la entidad geométrica original.

Los valores por defecto son:

- a. En una entidad se genera malla si no hay ninguna entidad sobre ella.
- b. Las líneas de la malla están constituidas por elementos de dos nodos. Las superficies de la malla son elementos triangulares no estructurados. El valor por defecto para mallas estructuradas son elementos de cuatro lados. Los elementos de volumen son elementos de cuatro lados no estructurados, y los estructurados son de seis lados.
- c. Los elementos de contacto son por defecto de cuatro lados o prismas.

Todos estos elementos son de tipo lineal.

#### Generation:

*Generating mesh:*

*Mesh view:*

*Assign sizes:*

*Structured mesh:*

*Element type:*

*Reset:*

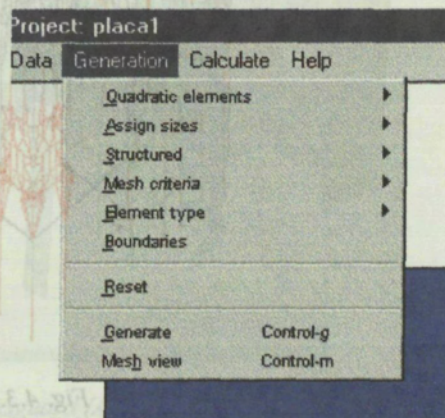


Fig 4.3.4 Generación de malla

### 4.3.2.2 Generación de malla

Toda vez que el proceso previo a la malla esté listo, puede iniciarse la generación de ésta. Si existe una malla generada previamente, *GiD* pregunta si debe cancelarla. Ello significa hacerla desaparecer (*de la memoria, no del disco hasta el próximo salvado*).

### 4.3.2.3 Estructuración de malla

Una malla estructurada se define como aquella en la que todos los nodos tienen el mismo número de elementos alrededor de ellos. Esto significa que es una malla regular con bastantes elementos iguales.

El tamaño de los elementos es definido de una manera diferente que el de las mallas no estructuradas.

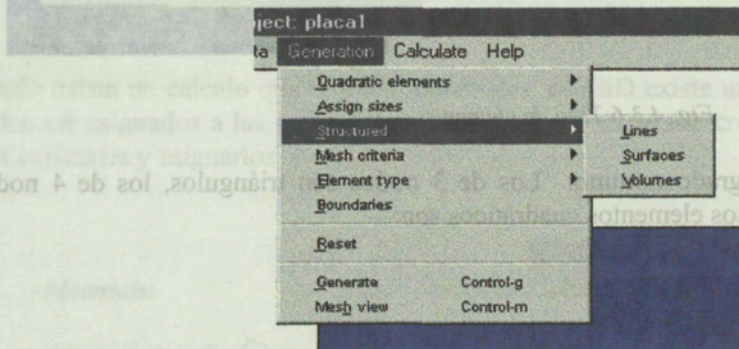


Fig. 4.3.5 Estructuración de malla

En este caso, no se define un tamaño, sino que en su lugar, se define el número de elementos que habrá sobre cada línea que se da. Este número debe ser el mismo para líneas opuestas en cada superficie. Cuando se genera malla en volúmenes, esta definición debe ser la misma para las superficies opuestas.

Después es necesario determinar el número de elementos definidos sobre este grupo de líneas.. Por defecto, los elementos generados serán cuadriláteros y las líneas sin número asignado tendrán dos elementos sobre ellas.

Nota. El usuario debe asegurarse de que todas las superficies que pertenecen a los volúmenes seleccionados son también estructurados y tienen el número correcto y la definición de los elementos para obtener volúmenes coherentes. Es posible mezclar entidades de una malla estructurada con otras de una malla no estructurada.