

**ESCOLA TÈCNICA SUPERIOR D'ARQUITECTURA DE
BARCELONA**

**TRAÇAT DE PERSPECTIVA
CURVILÍNIA DE PANTALLA
CILÍNDRICA MITJANÇANT
SISTEMES INFORMÀTICS**

Autor: Joan Font i Comas
Directors: Enric Martínez-Quintanilla
Joan Trias i Pairó

Barcelona, febrer del 1987

capitol 4

4.-VISUALITZACIÓ EN PERSPECTIVA CURVILÍNIA DE PANTALLA CILÍNDRICA.

Un cop resolta la creació del model, passarem a ocupar-nos, en aquest capítol, d'allò que pròpiament constitueix l'objectiu bàsic d'aquest treball, que és la perspectiva de pantalla cilíndrica i la seva resolució mitjançant un sistema informàtic que permeti l'obtenció mecanitzada de representacions d'espais arquitectònics o urbanístics per mitjà d'aquest tipus de perspectiva.

El capítol s'inicia assentant les bases geomètriques de la representació en perspectiva de pantalla cilíndrica: obtenció analítica de les projeccions de punt i recta sobre el cilindre, i determinació de la corresponent transformada.

Seguidament, a la Secció 4.2, s'analitza l'enfoc que caldrà donar al problema de l'eliminació de les línies ocultes. A partir de les premises establertes en el Capítol 2 -pel que fa al tipus de representació gràfica requerida-, s'escull ja la família d'algorismes en què s'inscriurà la proposta concreta que formularem per al cas de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica. Els trets fonamentals dels algorismes de la família escollida són descrits i comentats amb detall en una revisió necessària, atès que la solució adoptada en la proposta seguirà, bàsicament, el mateix esquema, per bé que adaptat a les especials característiques de la perspectiva de pantalla cilíndrica.

Les seccions 4.3 i 4.4 són íntegrament dedicades a la descripció del sistema que proposem, el qual pot entendre's dividit en dues fases que són descrites separatament. La primera fase (Secció 4.3) s'ocupa, bàsicament, de l'obtenció de la imatge en perspectiva de pantalla cilíndrica, i de l'estructura del nou model-2D que constituirà la representació interna d'aquesta imatge. Són estudiats, també en aquesta secció, algorismes d'escapçat ("clipping"), per tal d'eliminar les parts d'escena exteriors al camp de visió, i altres processos previs a l'execució del test de visibilitat pròpiament dit.

La segona fase del Sistema, descrita a la Secció 4.4, la constitueix el test de visibilitat, és a dir, el procés pel qual es determina quines parts del model-2D, format a la primera fase, han de passar a la visualització i quines han d'ésser rebutjades.

4.1 BASES GEOMÈTRIQUES.

La perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica és una perspectiva de projecció cònica que utilitza, com a pantalla de projecció, un cilindre de revolució, situant el Punt de Vista, o centre de projecció, sobre l'eix del cilindre. Un cop efectuada la projecció sobre el cilindre, aquest ha d'ésser desenvolupat per tal d'obtenir una imatge plana.

Des d'un punt de vista analític, doncs, tots els punts de l'objecte o model 3-D a representar han de sofrir una doble transformació geomètrica: 1)projecció sobre el cilindre i 2)desenvolupament sobre el pla.

D'acord amb la terminologia usual en Geometria, denominarem transformada d'un determinat punt o línia de la superfície cilíndrica, la imatge d'aquest punt o línia després del desenvolupament del cilindre.

Coordenades gràfiques.

Si situem l'origen de coordenades en el Punt de Vista, de manera que l'eix Y quedi sobre l'eix del cilindre i l'eix Z sigui normal al pla del dibuix o pla de desenvolupament, (figura 4.1), el punt O serà l'origen del sistema de coordenades del dibuix, en el qual Y' seguirà la generatriu g, i l'eix X' vindrà donat per la traça del pla X-Z amb el pla del dibuix. A aquest nou sistema de coordenades, (O, X', Y'), l'anomenarem Sistema de Coordenades Gràfiques.

La generatriu g -generatriu de tangència entre el cilindre i el pla del dibuix- rebrà el nom de generatriu de desenvolupament.

Projecció del punt

Vegem ara quines seran les coordenades gràfiques d'un punt P(x,y,z).

Com pot veure's a les figures 4.2 i 4.3, l'abscissa gràfica del punt serà la longitud de l'arc comprès entre la generatriu g i la que passa per la projecció del punt (p), per tant:

$$x' = w * r$$

on w és l'obertura de l'arc i r el radi del cilindre.

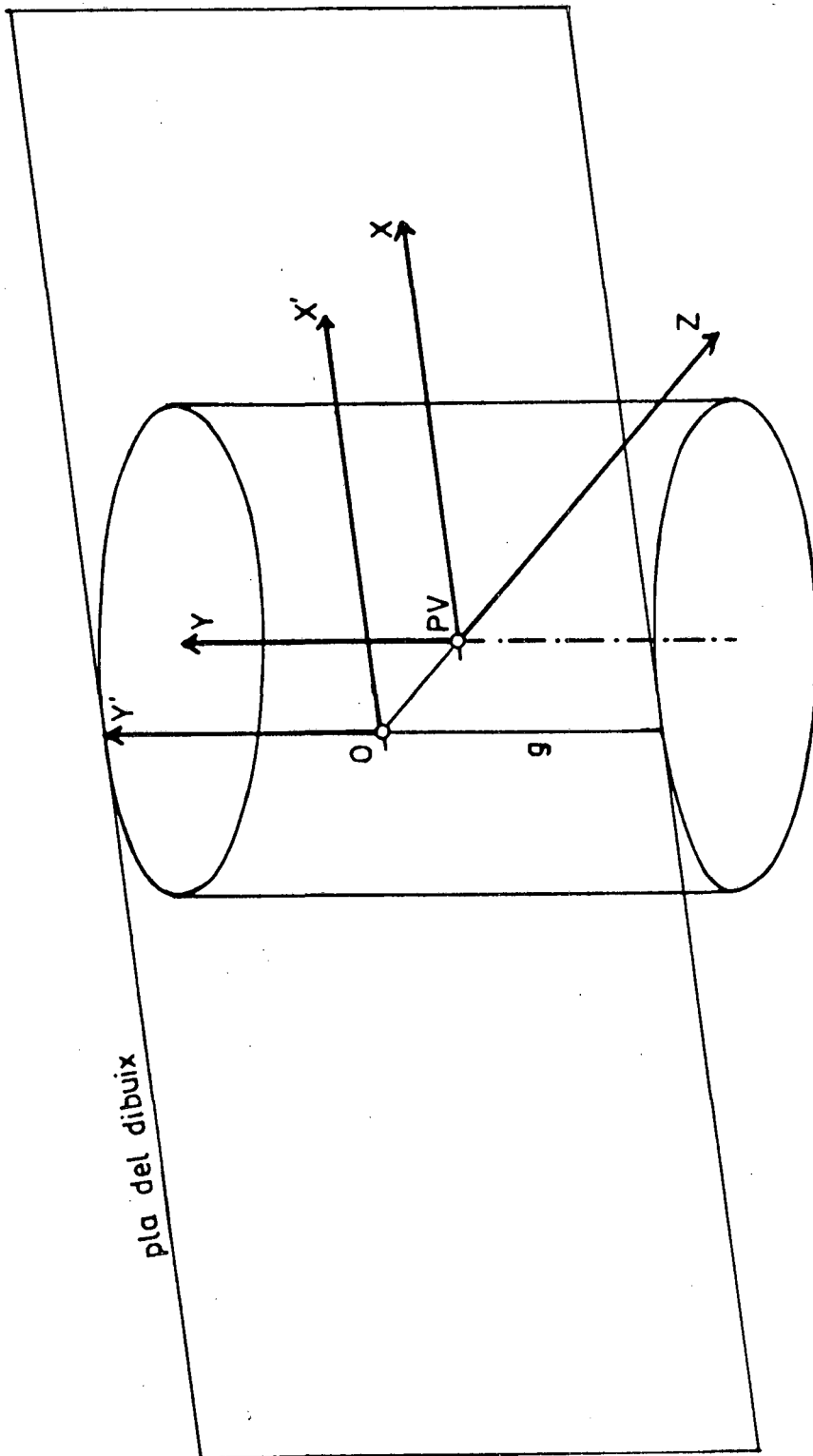


Figura 4.1 Relació entre el sistema de Coordenades-3D i el sistema de Coordenades Gràfiques.

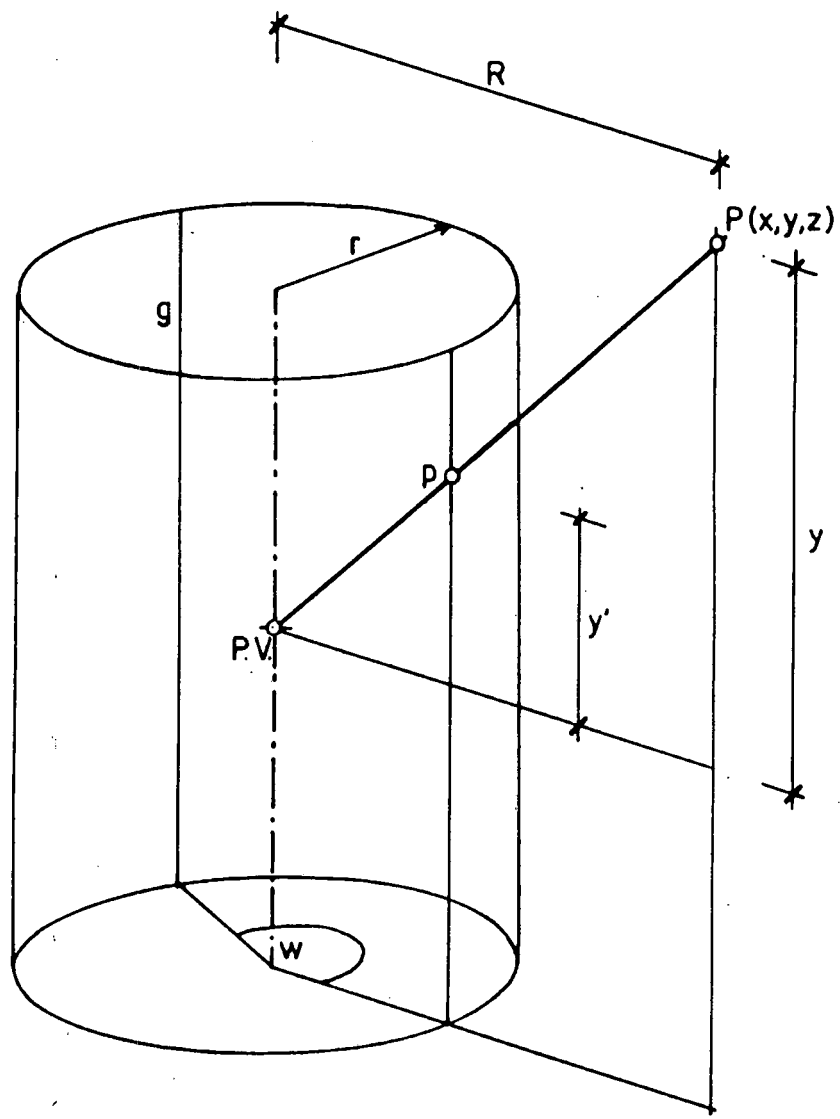


Figure 4.2

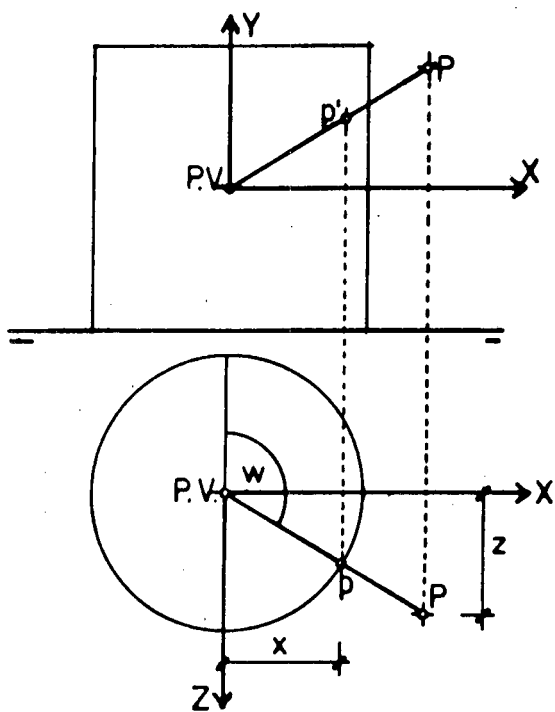


Figure 4.3

Quant a l'ordenada gràfica, pot veure's que no depèn de l'arc, coincideix amb l'ordenada del punt projecció i valdrà:

$$y' = y * \frac{r}{R}$$

on R és la projecció ortogonal sobre el pla X-Z del radi del punt.

A la figura 4.3 es pot veure que:

$$R = \sqrt{x^2 + z^2}$$

i per tant:

$$y' = y * \frac{r}{\sqrt{x^2 + z^2}}$$

Amidament d'angles.

De les anteriors expressions, es dedueix que y' tindrà sempre el signe de y, mentre que el signe de x' depèn de l'angle w. Cal, doncs, establir un conveni de signes per a les mesures angulars.

Prenent com origen de coordenades la posició de la generatriu g, tindran signe positiu els angles situats en el semicercle de la dreta, de 0 a +π, i signe negatiu els situats en el semicercle de l'esquerra, de 0 a -π (fig.4.4).

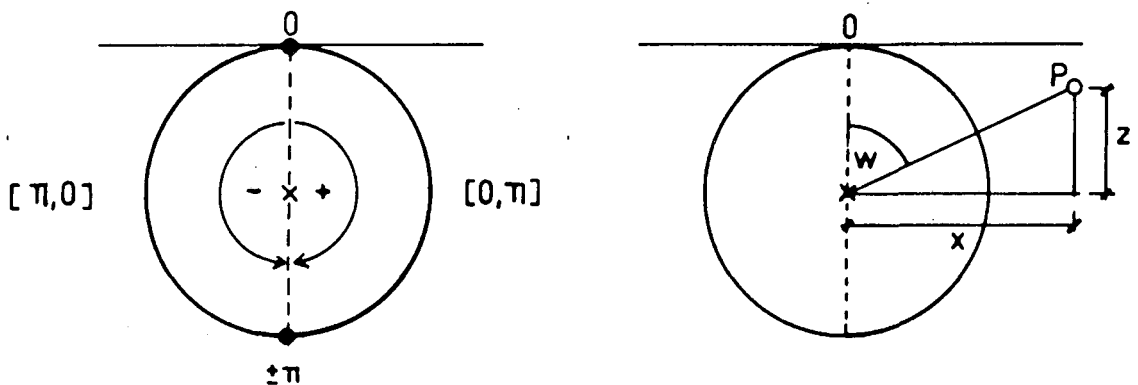


Figura 4.4

Quant al valor absolut de l'angle w , per a un punt $P(x,y,z)$ amb z no nul·la, valdrà:

$$|w| = \text{arc tg } \frac{|x|}{|z|} \quad \text{si } w < \pi/2$$

i

$$|w| = \pi - \text{arc tg } \frac{|x|}{|z|} \quad \text{si } w > \pi/2$$

Per tant, per a x i z diferents de zero el valor de w vindrà donat per l'expressió:

$$w = \text{SGN}(x) * \left[\pi * \frac{(1 + \text{SGN}(z))}{2} - \text{SGN}(z) * \left| \text{arc tg } \frac{x}{z} \right| \right]$$

on $\text{SGN}(i) = 1$ si $i > 0$ i $\text{SGN}(i) = -1$ si $i < 0$.

Si $x = 0$:

$$w = \pi * \frac{(1 + \text{SGN}(z))}{2}$$

Si $z = 0$:

$$w = \text{SGN}(z) * \frac{\pi}{2}$$

En endavant, anomenarem orientació d'un punt l'angle w entre el pla que defineixen l'eix i el propi punt i el pla axial que passa per la generatriu de desenvolupament (g) o origen d'angles.

Quant a la generatriu oposada a la de desenvolupament, l'anomenarem generatriu $\pm\pi$, ja que aquesta és la seva orientació.

Projecció de la recta.

En tota projecció, la imatge d'una recta és el resultat de la intersecció entre el seu pla projectant i la pantalla de projecció. Així, doncs, si la pantalla és cilíndrica, les rectes es projectaran segons seccions planes del cilindre, és a dir: **el·lipses**, si el pla sector no conté l'eix del cilindre, i **rectes** si el conté.

Es clar, doncs, que hem d'establir una diferència entre les rectes, segons siguin, o no, coplanàries amb l'eix del

cilindre.

En el primer cas, la recta es projectarà, en general, segons dues generatrius diametralment oposades (fig 4.5 (a)), excepte quan la recta sigui paral·lela al cilindre, cas en què la projecció esdevindrà una sola generatriu (fig 4.5 (b)).

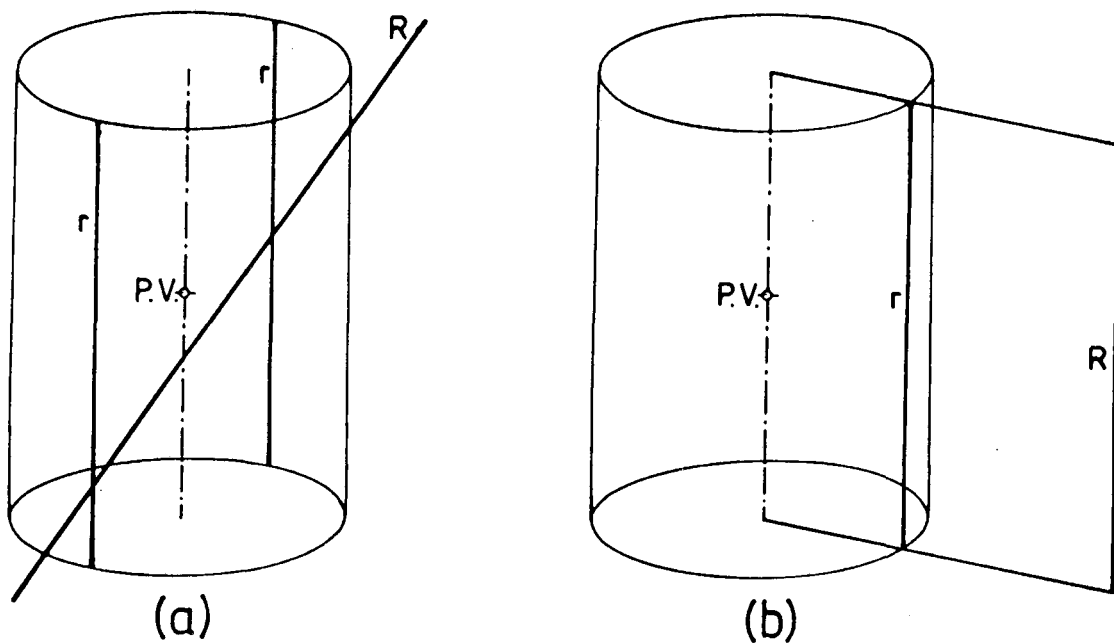


Figura 4.5 Projecció de les rectes coplanàries amb l'eix: a) recta que talla l'eix; b) recta paral·lela a l'eix.

Tractant-se de generatrius, les seves transformades seran rectes paral·leles a la generatriu de desenvolupament, i situades a una distància d'aquesta igual a la longitud de l'arc corresponent (fig.4.6).

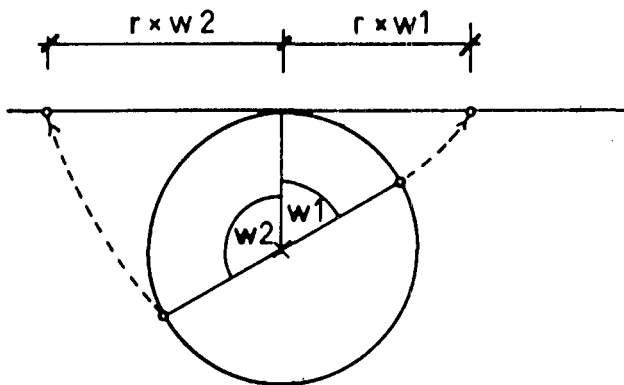


Figura 4.6

Per a qualsevol altra posició de la recta, no coplanària amb l'eix, la projecció serà un arc d'el.lipse, en el ben entès que considerem la circumferència com un cas més d'el.lipse.

Ja hem dit abans, que la secció d'un cilindre per un pla que talla l'eix, sense contenir-lo, és una el.lipse. Ara bé, si observem la figura 4.7, veurem que, en realitat, la projecció d'una recta no pot anar més enllà d'un arc de mitja el.lipse, on els extrems de l'arc són les projeccions dels punts de l'infinit de la recta, és a dir, el que en Geometria Descriptiva anomenem fugues.

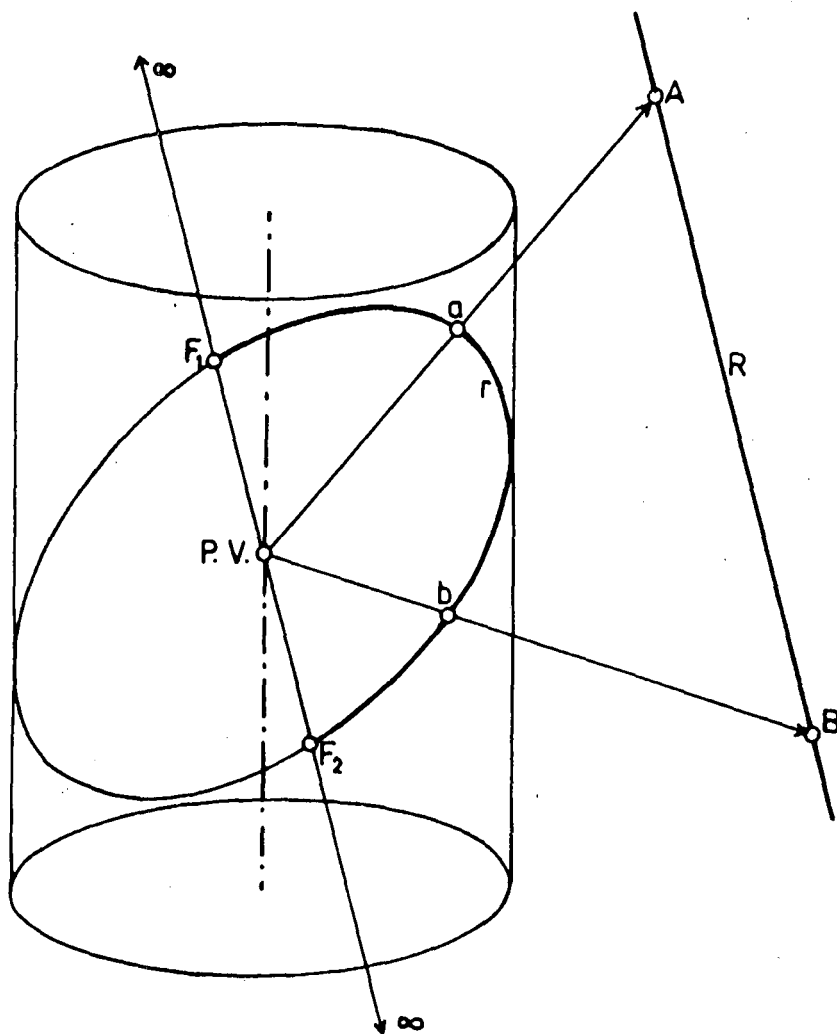


Figura 4.7 Projecció d'una recta no coplanària amb l'eix.

Podem, doncs, establir una primera propietat important:

Els angles d'orientació de dos punts propis d'una mateixa recta diferiran de menys de π radians, si la projecció de la recta no travessa la generatriu $\pm \pi$, mentre que si la travessa, diferiran de més de π radians (fig. 4.8).

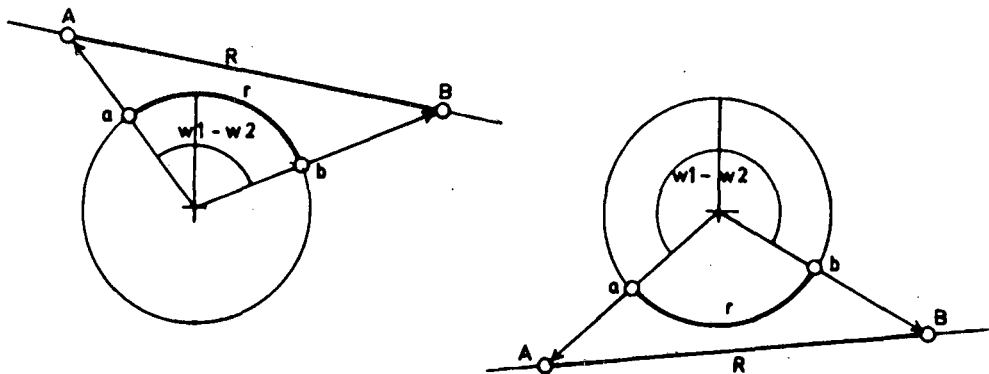


Figura 4.8

La limitació a punts propis és vàlida, ja que en els models que podem representar no hi haurà mai punts impropis.

Vegem ara quina serà la transformada de la projecció d'una recta no coplanària amb l'eix, és a dir, la transformada d'una secció el·líptica del cilindre. La figura 4.9 representa la planta i l'alçat lateral de la pantalla cilíndrica, a la qual hem practicat una secció per un pla de pendent α que, per simplificar, fem passar per l'eix X de manera que aparegui projectant a l'alçat lateral.

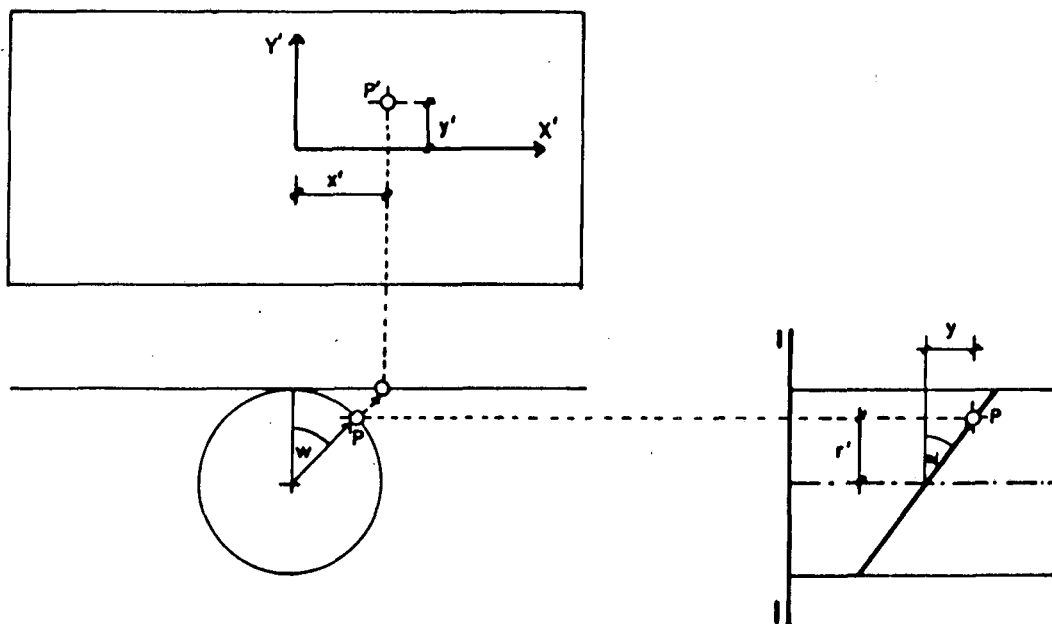


Figura 4.9

Considerem un punt $P(x,y,z)$ situat sobre la secció. Com ja hem vist, les coordenades de la transformada de P , (coordenades gràfiques) seràn:

$$\begin{aligned}x' &= r * w \\ y' &= y\end{aligned}$$

A la figura, es veu que podem escriure y en funció de r' i α :

$$y = \text{tg } \alpha * r'$$

igualment, r' pot escriure's en funció de r i w :

$$r' = r * \cos w$$

d'on:

$$y = \text{tg } \alpha * r * \cos w.$$

Ara bé, $\text{tg } \alpha$ i r són constants, per tant podem fer:

$$k = \text{tg } \alpha * r \quad \text{i} \quad y = k * \cos w$$

Podem ara escriure w en funció de x' :

$$w = x' / r$$

i, recordant la igualtat entre y i y' , tindrem:

$$y' = k * \cos (x' / r)$$

Si donem a r el valor 1, atès que -com veurem més endavant- el radi del cilindre és només un factor d'escala, tindrem:

$$y' = k * \cos x'$$

equació que correspon a una cosinusoide d'amplitud k .

Hem d'advertir, però, que, atès que -des d'un punt de vista merament gràfic- cosinusoide i sinusoide són dues corbes idèntiques, ja que la distinció entre elles fa referència només a les seves posicions respecte de l'origen de coordenades, en endavant adoptarem el criteri de referir-nos a aquesta corba pel nom de **sinusoide**, denominació genèrica habitual en disciplines gràfiques com la Geometria Descriptiva.

Podem afirmar doncs, que:

La perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica d'un segment no coplanari amb l'eix serà un arc de sinusoide.

L'afirmació anterior és vàlida també per a les rectes del pla X-Z, ja que llavors α val 0, per tant k és 0 i la transformada serà la recta: $y' = 0$.

Camp visual.

Com ja s'ha dit en el Capítol 1, la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica no presenta distorsió en la direcció normal a l'eix, però sí que en presenta en direcció paral·lela a aquest. Cal doncs, establir un límit de camp visual que impedeixi d'obtenir representacions amb un grau de distorsió inadmissible.

Empíricament, aquest límit se situa en una obertura màxima d'angle visual de 60° en els plans que passen per l'eix [33], [54]. En conseqüència, no ha de ser projectat cap punt situat dins d'un con de revolució de vèrtex el punt de vista, d'eix el del cilindre i d'obertura 120° (fig. 4.10).

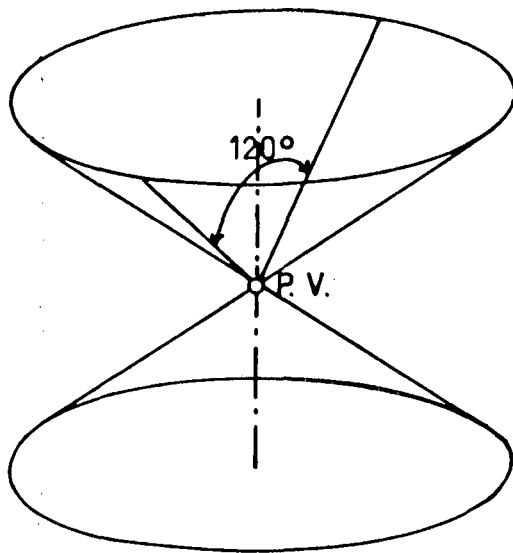


Figura 4.10 Con límit del camp visual.

4.2 CONSIDERACIONS SOBRE L'ELIMINACIÓ DE LÍNIES OCULTES.

Exposades les bases geomètriques de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica, cal fer ara algunes consideracions prèvies sobre l'eliminació de línies ocultes, aspecte de cabdal importància a l'hora de plantejar un sistema informàtic de representació en perspectiva.

Ja hem comentat al Capítol 2, que els requeriments de visualització i eliminació de línies ocultes havien condicionat, fortament, l'estructura de la informació del model 3-D adoptat. Igualment, no podríem explicar l'organització del sistema informàtic de perspectiva curvilínia desenvolupat, sense una exposició prèvia de l'estratègia general a seguir per a eliminar-ne les línies ocultes.

També ens hem referit, anteriorment, a la voluntat que la sortida normal del sistema fos el traçat de les perspectives curvilínies mitjançant "plotter". Això, que -ara com ara i en el nostre entorn professional- és gairebé un requisit indispensable per a tot sistema destinat a la representació arquitectònica, esdevé una necessitat inel·ludible en el cas de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica, ja que les vistes panoràmiques que es generen tenen un format que no s'adiu amb el que és habitual a les pantalles de terminals gràfics.

Aquest condicionant d'entrada emmarca el plantejament de la visualització dins del camp dels algorismes d'eliminació de línies ocultes, deixant de banda, per tant, els diferents tipus d'algorismes d'eliminació de superfícies ocultes, aptes només per a representacions en pantalla o en "plotter" de tipus electroestàtic.

Dins ja del camp dels algorismes de línies ocultes, podem distingir tres vies diferents d'aproximació al problema, les quals permeten classificar aquests algorismes en sengles famílies:

- * algorismes basats en comparacions arestes-volums.
- * mètodes de prioritats.
- * algorismes que operen per intersecció d'arestes.

La primera via correspon també, històricament, a la primera solució proposada per al problema del tractament de línies ocultes, i fou seguida per L.G. Roberts per a la formulació del seu algorisme, presentat al 1963 [51], [57].

L'algorisme de Roberts, certament enginyós i suggerent en molts dels seus passos [51], presenta algunes limitacions que no el fan recomenable per als objectius d'aquest treball. Es tracta d'un algorisme aplicable, únicament, a escenes formades per poliedres convexos. Per tant, el tractament d'escenes polièdriques que presentin concavitats requereix la seva prèvia descomposició en volums convexos, procés certament difícil.

Atès que l'objectiu previst del sistema que proposem és la representació arquitectònica, i considerant la complexitat formal pròpia de l'objecte arquitectònic, és clar que la limitació exposada representa una restricció seriosa, a l'hora de considerar el seguiment, en el nostre cas, de la via seguida per Roberts per a l'eliminació de línies ocultes. Cal tenir present que, a més de l'elevat consum de temps de processat que comporta la descomposició de l'escena en volums convexos, l'estructura interna que cal bastir, per al control d'aquests volums, representa un important dispendi de memòria quan, com en el cas d'escenes arquitectòniques, cal preveure que el nombre de volums serà alt. D'altra banda, encara que aparentment el nombre de comparacions a efectuar, seguint aquesta via, sigui menor que en altres algorismes per a traçat vectorial, el cert és que, en l'algorisme de Roberts, el procés comparatiu és lent, ja que s'estableix entre arestes i volums, i, per tant, el temps global requerit és alt.

Totes aquestes consideracions feren descartar aquesta via com opció per al tractament de les línies ocultes en el sistema que proposem.

Els mètodes de prioritats són aptes, tant per a tractar línies com superfícies ocultes. Centrant-nos, però, en el tractament de línies ocultes, sembla clar que els mètodes de prioritats són especialment indicats per a sortides mitjançant pantalla o "plotter" electroestàtic, si bé poden ser adaptats per a sortida de tipus vectorial [19], procés en el qual, entenem, perden gran part de la seva competitivitat.

El gran inconvenient dels algorismes que -com el d'Encarnação [19], [25]- adapten els mètodes de prioritats als traçats vectorials és la necessitat de procedir a la prèvia descomposició de totes les cares en triangles. La dificultat no rau només en la triangularització en sí, que és un problema àmpliament tractat i resolt [27], sinó en l'elevada disponibilitat de memòria requerida per al control dels triangles formats i del gran nombre d'arestes auxiliars generades.

Atès que el sistema que es presenta havia de treballar-se sobre un equip de capacitat molt reduïda, els mètodes de prioritats foren també descartats d'entrada.

Sota la denominació d'algorismes d'intersecció d'arestes, agrupem la família d'algorismes que avaluen la visibilitat de cada aresta d'acord amb la seva posició respecte de les altres arestes i de l'observador. Són algorismes apropiats, únicament, per al tractament d'escenes compostes per cares planes.

Els representants clàssics d'aquesta família són tres algorismes, deguts respectivament a: A. Appel [2], R.P. Loutrell [29] i R. Galimberti i V. Montanari [24]. Tots tres algorismes s'assemblen molt. Si bé amb petites diferències d'estratègia en alguns passos, l'enfoc del problema es pot dir que és idèntic en els tres. Potser la distinció més clara que podem establir entre ells és que, mentre l'algorisme d'Appel opera exclusivament a l'espai objecte (espai de tres dimensions), els altres dos són mixtes, és a dir, operen part a l'espai objecte i part a l'espai imatge (projecció).

La intenció d'aquest apartat no és de fer una exposició detallada de cada un d'aquests algorismes, sinó de fer-ne una revisió que reculli els trets essencials de la seva manera de fer.

Per començar, parlarem d'un pas previ en el procés d'aquesta mena d'algorismes, pas habitual també en d'altres famílies. Es tracta del procés de tria de les cares que són potencialment visibles per la seva posició respecte del Punt de Vista. Es a dir, triar aquelles cares que miren cap a l'observador (cares pròpiament vistes), rebutjant les que li donen l'esquena i que, per tant, no tenen cap possibilitat d'ésser vistes (cares pròpiament ocultes).

Habitualment, aquesta tria es fa mirant cap on apunta el vector normal exterior a cada cara, cosa que pot saber-se pel signe del producte escalar entre l'esmentat vector normal i un altre vector que vagi del Punt de Vista a un punt qualsevol de la cara. Llavors, si l'angle entre ambdós vectors és menor de 90° (prod. escalar negatiu), la cara és admesa, si no, és rebutjada (fig. 4.11).

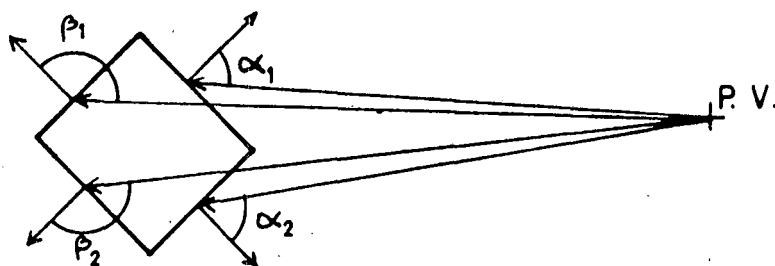


Figura 4.11 Selecció de cares pròpiament vistes. Els angles α corresponen a cares vistes. Els angles β a cares ocultes.

Aquest procés previ permet l'eliminació d'un grup d'arestes que no tenen cap possibilitat d'ésser vistes. Són les arestes que separen cares pròpiament ocultes. Permet també, però, la classificació de la resta d'arestes en dos grups: arestes materials i arestes de contorn.

Són classificades com a materials aquelles arestes que separen dues cares pròpiament vistes, i com a contorns, les que separen una cara pròpiament vista d'una cara pròpiament oculta. Cal, encara, establir una distinció en el si del segon grup entre aquelles arestes de contorn que són pròpiament vistes i les que, malgrat separar una cara oculta d'una de potencialment visible, no tenen cap possibilitat d'ésser vistes. Són les que anomenarem arestes de contorn-còncaves, i la seva selecció requereix la prèvia detecció de la concavitat del seu diedre [24], [29], (fig. 4.12).

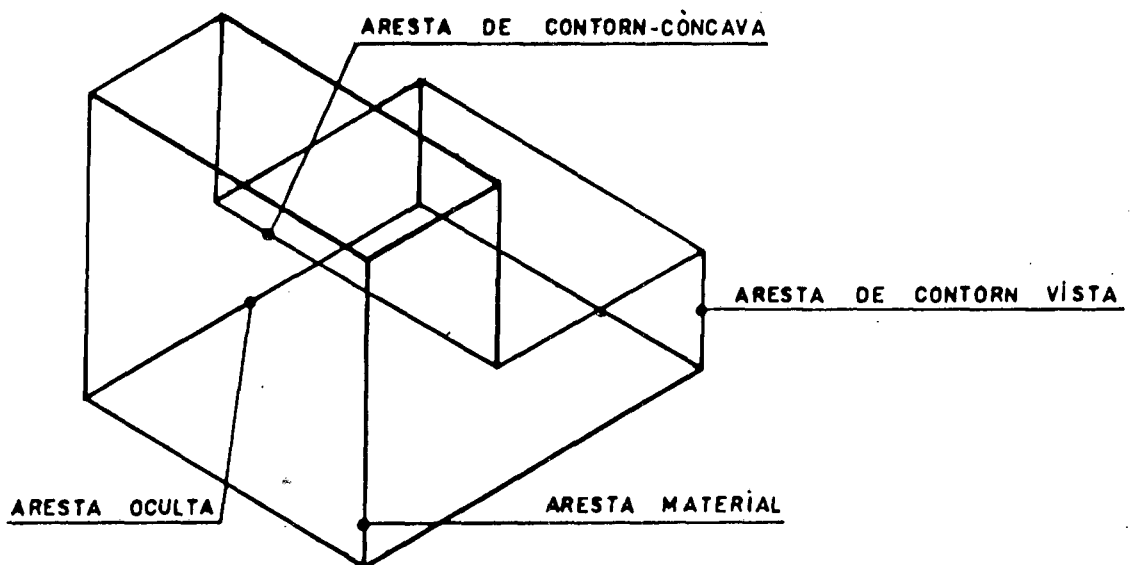


Figura 4.12

Fins aquí, es pot dir que els tres algorismes són idèntics, per bé que Appel no distingeix entre arestes de contorn-vistes i de contorn-còncaves, eliminant aquestes últimes per test de visibilitat. A partir d'aquí, però, és on poden apreciar-se algunes diferències, ja que tant Loutrell com Galimberti i Montanari fan ús de la projecció per al seu test de visibilitat. Atès que els conceptes són els mateixos, seguirem, en aquesta revisió, esquemes afins als d'aquests darrers algorismes, aprofitant la simplicitat d'operar a l'espai 2-D.

El test de visibilitat es basa en la idea que la visibilitat d'una aresta només podrà alterar-se quan la seva projecció travessi la d'alguna aresta de contorn (fig. 4.13).

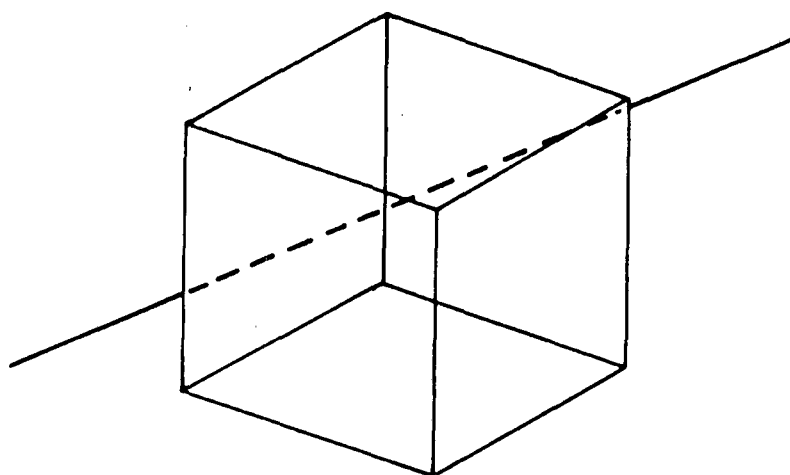


Figura 4.13

Definit el concepte grau d'invisibilitat, com el nombre de cares pròpiament vistes que s'interposen entre un punt i el Punt de Vista, i suposant un punt mòbil que va des del vèrtex inicial al vèrtex final de la projecció d'una aresta, cada vegada que aquest punt travessi la projecció d'un contorn, variarà el seu grau d'invisibilitat. Només seran dibuixades, doncs, aquelles porcions de l'aresta en què el grau d'invisibilitat valgui zero (figura 4.14).

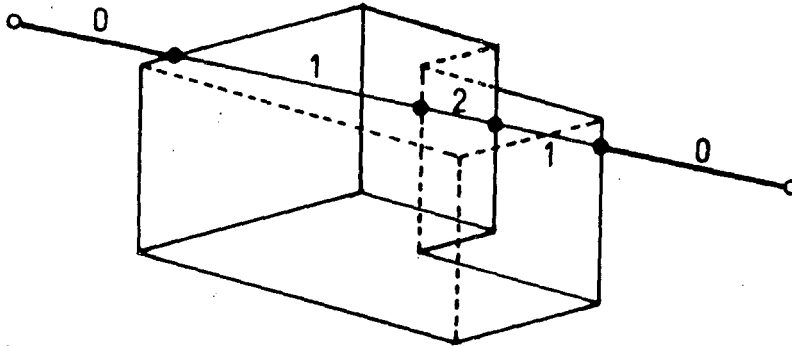


Figura 4.14 Variació del grau d'invisibilitat al llarg d'una aresta.

L'aplicació del test requereix els següents passos:

- 1.-Detecció del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial de la projecció de l'aresta.
- 2.-Càlcul dels punts d'intersecció de la projecció de l'aresta amb les dels contorns.
- 3.-Per a cada punt d'intersecció trobat, comparació de profunditats respecte del P.V. entre el punt de l'aresta i el del contorn, per saber si hi ha, o no, variació de la invisibilitat.
- 4.-Si el resultat del pas anterior és afirmatiu, càlcul del signe de l'increment del grau d'invisibilitat.
- 5.-Ordenació dels punts de canvi.
- 6.-Dibuix de les porcions vistes.

Alguns d'aquests passos no precisen més comentaris, però sí que val la pena d'estendre's una mica més sobre els passos 1 i 4.

El primer pas, "determinació del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial", tal com ha estat descrit pels seus autors, requereix:

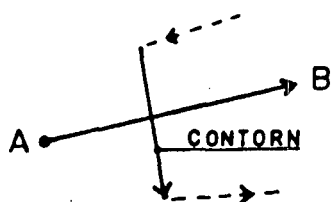
* Calcular, o haver calculat les equacions del pla de cada cara pròpiament vista.

* Determinació, per a cada cara, de les posicions relatives del pla i del punt respecte del P.V.. Es a dir, saber si el punt és, o no, darrere del pla.

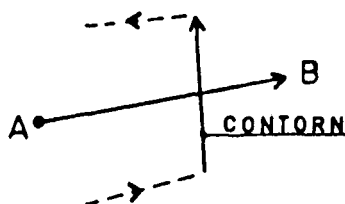
* En cas afirmatiu, test de pertinença per veure si la projecció del punt és interior a la projecció de la cara.

De la repetició d'aquest procés, per a cada una de les cares pròpiament vistes, en resulta el valor mínim del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial, valor que pot haver d'ésser corregit en el cas que l'aresta sigui tapada, del tot o en part, per cares que passen pel propi vèrtex (figura 4.15).

Quant al pas quart, "càlcul del signe de l'increment d'invisibilitat", és un dels aspectes més enginyosos d'aquests algorismes. Requereix que totes les arestes de contorn hagin estat orientades en un mateix sentit -per exemple antihorari- de la cara vista (figura 4.16). Fet això, el signe de l'increment depèn del signe del producte vectorial entre un vector en la direcció de l'aresta, i sentit vèrtex inicial-vèrtex final, i un vector paral·lel al contorn i de signe el corresponent al sentit d'orientació escollit. Així, si prenem orientació antihorària:



prod. vect. $> 0 \Rightarrow$ increment = 1



prod. vect. $< 0 \Rightarrow$ increment = -1

Aquest és l'esquema bàsic dels algorismes d'aquesta família. Sobre aquest esquema es poden idear diverses optimitzacions. El propi Loutrell introdueix la idea de l'organització en corriols d'arestes, idea que permet estalviar reiteracions en el càlcul del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial de cada aresta, i que serà aprofundida en l'adaptació que d'aquest esquema farem per al cas de la perspectiva curvilínia de pantalla cilíndrica.

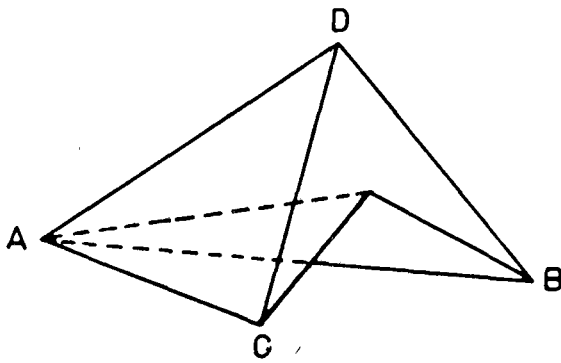


Figura 4.15 Variacions locals del grau d'invisibilitat d'un vèrtex. El vèrtex A, sobre l'aresta AB, és tapat per la cara ACD.

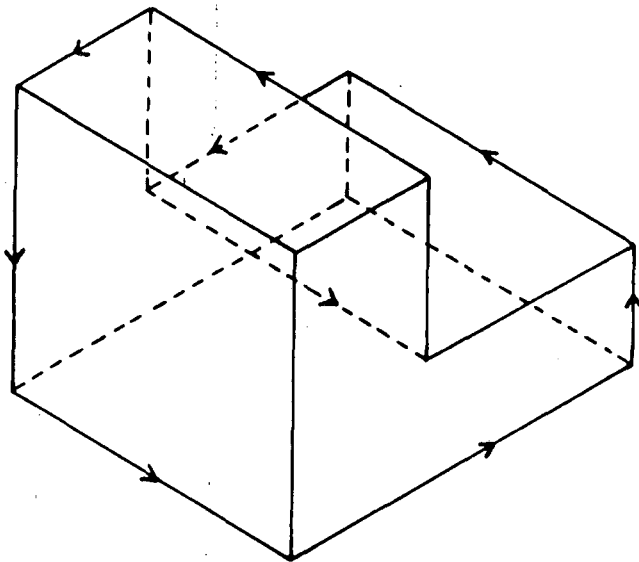


Figura 4.16 Orientació antihorària dels contorns sobre la seva cara vista.

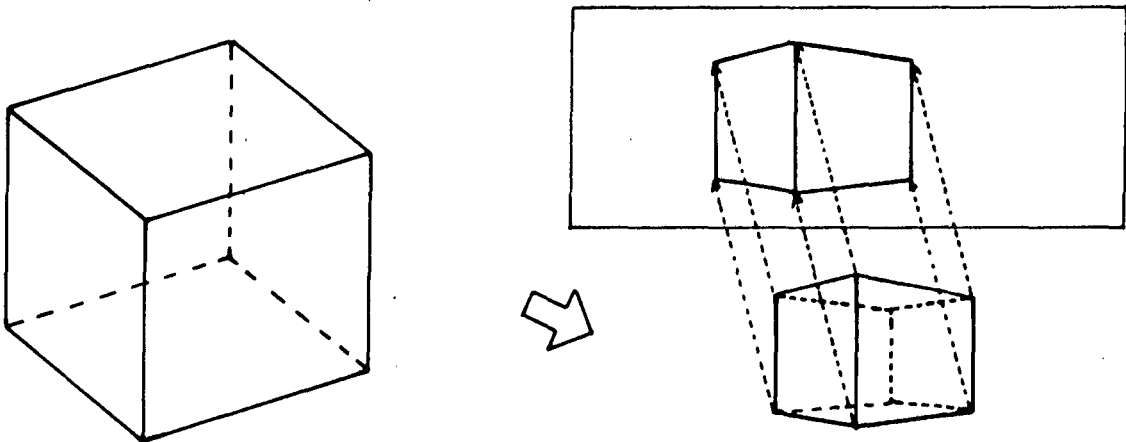


Figura 4.17 Transformació perspectiva d'un cub i posterior projecció ortogonal sobre el pla del dibuix.

Resulta obvi que alguns dels passos d'aquests algorismes no són aplicables, **fil per randa**, a la visualització en **perspectiva curvilínia**. Entre d'altres raons, la curvatura* de les transformades n'impedeix una aplicació literal. Tampoc és aplicable en aquest cas, ateses les especials característiques de la perspectiva de pantalla cilíndrica, portar a terme, prèviament al test de visibilitat, un procés molt habitual en l'aplicació d'aquesta classe d'algorismes, com és l'anomenada transformació perspectiva (fig. 4.17), que modifica les coordenades de l'escena de manera que, conservant el caràcter rectilini de les arestes i la planeïtat de les cares, la perspectiva buscada sigui la projecció ortogonal, sobre el Pla del Quadre, de l'escena transformada, cosa que simplifica, de manera notable, alguns passos del test de visibilitat. Malgrat tot, però, l'enfoc general del tema d'eliminació de línies ocultes serà coincident amb l'esquema exposat.

Per últim, si hem de fer una valoració d'aquest tipus d'algorismes, citarem, com a principals aspectes positius, la precisió -tan alta com ho permeti el càlcul- i la relativament curta ocupació de memòria requerida. No hem d'ocultar, però, el seu principal punt flac (extensiu a tots els algorismes aptes per a traçat vectorial): el temps.

Per a escenes amb poques arestes, poden competir perfectament amb altres tipus d'algorismes, però, a mesura que el nombre d'arestes creix, el temps ho fa en proporció quadràtica. En efecte, sigui n el nombre d'arestes pròpiament vistes d'una escena. El nombre de contorns varia segons el tipus d'objecte que volguem representar, però, en general, és proporcional a n . Anomenem-lo nc . Tindrem doncs que, en el test de visibilitat, cada aresta pròpiament vista s'ha de comparar amb cada contorn, per tant:

$$\text{nombre de comparacions} = n * nc$$

Si passem a una escena amb $k*n$ arestes pròpiament vistes, el nombre de contorns serà $k*nc$ i tindrem:

$$\text{nombre de comparacions} = k * n * k * nc$$

o sigui: $\text{nombre de comparacions} = k^2 * (n * nc)$

Podem dir, doncs, que quan el nombre d'arestes es multiplica per k , el temps del procés es multiplica per k^2 .

Entenem que la sola formulació d'aquesta llei farà comprendre, més clarament, les motivacions per a dissenyar una estructura de dades àmplia i redundat, tendent a reduir al mínim el temps de les comparacions en el test de visibilitat.

* S'adverteix que, al llarg del text, es farà ús del terme "curvatura" en el sentit de qualitat de corb. No es confongui amb el sentit matemàtic de la paraula.

4.3 DESCRIPCIÓ DEL SISTEMA (1).

En aquesta secció descriurem la primera fase del Sistema, que té per objecte la realització de les transformacions geomètriques necessàries per obtenir la projecció i transformada de cada aresta, estructurant la informació generada per aquest procés de forma que permeti executar la segona fase, o visualització pròpiament dita, de manera satisfactòria.

Opcions d'usuari.

El primer pas serà la fixació, per part de l'usuari, de les coordenades del Punt de Vista. Aquestes, seran coordenades de "món real", és a dir, referides al sistema d'eixos amb què es va crear el model 3-D.

Vista la conveniència de situar l'origen de coordenades sobre el P.V., la primera operació que farà el sistema serà una translació d'origen, de manera que tota la informació geomètrica del model quedi referida a un nou sistema coordinat, paral·lel a l'anterior i amb origen en el P.V..

Seguidament, l'usuari haurà de donar l'angle de gir de la planta, respecte de l'eix Y. Aquest paràmetre té per objecte decidir la posició relativa de la generatriu de desenvolupament del cilindre respecte de l'escena i, per tant, fixar què quedarà en el centre del dibuix.

En realitat, aquest procés podria entendre's també com un gir del sistema de coordenades respecte de l'eix Y, per tal de dirigir la visual principal, o eix Z, al sector que desitgem que sigui el centre del dibuix; però s'ha preferit conservar conceptes intuïtius i usuals en la pràctica del dibuix arquitectònic manual, com ara aquest de "girar la planta", per tal de facilitar-ne la interpretació per part de l'usuari.

El següent pas serà la fixació de la direcció del cilindre. En aquest aspecte, s'han previst tres opcions:

- Cilindre vertical (eix coincident amb Y).
- Cilindre horitzontal (eix coincident amb X).
- Cilindre inclinat.

El primer cas i el segon requeriran, només, algunes permutacions d'abscisses per ordenades, per passar de l'un a

l'altre. El tercer cas, en canvi, requereix un gir del sistema de coordenades entorn de l'eix X, pel valor de l'angle prefixat per l'usuari. És un cas, en general poc desitjable, que s'inclou en el Sistema com una possibilitat més, però sobre el qual no ens hi estendrem.

Per acabar, l'usuari ha d'optar sobre l'obertura del que anomenem angle cilíndric de projecció. Aquest paràmetre estableix el sector de pantalla que es vol utilitzar per a la projecció i, per tant, limita la porció d'escena que serà projectada (fig. 4.18).

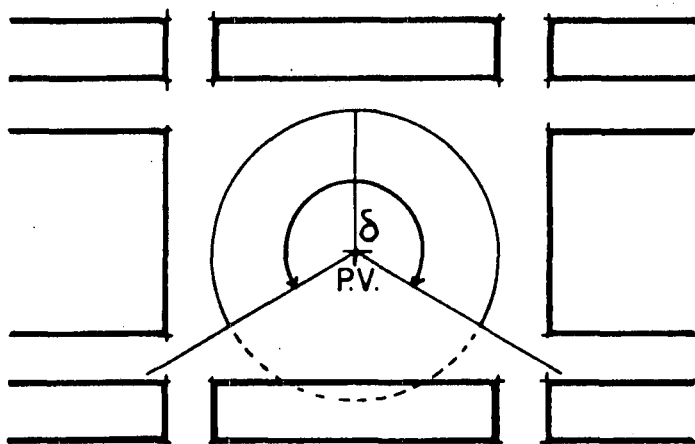


Figura 4.18 Delimitació de l'angle cilíndric de projecció.

L'angle cilíndric de projecció fixa també les proporcions del format del dibuix. En efecte, el radi del cilindre no té cap incidència sobre la projecció. En té, únicament, sobre la grandària del dibuix. Actua, per tant, com un factor d'escala. D'altra banda, la dimensió del format paral·lela a l'eix és funció directa del radi, ja que hem limitat el camp visual, en aquesta direcció, a 60°. De manera que, si a aquesta dimensió l'anomenem h, tindrem:

$$h = 2 * \text{tg} (\pi/6)$$

Per últim, si anomenem a l'altra dimensió del format, tindrem que:

$$a = \delta * r$$

Per tant:

a	=	$\frac{\delta}{2 * \text{tg} (\pi/6)}$
---	---	--

Selecció i classificació d'arestes.

Per tal d'escurçar el procés, eliminarem, ja d'entrada, les cares i arestes pròpiament ocultes, i classificarem les arestes pròpiament vistes i de contorn-còncaves, segons els criteris exposats a la secció 4.2, per bé que, el procés de selecció serà força més senzill que el que allà s'hi ha descrit.

Certament, és clar que un pla serà vist si el Punt de Vista està en el semiespai frontal del pla. Atès que el P.V. coincideix amb l'origen de coordenades, un pla serà, doncs, vist o ocult, segons sigui el signe del terme independent de l'equació del pla. Ara bé, recordem de la Secció 2.5, que l'orientació d'un pla és la del primer cicle que s'hi ha situat, però que, en un mateix pla poden haver-hi cicles orientats en sentit contrari. Per tant, el procés s'ha de completar amb un segon test aplicat als cicles. Aquest test confirmarà com a vistos els cicles pertanyents a plans vistos i amb apuntador de pla positiu, mentre que, els d'aquests mateixos plans, però amb apuntador de pla negatiu, seran declarats ocults. Igualment, si un cicle té apuntador de pla negatiu i aquest ha estat declarat ocult en el primer test, el cicle serà vist i viceversa (fig. 4.19.). (Recordi's que l'apuntador de pla d'un cicle és positiu si està orientat en el mateix sentit que el pla, i negatiu en cas contrari.)

Aquest segon test permet completar la llista de plans vistos i afegir un codi a cada cicle del model que valgui 1 si el cicle és vist, i 0 si és ocult. Com veurem més endavant, ambdues llistes simplificaran, notablement, el càlcul del grau d'invisibilitat d'un punt.

Acabat aquest primer procés de selecció -en el qual, remarquem-ho, ni tan sols s'ha fet una operació aritmètica i, simplement, s'han comparat signes- cal invertir les orientacions dels plans que han estat declarats vistos en el segon test, per tal que tots els plans vistos quedin orientats de cara al P.V..

D'altra banda, la llista de codis de visibilitat dels cicles permet, fàcilment, classificar les arestes en els ja esmentats grups de materials, contorn-vistes i contorn-còncaves (fig. 4.20).

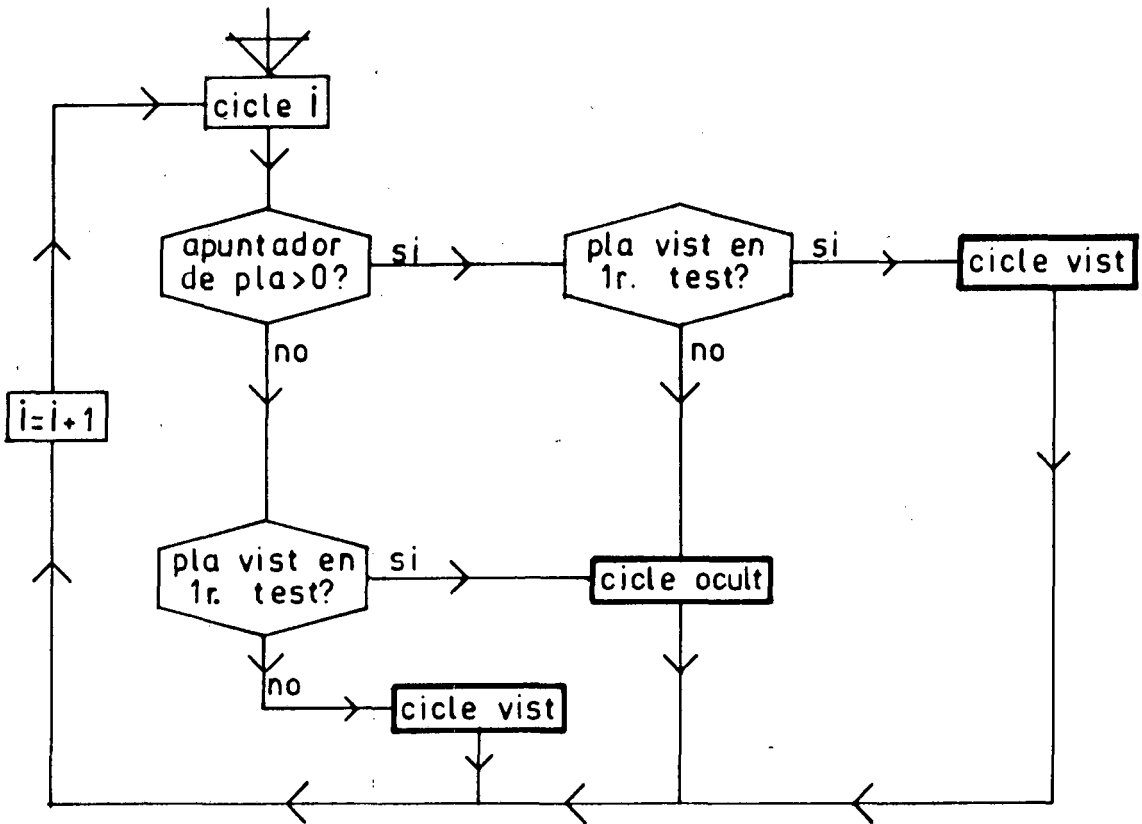


Figura 4.19 Eliminació de cicles pròpiament ocults.

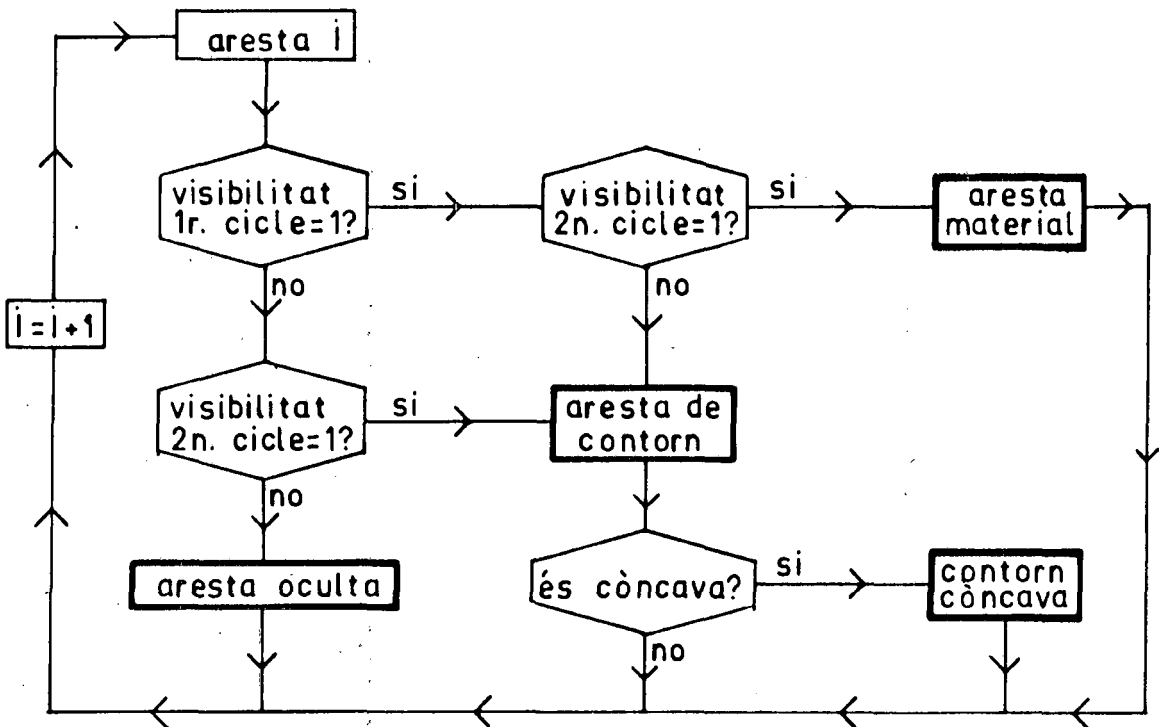


Figura 4.20 Classificació d'arestes.

En tractar-se d'una característica intrínseca de la forma, independent per tant del tipus de projecció i de la posició de l'observador, la concavitat o convexitat del diedre de cada aresta és estudiada al final del procés de creació del model.

Des d'una òptica estrictament geomètrica, pot sobtar que parlem d'arestes còncaues i arestes convexes, ja que tota aresta té un diedre convex i un altre de còncau. Aquests conceptes són, però, perfectament lògics si els apliquem a un model de fronteres, ja que per a cada aresta només hi ha un diedre que formi part de la frontera.

La detecció del caràcter, còncau o convex, de l'aresta és senzilla (fig. 4.21), atès que l'estructura del model permet saber, fàcilment, en quin sentit gira cada aresta en cada una de les cares del seu diedre, i aplicar el test exposat a la figura. (Recordi's que, dels dos apuntadors de cicle de cada aresta, el primer apunta al su cicle antihorari i el segon a l'horari.)

Els resultats de la prova de concavitat són guardats per mitjà d'un codi de valor 1 ó 0, segons el cas, i arxivats juntament amb el model, evitant així la repetició del test per a cada visualització.

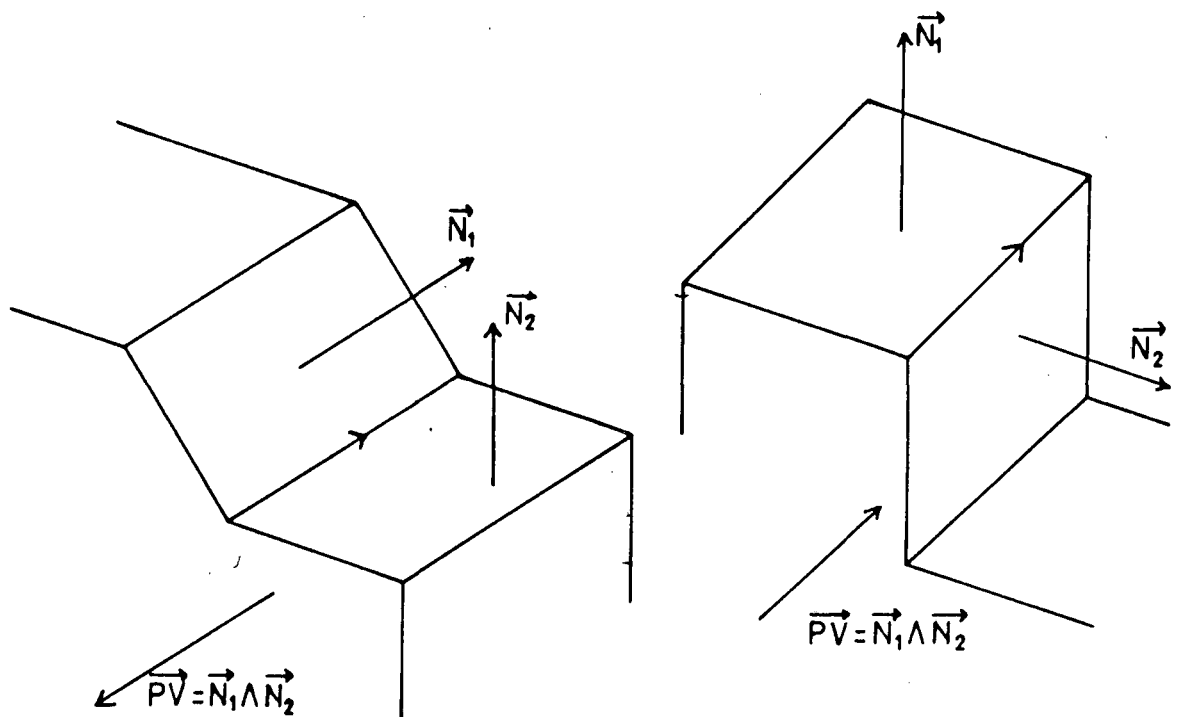


Figura 4.21 Test de concavitat: si el producte vectorial dels vectors normals a la cara antihorària de l'aresta pel vector normal de l'horària té sentit contrari al del vector director de l'aresta, aquesta és còncaua.

Vegem encara un altre procés que aprofita l'esmentada estructuració de les dades del model: com ja hem exposat a la Secció 4.2, el test de visibilitat exigeix que totes les arestes de contorn quedin orientades en un determinat sentit de gir de la cara vista. En el sistema que presentem, s'ha escollit el sentit antihorari i el procés és molt senzill, ja que, com es recordarà, els apuntadors de cicles de cada aresta s'han disposat de manera que el primer assenyali el cicle antihorari i el segon l'horari. Per tant, caldrà invertir l'ordre dels apuntadors de vèrtex d'aquelles arestes de contorn en què el cicle vist sigui el corresponent al seu segon apuntador de cicle. En aquests casos, caldrà també, conseqüentment, permutar els apuntadors de cicles de l'aresta afectada.

Una última previsió cal fer encara en aquest procés de classificació d'arestes. En el sistema de visualització, els vectors directors seran utilitzats únicament per al càlcul d'interseccions i per a proves de paral·lelisme, operacions que no es veuen afectades pel signe del vector. Per contra, durant el test de visibilitat, serà convenient una ràpida detecció, dins d'un cicle, de les arestes que siguin de contorn-còncaves, i per tant ocultes. A tal fi, en el procés de classificació donarem signe positiu a l'apuntador de vector director de les arestes pròpiament vistes i negatiu al de les de contorn-còncaves.

En resum, en acabar la selecció, tenim, per una banda, l'estructura del model amb algunes modificacions a la informació de les arestes, i, per l'altra, una llista de plans vistos, un codi afegit a la llista de cicles, que n'indica la visibilitat, i una llista d'arestes remanents, ordenada per paquets de: "materials", "contorn-vistes" i "contorn-còncaves".

"Clipping" 3-D.

Abans de passar a la projecció, és convenient realitzar un procés que elimini les parts de l'escena que quedin fora del camp visual. És a dir, recordant la limitació establerta d'un angle màxim de 60° en la direcció de l'eix, caldrà eliminar aquelles arestes i cicles que siguin interiors a un con de revolució de vèrtex el P.V., eix el del cilindre i obertura 120° , i sotmetre a un escapçat ("clipping") les arestes i cicles que quedin situades part a dins i part a fora de l'esmentat con.

Aquest procés no serà total, sinó que afectarà només les arestes que tinguin algun vèrtex interior al con (fig.4.22), i no les que el travessin, que seran objecte d'un segon "clipping" 2-D en el moment de la visualització (vegi's "Escapçat bidimensional" al final del capítol).

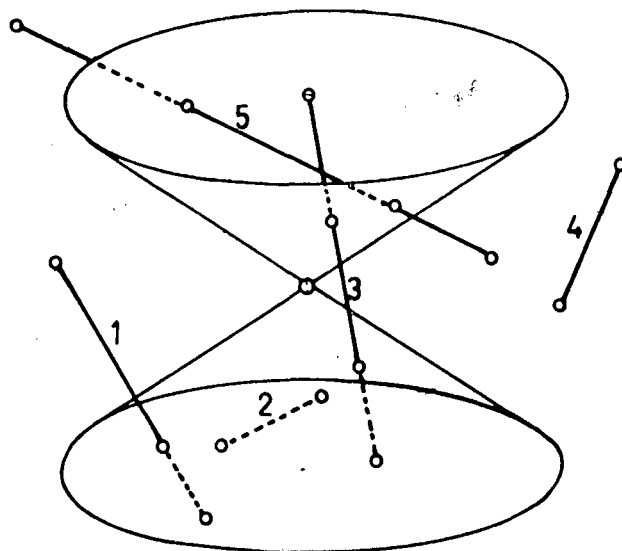


Figura 4.22 Les arestes 1, 2 i 3 seran afectades pel procés de "clipping". La 4 i la 5 restaran inalterades.

A més a més d'evitar projeccions d'ordenada massa gran (tendent a infinit), l'objectiu del procés d'escapçat és d'eliminar arestes, o si més no escurçar-les, per tal d'evitar comparacions i càlculs d'interseccions inútils en el test de visibilitat (recordi's la relació quadràtica arestes-temps). No és desitjable, en canvi, que una aresta es divideixi en dues (cas de l'aresta que travessa el con), perquè n'augmentariem el nombre i, per tant, el temps de processat.

Vegem ara quina serà l'organització d'aquest procés d'escapçat. Començarem per establir les condicions analítiques perquè un punt sigui dins del con. (En endavant, suposarem que la pantalla és paral·lela a l'eix Y. Si fos horitzontal, caldria permutar les x per les y en totes les expressions).

El con d'escapçat tindrà per equació:

$$\frac{y^2}{x^2 + z^2} = \frac{1}{3}$$

Per tant, un punt és interior al con si les seves coordenades satisfan la condició:

$$\boxed{\frac{y^2}{x^2 + z^2} > \frac{1}{3}}$$

i el punt serà en el semi-con inferior si $y < 0$ i en el superior si $y > 0$.

El procés es realitza en tres fases. A la primera, s'eliminen els vèrtexs interiors al con. A la segona, són eliminades les arestes amb els dos vèrtexs dins del mateix semi-con, i escapçades la resta d'arestes amb algun vèrtex interior. Per acabar, la tercera fase elimina els cicles que han perdut totes les seves arestes i refà els que han estat escapçats.

Per a la primera fase, associem a cada vèrtex (i) un apuntador de canvi (ac(i)), de manera que, a mesura que avanci el test, anirem compactant la llista de vèrtex, deixant-hi només aquells que siguin admesos, per tal de fer lloc als nous vèrtexs resultants del "clipping". Així, per a cada vèrtex, l'apuntador de canvi indicarà la seva nova posició a la llista general, després del test.

No seran eliminats, però, tots els vèrtexs interiors al con, sinó, únicament, els situats dins el semi-con positiu.

La raó de conservar els vèrtexs interiors al semi-con negatiu és que, en aquest "clipping", són admeses arestes que perden els seus dos vèrtexs si són interiors a semi-cons diferents. Amb un sol vèrtex i el vector director, l'aresta pot ser escapçada i determinats els seus nous vèrtexs. Ara bé, si a una aresta no descartable li eliminem els seus dos vèrtexs, l'escapçat esdevindrà impossible.

Així doncs, si estem fent el test d'un vèrtex (i) i nv és el valor actual del comptador de vèrtexs, tindrem:

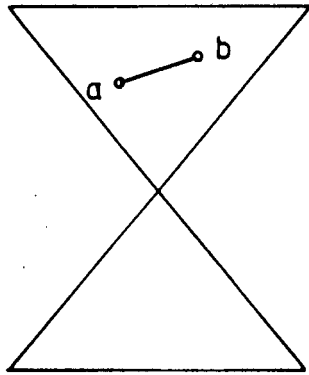
si i és admès ==> ac(i) = nv + 1

si i cau en el semi-con positiu ==> ac(i) = 0

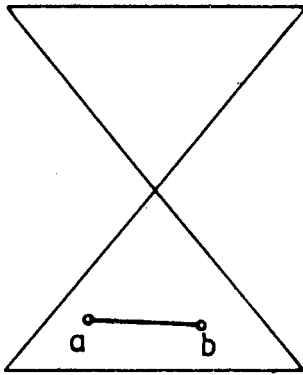
si i cau en el semi-con negatiu ==> ac(i) = -(nv + 1)

Una altra variable (nvn) comptarà el nombre de vèrtex amb apuntador negatiu. Al final del test, si nv-nvn és més petit que el nombre de vèrtex inicial, caldrà passar a la segona fase. En cas contrari, és que no hi ha vèrtexs fora del camp visual i, per tant, no hi haurà escapçats.

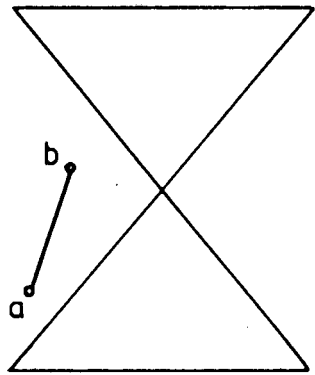
La segona fase resseguirà la llista d'arestes per veure en quina situació han quedat els seus vèrtexs i, en conseqüència, quin serà el seu estatus final. Si l'aresta és totalment admesa, o totalment rebutjada, no hi ha més problema, però si ha de ser escapçada, cal conèixer la posició relativa d'aresta i con. Això és necessari pel fet que una recta i un con es tallen segons dos punts, i el Sistema ha de poder decidir quin dels punts és el vàlid -en el supòsit d'arestes amb un sol vèrtex eliminat- i quins seràn els nous vèrtexs, inicial i final, si l'aresta els ha perdut tots dos.



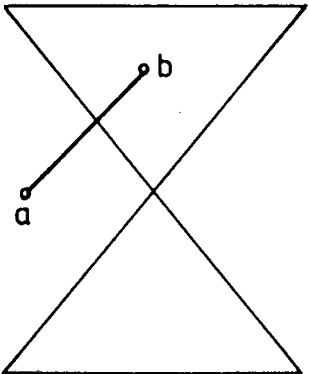
$c = \emptyset$



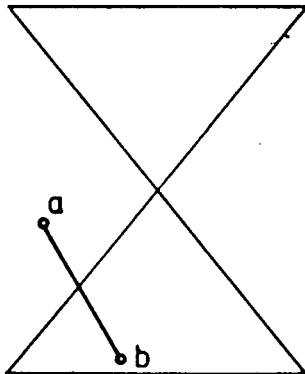
$c = 11$



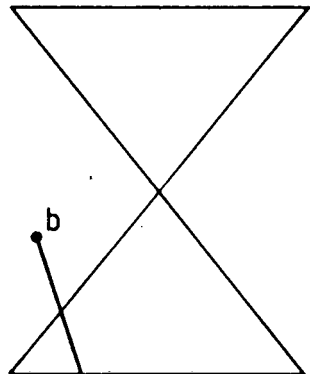
$c = 3$



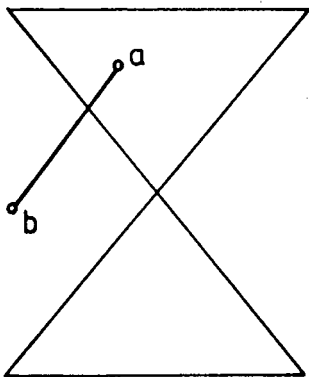
$c = 1$



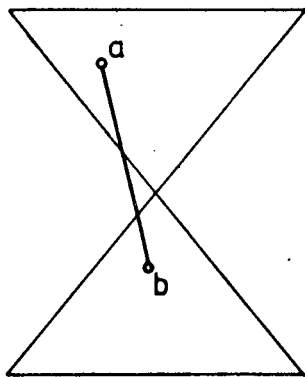
$c = 8$



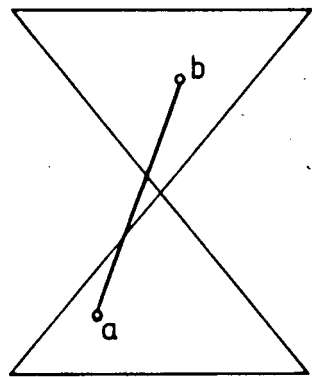
$c = 6$



$c = 2$



$c = 7$



$c = 4$

Figura 4.23 Posicions relatives entre una arista ab i el con límit del camp visual.

Sigui a el vèrtex inicial d'una determinada aresta, i sigui b el seu vèrtex final. Examinem l'apuntador de canvi de a i fem:

$$c = 0 \quad \text{si } ac(a) = 0$$

$$c = 1 \quad \text{si } ac(a) > 0$$

$$c = 4 \quad \text{si } ac(a) < 0$$

Examinem ara el vèrtex b i fem:

$$c = c \quad \text{si } ac(b) = 0$$

$$c = c + 2 \quad \text{si } ac(b) > 0$$

$$c = c + 7 \quad \text{si } ac(b) < 0$$

Al final d'aquest examen, els valors de c indicaran en quina de les situacions representades a la figura 4.23 ens trobem.

Si l'aresta resulta totalment acceptada, s'incorpora a la llista d'arestes remanents després de substituir els seus apuntadors de vèrtexs pels respectius apuntadors de canvi. Si és rebutjada, ens limitarem a substituir el seu apuntador de vector director per un 0, per tal de poder-la identificar a la tercera fase. Si l'aresta és escapçada, passem a determinar-ne la intersecció amb el con.

Sigui $A (x_a, y_a, z_a)$ el vèrtex salvat de l'aresta (el del semi-con negatiu si no n'ha salvat cap), i sigui V el vector director. L'equació de la recta serà:

$$\frac{x - x_a}{V_x} = \frac{y - y_a}{V_y} = \frac{z - z_a}{V_z}$$

$$\text{fent: } P = \frac{V_x}{V_y} \quad \text{i} \quad Q = \frac{V_z}{V_y}$$

podem escriure:

$$x = P * (y - y_a) + x_a$$

$$z = Q * (y - y_a) + z_a$$

L'equació del con pot escriure's de la forma:

$$3 * y^2 - x^2 - z^2 = 0$$

Substituint els valors de x i z de l'equació de la recta en l'equació del con arribem a una expressió del tipus:

$$P_1 * y^2 + P_2 * y + P_3 = 0$$

on: $P_1 = P^2 * Q^2 - 3$

$$P_2 = -2 * y_m * (P_1 + 3) + 2 * (P * x_m + Q * z_m)$$

$$P_3 = y_m * (y_m * (P_1 + 3) - 2 * (P * x_m + Q * z_m)) + x_m^2 + z_m^2$$

Si l'aresta havia perdut els dos vèrtexs, les dues arrels de l'equació corresponen als dos punts d'intersecció entre aresta i con. El valor de c indicarà si el vèrtex inicial serà el donat per l'arrel positiva o bé si serà el donat per l'arrel negativa.

Si, en canvi, l'aresta només havia perdut un vèrtex, caldrà veure si les dues arrels tenen igual o diferent signe. En el primer cas, el nou vèrtex serà el donat per l'arrel corresponent al punt més pròxim a A, mentre que, en el segon, el donarà l'arrel que tingui igual signe al del vèrtex eliminat (fig. 4.24).

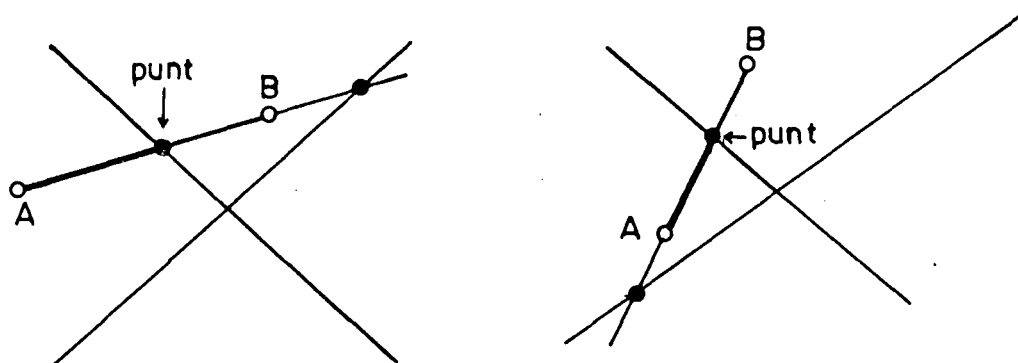


Figura 4.24 Criteris de selecció del punt d'escapat d'entre les dues arrels de l'equació.

Naturalment, en el Sistema s'han previst casos especials com aquell en el qual l'aresta sigui normal a l'eix Y, o bé que sigui paral·lela a l'eix Z, que, entenem, són de sol.lució trivial i no precisen un major comentari.

La tercera fase del procés d'escapat és, sens dubte, la més complexa i la més cara en consum de memòria, ja que igual com el procés de secció plana (Cap. 3), requereix refer els paquets o llistes de descripció dels cicles.

En aquesta fase, són revisats cada un dels cicles que han estat declarats vistos en el procés de selecció. Per a cada cicle, en un primer pas, és revisada la seva llista d'arestes. Si, almenys una, no ha estat eliminada (vector director no nul), el cicle serà admès, del tot o en part;

però, si totes han estat eliminades, el cicle és rebutjat.

El següent pas, si el cicle ha estat admès, és la revisió de la seva llista de vèrtexs. Cada vèrtex admès a la primera fase indica que l'aresta, que en parteix, també ha estat admesa. Per tant, vèrtex i aresta són incorporats als nous "paquets" del cicle.

Quan arribem a un vèrtex que ha estat rebutjat, és que l'última aresta afegida ha estat escapçada. Els seus apuntadors de vèrtexs -actualitzats a la segona fase- diran quin és el nou vèrtex (vèrtex de "clipping").

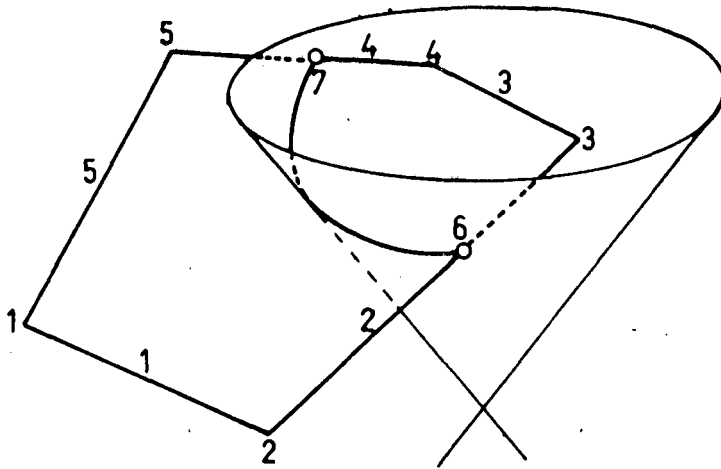
Arribats a aquest punt, seguim recorrent el cicle per dins del con, és a dir, fora del camp visual, sense anotar cap dels seus vèrtexs i arestes ja que tots són eliminats. Aquest recorregut es fa sobre el paquet vell d'arestes del cicle fins a trobar-ne una de no rebutjada. Aquesta aresta acceptada ha de tornar a travessar la superfície del con i, per tant, un dels seus apuntadors de vèrtexs assenyalarà el punt de retorn al camp visual, punt que serà anotat com a següent vèrtex en el nou paquet del cicle.

Entre aquest vèrtex i l'anterior, -també de "clipping"- hauria de quedar una aresta cònica, com a resultat de la intersecció del pla del cicle i el con. Ara bé, aquesta aresta no té cap interès per al dibuix de la perspectiva i, per tant, al seu lloc, en el nou paquet, el Sistema hi posarà un zero.

Novament dins el camp visual, continua el recorregut del cicle, altra vegada sobre el paquet de vèrtexs, fins que, o bé trobem un altre vèrtex eliminat i repetim el procés anterior, o bé arribem al final del cicle. La figura 4.25 exemplifica aquest procés.

L'algorisme preveu alguns casos particulars que obliguen a petites modificacions del procés general. Un d'aquests casos es dona quan el vèrtex inicial del cicle resulta eliminat. En aquest cas, el Sistema resseguirà la llista d'arestes del cicle fins a trobar-ne una d'admesa, que haurà de contenir un punt de "clipping". Aquest punt serà el nou vèrtex inicial del cicle i, a partir d'aquí, podem seguir ja el procés general.

Igualment, quan s'ha produït el cas anterior, pot passar que l'última aresta sigui de sortida de camp visual. En aquest cas, l'algorisme no detectaria l'últim punt de "clipping". Per evitar-ho, cal veure, en acabar el recorregut del cicle, si el nombre de punts de "clipping" trobats és parell. Si no ho fos, indicaria que l'última aresta ha estat escapçada i, per tant, cal afegir-ne el corresponent vèrtex nou. Aquest procés és exposat a la figura 4.26.

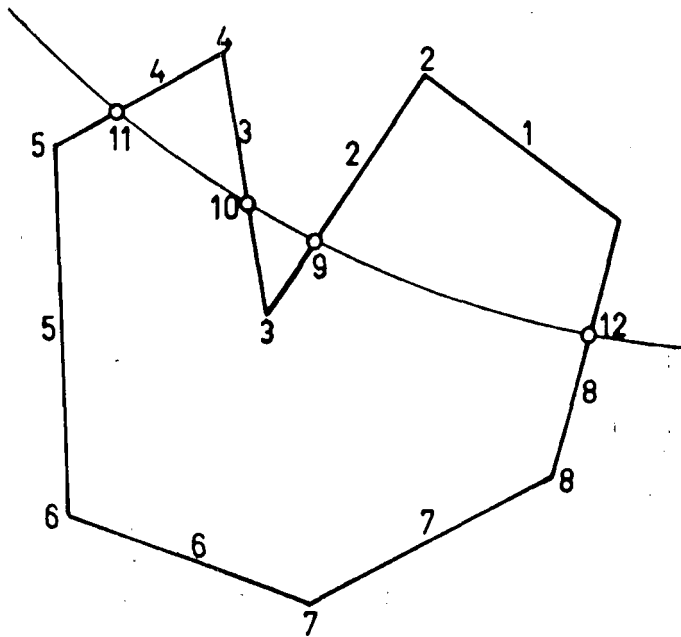


PAQUETS VELS	
VÈRTEXS	ARESTES
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5

ARESTA	APUNTADOR 1r. VÈRTEX	APUNTADOR 2n. VÈRTEX
1	1	2
2	2	6
3	X	X
4	7	5
5	5	1

PAQUETS NOUS	
VÈRTEXS	ARESTES
1	1
2	2
6	0
7	4
5	5

Figura 4.25 Procés d'escapçat d'un cicle.



PAQUETS VELS	
VÈRTEXS	ARESTES
1	1
2	2
3	3
4	4
5	5
6	6
7	7
8	8

ARESTA	APUNTADOR 1r. VÈRTEX	APUNTADOR 2n. VÈRTEX
1	X	X
2	9	3
3	3	10
4	11	5
5	5	6
6	6	7
7	7	8
8	8	12

PAQUETS NOUS	
VÈRTEXS	ARESTES
9	2
3	3
10	0
11	4
5	5
6	6
7	7
8	8
12	0

Figura 4.26 Escapat de cicle amb vèrtex inicial eliminat.

En acabar el procés d'escapçat, el nombre de vèrtex haurà augmentat probablement, mentre que el d'arestes i cicles serà menor o igual que l'inicial.

Projecció dels vèrtexs.

Ja hem parlat, en aquest mateix capítol, de l'obtenció de les coordenades gràfiques d'un punt, i hem vist que aquestes eren funció del radi del cilindre. Hem dit també, que el radi actuava només com a factor d'escala, sense cap incidència sobre la projecció. Si considerem, doncs, radi unitari, la perspectiva d'un punt vindrà donada pel seu angle d'orientació i per l'abscissa de la projecció del punt sobre el cilindre de radi 1.

En aquest pas, doncs, el Sistema calcularà aquests paràmetres per a cada vèrtex no anul.lat.

Tria de paral.leles a l'eix.

Ja hem comentat que, si bé el Sistema inclou la possibilitat d'obtenir perspectives de pantalla inclinada, aquesta opció cal contemplar-la en un pla més aviat anecdòtic. El fet normal serà que la pantalla sigui vertical o horitzontal. En ambdós casos, el més freqüent és que a l'escena hi abundin les arestes paral.leles a l'eix.

Serà casual, en canvi, -per bé que possible- que, al marge d'aquestes arestes, en trobem d'altres que també siguin coplanàries amb l'eix.

Atès que les rectes coplanàries amb l'eix es projecten diferentment de la resta, i que dues rectes paral.leles no poden alterar-se la visibilitat mútua, resulta avantatjós fer surar les paral.leles a l'eix fins al capdamunt de les llistes de cada un dels tres grups d'arestes remanents.

La tria serà molt fàcil, ja que, un cop identificat el vector director paral.lel a l'eix, totes les arestes que tinguin aquest vector director seran de la família.

Després d'aquesta operació, la llista d'arestes remanents quedarà estructurada en 6 grups correlatius, disposats en l'ordre següent:

- 1) arestes materials paral.leles a l'eix
- 2) " " no paral.leles a l'eix

- 3) arestes de contorn-vist paral.leles a l'eix
- 4) " " no paral.leles a l'eix
- 5) arestes de contorn-còncav paral.leles a l'eix
- 6) " " no paral.leles a l'eix.

Representació de les arestes.

En aquest apartat, estudiarem aquells factors que ens permetran operar amb la transformada de la projecció d'una recta, amb independència del segment que n'haguem de dibuixar. Tinguis en compte, al respecte, que, en aplicar un algorisme que actua parcialment a l'espai imatge, bona part del test de visibilitat s'executa directament sobre les transformades, per tant, és precís que aquestes estiguin disponibles en memòria al llarg de tot el procés, mitjançant algun tipus de representació interna.

Naturalment, hem de distingir entre arestes de transformada rectilínia (coplanàries amb l'eix) i arestes de transformada sinusoidal. Cas apart, són les arestes que intercepten l'eix, travessant el con límit de camp visual. Aquesta posició particularíssima no és desitjable en cap aresta, ja que la bipartició de la imatge en dues generatrius del cilindre, en fa difícil la lectura. Si el Sistema detecta alguna aresta en aquesta situació, n'informarà l'usuari i li demanarà un nou emplaçament del P.V..

Dins del grup d'arestes de transformada rectilínia, hi entraran les paral.leles a l'eix, a les quals ens hem referit a l'apartat anterior, i tota altra aresta tal, que els seus dos vèrtexs tinguin el mateix angle d'orientació. Unes i altres formen el conjunt de les arestes de l'escena coplanàries amb l'eix.

Les arestes d'aquest conjunt comparteixen la característica que tots els punts d'una mateixa aresta tenen igual angle d'orientació. Per tant, una coplanària amb l'eix quedarà identificada per l'angle d'orientació del seu vèrtex inicial.

Quant a les rectes de transformada sinusoidal, ja ens hem referit a la invariabilitat de la seva màxima longitud de desenvolupament, que per a totes val $\pi * r$. Per tant, les transformades de dues rectes diferents es distingiran per la seva amplitud i per la seva posició respecte de l'eix Y'. Per definir la perspectiva d'una recta, caldrà, doncs, calcular-ne l'amplitud i definir un paràmetre que permeti situar-la sobre el pla del dibuix.

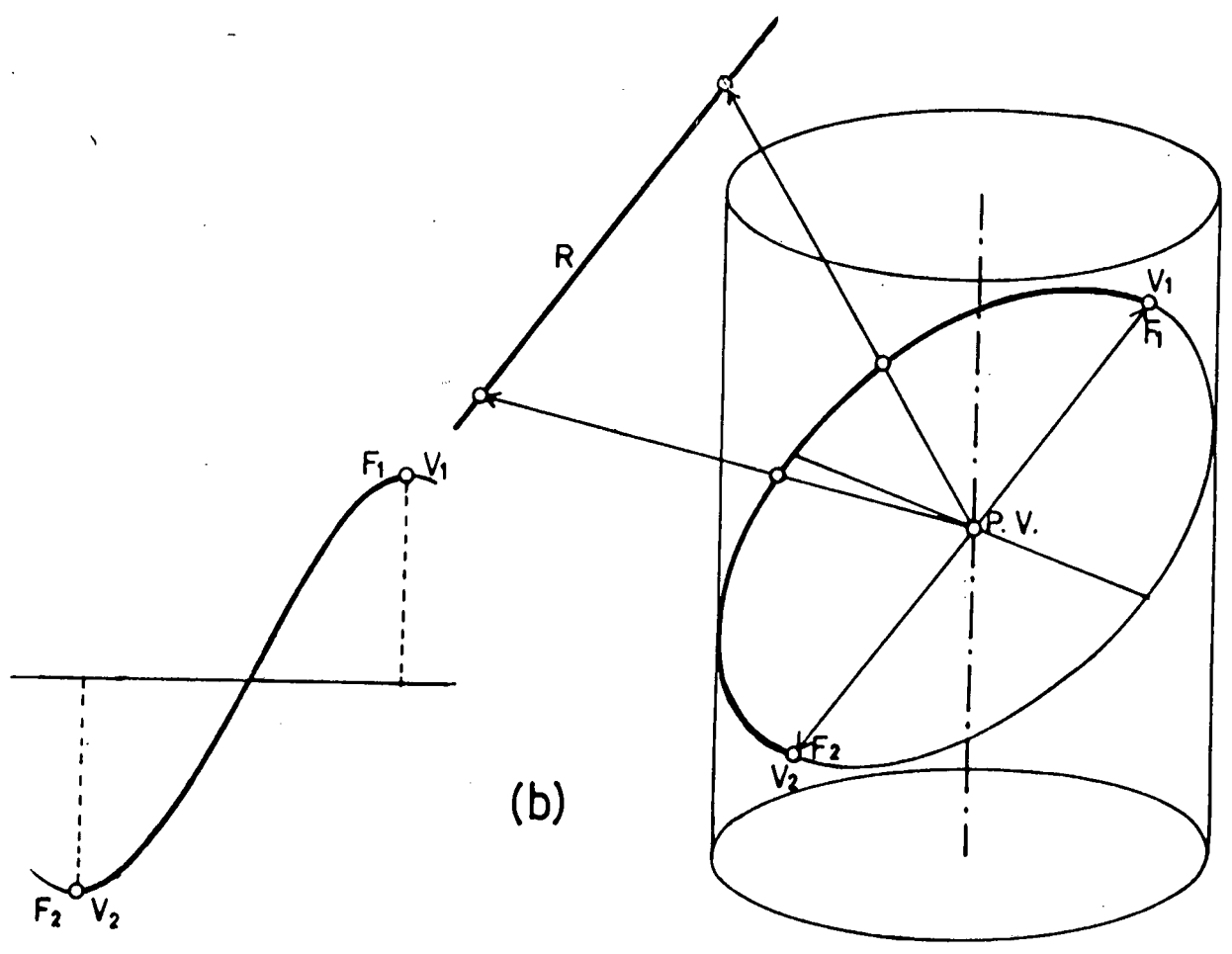
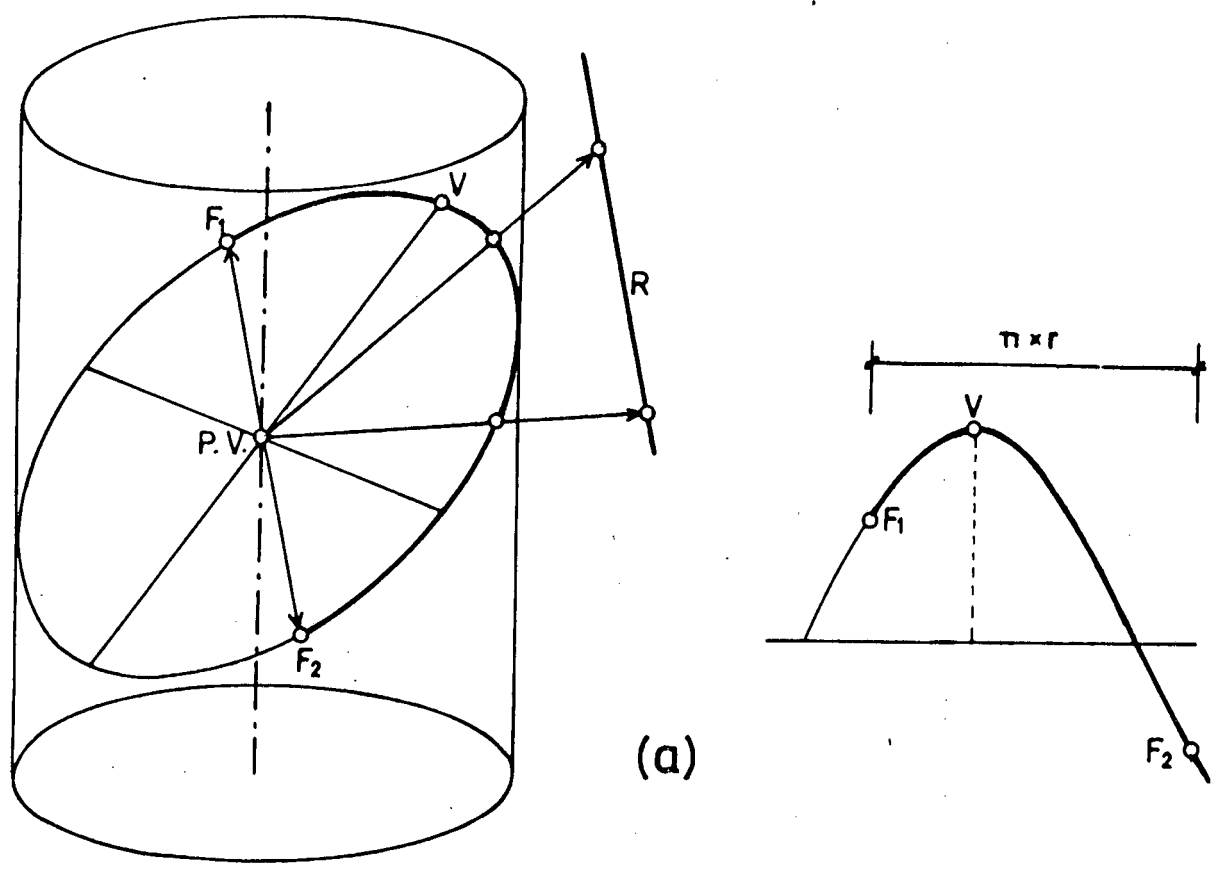


Figure 4.27

Si anomenem vèrtexs d'una sinusoide, els punts en què el pendent de la corba és nul, és clar que la perspectiva de pantalla cilíndrica d'una recta qualsevol, no coplanària amb l'eix, conté un sol vèrtex, excepte si la recta té el màxim pendent del seu pla projectant, cas en què en tindrà dos, que coincidiran amb les fugues de la recta (figura 4.27).

Es obvi que, si coneixem l'ordenada i orientació del punt V de la figura 4.27 (a), o un dels dos V1 o v2 de la figura 4.27 (b), la sinusoide corresponent queda definida. Efectivament, l'ordenada d'aquest punt és, justament, l'amplitud de la corba, i l'orientació permet situar l'origen relatiu de la sinusoide.

De manera que, si A és l'ordenada del vèrtex i w_0 és el seu angle d'orientació (en endavant, orientació de l'aresta), l'equació de la "sinusoide" serà:

$$y' = A * \cos (x' - w_0 * r)$$

Vegem ara com poden determinar-se aquests paràmetres: A la figura 4.27, veiem que el punt, que hem anomenat vèrtex de la sinusoide, correspon a la transformada d'un dels extrems de l'eix major de l'el.lipse projecció de la recta. És ben sabut que, si tallem un cilindre de revolució per un pla, l'el.lipse resultant té el seu eix menor en direcció normal al cilindre. Per tant, si el cilindre porta la direcció de l'eix Y i el pla passa per l'origen, l'esmentat eix menor estarà contingut en el pla X-Z, i l'eix major, que li ha de ser normal, seguirà la línia de màxim pendent del pla.

Plantegjat així el tema, podem reduir el problema de la definició de la transformada d'una recta qualsevol, no coplanària amb l'eix, al càlcul de l'ordenada gràfica i angle d'orientació del punt de la recta, la projectant del qual té pendent màxim.

Sigui $a(x_a, y_a, z_a)$ el vèrtex inicial d'una aresta, i sigui $V(v_x, v_y, v_z)$ el seu vector director:

Si l'aresta té pendent nul ($v_y=0$), és a dir, és paral.lela al pla X-Z (fig. 4.28), distingirem 3 casos:

- a) cas general, (ni v_x ni v_z són nuls). En aquest cas, determinem les coordenades (x_n, y_n) del punt d'intersecció de la recta amb la normal a ella des del P.V., (que serà la projectant de màxim pendent):

$$x_n = \frac{x_a - P * z_a}{1 + p^2}$$

$$z_n = -x_n * p$$

$$\text{on: } p = \frac{v_x}{v_z}$$

i tindrem:

$$A = \frac{v_y * r}{\sqrt{x_n^2 + z_n^2}}$$

$$w_o = \text{SGN}(x_n) * \left[\pi * \frac{(1 + \text{SGN}(z_n))}{2} - \text{SGN}(z_n) * \left| \text{arc tg} \frac{x_n}{z_n} \right| \right]$$

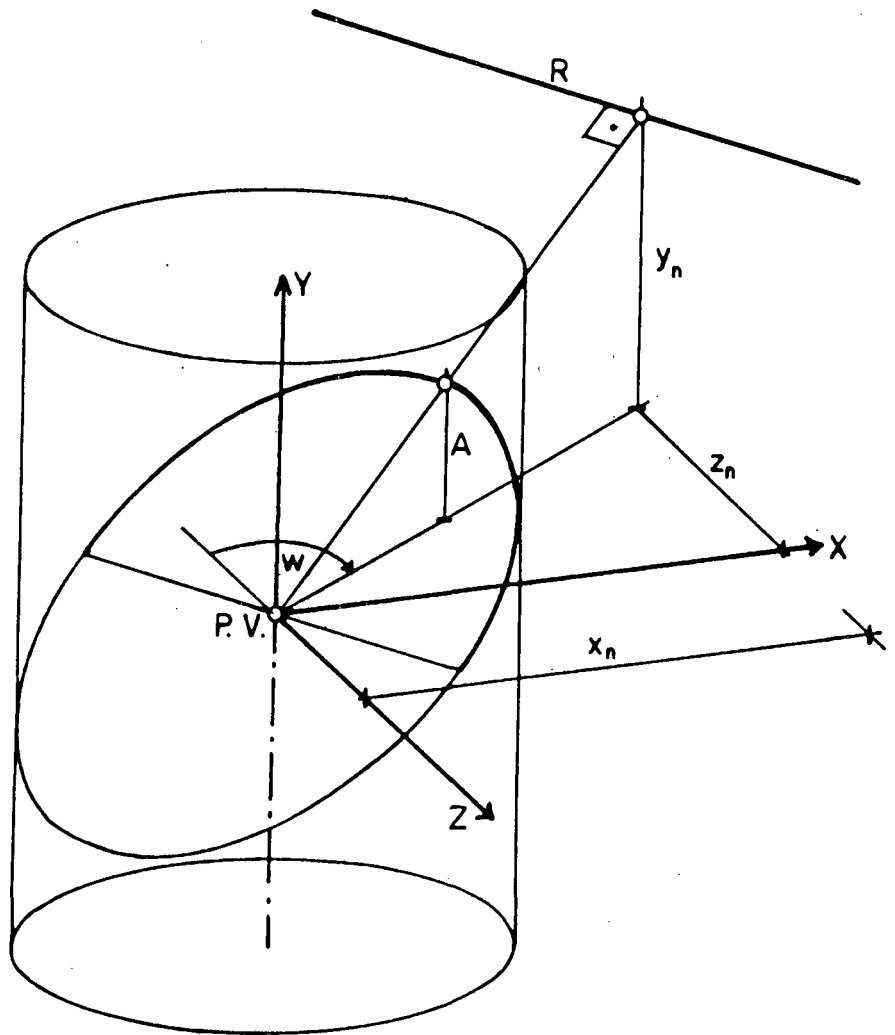


Figura 4.20 Projecció d'una aresta de pendent nul.

b) aresta paral·lela a X, ($v_z=0$). En aquest cas:

$$A = \frac{y_n}{z_n} * r$$

i:

$$w_{\alpha} = 0 \quad \text{si } a_x < 0$$

$$w_{\alpha} = \pi \quad \text{si } a_x > 0$$

c) aresta paral·lela a Z, ($v_x=0$). Per a aquest cas:

$$A = \frac{y_n}{x_n} * r$$

i:

$$w_{\alpha} = -\pi/2 \quad \text{si } a_x < 0$$

$$w_{\alpha} = +\pi/2 \quad \text{si } a_x > 0$$

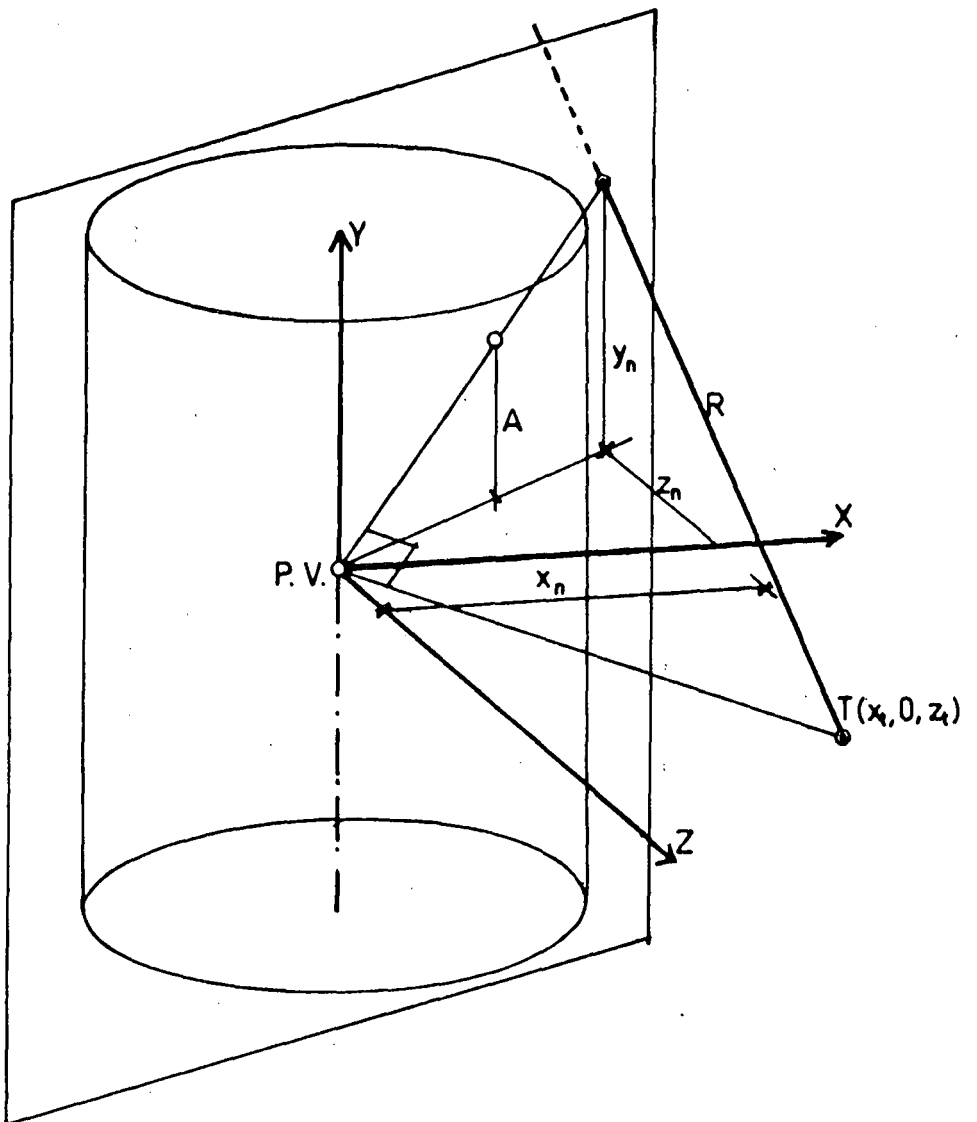


Figura 4.29 Projecció d'una aresta amb pendent no nul.

Si l'aresta no té pendent nul, és a dir, té una direcció qualsevol, determinarem, primer, la traça del pla projectant de la recta amb el pla X-Z. Aquesta traça defineix, de forma indirecta, la direcció del màxim pendent del pla, direcció que, com hem dit, és la que seguirà la projectant del vèrtex de la sinusoide, (fig 4.29).

En un primer pas, localitzarem la traça de la recta amb el pla X-Z, és a dir, les coordenades x_t i z_t del punt d'ordenada nul.la.

Si fem: $P = \frac{y_m}{v_y}$, tindrem:

$$x_t = -P * v_x + x_m \quad i \quad z_t = -P * v_z + z_m$$

Es obvi que el vector director de la traça d'ambdós plans tindrà per components $x_t, 0$ i z_t . Per tant, els punts del seu pla normal, que passa per l'origen, hauran de complir la condició:

$$\frac{x}{z} = - \frac{z_t}{x_t}$$

El punt, la transformada del qual serà el vèrtex de la sinusoide, és el punt d'intersecció de la recta amb aquest pla (fig 4.29), i les seves coordenades seran, segons els casos:

Si $v_z=0$ (fig. 4.30 (a)):

$$z_n = z_m \quad x_n = \frac{-z_t * z_m}{x_t}$$

$$y_n = \frac{v_y}{v_x} * (x_n - x_m) + y_m$$

Si v_z és diferent de 0 (fig. 4.30 (b)):

$$x_n = \frac{x_m - Q * z_m}{1 - P * Q1} \quad z_n = Q1 * x_n$$

$$\text{on: } Q = \frac{v_x}{v_z} \quad i \quad Q1 = - \frac{x_t}{z_t}$$

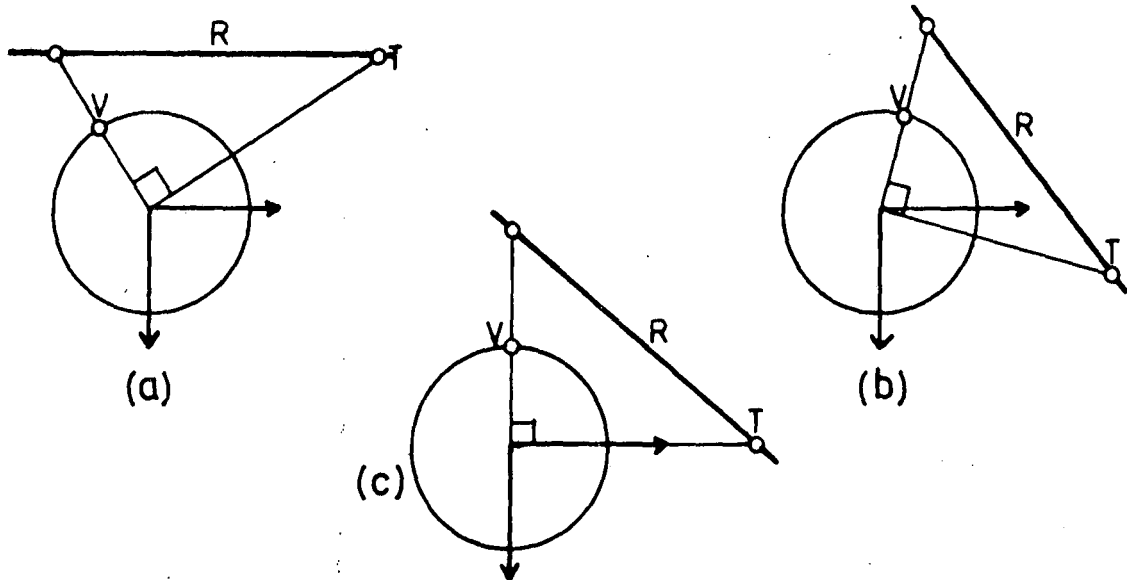


Figura 4.30

Calculades les coordenades, tindrem:

$$A = \frac{y_n * r}{\sqrt{x_n^2 + z_n^2}}$$

$$w_0 = \text{SGN}(x_n) * \left[\pi * \frac{(1 + \text{SGN}(z_n))}{2} - \text{SGN}(z_n) * \left| \text{arc tg} \frac{x_n}{z_n} \right| \right]$$

Cal, però, considerar un parell de casos especials que s'aparten de les expressions anteriors:

a) Si $z_t=0$, (fig. 4.30 (c)), tindrem:

$$y_n = y_a - \frac{v_y}{v_x} * x_a$$

$$z_n = z_a - \frac{v_z}{v_x} * x_a$$

i farem:

$$A = \frac{y_n * r}{z_n}$$

mentre que:

$$\begin{aligned} w_0 &= 0 & \text{si } z_n < 0 \\ w_0 &= \pi & \text{si } z_n > 0 \end{aligned}$$

b) Si el punt, la projectant del qual té màxim pendent, és un punt impropri. Es a dir:

$$\frac{v_x}{v_z} = \frac{-zt}{xt}$$

Llavors, hem de trobar l'amplitud, directament, a partir de la intersecció de la visual, paral.lela a la recta, i del cilindre. Per fer-ho, traslladarem la recta, paral.lelament, perquè passi pel P.V..

Si el punt A i la traça coincidissin, caldria treballar amb l'altre vèrtex de l'aresta, de la mateixa manera que ho farem pel punt A:

Si $v_x = 0$, (figura 4.31 (a)), tindrem:

$$A = \frac{y_a * r}{z_a}$$

i

$$\begin{aligned} w_o &= 0 \quad \text{si } z_a < 0 \\ w_o &= \pi \quad \text{si } z_a > 0 \end{aligned}$$

Si $v_z = 0$, (fig. 4.31 (b)), llavors:

$$A = \frac{y_a * r}{x_a}$$

i

$$\begin{aligned} w_o &= -\pi/2 \quad \text{si } x_a < 0 \\ w_o &= \pi/2 \quad \text{si } x_a > 0 \end{aligned}$$

En el cas general, (fig. 4.20 (c)), tindrem:

$$w_o = \text{SGN}(x_d) * \left[\pi * \frac{(1 + \text{SGN}(z_d))}{2} - \text{SGN}(z_d) * \left| \text{arc tg} \frac{x_d}{z_d} \right| \right]$$

on: $x_d = x_a - xt$ i $z_d = z_a - zt$

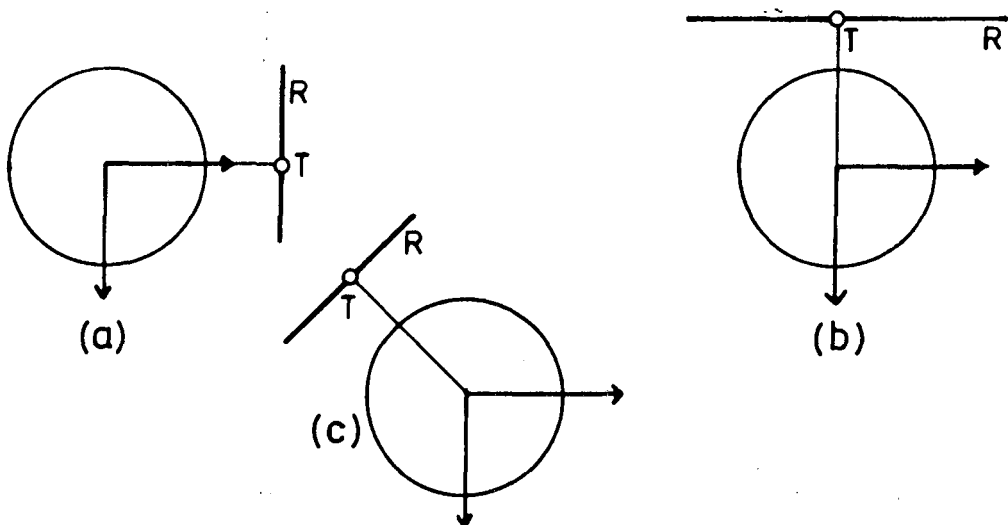


Figura 4.31

Signe de les arestes.

Per a l'execució del test d'invisibilitat, fa falta encara una informació addicional relativa a les arestes. Es tracta d'un codi que indiqui el sentit amb què l'aresta és llegida des del P.V..

Caldrà, com sempre, distingir entre arestes coplanàries i no coplanàries amb l'eix.

Siguin a i b els vèrtexs inicial i final d'una determinada aresta. Si l'aresta és coplanària amb l'eix, prendrem per signe de l'aresta el de la diferència $y_b - y_a$. Si aquesta diferència fos nul·la, podríem eliminar l'aresta perquè es projectaria com un punt.

En el cas d'aresta no coplanària amb l'eix, adoptarem signe + si el seu sentit de lectura és horari, i signe - si és antihorari.

Nova eliminació d'arestes.

Paral·lelament amb els processos anteriors, pot efectuar-se un nou filtrat de la llista d'arestes remanents. Es tracta d'eliminar aquelles arestes que siguin totalment externes a l'angle cilíndric de projecció (δ) prefixat per l'usuari. El procés és senzill:

En el grup de coplanàries amb l'eix, seran eliminades les arestes amb angle d'orientació major de $\delta/2$, en valor absolut.

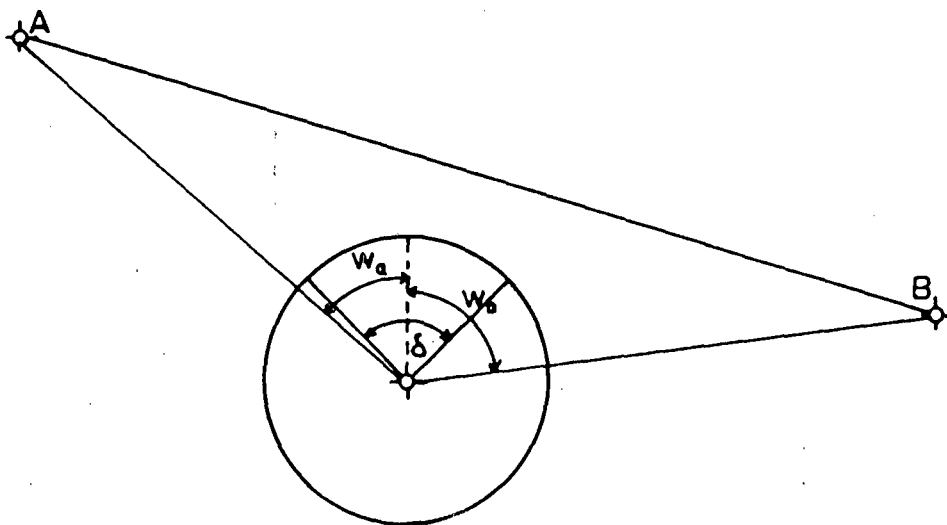


Figura 4.32 A i B tenen orientacions superiors, en valor absolut, al semiangle cilíndric de projecció, però l'aresta no pot eliminar-se.

Quant a les arestes no coplanàries amb l'eix, les eliminables hauran de tenir, també, vèrtexs amb angles d'orientació (w_a i w_b) majors de $\delta/2$, en valor absolut. Aquesta condició necessària no és, però, suficient (fig. 4.32). Ho serà si w_a i w_b tenen igual signe o si la diferència $w_a - w_b$ és major de π , en valor absolut.

Màxims i mínims.

Per tal d'escurçar la durada del procés de càlcul del grau d'invisibilitat dels vèrtexs inicials de les arestes, és bo de formar un arxiu amb els màxims i mínims de cada cicle remanent.

Per a una perspectiva lineal, aquest pas fóra del tot trivial i no mereixeria que ens n'ocupéssim aquí, però, si parlem de perspectiva curvilínia, el tema ja resulta més complex.

Tenint present com s'ha definit la perspectiva d'un punt, caldrà determinar, en aquest cas, els angles d'orientació màxim i mínim del cicle i les seves ordenades màxima i mínima.

En general, els angles d'orientació màxima i mínima del cicle correspondran als dels seus dos vèrtexs amb orientacions màxima i mínima, respectivament. Però això no sempre serà cert. A la figura 4.33, es representa la pantalla de projecció, en planta i alçat, i, sobre ella, la projecció d'un cicle travessant la generatriu $\pm\pi$. El vèrtex amb angle d'orientació mínim és A, i B és el que té angle màxim. Això no obstant, aquests punts no representen cap extrem del cicle. És clar doncs, que una lectura directa dels valors màxim i mínim podria originar greus errors.

Per tal de resoldre aquests conflictes, el procés s'ha organitzat de la manera següent:

En un primer pas, són calculats els angles d'orientació màxima i mínima d'entre els vèrtexs del cicle.

A continuació, cal fer una prova per saber si la projecció del cicle travessa la generatriu $\pm\pi$. La prova és senzilla: si els màxim i mínim trobats tenen igual signe, pot ja afirmar-se que no la travessa. En canvi, si són de diferent signe, tant pot ser que la travessi com que travessi la generatriu de desenvolupament (± 0).

Per resoldre aquesta indeterminació, considerem que, atès que el Sistema opera, únicament, amb escenes formades per cares planes, els dos vèrtexs corresponents a les orientacions màxima i mínima, respectivament, poden ser enllaçats per una recta coplanària amb el cicle i , per tant, la projecció d'aquest travessarà la generatriu π , segons que ho faci, o no, la projecció de l'esmentada recta. (Vegi's "Projecció de la recta" a la secció 4.1).

Si la prova anterior resulta positiva, és que ens trobem davant d'un cas com el de la figura 4.33, i, per tant, els valors calculats no són correctes. Per corregir-los, buscarem el mínim d'entre els angles d'orientació positius i el màxim d'entre els negatius, i aquests seran els valors que guardarem com orientacions mínima i màxima, respectivament del cicle.

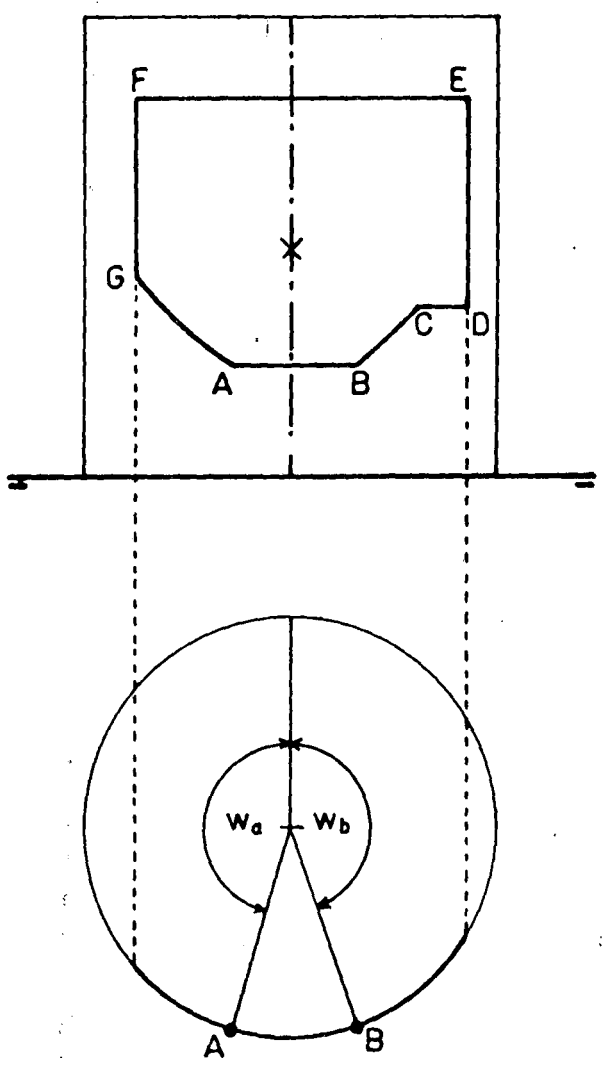
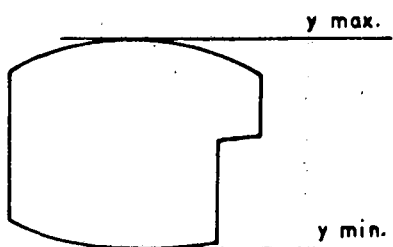


Figura 4.33 Cas de cicle amb projecció travessant la generatriu π .

Per últim, un codi (0-1) indicarà, per a càlculs posteriors, si la projecció del cycle travessa, o no, la generatriu $\pm\pi$.



Resulta una mica més complexa la determinació de les ordenades màxima i mínima. Això és degut a que el càlcul no pot limitar-se als vèrtexs, ja que la curvatura de les transformades farà que, sovint, els valors extrems no corresponguin a cap dels vèrtexs del cycle.

L'execució del procés de càlcul descansarà en un recorregut simultani pels paquets de vèrtexs i arestes del cycle.

Sigui a el vèrtex que ocupa el lloc i -èsim a la llista de paquets de vèrtexs, i b el vèrtex següent sobre el cycle. Les seves respectives ordenades seran y_a i y_b , mentre que els seus angles d'orientació valdran w_a i w_b .

Sigui c l'aresta i -èsima de la llista de paquets d'arestes (aresta que va de a a b), i siguin y_{max} i y_{min} els valors actuals de les ordenades màxima i mínima.

Després d'haver comparat y_a amb y_{max} i amb y_{min} , mirem si c és coplanària amb l'eix. Si ho és, comparem y_b amb y_{max} i y_{min} , i passem als següents vèrtex i aresta, ja que la transformada és paral·lela a Y .

Si l'aresta és de transformada sinusoidal, A i w_0 seran, respectivament, l'amplitud de la sinusoide i l'angle d'orientació de l'aresta. Llavors si w_0 està comprès entre w_a i w_b , caldrà comparar A amb els actuals valors extrems de l'ordenada, i si no, el valor a comparar serà y_b . (Naturalment, cal preveure els casos d'aresta amb projecció travessant la generatriu $\pm\pi$).

4.4 DESCRIPCIÓ DEL SISTEMA (2).

Ens ocuparem en aquesta secció, de la descripció de la segona part del Sistema, l'objectiu de la qual és la visualització, pròpiament dita, de les parts vistes de les arestes remanents després de la primera fase.

El resultat d'aquesta segona part, serà doncs, una col·lecció de segments (rectilinis i sinusoidals), susceptibles d'ésser dibuixats amb "plotter" vectorial i, naturalment, d'ésser arxivats.

Esguema general.

Anteriorment, ens hem referit ja a la conveniència d'evitar, fins on es pugui, el càlcul directe del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial de cada aresta, limitant aquesta operació al mínim nombre d'arestes possible. Per a aconseguir-ho, el procés general s'organitza en corriols o grups d'arestes, que poden enllaçar-se, de manera que el grau d'invisibilitat del vèrtex final d'una, dona el del vèrtex inicial de la següent, i així successivament, fins a arribar a un punt en què la invisibilitat del vèrtex final no pot ser transferida a cap altra aresta. Es a dir que, per a tot el corriol, només ha calgut calcular, directament, el grau d'invisibilitat del seu vèrtex inicial.

En teoria, un corriol s'esgota quan, o bé totes les arestes, a les que es podia arribar des del vèrtex inicial, ja han estat estudiades, o bé, per continuar, hem de passar per un vèrtex que pot tenir diferents graus d'invisibilitat. Ara bé, aquest tipus de vèrtexs -Loutrell els anomena "vèrtexs terminals" [29]- no són de detecció immediata. Tampoc és senzill, segons l'estructura de dades que s'adopti, el recorregut exhaustiu d'un corriol.

Per al Sistema de perspectiva de pantalla cilíndrica, s'ha optat per una solució de compromís que tregui el màxim partit de la forma com s'ha disposat la informació, assegurant que, en un mateix corriol, no es tractaran dues arestes amb diferents graus d'invisibilitat per al seu vèrtex de contacte.

Iniciarem un corriol per una aresta material que anomenarem "aresta mare" del corriol, i en formaran part les arestes dels dos cicles a què pertany l'aresta mare -cicles potencialment visibles, en tractar-se d'una aresta material- i dos cicles més que seran els que, passant pels vèrtexs de l'aresta mare, siguin contigus, respectivament, als dos cicles d'aquesta (fig. 4.34 (a)).

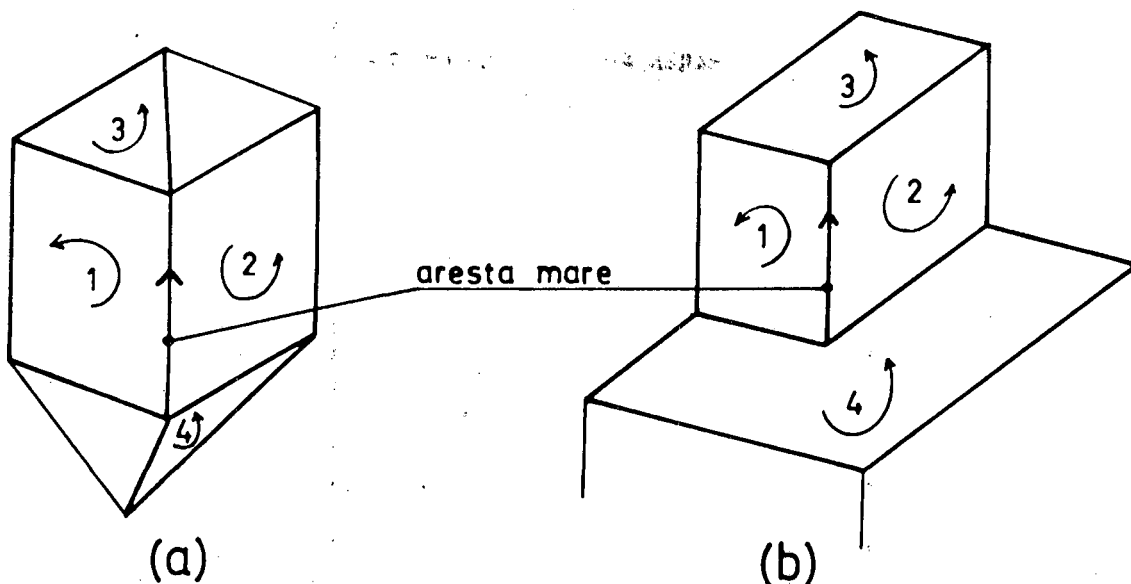


Figura 4.34 Cicles que conformen un corriol.

A primer cop d'ull, pot semblar excessivament modest aquest plantejament de corriol, però, el cert és que, dins del camp de les formes arquitectòniques, en un elevadíssim percentatge de casos, un corriol no pot estendre's més enllà d'aquestes 4 cares (fig. 4.34 (b)). Per aquest motiu, no ha semblat recomenable de complicar el procés possibilitant l'annexió de nous cicles a un mateix corriol.

El procediment requereix una estructura auxiliar formada per:

- * un codi (0-1) que, per a cada aresta, indiqui si ja ha estat tractada, o no.
- * un apuntador per a cada vèrtex, que assenyali el valor del seu grau d'invisibilitat, si és que ha estat avaluat en algun pas previ.
- * un codi (0-1) que, per a cada cicle, indiqui si s'han tractat, o no, totes les seves arestes.

L'esquema general de tot el procés de visualització és format pels passos següents (fig. 4.35):

- * Recorregut per la llista d'arestes materials. Si l'aresta i -èsima ja ha estat tractada, passar a la $i+1$ i així fins a trobar-ne una de no tractada.
- * Si prèviament no s'ha avaluat el grau d'invisibilitat de cap dels vèrtexs de l'aresta seleccionada, calcular el de l'inicial.

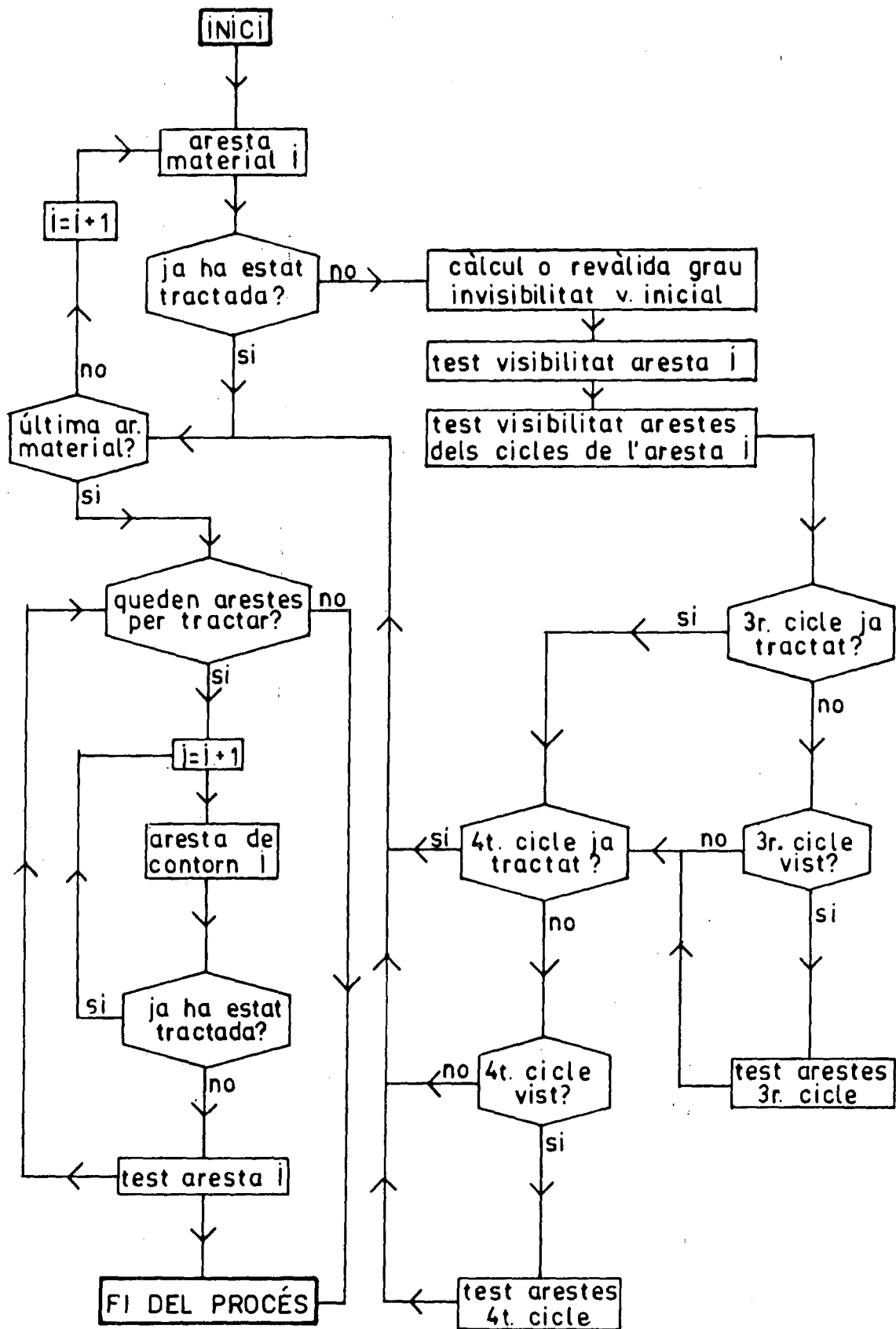


Figura 4.33 Esquema general del procés de visualització.

* Si algun dels vèrtexs ja havia estat processat, revalidar-ne el grau d'invisibilitat, per tal de prevenir variacions d'ordre local, i passar a considerar aquest vèrtex com a vèrtex inicial.

* Test de visibilitat de l'aresta escollida (aresta mare del corriol).

* Test de visibilitat de cada aresta del cicle antihorari de l'aresta mare.

* Test de visibilitat de cada aresta del cicle horari de l'aresta mare.

* Si l'"altre cicle" de la següent de l'aresta mare, sobre l'antihorari, no ha estat tractat i és vist: test de visibilitat de les seves arestes.

* Si l'"altre cicle" de la següent a l'aresta mare, sobre l'horari, no ha estat tractat i és vist: test de visibilitat de les seves arestes.

* Una variable comptarà el nombre d'arestes tractades. Si, acabada la llista d'arestes materials, no s'han tractat encara totes, cal resseguir la llista de contorn-vistes fins a esgotar-les totes.

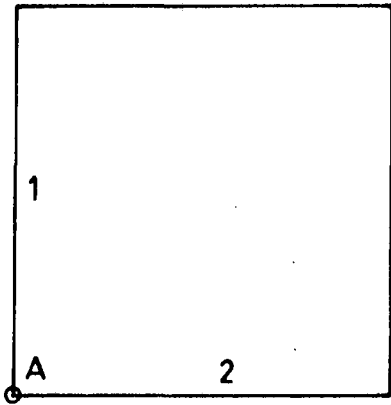
* Les arestes no tractades d'aquest darrer grup -normalment poques- no poden generar corriols, però, en molts casos, el grau d'invisibilitat dels seus vèrtexs ja haurà estat determinat i només s'haurà de sotmetre a la comprovació de variació local, que exposarem més endavant.

Tornant als corriols, el recorregut dels cicles es farà, normalment, en sentit antihorari, però, si s'arriba a una aresta de contorn-còncava o a un vèrtex de "clipping", el Sistema retorna al vèrtex inicial i comença a recórrer el cicle en sentit horari.

Validesa dels corriols definits.

En aquest apartat, demostrarem que el tipus de corriol definit és vàlid, és a dir, no es poden produir, al llarg del corriol, variacions locals (com les que s'exposaven a la figura 4.15) en el grau d'invisibilitat d'un vèrtex.

En efecte, és clar que, en escenes formades per sòlids, dins d'un mateix cicle, un vèrtex no pot tenir graus d'invisibilitat diferents d'una aresta a l'altra -sense intervenció d'una cara aliena al vèrtex-, si cap de les dues arestes no és de contorn-còncava.



Això, en el terreny dels sòlids polièdrics, resulta inqüestionable, perquè, si el punt A té visibilitat diferent sobre l'aresta 1 que sobre l'aresta 2 i la cara és plana, la variació en el grau d'invisibilitat l'ha de produir una altra cara. Si aquesta passa per A i forma part d'un sòlid, llavors o l'aresta 1 o la 2 han d'ésser de contorn-còncaves i, per tant, el corriol no passarà de A (fig. 4.36).

Si la cara que tapa és aliena a A, hi haurà una aresta de contorn que farà modificar el grau durant el test de visibilitat (fig. 4.37).

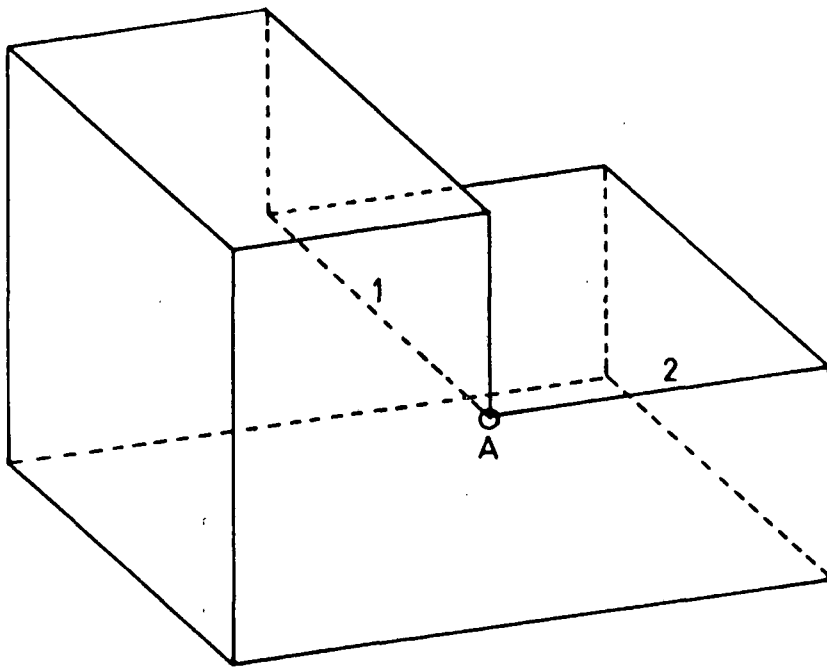


Figura 4.36 A té graus d'invisibilitat 1, sobre 1, i 0, sobre 2, però l'aresta 1 és de contorn-còncava i, per tant, interromprà el corriol.

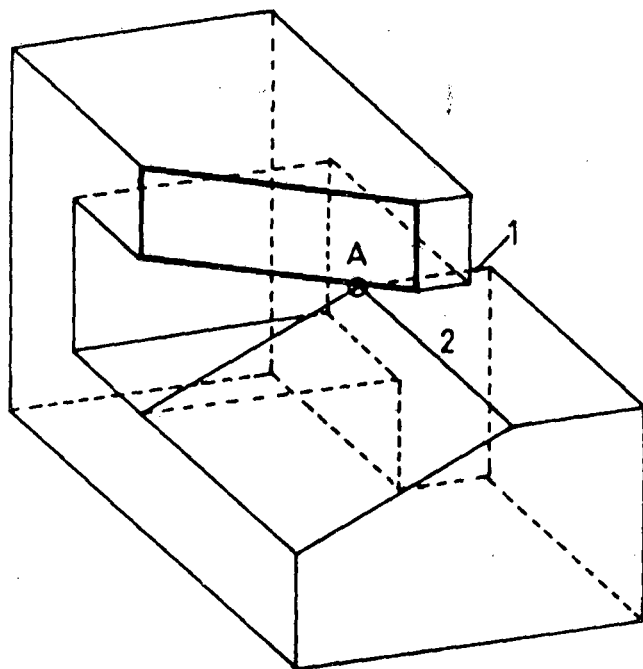


Figura 4.37 La variació d'invisibilitat del punt A, entre 1 i 2, la detectarà el test de visibilitat en travessar el contorn de la cara reguixada.

Vist que, en una mateixa cara, no poden haver-hi variacions de grau d'invisibilitat, passem a veure què pot passar al llarg d'un corriol. L'anàlisi ha de limitar-se als vèrtexs que són compartits per més d'una cara del corriol. Es a dir, tal com han estat definits el corriols, un màxim de 6 vèrtexs i un mínim de 4.

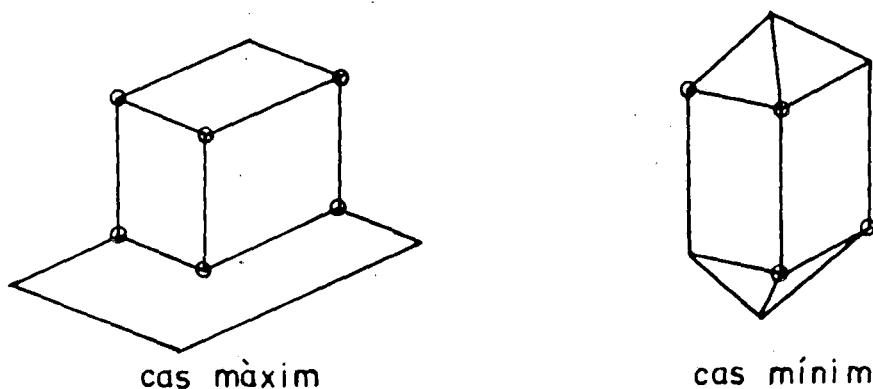


Figura 4.38

Com pot veure's en el dibuix, sempre són vèrtexs pertanyents a arestes compartides. Es obvi que una mateixa aresta no pot tenir visibilitats diferents d'una cara a l'altra. Per tant, queda demostrat que els recorreguts proposats són vàlids com a corriols, ja que al llarg d'ells no poden produir-se variacions locals del grau d'invisibilitat d'un vèrtex.

Càlcul del grau d'invisibilitat d'un vèrtex.

Aprofitant, una vegada més, l'estructuració de la informació, que -insistim-hi- ha estat especialment dissenyada per realitzar aquest tipus de visualització, aquest procés -esquematzat a la figura 4.39- s'executarà per plans.

Per a cada pla, apliquem les coordenades del punt, la invisibilitat del qual volem conèixer, sobre l'equació del pla. El signe del valor obtingut indicarà si el punt és davant o darrere del pla, vist des del P.V.. Si el punt és davant del pla, serà sotmès a test de pertinença amb les cares del pla, és a dir, per a cada cara caldrà mirar si la projecció del punt és interior a la projecció de la cara. Quan això passi, el grau d'invisibilitat del punt augmentarà d'una unitat.

Cal ara veure però, si la cara té forats. Si no en té, podem passar ja a un altre pla, però si en té, caldrà sotmetre el punt a test de pertinença respecte dels forats.

Si aquest test dóna resultat negatiu per a tots els forats, passarem a un altre pla, però si el resultat és positiu per a un forat, el grau d'invisibilitat disminuirà d'una unitat i caldrà continuar el procés per a la resta de les cares del pla, ja que el punt podria ésser cobert per una cara interior al forat.

Remarquem com, el fet de disposar d'agrupacions de cares coplanàries -molt freqüents en objectes arquitectònics-, simplifica notablement el procés, ja que, altrament, hauríem de calcular l'equació del pla de cada cara independentment, i totes les cares, una per una, haurien d'intervenir en el test.

Correcció del grau d'invisibilitat d'un vèrtex.

El valor obtingut, després del procediment descrit a l'apartat anterior, no és encara definitiu. Cal veure, ara, si pot haver-hi cobriments locals provocats per cares que passen pel propi vèrtex, i, si aquest és el cas, corregir el grau d'invisibilitat trobat.

La possibilitat de l'existència de cobriments locals no és descrita per Appel [2]. Sí que ho és, en canvi, per Loutrell [29] que proposa un procediment de correcció de la invisibilitat, inicialment trobada, aplicable a tots els vèrtexs que anomena de contorn i que defineix com aquells

que pertanyen almenys a una aresta de contorn, ja que un vèrtex al qual només concorren arestes materials no pot sofrir mai cobriments locals. Posteriorment, Galimberti i Montanari [24] s'ocupen també del tema i observen que els cobriments locals poden ocórrer, únicament, sobre vèrtexs pertanyents a arestes còncaves i, per tant, només sotmeten al procés de correcció que proposen els vèrtexs que satisfan aquesta condició.

En la nostra aproximació al tema, plantejarem encara una condició més restrictiva, que reduirà sensiblement el nombre de vèrtexs que hauran de sotmetre's al procés de correcció del grau d'invisibilitat. En efecte, la condició imposada per Galimberti i Montanari és encara excessivament àmplia, ja que, perquè en un vèrtex pugui haver-hi cobriments locals, és necessari que hi passi alguna aresta que, a més d'ésser còncava, sigui de contorn. Altrament, si només hi concorren arestes còncaves que siguin materials o ocultes, els cobriments locals són impossibles.

La detecció d'aquest grup de vèrtexs és molt senzilla ja que, en aquest punt del procés, disposem ja de la llista d'arestes de contorn-còncaves, una revisió de la qual permetrà senyalitzar amb un codi els seus vèrtexs.

Ja limitant-nos a aquest grup de vèrtexs, és clar que perquè un d'ells pugui sofrir cobriments locals, és necessari que hi vagin a parar un mínim de 4 cares. Si només hi concorren 3 cares -gairebé sempre, en objectes arquitectònics-, els cobriments locals són impossibles (fig. 4.40).

La prova per determinar si el vèrtex rep més de tres cares és senzilla:

Sigui AB l'aresta en estudi i A el seu vèrtex inicial, del qual n'estem calculant el grau d'invisibilitat, i siguin k_1 i k_2 els respectius cicles antihorari i horari de AB . Recolzant-nos en la llista de paquets d'arestes, serà immediat localitzar c_1 i c_2 , arestes respectivament anterior i posterior a AB sobre k_1 i k_2 .

Siguin k_3 i k_4 els respectius "altres cicles" de c_1 i c_2 . Si k_3 i k_4 són iguals, és que el vèrtex només rep 3 cares i, per tant, no cal corregir el valor del grau d'invisibilitat calculat (fig. 4.41).

Si, per contra, resulta que el nombre de cares concurrents en el vèrtex és superior a 3, caldrà continuar el procés.

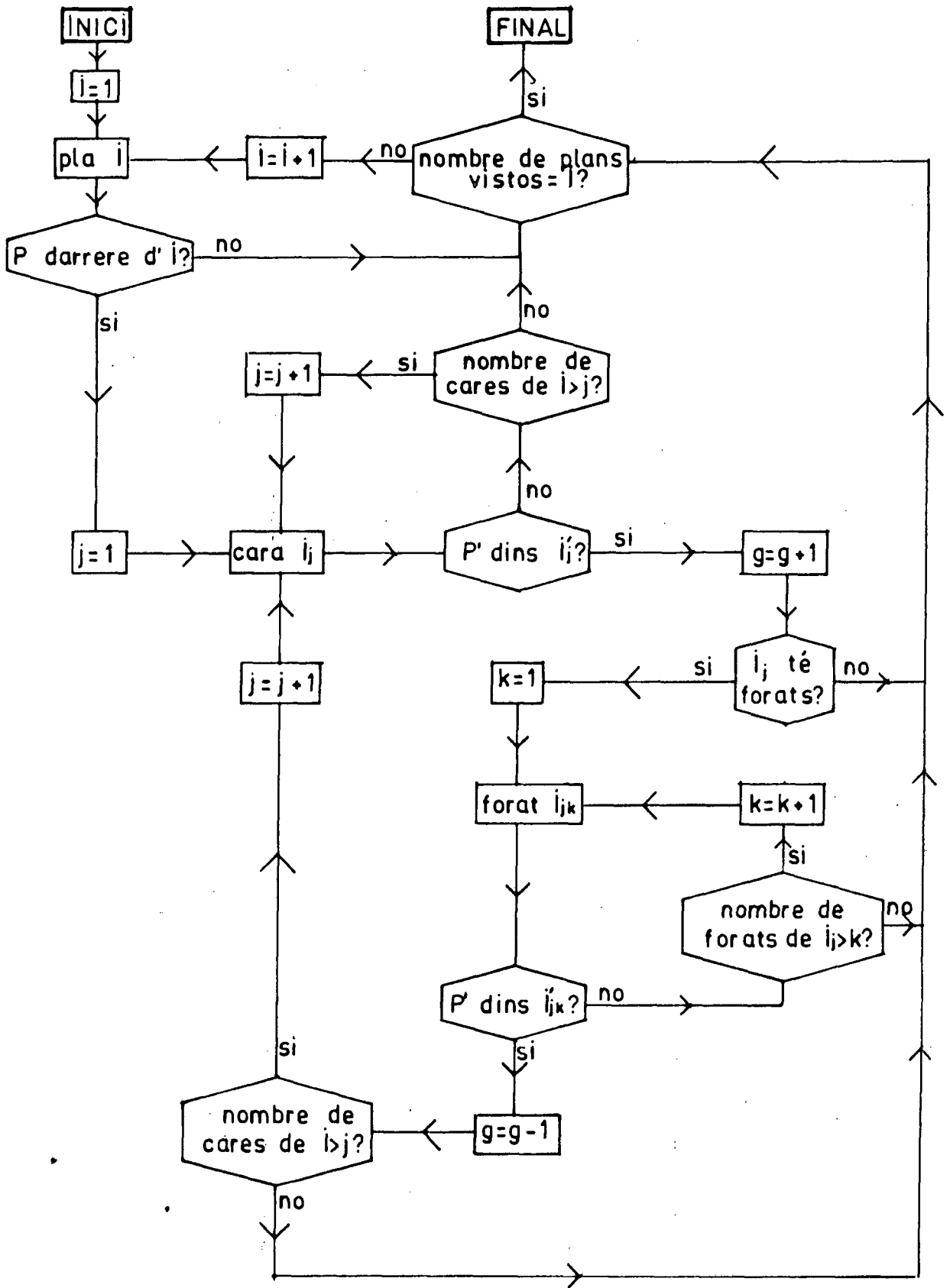


Figura 4.39 Determinació del grau d'invisibilitat d'un punt.

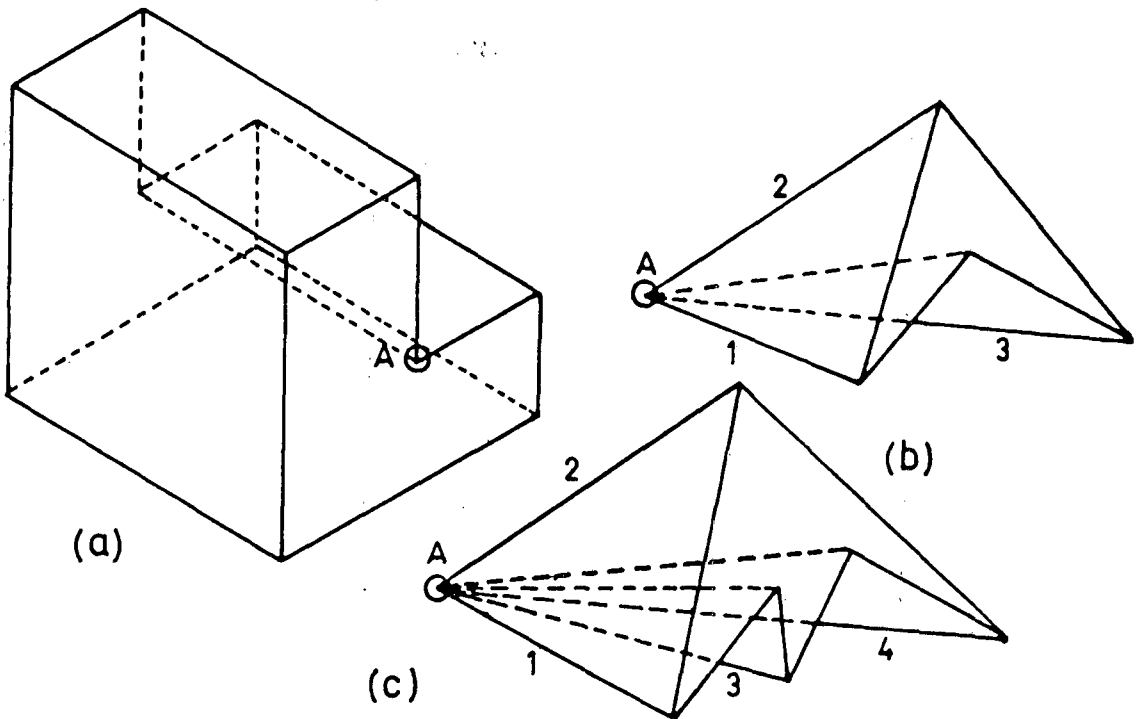


Figura 4.40 a) Amb només 3 cares sobre el vèrtex, els cobriments locals són impossibles; b) El vèrtex A té un cobriment local sobre 3; c) A té un cobriment local sobre 3 i dos sobre 4.

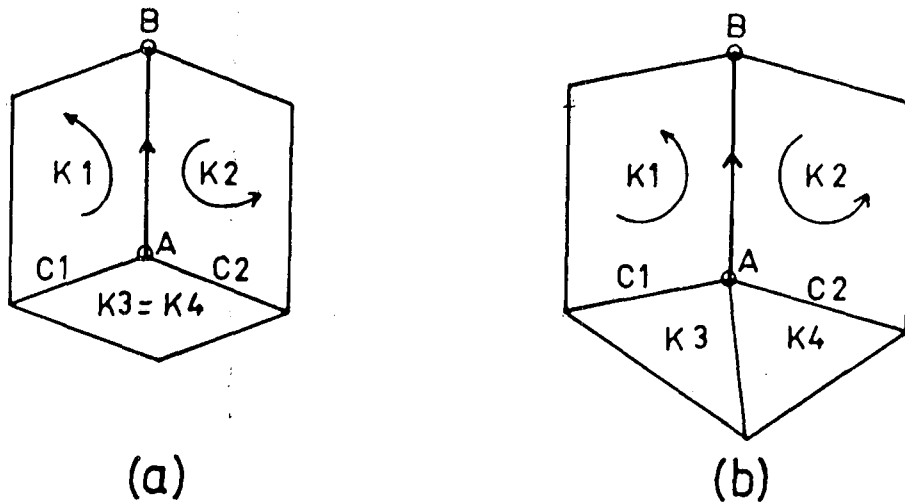


Figura 4.41 a) El vèrtex A només rep tres cares; b) A rep quatre cares.

La prova requereix la determinació prèvia d'un punt P de l'aresta, suficientment pròxim a A , perquè entre ambdós no hi hagi variació de visibilitat produïda per cares del propi vèrtex. El punt P ha d'ésser, però, suficientment distant de A perquè el Sistema pugui distingir-los, ja que, altrament, els arrodoniments del càlcul situarien P sobre tots els plans que passen per A .

Si l'aresta és de transformada rectilínia, prendrem com ordenada de P la de A , incrementada de ± 0.1 , segons sigui el sentit de l'aresta, mentre que l'angle d'orientació, lògicament, serà el mateix de A .

Si la transformada de l'aresta és sinusoidal, calcularem l'angle d'orientació de P incrementant de ± 0.005 radians el de A , segons sigui el sentit de l'aresta. L'angle d'orientació de P permetrà calcular-ne l'ordenada.

En ésser fronterers amb k_1 i k_2 , ni k_3 ni k_4 poden produir cobriments locals sobre AB . Passarem, doncs, a un nou cicle, determinant primer l'aresta següent a c_2 sobre k_4 (l'anomenarem c_i) i, seguidament, el seu altre cicle (l'anomenarem k_i). Llavors, si k_i coincideix amb k_3 , el procés s'ha acabat i no hi ha hagut cobriments locals. Si no coincideix, però, caldrà veure primer si k_i és un cicle vist. Si no ho fos, passariem a determinar el següent de k_i , però si és vist, caldrà veure si l'aresta és al davant o al darrere del pla de k_i . Això pot veure's comprovant la posició relativa, respecte del pla, del punt B (vèrtex final de l'aresta).

Si B és darrere del pla, pot haver-hi cobriment, però això encara no és segur, ni de bon tros (fig 4.42).

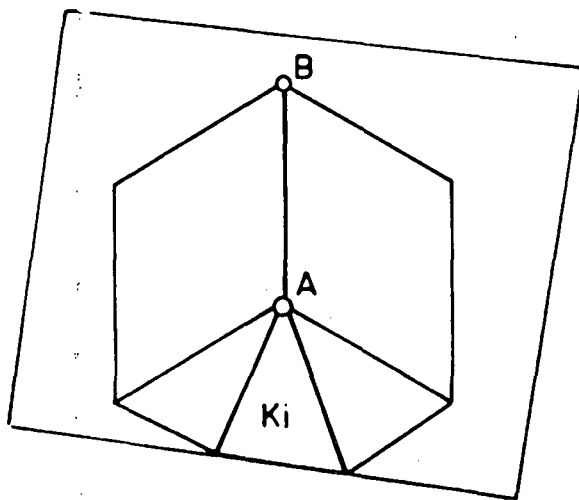


Figura 4.42 B és darrere del pla de K_i , però, aquesta cara no produeix cobriments sobre AB .

La prova de la possible existència d'un cobriment local, la donarà un test de pertinença de P respecte de k_1 . En efecte, si el test l'aplicàvem sobre A , aquest estaria sempre sobre la frontera de k_1 . Si ho fèiem sobre B , podria donar negatiu, tot i haver-hi cobriments locals. En canvi, hem pres el punt P suficientment pròxim a A perquè sigui representatiu de la situació d'aquest, però suficientment distant perquè el test de pertinença no esdevingui ambigu.

De manera que, si el test de pertinença sobre P resulta positiu, caldrà augmentar d'una unitat el grau d'invisibilitat de A .

El procés continuarà fins que k_i coincideixi amb k_3 .

Revàlida del grau d'invisibilitat d'un punt.

En els dos apartats precedents, ens hem ocupat del càlcul directe del grau d'invisibilitat del vèrtex inicial d'una aresta. Aquesta no és, però, l'única manera com aquest grau pot ésser calculat. En la majoria de casos, aquest càlcul es farà de manera indirecta, a partir del test de visibilitat d'alguna aresta que conflueix en el vèrtex.

Així, doncs, serà freqüent que, en iniciar un corriol o procedir al test de visibilitat d'una aresta de contorn residual, ens trobem amb algun vèrtex, la invisibilitat del qual ja ha estat avaluada de manera indirecta. Si el vèrtex és del grup dels susceptibles de sofrir cobriments locals, per poder aprofitar-ne el valor, i estalviar així un nou càlcul, el grau d'invisibilitat haurà d'ésser revalidat.

Per revalidar el grau d'invisibilitat, el vèrtex és sotmès a l'estudi de cobriments locals exposat a l'apartat anterior. Si, al llarg d'aquest estudi, no ha calgut realitzar cap prova de cobriment del punt respecte de les cares que hi concorren, el grau d'invisibilitat pre-càlculat és revalidat.

Si, per contra, el punt s'ha hagut de sotmetre a alguna prova de cobriment, sigui quin sigui el resultat d'aquesta, el grau d'invisibilitat del vèrtex ha d'ésser recalculat, ja que no és possible saber si el que ja havia estat determinat, incloïa, o no, algun cobriment local.

El cert és, però, que, en formes arquitectòniques, és raríssim trobar algun vèrtex, la invisibilitat del qual no pugui ésser revalidada seguint el procés descrit.

Test de pertinença.

El test de pertinença, indispensable per al còmput directe del grau d'invisibilitat d'un vèrtex, té l'objectiu d'esbrinar si un punt és dins o fora d'un determinat polígon. És un test necessari per a molts processos d'informàtica gràfica i es pot resoldre, o bé per l'algorisme de la suma d'angles, o bé pel del nombre d'interseccions [25], [41].

El primer d'aquests algorismes (fig. 4.43 (a)) consisteix en anar recorrent, des del punt, tots els vèrtexs del cicle, sumant algebraicament els angles que es van descrivint en aquest recorregut. Si, de retorn al vèrtex inicial, la suma és 360° , el punt és interior, mentre que, si val 0° , el punt és exterior.

Quant al segon algorisme (fig. 4.43 (b)), es tracta de llançar, des del punt, una semi-recta, i comptar el nombre d'interseccions entre aquesta i el polígon. Si el nombre d'interseccions és imparell, el punt és dins el polígon i, si és parell, és fora.

És fàcil veure que el primer algorisme no és utilitzable per al cas de perspectiva curvilínia, ja que, en recolzar-se únicament sobre els vèrtexs, pressuposa que els costats del polígon són rectilinis i, per tant, quan no ho són, pot donar resultats del tot erronis (fig. 4.30). Per tant, per al Sistema de perspectiva de pantalla cilíndrica, s'ha adoptat l'algorisme del nombre d'interseccions.

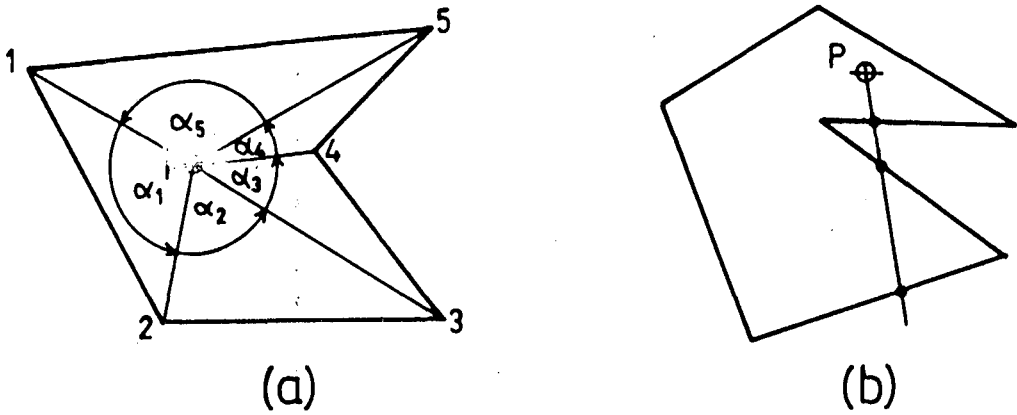


Figura 4.43 Algorismes de test de pertinença d'un punt a l'interior d'un polígon.

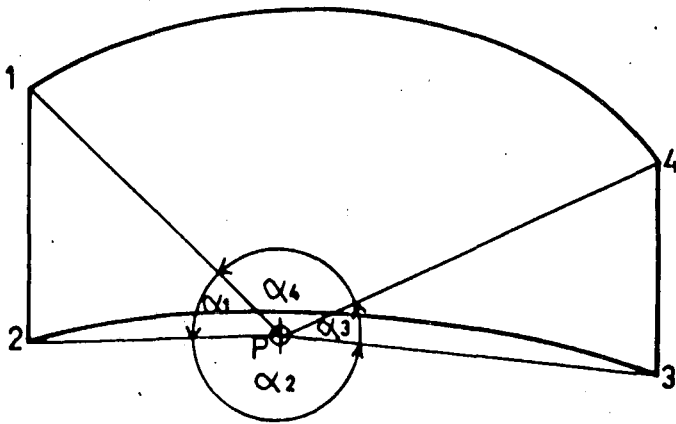


Figura 4.44 Els angles sumen 360° , però el punt és exterior.

El primer pas serà un test de minimax. Per ell, en una primera fase, seran declarats exteriors al polígon, els punts amb ordenada major que la màxima o menor que la mínima del polígon. Quant a l'angle d'orientació, haurem de distingir si el cicle travessa la generatriu $\pm\pi$ o no. Si no la travessa, el punt serà exterior si la seva orientació és major que la màxima o menor que la mínima. Si el cicle travessa la generatriu $\pm\pi$, el punt serà exterior si té orientació positiva i menor que la que hem guardat com a mínima, o si l'orientació és negativa i major que l'arxivada com a màxima del polígon.

Si el punt ha superat el minimax, llancem, des d'ell, una paral·lela a l'eix del cilindre, en el sentit positiu de Y.

En realitat es tracta de determinar quants punts té el polígon, sobre la mateixa generatriu que el punt, amb ordenada major a la d'aquest.

El procés consisteix en un recorregut per les arestes del cicle, estudiant la posició relativa entre aquestes i el punt. Poden presentar-se les situacions següents:

- 1) Aresta coplanària amb l'eix, amb igual angle d'orientació per a ambdós vèrtexs:
Si l'orientació del punt no coincideix, exactament, amb la de la recta, no pot haver-hi cap intersecció.

Si les orientacions coincideixen, pot passar:

* que l'ordenada del punt sigui superior a la d'ambdós vèrtexs. En tal cas, no pot haver-hi intersecció.

* que el punt estigui entre els dos vèrtexs. Llavors el punt serà declarat interior i finalitzarà el test.

* que el punt tingui ordenada menor a la dels vèrtexs. Aquest cas ha d'ésser discutit perquè no és de solució immediata.

Certament, en el cas de la figura 4.45 (a), si considerem que la semi-recta talla l'aresta h-a, com que també tallarà la g-h (en h) i la a-b (en a), comptarem 3 interseccions, però el punt és exterior. Per contra, si, en aquest cas, optem per no considerar intersecció, a la figura 4.45 (b), podem veure que només comptabilitzariem 2 interseccions: una amb a-b i l'altra amb e-f, malgrat que el punt és interior.

Per resoldre aquesta indeterminació, es compara l'orientació del punt amb la del primer vèrtex de l'aresta anterior i amb la del segon de la següent (sentit antihorari). Només es comptarà intersecció quan l'orientació del punt estigui compresa entre les d'ambdós vèrtexs.

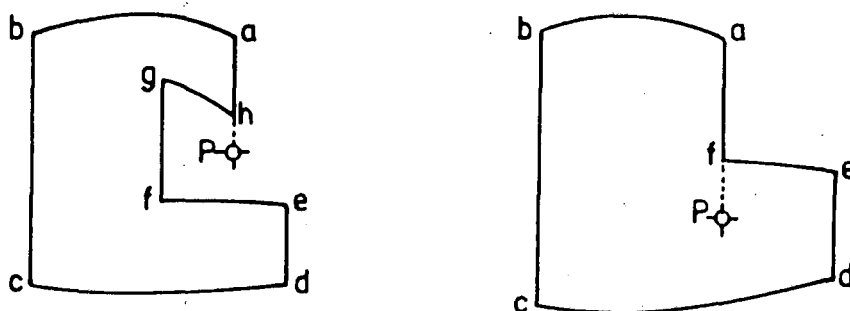


Figura 4.45

2) Aresta detectada com a paral·lela a l'eix (vector director paral·lel a Y), però amb errors d'arrodoniment, que fan que els seus vèrtexs no tinguin, exactament, el mateix angle d'orientació.

Com és sabut, en realitzar transformacions geomètriques, durant el procés de formació del model, es poden produir petits errors, sempre inferiors a la mil·lèsima, en la informació geomètrica. La no contemplació d'aquest fet podria donar lloc a desagradables falles de l'algorisme.

En efecte, el Sistema, mitjançant el vector normal, ha detectat que l'aresta és paral·lela a l'eix i , com a tal, amb transformada rectilínia. Ara bé, els esmentats errors de càlcul poden fer que aquesta no sigui, exactament, paral·lela a Y (fig. 4.46), i pot passar que l'orientació del punt quedi entre les d'ambdós vèrtexs. Llavors, si la comparàvem amb el vèrtex inicial, considerant la transformada paral·lela a Y , conclouríem que no hi ha punt d'intersecció i tampoc no n'hi hauria a les arestes adjacents.

Caldrà doncs, en aquest cas, si l'orientació del punt està entre les dels dos vèrtexs, trobar l'ordenada corresponent a aquesta orientació, sobre la recta, per saber si hi ha intersecció.

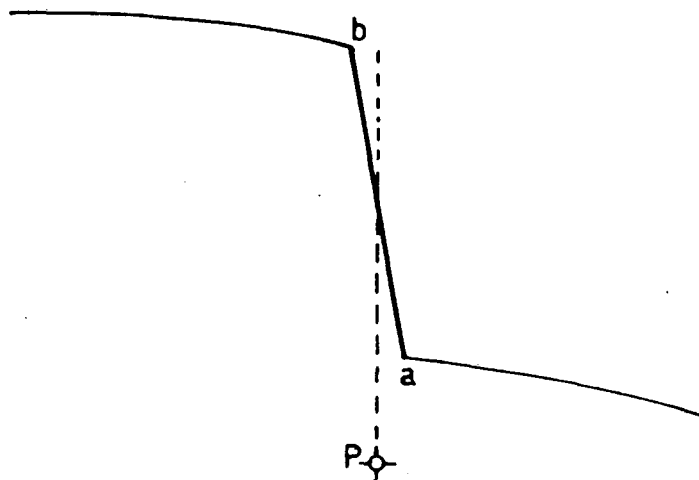


Figura 4.46 Vista exagerada d'aresta paral·lela a l'eix amb errors de càlcul en la informació geomètrica dels seus vèrtexs.

3) Aresta amb transformada sinusoidal.

Si la projecció del cicle no travessa la generatriu $\pm\pi$, la de l'aresta tampoc no ho farà, i mirarem, com a primera mesura, si l'orientació del punt està dins l'interval comprès entre les orientacions dels vèrtexs inicial i final de l'aresta. Només en cas afirmatiu,

podrà haver-hi intersecció.

Si la projecció del cicle travessa la generatriu $\pm\pi$, caldrà distingir entre el cas en què els dos vèrtexs tinguin orientacions d'igual signe i aquell en què tinguin orientacions de signes oposats.

En el primer cas, la projecció de l'aresta no travessa la generatriu $\pm\pi$ i, per tant, procedirem com en el cas anterior. En canvi, en el segon, la projecció travessa l'esmentada generatriu i, serà necessari, perquè hi hagi intersecció, que l'orientació del punt sigui major, en valor absolut, que la del vèrtex que la tingui del mateix signe.

Confirmades les possibilitats d'intersecció entre semi-recta i sinusoides, cal calcular w_r , que és l'orientació del punt, referida a l'origen relatiu de la sinusoides. De manera que, si w_0 és l'orientació del vèrtex de la sinusoides, A n'és l'amplitud i w l'orientació del punt:

$$w_r = w_0 - w$$

i l'ordenada del punt de la sinusoides, sobre la generatriu d'orientació w , serà:

$$y = A * \cos w_r$$

Hi haurà intersecció si y és major que l'ordenada del punt.

4) Aresta cònica, procedent de "clipping".

Pot passar que, en el recorregut per la llista d'arestes del cicle, ensopeguem amb una aresta de "clipping". Com es recordarà, en el lloc d'aquest tipus d'arestes, el procés d'escapçat hi va posar un 0. En realitat, la transformada de les arestes d'aquest tipus és una recta, normal a les generatrius, coincident amb el límit del format, superior o inferior, segons el cas.

Serà, per tant, molt senzill, saber si la semi-recta interseca, o no, amb una aresta d'aquesta classe. Hi haurà intersecció si l'orientació del punt queda entre les d'ambdós vèrtexs i la seva ordenada és positiva.

Igual com per al cas 3), caldrà diferenciar, a l'hora de comparar orientacions, entre les arestes que travessen la generatriu $\pm\pi$ i les que no ho fan.

Casos atípics de variació del grau d'invisibilitat.

Abans de passar al detall de l'adaptació del test de visibilitat per a la perspectiva de pantalla cilíndrica, comentarem alguns casos en què els algorismes d'intersecció d'arestes podrien donar lloc a errors importants si no es preveuen algunes mesures complementàries. Dels tres treballs comentats, únicament Galimberti i Montanari [24] s'ocupen d'alguns d'aquests casos atípics.

En aquest apartat, descriurem amb detall els diferents casos i les solucions que proposem, les quals s'aparten del camí seguit en [24] i ofereixen, per tant, una via alternativa, tal vegada menys artificiosa que la proposada per Galimberti i Montanari.

El primer cas es presenta quan la projecció del vèrtex d'una arista cau, exactament, sobre la projecció d'una altra.

La prevenció d'aquest cas s'ha de fer en dues fases: primer en el test de pertinença i després en el propi test de visibilitat.

Com es recordarà, a l'exposició del test de pertinença s'ha comentat la possibilitat que el punt coincidís, exactament, damunt d'un dels costats del polígon, i hem dit que, en tal cas, el punt fóra considerat interior, finalitzant així el test. Sense desdir-nos-en, ara hi afegirem alguna precaució addicional.

Vegem el problema: suposem que el punt a estudiar és el vèrtex A, de l'aresta AB, la projecció del qual cau, exactament, damunt d'una arista material CD (fig. 4.47) que separa les cares k_1 i k_2 .

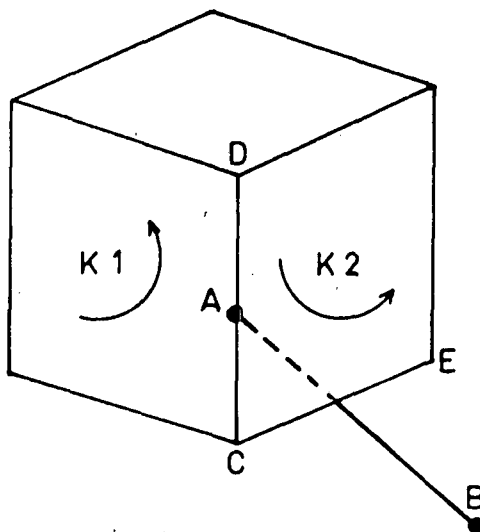


Figura 4.47

En avaluar, de forma directa, el grau d'invisibilitat de A, el test de pertinença el declararà interior a k_1 i k_2 , comptabilitzant, per tant, un grau d'invisibilitat de 2. Ara bé, en la seva trajectòria, la projecció de AB només interseca un contorn (CE), raó per la qual arriba a B amb un grau de 1 quan ho hauria de fer amb grau 0.

Aquest problema es resol dins el propi algorisme de càlcul del grau d'invisibilitat. En efecte, en el test de pertinença, no és difícil detectar si l'aresta, que coincideix amb el punt, és una aresta material, atès que aquestes ocupen les primeres posicions de la llista d'arestes remanents, i un sistema d'apuntadors relaciona aquesta llista amb la llista general d'arestes. Serà fàcil, per tant, comptabilitzar el nombre n de vegades que el vèrtex ha coincidit amb una aresta material. Al final del procés, del grau d'invisibilitat obtingut, caldrà restar $n/2$ per tal d'obtenir el grau correcte.

Un problema diferent apareix, quan la projecció del punt cau, exactament, damunt d'un contorn.

Si estudiem el punt A de l'aresta AB, la projecció del qual cau, exactament, sobre l'aresta CD (fig. 4.48), el test de visibilitat de AB detectarà un canvi d'invisibilitat en A. Si l'increment del grau és negatiu, no hi ha problema, passarà de 1 a 0 i dibuixarà l'aresta. Ara bé, si l'increment és positiu (fig. 4.48 (b)), el grau augmentarà d'una unitat, amb el que resultarà que el cobriment produït per k_1 s'haurà comptabilitzat dues vegades.

Aquest problema serà resolt durant el test de visibilitat i la solució consistirà en estudiar els punts de canvi de grau, un cop ordenats, i veure si algun coincideix, exactament, amb el vèrtex inicial de l'aresta. Si és així, caldrà veure el signe de l'increment. Si aquest és negatiu, serà respectat, però si és positiu, serà considerat nul.

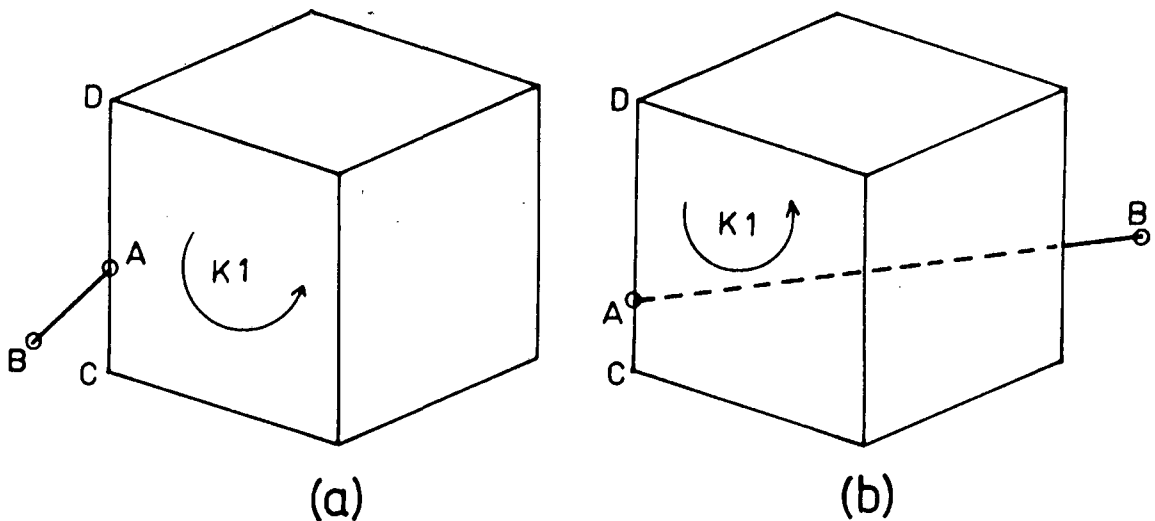


Figura 4.48

Ara bé, el grau d'invisibilitat de A pot haver estat calculat de forma indirecta i, en aquest cas, la mesura adoptada resultaria contraproduent. Cal acompanyar-la, doncs, d'un segon criteri, consistent en veure si algun dels punts de canvi, de cada aresta sotmesa a test de visibilitat, coincideix amb el seu vèrtex final. Si així fos, caldria estudiar el signe de l'increment i , si aquest fos negatiu, fer-lo nul. La figura 4.49 resumeix aquests criteris.

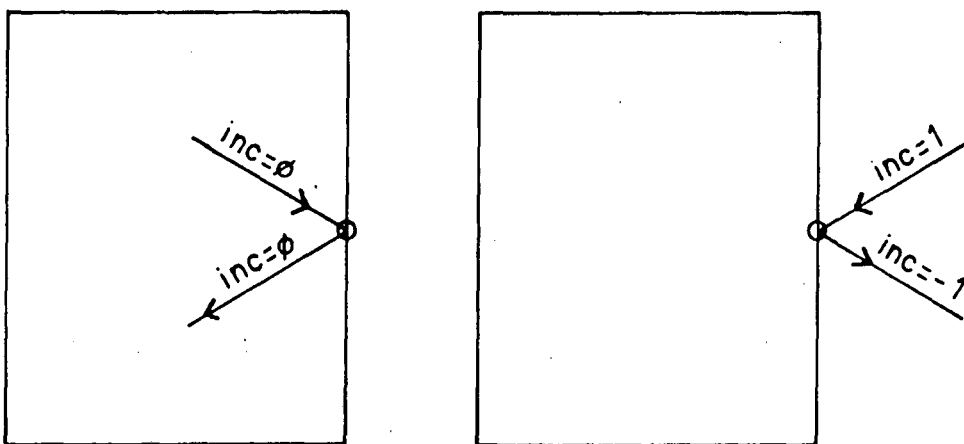


Figura 4.49

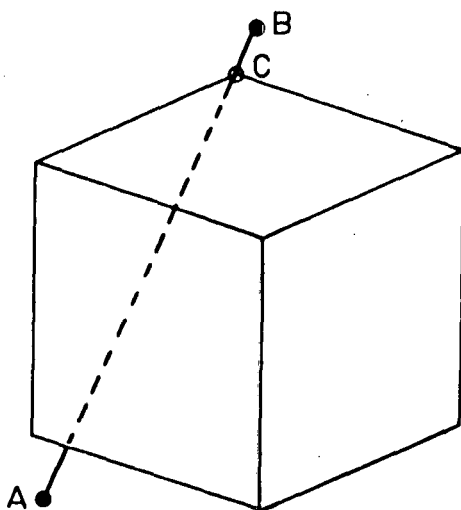


Figura 4.50 La projecció del punt C -vèrtex de dues arestes de contorn- coincideix sobre la projecció de AB.

El problema, que exposarem a continuació, és l'altra cara de la moneda dels dos anteriors. Certament, si abans ens plantejàvem què li passava a la invisibilitat d'una arista, quan la projecció del seu vèrtex inicial queia, justament, damunt la projecció d'una altra arista, ara ens preguntem què li passa a la invisibilitat d'una arista, quan sobre d'ella es projecta un vèrtex d'una altra.

Hi ha, però, una clara diferència entre aquest cas i els anteriors, ja que ara és l'arista la que és tapada pel vèrtex, mentre que abans ho era el vèrtex.

El problema apareix quan al vèrtex en qüestió van a parar-hi dues arestes de contorn (fig 4.50).

El test de visibilitat detectarà, sobre el vèrtex, dos punts de canvi de grau en lloc d'un de sol i, per tant, provocarà un increment deficient del grau d'invisibilitat.

Per resoldre aquest problema, caldrà tenir cura, en el test de visibilitat, de detectar, un cop ordenats, els punts de canvi coincidents. Per saber si aquests punts coincidents corresponen a vèrtexs o bé a arestes diferents (fig 4.51), caldrà conèixer algun paràmetre que ens doni les profunditats respectives, referides al P.V. dels punts de canvi, sobre les corresponents arestes "tapadores".

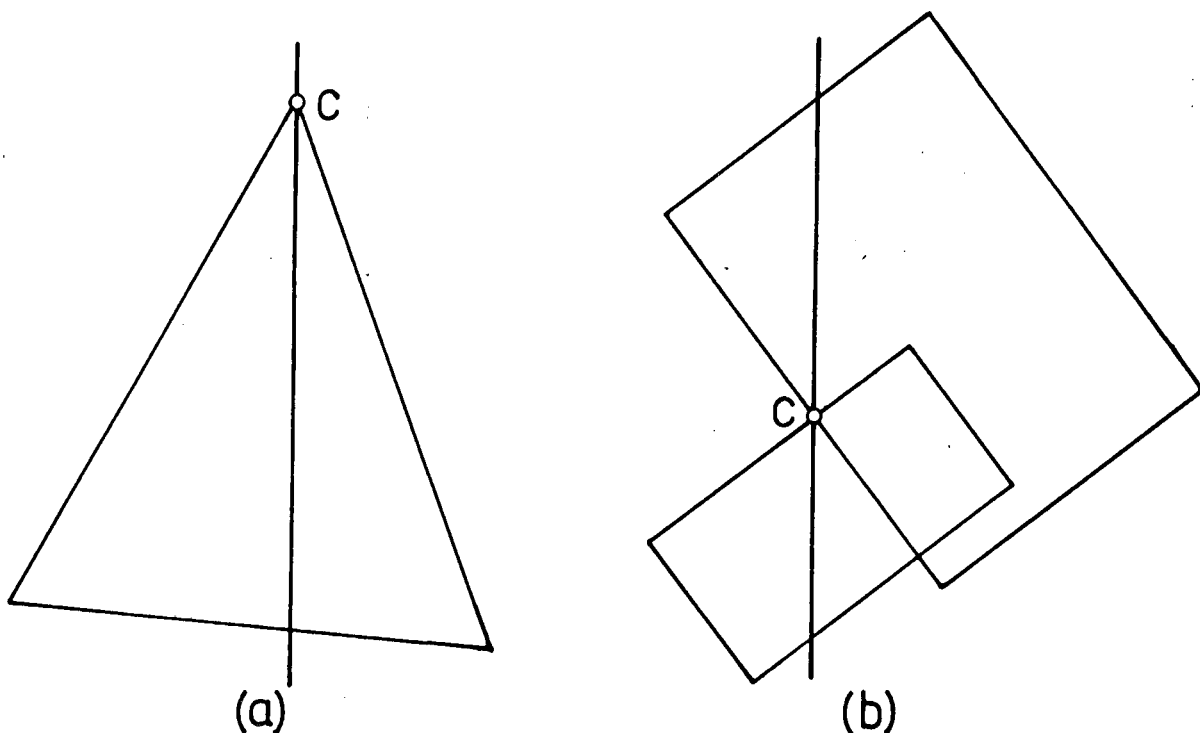


Figura 4.51 a) Els dos punts de canvi sobre C corresponen a un sol vèrtex; b) Sobre C hi ha dos punts de canvi independents.

En el cas de la perspectiva de pantalla cilíndrica, com ja veurem, es guardarà el radi, o una funció del radi, dels punts de cobriment. Quan dos punts de canvi coincidents tinguin el mateix radi, s'anul·larà l'increment d'un d'ells i, si els radis són diferents, s'en sumaran els increments.

L'últim cas atípic que veurem, es pot dir que és una combinació dels anteriors. Es tracta del cas en el qual un vèrtex es projecta, exactament, a sobre d'un altre (fig. 4.52).

En calcular el grau d'invisibilitat del vèrtex tapat, l'algorisme li donarà tants cobriments com cares vistes passin pel vèrtex "tapador". Ara bé, aquests cobriments són, en realitat, un de sol.

Per corregir aquest problema, caldrà detectar, en el test de pertinença, aquells casos en els quals el punt coincideixi amb un vèrtex, i guardar, en una petita llista, el codi del vèrtex "tapador". Al final del procés, podria ser que hi hagués hagut més d'un vèrtex coincidint amb el punt en estudi. Per això, si la llista no és buida, caldrà comptar el nombre de vèrtexs diferents.

Per acabar, el grau d'invisibilitat calculat haurà d'ésser corregit, restant-li el nombre d'elements de la llista i sumant-li el nombre de vèrtexs diferents que hi intervenen.

Val a dir que aquest darrer cas atípic, que hem exposat, serà rar trobar-lo en perspectiva cònica. En canvi, pot presentar-se amb certa freqüència en representacions isomètriques.

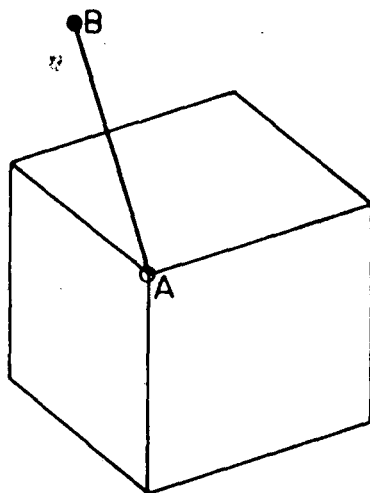


Figura 4.52

Test de visibilitat.

Agrupem, sota el nom de test de visibilitat, el conjunt d'operacions que formen el procés final del Sistema, en el qual s'estudiarà la visibilitat de cada aresta i s'en dibuixaran les parts vistes.

El test serà diferent segons que l'aresta sigui: paral·lela a l'eix, que només li sigui coplanària, o que sigui de transformada sinusoidal. I encara, en aquest darrer cas, caldrà distingir entre les comparacions amb contorns rectilinis o amb contorns sinusoidals.

Per a tots els casos, però, l'estructura general del test serà la següent:

* Un primer pas comprovarà, per a cada aresta de contorn, si la projecció d'aquesta i la de l'aresta en estudi tenen cap possibilitat de tallar-se.

* Si la resposta al pas anterior és afirmativa, es calcularan les coordenades gràfiques del punt d'intersecció.

* Seguidament, es determinaran les coordenades 3-D dels dos punts de projeccions coincidents (un de l'aresta i un del contorn) i s'en compararan les distàncies al P.V., per tal de veure si el punt del contorn és davant de l'aresta i, per tant, provoca un canvi de grau, o no.

* Si el pas anterior resulta afirmatiu, es guardaran les coordenades gràfiques del punt i la distància del punt del contorn al P.V., per tal de detectar possibles punts dobles. Llavors es calcularà l'increment de grau d'invisibilitat en el punt.

* Acabat el procés, per a tots els contorns, els punts de canvi de grau trobats seran ordenats seguint el sentit de l'aresta.

* Es comprovarà l'existència de casos atípics i s'hi aplicarà el criteri corresponent.

* Finalment, s'anirà comptabilitzant el grau d'invisibilitat de cada segment d'aresta entre dos punts de canvi consecutius, i es dibuixaran i arxivaran els segments que resultin amb grau 0.

Intersecció d'arestes rectilínia i curvilínia.

Quan l'aresta a estudiar sigui una paral·lela a l'eix, ho sabrem directament per la posició que ocupa a la llista d'arestes remanents. Igualment, tota altra aresta, tal que els seus vèrtexs tinguin igual angle d'orientació, serà coplanària amb l'eix i, per tant, serà també de transformada rectilínia.

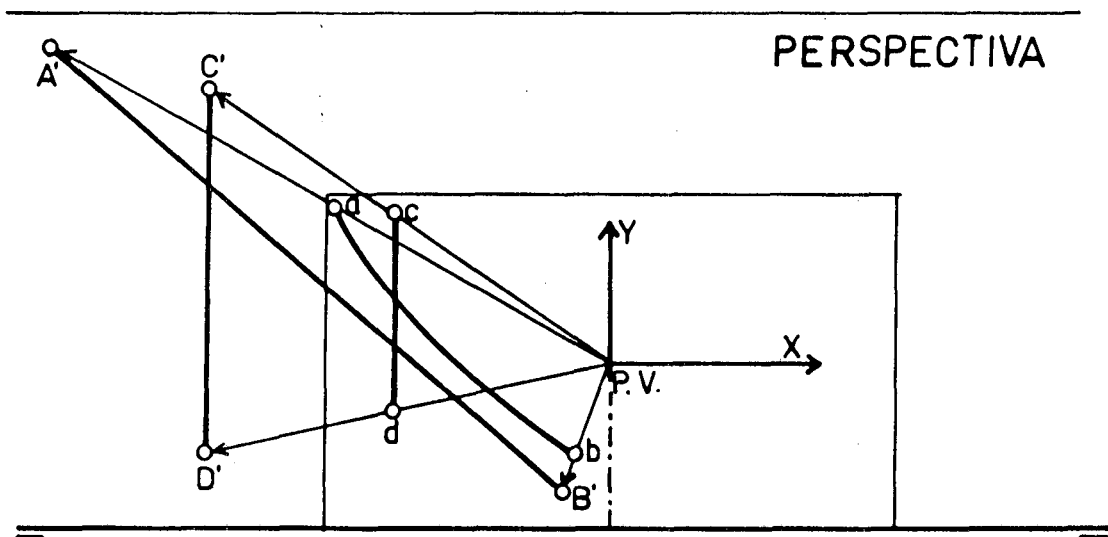
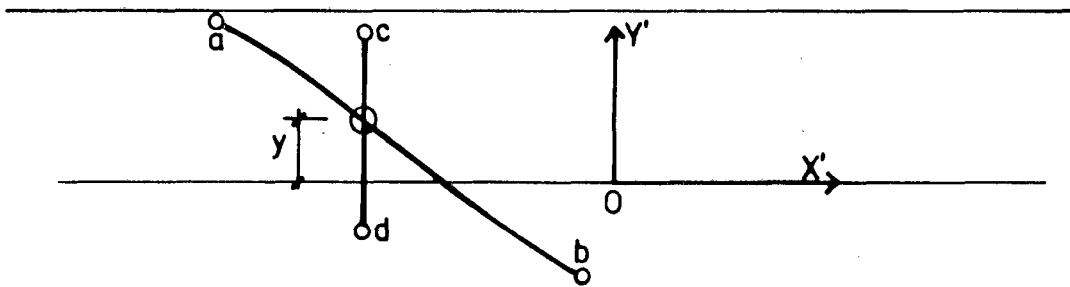
Les arestes d'aquest tipus no hauran de comparar-se amb els contorns rectilinis, ja que aquests els són paral·lels, i dues paral·leles no poden alterar-se la visibilitat mútua.

Per aquesta raó, les arestes paral·leles a l'eix es van disposar al capdamunt dels respectius segments de "materials", "contorn-vistes" i "contorn-còncaves" de la llista d'arestes remanents. D'aquesta manera, en fer el test de visibilitat d'una coplanària amb l'eix, el test es dirigeix directament als contorns situats més avall de les posicions ocupades per les arestes que siguin paral·leles a l'eix. Caldrà encara, però, detectar les possibles coplanàries amb l'eix, que no li siguin paral·leles.

Per contra, si l'aresta a tractar és de transformada sinusoidal, haurà d'ésser comparada també amb totes les arestes de contorn coplanàries amb l'eix, en la seguretat però, que no hi haurà paral·lelisme entre elles.

En qualsevol cas, sempre que haguem d'estudiar la influència d'un contorn en la visibilitat d'una aresta, -descartada ja la possibilitat de paral·lelisme- compararem els apuntadors de pla dels cicles respectius, ja que, dues arestes coplanàries no poden afectar-se la visibilitat mútua. Aquesta precaució evita un seguit de comparacions inútils i, sobretot, el càlcul d'interseccions amb arestes que comparteixen un vèrtex amb l'aresta en estudi, les quals, excepte casos de vèrtexs piramidals (que, insistim, són molt poc freqüents en formes arquitectòniques) seran sempre coplanàries amb ella. (Entengui's que, quan parlem aquí d'arestes coplanàries, no ho fem en el sentit geomètric estricte, sinó referint-nos a arestes que estan en un mateix pla dels definits en el model 3-D).

Un cop comprovat que aresta i contorn no són coplanaris, passem a estudiar si, per les seves posicions, les projeccions respectives tenen possibilitat d'intersecar-se.



ALÇAT

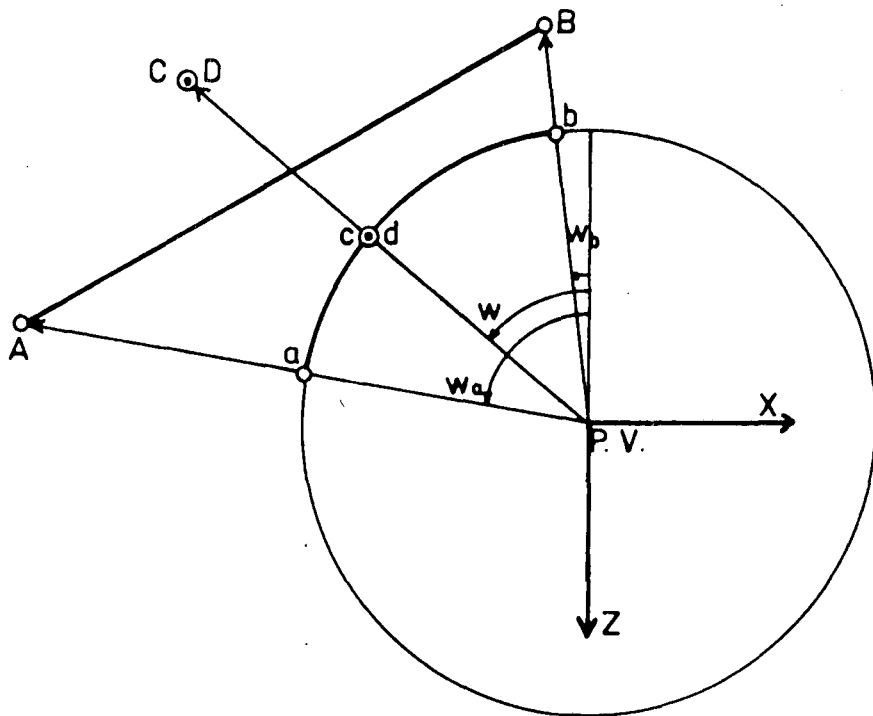


Figura 4.53 Intersecció d'arestes rectilínia i curvilínia.

La prova és senzilla: perquè ambdues projeccions puguin tallar-se, l'orientació de l'aresta coplanària amb l'eix ha d'estar dins l'interval comprès entre les respectives orientacions dels extrems de l'altra. En el ben entès que, quan aquest interval sigui major de π radians, la prova consistirà en veure si l'orientació de l'aresta de transformada rectilínia és major, en valor absolut, que la del vèrtex de l'altra, amb orientació del mateix signe.

Confirmada la possibilitat d'intersecció, es calcula l'ordenada corresponent (y) del punt de la sinusoide que té per orientació (w) la de l'aresta coplanària amb l'eix. Si y està entre les ordenades de les projeccions dels vèrtexs d'aquesta última, podem assegurar que les projeccions de les dues arestes intersequen en el punt d'orientació w i ordenada y (fig. 4.53).

Intersecció d'arestes curvilínies.

Quan l'aresta en estudi i el contorn, amb el qual se l'ha de comparar, són ambdós de projecció el·líptica i transformada sinusoidal, el procés d'intersecció entre projeccions, o entre transformades, és més complex que no ho era en el cas anterior, en el qual una de les arestes tenia orientació constant per a tots els seus punts.

El primer pas serà un test de paral·lelisme, que descartarà tota possibilitat d'intersecció entre arestes d'igual vector director.

Superat aquest test, tindrà lloc una prova de coplanareïtat anàloga a l'exposada a l'apartat anterior.

Si aquesta prova també resulta negativa, passem a estudiar les possibilitats d'intersecció entre ambdues projeccions.

En una primera fase, seran comparades les ordenades dels 4 vèrtexs (2 per aresta), ja que si, per exemple, els punts d'una aresta són tots d'ordenada positiva i els de l'altra són tots d'ordenada negativa, les projeccions no poden tallar-se.

Siguin:

y_a, y_b = ordenades de les projeccions dels vèrtexs de l'aresta.

y_1, y_2 = ordenades de les projeccions dels vèrtexs del contorn.

Calculem:

$$S = \text{SGN}(y_a) + \text{SGN}(y_b)$$

$$S' = \text{SGN}(y_1) + \text{SGN}(y_2)$$

El valor de S o S' reflectirà la posició de l'aresta respectiva d'acord amb la taula de valors següent:

S = 2 =====> tots els punts tenen ordenada positiva.

S = -2 =====> " " " " " negativa.

S = 0 =====> hi ha punts d'ambdós signes.

S = 1 =====> un sol punt amb ordenada nul.la i la resta positiva.

S = -1 =====> un sol punt amb ordenada nul.la i la resta negativa.

Gràficament, aquests valors corresponen a posicions com les representades a la figura 4.54.

Si anal.litzem aquestes posicions, podem concloure que, si $S \cdot S'$ és menor de -1, les projeccions no tenen cap possibilitat d'intersecar-se.

Si aquesta prova és superada, passarem a comprovar si hi ha solapament dels respectius intervals d'orientacions.

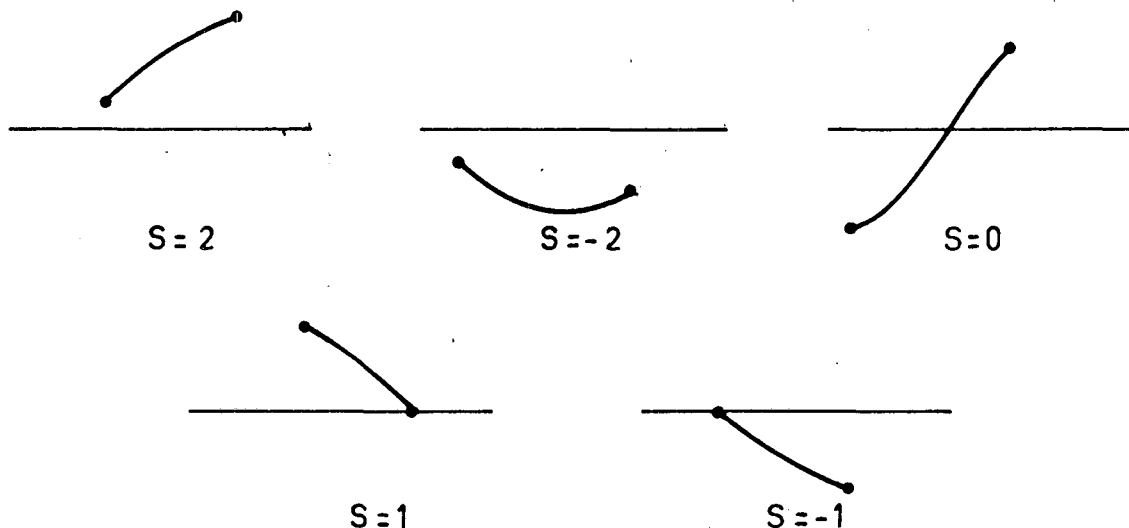


Figura 4.54

Perquè les projeccions puguin tallar-se, serà precís que, o bé w_1 estigui entre w_a i w_b o w_2 entre w_a i w_b o bé, cas de no satisfer-se cap de les condicions anteriors, w_a estigui entre w_1 i w_2 . Altrament, no hi ha possible intersecció.

Superades les proves anteriors -totes molt senzilles-, passarem a determinar el punt d'intersecció. En aquesta ocasió, però, a diferència del cas de recta amb sinusoides, en calcularem només l'angle d'orientació, passant al càlcul de l'ordenada, únicament si es confirma la variació en la visibilitat de l'aresta.

L'estratègia per determinar l'orientació del punt d'intersecció entre les dues projeccions serà la següent:

* Considerem els plans projectants de cada arista.

* Considerem, ara, la seva recta intersecció.

* El punt d'intersecció entre les projeccions de les arestes ha de ser un dels dos punts per on aquesta recta travessa el cilindre (fig 4.55).

* Considerem la projecció de la recta intersecció, sobre el pla X-Z.

* L'angle entre aquesta projecció i la normal al pla de desenvolupament, passant pel P.V., donarà l'orientació buscada, del punt d'intersecció entre les projeccions d'ambdues arestes.

Aquest procés, aparentement llarg, pot ésser notablement simplificat si s'anal.litza bé la informació de què es disposa i se'n treu partit.

Certament, com es recordarà, les transformades de les arestes de perspectiva curvilínia han quedat representades en memòria per mitjà de l'amplitud i l'orientació del vèrtex de la sinusoides. Ambdós paràmetres, a més a més de definir la sinusoides, determinen el pla projectant de l'aresta.

Efectivament, recordi's que l'orientació del vèrtex és l'angle entre la projecció del seu radi, sobre el pla X-Z, i la normal des del P.V. al pla de desenvolupament; mentre que l'amplitud representa l'ordenada del vèrtex de la sinusoides. Ara bé, com s'ha exposat, aquest vèrtex és sempre la intersecció del cilindre amb la projectant de pendent màxim d'entre les que intercepten l'aresta, per tant, hem de concloure que, amplitud i orientació del vèrtex donen, respectivament, el pendent del pla projectant de l'aresta i la direcció de les seves rectes de pendent nul o paral·leles a X-Z, ja que, ambdós paràmetres fixen la direcció de les

rectes de màxim pendent, i aquestes, com és sabut, són perpendiculars a les rectes de pendent nul (fig. 4.56).

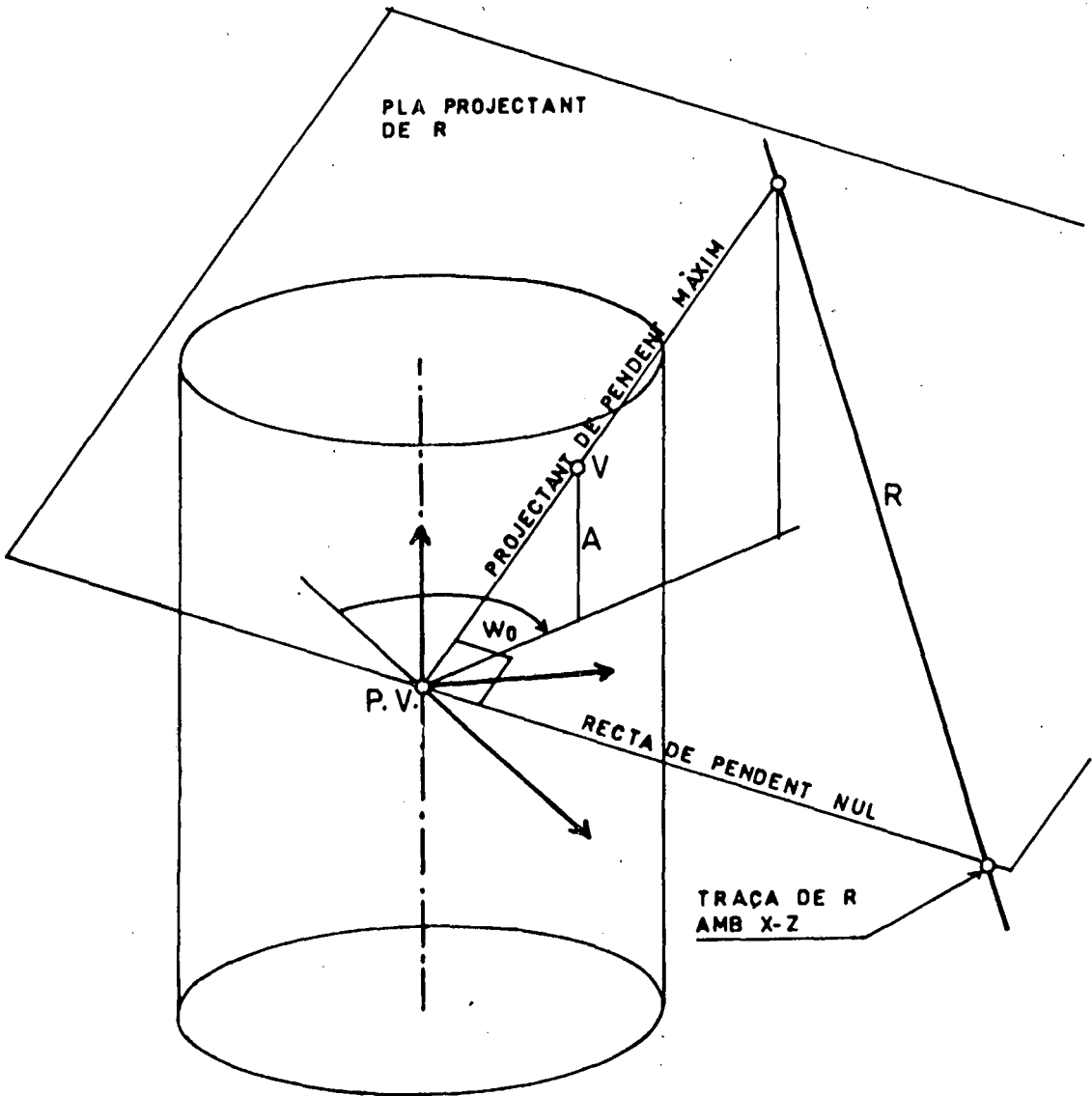


Figura 4.56

Definits així els plans projectants d'ambdues arestes, vegem ara com pot determinar-se la seva recta intersecció.

En tractar-se de plans projectants, ambdós passaran pel P.V. i, per tant, hi passarà també la seva intersecció. Ens cal doncs, localitzar només un nou punt comú perquè la recta quedi determinada.

Siguin:

A_1 i w_1 = amplitud i orientació de la 1.ª aresta

A_2 i w_2 = " " de la 2.ª aresta

Si tallem els plans projectants d'ambdues arestes pel pla $y=A_1$, les respectives rectes d'intersecció seran paral·leles a X-Z. La del primer pla serà tangent al cilindre i la del segon estarà situada a una distància de l'eix igual a $r \cdot A_1/A_2$. La intersecció entre ambdues rectes donarà el punt buscat, que permetrà definir la recta intersecció.

No serà necessari però, per a aquest procés, determinar l'equació de la recta intersecció, sinó, simplement, orientar-la, o millor dit, orientar la generatriu que passi pel punt d'intersecció de l'esmentada recta amb el cilindre que correspongui a la intersecció de les projeccions d'ambdues arestes.

Sigui:

$$\alpha = w_1 - w_2$$

i

$$k = A_1/A_2$$

Anomenem β l'angle entre les projeccions, sobre el pla X-Z, de la visual de màxim pendent de la segona aresta, i de la recta intersecció buscada.

A la figura 4.57, veiem que es pot escriure:

$$\text{tg } \beta = \frac{h}{k \cdot r}$$

D'altra banda, l'angle OPQ val α , per tenir-hi costats perpendiculars, mentre que: $OQ = m - k \cdot r$.

Podem escriure, doncs:

$$h = \frac{m - k \cdot r}{\text{tg } \alpha}$$

Però, en el triangle V1-PV-Q, podem escriure:

$$m = \frac{h}{\cos \alpha}$$

Per tant:

$$h = \frac{\frac{r}{\cos \alpha} - k * r}{\operatorname{tg} \alpha} = \frac{r * (1 - k * \cos \alpha)}{\sin \alpha}$$

Substituint aquest valor de h en la primera equació:

$$\operatorname{tg} \alpha = \frac{r * (1 - k * \cos \alpha)}{k * \sin \alpha * r}$$

i, per tant:

$$\beta = \operatorname{arc} \operatorname{tg} \left[\frac{1 - k * \cos \alpha}{k * \sin \alpha} \right]$$

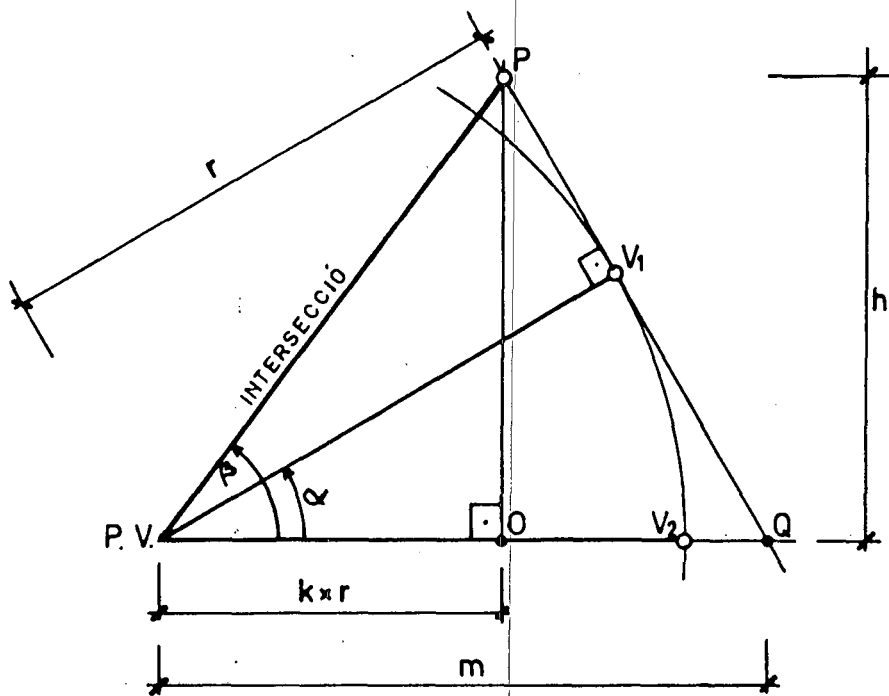


Figura 4.57

Cal preveure, naturalment, els casos de α nul o igual a $\pm\pi$, casos per als quals β valdrà $\pm\pi$.

Coneguda β , hem de determinar l'orientació del punt d'intersecció. Com s'il·lustra a la figura 4.58, hi ha dues solucions possibles i encara no podem eliminar-ne cap. Els seus valors w_d i w_1 tindran signes oposats, diferiran de π radians i valdran:

$$w_d = w_2 + \beta ; \quad w_1 = -\text{SGN} (w_d) * (\pi - w_d)$$

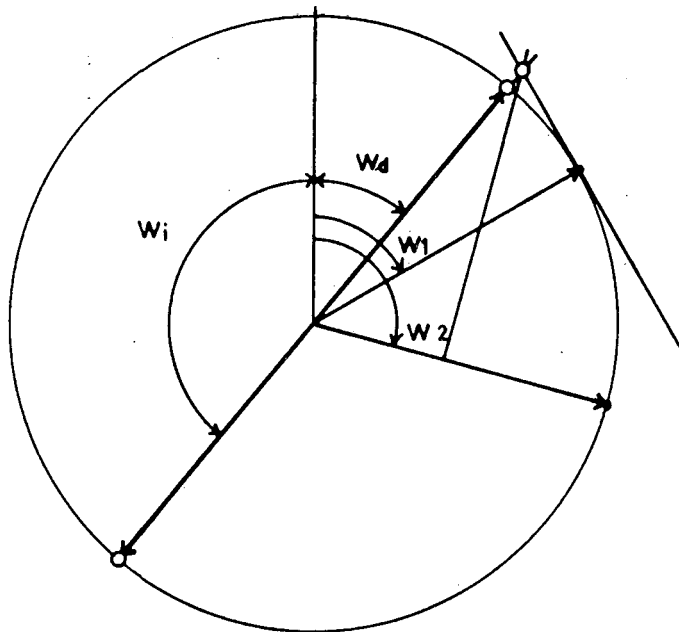


Figura 4.58

Cal ara veure si efectivament hi ha intersecció entre les arestes. Si w_d està comprès entre les orientacions dels extrems de la primera aresta, perquè hi hagi intersecció, ha d'estar també comprès entre les dels vèrtexs de la segona. Si w_d no és dins el primer interval, farem la prova per w_1 per tal de confirmar que hi ha intersecció entre els dos segments.

Si alguna de les proves anteriors resulta positiva, les projeccions intersequen i l'orientació del punt de tall serà w_d o w_1 , segons hagi estat positiva la primera o la segona prova.

Comparació de distàncies al P.V..

Un cop determinada la posició del punt d'intersecció entre les projeccions, cal ara comprovar si hi ha canvi d'invisibilitat de l'aresta en el punt. Perquè sigui així, l'aresta de contorn ha d'ésser més pròxima al P.V. que no pas l'aresta en estudi.

De fet, atès que els dos punts, els radis dels quals han d'ésser comparats, estan sobre un mateix pla axial, bastarà amb comparar-ne les distàncies a l'eix, però, com que aquestes són funció de les coordenades X i Z dels punts, n'hi haurà prou amb comparar una d'aquestes coordenades per saber quin dels punts és més pròxim a l'espectador.

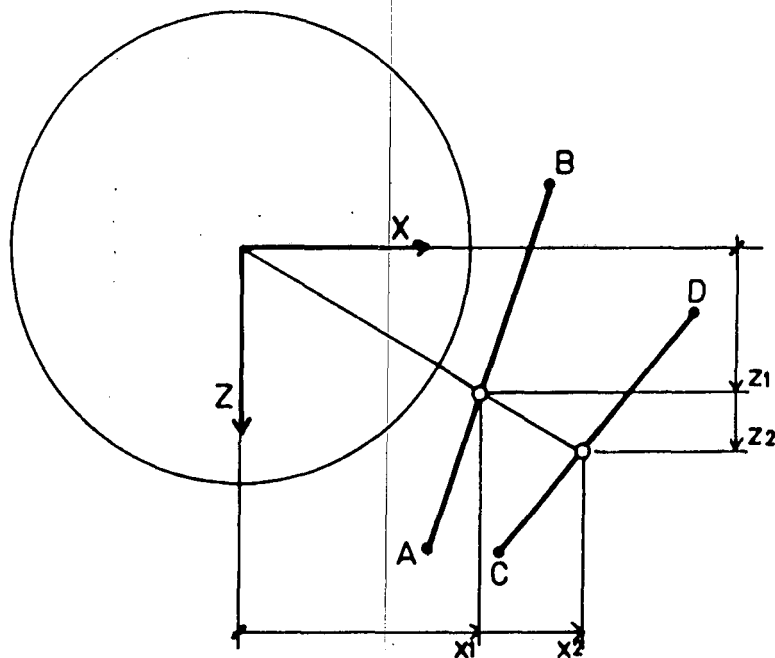


Figura 4.59 Per estudiar si AB tapa CD, és suficient comparar els valors absoluts de x_1 i x_2 o els de z_1 i z_2 .

Si escollim les abscisses, per exemple, la comparació no serà possible quan l'orientació del punt d'intersecció sigui 0 o $\pm\pi$. Caldrà, en aquest cas, comparar les zetes. Per contra, si, per norma, prenem la comparació de profunditats, quan l'orientació del punt d'intersecció sigui $\pm\pi$, serà obligat de comparar abscisses.

Preveient aquestes variants, establirem, doncs, la comparació sobre una de les coordenades (x,z) dels punts. Vegem ara com poden determinar-se.

Distingirem tres casos:

a) Aresta paral.lela a l'eix.

En aquest cas, en ésser coincidents Y i l'eix del cilindre, tots els punts de l'aresta tenen les mateixes coordenades x-z. Per tant, per a la comparació, prendrem directament les coordenades del vèrtex inicial.

b) Aresta coplanària amb l'eix però no paral.lela.

Aquest cas exigeix la determinació del punt per intersecció entre l'aresta i la visual que passa pel punt.

Com es recordarà, si l'aresta és coplanària amb l'eix, en provar l'existència d'intersecció entre les projeccions ja se n'ha calculat l'ordenada. L'anomenarem y_1 . A més a més, tindrem:

$P(x_1, y_1, z_1)$ = punt d'intersecció de les projeccions de les dues arestes, on:

$$\begin{aligned} x_1 &= r * \sin w \\ z_1 &= -r * \cos w . \text{ Essent:} \end{aligned}$$

w = orientació de P.

$P_1(x, y, z)$ = Punt sobre la coplanària amb l'eix, la projecció del qual és P.

RP = distància de P_1 a l'eix del cilindre.

r = radi del cilindre.

$A(x_a, y_a, z_a)$ = vèrtex inicial de l'aresta.

$V(v_x, v_y, v_z)$ = vector director de l'aresta.

Llavors, distingirem dos casos:

* Aresta perpendicular al cilindre ($v_y=0$) (fig 4.60(a)). Tindrem:

$$RP = y_a * \frac{r}{y_1}$$

i:

$$z = RP * \cos w$$

serà la coordenada de comparació, per a w diferent de $\pm\pi/2$.

Mentre que:

$$x = y_a * r/y$$

ho serà quan w valgui π/2, en valor absolut.

* Aresta no perpendicular al cilindre (fig 4.60(b)).

En aquest cas, cal resoldre el sistema d'equacions format per la de la visual i la de l'aresta.

L'equació de la visual serà:

$$\frac{x}{x_1} = \frac{y}{y_1} = \frac{z}{z_1}$$

i la de l'aresta:

$$\frac{x - x_a}{v_x} = \frac{y - y_a}{v_y} = \frac{z - z_a}{v_z}$$

Llavors, si w ≠ ±π/2, fem:

$$Q1 = \frac{y_1}{z_1} \quad \text{i podem escriure: } y = Q1 * z$$

$$Q2 = \frac{v_y}{v_z} \quad \text{i podem escriure: } y - y_a = Q2 * (z - z_a)$$

i, per tant:

$$z = \frac{y_a - Q2 * z_a}{Q1 - Q2} \quad \text{serà la coordenada de comparació.}$$

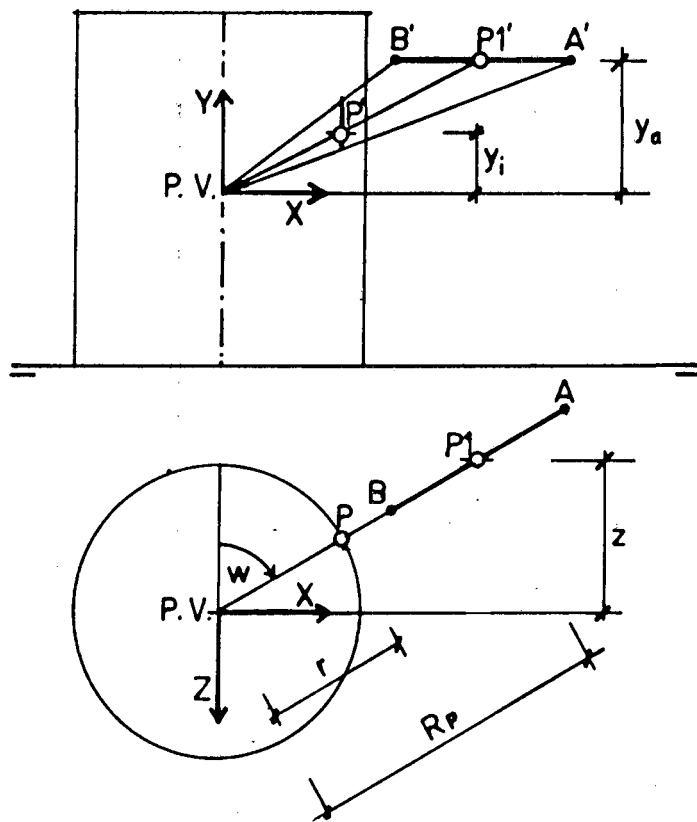
Si w = ±π/2, fem:

$$Q1 = \frac{y_1}{r * \text{SGN}(w)} \quad \text{i, per tant: } y = Q1 * x$$

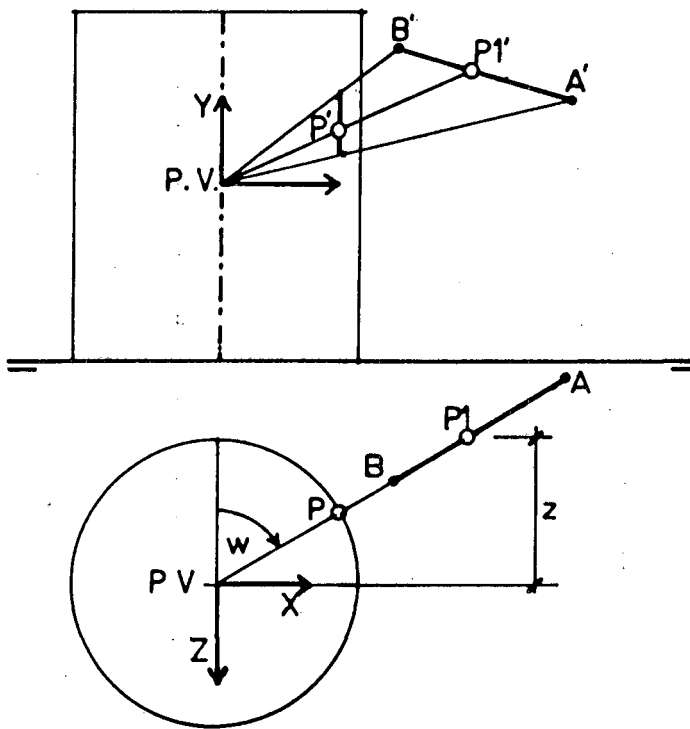
$$Q2 = \frac{v_y}{v_x} \quad \text{i, per tant: } y - y_a = Q2 * (x - x_a)$$

En conseqüència:

$$x = \frac{y_a - Q2 * x_a}{Q1 - Q2} \quad \text{serà la coordenada a comparar.}$$



(a)



(b)

Figure 4.60

Siguin:

w_a i w_b = orientacions dels vèrtexs de l'aresta.

w_1 i w_2 = " " " " del contorn.

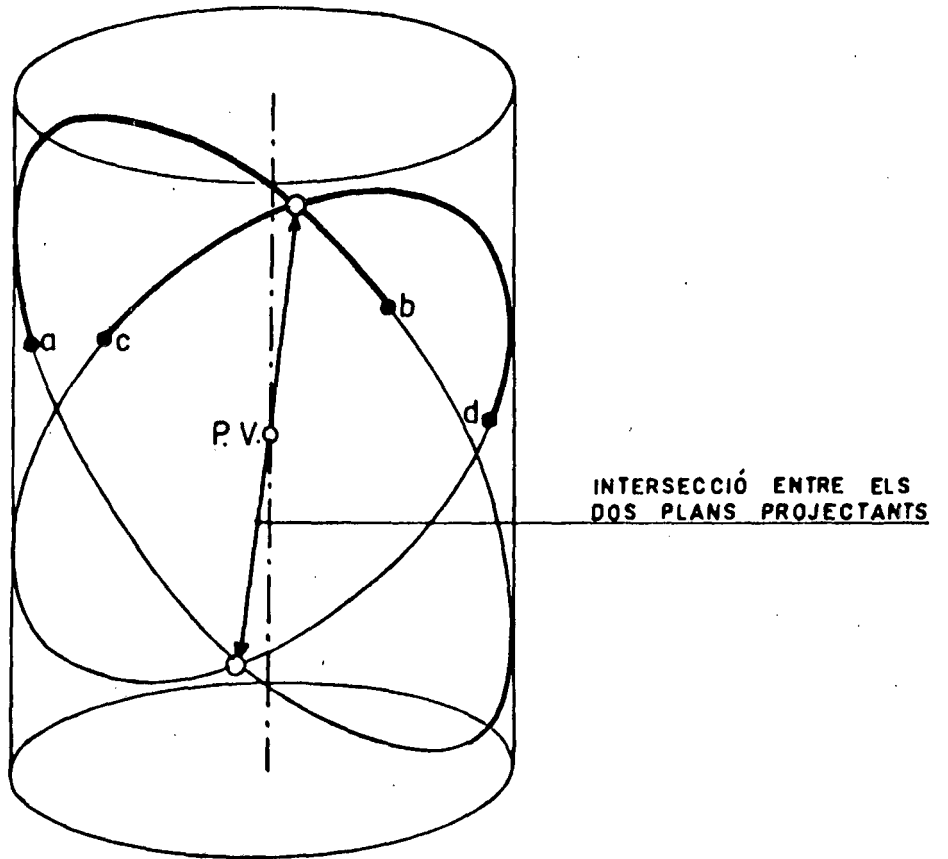


Figura 4.35

c) Aresta no coplanària amb l'eix.

En el cas d'una aresta de direcció qualsevol, es tractarà de determinar el punt de l'aresta que té orientació w (fig. 4.61). Tindrem:

w = orientació del punt d'intersecció

$A(x_a, y_a, z_a)$ = vèrtex inicial de l'aresta

$V(v_x, v_y, v_z)$ = vector director de l'aresta

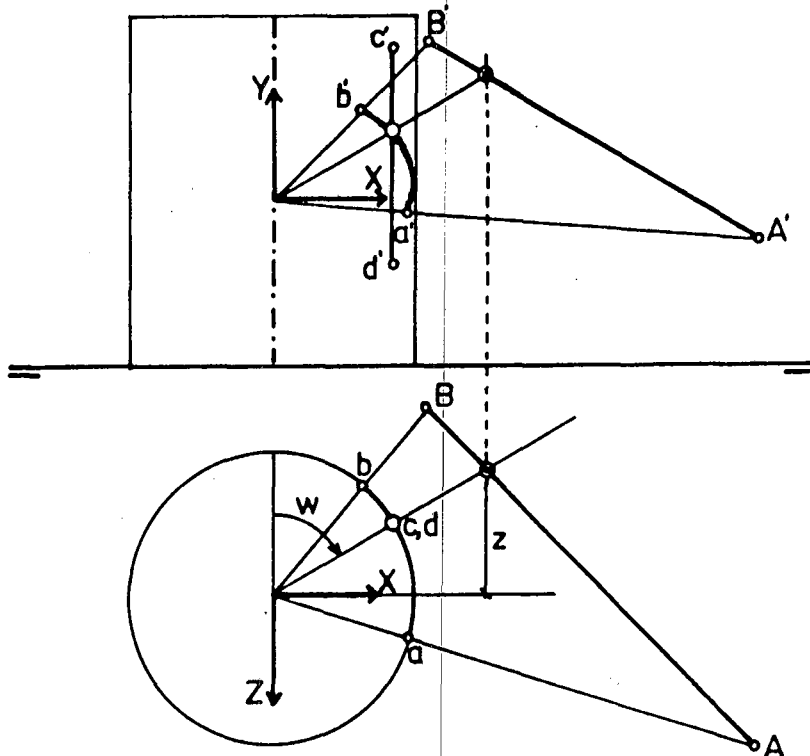


Figura 4.61

Els punts amb orientació w han de complir l'equació:

$$\frac{x}{z} = -\operatorname{tg} w \quad \text{per tant: } x = -z * \operatorname{tg} w$$

Si fem:

$$Q = \frac{v_x}{v_z}$$

els punts de l'aresta hauran de complir:

$$x = Q * (z - z_a) + x_a$$

Per tant:

$$z = \frac{Q * z_m - x_m}{Q + \text{tg } w}$$

és la coordenada de comparació, si v_z no és nul.

Per a $v_z = 0$:

$$z = z_m$$

Si fos $w = \pm\pi/2$, hauríem de comparar abscisses i tindriem:

$$x = x_m - Q * z_m$$

En aquest darrer cas, v_z no pot ésser nul, ja que llavors l'aresta fóra coplanària amb l'eix.

Per a tots els casos, sigui quina sigui la coordenada de comparació escollida, es guardaran les dels contorns fins al final del test de visibilitat de l'aresta, per tal de detectar casos de canvis de grau coincidents amb vèrtexs de dos contorns.

Càlcul de l'increment del grau d'invisibilitat.

Un cop confirmada l'existència d'un punt de variació del grau d'invisibilitat, cal esbrinar en quin sentit s'haurà de produir l'esmentada variació.

Podria pensar-se en aplicar el criteri, introduït per Appel, d'estudiar el signe del producte vectorial, però, el cert és que l'esmentat criteri -certament brillant, per a perspectiva lineal- esdevé artificios en el cas de perspectiva curvilínia, en no ser coherent amb el tipus d'informació guardada en memòria.

Així, si, com Appel, intentem aplicar el criteri a l'espai 3-D, ens trobarem que situacions idèntiques de variació del grau d'invisibilitat donaran signes de producte vectorial oposats, segons que quedin a una banda o a l'altra del cilindre de pantalla, invalidant així el test. Convé doncs, treballar directament sobre la perspectiva, però, en aquest cas, per aplicar el criteri del producte vectorial, caldria determinar vectors tangents a les sinusoides en els punts d'intersecció, els quals no són de tan fàcil extracció, des de la base de dades, com, en el cas de perspectiva lineal, ho són els vectors directors.

Per contra, plantejarem un criteri alternatiu que rendabilitzi al màxim la informació present en memòria i permeti calcular, fàcilment, el signe de l'increment.

En realitat, el que ha de fer el test és detectar si, en el punt d'intersecció aparent, l'aresta s'oculta darrere el cicle del contorn o bé surt del darrere d'aquest cicle. És a dir, en termes de projeccions, veure si la projecció de l'aresta penetra en la projecció del cicle del contorn o bé en surt.

Com que totes les arestes de contorn s'han orientat en sentit antihorari de la seva cara vista, donada la perspectiva d'una aresta de contorn, la perspectiva de la seva cara vista només pot estar en un dels semiplans que aquella ha definit. La figura 4.62 representa senyals sinusoides, corresponents a les transformades de dues seccions idèntiques del cilindre però amb diferents sentits de lectura des del P.V..

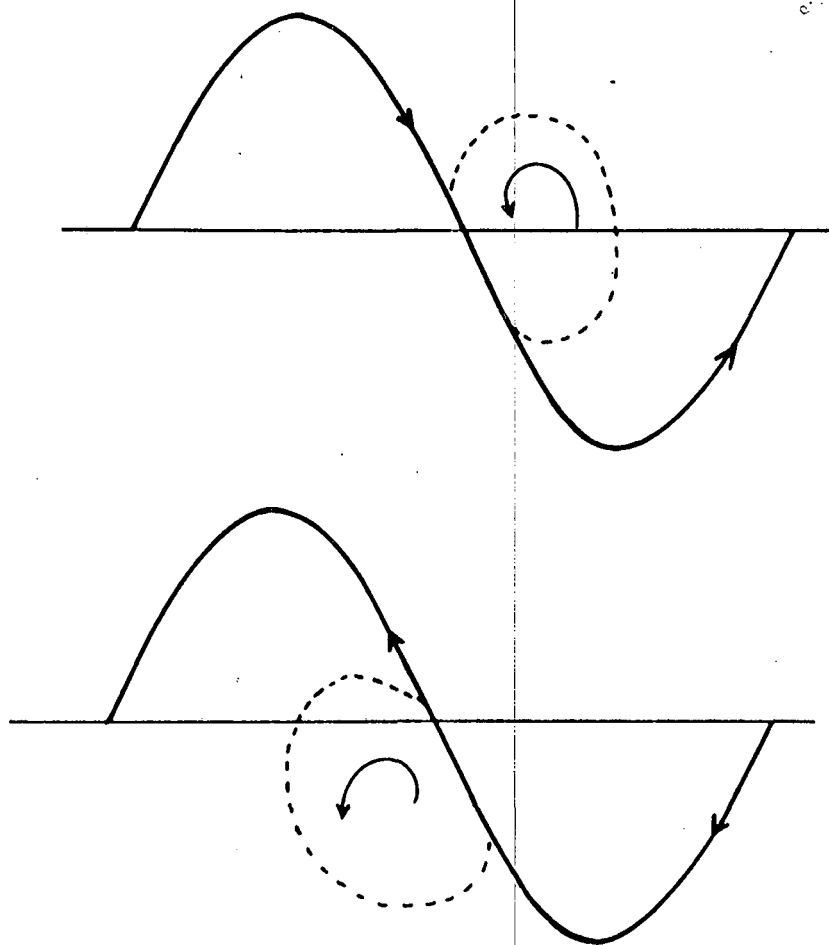


Figura 4.62

Si la projecció és llegida en sentit horari, el cicle ha d'estar per damunt, mentre que, si es llegeix en sentit antihorari, el cicle ha de quedar per sota de la sinusoide.

Veiem doncs que, segons vingui l'aresta de dalt o de baix del contorn, i segons sigui el sentit de lectura d'aquest, l'increment tindrà un signe o un altre.

Això ens dóna ja un criteri molt senzill per als casos d'aresta coplanària amb l'eix i contorn de transformada sinusoidal. El signe de l'increment serà el del producte dels signes de les arestes (fig. 4.63).

El criteri és invers si és el contorn el que és coplanari amb l'eix, cas en què es tracta de saber si l'aresta ve de l'esquerra o de la dreta del contorn (fig. 4.64).

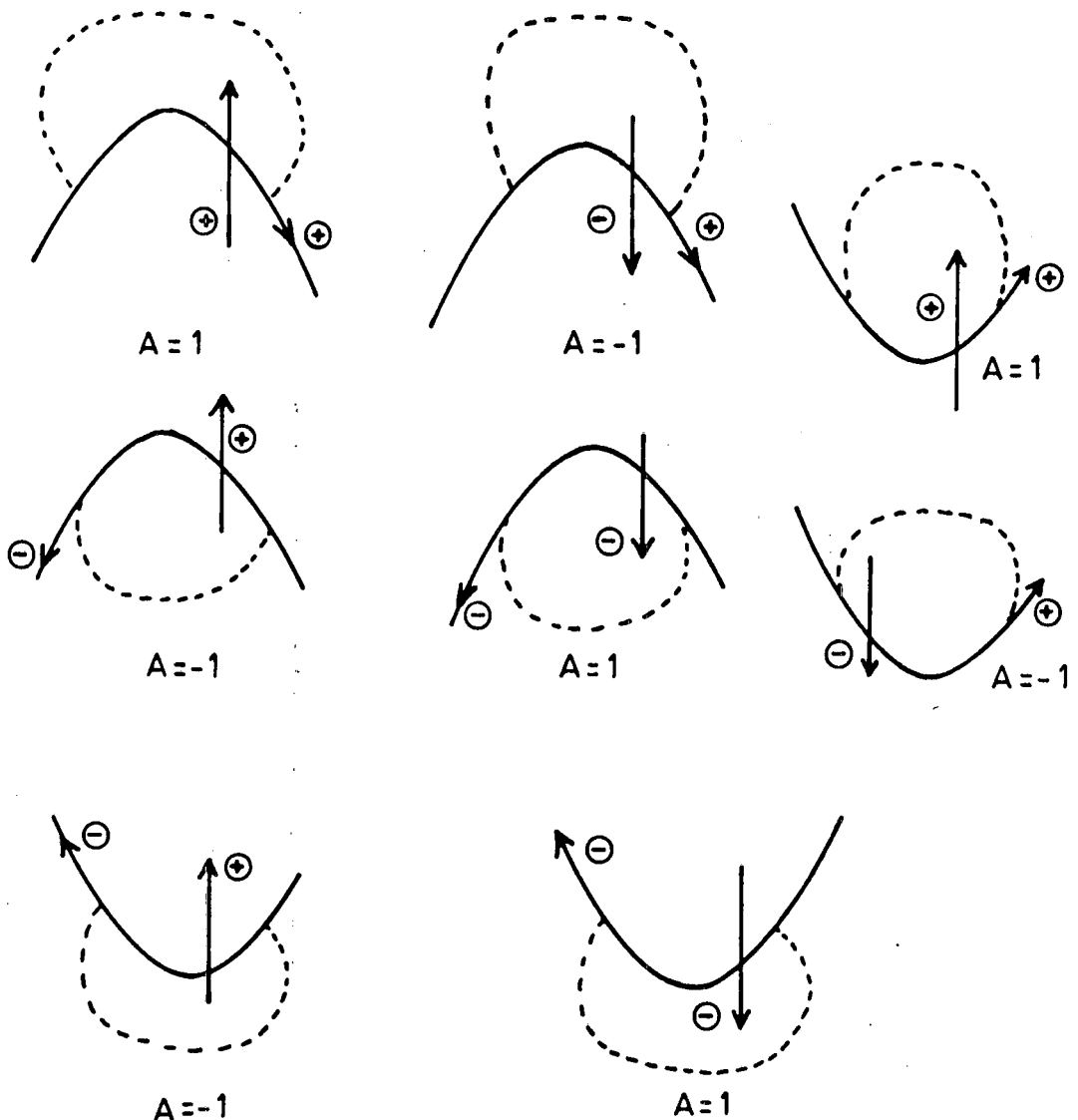


Figura 4.63

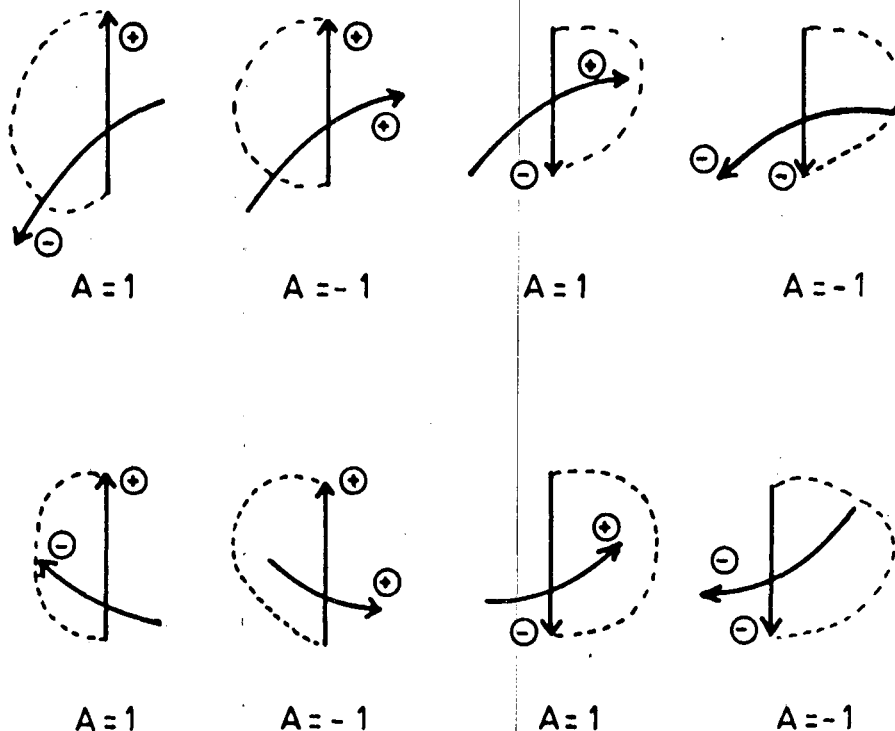


Figura 4.64

Si ambdues arestes tenen transformada sinusoidal, el criteri no és de formulació tan immediata i requereix una anàlisi més acurada de les possibles posicions relatives entre dues sinusoides.

Ja hem vist que el signe de l'increment és funció del signe del contorn i del semiespai de procedència de l'aresta. Suposem ara, un determinat contorn i dues arestes que giren en sentit horari i ocupen les posicions de les figures 4.65 (a) i 4.65 (b), respectivament. La diferència entre ambdues posicions rau en el fet que, a la primera, la sinusoide aresta té el seu origen en una abscissa més baixa que la de l'origen del contorn, mentre que, a la segona, s'inverteix la situació.

Es obvi que, en tots els casos, dues sinusoides es tallen en dos punts, un d'ordenada positiva i l'altre d'ordenada negativa. Ara bé, fixem-nos que, mentre en el cas a) l'aresta passa de "dalt" a "baix" en el punt d'ordenada positiva i de "baix" a "dalt" en el segon punt; en el cas b) succeeix a l'inversa.

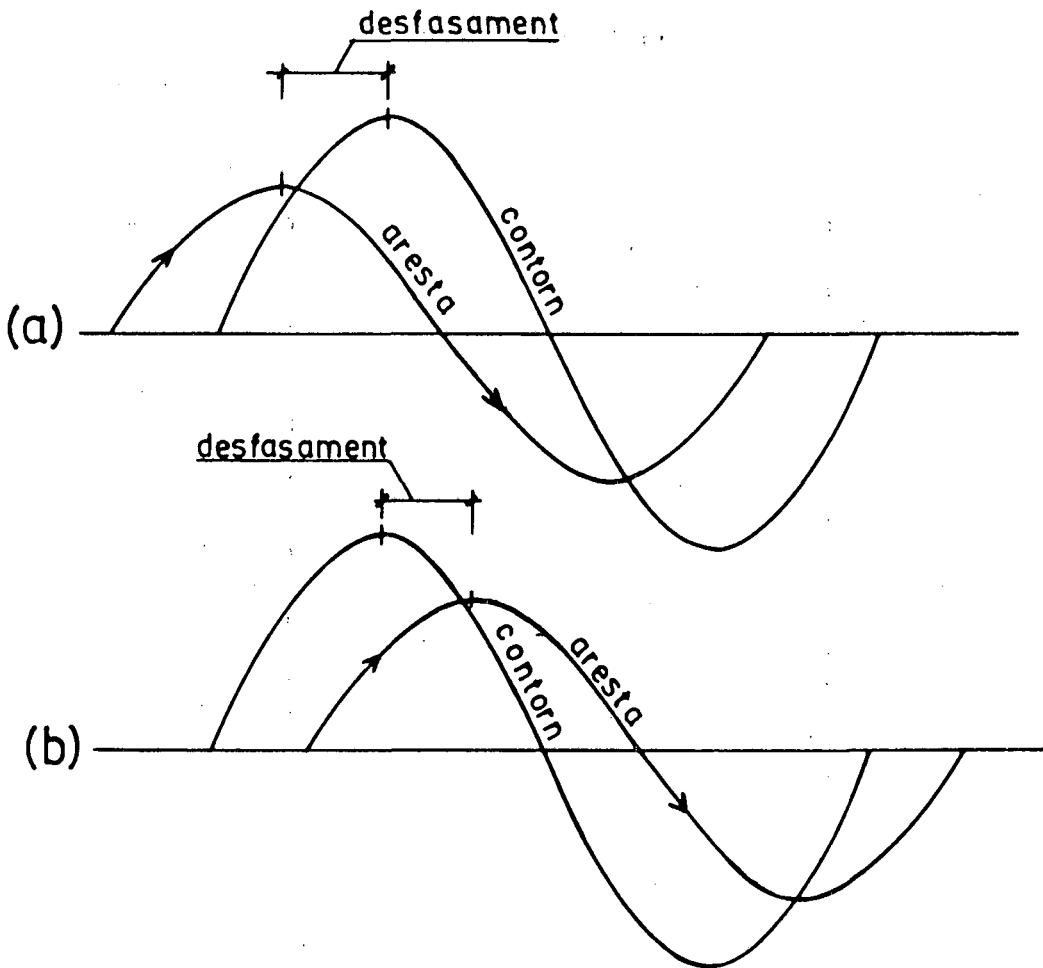


Figura 4.65

Veiem doncs que, al marge del signe de les pròpies arestes implicades, l'increment depèn del signe de l'ordenada del punt d'intersecció aparent i del signe del que anomenarem **desfasament** entre les sinusoides; i que definirem com la diferència entre les abscisses de dos punts homòlegs d'ambdues sinusoides.

Es evident que el desfasament és directament proporcional a la diferència d'orientacions entre 2 punts homòlegs, per tant, podem calcular el desfasament a partir de la diferència entre les orientacions d'ambdues arestes, ja que aquestes corresponen a les orientacions dels respectius vèrtexs de les sinusoides.

Ara bé, els esmentats vèrtexs no sempre seran punts homòlegs. Dependrà dels signes de les amplituds (fig. 4.66). Per tant, si les amplituds tenen signes oposats, caldrà invertir el signe del desfasament.

Per últim, el signe del desfasament s'haurà d'invertir, novament, si el seu valor absolut és major de π (fig. 4.67).

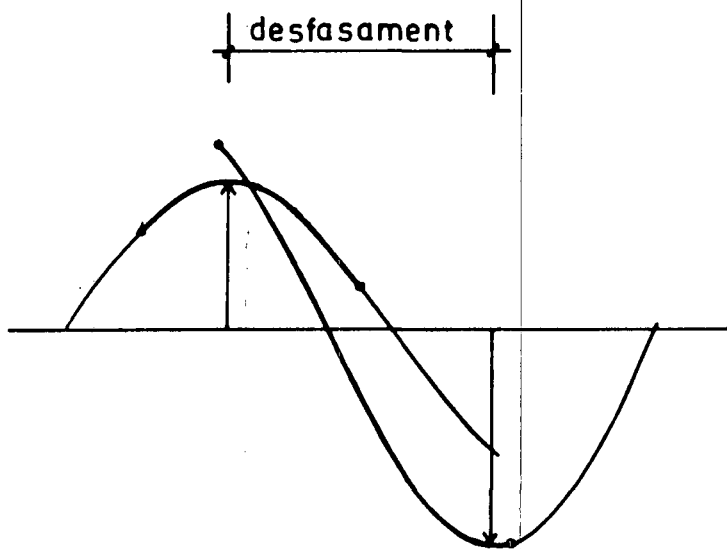


Figura 4.66 En no ésser homòlegs els vèrtexs respectius, caldrà invertir el signe del desfasament.

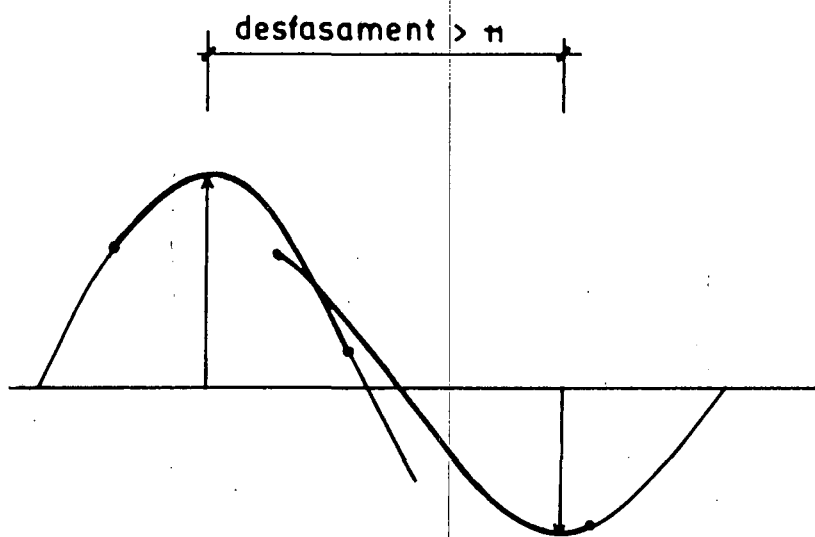


Figura 4.67

Si:

S_c = signe del contorn

S_a = " de l'aresta

A_c, w_c = amplitud i orientació del contorn

A_a, w_a = " " de l'aresta

y_1 = ordenada del punt d'intersecció aparent

d = desfasament

S_d = signe del desfasament

Podem fer:

$$d = w_a - w_c$$

i:

$$S_d = \text{SGN}(d) * \text{SGN}(A_a) * \text{SGN}(A_c) * \text{SGN}(\pi - |d|)$$

i, per tant:

$$\text{increment} = \text{SGN}(y_1) * S_d * S_a * S_c$$

expressió que dóna el valor de l'increment del grau d'invisibilitat d'una aresta no coplanària amb l'eix, quan la seva projecció intercepta la d'un contorn, amb, també, transformada sinusoidal.

Ordenació dels punts de canvi.

Un cop calculat l'increment per a cada un dels punts de canvi de grau d'invisibilitat, aquests han d'ésser ordenats segons el sentit de l'aresta, per tal de poder-ne anar avaluant el grau de forma incremental, a partir del vèrtex inicial, d'invisibilitat coneguda.

Si l'aresta és coplanària amb l'eix, els punts s'ordenaran comparant-ne les ordenades, mentre que, si no ho és, s'en compararan les orientacions.

En aquest segon cas, però, cal preveure la possibilitat que l'aresta travessi la generatriu $\pm\pi$, ja que, quan això passa, les orientacions d'una successió de punts, ordenats sobre l'aresta, no són correlatives, presentant una discontinuïtat en el punt d'orientació $\pm\pi$.

En aquests casos, ordenarem separatament els punts d'orientació positiva i els d'orientació negativa. Si l'aresta té signe negatiu, l'orientació anirà de més a menys, començant pels punts d'orientació negativa; mentre que, si l'aresta té signe positiu, s'operarà justament de forma inversa.

Arxivat dels segments.

Després de l'ordenació, cada segment d'aresta amb grau d'invisibilitat nul serà incorporat a la perspectiva i arxivat, per tal de permetre'n la reproducció, reducció, ampliació, etc..

A l'arxiu de la perspectiva, cada segment quedarà representat per 4 dades geomètriques i un codi.

Si el segment és rectilini, les dades geomètriques representaran les respectives coordenades gràfiques dels seus extrems, i el codi valdrà 0, indicant que es tracta d'un segment rectilini.

Si el segment pertany a una sinusoide, les tres primeres dades geomètriques es referiran a les orientacions dels dos extrems i de l'aresta, respectivament, mentre que la quarta farà referència a l'amplitud de la sinusoide. Quant al codi, valdrà 1 o -1, segons sigui el signe de l'aresta.

Quan un segment travessi la generatriu π , se subdividirà en dos: Un anirà des del vèrtex d'orientació positiva fins a $+\pi$, i l'altre des del d'orientació negativa fins a $-\pi$ si l'angle cilíndric de projecció (δ) és de 360° . Si no, se subdividirà també en dos segments, que aniran fins a $\delta/2$ i $-\delta/2$, respectivament.

Dibuix de segments sinusoidals

Com és sabut, mitjançant un "plotter" només poden traçar-se, de forma contínua, línies rectes. La resta de línies, circumferència inclosa, han de traçar-se com a poligonals. Per bé que aquestes poligonals poden ser tan "fines" que els seus vèrtexs resultin visualment imperceptibles.

Per al dibuix de les sinusoides, cal doncs, escollir un angle d'increment entre l'orientació d'un punt de la corba i la del següent. En el Sistema s'ha adoptat $\pi/45$, però podria variar-se segons la grandària del dibuix o segons la resolució del dispositiu de sortida.

Per al traçat, disposem de la següent informació:

w_i = orientació de l'extrem inicial del segment

w_f = " " " final del segment

w_0 = " del vèrtex de la sinusoide

A = amplitud de la sinusoide

S_a = signe de l'aresta

δ = increment angular prefixat

r = radi del cilindre de pantalla

El nombre de porcions enteres, en què subdividirem el segment a dibuixar, vindrà donat per la part entera de:

$$nd = \frac{w_i - w_f}{\delta}$$

Calculem ara els angles relatius (orientacions respecte del vèrtex de la sinusoide) del extrems del segment.

$$\begin{aligned} wr_i &= w_i - w_0 \\ wr_f &= w_f - w_0 \end{aligned}$$

El primer costat de la poligonal començarà en el punt de coordenades gràfiques:

$$\begin{aligned} x_1 &= w_i * r \\ y_1 &= A * \cos wr_i \end{aligned}$$

A partir d'aquest punt, incrementant, podem anar dibuixant la resta de la poligonal.

Per a una major precisió, incrementarem sempre sobre el vèrtex inicial, evitant així l'acumulació d'errors numèrics. D'aquesta manera, la divisió enèsima de la poligonal tindrà per coordenades gràfiques:

$$\begin{aligned} x_n &= (w_i + wi_n) * r \\ y_n &= A * \cos (wr_i + wi_n) \end{aligned}$$

essent: $wi_n = S_a * \delta * n$

L'últim costat de la poligonal unirà el vèrtex nd-èsim (últim punt de la divisió) amb l'extrem final del segment, les coordenades gràfiques del qual seran:

$$\begin{aligned} x_f &= w_f * r \\ y_f &= A * \cos wr_f \end{aligned}$$

Escapçat bidimensional.

Com es recordarà, en el procés de "clipping-3D", no foren escapçades les arestes que, bo i travessant el con de camp visual, tenien els seus vèrtexs exteriors a ell. Aquest escapçat caldrà realitzar-lo ara per evitar que siguin representades parts de l'escena situades fora del camp visual.

Ja en el procés d'arxivat, s'eliminaran aquells segments amb ordenada superior a la màxima, en valor absolut. En el moment de dibuixar la sinusoida corresponent a un segment admès, pot passar, però, que arribem a una divisió amb ordenada superior al límit. En aquest cas, el costat corresponent de la poligonal serà escapçat i no es reprendrà el traçat fins arribar a una divisió amb ordenada inferior al màxim, en valor absolut, escapçant, prèviament, el costat corresponent.