

**ESCUELA TECNICA SUPERIOR DE INGENIEROS DE  
CAMINOS, CANALES Y PUERTOS**

**METODOLOGIA PARA LA  
CARACTERIZACION DE LIGANTES  
ASFALTICOS MEDIANTE EL EMPLEO  
DEL ENSAYO CANTABRO**

Autor: Jorge-Rodrigo Miro Recasens  
Director: Felix Edmundo Perez Jimenez

Barcelona, marzo de 1994

## Capítulo 4

# ENSAYO CANTABRO DE PERDIDA POR DESGASTE

### 1. ANTECEDENTES

En el año 1979 se iniciaron en el Laboratorio de Caminos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de la Universidad de Santander, los estudios encaminados a la caracterización de las mezclas bituminosas de granulometría abierta para su empleo en capas de rodadura [101].

La caracterización de estas mezclas en laboratorio presentó problemas importantes, siendo el principal de ellos la falta de procedimientos y métodos de ensayo que permitiesen estudiar su comportamiento mecánico. Esta falta de ensayos se debía a la diferencia de propiedades que presentan estas mezclas respecto a los materiales convencionales empleados en la construcción de carreteras. Normalmente, la propiedad más perseguida en estos materiales es su estabilidad y los ensayos han sido desarrollados para evaluar esta propiedad. Igual ocurre con la mayoría de los métodos de dosificación y proyecto de mezclas, basados en la obtención de la estabilidad máxima.

Sin embargo, en el caso de las mezclas porosas las propiedades buscadas nada tienen que ver con su estabilidad, sino que nos interesan otras propiedades y características más acordes con los fines buscados y las solicitudes a que van a estar sometidas.

## 2. FUNDAMENTO Y DESARROLLO DEL ENSAYO CANTABRO DE PERDIDA POR DESGASTE PARA CARACTERIZACION DE MEZCLAS POROSAS

Fué precisamente la escasa idoneidad que ofrecen los ensayos mecánicos tradicionales para evaluar la cohesión y resistencia a la disgregación de las mezclas porosas lo que motivó el desarrollo del ensayo cántabro de pérdida por desgaste.

El proyecto de estas mezclas se plantea como un compromiso claro entre su permeabilidad y su resistencia a la disgregación. Una disminución de los finos y del porcentaje de ligante lleva consigo un aumento de la permeabilidad, pero también una disminución de su cohesión y resistencia a la disgregación.

El efecto que la variación del porcentaje de finos y de ligante tiene sobre la permeabilidad de la mezcla es fácil de evaluar empleando un permeámetro de carga variable, que permite estimar el coeficiente de permeabilidad de la mezcla después de que ésta haya sido saturada en vacío. Pérez Jiménez [101, 102] ensayó 54 tipos de mezclas, que se diferenciaban en el tamaño del árido empleado: 10, 12 y 20 mm, el porcentaje de árido fino: 10 y 15%, el porcentaje de filler: 2, 4 y 6%, y el porcentaje de ligante: 2,5; 4,5 y 5,5% de betún de penetración B-60/70, obteniendo una relación entre porosidad y permeabilidad de la mezcla, dada por la siguiente expresión:

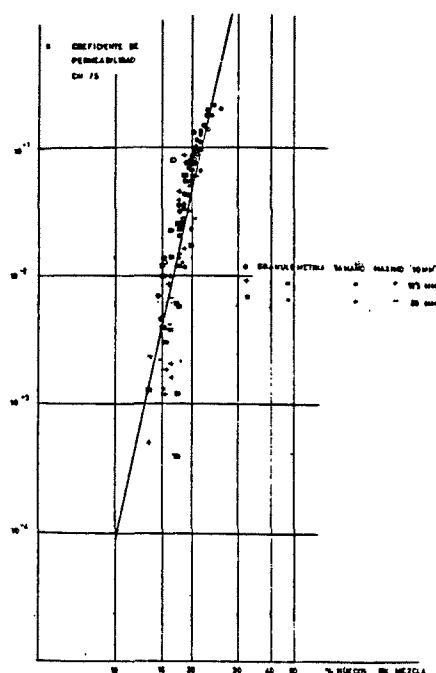
$$\log K = 9,296 \log H - 13,373$$

donde

K = Coeficiente de permeabilidad de la mezcla (cm/s)

H = Porcentaje de huecos en mezcla

En la figura 4.1 se representa gráficamente esta relación, así como los valores medios para cada una de las mezclas ensayadas.



**Figura 4.1.** Relación entre huecos en mezcla y coeficiente de permeabilidad (Pérez Jiménez, 1980)

Mayor problema tenía el detectar la influencia de estas dos variables -porcentaje de finos y de ligante- sobre la resistencia a la disgregación de la mezcla. Para ello, Pérez Jiménez [101] procedió a estudiar la posibilidad que ofrecían los ensayos existentes para valorar esta última propiedad de la mezcla.

En primer lugar, se pensó en aquellos ensayos empleados para valorar la cohesión de mezclas densas y semidensas: cohesiómetro Hveem y ensayo de tracción indirecta, sin descartar la aplicación del ensayo Marshall, por su sencillez y amplia difusión. Se desechó en principio el ensayo triaxial por el laborioso y complicado proceso de fabricación de las probetas de ensayo.

La cohesión es un factor de gran interés en el estudio de las mezclas porosas, ya que de ella va a depender en gran medida su resistencia a los esfuerzos de abrasión y succión del tráfico. Normalmente, el fallo que presentan estas mezclas es por disgregación, no teniendo especial importancia otros fallos de la capa de rodadura, como roderas o fisuración por fatiga.

## 2.1 COHESIOMETRO HVEEM

En el estudio de la aplicación del ensayo Hveem a la valoración de la cohesión de las mezclas porosas, Pérez Jiménez [101] modificó la temperatura de ensayo, respecto al procedimiento empleado con las mezclas densas. Este se realizó a 25 °C en vez de 60 °C, dada la mayor flexibilidad de las mezclas ensayadas.

A pesar de esta modificación los resultados obtenidos no fueron satisfactorios. Estos resultados mostraron en primer lugar, figura 4.2, una gran dispersión, que unido a la poca sensibilidad del ensayo al contenido de ligante, hacía que en muchos casos se obtuvieran los mismos valores con probetas fabricadas con un 3,5% de ligante y otras fabricadas con el 4,5%. Lo mismo ocurría en el caso de emplear porcentajes de ligante de 4,5 y 5,5%. Esto exigiría emplear un gran número de probetas, si deseásemos utilizar este ensayo en control de calidad.

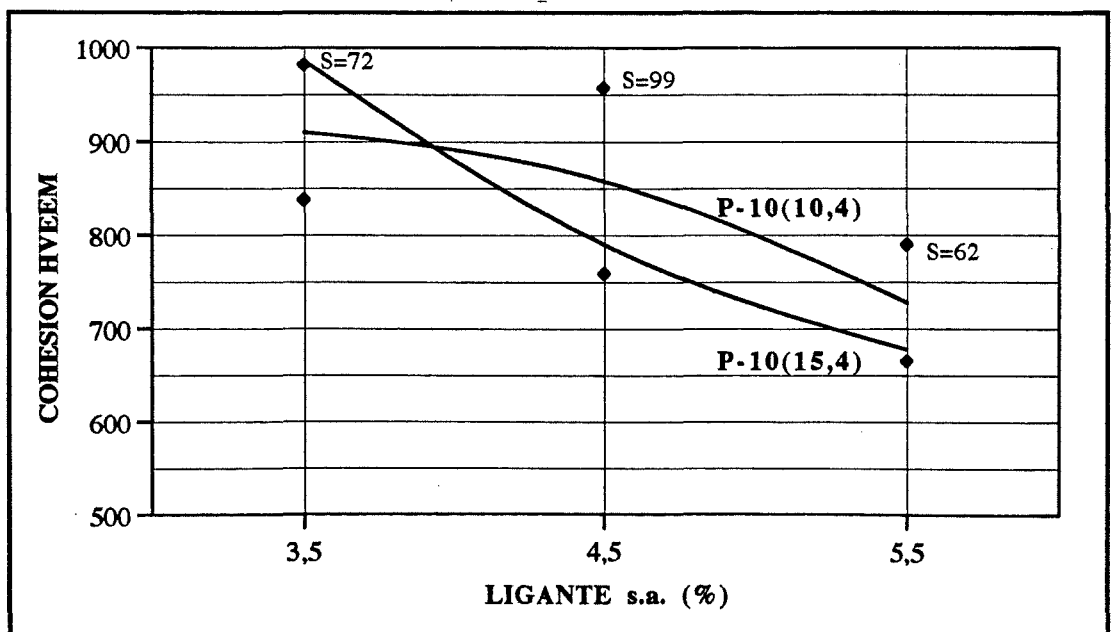


Figura 4.2. Variación de la cohesión Hveem en función del porcentaje de ligante. 25°C (Pérez Jiménez, 1980)

En segundo lugar, los resultados mostraron una pérdida de la cohesión Hveem al aumentar el porcentaje de ligante. Parecía como si el ligante actuase de lubricante y fuese más fácil separar los áridos que habían quedado encajados y trabados en la compactación de la mezcla.

Por otra parte, se obtenía menor cohesión Hveem con mezclas fabricadas con mayor porcentaje de finos, resultados que están totalmente en desacuerdo con la experiencia existente sobre el comportamiento de estas mezclas. Su cohesión y resistencia a la disgregación aumentan con el contenido de ligante y de árido fino.

Este contrasentido es debido a la falta de idoneidad de este ensayo cuando se usa en la caracterización de este tipo de mezcla. Es un ensayo pensado para mezclas más frágiles, que resulta inadecuado cuando se emplea con mezclas deformables que no llegan a romperse ni a fisurarse durante el ensayo. En el ensayo, cuando se aplica a mezclas porosas, se determina el trabajo realizado hasta conseguir una determinada deformación de la probeta, pero no el necesario para producir su rotura.

## **2.2. ENSAYO DE TRACCION INDIRECTA**

Para comprobar la validez de este ensayo en la caracterización del comportamiento mecánico de las mezclas bituminosas porosas, Pérez Jiménez [101] empleó una granulometría tipo, P-10 (15,4) -tamaño máximo del árido: 10 mm, 15% de árido fino y 4% de filler-, considerando distintas temperaturas: 15 y 30 °C, y distintas velocidades en la realización del ensayo: 0,4; 4 y 40 mm/min.

Para esta granulometría y para cada una de las temperaturas y velocidades señaladas se estudió en el laboratorio la influencia del porcentaje de ligante sobre la resistencia y deformación de rotura de la mezcla ensayada. El ligante empleado fué un betún de penetración B-60/70 con los siguientes porcentajes: 3,5; 4,5 y 5,5% sobre árido.

Los resultados de estos ensayos mostraron como la resistencia de rotura a tracción permanece practicamente constante e insensible a la variación del contenido de ligante, figura 4.3. Esto, junto con las fuertes dispersiones obtenidas en la medida de la deformación transversal, que aumentan con la velocidad y el porcentaje de ligante, aconsejó desestimar este ensayo en la caracterización de las mezclas porosas.

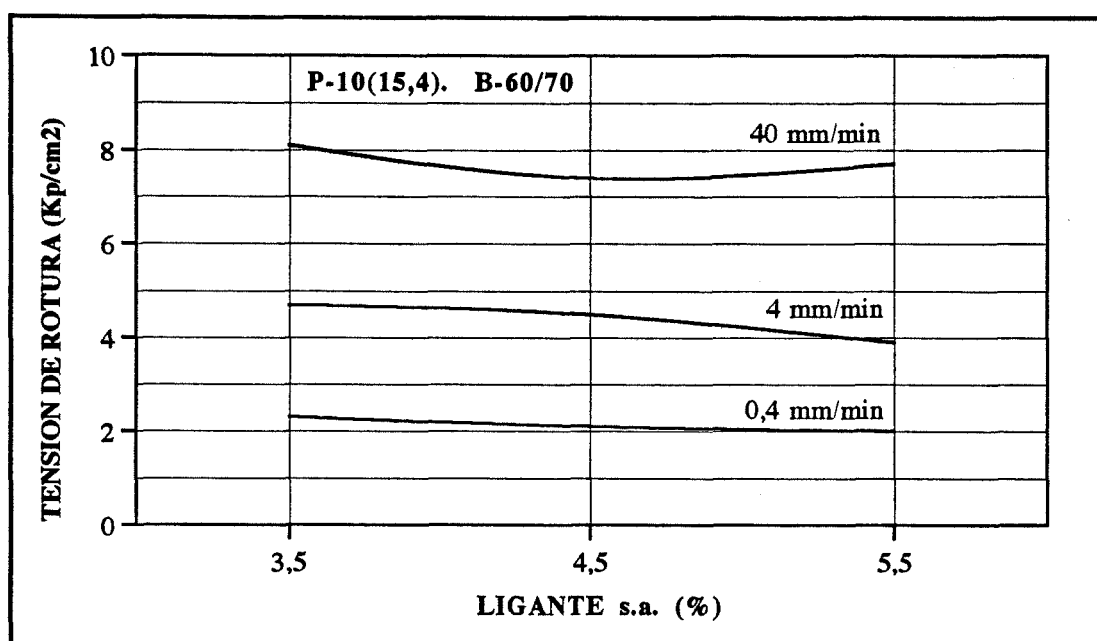


Figura 4.3. Ensayo de tracción indirecta. Variación de la tensión de rotura con la velocidad del ensayo y el porcentaje de ligante. 15 °C (Pérez Jiménez, 1980)

### 2.3 ENSAYO MARSHALL

Para analizar la validez de aplicación del ensayo Marshall, Pérez Jiménez [101] estudió, con la granulometría tipo P-10 (15,4), la susceptibilidad que presentaba el ensayo a las variaciones de ligante en la determinación de la estabilidad y deformación Marshall.

La temperatura de ensayo fue de 45 °C, ya que en algunos casos -mezclas con pocos finos-, se producía el desmoronamiento de las probetas cuando se ensayaban a la temperatura establecida en la norma NLT-159/86, de 60 °C.

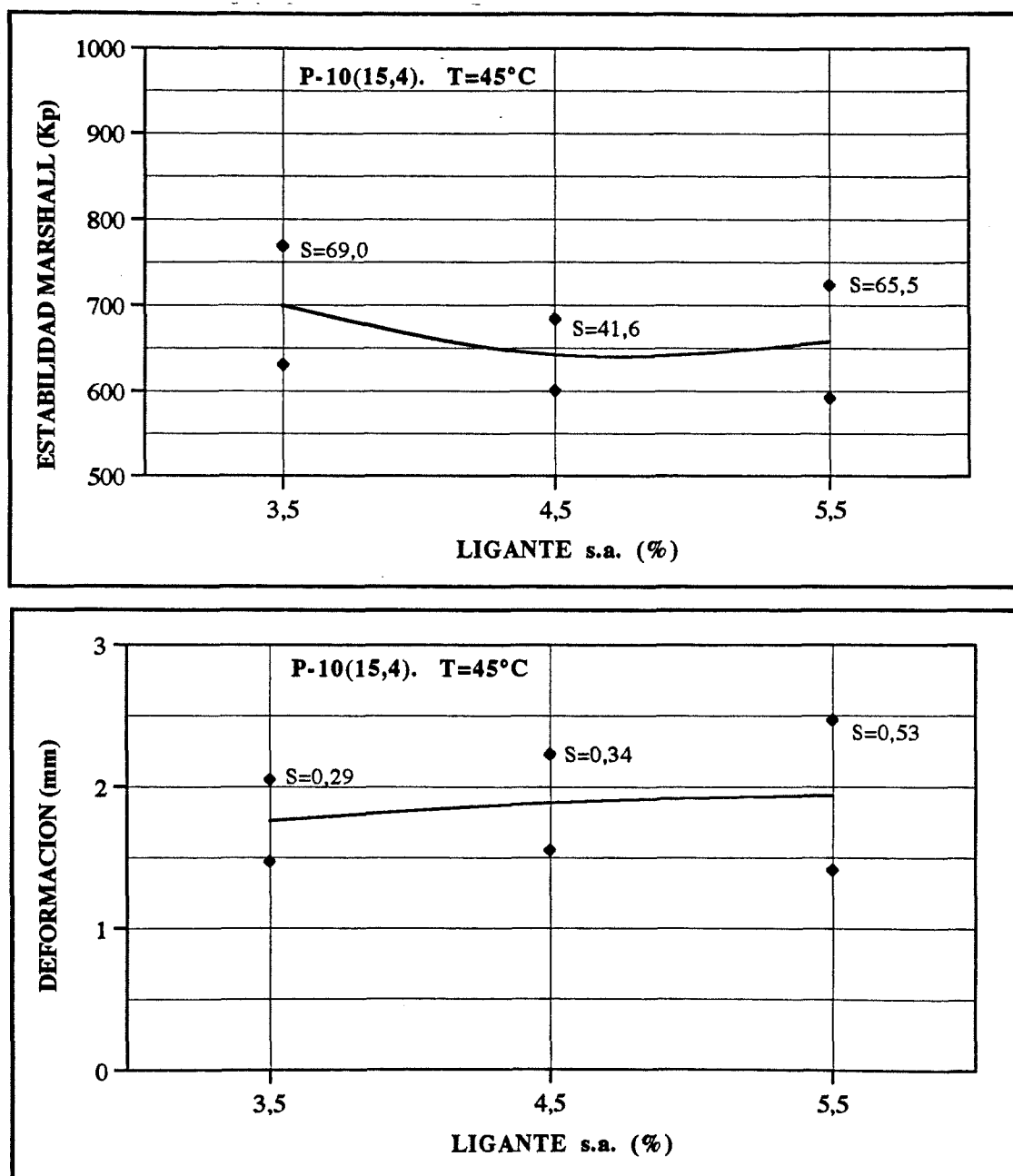


Figura 4.4. Valores medios y desviación típica obtenidos en el ensayo Marshall (Pérez Jiménez, 1980)



Los resultados de estos ensayos, figura 4.4, ponen de manifiesto la poca susceptibilidad de este ensayo al porcentaje de betún, así como la notable dispersión de los resultados. Los coeficientes de variación para la estabilidad y deformación Marshall oscilan de 0,07 a 0,1 para la primera, y de 0,15 a 0,27 para la segunda. De acuerdo con estos resultados, no se puede establecer diferencias significativas entre los valores obtenidos para la estabilidad Marshall para los distintos porcentajes de ligante. Lo mismo ocurre cuando se comparan los valores obtenidos para la deformación Marshall.

Otros ensayos Marshall realizados por el laboratorio de Caminos y Aeropuertos de la Escuela Técnica Superior de Ingenieros de Caminos, Canales y Puertos de Madrid, sobre mezclas tipo A-12 del PG-3/75, pusieron de manifiesto que si se emplea el ensayo Marshall para determinar los porcentajes de ligante en los que se obtiene la máxima estabilidad, los valores obtenidos (2,5 - 3,5%), están muy lejos de los empleados habitualmente en estas mezclas (4 - 5%).

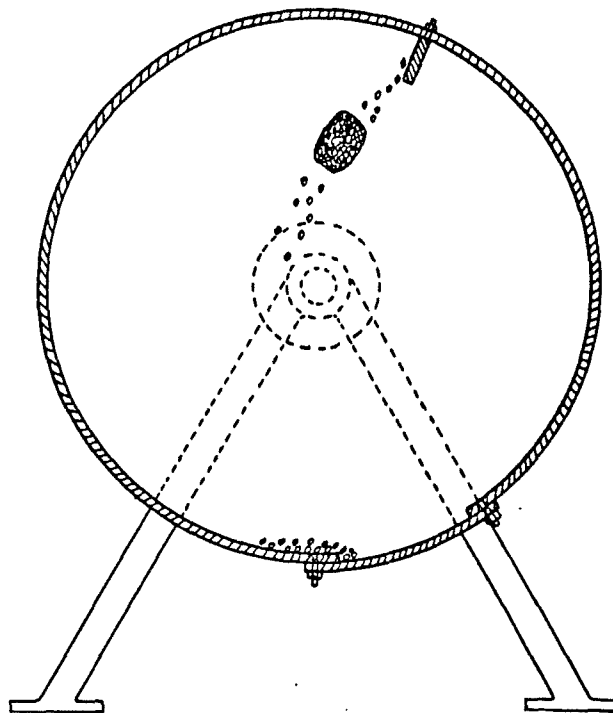
### **3. ENSAYO CANTABRO DE PERDIDA POR DESGASTE**

La experiencia existente sobre el comportamiento de estas mezclas indica, como ya se ha señalado anteriormente, que sus fallos más frecuentes son las peladuras y pérdidas de áridos, debidos normalmente a una falta de cohesión. La estabilidad de la mezcla suele ser suficiente para soportar sin deformarse las cargas verticales del tráfico, al menos con los espesores de capa utilizados (2 - 4 cm). Pero en puntos donde por defectos de dosificación o ejecución la mezcla no tiene una cohesión suficiente, o no existe una trabazón adecuada del árido grueso, se produce la pérdida de éste por la acción de los esfuerzos tangenciales y de succión del tráfico.

Esto hizo pensar que la falta de cohesión podía ponerse de manifiesto mediante algún ensayo que sometiera a la probeta a un mecanismo de abrasión que produjera la pérdida progresiva de los áridos mal adheridos. Por ello, se consideró la posibilidad de someter a probetas fabricadas en el compactador Marshall a un ensayo similar al utilizado con los áridos para determinar su pérdida por desgaste, ensayo Los Angeles.

Partiendo del ensayo de desgaste de Los Angeles y del cilindro giratorio utilizado en este ensayo, se desarrolló un nuevo procedimiento para determinar la pérdida por desgaste de las mezclas bituminosas porosas.

El ensayo consiste en fabricar con la mezcla que se quiere estudiar una probeta tipo Marshall e introducirla en la máquina de ensayo de Los Angeles (sin bolas) a una temperatura dada, figura 4.5. Después de un número determinado de vueltas se saca la probeta, que durante el ensayo ha ido perdiendo por desgaste parte de los áridos situados en la superficie, y se pesa. Como resultado del ensayo se obtiene el valor de la pérdida por desgaste expresada en tanto por ciento del peso inicial.



**Figura 4.5.** Determinación de la pérdida por desgaste: ensayo cántabro

La máquina empleada en el ensayo de desgaste cántabro es la misma que se utiliza en el ensayo de desgaste de los áridos por medio de la máquina de Los Angeles (NLT-149/72), pero sin carga abrasiva. Las características de la máquina están definidas en el apartado 2.1 de la Norma NLT-149/72.

Para mantener constante la temperatura durante el ensayo, se deberá disponer de una cámara o recinto capaz de alojar la máquina de Los Angeles, y en la que la temperatura de ensayo pueda regularse con un error máximo de  $\pm 1$  °C.

La muestra ensayada consiste en una probeta cilíndrica ( $\phi = 101,6$  mm) con un peso de 1000 g de árido, más el peso de ligante, compactada mecánicamente en la compactadora Marshall. El procedimiento seguido para la preparación de la probeta es el señalado en la Norma dada por el Centro de Estudios de Carreteras para determinar la "Resistencia a la deformación plástica de mezclas bituminosas empleando el aparato Marshall" NLT-159/86, empleando una energía de compactación de 50 golpes por cara y una temperatura que corresponde a una viscosidad del ligante comprendida entre 700 y 900 centistokes.

Para determinar la pérdida de desgaste de cada una de las probetas ensayadas se sigue el siguiente procedimiento:

1. Se pesa en seco la probeta, con una aproximación de 0,1 gramos ( $P_1$ ). Antes de ensayarla, la probeta se mantiene a la temperatura de ensayo un mínimo de 6 horas.
2. Se introduce la probeta en la máquina de Los Angeles sin ninguna clase de carga abrasiva, y se la somete a 300 revoluciones.
3. Se saca la probeta, que se habrá ido reduciendo por el desgaste, y se pesa con una aproximación de 0,1 gramos ( $P_2$ ).

La pérdida de desgaste se expresa en tanto por ciento referido al peso inicial de la probeta:

$$P = (P_1 - P_2) / P_1 \times 100$$

donde

P = Pérdida por desgaste, en %.

P<sub>1</sub> = Peso inicial probeta, en g.

P<sub>2</sub> = Peso final probeta, en g.

En el resultado se incluirá el valor medio de las pérdidas de todas las probetas ensayadas y la temperatura de ensayo.

### 3.1 SENSIBILIDAD DEL ENSAYO

Los resultados obtenidos al aplicar este método indican que el ensayo es capaz de detectar pequeñas variaciones en la composición de la mezcla, cosa que, por ejemplo, no sucedía con los métodos tradicionales para mezclas cerradas. Esta sensibilidad es especialmente notable a la variación del contenido de ligante de la mezcla.

Para una mezcla dada se observa una disminución de la pérdida por desgaste a medida que aumenta su contenido de betún, pero esta disminución, que es rápida cuando los contenidos de betún son bajos, llega a hacerse moderada cuando el porcentaje de ligante logra dar suficiente trabazón y cohesión a la mezcla. Es decir, se observa un punto anguloso en las curvas que relacionan la pérdida por desgaste con el contenido de betún, que puede corresponder a un contenido de ligante suficiente para evitar la disgregación de la mezcla, figuras 4.6 y 4.7.

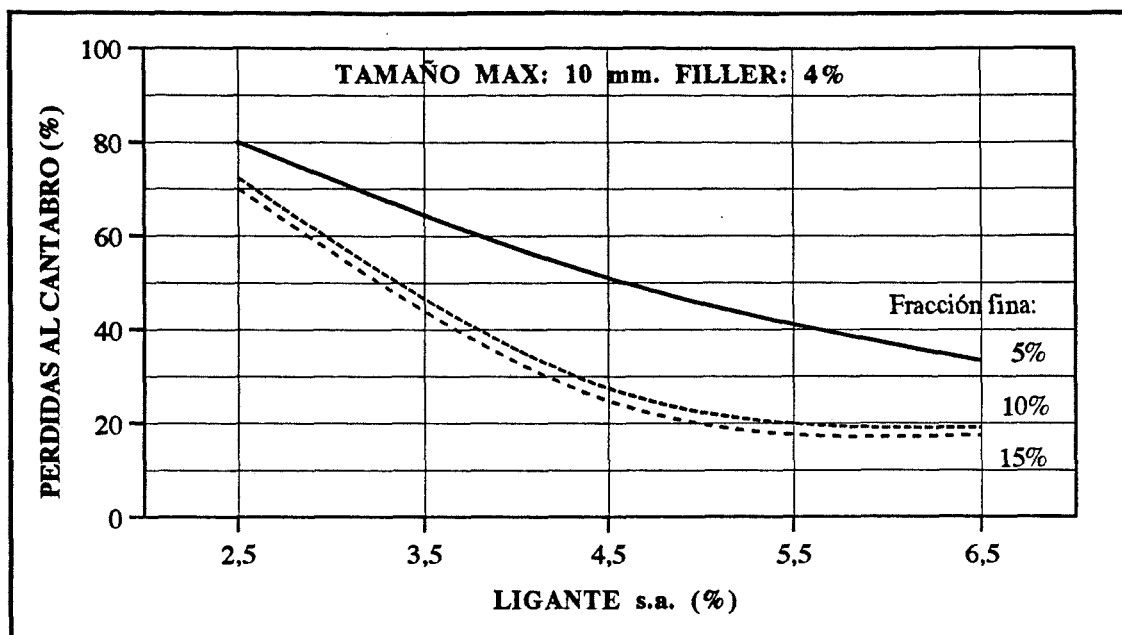


Figura 4.6. Influencia de la fracción fina y del porcentaje de ligante en la pérdida por desgaste (Pérez Jiménez, 1980)

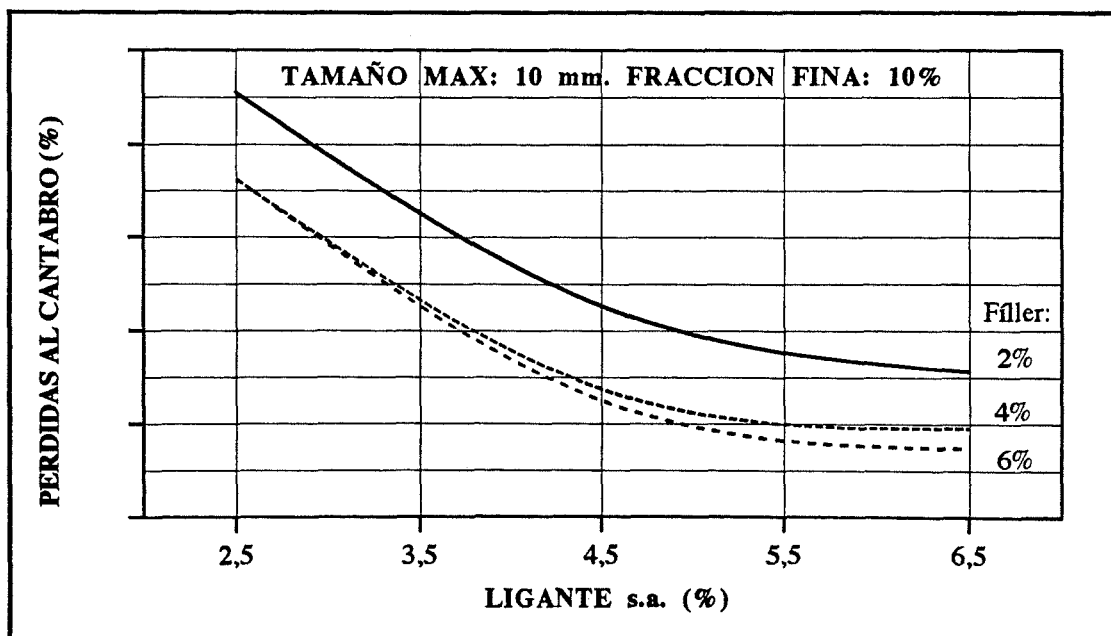


Figura 4.7. Influencia de los porcentajes de filler y de ligante en la pérdida por desgaste (Pérez Jiménez, 1980)

Este ensayo detecta también claramente el efecto que los finos y el fíller tienen sobre la trabazón de la mezcla, ya que en todos los casos se produce una disminución de la pérdida cuando se aumentan los porcentajes de éstos.

Un indicador de la sensibilidad del ensayo a los componentes de la mezcla es el alto coeficiente de correlación ( $r^2=0,935$ ) obtenido por Calzada [17] en el ajuste establecido entre  $\sqrt[3]{(P/100)}$  y las características de la mezcla (contenido de betún, árido fino y fíller):

$$\begin{aligned}\sqrt[3]{(P/100)} = & 1,7208 - 32,4018 b + 281,8661 b^2 - 1,4803 f + 30,6641 f^2 + \\ & + 1,6448 a - 35,2062 a b - 30,174 a f - 0,0206 t + 0,3899 t b\end{aligned}$$

donde

P = porcentaje de pérdida por desgaste, en %.

b = porcentaje de betún sobre áridos, en tanto por uno.

f = porcentaje de fíller, en tanto por uno.

a = porcentaje de árido fino, en tanto por uno.

t = tamaño máximo del árido empleado, expresado en mm.

Esta correlación fue determinada a partir de los resultados obtenidos en el ensayo de 36 formulaciones diferentes, habiéndose variado el tamaño máximo del árido empleado: 10 y 12,5 mm, el porcentaje de árido fino: 10 y 15%, el porcentaje de fíller: 2, 4 y 6%, y el porcentaje de ligante: 3,5; 4,5 y 5,5%.

Se ha empleado como variable dependiente  $\sqrt[3]{(P/100)}$  en vez de P, puesto que con esta transformación se consigue mantener constante la dispersión de los resultados dentro del campo de experimentación. A la variable P le corresponde una mayor dispersión a medida que disminuye la resistencia de la mezcla ensayada.

Los resultados obtenidos ponen de manifiesto que se trata de un método de ensayo, directamente relacionado con los mecanismos de deterioro, capaz de detectar variaciones en el comportamiento de la mezcla cuando se modifican los porcentajes de los materiales que la componen.

Dada la posibilidad del ensayo cántabro en medir una propiedad tan importante del ligante como es la cohesión que éste proporciona a la mezcla, se pensó en utilizar este procedimiento para valorar otras propiedades -susceptibilidad térmica, adhesividad y durabilidad-, pero antes se comprobó experimentalmente la precisión del proceso de medida en términos de repetibilidad y reproducibilidad.

## **4. REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD DEL ENSAYO CANTABRO**

### **4.1 PRECISION DE UN PROCESO DE MEDIDA**

Todo ensayo mecánico en su aplicación al proceso de medida de una propiedad de un material lleva con él asociada una precisión. Al ensayar distintas muestras de un mismo material, manteniendo constantes todas las condiciones de ensayo, lo más probable es que no obtengamos idénticos resultados. Esto es debido a los errores que se cometen en la preparación de probetas y en el proceso de medida.

Por lo tanto, conocer a partir de la aplicación de un número finito de ensayos el verdadero valor que tiene una determinada propiedad de un material resulta prácticamente imposible. Pero podemos determinar a partir de estos resultados un intervalo en el cual tengamos una gran probabilidad de que se encuentre incluido el valor de la propiedad que estamos evaluando. La amplitud de este intervalo es lo que nos determina la precisión del proceso de medida.

Dependiendo de la precisión del proceso de medida oscilará también la mayor o menor proximidad entre las medidas individuales observadas. En este sentido, la norma

ASTM E 177/71 define el término precisión como el grado de mútua concordancia entre medidas individuales.

La precisión de un proceso de medida la podemos establecer mediante un índice ( $\pm a$ ), siendo  $a$  un número positivo. La base más usual para determinar este índice de precisión es la varianza muestral,  $S^2$ , de la distribución estadística de las mediciones realizadas.

Normalmente se toma como índice de precisión el valor  $\pm S$ , esto es, se puede confiar que alrededor del 68% de los casos el valor medido está incluido en el intervalo  $X_0 \pm S$ , siendo  $X_0$  el nivel de referencia aceptado de la propiedad del material, supuesta una distribución normal. Si tomamos como índice de precisión el valor  $\pm 2S$  ó  $\pm 3S$ , se aumenta el nivel de confianza al 95 ó 99% respectivamente.

También el índice de precisión se suele establecer como el intervalo máximo de amplitud entre 2 medidas aisladas. Supuesta la distribución normal, este índice de precisión sería  $\pm 2\sqrt{2}S$ , es decir, alrededor del 95% de las experiencias el valor de la diferencia de dos resultados está incluido en el intervalo:  $-2\sqrt{2}S < X_1 - X_2 < 2\sqrt{2}S$ .

El valor de  $a$ , una vez definido el índice de precisión a utilizar ( $\pm S$ ,  $\pm 2S$ , ...), será tanto más pequeño cuanto más agrupadas estén las mediciones realizadas y, por lo tanto, más preciso sea el ensayo.

No obstante, el índice de precisión variará si se modifica el sistema de causas, es decir, si cambia el operador, el equipo de ensayo, las condiciones ambientales, etc. Por ello, es muy importante definir las condiciones en que se ha determinado la precisión del proceso de medida.

En efecto, cuando las medidas son realizadas por un mismo operador, empleando los mismos aparatos y en las mismas condiciones, la variabilidad es inferior a la que se obtiene cuando las medidas son realizadas por distintos operadores, con distintos aparatos y en diferentes condiciones.



Frecuentemente se usan los términos de repetibilidad y reproducibilidad para describir un sistema de causas sobre el que se basa un índice de precisión.

La repetibilidad está relacionada con procesos de medida realizados en cortos intervalos de tiempo, en un laboratorio, por un mismo operador y con un mismo equipo.

La reproducibilidad hace referencia a los procesos de medida realizados en diferentes laboratorios, por diferentes operadores, con diferentes aparatos y diferentes épocas.

Cuanto mayor es la precisión de un ensayo, más pequeños son los valores de repetibilidad y reproducibilidad.

#### **4.2 DETERMINACION DE LA REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD DE UN PROCESO DE MEDIDA**

La precisión de un proceso de medida se determina experimentalmente aplicando, a los valores obtenidos en los ensayos, un análisis estadístico.

El análisis estadístico se realiza de acuerdo con la Norma Internacional ISO 5725 (1986) [91], atendiendo a las definiciones cuantitativas dadas por la Norma Internacional ISO 3534 (1977) [90].

En la aplicación de la Norma ISO 5725 se distinguen dos partes. Por una parte se trata de analizar los resultados obtenidos y rechazar los valores aberrantes, valores que según el estadístico empleado son casos raros, excepcionales, que tienen una probabilidad muy baja, menor del 1%, de que ocurran. Esto se hace tanto para las dispersiones que se obtienen en cada laboratorio en la rotura de una serie de probetas de un mismo material, **test de Cochran**, como para los valores medios de los diferentes laboratorios correspondientes a un mismo material, **test de Dixon**.

Una vez homogeneizados los resultados, se procede a calcular la repetibilidad y reproducibilidad del ensayo a partir de los resultados retenidos como correctos.

### Aplicación del test de Cochran y de Dixon

Para cada material particular, **nivel de ensayo**, cada laboratorio obtiene  $n$  resultados de ensayo correspondientes a cada una de las  $n$  probetas ensayadas.

Cada uno de los valores individuales determinado por la aplicación del método de ensayo constituye un **resultado de ensayo** ( $y_{ijk}$ ), siendo cada subíndice el número de laboratorio, nivel y repetición correspondiente.

A partir de estos resultados, se determina, para cada nivel, la **desviación** ( $s_{ij}$ ) y la **media** ( $m_{ij}$ ) de los resultados obtenidos por cada laboratorio, indicándose también el número de probetas ensayadas ( $n_{ij}$ ).

#### Test de Cochran:

Para cada nivel, sobre las desviaciones obtenidas por cada laboratorio, se aplica el **test de la varianza maximal de Cochran**. El estadístico del test de Cochran,  $C$ , viene dado por:

$$C = \frac{S_{\max}^2}{\sum_{i=1}^p S_i^2}$$

siendo:

$p$  = número de laboratorios que proporcionan al menos un resultado

$S_i^2$  = varianza del laboratorio  $i$

$S_{\max}^2$  = máxima varianza registrada.

El valor obtenido del estadístico  $C$  se compara con los valores críticos del test de Cochran a los niveles de probabilidad del 5% y 1%,  $C_5$  y  $C_1$ , respectivamente:

Si  $C < C_5$  todas las desviaciones son aceptadas como correctas o posibles.

Si  $C_5 < C < C_1$ , el valor máximo obtenido para la desviación ( $S_{\max}$ ) se considera sospechoso.

Por último, si  $C_1 < C$  el valor registrado ( $S_{\max}$ ) se considera estadísticamente aberrante.

Si la desviación es demasiado elevada y es clasificada como valor aberrante, los datos referentes a ese laboratorio deberán ser omitidos y se repetirá el test de Cochran sobre los valores restantes.

El proceso puede repetirse varias veces, pero puede llegarse a rechazos excesivos si por ejemplo la hipótesis de normalidad de la distribución de las desviaciones no está suficientemente bien evaluada.

#### Test de Dixon:

A continuación, sobre las medias obtenidas por cada laboratorio para cada nivel, se aplica el **test de Dixon**. En función del número de valores,  $H$ , el test de Dixon utiliza el estadístico siguiente:

Si  $3 < H < 7$  :

$$Q = \text{el más grande de los valores } \left\langle \begin{array}{l} [z(2) - z(1)] / [z(H) - z(1)] \\ [z(H) - z(H-1)] / [z(H) - z(1)] \end{array} \right.$$

Si  $8 < H < 12$  :

$$Q = \text{el más grande de los valores } \left\langle \begin{array}{l} [z(2) - z(1)] / [z(H-1) - z(1)] \\ [z(H) - z(H-1)] / [z(H) - z(2)] \end{array} \right.$$

Si  $13 < H$  :

$$Q = \text{el más grande de los valores } \left\langle \begin{array}{l} [z(3) - z(1)] / [z(H-2) - z(1)] \\ [z(H) - z(H-2)] / [z(H) - z(3)] \end{array} \right.$$

siendo

$z(i)$ : el valor que ocupa el orden  $i$ , habiendo sido ordenados previamente los valores en orden creciente.

El valor obtenido del estadístico  $Q$  se compara con los valores críticos del test de Dixon a los niveles de probabilidad del 5% y 1%, determinando si uno de los valores extremos (el más grande o el más pequeño) es estadísticamente correcto, sospechoso o aberrante de forma análoga al procedimiento descrito para el test de Cochran.

Omitido el valor considerado estadísticamente aberrante, el test puede ser aplicado de nuevo sobre los  $H-1$  valores restantes, y de nuevo, si uno de los valores extremos aparece como sospechoso, el test puede ser aún aplicado a los  $H-2$  valores restantes, tomando precauciones en las conclusiones extraídas de la aplicación repetida del test de Dixon, tal y como se ha explicado para el test de Cochran.

### **Determinación de la repetibilidad y reproducibilidad del ensayo**

A partir de los resultados retenidos como correctos para cada nivel, se calculará el nivel medio ( $m$ ), la desviación de la repetibilidad ( $S_r$ ), la repetibilidad ( $r$ ), la desviación de la reproducibilidad ( $S_R$ ) y la reproducibilidad ( $R$ ), definiéndose como:

**Nivel medio,  $m$**  : Media general obtenida a partir los resultados de todos los laboratorios.

**Desviación de la repetibilidad,  $S_r$**  : Desviación de los resultados de ensayo obtenidos en condiciones de repetibilidad. Es un parámetro de la dispersión de la distribución de los resultados del ensayo en cada laboratorio.

**Valor de repetibilidad,  $r$**  : Valor por debajo del cual se puede estimar que la diferencia absoluta entre dos resultados de ensayo, obtenidos en condiciones de repetibilidad, se sitúa con una probabilidad del 95%.

**Desviación de la reproducibilidad,  $S_R$**  : Desviación de los resultados de ensayo obtenidos en condiciones de reproducibilidad. Es un parámetro de la dispersión de la distribución de los resultados del ensayo entre laboratorios.

**Valor de reproducibilidad,  $R$**  : Valor por debajo del cual se puede estimar que la diferencia absoluta entre dos resultados de ensayo, obtenidos en condiciones de reproducibilidad, se sitúa con una probabilidad del 95%.

Estos parámetros son calculados a partir de las expresiones que aparecen en la tabla 4.1.

Una vez calculados los valores separados de repetibilidad,  $r$ , y de reproducibilidad,  $R$ , para cada tipo de mezcla, se buscará si  $r$  y/o  $R$  dependen de  $m$  y, en caso afirmativo, se determinará una relación funcional, lineal o logarítmica, siendo a partir de esta relación de donde se determinan los valores de repetibilidad  $r$  y reproducibilidad  $R$  que caracterizan el ensayo.

**Tabla 4.1.** Determinación de la repetibilidad y reproducibilidad de un ensayo

Desviación	$s_{ij} = \sqrt{\frac{1}{n_{ij} - 1} \left[ \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}^2 - \frac{1}{n_{ij}} \left[ \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk} \right]^2 \right]}$
Media	$m_{ij} = \frac{1}{n_{ij}} \sum_{k=1}^{n_{ij}} y_{ijk}$
Varianza de repetibilidad	$S_r^2 = \frac{\sum_i (n_i - 1) s_i^2}{\left[ \sum_i n_i \right] - p}$
Varianza interlaboratorio	$S_L^2 = \left[ \frac{\sum_i n_i m_i^2 \cdot \sum_i n_i - \left[ \sum_i n_i m_i \right]^2}{(p - 1) \cdot \sum_i n_i} - S_r^2 \right] \left[ \frac{(p - 1) \cdot \sum_i n_i}{\left[ \sum_i n_i \right]^2 - \sum_i n_i^2} \right]$
Varianza de reproducibilidad	$S_R^2 = S_L^2 + S_r^2$
Nivel medio	$m = \frac{\sum_i n_i m_i}{\sum_i n_i}$
Valor de repetibilidad	$r = 2,8 \sqrt{S_r^2}$
Valor de reproducibilidad	$R = 2,8 \sqrt{S_R^2}$

Si por el contrario  $r$  y/o  $R$  se considera independiente de  $m$ , el valor final de  $r$  (o de  $R$ ) vendrá dado por la media de todos los niveles:

$$r = \frac{1}{q} \sum_i r_i$$

siendo  $q$  el número de niveles.

#### 4.3 APLICACION AL ESTUDIO DE LA REPETIBILIDAD Y REPRODUCIBILIDAD DEL ENSAYO CANTABRO. ANALISIS DE RESULTADOS

La repetibilidad y reproducibilidad del ensayo Cántabro de pérdida por desgaste, se ha determinado a partir de los resultados obtenidos por 16 laboratorios. Cada laboratorio ha ensayado 5 mezclas diferentes (niveles), tabla 4.2, bajo condiciones de repetibilidad y reproducibilidad.

**Tabla 4.2.** Mezclas ensayadas por cada uno de los laboratorios

MEZCLA	GRANULOMETRIA	LIGANTE (%)
M-1	PA-10 (15,4)	3,0
M-2	PA-10 (15,4)	4,5
M-3	PA-10 (15,4)	6,0
M-4	PA-10 (10,4)	4,5
M-5	PA-10 (20,4)	4,5

Todas las mezclas han sido fabricadas con el mismo tipo de árido, filler y ligante, de la misma procedencia, suministrados directamente a los laboratorios participantes en el estudio.

Se ha utilizado árido silíceo para los tamaños comprendidos entre 5 y 12,5 mm y calizo para los menores de 5 mm, separados ambos en fracciones que se mezclarán, de acuerdo con cada tipo de mezcla, en las siguientes proporciones:

Tamiz UNE	% Pasa		
	PA-10 (15,4)	PA-10 (10,4)	PA-10 (20,4)
12,5	100	100	100
10	80	80	80
5	22	22	22
2,5	15	10	20
0,63	9	7	11
0,080	4	4	4

El ligante utilizado, B-60/70, presenta una penetración de 67 décimas de milímetro (a 25 °C) y un punto de reblandecimiento de 48,5 °C.

Se han fabricado 3 probetas para cada tipo de mezcla, sin repetir ninguna de ellas por aberrante que parezca el resultado de su ensayo. En todos los casos, las mezclas se ensayarán a 25 °C, habiendo mantenido previamente las probetas a la temperatura de ensayo un mínimo de 12 horas.

Para cada mezcla se recogen a continuación los resultados de ensayo,  $y_{ijk}$ , desviaciones,  $s_{ij}$ , medias,  $m_{ij}$ , y número de probetas ensayadas,  $n_{ij}$ , así como los estadísticos del test de Cochran, C, y del test de Dixon, Q, y los parámetros de repetibilidad, reproducibilidad y nivel medio.



Mezcla 1:

Los valores críticos del test de Cochran para 16 laboratorios ( $p=16$ , con  $n=3$ ) son los siguientes:  $C_5 = 0,319$  y  $C_1 = 0,388$ . El estadístico obtenido,  $C = 0,349$ , se encuentra por tanto entre sus valores críticos a los niveles del 5 y 1%, luego el máximo valor obtenido para la desviación, correspondiente al laboratorio 12, se considera sospechoso, tabla 4.3.

**Tabla 4.3.** Estudio de la repetibilidad y reproducibilidad para la mezcla 1

NIVEL: MEZCLA 1							
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)	
1	55,9	60,3	53,2	3,58	56,47	3	
2	57,4	52,0	55,4	2,73	54,93	3	
3	42,0	50,6	57,6	7,81	50,07	3	
4	55,0	59,7	42,9	8,67	52,53	3	
5	74,3	77,0	69,0	4,07	73,43	3	
6	74,2	73,8		0,28	74,00	2	
7	45,9	49,7	37,3	6,35	44,30	3	
8	58,6	53,1	55,8	2,75	55,83	3	
9	77,4	76,7	91,0	8,06	81,70	3	
10	68,5	56,8	74,1	8,83	66,47	3	
11	80,8	61,1	70,3	9,86	70,73	3	
12	36,2	64,0	71,5	18,60	57,23	3	
13	33,9	28,3	37,0	4,41	33,07	3	
14	65,0	69,0	71,0	3,06	68,33	3	
15	76,5	98,6	78,9	12,13	84,67	3	
16	56,1	55,2	51,1	2,67	54,13	3	
C = 0,349							
Q = 0,415							
	p	m	Sr	r	SR	R	
	16	60,84	7,9914	22,38	15,3251	42,91	

A pesar de que el valor no es clasificado como aberrante, se estima conveniente prescindir de los datos relativos a ese laboratorio y repetir el test de Cochran. El nuevo estadístico obtenido,  $C = 0,228$ , es inferior al valor crítico al nivel 5% con  $p=15$ ,  $C_5 = 0,335$ , con lo cual estas desviaciones son aceptadas como correctas, tabla 4.4.

**Tabla 4.4.** Eliminación del valor sospechoso: test de Cochran (mezcla 1)

NIVEL: MEZCLA 1		Eliminación del valor sospechoso (Test de Cochran)				
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	55,9	60,3	53,2	3,58	56,47	3
2	57,4	52,0	55,4	2,73	54,93	3
3	42,0	50,6	57,6	7,81	50,07	3
4	55,0	59,7	42,9	8,67	52,53	3
5	74,3	77,0	69,0	4,07	73,43	3
6	74,2	73,8		0,28	74,00	2
7	45,9	49,7	37,3	6,35	44,30	3
8	58,6	53,1	55,8	2,75	55,83	3
9	77,4	76,7	91,0	8,06	81,70	3
10	68,5	56,8	74,1	8,83	66,47	3
11	80,8	61,1	70,3	9,86	70,73	3
12						
13	33,9	28,3	37,0	4,41	33,07	3
14	65,0	69,0	71,0	3,06	68,33	3
15	76,5	98,6	78,9	12,13	84,67	3
16	56,1	55,2	51,1	2,67	54,13	3
C = 0,228						
Q = 0,415						
	p	m	Sr	r	SR	R
	15	61,09	6,6644	18,66	15,3318	42,93

En cuanto al test de Dixon, el valor crítico para 16 laboratorios ( $H=16$ ) es:  $Q_5 = 0,546$ . El estadístico obtenido,  $Q = 0,415$ , es inferior al valor crítico y las medias son todas aceptadas como correctas. Al prescindir de los datos relativos al laboratorio 12, sospechosos por el test de Cochran, y repetir el test de Dixon, el estadístico  $Q$  no varía ya que la media eliminada no ocupa ninguna de las posiciones extremas, ordenadas de menor a mayor, mientras que el valor crítico aumenta al disminuir el número de valores: para  $H=15$ ,  $Q_5 = 0,565$ , con lo cual las medias continúan siendo estadísticamente correctas.

Los parámetros obtenidos a partir de los datos retenidos como correctos son los siguientes:

$$\begin{aligned}m &= 61,09 \\Sr &= 6,6644 \\r &= 18,66 \\SR &= 15,3318 \\R &= 42,93\end{aligned}$$

#### Mezcla 2:

Los estadísticos obtenidos tanto en el test de Cochran como en el test de Dixon son inferiores a los correspondientes valores críticos al nivel 5%, por lo que todos los resultados son aceptados como correctos, tabla 4.5.

Los parámetros obtenidos son los siguientes:

$$\begin{aligned}m &= 19,83 \\Sr &= 2,8045 \\r &= 7,85 \\SR &= 5,6245 \\R &= 15,75\end{aligned}$$

**Tabla 4.5.** Estudio de la repetibilidad y reproducibilidad para la mezcla 2

NIVEL: MEZCLA 2						
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	20,7	14,5	12,4	4,32	15,87	3
2	20,7	17,1	16,4	2,31	18,07	3
3	15,5	19,0	14,0	2,57	16,17	3
4	19,0	18,5	20,9	1,27	19,47	3
5	25,3	23,7	18,9	3,33	22,63	3
6	20,2	25,4	28,4	4,15	24,67	3
7	11,2	12,8	9,4	1,70	11,13	3
8	18,4	16,2	18,0	1,17	17,53	3
9	14,3	14,7	14,1	0,31	14,37	3
10	19,5	13,9	14,1	3,18	15,83	3
11	25,2	26,4	23,9	1,25	25,17	3
12	29,5	21,6	22,5	4,32	24,53	3
13	15,1	15,3	18,3	1,79	16,23	3
14	21,0	22,0	18,0	2,08	20,33	3
15	21,4	26,1	26,1	2,71	24,53	3
16	35,1	27,3	29,9	3,97	30,77	3
C = 0,149						
Q = 0,408						
	p	m	Sr	r	SR	R
	16	19,83	2,8045	7,85	5,6245	15,75

Mezcla 3:

La desviación obtenida por el laboratorio 1 resulta aberrante tras la aplicación del test de Cochran (los valores críticos han sido indicados anteriormente), tabla 4.6. Así mismo, la media obtenida por el laboratorio 16 resulta aberrante tras la aplicación del test de Dixon. Los datos referentes a estos dos laboratorios son omitidos y ambos test son repetidos sobre los valores restantes, tablas 4.7 y 4.8, considerándose éstos estadísticamente correctos ( $C = 0,226 < C_5 = 0,352$  ;  $Q = 0,362 < Q_5 = 0,586$ ).

**Tabla 4.6.** Estudio de la repetibilidad y reproducibilidad para la mezcla 3

NIVEL: MEZCLA 3						
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	24,0	4,9	7,2	10,43	12,03	3
2	8,0	9,1	6,3	1,41	7,80	3
3	5,0	7,6	6,5	1,31	6,37	3
4	11,1	8,9	10,0	1,10	10,00	3
5	12,6	15,3	13,8	1,35	13,90	3
6	10,5	7,6	12,6	2,51	10,23	3
7	11,2	8,7	11,6	1,57	10,50	3
8	8,6	6,9	7,8	0,85	7,77	3
9	7,3	4,9	6,3	1,21	6,17	3
10	10,3	10,6	9,9	0,35	10,27	3
11	12,7	13,8	14,2	0,78	13,57	3
12	10,4	11,6	11,0	0,60	11,00	3
13	6,2	7,9	9,1	1,46	7,73	3
14	10,0	11,0	14,0	2,08	11,67	3
15	8,5	10,5	11,7	1,62	10,23	3
16	22,7	29,6	21,9	4,23	24,73	3
C = 0,704						
Q = 0,657						
	p	m	Sr	r	SR	R
	16	10,87	3,1073	8,70	5,0370	14,10

Los parámetros obtenidos son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 m &= 9,80 \\
 Sr &= 1,4102 \\
 r &= 3,95 \\
 SR &= 2,6555 \\
 R &= 7,44
 \end{aligned}$$

Tabla 4.7. Eliminación del valor aberrante: test de Cochran (mezcla 3)

NIVEL: MEZCLA 3		Eliminación del valor aberrante (Test de Cochran)				
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1						
2	8,0	9,1	6,3	1,41	7,80	3
3	5,0	7,6	6,5	1,31	6,37	3
4	11,1	8,9	10,0	1,10	10,00	3
5	12,6	15,3	13,8	1,35	13,90	3
6	10,5	7,6	12,6	2,51	10,23	3
7	11,2	8,7	11,6	1,57	10,50	3
8	8,6	6,9	7,8	0,85	7,77	3
9	7,3	4,9	6,3	1,21	6,17	3
10	10,3	10,6	9,9	0,35	10,27	3
11	12,7	13,8	14,2	0,78	13,57	3
12	10,4	11,6	11,0	0,60	11,00	3
13	6,2	7,9	9,1	1,46	7,73	3
14	10,0	11,0	14,0	2,08	11,67	3
15	8,5	10,5	11,7	1,62	10,23	3
16	22,7	29,6	21,9	4,23	24,73	3
C = 0,392						
Q = 0,657						
	P	m	Sr	r	SR	R
	15	10,80	1,7467	4,89	4,7136	13,20

**Tabla 4.8.** Eliminación del valor aberrante: test de Dixon (mezcla 3)

NIVEL: MEZCLA 3		Eliminación del valor aberrante (Test de Dixon)				
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1						
2	8,0	9,1	6,3	1,41	7,80	3
3	5,0	7,6	6,5	1,31	6,37	3
4	11,1	8,9	10,0	1,10	10,00	3
5	12,6	15,3	13,8	1,35	13,90	3
6	10,5	7,6	12,6	2,51	10,23	3
7	11,2	8,7	11,6	1,57	10,50	3
8	8,6	6,9	7,8	0,85	7,77	3
9	7,3	4,9	6,3	1,21	6,17	3
10	10,3	10,6	9,9	0,35	10,27	3
11	12,7	13,8	14,2	0,78	13,57	3
12	10,4	11,6	11,0	0,60	11,00	3
13	6,2	7,9	9,1	1,46	7,73	3
14	10,0	11,0	14,0	2,08	11,67	3
15	8,5	10,5	11,7	1,62	10,23	3
16						
C = 0,226						
Q = 0,362						
	p	m	Sr	r	SR	R
	14	9,80	1,4102	3,95	2,6555	7,44

Mezcla 4:

La desviación obtenida por el laboratorio 6 resulta aberrante tras la aplicación del test de Cochran, tabla 4.9. Los datos referentes a este laboratorio son omitidos y el test es repetido sobre los valores restantes, tabla 4.10, obteniéndose un estadístico,  $C = 0,241$ , inferior al valor crítico al nivel 5%:  $C_5 = 0,335$ .

**Tabla 4.9.** Estudio de la repetibilidad y reproducibilidad para la mezcla 4

NIVEL: MEZCLA 4						
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	13,9	15,8	13,5	1,23	14,40	3
2	15,2	13,5	20,4	3,59	16,37	3
3	15,5	14,0	14,3	0,79	14,60	3
4	25,4	23,4	23,9	1,04	24,23	3
5	27,2	26,0	22,6	2,39	25,27	3
6	18,4	65,7	21,4	26,49	35,17	3
7	20,9	15,2	19,7	3,00	18,60	3
8	18,6	13,5	19,9	3,38	17,33	3
9	17,3	15,6	12,0	2,71	14,97	3
10	16,5	16,7	16,2	0,25	16,47	3
11	25,0	33,6	23,0	5,63	27,20	3
12	29,6	24,4	28,5	2,74	27,50	3
13	24,7	15,4	16,7	5,04	18,93	3
14	23,0	24,0	21,0	1,53	22,67	3
15	23,0	19,4	31,6	6,27	24,67	3
16	36,5	31,4	34,9	2,61	34,27	3
C = 0,812						
Q = 0,380						
	p	m	Sr	r	SR	R
	16	22,04	7,3493	20,58	8,9871	25,16

Al aplicar el test de Dixon sobre las medias, todos los valores son aceptados como correctos.

Los parámetros obtenidos son los siguientes:

$$m = 21,16$$

$$Sr = 3,2937$$

$$r = 9,22$$

$$SR = 6,4853$$

$$R = 18,16$$



**Tabla 4.10.** Eliminación del valor aberrante: test de Cochran (mezcla 4)

NIVEL: MEZCLA 4		Eliminación del valor aberrante (Test de Cochran)				
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	13,9	15,8	13,5	1,23	14,40	3
2	15,2	13,5	20,4	3,59	16,37	3
3	15,5	14,0	14,3	0,79	14,60	3
4	25,4	23,4	23,9	1,04	24,23	3
5	27,2	26,0	22,6	2,39	25,27	3
6						
7	20,9	15,2	19,7	3,00	18,60	3
8	18,6	13,5	19,9	3,38	17,33	3
9	17,3	15,6	12,0	2,71	14,97	3
10	16,5	16,7	16,2	0,25	16,47	3
11	25,0	33,6	23,0	5,63	27,20	3
12	29,6	24,4	28,5	2,74	27,50	3
13	24,7	15,4	16,7	5,04	18,93	3
14	23,0	24,0	21,0	1,53	22,67	3
15	23,0	19,4	31,6	6,27	24,67	3
16	36,5	31,4	34,9	2,61	34,27	3
C = 0,241						
Q = 0,366						
	p	m	Sr	r	SR	R
	15	21,16	3,2937	9,22	6,4853	18,16

**Mezcla 5:**

Los estadísticos obtenidos tanto en el test de Cochran como en el test de Dixon son inferiores a los correspondientes valores críticos al nivel 5%, por lo que todos los resultados son aceptados como correctos, tabla 4.11.

Tabla 4.11 . Estudio de la repetibilidad y reproducibilidad para la mezcla 5

NIVEL: MEZCLA 5						
LAB	y(i,j,k)			s(i,j)	m(i,j)	n(i,j)
1	10,5	13,4	12,6	1,50	12,17	3
2	10,1	13,6	13,5	1,99	12,40	3
3	13,5	9,6	12,3	2,00	11,80	3
4	16,6	19,8	16,2	1,97	17,53	3
5	28,4	28,2	36,0	4,45	30,87	3
6	26,6	28,3	16,8	6,21	23,90	3
7	12,6	14,6	17,2	2,31	14,80	3
8	14,7	16,7	16,9	1,22	16,10	3
9	16,5	8,6	15,6	4,32	13,57	3
10	16,8	15,8	15,5	0,68	16,03	3
11	19,2	20,5	17,6	1,45	19,10	3
12	32,5	27,5	22,5	5,00	27,50	3
13	18,0	22,1	20,7	2,08	20,27	3
14	20,0	19,0	20,0	0,58	19,67	3
15	16,7	24,4	17,4	4,26	19,50	3
16	29,0	23,6	29,4	3,24	27,33	3
C = 0,243						
Q = 0,191						
	p	m	Sr	r	SR	R
	16	18,91	3,1502	8,82	6,4112	17,95

Los parámetros obtenidos son los siguientes:

$$\begin{aligned}
 m &= 18,91 \\
 Sr &= 3,1502 \\
 r &= 8,82 \\
 SR &= 6,4112 \\
 R &= 17,95
 \end{aligned}$$

Los resultados se resumen en la tabla 4.12.

**Tabla 4.12.** Valores de repetibilidad y reproducibilidad obtenidos para cada mezcla tras la aplicación del test de Cochran y de Dixon

MEZCLA Nº	NIVEL MEDIO m	REPETIBILIDAD		REPRODUCIBILIDAD	
		Sr	r	SR	R
1	61,09	6,6644	18,66	15,3318	42,93
2	19,83	2,8045	7,85	5,6245	15,75
3	9,80	1,4102	3,95	2,6555	7,44
4	21,16	3,2937	9,22	6,4853	18,16
5	18,91	3,1502	8,82	6,4112	17,95

La tabla muestra claramente que r y R tienden a aumentar con m, con lo que parece posible establecer una relación funcional entre ambos parámetros.

Los valores de repetibilidad r y reproducibilidad R obtenidos, son representados gráficamente en función del nivel medio m, y, a la vista de la figura 4.8, una relación lineal parece la más indicada tanto para r como para R:

$$r = a + b \cdot m$$

$$R = A + B \cdot m$$

De acuerdo con las recomendaciones de la Norma ISO 5725 la recta de correlación se obtiene mediante una regresión ponderada por los pesos  $w_j = 1/r_j$ , siendo  $r_j$  la repetibilidad prevista para el nivel j, de acuerdo con las siguientes expresiones:

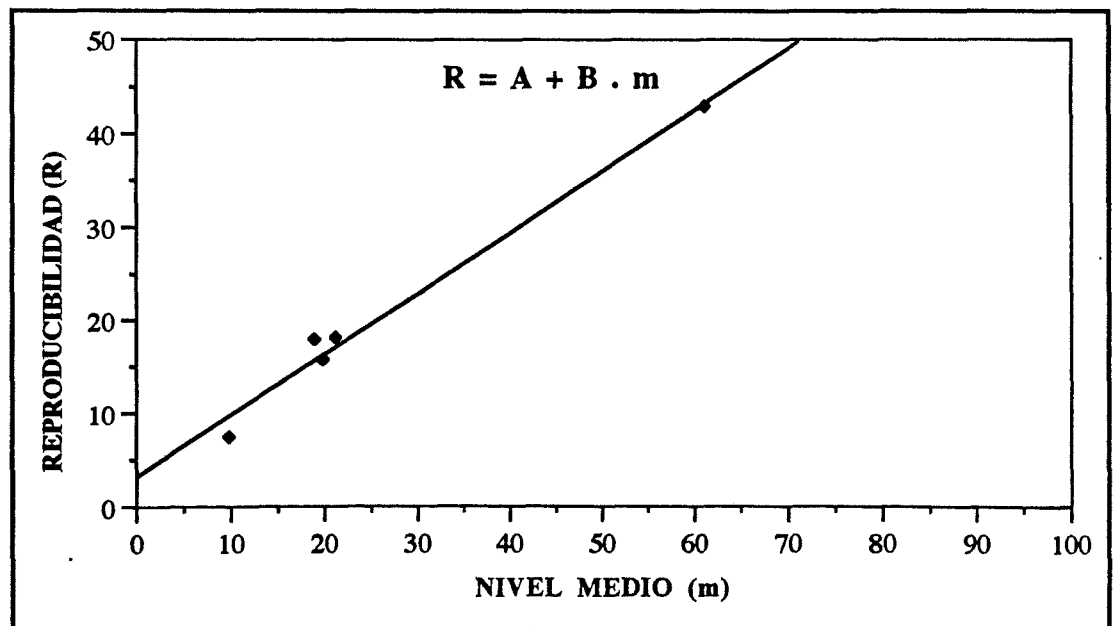
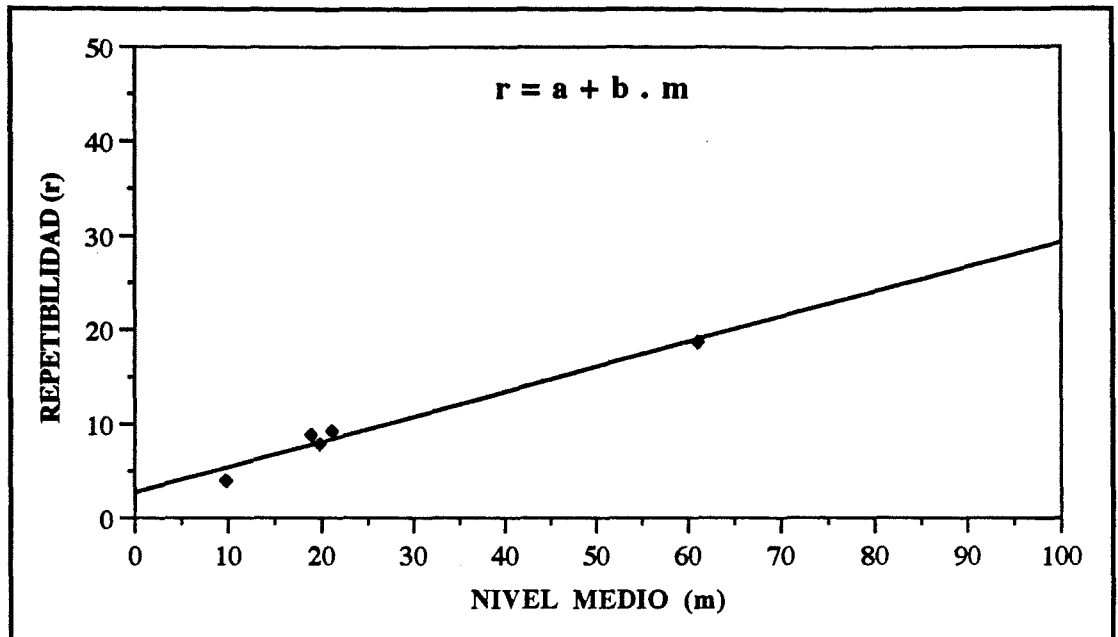


Figura 4.8. Variación de los valores de repetibilidad (r) y reproducibilidad (R) en función del nivel medio (m)

$$a = \frac{\sum_j w_j m_j^2 \cdot \sum_j w_j r_j - \sum_j w_j m_j \cdot \sum_j w_j m_j r_j}{\sum_j w_j \cdot \sum_j w_j m_j^2 - \left[ \sum_j w_j m_j \right]^2}$$

$$b = \frac{\sum_j w_j \cdot \sum_j w_j m_j r_j - \sum_j w_j m_j \cdot \sum_j w_j r_j}{\sum_j w_j \cdot \sum_j w_j m_j^2 - \left[ \sum_j w_j m_j \right]^2}$$

El ajuste de la recta se hace siguiendo un proceso iterativo: a partir de los valores de repetibilidad  $r$  se obtendrá una ecuación que permitirá obtener, a partir de  $m$ , unos nuevos valores de  $r$ . De estos últimos se deducirá una nueva ecuación de la que se obtendrá, para los mismos valores de  $m$ , otros valores de  $r$ , repitiendo el proceso hasta que la diferencia entre los valores de  $r$  obtenidos en dos etapas consecutivas sea despreciable, tablas 4.13 y 4.14.

**Tabla 4.13.** Ajuste de la recta de correlación para el valor de repetibilidad

m	9,80	18,91	19,83	21,16	61,09
r	3,95	8,82	7,85	9,22	18,66
w (0)	0,0641	0,0129	0,0162	0,0118	0,0029
	$r = 1,2072 + 0,3251.m$				
r (1)	4,39	7,35	7,65	8,09	21,07
w (1)	0,0519	0,0185	0,0171	0,0153	0,0023
	$r = 1,2026 + 0,3252.m$				
r (2)	4,39	7,35	7,65	8,08	21,07

**Tabla 4.14.** Ajuste de la recta de correlación para el valor de reproducibilidad

m	9,80	18,91	19,83	21,16	61,09
r	7,44	17,95	15,75	18,16	42,93
w (0)	0,0181	0,0031	0,0040	0,0030	0,0005
	$R = 0,4734 + 0,7709.m$				
R (1)	8,03	15,05	15,76	16,79	47,57
w (1)	0,0155	0,0044	0,0040	0,0035	0,0004
	$R = 0,4750 + 0,7709.m$				
R (2)	8,03	15,05	15,76	16,79	47,57

Los parámetros finales de a y b determinan la relación lineal definitiva, de la que se deducen los valores de repetibilidad, r, y de reproducibilidad, R, que caracterizan el ensayo, tabla 4.15.

**Tabla 4.15.** Valores de repetibilidad y reproducibilidad del ensayo cántabro

MEZCLA Nº	NIVEL MEDIO m	REPETIBILIDAD		REPRODUCIBILIDAD	
		Sr	r	SR	R
1	61,09	7,5250	21,07	16,9893	47,57
2	19,83	2,7321	7,65	5,6286	15,76
3	9,80	1,5679	4,39	2,8680	8,03
4	21,16	2,8857	8,08	5,9964	16,79
5	18,91	2,6250	7,35	5,3750	15,05

Los husos de repetibilidad y reproducibilidad, donde se encontrarían el 95% de los valores cuando se realicen los ensayos en un laboratorio (repetibilidad) o en diferentes laboratorios (reproducibilidad), han sido representados gráficamente en las figuras 4.9 y 4.10. En ellas puede observarse que la dispersión del ensayo aumenta con el valor de la pérdida por desgaste, o lo que es lo mismo, cuanto menor es el valor medido mayor es la precisión del ensayo. Esto supone que el coeficiente de variación del ensayo, relación entre la desviación y la media,  $C_v = s/m$ , se mantiene prácticamente constante, estando comprendido este parámetro entre:

0.123 y 0.159 para la repetibilidad  
0.278 y 0.292 para la reproducibilidad.

De acuerdo con estos valores la precisión del ensayo, cuando se realiza en un laboratorio (repetibilidad), se puede considerar conforme a los valores exigidos. Es usual que para los ensayos de carreteras el valor de  $C_v$  sea del orden del 10 al 15% del valor medio.

En cambio, la reproducibilidad del ensayo excede estos límites. Esto puede ser debido a que, dada la sensibilidad del ensayo, las pequeñas diferencias de formulación que hayan introducido los laboratorios al fabricar las mezclas, son puestas de manifiesto en los resultados. Se detectó que alguno de los laboratorios compuso la fórmula de trabajo sin lavar previamente la fracción inferior a 0,63 UNE, tal como se había indicado en las instrucciones dadas al inicio de la prueba. Además, en aquellos laboratorios que no disponían de cámara termostatazada, la temperatura de ensayo osciló entre 20 y 29 °C, en lugar de mantenerse constante a 25 °C.

En definitiva, se trata pues de un ensayo de precisión aceptable, pero de gran sensibilidad y facilidad de empleo, por lo que en principio puede ser aceptado como procedimiento de medida para los ensayos que se han previsto realizar.

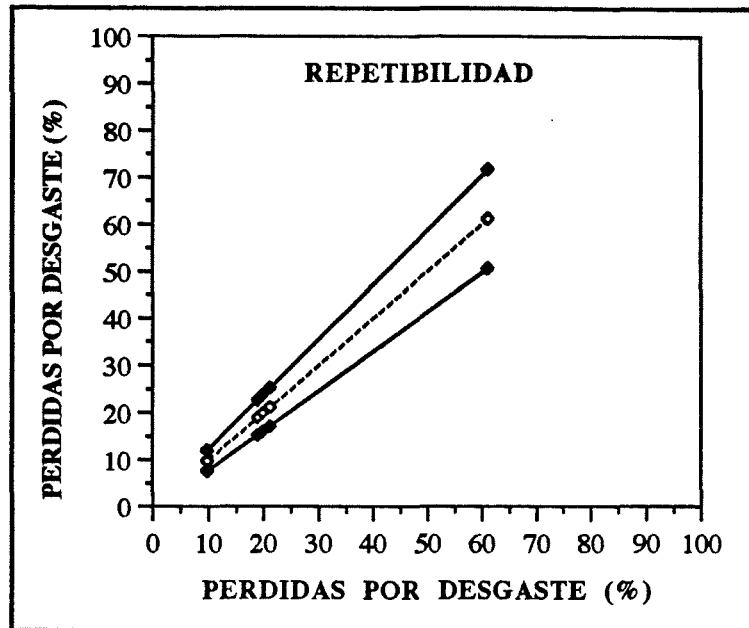


Figura 4.9. Huso de repetibilidad del ensayo cántabro de pérdida por desgaste

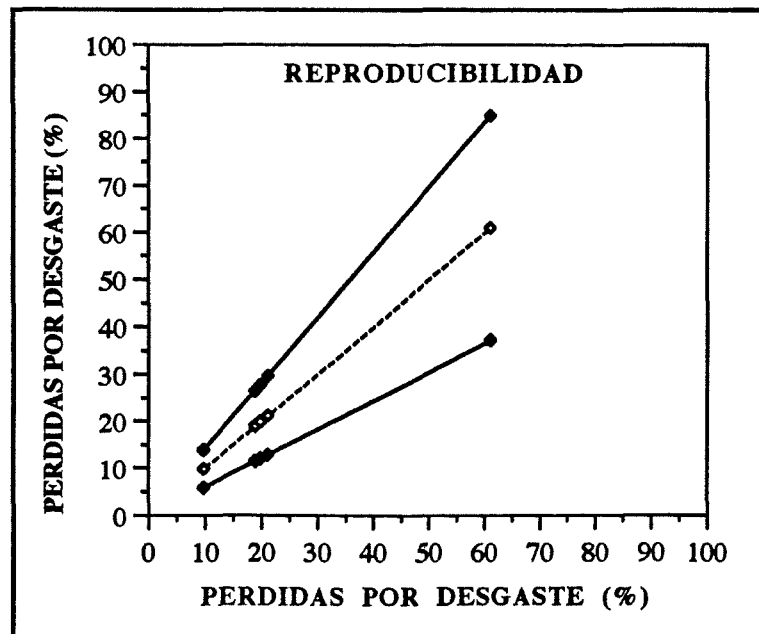


Figura 4.10. Huso de reproducibilidad del ensayo cántabro de pérdida por desgaste