

Univesitat Politècnica de Catalunya

Escola Tècnica Superior d'Enginyers de Telecomunicació

Departament de Teoria del Senyal i Comunicacions

DISEÑO DE AMPLIFICADORES DE BAJO RUIDO EN BANDA MILIMETRICA

LLuís Pradell i Cara

Director: Dr. Eduardo Artal Latorre.

Tesis doctoral presentada a la
Universitat Politècnica de Catalunya
para la obtención del título de Doctor
Ingeniero de Telecomunicación.

Barcelona, Octubre 1989.

CAPITULO IV ERRORES RESIDUALES DE CALIBRACION Y ERRORES DE MEDIDA UTILIZANDO TRL

4.1 INTRODUCCION

En el capítulo III se explicaron las técnicas de calibración de los Analizadores de Redes. Éstas tienen por objeto la extracción de los *errores sistemáticos de medida* (modelados mediante cuadripolos de error), para su posterior eliminación (mediante cálculo) durante el proceso de medida. La precisión en el conocimiento de los errores sistemáticos una vez realizada la calibración determinará, junto con los errores de instrumentación, la precisión en la medida del dispositivo. Dado que el proceso de calibración no es ideal, cometeremos siempre un cierto error en la determinación de los parámetros de error, denominado *error residual post-calibración*. Éste se define, pues, como aquella parte (se supone pequeña) de los errores *sistemáticos* de medida que no ha podido ser eliminada en el proceso de *calibración* del Analizador de Redes, debido a incertidumbres en el conocimiento de los *patrones ó estandars de calibración*. En el caso de *TRL*, los patrones son los dos tramos de línea de transmisión con (idealmente) idénticas constante de propagación e impedancia característica (Thru y Line), y la carga de alto módulo de coeficiente de reflexión (Reflect). El objetivo del apartado 4.2 es proponer una formulación para los errores residuales de la calibración *TRL*.

Los *errores de medida* son los errores cometidos por el Analizador en la medida de los *parámetros S* del dispositivo (cuadripolo) utilizando una determinada calibración previa, y se deben, por tanto, a los errores residuales y a los errores de instrumentación (de comportamiento aleatorio). En el apartado 4.3 se analiza el efecto que dichos errores residuales tienen en la precisión de las medidas de parámetros *S* de dispositivos utilizando la calibración *TRL* y se propone una formulación para su determinación.

4.2 PROPUESTA DE UNA FORMULACION PARA LOS ERRORES RESIDUALES DE CALIBRACION EN TRL

El interés por obtener unas expresiones para los *errores residuales* en el método de calibración *TRL* es doble. Por una parte se trata de una técnica reciente, cuya

aplicación en la práctica ha sido posible gracias al advenimiento de la última generación de Analizadores de Redes Automáticos [WILTRON, 1987; HEWLETT-PACKARD, 1987], y que por lo tanto todavía no ha sido suficientemente contrastada con otro tipo de técnicas más tradicionales, tales como OSL. Sin embargo, hemos visto en el apartado 3.3 del capítulo III que, por propia concepción, se trata de una técnica mucho más potente y precisa en medios de transmisión que normalmente quedan *escondidos* por algún tipo de transición cuya medida presente serios (a veces insolubles) problemas de medida, como por ejemplo microstrip. Aún así, quedan por seguir analizando problemas tales como la *repetibilidad*, que afectan de una manera directa al proceso de calibración. Por otra parte, la falta casi total de bibliografía sobre la cuestión (en [DONECKER, 1984] y [RYTTING, 1987] se aborda parcialmente la cuestión) anima a intentar aportar alguna experiencia, tanto en el plano teórico como en el práctico.

Con esta perspectiva se analiza en este apartado la cuestión de los errores residuales de calibración con un cierto detalle. Se formulan los errores residuales de calibración en función de la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración. La repetibilidad de las transiciones se incluye también como causa de errores residuales, aunque se estudia independientemente de las anteriores. El análisis efectuado contempla únicamente errores de primer orden, por entender que van a ser los únicos significativos en la práctica. En el Apéndice IV-1 se encuentra una relación de los términos y símbolos utilizados en este capítulo.

4.2.1 Incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración

Las ecuaciones deducidas en el apartado 3.3.2 del capítulo III para los parámetros de error suponen un conocimiento perfecto de la información necesaria de los patrones de calibración. En particular, suponen:

- 1 - Idénticos coeficientes de reflexión (Γ_r) de los Reflects
- 2 - Impedancia característica del Line (Z_0) perfectamente conocida e idéntica a la del Thru (si éste es de longitud diferente de cero, en un caso general) y a la nominal
- 3 - Constante de propagación del Line idéntica a la del Thru (si éste es de longitud diferente de cero, en un caso general)

Vamos a considerar que las anteriores condiciones no se cumplen en el caso más general (longitud del Thru diferente de cero; ver sistema (3.40)), es decir que hay incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración. Así, tendremos pequeñas desviaciones (que denominaremos a partir de ahora Δ) respecto a los valores nominales:

1 - Desigualdad en los Reflects : $\Gamma_r = \Gamma_r + \Delta\Gamma_r$

2 - Impedancias características del Thru y Line diferentes entre sí y diferentes de la nominal: $z_o' = z_o + \Delta'z$ para el Thru y $z_o'' = z_o + \Delta''z$ para el Line

3 - Diferentes constantes de propagación: γ_t para el Thru y $\gamma_l = \gamma_t + \Delta\gamma$ para el Line

Error residual en la determinación de $e_{00}, -e_{33}, (\Delta_x/e_{11}), (-\Delta_y/e_{22})$

Denominemos l_t a la longitud del line:

$$l_t = l_t + \Delta_l \quad (4.1)$$

siendo l_t la del Thru. Δ_l es la diferencia entre ambos, característica del margen de frecuencias escogido (a pesar de la nomenclatura utilizada, no debe confundirse Δ_l con ningún tipo de error).

Las matrices que intervienen en (3.40) sufrirán modificación debido a los errores expresados en las condiciones 1 a 3 anteriores. Por ejemplo, R_{ad} quedará:

$$R_{ad} = \frac{1}{1 - \Gamma_o^2} \begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma_t} - \Gamma_o^2 \Gamma_l & \Gamma_o \left(\Gamma_t - \frac{1}{\Gamma_l} \right) \\ -\Gamma_o \left(\Gamma_t - \frac{1}{\Gamma_l} \right) & \Gamma_t - \frac{\Gamma_o^2}{\Gamma_l} \end{bmatrix} \quad (4.2)$$

en donde se han definido, por comodidad:

$$\Gamma_o \stackrel{\Delta}{=} \frac{\Delta' z}{2z_o + \Delta' z} \quad (4.3)$$

$$\Gamma_l \stackrel{\Delta}{=} e^{\gamma_l l_l} \quad (4.4)$$

Si admitimos únicamente errores de primer orden, podremos efectuar las siguientes aproximaciones:

$$\Gamma_o \approx \frac{\Delta' z}{2z_o} \quad (4.5)$$

$$\Gamma_l = \Gamma_l \Gamma (1 + l_l \Delta \gamma) \quad (4.6)$$

$$\frac{1}{\Gamma_l} \approx \frac{1}{\Gamma_l \Gamma} (1 - l_l \Delta \gamma) \quad (4.7)$$

en donde hemos definido:

$$\Gamma_l \stackrel{\Delta}{=} e^{\gamma_l l_l} \quad (4.8)$$

$$\Gamma \stackrel{\Delta}{=} e^{\gamma_l \Delta l} \quad (4.9)$$

similares a (4.4), pero referidas a la longitud l_l del Thru y a la diferencia de longitudes Δl entre el Thru y el Line.

El mismo razonamiento puede aplicarse a R_{at} . De esta manera se obtienen las siguientes expresiones aproximadas para R_{ad} y R_{at} :

$$R_{ad} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma_l} & \Gamma_o \left(\Gamma_l - \frac{1}{\Gamma_l} \right) \\ -\Gamma_o \left(\Gamma_l - \frac{1}{\Gamma_l} \right) & \Gamma_l \end{bmatrix} \quad (4.10)$$

$$R_{at} = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma_l} & \Gamma_o' \left(\Gamma_l - \frac{1}{\Gamma_l} \right) \\ -\Gamma_o' \left(\Gamma_l - \frac{1}{\Gamma_l} \right) & \Gamma_l \end{bmatrix} \quad (4.11)$$

$$\Gamma_o' \stackrel{\Delta}{=} \frac{\Delta' z}{2z_o}$$

(4.12)

con $\Gamma_o, \Gamma'_o, \Gamma_i, \Gamma'_i, (1/\Gamma_i)$ dados por (4.5) a (4.9) y (4.12). Operando, se obtiene la matriz

$R_{ad} R_{ai}^{-1}$

$$R_{ad} R_{ai}^{-1} = \begin{bmatrix} d_{11} & d_{12} \\ d_{21} & d_{22} \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

$$d_{11} = \frac{1}{\Gamma} (1 - l_i \Delta \gamma)$$

$$d_{22} = \Gamma (1 + l_i \Delta \gamma)$$

$$d_{12} = -\frac{\Delta^t z}{2z_o} \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) \frac{1}{\Gamma} + \frac{\Delta^t z}{2z_o} \left(\Gamma - \frac{1}{\Gamma_i^2 \Gamma} \right)$$

$$d_{21} = -\frac{\Delta^t z}{2z_o} \left(\Gamma_i^2 \Gamma - \frac{1}{\Gamma} \right) + \frac{\Delta^t z}{2z_o} (\Gamma_i^2 - 1) \Gamma$$

El sistema (3.17) - (3.20) puede escribirse entonces como:

$$m_{11} x_{11} + m_{12} x_{21} = x_{11} d_{11} + x_{12} d_{21} \quad (4.14)$$

$$m_{21} x_{11} + m_{22} x_{21} = x_{21} d_{11} + x_{22} d_{21} \quad (4.15)$$

$$m_{11} x_{12} + m_{12} x_{22} = x_{11} d_{12} + x_{12} d_{22} \quad (4.16)$$

$$m_{21} x_{12} + m_{22} x_{22} = x_{21} d_{12} + x_{22} d_{22} \quad (4.17)$$

A continuación se obtendrá una ecuación de 2º grado similar al caso ideal (3.21). Para ello hemos de despejar x_{11} y x_{21} en función de x_{12} y x_{22} de (4.14) y (4.15), obteniendo:

$$\begin{aligned} x_{11} &= \alpha_1 x_{12} + \beta_1 x_{22} \\ x_{21} &= \alpha_2 x_{12} + \beta_2 x_{22} \end{aligned} \quad (4.18)$$

donde

$$\begin{aligned}\alpha_1 &= \frac{d_{21}(m_{22} - d_{11})}{(m_{11} - d_{11})(m_{22} - d_{11}) - m_{12}m_{21}} \\ \beta_1 &= \frac{-m_{12}d_{21}}{(m_{11} - d_{11})(m_{22} - d_{11}) - m_{12}m_{21}} \\ \alpha_2 &= \frac{d_{21}(m_{11} - d_{11})}{(m_{11} - d_{11})(m_{22} - d_{11}) - m_{12}m_{21}} \\ \beta_2 &= \frac{-m_{21}d_{21}}{(m_{11} - d_{11})(m_{22} - d_{11}) - m_{12}m_{21}}\end{aligned}\tag{4.19}$$

Substituyendo (4.18) en (4.16) y (4.17), se obtiene:

$$\begin{aligned}(m_{11} - \alpha_1 d_{12})x_{12} + (m_{12} - \beta_1 d_{12})x_{22} &= x_{12}d_{22} \\ (m_{21} - \alpha_2 d_{12})x_{12} + (m_{22} - \beta_2 d_{12})x_{22} &= x_{22}d_{22}\end{aligned}\tag{4.20}$$

Dividiendo las dos anteriores ecuaciones y operando, tenemos la siguiente ecuación de 2º grado en x_{12}/x_{22} :

$$(m_{21} - \alpha_2 d_{12})\left(\frac{x_{12}}{x_{22}}\right)^2 + (m_{22} - m_{11} + \alpha_1 d_{12} - \beta_2 d_{12})\left(\frac{x_{12}}{x_{22}}\right) - (m_{12} - \beta_1 d_{12}) = 0\tag{4.21}$$

Comparando con (3.21), vemos que los coeficientes son iguales a los del caso ideal excepto por unos términos de error del tipo $\alpha_i \cdot d_{12}, \beta_i \cdot d_{12}$, $i = 1, 2$. Éstos sólo contienen términos de error de 2º orden. En efecto, si examinamos las expresiones (4.19), vemos que todos ellos son proporcionales a $d_{21} \cdot d_{12}$ y, por tanto, observando la forma de las expresiones (4.13), a $\Delta^k z \cdot \Delta^k z$, $k = l, t$, que es un error de 2º orden.

El mismo proceso podría repetirse despejando x_{12} y x_{22} del sistema formado por (4.16) y (4.17) en función de x_{11} y x_{21} y substituyendo después en (4.14) y (4.15). El resultado sería una expresión en x_{11}/x_{21} , similar a (4.21), cuyos coeficientes contendrían únicamente errores de 2º orden. Podemos concluir, pues, que las cantidades

$$\frac{x_{11}}{x_{21}} = \frac{\Delta_x}{e_{11}}$$

$$\frac{x_{12}}{x_{22}} = e_{00}$$

se obtienen sin errores de primer orden y, por tanto, sin error a los efectos de este análisis. Su error residual de calibración es cero.

Para el cuádrupolo de error correspondiente al Test Port 2 podríamos aplicar el mismo razonamiento y llegaríamos a dos ecuaciones de 2º grado similares a (4.21) (pero en n_{ij}) cuyos coeficientes, por simetría respecto al primer Test Port, sólo contendrían errores de segundo orden. Por lo tanto, en conclusión, las cantidades

$$\frac{y_{11}}{y_{12}} = -\frac{\Delta_y}{e_{22}}$$

$$\frac{y_{21}}{y_{22}} = e_{33}$$

se obtienen también sin errores de primer orden y, por tanto, sin error a los efectos de este análisis. Su error residual de calibración es cero.

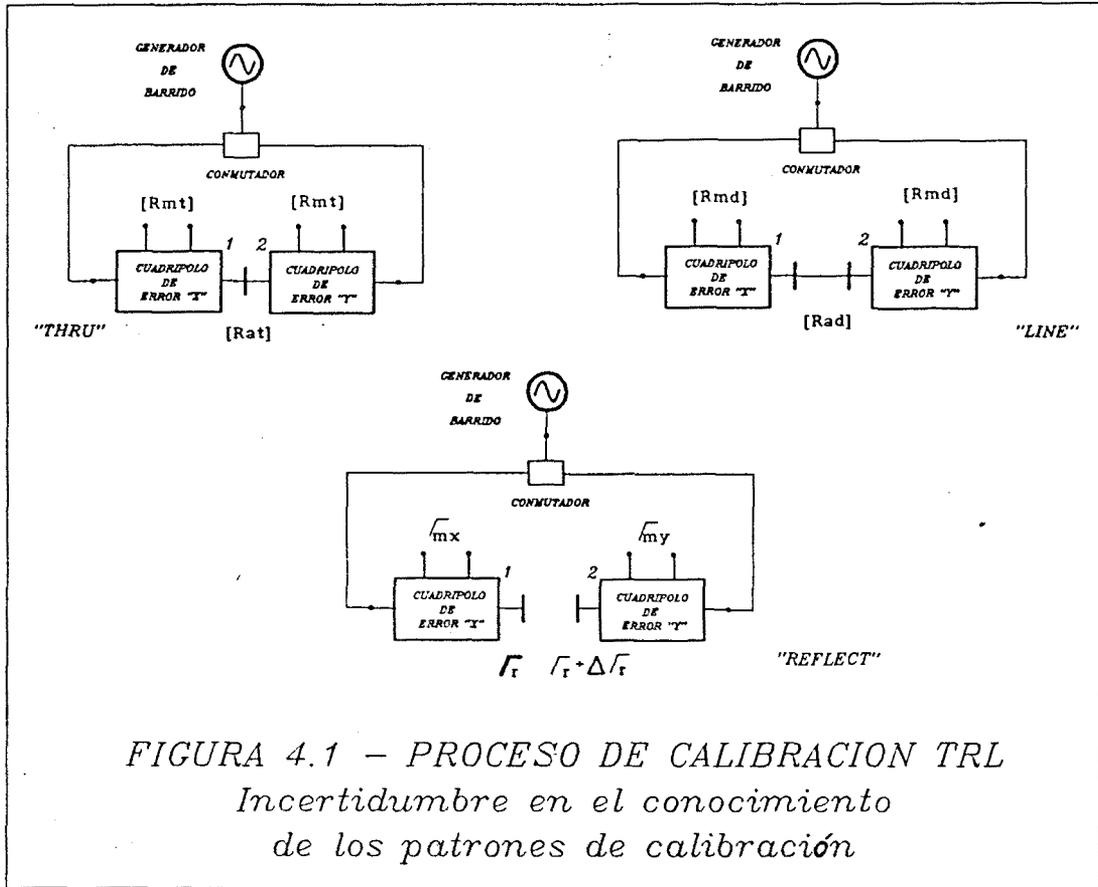
Error residual en la determinación de e_{11} , e_{22}

En este punto podemos observar que todavía no hemos utilizado una de las no idealidades señaladas en las 3 suposiciones iniciales de este apartado, concretamente la que hace referencia a la no igualdad de los Reflects. Ello no puede extrañarnos, puesto que para la determinación de las cantidades e_{00} , $-e_{33}$, (Δ_x/e_{11}) , $(-\Delta_y/e_{22})$ no se requiere conocer la situación de los planos de referencia. Siguiendo los pasos del razonamiento de 3.3.2, y con referencia a la figura (4.1), veamos ahora los errores residuales para e_{11} , e_{22} , que requieren ya la utilización de la información de los planos de referencia. Teniendo en cuenta la desigualdad entre los Reflects, podemos escribir:

$$\Gamma_{mx} = \frac{e_{00} - \Delta_x \Gamma_r}{1 - e_{11} \Gamma_r}$$

$$\Gamma_{my} = \frac{e_{33} - \Delta_y (\Gamma_r + \Delta \Gamma_r)}{1 - e_{22} (\Gamma_r + \Delta \Gamma_r)}$$

Eliminando Γ_r de las dos expresiones anteriores, nos queda:



$$\frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{mx}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx}} = \frac{1}{e_{22}} \cdot \frac{-e_{33} + \Gamma_{my}}{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}} - \Delta\Gamma_r \quad (4.22)$$

de donde se obtiene:

$$\frac{1}{e_{22}} = \left(\frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{mx}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx}} + \Delta\Gamma_r \right) \cdot \frac{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}}{-e_{33} + \Gamma_{my}} \quad (4.23)$$

Recuérdese que (Δ_x/e_{11}) , e_{00} , $(-\Delta_y/e_{22})$, $-e_{33}$ en (4.23) son cantidades medidas sin error. Veamos ahora cómo se transforma la ecuación (3.33) del coeficiente de reflexión medido en el Port 1 para el Thru de longitud no cero con la desviación $\Delta'z$ de la impedancia característica respecto de la nominal. Tendremos:

$$S_{11}^{mt} = e_{00} + \frac{e_{01} e_{10} \Gamma_{in}}{1 - e_{11} \Gamma_{in}} \quad (4.24)$$

$$\Gamma_{in} = \frac{S_{11}^t - \Delta_S^t e_{22}}{1 - S_{22}^t e_{22}}$$

donde S_{ij}^t son los parámetros S reales del Thru, que pueden deducirse a partir de la matriz R_{at} (ecuación (4.11)):

$$\Gamma_{in} = \frac{\Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) + \frac{1}{\Gamma_i^2} e_{22}}{1 - \Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) e_{22}} \quad (4.25)$$

Substituyendo (4.25) en (4.24), y despejando e_{11} se obtiene:

$$e_{11} = \frac{1 - \Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) e_{22}}{\Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) + \frac{1}{\Gamma_i^2} e_{22}} \cdot \frac{e_{00} - S_{11}^{mt}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - S_{11}^{mt}} \quad (4.26)$$

Substituyendo e_{22} (ecuación (4.23)) en (4.26), se obtiene:

$$e_{11} = \frac{D - \Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right)}{\Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) + \frac{1}{\Gamma_i^2}} \cdot \frac{e_{00} - S_{11}^{mt}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - S_{11}^{mt}} \quad (4.27)$$

en donde se ha definido, por comodidad:

$$D = \left(\frac{1}{e_{11}} \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{mx}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx}} + \Delta \Gamma_r \right) \cdot \frac{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}}{-e_{33} + \Gamma_{my}} \quad (4.28)$$

En el desarrollo de (4.27), debe tenerse en cuenta que algunos de sus términos corresponden a los parámetros e_{11} , e_{22} incorrectamente calculados por el Analizador de Redes debido a la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración. Así, para un Thru ideal de longitud no cero se cumple que:

$$e'_{11} e'_{22} = \Gamma_t^2 \cdot \frac{e_{00} - S_{11}^{mt}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - S_{11}^{mt}} \quad (4.29)$$

También se cumplirá para los Reflects:

$$\Gamma_r e'_{11} = \frac{e_{00} - \Gamma_{mx}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx}} \quad (4.30)$$

$$\Gamma_r e'_{22} = \frac{-e_{33} + \Gamma_{my}}{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}} \quad (4.31)$$

y, por fin, combinando (4.29) - (4.31), obtendremos:

$$e'_{11}{}^2 = \Gamma_t^2 \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{mx} \frac{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}}{-e_{33} + \Gamma_{my}}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx} \frac{\Delta_x}{e_{11}} - S_{11}^{mt}} \frac{e_{00} - S_{11}^{mt}}{e_{11} - S_{11}^{mt}} \quad (4.32)$$

e'_{11} en la ecuación (4.32) expresa ahora el parámetro e_{11} efectivamente calculado por el Analizador de Redes (y que, por tanto contendrá, en principio, error de medida) a partir de las medidas de $\Gamma_{mx}, \Gamma_{my}, \Gamma_{m1}$ y de las cantidades medidas previamente (sin error) $(\Delta_x/e_{11}), e_{00}, (-\Delta_y/e_{22}), -e_{33}$. Substituyendo las relaciones (4.29) a (4.32) en (4.27), y despreciando errores de 2ª orden, podemos llegar a la siguiente relación para e'_{11} en función de las distintas incertidumbres de medida:

$$e'_{11} = \frac{e'_{11}{}^2 e'_{22} + \frac{\Delta \Gamma_r}{\Gamma_r} \cdot e_{11} e'_{11} e'_{22} - \Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2}\right) \cdot e'_{11} e'_{22}{}^2 e_{11}}{\Gamma_t^2 e'_{11} \Gamma_o' \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2}\right) + e_{11} e'_{22}} \quad (4.33)$$

Nos interesa obtener la expresión para el error de extracción de los parámetros e_{11}, e_{22} , que denominaremos δ_{11}, δ_{22} , respectivamente, definidos por:

$$e_{11}^{\Delta} = e'_{11} + \delta_{11} \quad (4.34)$$

$$e_{22}^{\Delta} = e'_{22} + \delta_{22} \quad (4.35)$$

Substituyendo (4.34) y (4.35) en (4.33), y despreciando términos de 2º orden, los términos en δ_{22} desaparecen, y δ_{11} nos quedará:

$$\delta_{11} = \frac{e_{11}}{2} \left(\frac{\Delta \Gamma_r}{\Gamma_r} - \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2} \right) \Gamma_o \left[e_{22} + \Gamma_t^2 \cdot \frac{1}{e_{22}} \right] \right) \quad (4.36)$$

En la expresión (4.36), el primer sumando expresa la influencia de la desigualdad entre Reflects, mientras que el segundo expresa la influencia de la desviación de la impedancia característica del Thru respecto a la nominal (ver ecuación (4.12)). Si el Thru es de longitud cero, entonces $\Gamma_t = 1$ y este último término desaparece:

$$\delta_{11} = \frac{e_{11} \Delta \Gamma_r}{2 \Gamma_r} \quad (4.37)$$

Para obtener el error residual del source match del Test Port 2, δ_{22} seguiríamos el mismo razonamiento anterior para δ_{11} pero partiendo del coeficiente de reflexión medido en el Port 2 para el Thru de longitud no cero con la desviación $\Delta^t z$ de la impedancia característica respecto de la nominal:

$$S_{22}^{mt} = e_{33} + \frac{e_{23} e_{32} \Gamma_{in}}{1 - e_{22} \Gamma_{in}} \quad (4.38)$$

$$\Gamma_{in} = \frac{S_{22}^t - \Delta_S^t e_{11}}{1 - S_{11}^t e_{11}}$$

Las expresiones finales para δ_{22} coinciden con (4.36), (4.37) sin más que substituir el subíndice "11" por "22" y viceversa, y tener en cuenta el cambio de signo en $\Delta \Gamma_r$. La equivalente a (4.36) será:

$$\delta_{22} = -\frac{e_{22}}{2} \left(\frac{\Delta \Gamma_r}{\Gamma_r} + \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2} \right) \Gamma_o \left[e_{11} + \Gamma_t^2 \cdot \frac{1}{e_{11}} \right] \right) \quad (4.39)$$

y para el Thru de longitud cero:

$$\delta_{22} = -\frac{e_{22} \Delta \Gamma_r}{2 \Gamma_r} \quad (4.40)$$

Nótese que en (4.36) ó (4.39) no afecta la *diferencia* de las constantes de propagación ó impedancias características del Thru (de longitud no cero) con respecto al Line, sino únicamente la *diferencia* entre la impedancia característica del Thru y la nominal. Observemos también que los errores residuales δ_{11} y δ_{22} serán muy pequeños, puesto que las incertidumbres $\Delta\Gamma_r$ y Γ_o están multiplicadas por los errores e_{11} y e_{22} ya de por sí pequeños en un buen Analizador de Redes.

Error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{01}, e_{32} \cdot e_{23}$

Definimos el error residual δ_{10} para la respuesta en frecuencia en reflexión, $e_{10} \cdot e_{01}$, como:

$$e_{10} \cdot e_{01} = e_{10} \cdot e_{01} + \delta_{10} \quad (4.41)$$

Podemos obtener δ_{10} diferenciando la siguiente expresión que relaciona $e_{10} \cdot e_{01}$ con e_{11} :

$$e_{10} \cdot e_{01} = \left(e_{00} - \frac{\Delta_x}{e_{11}} \right) e_{11} \quad (4.42)$$

Recordando que $e_{00}, (\Delta_x/e_{11})$ son medidas que se obtienen sin error, tendremos:

$$\delta_{10} = \left(e_{00} - \frac{\Delta_x}{e_{11}} \right) \delta_{11} \quad (4.43)$$

Desarrollando la expresión anterior obtenemos:

$$\delta_{10} = \frac{e_{10} \cdot e_{01}}{e_{11}} \cdot \delta_{11} \quad (4.44)$$

Substituyendo ahora (4.36), se tiene el error residual δ_{10} :

$$\delta_{10} = \frac{e_{10} \cdot e_{01}}{2} \left(\frac{\Delta\Gamma_r}{\Gamma_r} - \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2} \right) \Gamma_o \left[e_{22} + \Gamma_t^2 \cdot \frac{1}{e_{22}} \right] \right) \quad (4.45)$$

Análogamente, para $e_{32} \cdot e_{23}$ se tiene:

$$e_{32} \cdot e_{23} \stackrel{\Delta}{=} e'_{32} \cdot e'_{23} + \delta_{32} \quad (4.46)$$

donde δ_{32} es el error residual para $e_{32} \cdot e_{23}$. Diferenciando la expresión:

$$e_{32} \cdot e_{23} = \left(-\frac{\Delta_y}{e_{22}} - (-e_{33}) \right) e_{22} \quad (4.47)$$

y desarrollando términos, se obtiene

$$\delta_{32} = \frac{e_{32} \cdot e_{23}}{e_{22}} \cdot \delta_{22} \quad (4.48)$$

Substituyendo ahora (4.39), se tiene el error residual δ_{32} :

$$\delta_{32} = -\frac{e_{32} \cdot e_{23}}{2} \left(\frac{\Delta \Gamma_r}{\Gamma_r} + \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2} \right) \Gamma_o \left[e_{11} + \Gamma_t^2 \cdot \frac{1}{e_{11}} \right] \right) \quad (4.49)$$

Error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{32} \cdot e_{23} \cdot e_{01}$

Con referencia de nuevo a la figura (4.1), veamos ahora cómo se transforma la ecuación (3.37) del coeficiente de transmisión medido para el Thru de longitud no cero con la desviación Δz de la impedancia característica respecto de la nominal. Tendremos:

$$S_{21}^{mt} = \frac{b_3}{a_0} = \frac{e_{10} S_{21}^t e_{32}}{1 - e_{11} S_{11}^t - e_{22} S_{22}^t - e_{11} S_{21}^t e_{22} S_{12}^t + e_{11} S_{11}^t e_{22} S_{22}^t} \quad (4.50)$$

donde S_{ij}^t son los parámetros S reales del Thru, que pueden deducirse a partir de la matriz R_{at} (ecuación (4.11)). Diferenciando (4.50), substituyendo las expresiones de S_{ij}^t (ver apéndice III-1 para conversión $R \rightarrow S$), y despreciando errores de 2º orden, se obtiene una expresión para el error residual en la medida de $e_{10} \cdot e_{32}$:

$$\delta(e_{10} e_{32}) = \frac{S_{21}^{mt}}{\Gamma_t} \cdot \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2} \right) \cdot \Gamma_o \cdot \frac{e_{11} e_{22}}{2} \cdot (e_{11} + e_{22}) \left(1 + \frac{\Gamma_t^2}{e_{11} e_{22}} \right) \quad (4.51)$$

Análogamente, partiendo del coeficiente de reflexión en sentido inverso medido para el Thru, S_{12}^{mi} (ecuación (3.38)), y despreciando errores de 2º orden, se obtiene una expresión para el error residual en la medida de $e_{01} \cdot e_{23}$:

$$\delta(e_{01} e_{23}) = \frac{S_{12}^{mt}}{\Gamma_t} \cdot \left(1 - \frac{1}{\Gamma_t^2}\right) \cdot \Gamma_o \cdot \frac{e_{11} e_{22}}{2} \cdot (e_{11} + e_{22}) \left(1 + \frac{\Gamma_t^2}{e_{11} e_{22}}\right) \quad (4.52)$$

En conclusión, en este apartado se han obtenido las expresiones de los errores residuales en la determinación, durante el proceso de calibración, de los coeficientes de los cuadripolos que modelan los errores sistemáticos de medida de los parámetros S de dispositivos de 2 puertos. Como causa de error en la determinación sólo ha sido considerada la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración. Se ha visto que únicamente las directividades y las cantidades Δ_x/e_{11} y $-\Delta_y/e_{22}$ se extraen sin error (en una aproximación de primer orden). A partir de las expresiones (4.36) y (4.39), puede verse que los errores relativos en la determinación de los Source Match dependen de las diferencias relativas entre los Reflects y entre las impedancias características de los patrones de calibración. Si el Thru es de longitud diferente de cero, los errores cometidos pueden incrementarse de manera substancial. Las mismas consideraciones pueden aplicarse al error en la determinación de los coeficientes de tracking (expresiones (4.45), (4.49), (4.51) y (4.52)).

4.2.2 Repetibilidad

- La falta de repetibilidad entre transiciones hace que los parámetros de error e a la entrada y a la salida varíen entre los diversos pasos de calibración (Thru-Reflect-Line). Ello se traducirá en un nuevo error en la extracción de los parámetros e , cuyo origen es distinto e independiente del que provoca la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración (apartado 4.2.1). Sus efectos, sin embargo, serán nuevamente errores residuales de calibración, δ_i . Para estudiar el problema deberemos, en primer lugar, descomponer los cuadripolos de error e en una cascada de 3 cuadripolos de error, cuyas matrices respectivas denominaremos e_x^A, e_x^B, e_x^C para el cuadripolo de entrada, y e_y^C, e_y^B, e_y^A para el cuadripolo de salida (ver figura (4.2)). El significado de cada una de estas matrices es:

e_x^A : Modela los errores debido a imperfecciones del instrumento hasta el plano del conector coaxial de entrada del dispositivo de medida (*Test Fixture*). Se puede suponer invariante en todo el proceso de calibración y medida siempre que el Analizador de Redes no tenga derivas apreciables en el tiempo (por temperatura u otras causas), y los cables externos que conectan el Test Port del Analizador con el dispositivo de medida tampoco sufran variaciones (deformaciones ó desconexiones de las transiciones).

e_x^B : Modela la transición coaxial-microstrip, entendiendo como tal la conexión coaxial al cable que proviene del Analizador, y la conexión (mediante soldadura ó simple presión mecánica) del conductor central (*pin*) a la pista microstrip. Variará a lo largo de la calibración y medida, al ir conectando los diferentes patrones y el dispositivo a medir, puesto que nunca tendremos conectores y/o contactos pin-microstrip idénticos.

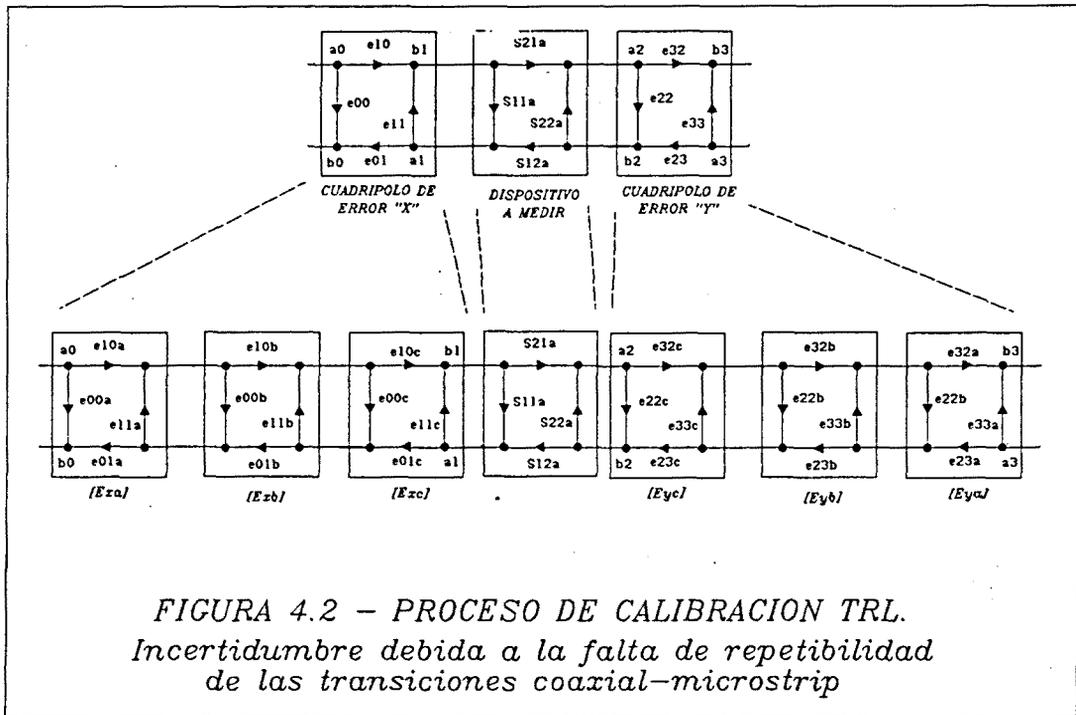
e_x^C : Modela la línea de transmisión microstrip entre la transición y el plano de referencia. También variará a lo largo de la calibración y medida, puesto que las líneas microstrip nunca serán idénticas entre sí. Con el fin de simplificar la derivación subsiguiente, se supondrá que las líneas tienen una impedancia

característica igual a la nominal. Si bien éste no es el caso general, veremos que nos proporciona suficiente información respecto a los errores de repetibilidad en la mayoría de casos prácticos. Por lo tanto la matriz R se expresará como:

$$R_x^c = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ \Gamma_x^c & \\ 0 & \Gamma_x^c \end{bmatrix} \quad (4.53)$$

$$\Gamma_x^c = e^{\gamma_x l_x^c}$$

donde γ_x, l_x^c son, respectivamente, la constante de propagación y la longitud del tramo de línea microstrip.



Para la descomposición a la salida en las matrices e_y^A, e_y^B, e_y^C , tenemos las mismas definiciones que a la entrada, sin más que cambiar x por y . Debe precisarse que, por ser $e_x^B, e_x^C, e_y^B, e_y^C$ variantes en el proceso de calibración y medida, debido a la falta de

repetibilidad, estas matrices se refieren, por ejemplo, a las redes de acceso al Line, siendo $e_x^{B'}$, $e_x^{C'}$, $e_y^{B'}$, $e_y^{C'}$ las correspondientes al Thru y $e_x^{B''}$, $e_x^{C''}$, $e_y^{B''}$, $e_y^{C''}$ las correspondientes al Reflect.

A partir de ahora se va a trabajar, por comodidad, con las matrices de cadena R, que es la manera en que se procedió en el apartado 3.3 del capítulo III y en 4.2.1. Las matrices R correspondientes a las e se distinguirán con los mismos subíndices y superíndices. Tendremos R_x^A , R_x^B , R_x^C para el cuadripolo de entrada, y R_y^C , R_y^B , R_y^A para el de salida. Las matrices R correspondientes a la totalidad del cuadripolo de error (entrada ó salida) se pueden escribir en función de las anteriores:

$$R_x^\Delta = R_x^A \cdot R_x^B \cdot R_x^C \quad (4.54)$$

$$R_y^\Delta = R_y^C \cdot R_y^B \cdot R_y^A \quad (4.55)$$

La falta de repetibilidad entre las redes de acceso al Line con respecto al Thru y al Reflect originará diferencias entre los elementos R_{ij}^{xB} , R_{ij}^{xC} de las matrices R correspondientes. Estas diferencias, pequeñas, se pueden separar en matrices de incrementos de la siguiente manera. Si R_x , R_x^A , R_x^B , R_x^C se refieren a las matrices cadena de las redes de acceso al Line en el Test Port de entrada y R_y , R_y^A , R_y^B , R_y^C se refieren a las matrices cadena de las redes de acceso al Line en el Test Port de salida, tendremos, a la entrada y para el Thru:

$$R_x^{B'}^\Delta = R_x^B + R_x^{\delta B'} \quad , \quad R_x^{\delta B'} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{xb'} & \delta_{12}^{xb'} \\ \delta_{21}^{xb'} & \delta_{22}^{xb'} \end{bmatrix} \quad (4.56)$$

$$R_x^{C'}^\Delta = R_x^C + R_x^{\delta C'} \quad , \quad R_x^{\delta C'} = \begin{bmatrix} \frac{-\delta' \Gamma_x^C}{(\Gamma_x^C)^2} & 0 \\ 0 & \delta' \Gamma_x^C \end{bmatrix} \quad (4.57)$$

donde se ha definido:

$$\Gamma_x^{C'}^\Delta = e^{y_x' l_x^{C'}}.$$

y se ha expresado $1/\Gamma_x^{C'}$ como:

$$\frac{1}{\Gamma_x^{C'}} = \frac{1}{\Gamma_x^C + \delta' \Gamma_x^C} = \frac{1}{\Gamma_x^C} - \frac{\delta' \Gamma_x^C}{(\Gamma_x^C)^2} \quad (4.58)$$

Análogamente, a la entrada y para el Reflect, tendremos expresiones idénticas a (4.56) - (4.58), sin más que substituir la ' por '' :

$$R_x^{B''} \stackrel{\Delta}{=} R_x^B + R_x^{\delta B''}, \quad R_x^{\delta B''} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{xb''} & \delta_{12}^{xb''} \\ \delta_{21}^{xb''} & \delta_{22}^{xb''} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

$$R_x^{C''} \stackrel{\Delta}{=} R_x^C + R_x^{\delta C''}, \quad R_x^{\delta C''} = \begin{bmatrix} -\frac{\delta'' \Gamma_x^C}{(\Gamma_x^C)^2} & 0 \\ 0 & \delta'' \Gamma_x^C \end{bmatrix} \quad (4.60)$$

donde se ha definido:

$$\Gamma_x^{C''} \stackrel{\Delta}{=} e^{y_x'' l_x^{C''}}$$

y se ha expresado $1/\Gamma_x^{C''}$ como:

$$\frac{1}{\Gamma_x^{C''}} = \frac{1}{\Gamma_x^C + \delta'' \Gamma_x^C} = \frac{1}{\Gamma_x^C} - \frac{\delta'' \Gamma_x^C}{(\Gamma_x^C)^2} \quad (4.61)$$

Para el Test Port de salida podemos definir estas matrices diferencia de forma totalmente análoga. Las expresiones serán idénticas a las anteriores sim más que cambiar x por y. Por facilidad en referencias posteriores, se incluyen a continuación. Para el Thru se tendrá:

$$R_y^{B'} \stackrel{\Delta}{=} R_y^B + R_y^{\delta B'}, \quad R_y^{\delta B'} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{yb'} & \delta_{12}^{yb'} \\ \delta_{21}^{yb'} & \delta_{22}^{yb'} \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$R_y^{C'} \stackrel{\Delta}{=} R_y^C + R_y^{\delta C'}, \quad R_y^{\delta C'} = \begin{bmatrix} -\frac{\delta' \Gamma_y^C}{(\Gamma_y^C)^2} & 0 \\ 0 & \delta' \Gamma_y^C \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

donde se ha definido:

$$\Gamma_y^{C'} \stackrel{\Delta}{=} e^{y_y' l_y^{C'}}$$

y se ha expresado $1/\Gamma_y^{C'}$ como:

$$\frac{1}{\Gamma_y^{C'}} = \frac{1}{\Gamma_y^C + \delta' \Gamma_y^C} = \frac{1}{\Gamma_y^C} - \frac{\delta' \Gamma_y^C}{(\Gamma_y^C)^2} \quad (4.64)$$

Análogamente, para el Reflect, tendremos expresiones idénticas a (4.62) - (4.64), sin más que substituir la ' por '' :

$$R_y^{B''} \stackrel{\Delta}{=} R_y^B + R_y^{\delta B''} \quad , \quad R_y^{\delta B''} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{yb''} & \delta_{12}^{yb''} \\ \delta_{21}^{yb''} & \delta_{22}^{yb''} \end{bmatrix} \quad (4.65)$$

$$R_y^{C''} \stackrel{\Delta}{=} R_y^C + R_y^{\delta C''} \quad , \quad R_y^{\delta C''} = \begin{bmatrix} -\frac{\delta'' \Gamma_y^C}{(\Gamma_y^C)^2} & 0 \\ 0 & \delta'' \Gamma_y^C \end{bmatrix} \quad (4.66)$$

donde se ha definido:

$$\Gamma_y^{C''} \stackrel{\Delta}{=} e^{y'' l_y^{C''}}$$

y se ha expresado $1/\Gamma_y^{C''}$ como:

$$\frac{1}{\Gamma_y^{C''}} = \frac{1}{\Gamma_y^C + \delta'' \Gamma_y^C} = \frac{1}{\Gamma_y^C} - \frac{\delta'' \Gamma_y^C}{(\Gamma_y^C)^2} \quad (4.67)$$

Las matrices R correspondientes a la totalidad del cuadripolo de error para las redes de acceso (entrada ó salida) del Thru y el Reflect también se pueden escribir en función de las anteriores:

$$R_x' \stackrel{\Delta}{=} R_x^A \cdot R_x^{B'} \cdot R_x^{C'} = R_x + R_x^{\delta'} \quad (4.68)$$

$$R_y' \stackrel{\Delta}{=} R_y^{C'} \cdot R_y^{B'} \cdot R_y^A = R_y + R_y^{\delta'} \quad (4.69)$$

para el Thru, y:

$$R_x'' \stackrel{\Delta}{=} R_x^A \cdot R_x^{B''} \cdot R_x^{C''} = R_x + R_x^{\delta''} \quad (4.70)$$

$$R_y'' \stackrel{\Delta}{=} R_y^{C''} \cdot R_y^{B''} \cdot R_y^A = R_y + R_y^{\delta''} \quad (4.71)$$

para el Reflect. Los elementos de las matrices $R_x^{\delta'}$, $R_y^{\delta'}$ se definen en las siguientes ecuaciones:

$$R_x^{\delta'} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{x'} & \delta_{12}^{x'} \\ \delta_{21}^{x'} & \delta_{22}^{x'} \end{bmatrix} \quad (4.72)$$

$$R_y^{\delta'} = \begin{bmatrix} \delta_{11}^{y'} & \delta_{12}^{y'} \\ \delta_{21}^{y'} & \delta_{22}^{y'} \end{bmatrix} \quad (4.73)$$

Para el Reflect tendríamos las mismas relaciones (4.72), (4.73), sin más que substituir ' por ". Nótese que las matrices R_x^A, R_y^A son invariantes en todo el proceso de calibración y medida, por hipótesis inicial.

Error residual en la determinación de $e_{00}, -e_{33}, (\Delta_x/e_{11}), (-\Delta_y/e_{22})$

Para determinar los errores residuales vamos primero a repetir el proceso de deducción del sistema (3.17) - (3.20) con el fin de reescribirlo para el caso que nos ocupa (errores de repetibilidad). Es más cómodo, por el momento, trabajar directamente con las matrices globales R_x, R_y , utilizando $R_x^{\delta'}, R_x^{\delta''}, R_y^{\delta'}, R_y^{\delta''}$ para las diferencias debidas a la falta de repetibilidad. En la derivación subsiguiente sólo se contemplará el caso en que el Thru es de longitud cero. El proceso de cálculo cuando el Thru tiene longitud distinta de cero es idéntico al seguido aquí sin más que ligeras complicaciones en el álgebra, que no afectan al resultado final.

Las matrices R medidas para el Line y el Thru, se pueden expresar ahora como:

$$R_{md} = R_x' \cdot R_{ad} \cdot R_y' \quad (4.74)$$

$$R_{mt} = R_x \cdot R_y \quad (4.75)$$

Substituyendo (4.68), (4.69) en (4.74), se obtiene, despreciando errores de segundo orden:

$$R_{md} = R_x \cdot R_{ad} \cdot R_y + R_x^{\delta'} R_{ad} \cdot R_y + R_x \cdot R_{ad} \cdot R_y^{\delta'} \quad (4.76)$$

Despejando R_y de (4.75) y substituyendo en (4.76), tendremos:

$$M \cdot R_x = (R_x + R_x^{\delta'}) R_{ad} + (R_x R_{ad}) (R_y^{\delta'} R_{mt}^{-1} R_x) \quad (4.77)$$

$$M^{\Delta} = R_{md} \cdot R_{mt}^{-1}$$

La ecuación (4.77) se reduce al caso ideal, (3.16), cuando $R_x^{\delta'} = R_y^{\delta'} = Q$, es decir, cuando no hay errores debidos a falta de repetibilidad. Substituyendo las expresiones (3.10), (3.13) y (3.14) a la derecha de la igualdad (4.77), operando y reduciendo términos se llega, para el segundo sumando:

$$(R_x R_{ad})(R_y^{\delta'} R_{mt}^{-1} R_x) = \frac{1}{e_{01} e_{23}} \begin{bmatrix} t_{11} & t_{12} \\ t_{21} & t_{22} \end{bmatrix} \quad (4.78)$$

donde los elementos t_{ij} de la matriz son:

$$t_{11} = -\frac{\Delta_x}{\Gamma} (\delta_{11}^{y'} + e_{33} \delta_{12}^{y'}) + e_{00} \Gamma (\delta_{21}^{y'} + e_{33} \delta_{22}^{y'})$$

$$t_{21} = -\frac{e_{11}}{\Gamma} (\delta_{11}^{y'} + e_{33} \delta_{12}^{y'}) + \Gamma (\delta_{21}^{y'} + e_{33} \delta_{22}^{y'})$$

$$t_{12} = \frac{\Delta_x}{\Gamma} (e_{22} \delta_{11}^{y'} + \Delta_y \delta_{12}^{y'}) - e_{00} \Gamma (e_{22} \delta_{21}^{y'} + \Delta_y \delta_{22}^{y'})$$

$$t_{22} = \frac{e_{11}}{\Gamma} (e_{22} \delta_{11}^{y'} + \Delta_y \delta_{12}^{y'}) - \Gamma (e_{22} \delta_{21}^{y'} + \Delta_y \delta_{22}^{y'})$$

$$\Gamma = e^{\gamma_l l}$$

siendo γ_l, l la constante de propagación y la longitud del Line, respectivamente (recordemos que el Thru es de longitud cero, por lo que l es también la diferencia entre las longitudes del Thru y el Line. El primer sumando a la derecha de (4.77) queda, por su parte:

$$(R_x + R_x^{\delta'}) R_{ad} = \begin{bmatrix} \left(-\frac{\Delta_x}{e_{10}} + \delta_{11}^{x'} \right) \frac{1}{\Gamma} & \left(\frac{e_{00}}{e_{10}} + \delta_{12}^{x'} \right) \Gamma \\ \left(-\frac{e_{11}}{e_{10}} + \delta_{21}^{x'} \right) \frac{1}{\Gamma} & \left(\frac{1}{e_{10}} + \delta_{22}^{x'} \right) \Gamma \end{bmatrix} \quad (4.79)$$

Substituyendo (4.78) y (4.79) en (4.77), el sistema de ecuaciones buscado queda de la siguiente manera, en función de las incertidumbres $\delta_{ij}^{x'}, \delta_{ij}^{y'}$:

$$\begin{aligned}
 m_{11}x_{11} + m_{12}x_{21} &= x_{11} \frac{1}{\Gamma} + \frac{\delta_{11}^{x'}}{\Gamma} + x_{11} \frac{\delta_1^{y'}}{e_{23}\Gamma} + x_{12} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \\
 m_{21}x_{11} + m_{22}x_{21} &= x_{21} \frac{1}{\Gamma} + \frac{\delta_{21}^{x'}}{\Gamma} + x_{21} \frac{\delta_1^{y'}}{e_{23}\Gamma} + x_{22} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \quad (4.80) \\
 m_{11}x_{12} + m_{12}x_{22} &= x_{12}\Gamma + \delta_{12}^{x'}\Gamma - x_{11} \frac{\delta_3^{y'}}{e_{23}\Gamma} - x_{12} \frac{\Gamma \delta_4^{y'}}{e_{23}} \\
 m_{21}x_{12} + m_{22}x_{22} &= x_{22}\Gamma + \delta_{22}^{x'}\Gamma - x_{21} \frac{\delta_3^{y'}}{e_{23}\Gamma} - x_{22} \frac{\Gamma \delta_4^{y'}}{e_{23}}
 \end{aligned}$$

donde, por comodidad, se han definido los símbolos $\delta_i^{y'}$, ($i = 1, 2, 3, 4$) como:

$$\begin{aligned}
 \delta_1^{y'} &\stackrel{\Delta}{=} \delta_{11}^{y'} + e_{33}\delta_{12}^{y'} \quad , \quad \delta_2^{y'} \stackrel{\Delta}{=} \delta_{21}^{y'} + e_{33}\delta_{22}^{y'} \\
 \delta_3^{y'} &\stackrel{\Delta}{=} e_{22}\delta_{11}^{y'} + \Delta_y \delta_{12}^{y'} \quad , \quad \delta_4^{y'} \stackrel{\Delta}{=} e_{22}\delta_{21}^{y'} + \Delta_y \delta_{22}^{y'}
 \end{aligned} \quad (4.81)$$

Siguiendo idéntico procedimiento que en 4.2.1, se obtienen las nuevas expresiones para las incógnitas del caso ideal. Para ello hemos de despejar x_{11} y x_{21} en función de x_{12} y x_{22} de la 1ª y 2ª ecuaciones del sistema (4.80). De esta manera obtenemos:

$$\begin{aligned}
 x_{11} &= \frac{1}{\Delta} \left[\left(m_{22} - \frac{1}{\Gamma} \right) \left(\frac{d_{11}^{x'}}{\Gamma} + x_{12} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \right) - m_{12} \left(\frac{d_{21}^{x'}}{\Gamma} + x_{22} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \right) \right] \\
 x_{21} &= \frac{1}{\Delta} \left[\left(m_{11} - \frac{1}{\Gamma} \right) \left(\frac{d_{21}^{x'}}{\Gamma} + x_{22} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \right) - m_{21} \left(\frac{d_{11}^{x'}}{\Gamma} + x_{12} \frac{\Gamma \delta_2^{y'}}{e_{23}} \right) \right] \\
 \Delta &= m_{11}m_{22} - m_{12}m_{21} - \frac{1}{\Gamma} \left(1 + \frac{\delta_1^{y'}}{e_{23}} \right) (m_{11} + m_{22}) + \frac{1}{\Gamma^2} \left(1 + \frac{2\delta_1^{y'}}{e_{23}} \right)
 \end{aligned} \quad (4.82)$$

Substituyendo (4.82) en la 3ª y 4ª ecuaciones del sistema (4.80), resultará que los términos $-x_{11} \frac{\delta_3^{y'}}{e_{23}\Gamma}$ y $-x_{21} \frac{\delta_3^{y'}}{e_{23}\Gamma}$ a la derecha de la igualdad contendrán sólo errores de 2º orden. Por lo tanto el sistema quedará:

$$\begin{aligned}
 m_{11}x_{12} + m_{12}x_{22} &= x_{12}\Gamma + \delta_{12}^{x'}\Gamma - x_{12} \frac{\Gamma \delta_4^{y'}}{e_{23}} \\
 m_{21}x_{12} + m_{22}x_{22} &= x_{22}\Gamma + \delta_{22}^{x'}\Gamma - x_{22} \frac{\Gamma \delta_4^{y'}}{e_{23}} \quad (4.83)
 \end{aligned}$$

Si despejamos x_{12} y x_{22} de (4.83), tenemos ya la expresión para una de las incógnitas que nos aparecían en la ecuación de 2º grado del caso ideal:

$$\frac{x_{12}}{x_{22}} = \frac{m_{22} \delta_{12}^{x'} - m_{12} \delta_{22}^{x'} - \Gamma \delta_{12}^{x'}}{m_{11} \delta_{22}^{x'} - m_{21} \delta_{12}^{x'} - \Gamma \delta_{22}^{x'}} \quad (4.84)$$

Substituyendo en (4.84) las expresiones de los m_{ij} en función de los parámetros de error (ecuaciones (3.23)), se obtiene, para esta aproximación de primer orden:

$$\frac{x_{12}}{x_{22}} = e_{00}$$

Es decir, la extracción del parámetro e_{00} no contiene ningún error de primer orden y, por tanto, a nuestros efectos, se realiza sin error.

Podemos repetir el mismo razonamiento anterior para x_{11}/x_{21} . Despejando x_{12} , x_{22} de la 3ª y 4ª ecuaciones de (4.80) obtendremos:

$$\begin{aligned} x_{12} &= \frac{1}{\Delta} \left[(m_{22} - \Gamma) \left(d_{12}^{x'} \Gamma - x_{11} \frac{\delta_3^{y'}}{\Gamma e_{23}} \right) - m_{12} \left(d_{22}^{x'} \Gamma - x_{21} \frac{\delta_3^{y'}}{\Gamma e_{23}} \right) \right] \\ x_{22} &= \frac{1}{\Delta} \left[(m_{11} - \Gamma) \left(d_{22}^{x'} \Gamma - x_{21} \frac{\delta_3^{y'}}{\Gamma e_{23}} \right) - m_{21} \left(d_{12}^{x'} \Gamma - x_{11} \frac{\delta_3^{y'}}{\Gamma e_{23}} \right) \right] \\ \Delta &= m_{11} m_{22} - m_{12} m_{21} - \Gamma \left(\frac{\delta_4^{y'}}{e_{23}} - 1 \right) (m_{11} + m_{22}) + \Gamma^2 \left(1 - \frac{2\delta_4^{y'}}{e_{23}} \right) \end{aligned} \quad (4.85)$$

Substituyendo (4.85) en la 1ª y 2ª ecuaciones del sistema (4.80), resultará que los términos $x_{12} \frac{\delta_2^{y'}}{e_{23}}$ y $x_{22} \frac{\delta_2^{y'}}{e_{23}}$ a la derecha de la igualdad contendrán sólo errores de 2ª orden.

Por lo tanto el sistema quedará:

$$\begin{aligned} m_{11} x_{11} + m_{12} x_{21} &= x_{11} \frac{1}{\Gamma} + \frac{\delta_{11}^{x'}}{\Gamma} + x_{11} \frac{\delta_1^{y'}}{\Gamma e_{23}} \\ m_{21} x_{11} + m_{22} x_{21} &= x_{21} \frac{1}{\Gamma} + \frac{\delta_{21}^{x'}}{\Gamma} + x_{21} \frac{\delta_1^{y'}}{\Gamma e_{23}} \end{aligned} \quad (4.86)$$

Si despejamos x_{11} y x_{21} de (4.86), tenemos ya la expresión para la segunda de las incógnitas que nos aparecían en la ecuación de 2º grado del caso ideal:

$$\frac{x_{11}}{x_{21}} = \frac{m_{22}\delta_{11}^{x'} - m_{12}\delta_{21}^{x'} - \frac{\delta_{11}^{x'}}{\Gamma}}{m_{11}\delta_{21}^{x'} - m_{21}\delta_{11}^{x'} - \frac{\delta_{21}^{x'}}{\Gamma}} \quad (4.87)$$

Substituyendo en (4.87) las expresiones de los m_{ij} en función de los parámetros de error (ecuaciones (3.23)), se obtiene, para esta aproximación de primer orden:

$$\frac{x_{11}}{x_{21}} = \frac{\Delta_x}{e_{11}}$$

Es decir, la extracción del parámetro Δ_x/e_{11} no contiene ningún error de primer orden y, por tanto, a nuestros efectos, se realiza sin error.

Para el cuadripolo de error correspondiente al Test Port 2 podríamos aplicar el mismo razonamiento y llegaríamos a dos ecuaciones similares a (4.84) y (4.87) para $(y_{11}/y_{12}), (y_{21}/y_{22})$. Por lo tanto, en conclusión, las cantidades

$$\frac{y_{11}}{y_{12}} = -\frac{\Delta_y}{e_{22}}$$

$$\frac{y_{21}}{y_{22}} = e_{33}$$

se obtendrían también sin errores de primer orden y, por tanto, sin error a los efectos de este análisis. Su error residual de calibración es cero.

Debido a que los errores residuales obtenidos son cero, no es necesario expresar las incertidumbres $\delta_{ij}^{x'}, \delta_{ij}^{y'}$ en función de las repetibilidades del sistema de calibración (elementos $\delta_{ij}^{x_0'}, \delta_{ij}^{y_0'}, \delta' \Gamma_x^c, \delta' \Gamma_y^c$).

Error residual en la determinación de e_{11}, e_{22}

El coeficiente de reflexión del Thru en la puerta 1 puede ponerse como:

$$S_{11}^{ml} = \frac{e_{00} - \Delta_x e_{22}}{1 - e_{11} e_{22}} \quad (4.88)$$

Por lo tanto:

$$e'_{11} = \frac{1}{e'_{22}} \cdot \frac{e'_{00} - S_{11}^{mt}}{\left(\frac{\Delta_x}{e_{11}}\right)' - S_{11}^{mt}} \quad (4.89)$$

Procediendo de manera similar, se llega a la siguiente relación para el Reflect:

$$\frac{1}{e''_{22}} = \frac{1}{e''_{11}} \cdot \frac{e''_{00} - \Gamma_{mx}}{\left(\frac{\Delta_x}{e_{11}}\right)'' - \Gamma_{mx}} \cdot \frac{e''_{00} - \Gamma_{my}}{\left(\frac{\Delta_x}{e_{11}}\right)'' - \Gamma_{my}} \quad (4.90)$$

Se verifica, además, que:

$$\frac{\Delta'_x}{e'_{11}} = \frac{\Delta''_x}{e''_{11}} = \frac{\Delta_x}{e_{11}} \quad (4.91)$$

$$e'_{00} = e''_{00} = e_{00} \quad (4.92)$$

puesto que los correspondientes parámetros que aparecen en (4.89), (4.90) han sido obtenidos sin error en la aproximación de primer orden.

Las diferencias entre e'_{22} y e''_{22} se deben a la falta de repetibilidad entre las respectivas redes de acceso del Thru y del Reflect. Vamos a denominar a éstas mediante el símbolo Δ'_{22} . Tenemos, por tanto, que:

$$e''_{22} = e'_{22} + \Delta'_{22} \quad (4.93)$$

Substituyendo (4.93) en (4.90), desarrollando términos y despreciando los errores de 2º orden, se obtiene:

$$\frac{1}{e'_{22}} = \frac{1}{e''_{11}} \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{mx}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx}} \cdot \frac{e_{00} - \Gamma_{my} + \frac{\Delta'_{22}}{(e'_{22})^2}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{my}} \quad (4.94)$$

Substituyendo (4.94) en (4.89) y recordando que el parámetro e_{11} efectivamente calculado por el Analizador, que denominaremos e_{11}^0 , se puede expresar como

$$(e_{11}^D)^2 = \frac{e_{00} - \Gamma_{mx} \frac{-\frac{\Delta_y}{e_{22}} + \Gamma_{my}}{e_{11}} e_{00} - S_{11}^{mt}}{\frac{\Delta_x}{e_{11}} - \Gamma_{mx} \frac{-e_{33} + \Gamma_{my} \frac{\Delta_x}{e_{11}} - S_{11}^{mt}}{e_{11}}} \quad (4.95)$$

podemos llegar a:

$$e_{11}^D = \frac{(e_{11}^D)^2}{e_{11}^{\prime\prime}} + \frac{\Delta_{22} e_{11}^{\prime}}{e_{22}^{\prime}} \quad (4.96)$$

e_{11}^D diferirá del parámetro real que el Analizador debería aplicar en la medida del dispositivo, que denominaremos $e_{11}^{\prime\prime\prime}$. Este error será precisamente el error residual debido a la falta de repetibilidad, δ_{11} :

$$e_{11}^D = e_{11}^{\prime\prime\prime} - \delta_{11} \quad (4.97)$$

Para el desarrollo de (4.96), tengamos en cuenta que las diferencias entre $e_{11}^{\prime\prime\prime}$ y $e_{11}^{\prime\prime}$ se deben a la falta de repetibilidad entre las redes de acceso respectivas del Dispositivo a Medir y del Reflect. Vamos a denominar a éstas mediante el símbolo $\Delta_{11}^{\prime\prime}$. Tenemos, por tanto, que:

$$e_{11}^{\prime\prime\prime} = e_{11}^{\prime\prime} + \Delta_{11}^{\prime\prime} \quad (4.98)$$

Substituyendo (4.97) y (4.98) en (4.96) y despejando δ_{11} se obtiene:

$$\delta_{11} = \frac{\Delta_{11}^{\prime} + \Delta_{11}^{\prime\prime}}{2} + \frac{e_{11}^{\prime} \Delta_{22}^{\prime}}{e_{22}^{\prime} 2} \quad (4.99)$$

Procediendo de la misma manera para el Test Port 2, podríamos llegar a la siguiente expresión para el error residual δ_{22} debido a la falta de repetibilidad:

$$\delta_{22} = \frac{\Delta_{22}^{\prime} + \Delta_{22}^{\prime\prime}}{2} + \frac{e_{22}^{\prime} \Delta_{11}^{\prime}}{e_{11}^{\prime} 2} \quad (4.100)$$

con $\Delta_{22}^{\prime\prime}$ definido como:

$$e_{22}^{\prime\prime\prime} = e_{22}^{\prime\prime} + \Delta_{22}^{\prime\prime} \quad (4.101)$$

Nos falta expresar las Δ_u', Δ_u'' en función de la falta de repetibilidad asociada a cada parte (B,C) del cuadripolo de error. Por ejemplo, para Δ_{22}' debemos desarrollar e_{22}' y e_{22}'' en función de los parámetros de error individuales $e_{ij}^a, e_{ij}^b, \Gamma_y^c, e_{ij}^{b'}, \Gamma_y^{c'}$. A partir de los productos de matrices (4.54), (4.55) se puede llegar a las siguientes expresiones para e_{22}' y e_{22}'' (Apéndice IV-2):

$$e_{22}' = \frac{1}{(\Gamma_y^{c'})^2} \frac{e_{22}^{b'} - \Delta_y^{b'} e_{22}^a}{1 - e_{22}^a e_{33}^{b'}} \quad (4.102)$$

$$e_{22}'' = \frac{1}{(\Gamma_y^{c''})^2} \frac{e_{22}^{b''} - \Delta_y^{b''} e_{22}^a}{1 - e_{22}^a e_{33}^{b''}} \quad (4.103)$$

en donde los superíndices a y b identifican la matriz de procedencia de los parámetros de error. Efectuando la diferencia entre (4.102) y (4.103), y despreciando errores de 2º orden, se puede llegar a la siguiente expresión para Δ_{22}' :

$$\Delta_{22}' = e_{22}'' - e_{22}' = \Delta_2 e_{22}' \quad (4.104)$$

$$\Delta_2 = \frac{\delta_B}{e_{22}^{b'} - \Delta_y^{b'} e_{22}^a} - 2 \frac{\delta' \Gamma_y^c}{\Gamma_y^c} + \frac{e_{22}^a \Delta_{33}^{b'}}{1 - e_{22}^a e_{33}^{b'}}$$

$$\delta_B = \Delta_{22}^{b'} - e_{22}^a (\Delta_{22}^{b'} e_{33}^{b'} + \Delta_{33}^{b'} e_{22}^{b'} - \Delta' (e_{23}^b e_{32}^b))$$

en donde $\Delta_{ii}^{b'}$ es la repetibilidad para el parámetro $e_{ii}^{b'}$. Análogamente, para Δ_{11}' , puede obtenerse:

$$\Delta_{11}' = e_{11}'' - e_{11}' = \Delta_1 e_{11}' \quad (4.105)$$

$$\Delta_1 = \frac{\delta_A}{e_{11}^{b'} - \Delta_x^{b'} e_{11}^a} - 2 \frac{\delta' \Gamma_x^c}{\Gamma_x^c} + \frac{e_{11}^a \Delta_{00}^{b'}}{1 - e_{11}^a e_{00}^{b'}}$$

$$\delta_A = \Delta_{11}^{b'} - e_{11}^a (\Delta_{11}^{b'} e_{00}^{b'} + \Delta_{00}^{b'} e_{11}^{b'} - \Delta' (e_{01}^b e_{10}^b))$$

en donde $\Delta_{ii}^{b'}$ es la repetibilidad para el parámetro $e_{ii}^{b'}$.

Podríamos proceder de manera análoga para el cálculo de Δ''_{11} y Δ''_{22} . En este punto podemos hacer una hipótesis simplificativa y suponer igualdad entre las repetibilidades de las redes de acceso al Thru respecto a las del Dispositivo a Medir y las del Reflect respecto a las del Dispositivo a Medir. Es decir, podemos suponer que:

$$\Delta''_{11} = \Delta'_{11} \quad , \quad \Delta''_{22} = \Delta'_{22} \quad (4.106)$$

A efectos del cálculo de los *límites de error*, esta hipótesis no va a tener trascendencia porque equivale, en (4.99) (ó en (4.100)), a suponer el *caso peor*, en que Δ''_{11} y Δ'_{11} (ó Δ''_{22} y Δ'_{22}) se suman en fase. Substituyendo (4.104) - (4.106) en (4.99) y (4.100) tenemos finalmente:

$$\delta_{11} = \frac{e'_{11}}{2} (2\Delta_1 + \Delta_2) \quad (4.107)$$

$$\delta_{11} = \frac{e'_{22}}{2} (2\Delta_2 + \Delta_1) \quad (4.108)$$

Error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{01} \cdot e_{32} \cdot e_{23}$

Para el parámetro $e_{10} \cdot e_{01}$ determinado por el Analizador tenemos:

$$(e_{10} e_{01})^D = \left(e_{00} - \frac{\Delta_x}{e_{11}} \right) e'_{11} \quad (4.109)$$

Por lo tanto el error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{01}$ debido a la falta de repetibilidad será, simplemente:

$$\delta_{10} = (e_{10} e_{01}) \frac{\delta_{11}}{e_{11}} \quad (4.110)$$

$$\delta_{10} = (e_{10} e_{01}) \frac{2\Delta_1 + \Delta_2}{2} \quad (4.111)$$

Para el parámetro $e_{32} \cdot e_{23}$ determinado por el Analizador tenemos:

$$(e_{32} e_{23})^D = - \left(-e_{33} - \left(-\frac{\Delta_y}{e_{22}} \right) \right) e'_{22} \quad (4.112)$$

Por lo tanto el error residual en la determinación de $e_{32} \cdot e_{23}$ debido a la falta de repetibilidad será, simplemente:

$$\delta_{32} = (e_{32} e_{23}) \frac{\delta_{22}}{e_{22}} \quad (4.113)$$

$$\delta_{32} = (e_{32} e_{23}) \frac{\Delta_1 + 2\Delta_2}{2} \quad (4.114)$$

Error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{32} \cdot e_{23} \cdot e_{01}$

A partir de (3.36), se tiene, para el Thru:

$$\delta_{32} = (e_{32} e_{23}) \frac{\delta_{22}}{e_{22}} \quad (4.115)$$

$$\delta_{32} = (e_{32} e_{23}) \frac{\Delta_1 + 2\Delta_2}{2}$$

El parámetro $e_{10} \cdot e_{32}$ determinado por el Analizador será, pues:

$$(e_{10} e_{32})^D = S_{21}^{mt} (1 - e_{11}^D e_{22}^D) \quad (4.116)$$

Por lo tanto el error residual en la determinación de $e_{10} \cdot e_{23}$ debido a la falta de repetibilidad será, simplemente:

$$\delta(e_{10} e_{32}) = -S_{21}^{mt} (\delta_{22} e_{11}''' + \delta_{11} e_{22}''') \quad (4.117)$$

Procediendo idénticamente para $e_{01} \cdot e_{23}$, obtendremos:

$$\delta(e_{01} e_{23}) = -S_{12}^{mt} (\delta_{22} e_{11}''' + \delta_{11} e_{22}''') \quad (4.118)$$

En conclusión, en este apartado se han obtenido las expresiones de los errores residuales en la determinación, durante el proceso de calibración, de los coeficientes de los cuadripolos que modelan los errores sistemáticos de medida de los parámetros S de dispositivos de 2 puertas. Como causa de error en la determinación únicamente ha sido considerada la falta de repetibilidad entre transiciones. Se ha visto que únicamente las directividades y las cantidades Δ_x/e_{11} y $-\Delta_y/e_{22}$ se extraen sin error (en una aproximación de primer orden). A partir de las expresiones (4.107) y (4.108) (junto

con (4.104) y (4.105)), puede verse que los errores relativos en la determinación de los Source Match dependen de las repetibilidades de ambas transiciones (1 y 2) simultáneamente, siendo la repetibilidad asociada al Source Match el factor predominante. Otra causa de error es la repetibilidad relativa de las cantidades Γ_x^c, Γ_y^c , dependientes a su vez, de las constantes de propagación y longitudes de los patrones. Las mismas consideraciones pueden aplicarse al error en la determinación de los coeficientes de tracking (expresiones (4.111), (4.114), (4.117) y (4.118)).

4.3 PROPUESTA DE UNA FORMULACION PARA LOS ERRORES DE MEDIDA DE CUADRIPOLOS UTILIZANDO CALIBRACION TRL

En el presente apartado se analiza el efecto que los errores residuales de calibración analizados en 4.2 tienen en la precisión de las medidas de parámetros S de dispositivos de dos puertas utilizando la calibración TRL. De nuevo, el análisis efectuado contempla únicamente errores de primer orden, por entender que van a ser los únicos significativos en la práctica. En las derivaciones subsiguientes, y para no complicar innecesariamente las expresiones, no se considerará el efecto de la incertidumbre de instrumentación, que siempre puede ser añadida al final como causa independiente de error. El proceso de cálculo se basa en considerar las diferencias entre los parámetros S reales del dispositivo y los parámetros S calculados por el Analizador de Redes. Éstos contendrán siempre error, debido al error (denominado *error residual de calibración*) en la extracción de los parámetros que modelan la imperfección del hardware de medida (conocidos como *parámetros de error*). Para las definiciones de los parámetros de error y de los errores residuales de calibración, así como las figuras pertinentes, véase el apartado 4.2. En el apartado 4.3.1 se tratan los errores de medida, y en el 4.3.2 se discute una técnica gráfica útil para la obtención rápida de estos errores de medida.

Primero se escribirán las expresiones de los parámetros S reales del dispositivo en función de los coeficientes de reflexión y transmisión medidos y de los parámetros de error. Con referencia a la figura (4.1), y despejando la matriz R del dispositivo de la ecuación (3.15) (sin particularizar en un dispositivo concreto), se tiene:

$$R_a = \dot{R}_x^{-1} R_m R_y^{-1} \quad (4.119)$$

Substituyendo (3.10) y (3.11) en (4.119), y teniendo en cuenta las ecuaciones de conversión entre parámetros R y S (ver apéndice III-1), se obtienen las relaciones buscadas:

$$S_{11}^A = \frac{e_{22} S_{12}^M S_{21}^M + (e_{00} - S_{11}^M)(e_{22} S_{22}^M - \Delta_y)}{e_{11} e_{22} S_{12}^M S_{21}^M - (e_{11} S_{11}^M - \Delta_x)(e_{22} S_{22}^M - \Delta_y)} \quad (4.120)$$

$$S_{22}^A = \frac{e_{11} S_{12}^M S_{21}^M + (e_{33} - S_{22}^M)(e_{11} S_{11}^M - \Delta_x)}{e_{11} e_{22} S_{12}^M S_{21}^M - (e_{11} S_{11}^M - \Delta_x)(e_{22} S_{22}^M - \Delta_y)} \quad (4.121)$$

$$S_{21}^A = \frac{-e_{01} e_{23} S_{21}^M}{e_{11} e_{22} S_{12}^M S_{21}^M - (e_{11} S_{11}^M - \Delta_x)(e_{22} S_{22}^M - \Delta_y)} \quad (4.122)$$

$$S_{12}^A = \frac{-e_{10} e_{32} S_{12}^M}{e_{11} e_{22} S_{12}^M S_{21}^M - (e_{11} S_{11}^M - \Delta_x)(e_{22} S_{22}^M - \Delta_y)} \quad (4.123)$$

en donde los S_{ij}^A son los parámetros S reales del dispositivo y S_{ij}^M se refieren a los coeficientes de reflexión y transmisión medidos por el Analizador de Redes.

4.3.1 Errores de medida de dispositivos de dos puertas mediante técnica TRL

Los errores de medida para los diferentes parámetros S se denominarán α_{ij} , con el fin de distinguirlos de los errores residuales δ_{ij} del apartado anterior. Utilizando esta definición, tendremos:

$$\alpha_{11}^{\Delta} = S_{11}^{A'} - S_{11}^A \quad (4.124)$$

$$\alpha_{22}^{\Delta} = S_{22}^{A'} - S_{22}^A \quad (4.125)$$

$$\alpha_{21}^{\Delta} = S_{21}^{A'} - S_{21}^A \quad (4.126)$$

$$\alpha_{12}^{\Delta} = S_{12}^{A'} - S_{12}^A \quad (4.127)$$

en donde los $S_{ij}^{A'}$ son los parámetros S incorrectamente calculados por el Analizador de Redes a partir de los parámetros de error e_{ij} medidos. Por ejemplo, para $S_{21}^{A'}$ tendríamos:

$$S_{21}^{A'} = \frac{-e_{01}' e_{23}' S_{21}^M}{e_{11}' e_{22}' S_{12}^M S_{21}^M - (e_{11}' S_{11}^M - \Delta_x')(e_{22}' S_{22}^M - \Delta_y')}$$

Error en la determinación de S_{11}^A, S_{22}^A

Expresando $S_{11}^A = N/D$, substituyendo en (4.124) y despreciando errores de 2º orden, tenemos la siguiente expresión aproximada para α_{11} :

$$\alpha_{11} = \frac{\Delta N \cdot D - N \cdot \Delta D}{D^2} \quad (4.128)$$

Recordando que los parámetros e_{00} , e_{33} se obtienen sin error en una aproximación de primer orden, y observando (ver figura (4.1)) que el parámetro $e_{23} \cdot e_{32}$ no interviene en la medida de S_{11}^A , podremos escribir, para los incrementos que aparecen en (4.128) (ver (4.120)):

$$\Delta N = \delta_{22} \cdot A$$

$$\Delta D = \delta_{11}(e_{22}A + C) + \delta_{22}(e_{11}A + B) + \delta_{10}(\Delta_y - e_{22}S_{22}^M)$$

$$A = e_{33}S_{11}^M - \Delta_S^M + e_{00}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$B = -e_{01}e_{10}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$C = -e_{23}e_{32}(S_{11}^M - e_{00})$$

$$\Delta_S^M = S_{11}^M S_{22}^M - S_{21}^M S_{12}^M$$

Si substituímos en (4.128) y despreciamos errores de 2º orden, puede desarrollarse la expresión para obtener finalmente:

$$\alpha_{11} = -\delta_{22} S_{21}^M S_{12}^M - \delta_{11} (S_{11}^M)^2 - \delta_{10} S_{11}^M \quad (4.129)$$

En (4.129) se ha supuesto que los parámetros de error corresponden a un buen Analizador, y por tanto cumplen que:

$$|e_{ii}| \ll 1$$

$$|e_{01}e_{10}| = 1$$

$$|e_{01}e_{23}| = 1$$

$$|e_{10}e_{32}| = 1$$

$$|e_{23}e_{32}| = 1$$

y el dispositivo a medir es un transistor de microondas ó milimétricas. En tal caso, sus parámetros S cumplen típicamente:

$$|S_{ii}^M| \gg |e_{jj}|$$

$$|S_{ii}^M e_{jj}| \ll 1$$

$$(i = 1, 2 \ ; \ j = 0, 1, 2, 3)$$

Para el parámetro S_{22}^A procederemos idénticamente. Expresando de nuevo $S_{22}^A = N/D$, substituyendo en (4.125) y despreciando errores de 2º orden, tenemos la siguiente expresión aproximada para α_{22} :

$$\alpha_{22} = \frac{\Delta N \cdot D - N \cdot \Delta D}{D^2} \quad (4.130)$$

Recordando que los parámetros e_{00} , e_{33} se obtienen sin error en una aproximación de primer orden, y observando (ver figura (4.1)) que el parámetro $e_{01} \cdot e_{10}$ no interviene en la medida de S_{22}^A , podremos escribir, para los incrementos que aparecen en (4.130) (ver (4.121)):

$$\Delta N = \delta_{11} \cdot A$$

$$\Delta D = \delta_{11}(e_{22}A + C) + \delta_{22}(e_{11}A + B) + \delta_{23}(\Delta_x - e_{11}S_{11}^M)$$

$$A = e_{33}S_{11}^M - \Delta_S^M + e_{00}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$B = -e_{01}e_{10}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$C = -e_{23}e_{32}(S_{11}^M - e_{00})$$

$$\Delta_S^M = S_{11}^M S_{22}^M - S_{21}^M S_{12}^M$$

Si substituímos en (4.130) y despreciamos errores de 2º orden, puede desarrollarse la expresión para obtener finalmente:

$$\alpha_{22} = -\delta_{11} S_{21}^M S_{12}^M - \delta_{22} (S_{22}^M)^2 - \delta_{23} S_{22}^M \quad (4.131)$$

En (4.131) se han efectuado las mismas hipótesis que en (4.129) respecto a los parámetros de error y los parámetros S del dispositivo.

Error en la determinación de S_{21}^A, S_{12}^A

Expresando $S_{21}^A = -S_{21}^M(N/D)$, substituyendo en (4.126) y despreciando errores de 2º orden, tenemos la siguiente expresión aproximada para α_{21} :

$$\alpha_{21} = -S_{21}^M \frac{\Delta N \cdot D - N \cdot \Delta D}{D^2} \quad (4.132)$$

Recordando que e_{00}, e_{33} se obtienen sin error en una aproximación de primer orden, y observando (ver figura (4.1) y expresión (4.122)) que, en este caso, los parámetros $e_{23} \cdot e_{32}, e_{01} \cdot e_{10}, e_{01} \cdot e_{23}$ si intervienen en la medida de S_{21}^A , podremos escribir, para los incrementos que aparecen en (4.132):

$$\Delta N = \delta(e_{01} e_{23})$$

$$\Delta D = \delta_{11}(e_{22} A + C) + \delta_{22}(e_{11} A + B) + \delta_{10}(\Delta_y - e_{22} S_{22}^M) + \delta_{23}(\Delta_x - e_{11} S_{11}^M)$$

$$A = e_{33} S_{11}^M - \Delta_S^M + e_{00}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$B = -e_{01} e_{10}(S_{22}^M - e_{33})$$

$$C = -e_{23} e_{32}(S_{11}^M - e_{00})$$

$$\Delta_S^M = S_{11}^M S_{22}^M - S_{21}^M S_{12}^M$$

Si substituímos en (4.132) y despreciamos errores de 2º orden, puede desarrollarse la expresión para obtener finalmente:

$$\alpha_{21} = -S_{21}^M (\delta(e_{01} e_{23}) + \delta_{11} S_{11}^M + \delta_{22} S_{22}^M + \delta_{10} + \delta_{23}) \quad (4.133)$$

Podemos proceder idénticamente con α_{12} . Expresando $S_{12}^A = -S_{12}^M(N/D)$, substituyendo en (4.127) y despreciando errores de 2º orden, tenemos la siguiente expresión aproximada:

$$\alpha_{12} = -S_{12}^M \frac{\Delta N \cdot D - N \cdot \Delta D}{D^2} \quad (4.134)$$

Recordando que e_{00}, e_{33} se obtienen sin error en una aproximación de primer orden, y observando (ver figura (4.1) y expresión (4.123)) que, en este caso, los parámetros $e_{23} \cdot e_{32}, e_{01} \cdot e_{10}, e_{10} \cdot e_{32}$ sí intervienen en la medida de S_{12}^A , podremos escribir, para los incrementos que aparecen en (4.134):

$$\begin{aligned} \Delta N &= \delta(e_{10} e_{32}) \\ \Delta D &= \delta_{11}(e_{22} A + C) + \delta_{22}(e_{11} A + B) + \delta_{10}(\Delta_y - e_{22} S_{22}^M) + \delta_{23}(\Delta_x - e_{11} S_{11}^M) \\ A &= e_{33} S_{11}^M - \Delta_S^M + e_{00}(S_{22}^M - e_{33}) \\ B &= -e_{01} e_{10}(S_{22}^M - e_{33}) \\ C &= -e_{23} e_{32}(S_{11}^M - e_{00}) \\ \Delta_S^M &\stackrel{\Delta}{=} S_{11}^M S_{22}^M - S_{21}^M S_{12}^M \end{aligned}$$

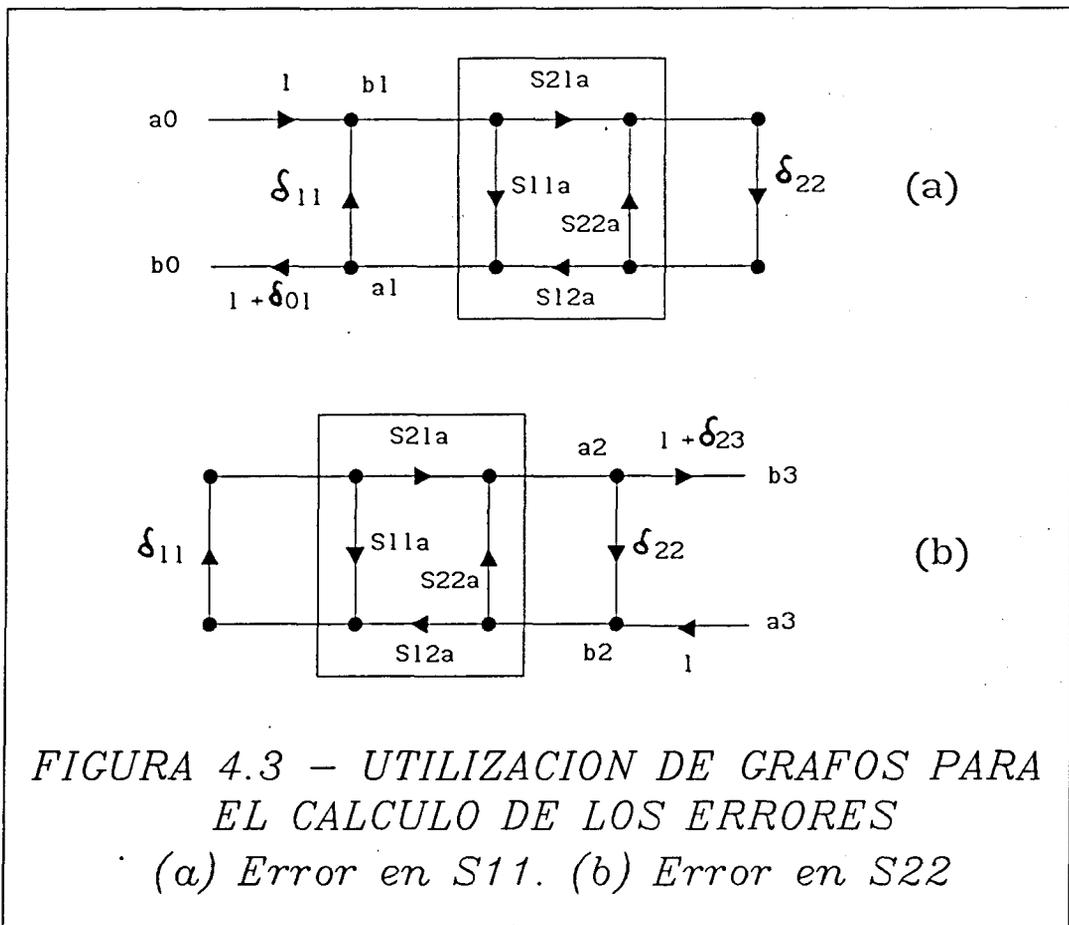
Si sustituimos en (4.134) y despreciamos errores de 2ª orden, puede desarrollarse la expresión para obtener finalmente:

$$\alpha_{12} = -S_{12}^M (\delta(e_{10} e_{32}) + \delta_{11} S_{11}^M + \delta_{22} S_{22}^M + \delta_{10} + \delta_{23}) \quad (4.135)$$

4.3.2 Utilización de grafos para el cálculo de los errores

A la vista de las expresiones aproximadas obtenidas en 4.3.1 para los errores de medida, podemos preguntarnos si existe algún grafo (similar al de la figura (4.1)) que modele el comportamiento del Analizador de Redes en cuanto a errores residuales y que permita, por tanto, obtener de una manera rápida los parámetros medidos S_{ij}^A en función de los reales, S_{ij}^A . Una equivalencia gráfica de los errores residuales de calibración puede encontrarse en la bibliografía, aplicada al caso de calibración OSL para medida de dispositivos de una puerta [RYTTING, 1987]. En ella, se substituyen los parámetros de error (e_i) por los errores residuales (δ_i). El coeficiente de reflexión resultante es el medido por el Analizador, Γ_i^A , siendo S_{ij}^A el coeficiente de reflexión real de la carga. En [DONECKER, 1984] se efectúa la equivalencia para medida de dispositivos de dos puertas y se introducen también en el esquema los errores de repetibilidad y los debidos a imprecisiones del instrumento.

El mismo concepto puede extenderse a la medida (en reflexión ó transmisión) de dispositivos de dos puertos. En el caso de reflexión debe tenerse en cuenta que alguno de los parámetros $e_{ij} \cdot e_{ji}$ no afecta a la medida. Así, tal como se comentó en 4.3.1 $e_{10} \cdot e_{01}$ no interviene en la medida de S_{22}^A , y $e_{23} \cdot e_{32}$ no interviene en la medida de S_{11}^A . Recordando, además, que los parámetros e_{00}, e_{33} se obtienen sin error en una aproximación de primer orden, podemos trazar los grafos de la figura (4.3) para representar el comportamiento del Analizador de Redes en cuanto a errores residuales de medidas en reflexión. Aplicando la regla de Mason a los mismos, tendremos, para los parámetros medidos:



$$S_{11}^{A'} = \frac{b_0}{a_0} = \frac{(1 + \delta_{01})(\delta_{22} S_{21}^A S_{12}^A + S_{11}^A (1 - \delta_{22} S_{22}^A))}{1 - (S_{11}^A \delta_{11} + S_{22}^A \delta_{22} + S_{12}^A \delta_{11} S_{21}^A \delta_{22}) + S_{11}^A \delta_{11} S_{22}^A \delta_{22}}$$

$$S_{22}^{A'} = \frac{b_3}{a_3} = \frac{(1 + \delta_{23})(\delta_{11} S_{21}^A S_{12}^A + S_{22}^A (1 - \delta_{11} S_{11}^A))}{1 - (S_{11}^A \delta_{11} + S_{22}^A \delta_{22} + S_{12}^A \delta_{11} S_{21}^A \delta_{22}) + S_{11}^A \delta_{11} S_{22}^A \delta_{22}}$$

Efectuando un desarrollo de primer orden de las dos expresiones anteriores, se obtiene:

$$\alpha_{11} = S_{11}^{A'} - S_{11}^A = \delta_{22} S_{12}^A S_{21}^A + \delta_{11} (S_{11}^A)^2 + \delta_{23} S_{11}^A \quad (4.136)$$

$$\alpha_{22} = S_{22}^{A'} - S_{22}^A = \delta_{11} S_{12}^A S_{21}^A + \delta_{22} (S_{22}^A)^2 + \delta_{23} S_{22}^A \quad (4.137)$$

que coinciden con (4.129) y (4.131), puesto que en una aproximación de primer orden pueden substituirse S_{ij}^A por S_{ij}^M en (4.136) y (4.137).

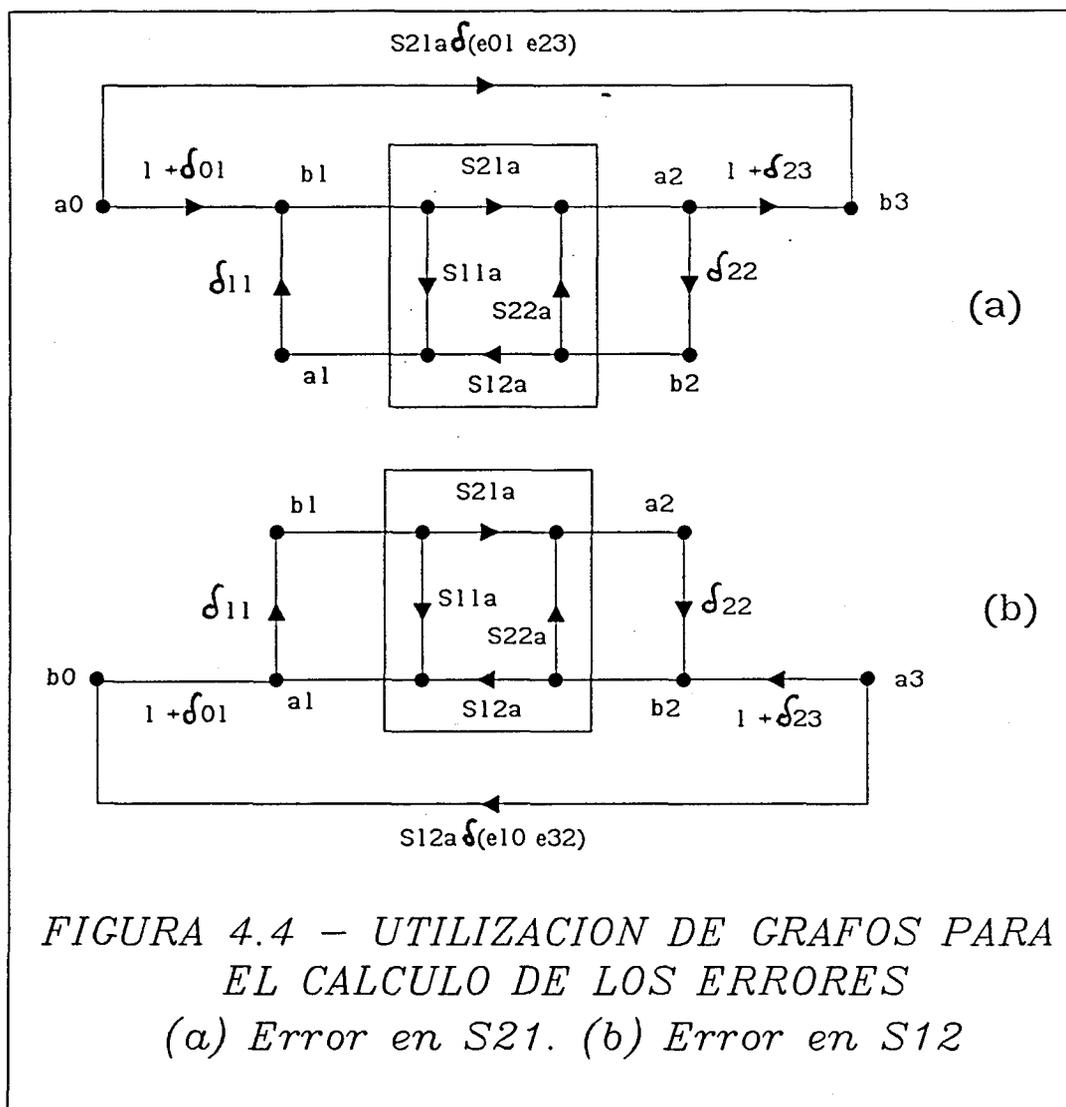
En el caso de transmisión, debe recordarse que intervienen los parámetros $e_{10} \cdot e_{01}$, $e_{23} \cdot e_{32}$ y $e_{01} \cdot e_{23}$ para la medida de S_{21}^A (ó $e_{10} \cdot e_{32}$ para la medida de S_{12}^A). Los grafos de la figura (4.4) serán ahora los adecuados. En efecto, aplicando la regla de Mason tendremos, para los parámetros medidos:

$$S_{21}^{A'} = \frac{b_3}{\alpha_0} = S_{21}^A \frac{(1 + \delta_{01})(1 + \delta_{23}) + \delta(e_{01} e_{23}) \cdot D}{D}$$

$$S_{12}^{A'} = \frac{b_0}{\alpha_3} = S_{12}^A \frac{(1 + \delta_{01})(1 + \delta_{23}) + \delta(e_{10} e_{32}) \cdot D}{D}$$

$$D = 1 - (S_{11}^A \delta_{11} + S_{22}^A \delta_{22} + S_{12}^A \delta_{11} S_{21}^A \delta_{22}) + S_{11}^A \delta_{11} S_{22}^A \delta_{22}$$

Efectuando un desarrollo de primer orden de las dos expresiones anteriores, se obtiene:



$$\alpha_{21} = S_{21}^{A'} - S_{21}^A = S_{21}^A (\delta_{11} S_{11}^A + \delta_{22} S_{22}^A + \delta_{01} + \delta_{23} + \delta(e_{01} e_{23})) \quad (4.138)$$

$$\alpha_{12} = S_{12}^{A'} - S_{12}^A = S_{12}^A (\delta_{11} S_{11}^A + \delta_{22} S_{22}^A + \delta_{01} + \delta_{23} + \delta(e_{10} e_{32})) \quad (4.139)$$

que coinciden con (4.133) y (4.135), puesto que en una aproximación de primer orden pueden substituirse S_{ij}^A por S_{ij}^M en (4.138) y (4.139). Obsérvese que los grafos de la figura (4.4) se reducen a los de reflexión (figura (4.3)) cuando se consideran las relaciones $b_3/a_3, b_0/a_0$.

4.3.3 Error en la determinación de Γ_r y Γ

Recordemos que, debido a la redundancia del proceso, el método TRL era capaz de medir dos características, en principio desconocidas, de sus propios patrones de calibración. En primer lugar, el coeficiente de reflexión del Reflect, Γ_r . En segundo lugar, el parámetro Γ (ecuación (4.9)), relacionado con la diferencia de longitudes entre Thru y Line y la constante de propagación (γ_l para el Thru de longitud diferente de cero, γ_l para el Line). Los errores residuales de calibración hacen que estas medidas se efectúen, nuevamente, con error. Éste va a tratarse a continuación. La representación de los errores residuales por medio de grafos nos puede ayudar en el cálculo del error cometido puesto que, en realidad, se trata de medidas de coeficientes de reflexión y de transmisión cuya única peculiaridad es la de corresponder a patrones de calibración. Por supuesto, ésta no es la única manera de calcular los errores de medida. Idénticos resultados podrían obtenerse mediante un análisis formal a partir de las expresiones (3.31) y (3.39) de Γ_r y Γ , respectivamente. La utilidad del ejercicio es el proporcionar dos ejemplos de aplicación de los grafos propuestos para el modelado de los errores residuales de calibración. Las expresiones que se obtengan, por otra parte, pueden ser de mucha utilidad en la valoración de la consistencia de una calibración particular realizada.

En la figura (4.5) se ha representado la situación de medida del coeficiente de reflexión del Reflect, Γ_r . Se trata de una medida de un dispositivo de una puerta. Obsérvese que diversos errores residuales no intervienen. El coeficiente de reflexión medido, Γ_r' , se expresará como:

$$\Gamma_r' = \frac{b_0}{a_0} = \frac{\Gamma_r(1 + \delta_{01})}{1 - \Gamma_r \delta_{11}}$$

que, después de un desarrollo de primer orden, nos proporciona la siguiente expresión para el error de medida del coeficiente de reflexión del Reflect:

$$\delta \Gamma_r = \Gamma_r' - \Gamma_r = \Gamma_r (\Gamma_r \delta_{11} + \delta_{01}) \quad (4.140)$$

Para la medida de Γ , tenemos el grafo de la figura (4.6), donde S_{1i}' son los parámetros S del Line, y S_{21} el parámetro que contiene la información de γ_l . Los S_{1i}' son:

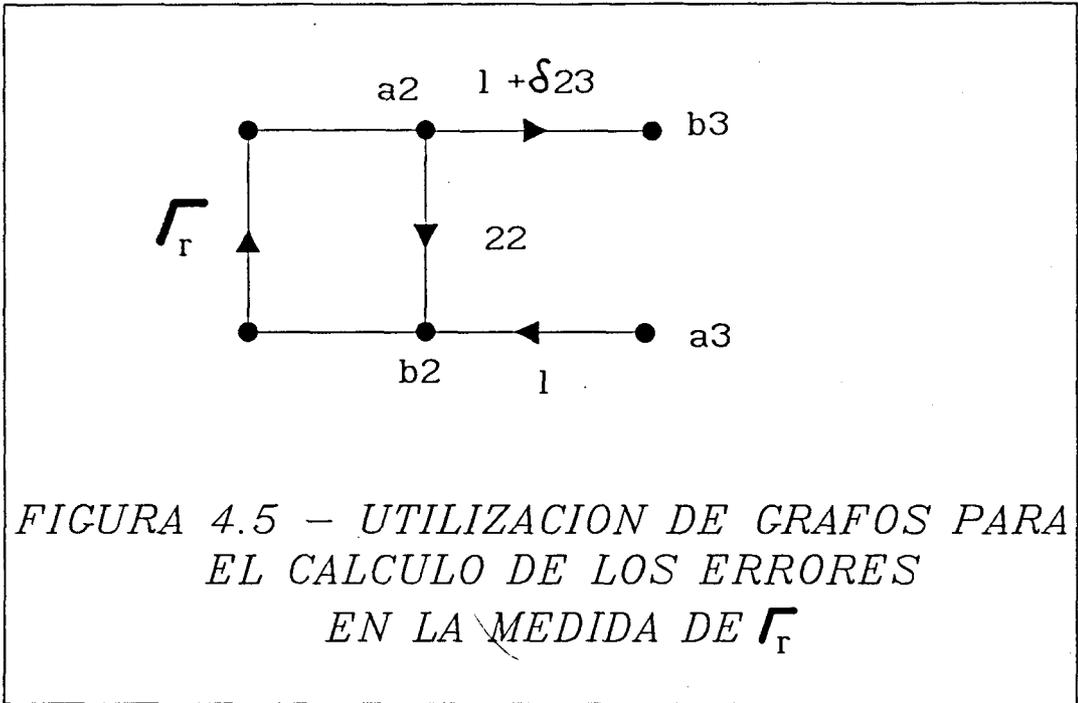


FIGURA 4.5 - UTILIZACION DE GRAFOS PARA EL CALCULO DE LOS ERRORES EN LA MEDIDA DE Γ_r

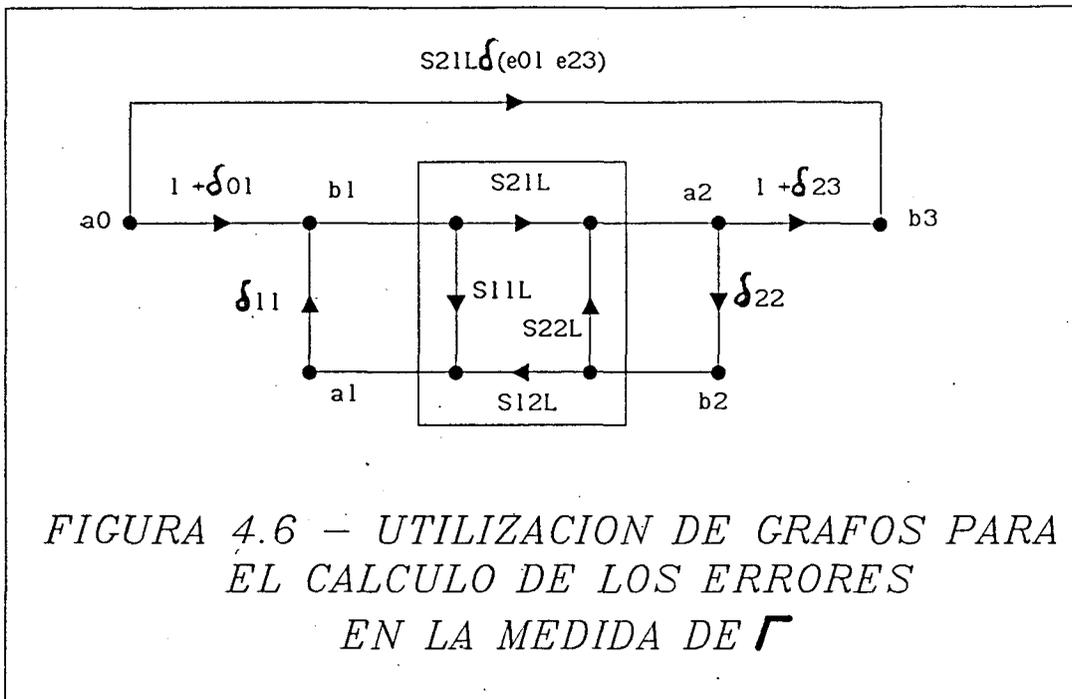
$$S_{11}^L = \frac{\Delta z}{2z_o} \left(1 - \frac{1}{\Gamma_i^2} \right) = S_{22}^L \quad (4.141)$$

$$S_{21}^L = S_{12}^L = \frac{1}{\Gamma_i} \quad (4.142)$$

$$\Gamma_i = \Gamma_i \Gamma (1 + l_i \delta \gamma) \quad (4.143)$$

$$\Gamma = e^{\Delta \gamma_i \Delta l_i} \quad (4.144)$$

Las expresiones (4.141), (4.142) pueden obtenerse fácilmente de (4.10) y el Apéndice III-1. Teniendo en cuenta (4.138) y (4.143), pueden escribirse las siguientes ecuaciones para el parámetro Γ_i incorrectamente determinado por el Analizador:



$$\frac{1}{\Gamma'_l} = \frac{1}{\Gamma_l} (1 + \delta_{11} S_{11}^L + \delta_{22} S_{22}^L + \delta_{01} + \delta_{23} + \delta(e_{01} e_{23})) \quad (4.145)$$

$$\Gamma'_l = \Gamma_l \Gamma' (1 + l_l \delta \gamma) \quad (4.146)$$

donde Γ' es el parámetro Γ incorrectamente determinado por el Analizador. Substituyendo (4.146) en (4.145), teniendo en cuenta (4.141), (4.142) y despreciando errores de 2º orden, se tiene para el error de medida del parámetro Γ :

$$\delta \Gamma = \Gamma (\delta_{01} + \delta_{23} + \delta(e_{01} e_{23})) \quad (4.147)$$

En conclusión, en este apartado 4.3 se ha presentado una formulación para los errores cometidos en la medida de los parámetros S de cuadripolos debido a los errores residuales de calibración. Las expresiones (4.129) y (4.130) muestran que la principal contribución a los errores en la medida de los parámetros S en reflexión es el error residual en la extracción del *Source Match* de la *puerta correspondiente al parámetro medido*. Por lo que respecta a los parámetros S en transmisión, las expresiones (4.133) y (4.134) muestran que los errores residuales en la determinación del *Source Match* y de los parámetros de *Tracking* contribuyen aproximadamente en la misma proporción al error de medida.

En el próximo capítulo se aplica la formulación obtenida en éste para el cálculo de los errores residuales y de medida de parámetros S. También se presenta un método aproximado para la medida de la repetibilidad.

APENDICE IV-1 DEFINICION DE SIMBOLOS UTILIZADOS EN EL
CAPITULO IV

R_{at}	Matriz R del Thru
R_{ad}	Matriz R del Line
z_o	Impedancia característica nominal
z_o^t	Impedancia característica del Thru
z_o^l	Impedancia característica del Line
γ_t	Constante de propagación del Thru
γ_l	Constante de propagación del Line
l_t	Longitud del Thru
l_l	Longitud del Line
Δ_l	Diferencia de longitudes entre Thru y Line
$\Gamma_t = e^{\gamma_t l_t}$	
$\Gamma_l = e^{\gamma_l l_l}$	
$\Gamma = e^{\gamma \Delta_l}$	
$\Delta \Gamma_r$	Desigualdad entre Reflects
$\Delta^t z$	Diferencia entre z_o^t y z_o
$\Delta^l z$	Diferencia entre z_o^l y z_o
$\Delta \gamma$	Diferencia entre γ_t y γ_l
$\Gamma_o = \frac{\Delta^t z}{2z_o}$	
$\Gamma_o = \frac{\Delta^l z}{2z_o}$	
Γ_{mx}	Coficiente de reflexión medido (Reflect 1)
Γ_{my}	Coficiente de reflexión medido (Reflect 2)
S_{ij}^{ml}	Parámetros S medidos del Thru

e_{ij}	Parámetros de error reales. Caso de falta de Repetibilidad. (Thru ('), Reflect (")), Dispositivo (""))
e_{ij}''	
e_{ij}'''	
e_{ij}^D	Parámetros de error incorrectamente calculados por el Analizador de Redes debido a la falta de Repetibilidad
e_{ij}'	Parámetros de error incorrectamente calculados por el Analizador de Redes debido a la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración
δ_{ij}	Error en la extracción de los parámetros de error e_{ij} , En el caso de errores debido a la incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración, se expresan como la diferencia entre e_{ij} y e_{ij}' , En el caso de falta de repetibilidad, se expresan como la diferencia entre e_{ij}''' y e_{ij}^D
e_x^A, e_x^B, e_x^C	Matrices R de error (cuadripolo de entrada)
e_y^A, e_y^B, e_y^C	Matrices de error (cuadripolo de salida)
R_x^A, R_x^B, R_x^C	Matrices R de error del cuadripolo de entrada (Line, Thru (') y Reflect(")). Errores de falta de Repetibilidad
$R_x^{B'}, R_x^{C'}$	
$R_x^{B''}, R_x^{C''}$	
R_y^A, R_y^B, R_y^C	Matrices R de error del cuadripolo de salida (Line, Thru (') y Reflect(")). Errores de falta de Repetibilidad
$R_y^{B'}, R_y^{C'}$	
$R_y^{B''}, R_y^{C''}$	
$R_x^{\delta B'}, R_x^{\delta C'}$	Matrices R de diferencias entre los coeficientes de error (expresados en parámetros R) del cuadripolo de entrada y los calculados por el analizador de Redes (Thru (') y Reflect(")). Errores de falta de Repetibilidad
$R_x^{\delta B''}, R_x^{\delta C''}$	

$$R_y^{\delta B'}, R_y^{\delta C'}$$

$$R_y^{\delta B''}, R_y^{\delta C''}$$

Matrices R de diferencias entre los coeficientes de error (expresados en parámetros R) del cuadripolo de salida y los calculados por el analizador de Redes (Thru (')) y Reflect('')). Errores de falta de Repetibilidad

$$\delta_{ij}^{xb'}, \delta_{ij}^{xb''}$$

$$\delta_{ij}^{yb'}, \delta_{ij}^{yb''}$$

Elementos de las matrices $R_x^{\delta B'}, R_x^{\delta B''}$ y $R_y^{\delta B'}, R_y^{\delta B''}$

$$R_x', R_x''$$

$$R_y', R_y''$$

Matrices R de error del cuadripolo de entrada (x) y salida (y). Thru (')) y Reflect('')). Errores de falta de Repetibilidad

$$R_x^{\delta'}, R_x^{\delta''}$$

$$R_y^{\delta'}, R_y^{\delta''}$$

Matrices R de diferencias entre los coeficientes de error (expresados en parámetros R) del cuadripolo de entrada (x) y de salida (y) y los calculados por el analizador de Redes (Thru (')) y Reflect('')). Errores de falta de Repetibilidad

$$\delta_{ij}^{x'}, \delta_{ij}^{y'}$$

$$\delta_{ij}^{x''}, \delta_{ij}^{y''}$$

Elementos de las matrices $R_x^{\delta'}, R_x^{\delta''}$ y $R_y^{\delta'}, R_y^{\delta''}$

$$Y_x, l_x^C$$

$$Y_x', l_x^{C'}$$

$$Y_x'', l_x^{C''}$$

constante de propagación y longitud del tramo de línea microstrip de entrada (Line, Thru (')) y Reflect('')). Errores de falta de Repetibilidad

$$Y_y, l_y^C$$

$$Y_y', l_y^{C'}$$

$$Y_y'', l_y^{C''}$$

constante de propagación y longitud del tramo de línea microstrip de salida (Line, Thru (')) y Reflect('')). Errores de falta de Repetibilidad

$$R_{md}$$

$$R_{mt}$$

Matrices de parámetros R medidos por el Analizador (d: Line, t: Thru)

APENDICE IV-2 DEDUCCION DE LAS EXPRESIONES (4.102) Y (4.103) DEL APARTADO 4.2.2

A partir de (4.55), teniendo en cuenta (4.53) (intercambiando x por y), y las expresiones de conversión de parámetros S a parámetros R (apéndice III-1), se obtiene:

$$R_y = \begin{bmatrix} \frac{1}{\Gamma_y^c} & 0 \\ 0 & \Gamma_y^c \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\Delta_y^b & e_{22}^b \\ -e_{33}^b & 1 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} -\Delta_y^a & e_{22}^a \\ -e_{33}^a & 1 \end{bmatrix} \frac{1}{e_{32}^b e_{32}^a}$$

Efectuando operaciones, se llega a:

$$R_y = \begin{bmatrix} \frac{\Delta_y^b \Delta_y^a - e_{22}^b e_{33}^a}{\Gamma_y^c} & \frac{-\Delta_y^b e_{22}^a + e_{22}^b}{\Gamma_y^c} \\ (e_{33}^b \Delta_y^a - e_{33}^a) \Gamma_y^c & (-e_{33}^b e_{22}^a + 1) \Gamma_y^c \end{bmatrix} \frac{1}{e_{32}^b e_{32}^a} = \begin{bmatrix} R_{11}^y & R_{12}^y \\ R_{21}^y & R_{22}^y \end{bmatrix}$$

Teniendo en cuenta que $e_{22} = R_{12}^y / R_{22}^y$ (apéndice III-1), se obtiene finalmente:

$$e_{22} = \frac{1}{(\Gamma_y^c)^2} \frac{e_{22}^b - \Delta_y^b e_{22}^a}{1 - e_{22}^a e_{33}^b}$$

CAPITULO V MEDIDA DE LOS PARAMETROS S DE TRANSISTORES DE MICROONDAS

5.1 INTRODUCCION

El objetivo de este capítulo es la descripción de los métodos que, basados en la aplicación de la técnica TRL de calibración de Analizadores Automáticos de Redes (capítulo III), se han utilizado en esta Tesis para la medida, entre 1 y 40 GHz, de parámetros S de transistores de los tipos GaAs FET y HEMT, comúnmente utilizados en Amplificadores (en particular de Bajo Ruido) de microondas y de banda milimétrica. También se presentarán y analizarán los resultados obtenidos.

Debido a que, en general, interesará, por comodidad de montaje (piénsese en transistores encapsulados ó en "chip") ó por conveniencia de diseño, medir parámetros S de transistores en medios de transmisión planares (microstrip, stripline, CPW, slotline ó finline), y el hardware de medida utiliza exclusivamente conector coaxial ó guía rectangular en sus accesos (Test Ports), es necesario disponer de algún dispositivo que permita la transición de uno a otro medio. Este dispositivo que permite, además, situar los diversos patrones de medida y el propio dispositivo a medir, se denomina *Test Fixture* porque se utiliza para las medidas (*Test*) del dispositivo unido (*fixtured*) a un determinado soporte. La parte fundamental del mismo es, por tanto, las transiciones entre el medio coaxial (ó guía) y el medio planar.

El medio de transmisión en el cual se han realizado las medidas ha sido línea microstrip. Existen diversas razones para ello. Indiquemos, en primer lugar, que es siempre recomendable utilizar el mismo tipo de medio que haya sido escogido para el amplificador ó sistema al que se incorpore el transistor. Ello es así porque en esta forma, los efectos parásitos asociados a la particular configuración (física y geométrica) en la que se encuentra montado el transistor serán los mismos en el sistema de medida que en el amplificador. Por lo tanto no es necesario conocer ni modelar dichos efectos (a menos que perturben gravemente las características del mismo) si ya han sido tenidos en cuenta, es decir, si ya han quedado incluidos en la misma medida. Dado que, a nivel

del grupo de trabajo, se había venido trabajando en amplificadores de banda milimétrica realizados en microstrip [ARTAL, 1988], surgió pues la necesidad de disponer de un sistema de medida acorde.

Una segunda razón es la experiencia previa. Medidas de parámetros S de transistores a frecuencias de banda milimétrica (entre 26.5 y 40 GHz) habían sido realizadas con anterioridad a las de esta Tesis [ARTAL, 1988] utilizando un Test Fixture en microstrip con entrada y salida en guía de onda rectangular (WR-28). La razón de la elección de la entrada por guía obedecía al tipo acceso de que estaba dotado el Analizador de Redes disponible en aquel momento (HP 8408, de 500 MHz a 18 GHz, con conector APC 7, y extensión externa Honeywell en guía para la banda de 26.5-40 GHz). El método utilizado requería la caracterización precisa de las transiciones guía-microstrip mediante la técnica de deembedding ([BAUER, 1974]) y, por tanto, la síntesis de cargas conocidas (cortos desplazados) en microstrip. La experiencia, adquirida con estas medidas, en el diseño y realización práctica de circuitos microstrip en banda Ka (26.5-40 GHz) permitió abordar con confianza el diseño de nuevos Test Fixtures también en microstrip pero adaptados, por una parte, a la técnica TRL y, por otra, al nuevo hardware de medida mucho más versátil y preciso (Analizador de Redes HP 8510 B, de 45 MHz a 40 GHz, con conector 2.4 mm).

La tercera razón es del mismo tipo que la segunda. Existe, en efecto, una sólida experiencia, bien documentada en la bibliografía, sobre Test Fixtures en microstrip hasta 75 GHz [LANG, 1988]. En el apartado 5.2 se comenta con más detalle el estado actual de la tecnología de medidas de parámetros S de transistores en banda milimétrica, con especial énfasis en los Test Fixtures utilizados.

Como cuarta y última razón apuntemos que los Test Fixtures en microstrip constituyen una etapa obligada en la concepción de sistemas de medida que utilicen medios de transmisión distintos (CPW, finline, slotline), puesto que es recomendable una experiencia previa, en un substrato bien conocido, de la utilización de la técnica de calibración TRL. Ello nos permitira su mejor evaluación.

En el apartado 5.3 se comentan los criterios prácticos a tener en cuenta para el diseño de Test Fixtures en banda milimétrica, en relación a la precisión necesaria en la medida. Se presenta el diseño de dos de ellos, aptos para medidas con técnica TRL

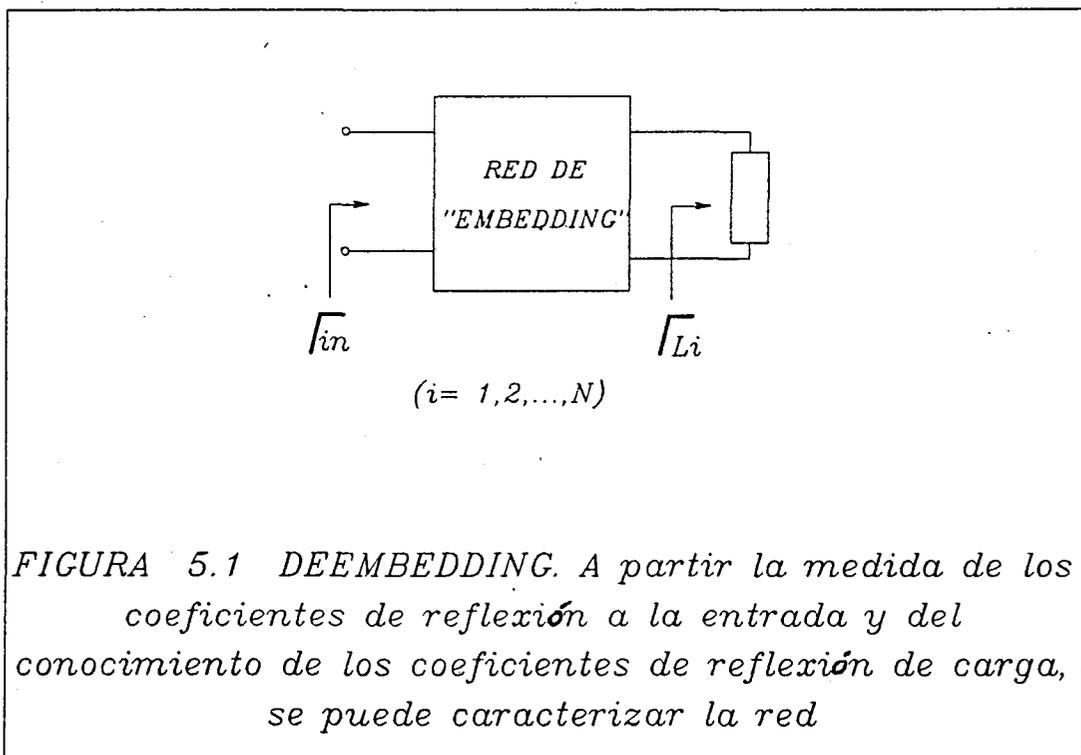
en los márgenes de frecuencia 3-22 GHz y 1-40 GHz, respectivamente. En 5.4 se vuelve a considerar el importante punto de la repetibilidad de las transiciones (ver 4.2.2) desde un punto de vista práctico, definiendo un método para su medida. Se analiza la influencia de la misma en la medida de los parámetros S del dispositivo. Se presentan los resultados obtenidos. En 5.5 se discuten los métodos utilizados para la medida de los parámetros S de transistores con los dos sistemas diseñados y se comentan los resultados.

5.2 REVISION DE LAS TECNICAS ACTUALES DE MEDIDA

La característica común de las modernas medidas de parámetros S es la utilización de algún tipo de Test Fixture en el que el dispositivo queda insertado. Los parámetros S de éste, modelado como cuadripolo, es decir, con una puerta (normalmente la fuente, S) conectada a la masa común del sistema, se calculan a partir de los datos obtenidos de medidas de parámetros S efectuadas sobre el Test Fixture. Hasta el advenimiento de las técnicas de calibración tipo TSD y TRL era necesario caracterizar con toda la precisión posible las transiciones coaxial-microstrip (ó guía-microstrip) y el tramo de línea microstrip (de impedancia igual a la de referencia, normalmente 50Ω) existente entre éstas y los planos de referencia de la medida, coincidentes con los dos accesos del transistor, G y D, ó puerta y drenador. El transistor se modela a veces como dispositivo de tres terminales [BODWAY, 1968], lo cual ofrece una serie de ventajas adicionales, como por ejemplo, la minimización de los efectos parásitos en la medida. El paso al modelo de dos puertas es, por otra parte, inmediato. Seguramente, la complicación adicional que la extracción de los 9 parámetros S supone en la medida, no ha justificado un mayor desarrollo de técnicas de medida adecuadas, aunque recientemente ha vuelto a ser considerada [TEALE, 1988]. A partir de ahora utilizaremos exclusivamente el modelo de cuadripolo.

La técnica más utilizada para la medida de los efectos combinados de la transición y la línea de transmisión es el deembedding (ver figura (5.1)), [BAUER, 1974]. En la práctica, ello supone la realización de, por lo menos, tres patrones de calibración (es aconsejable sin embargo utilizar un número mayor para introducir redundancia en el proceso, y así aumentar la precisión en esta extracción). Los resultados obtenidos con Test Fixtures y patrones comerciales han sido, en general, buenos hasta frecuencias de 18 GHz [AVANTEK, 1983; ELMORE, 1987]. Al aumentar la frecuencia de medida la

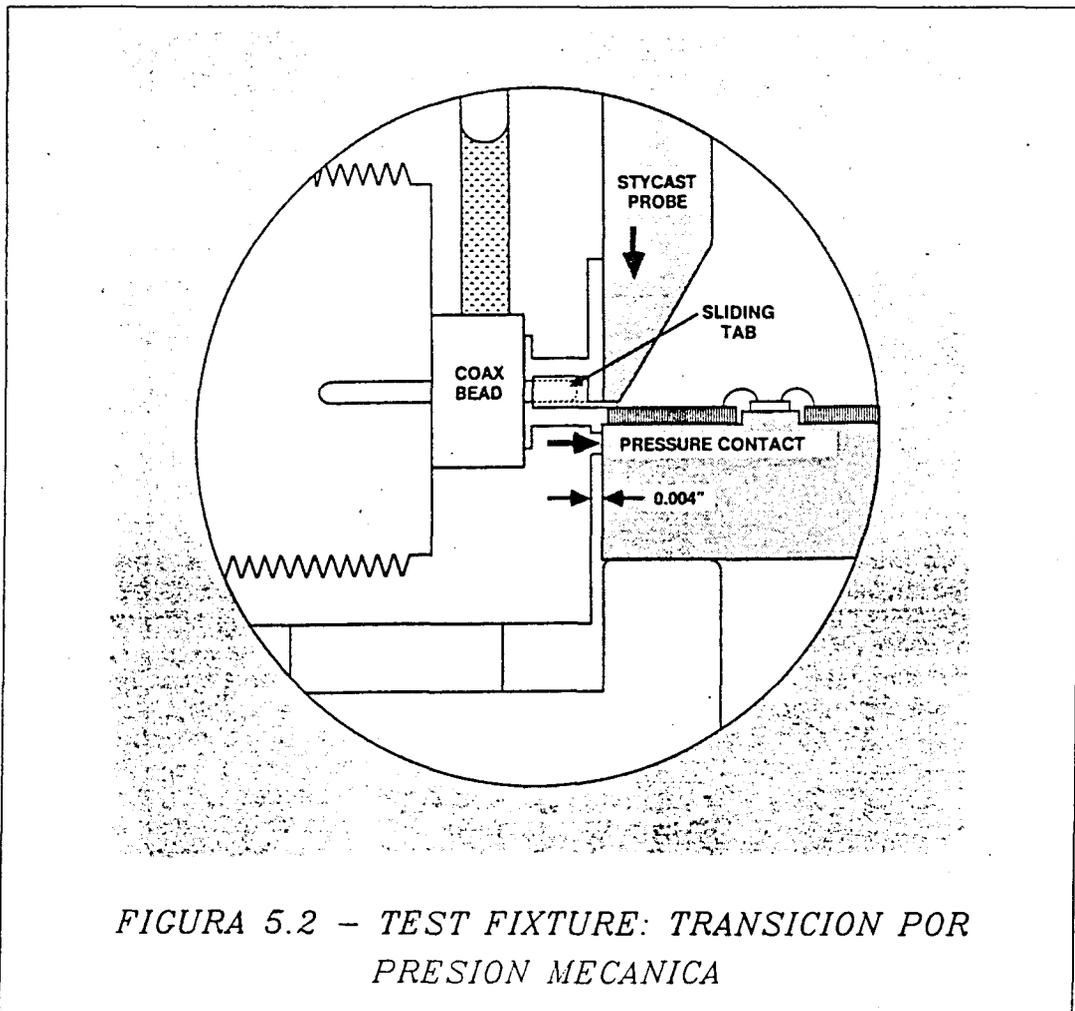
técnica pierde precisión por dos motivos. En primer lugar, la línea microstrip y las posibles transiciones microstrip-microstrip incluidas en el Test Fixture (por ejemplo, para el intercambio de patrones de calibración y portador del dispositivo) no pueden modelarse como una línea de transmisión ideal y una transición ideal, respectivamente. En segundo lugar, los patrones de calibración (por lo general, cortos desplazados, que se suponen ideales) son más difíciles de realizar. El resultado de aplicar una calibración poco precisa es, típicamente, una medida errónea de los parámetros S del transistor, en particular por lo que se refiere a la fase. Ello se traduce en una típica representación "poco uniforme", con "rizados" más ó menos pronunciados, en el gráfico de Smith.



A frecuencias por encima de 18 GHz se ha recurrido a la mejora mecánica y eléctrica de la transición coaxial-microstrip (ó guía-microstrip), con el fin de poder suponer que es ideal en la medida de lo posible, y/o a un cuidadoso modelado (obtención del circuito equivalente) de la misma a partir de su configuración particular [ROSS, 1987]. En general, la mejora mencionada comporta un nuevo concepto de transición, alternativa a la soldadura del conductor central de la transición coaxial (ó de la transición a guía, si la entrada es en guía) a la pista microstrip. En efecto, recientemente han sido diseñados Test Fixtures con transiciones que realizan el contacto

a la pista microstrip mediante simple *presión mecánica* (ver un ejemplo en figura (5.2)). Este mecanismo, que en principio podría parecer poco preciso ó fiable, ha demostrado, en la práctica, tener una serie de ventajas que pueden concretarse en:

- Transición movable. Permite, por tanto, el intercambio de patrones de calibración y del portador del transistor con suma facilidad, sin necesidad de desoldar/volver a soldar.
- Mayor repetibilidad. Efectivamente, en todo el proceso de calibración y medida se está utilizando siempre la misma transición. Ello redundará en una mayor precisión de la calibración puesto que los parámetros de error *variarán menos* entre los diversos pasos.



La transición movable también tiene inconvenientes. El sistema, en efecto, se complica notablemente desde el punto de vista mecánico, ya sea por la necesidad de poseer unos mecanismos muy precisos de posicionado y guiado de las transiciones, ó por las altas precisiones y bajas tolerancias requeridas en general para las diferentes piezas que componen el sistema. Especialmente críticos son, como se verá en 5.3, la continuidad de los caminos de masa y de señal entre el medio coaxial (ó guía) y el medio microstrip. Éstos, sin embargo, no se ven degradados si el sistema está correctamente diseñado para minimizar los caminos parásitos de masa, y la presión ejercida es la correcta [ROSS, 1987]. En este sentido es muy importante que se guarde un perfecto paralelismo entre las superficies que efectúan contacto. El acabado de éstas debe cuidarse también, con el fin de garantizar la durabilidad del contacto. Es recomendable, pues, aplicar un baño electrolítico de oro de muy pequeño espesor.

En la literatura pueden encontrarse numerosos ejemplos de diseño de Test Fixtures mediante la aplicación de la técnica de la transición movable, tanto por lo que se refiere a prototipos con finalidades de investigación como a sistemas comerciales. El margen de frecuencias es también amplio, entre 45 MHz y 75 GHz. Ya en 1983 se presentaban medidas de parámetros S de un transistor GaAs FET en chip (Avantek AT-10600) entre 1 y 18 GHz. El Test Fixture constaba de una transición movable de conector APC 7 a microstrip que efectuaba el contacto de masa por presión horizontal y el contacto "pin"-pista por presión vertical, mediante un sistema mecánico de posicionado y desplazamiento muy sencillo [AVANTEK, 1983]. El Analizador de Redes se calibraba mediante técnica tradicional OSL en coaxial y se utilizaba calibración TSD para el demembedding de las transiciones. En [COOKE, 1987] se presenta también un sistema con conectores APC 7 pero con una mayor sofisticación mecánica. El contacto de masa se efectúa por presión horizontal y el contacto "pin"-pista microstrip por presión vertical controlada mediante un muelle. El avance horizontal, simultáneo para ambas transiciones, se realiza por medio de un tornillo de precisión con doble rosca. Se presentan resultados satisfactorios de medidas de parámetros S de un transistor MODFET hasta 20 GHz utilizando calibración OSL convencional para demembedding de las transiciones. Los patrones de calibración (cortocircuito, circuito abierto, carga de 50 Ω y una línea pasante ó "thru") han sido realizados en microstrip. En [ROSS, 1987] se presenta un prototipo para frecuencias hasta 26.5 GHz con conector APC 3.5. El contacto de masa y el contacto "pin"-pista microstrip se realizan en esta ocasión simultáneamente mediante presión

vertical controlada por tornillos al efecto. La transición se modela cuidadosamente mediante un circuito equivalente basado en las dimensiones mecánicas internas del conector y del agujero de la pared soporte del mismo. También se incluyen las capacidades parásitas asociadas a las diversas discontinuidades. Se presentan resultados de medidas de parámetros S de un transistor FET de COMSAT, válidos hasta 24 GHz. Entre 24 y 26.5 GHz la precisión de las medidas es baja debido a efectos parásitos que no han sido modelados con suficiente exactitud. Por lo tanto, en general, la técnica del modelado de la transición no parece aconsejable a frecuencias por encima de 26.5 GHz.

La complejidad mecánica aumenta notablemente al ir incrementándose la frecuencia de trabajo. En [LANG, 1988] se describen dos Test Fixtures. En el primero, para frecuencias de hasta 46 GHz, se utiliza el conector K, y se realiza el contacto de masa mediante presión horizontal, por muelle, en una zona diminuta inmediatamente por debajo de la pista microstrip, con el fin de disminuir al máximo los caminos parásitos de masa. El contacto entre aquella y el "pin" se asegura por presión vertical mediante una punta muy fina de constante dieléctrica baja ($\epsilon_r = 1.7$). El segundo, para frecuencias entre 50 y 70 GHz, consta de una transición guía WR-15 a microstrip realizada siguiendo el mismo sistema que en el anterior. No se presentan resultados de medidas, pero sí se caracterizan ambos sistemas (el primero de ellos hasta 40 GHz). Las pérdidas de retorno del primero se sitúan por debajo de -13 ó -15 dB, dependiendo del tipo de sustrato utilizado (alúmina ó cuarzo). Las pérdidas de inserción mínimas se sitúan en torno de -1.1 ó -1.5 dB, dependiendo nuevamente del tipo de sustrato utilizado.

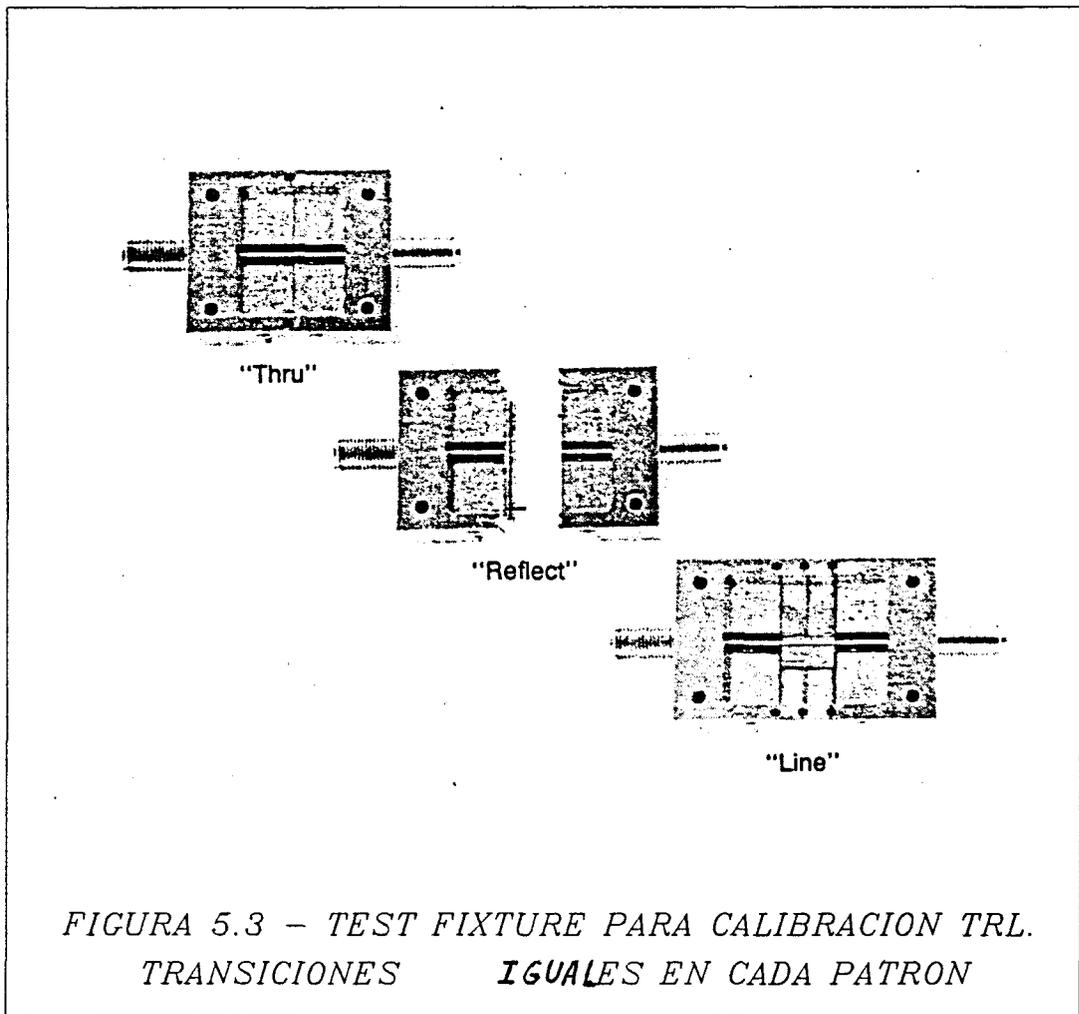
Por lo que se refiere a sistemas comerciales, están los de CASCADE MICROTECH, hasta 26.5 GHz (transición tipo "Eisenhart" y con presión horizontal para el contacto de masa, y presión vertical regulable para el de "pin"-línea microstrip). La repetibilidad entre contactos es muy elevada, inferior ó igual a -50 dB a 26.5 GHz [CASCADE, Microwave Journal, 1988]. Esta firma dispone también, desde fecha muy reciente, de patrones TRL de calibración hasta 26.5 GHz para uso con su sistema [CASCADE, 1989]. También presenta sondas para medidas en wafer hasta 40 GHz y sondas reemplazables hasta 26.5 GHz [CASCADE, M&RF, 1988]. Otra firma, INTERCONTINENTAL MICROWAVE, presenta Test Fixtures (utilizando, de nuevo, presión horizontal para el contacto de masa y presión vertical regulable para el de "pin"-línea microstrip) con diversas configuraciones, según se trate de medidas de MMICs, transistores encapsulados

ó transistores chip. También dispone de patrones TRL hasta 26.5 GHz, e incluso hasta 40 GHz según las más recientes informaciones [INTERCONTINENTAL MICROWAVE, 1989].

En algunas referencias [HEWLETT-PACKARD, 1987] se utiliza la misma idea considerada en los párrafos anteriores, es decir, mantener constante la transición coaxial (ó guía) a microstrip en todo el proceso de calibración y medida, con la diferencia de que en el transcurso de éste no se substituye la totalidad del medio de transmisión microstrip (y, por tanto, el contacto entre el "pin" y la línea), sino sólo una parte. Esta parte corresponde precisamente al tramo de línea de los patrones (ó del portador del dispositivo) existente entre los planos de referencia de la medida. Por ejemplo, en la figura (5.3) se observa que el Thru consiste en la unión directa de las dos mitades del Test Fixture (Thru de longitud cero) y el Line es el tramo de línea que une ambas mitades. Una ventaja del sistema es el utilizar en todo momento la misma transición coaxial-microstrip. El inconveniente, sin embargo, es la necesaria transición microstrip-microstrip que, en principio, cabe esperar sea menos repetible que la transición coaxial-microstrip, según se comenta en [DUNLEAVY, 1987]. El margen utilizable de frecuencias puede situarse en torno a 18 GHz.

Muy recientemente se han publicado interesantes resultados referentes a un Test Fixture en línea coplanar (CPW), con entrada en guía de onda, apto para el margen de frecuencias 75-110 GHz [BELLANTONI, 1989]. La clave del sistema es una transición finline-CPW mediante puente de aire. El conjunto (doble transición guía-finline y finline-CPW) proporciona unas pérdidas de inserción del orden de 4 dB en la banda 85-95 GHz. Es presumible que este sistema constituya el inicio del desarrollo de Test Fixtures en medios planares diferentes de microstrip para las bandas de frecuencia de milimétricas, en que la línea microstrip comienza a originar importantes problemas de pérdidas y/o dispersión.

Otra aproximación al problema de la caracterización de las transiciones de los Test Fixtures es considerar que éstas son iguales (Test Fixtures simétricos). De esta manera, el proceso de deembedding se simplifica porque requiere un menor número de patrones de calibración cuya realización puede, además, ser menos crítica. La aplicación práctica de esta idea es, sin embargo, problemática porque los sistemas



*FIGURA 5.3 – TEST FIXTURE PARA CALIBRACION TRL.
TRANSICIONES IGUALES EN CADA PATRON*

coaxiales rara vez cumplen los requisitos de simetría con suficiente precisión. Un ejemplo de aplicación en finline (26.5-40 GHz) es [EHLERS, 1986], donde el único estandar algo dificultoso de conseguir es una carga adaptada en finline.

5.3 DISEÑO DE TEST-FIXTURES PARA CALIBRACION TRL HASTA 40 GHz

En este apartado se van a tratar los criterios de diseño aplicados en la obtención de Test Fixtures adaptados a la medida, mediante la técnica de calibración TRL, de parámetros S de transistores GaAs FET y HEMT en chip. El contenido ha sido dividido, por razones históricas y de contenido, en dos partes. En la primera (apartado 5.3.1) se explica el desarrollo de un primer Test Fixture para el margen de frecuencias de 3 a 22 GHz. El interés del mismo estriba en que permitió obtener, por primera vez, medidas con técnica TRL y, por tanto, evaluar las ventajas de la misma frente a la tradicional

OSL. También se utilizó para efectuar medidas de repetibilidad de las transiciones y de las medidas de parámetros S (apartados 5.4 y 5.5). Los buenos resultados obtenidos validaron el sistema de transiciones móviles utilizado y propiciaron el desarrollo y mejora de las mismas para dar origen al 2º Test Fixture (apartado 5.3.2) para el margen de frecuencias de 1 a 40 GHz. En ambos casos, como se verá, el límite superior de frecuencia viene impuesto por el tipo de conector utilizado, y no está relacionado con la técnica de calibración TRL.

5.3.1 Test Fixture para el margen 3-22 GHz. Descripción

Para efectuar unas primeras medidas de parámetros S de transistores utilizando la técnica de calibración TRL se juzgó conveniente escoger un límite superior de frecuencia no demasiado elevado como para producir problemas de medida externos a la propia calibración, pero tampoco demasiado pequeño como para que las ventajas de TRL no pudieran hacerse patentes. Así, se optó por una frecuencia ligeramente superior a 20 GHz, cota máxima ésta en las medidas de parámetros S utilizando TRL ó TSD publicadas hasta el momento. La transición coaxial-microstrip utilizada, tipo SMA modelo R 125501 de RADIALL permitía, por otra parte, una frecuencia máxima utilizable de operación evaluada en 22-23 GHz. Por tanto, se estableció el límite superior en 22 GHz. El substrato escogido fue de tipo plástico de baja constante dieléctrica, concretamente CuClad 217 (espesor del dieléctrico 0.254 mm; espesor del cobre 0.0175 mm), que ofrecía las ventajas de fácil fabricación y montaje del circuito impreso. La impedancia de las líneas microstrip era de 50 Ω , coincidente con la nominal del sistema de medida (Analizador de Redes 8510 B y Test Set 8516 A hasta 40 GHz, conector OS-50 de 2.4 mm) [PRADELL, EuMC 1989; URSI 1989].

De fundamental importancia son la buena repetibilidad y pequeños efectos parásitos de la transición coaxial-microstrip. Se escogieron éstos, por tanto, como criterios fundamentales de diseño. En este sentido pareció conveniente adaptar el sistema mecánico propuesto por P. B. Ross [ROSS, 1987] consistente, como ya se comentó en 5.2, en establecer el contacto de masa simultáneamente al contacto "pin"-microstrip mediante presión *vertical*. Las dimensiones recomendadas por el fabricante para el taladro de paso del conductor interno de la transición hicieron modificar el esquema del contacto de masa para adoptar la forma de "escalón" del esquema de la figura (5.4).

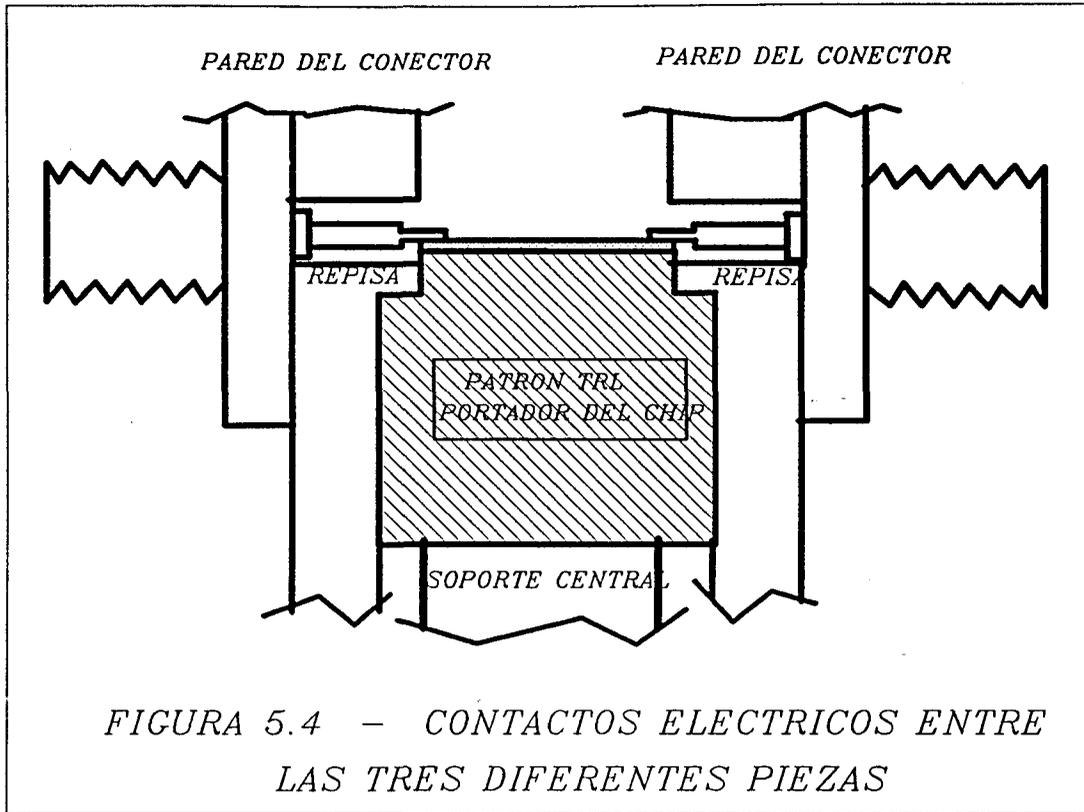
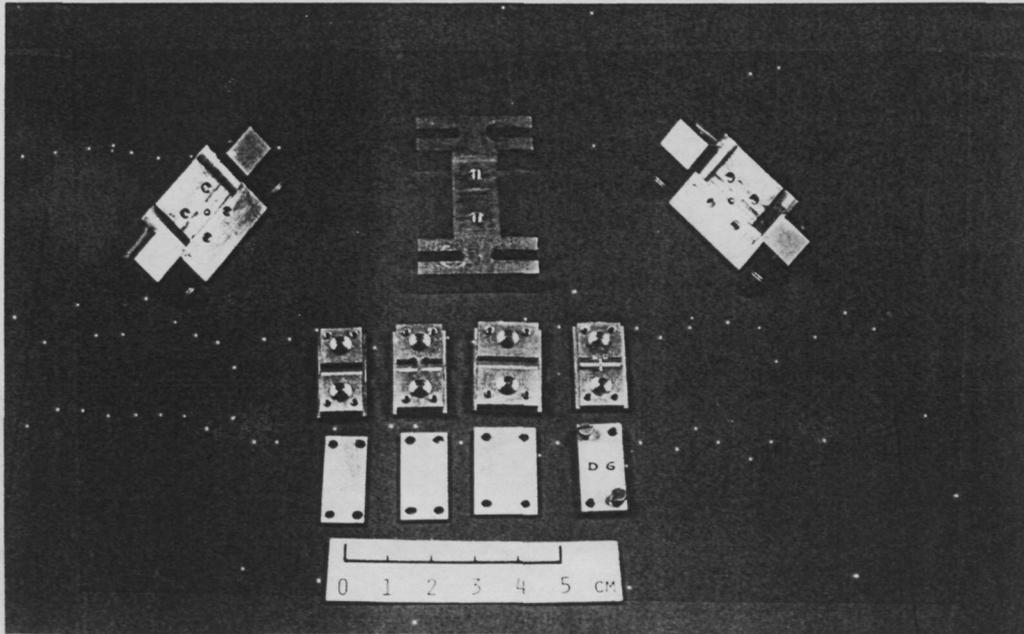


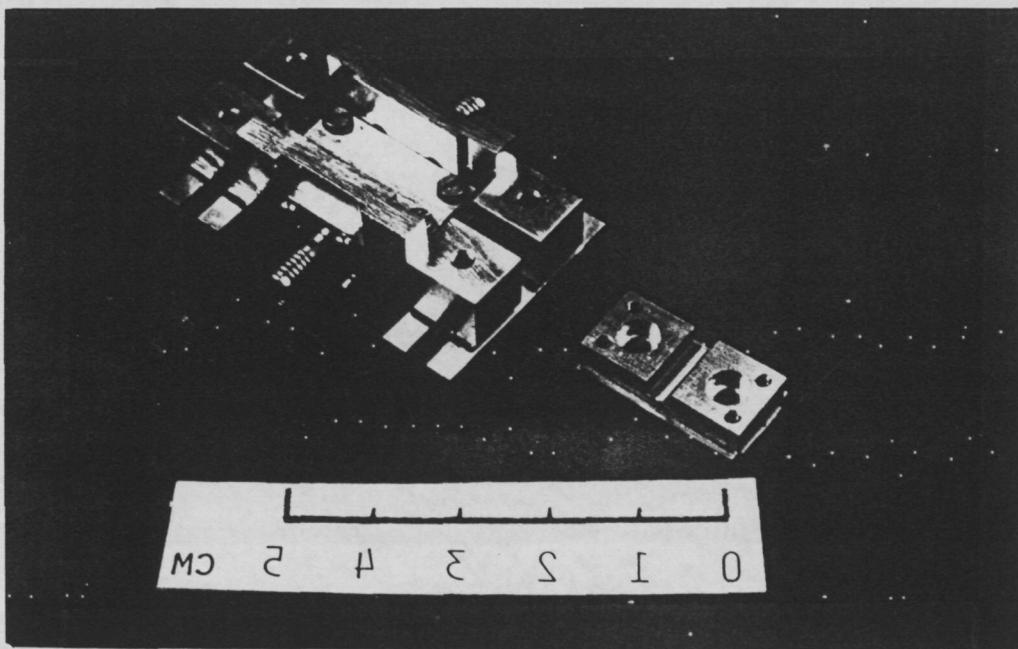
FIGURA 5.4 - CONTACTOS ELECTRICOS ENTRE LAS TRES DIFERENTES PIEZAS

Se procuró, por supuesto, minimizar los recorridos de masa de la señal RF. El sistema consta, pues, de las siguientes partes diferenciadas: pared soporte de la transición (2), piezas intercambiables de soporte de los patrones de calibración y dispositivo a medir, denominadas habitualmente *carriers* (4), y soporte central de las mismas (1). En la fotografía de la figura (5.5) se muestran las diferentes piezas de que consta el Test Fixture.

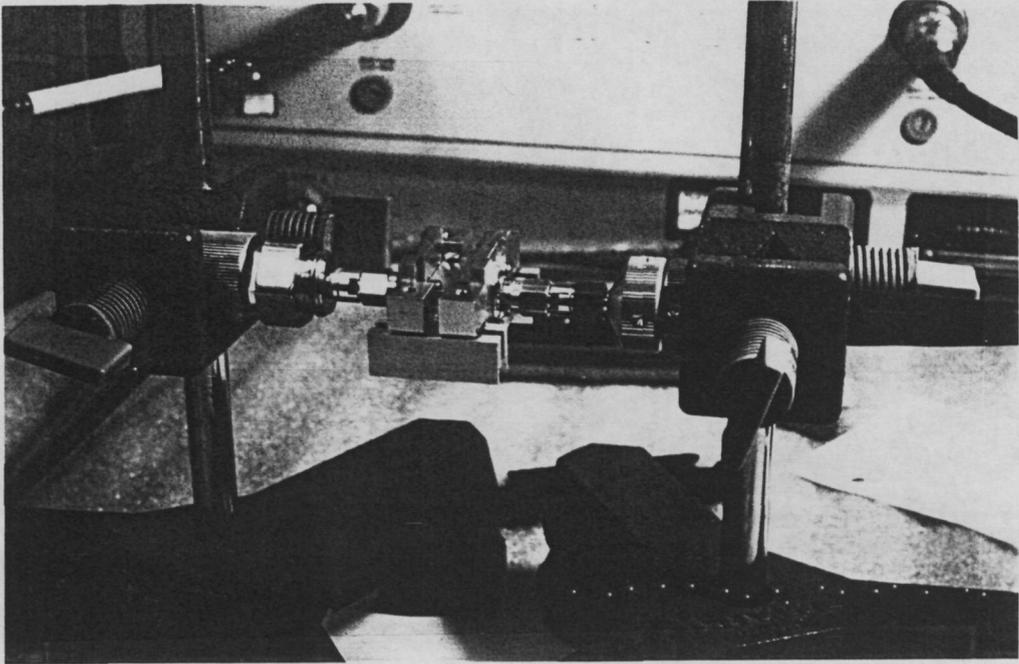
El conjunto debe ensamblarse cada vez que se efectúa un paso de calibración ó medida (figuras (5.6), (5.7), (5.8)). El montaje se efectúa situando y fijando primero el carrier sobre el soporte central. A continuación se sitúan las paredes soporte de las transiciones sobre el soporte central, procurando que el "pin" quede correctamente posicionado y controlando simultáneamente el contacto de masa. Por último se fija el conjunto con ayuda de unos tornillos y arandelas de presión que sujetan las paredes soporte al soporte central y aseguran el contacto eléctrico.



*FIGURA 5.5 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz. DESPIECE*

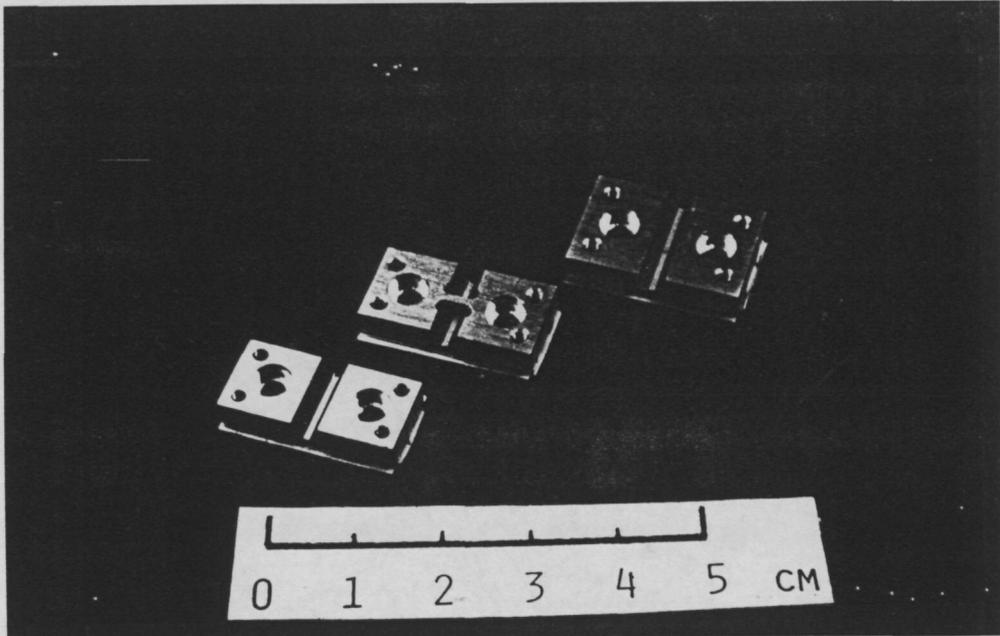


*FIGURA 5.6 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz MONTADO*



*FIGURA 5.7 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz. DETALLE DEL MONTAJE*

Los carriers incorporan un escalón o repisa para el contacto de masa. Ello supone un inconveniente de orden práctico, pues obliga a adoptar esta especial configuración mecánica para cada transistor que se pretenda medir, pero facilita, por otra parte, la concepción del sistema. En la paredes soporte de las transiciones está mecanizada la correspondiente "repisa invertida", que tiene por objeto efectuar el contacto con los carriers. La distancia E entre la parte superior de la pista microstrip y la repisa, es sumamente crítica, puesto que debe coincidir exactamente con la distancia D entre la parte inferior del "pin" y la parte inferior de la repisa invertida (figura (5.4)) para asegurar el *contacto simultáneo* del "pin" a la pista y de las masas de la pared y del carrier. En realidad, E debería ser algo superior a D (0.05 mm aproximadamente), con una tolerancia muy estricta, del orden de 0.01-0.02 mm. Los 4 carriers son el soporte mecánico de los tres circuitos que constituyen los patrones de calibración y del circuito de acceso al dispositivo. Para alojar el circuito, cada carrier tiene mecanizado un "canal"

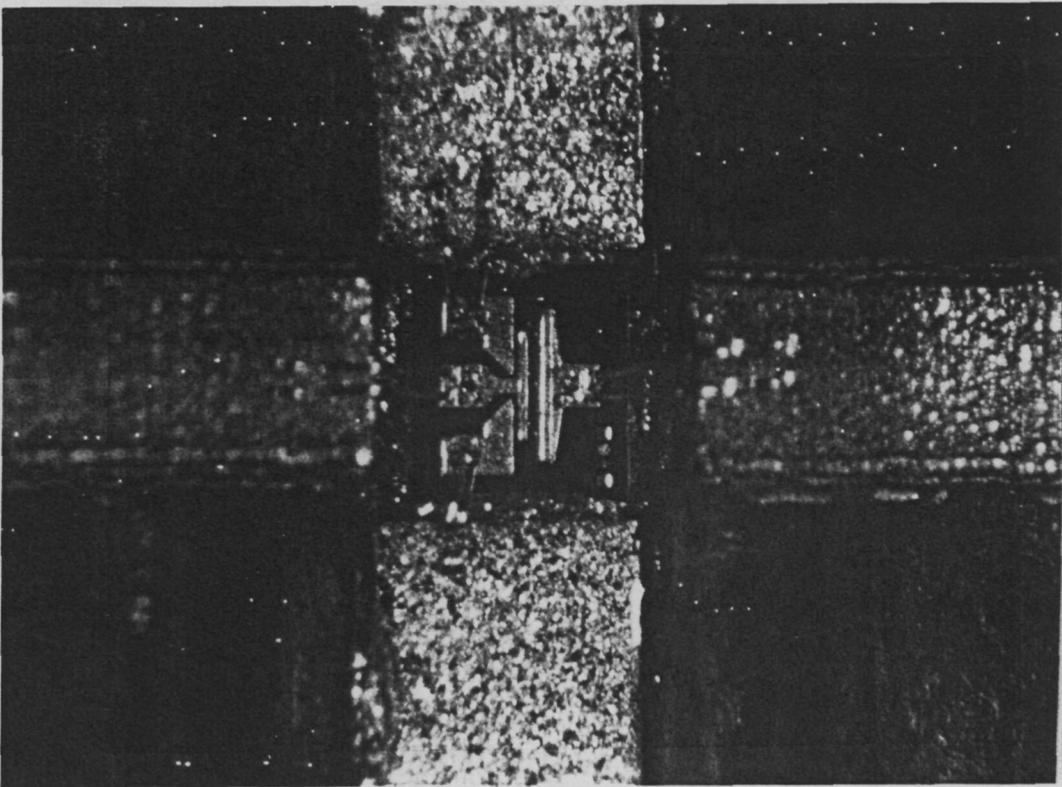


*FIGURA 5.8 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz. PATRONES DE CALIBRACION*

rectangular de dimensiones transversales 3.5 x 3 mm, que en realidad constituye un tramo de guía en corte para el modo TE₁₀ (la frecuencia de corte se sitúa en 43 GHz aproximadamente), asegurando así la propagación únicamente del modo quasi-TEM de microstrip.

El dispositivo (ver figura (5.9)), que tiene dimensiones típicas 500 x 500 x 100 μm , está montado sobre una repisa de dimensiones adecuadas mecanizada en el carrier y que separa la línea microstrip de entrada de la de salida. La técnica de unión de los contactos del chip (D,G,S) a las pistas y/o a la masa del sistema de medida (en este caso, la propia repisa sobre la que se halla montado el transistor) es una de las recomendadas por el fabricante, es decir, la unión por hilo de oro mediante soldadura por termocompresión. El número y longitud de los hilos está también especificado por el fabricante. Los parámetros S medidos incluirán, por tanto, el efecto de estos hilos.

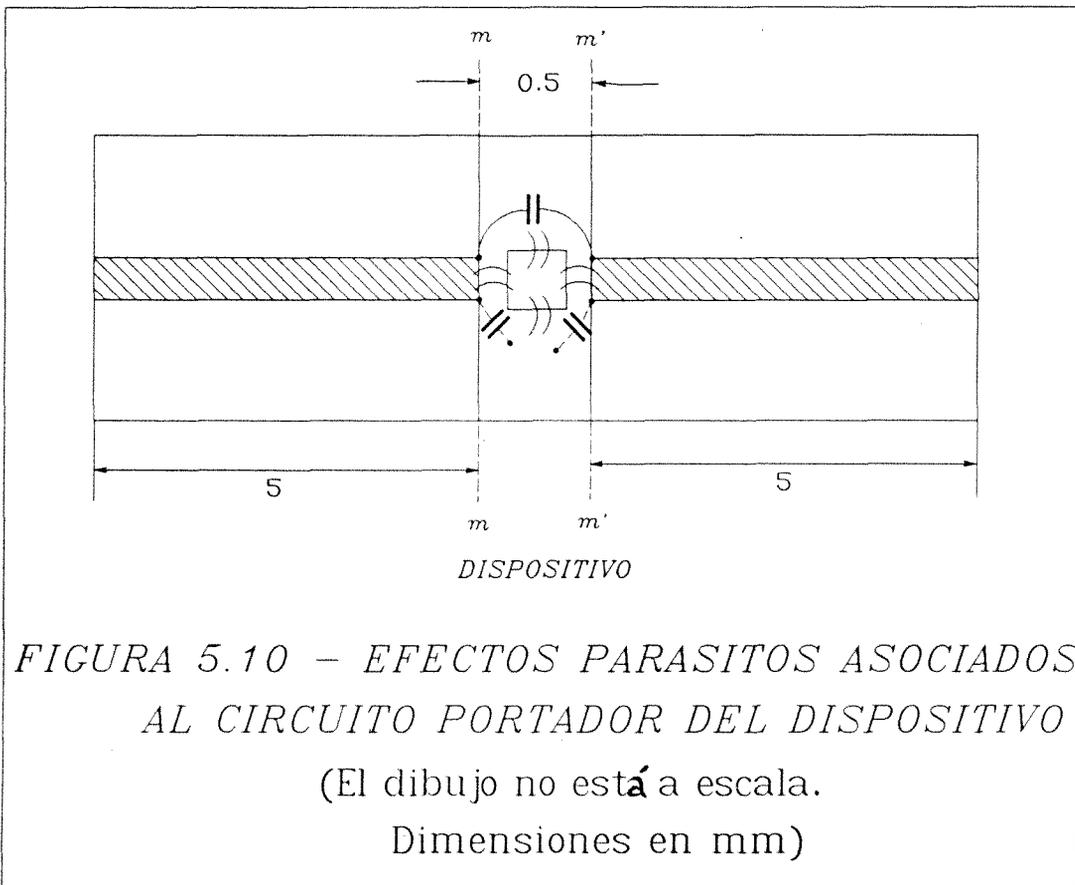
Ello no supone ningún problema, porque el fabricante proporciona unas medidas para los parámetros S del transistor que también incluyen los hilos. Desde el punto de vista del diseño de amplificadores, el efecto debe asimismo ser tenido en cuenta. En el carrier del transistor aparecen algunos efectos parásitos en forma de capacidades asociadas a los extremos en circuito abierto de las líneas microstrip, en el punto donde se unen al transistor.



*FIGURA 5.9 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz. MONTAJE DEL TRANSISTOR CHIP*

También existirá una pequeña capacidad de acoplo entre los extremos de ambas líneas. Estos efectos (ver esquema de la figura (5.10)) no existen, evidentemente, en los patrones de calibración, por lo cual van a quedar incluidos en las medidas de parámetros S del dispositivo. Esta particularidad, lejos de molestarnos, es del todo conveniente desde el punto de vista del diseño de amplificadores, puesto que el montaje del chip es el mismo que en el carrier de medida. Sin embargo, en ocasiones puede

interesarnos la medida de estos efectos, con el fin de predecir la degradación que pueden introducir en las características del amplificador. En este sentido, veremos que, por una parte, son muy pequeños (apartado 5.5) y, por otra, pueden medirse fácilmente, desconectando los hilos de soldadura de puerta (G) y drenador (D), tal como se sugiere en [BRUBAKER, 1985]. La polarización del transistor se efectúa externamente mediante las "Tes" incluidas en el Analizador que, por tanto, forman parte del cuadripolo de error, con lo cual no se requiere ningún acceso adicional de continua.



El dimensionado de los patrones de calibración tiene en cuenta las sugerencias prácticas contenidas en [HEWLETT-PACKARD, 1987]. A la frecuencia central de la banda (12.5 GHz) la diferencia de fase entre Thru y Line debe ser lo más próxima posible a 90° . Ello nos proporciona un primer valor para la diferencia de longitudes entre ambos. En los extremos de la banda se recomienda un valor mínimo de 20° (frecuencia inferior) y un valor máximo de 160° (frecuencia superior) para las diferencias de fase, lo cual comporta un margen práctico de frecuencia de utilización de la calibración, de 7:1. Si tomamos $\Delta_l = 4.5\text{ mm}$ para la esta diferencia de longitudes,

resultará, teniendo en cuenta que $\epsilon_{rf} = 1.86$, en $\Delta\phi = 22.1^\circ$ ($f = 3GHz$) y $\Delta\phi = 162.0^\circ$ ($f = 22GHz$), para las diferencias de fase, que cumplen aproximadamente con las cotas recomendadas. Teniendo en cuenta lo anterior, la longitud de los diferentes carriers se toma (ver figura (5.11)):

$$l_{THRU} = 10mm$$

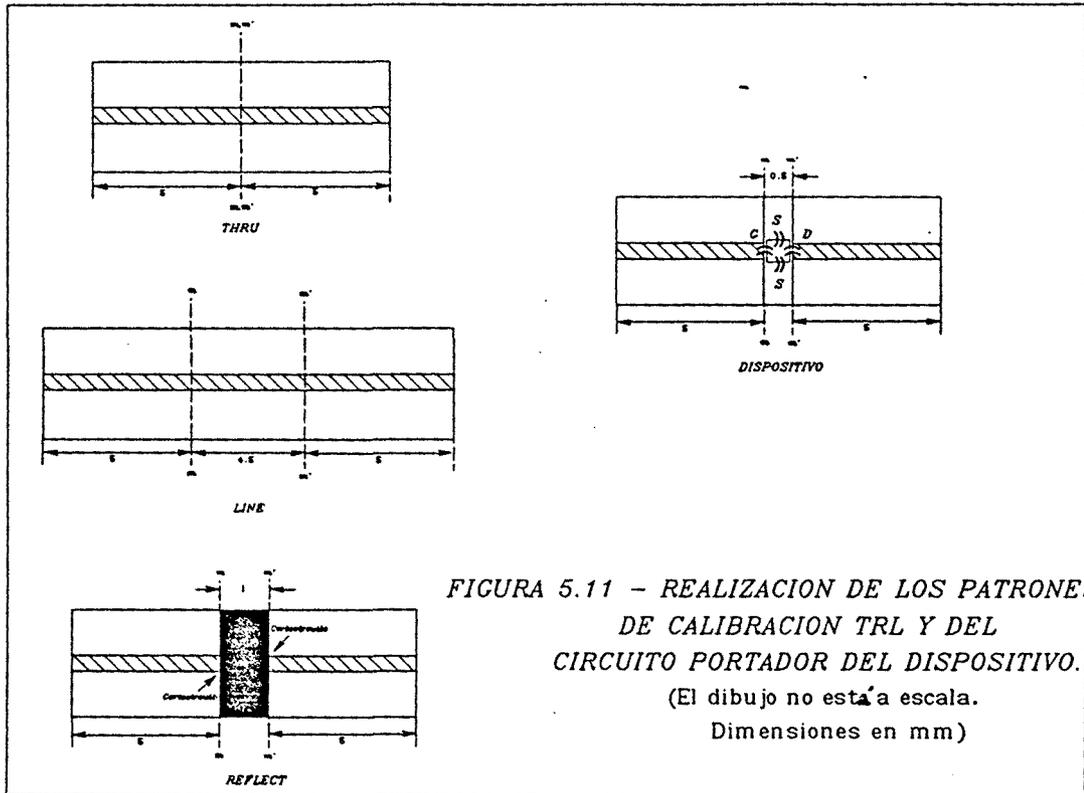
$$l_{LINE} = 14.5mm$$

$$l_{REFLECT} = 11mm$$

$$l_{DUT} = 10.5mm$$

donde DUT se refiere al dispositivo a medir (transistor). Obsérvese que para los Reflects, mecanizados sobre el mismo carrier, se reserva 1 mm para su realización como dos cortocircuitos en microstrip y que las dos líneas de acceso a los mismos tienen la misma longitud (5mm). Ello supone que los dos planos de referencia de la medida están situados a la misma distancia de la correspondiente transición coaxial-microstrip. Para el carrier del dispositivo a medir se reserva una longitud de 0.5 mm para la repisa-soporte del mismo, y las líneas de acceso tienen también 5 mm. Teniendo en cuenta entonces que el Thru se define como de longitud cero, y la longitud de su correspondiente carrier es de 10 mm, podemos deducir que los dos planos de referencia de la medida se situarán precisamente en los accesos del transistor (G y D), marcados m y m' en la figura (5.11).

Se efectuaron mediciones de las pérdidas de inserción y de retorno para los diferentes patrones construidos, utilizando para ello una calibración convencional OSL (Full Two Port) en el plano de los conectores del Test Fixture. Los resultados (ver figura (5.12) para el Thru y (5.13) para el Line) indican unas pérdidas de inserción máximas de 1.2 dB para el Thru (a 20 GHz) y 1 dB para el Line. Las pérdidas de retorno mínimas son algo mejores para el Line que para el Thru (-11 dB y -8 dB respectivamente). Todas ellas pueden considerarse sin embargo, muy aceptables hasta 16 GHz para el Line y hasta 19 GHz para el Thru. Los parámetros S_{11} y S_{22} del Reflect indican un rizado de $\pm 1 dB$. En definitiva, la técnica de conexión móvil aplicada parecía suficientemente buena en el margen de frecuencias deseado. Los resultados de las medidas de repetibilidad y parámetros S obtenidos empleando este Test Fixture se presentan en 5.4.2.



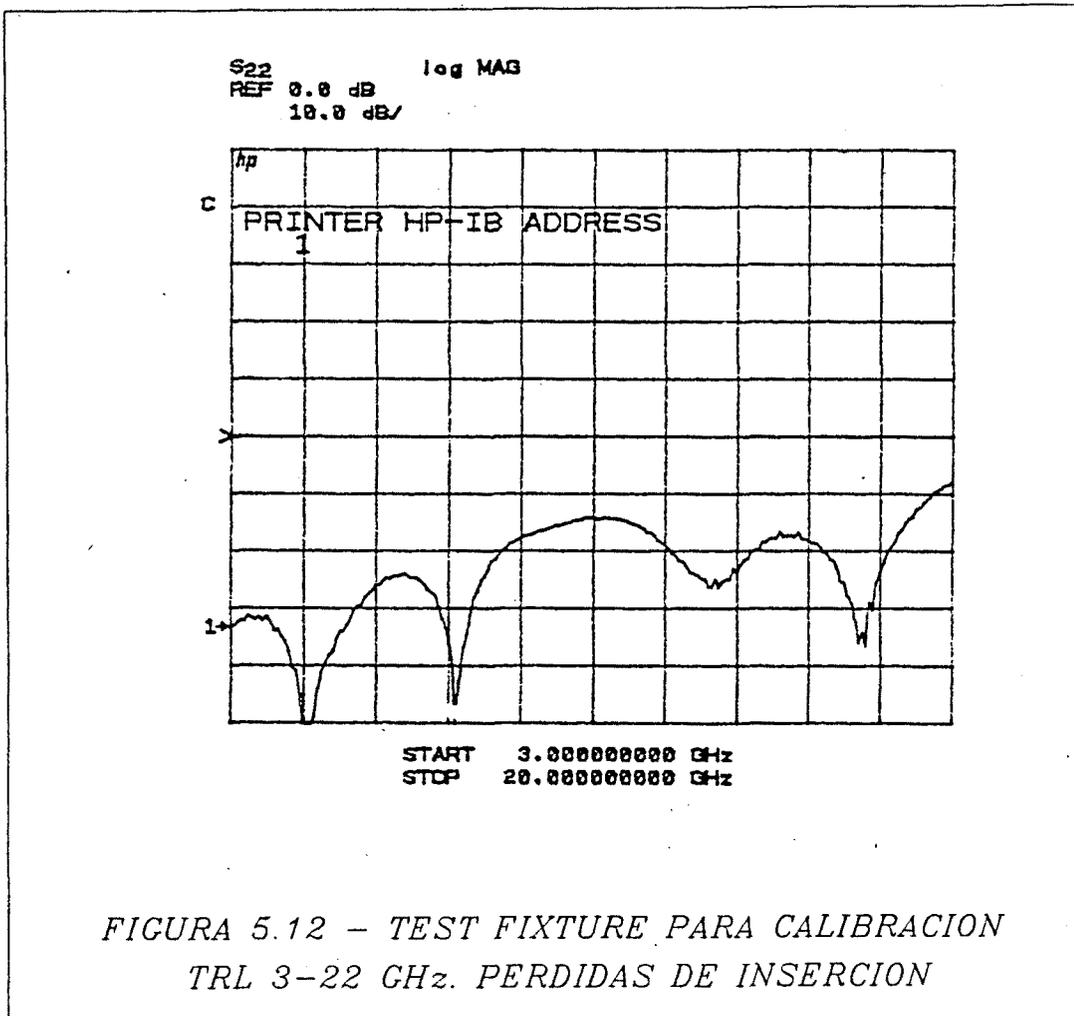
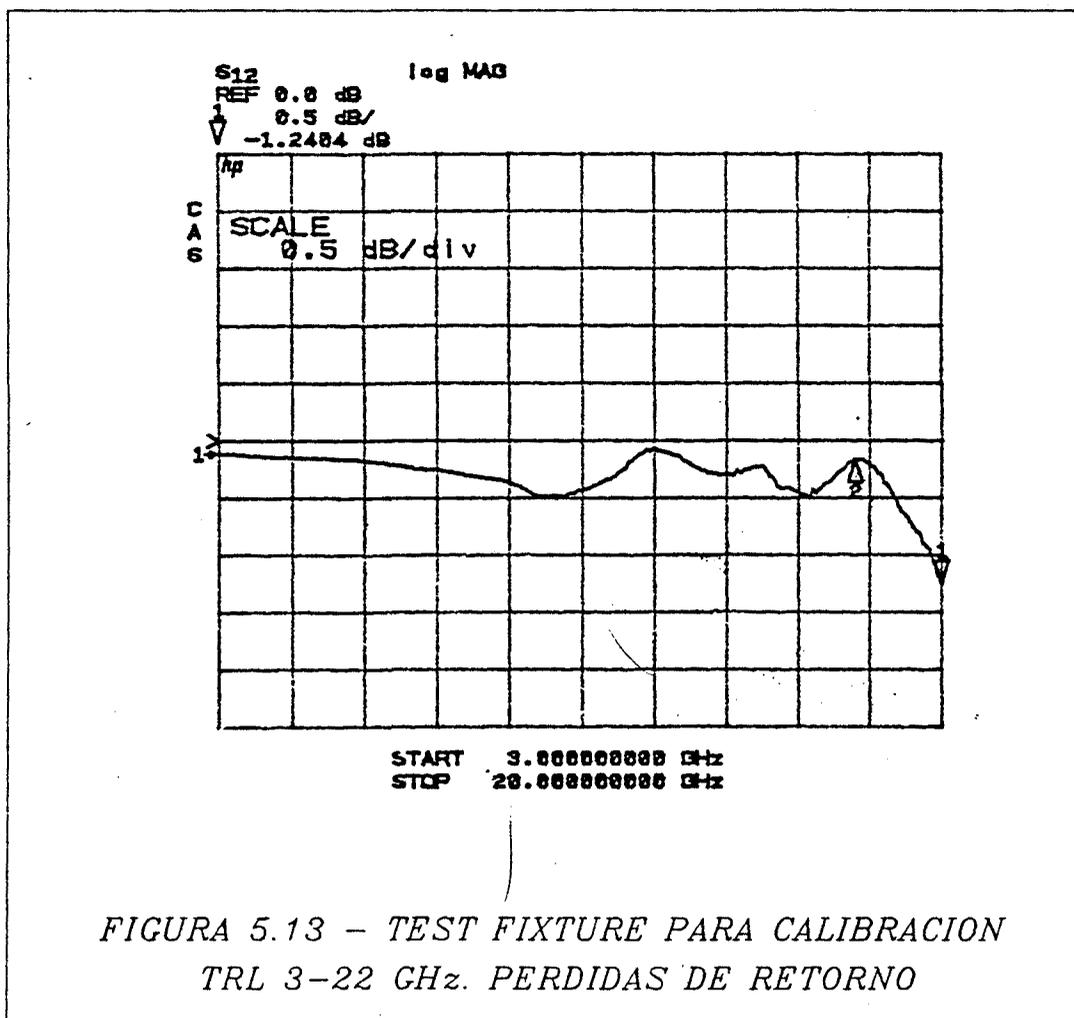


FIGURA 5.12 - TEST FIXTURE PARA CALIBRACION
TRL 3-22 GHz. PERDIDAS DE INSERCION

Los errores residuales esperables en la calibración TRL utilizando el Test Fixture, debidos a la *incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración*, pueden evaluarse a partir de las expresiones contenidas en 3.4.1. Si suponemos un error de 10° a 22 GHz entre ambos Reflects (equivalente a 0.15 mm) , tendremos:



$$|\delta_{11}| = |\delta_{22}| = -31 \text{ dB}$$

$$|\delta_{10}| = |\delta_{32}| = -21 \text{ dB}$$

en donde se ha supuesto $|e_{ii}| = -10 \text{ dB}$ para el Analizador, según datos del fabricante.

Los errores $\delta(e_{10}e_{32}), \delta(e_{01}e_{23})$ pueden suponerse despreciables frente a los demás.

5.3.2 Test Fixture para el margen 1-40 GHz. Descripción

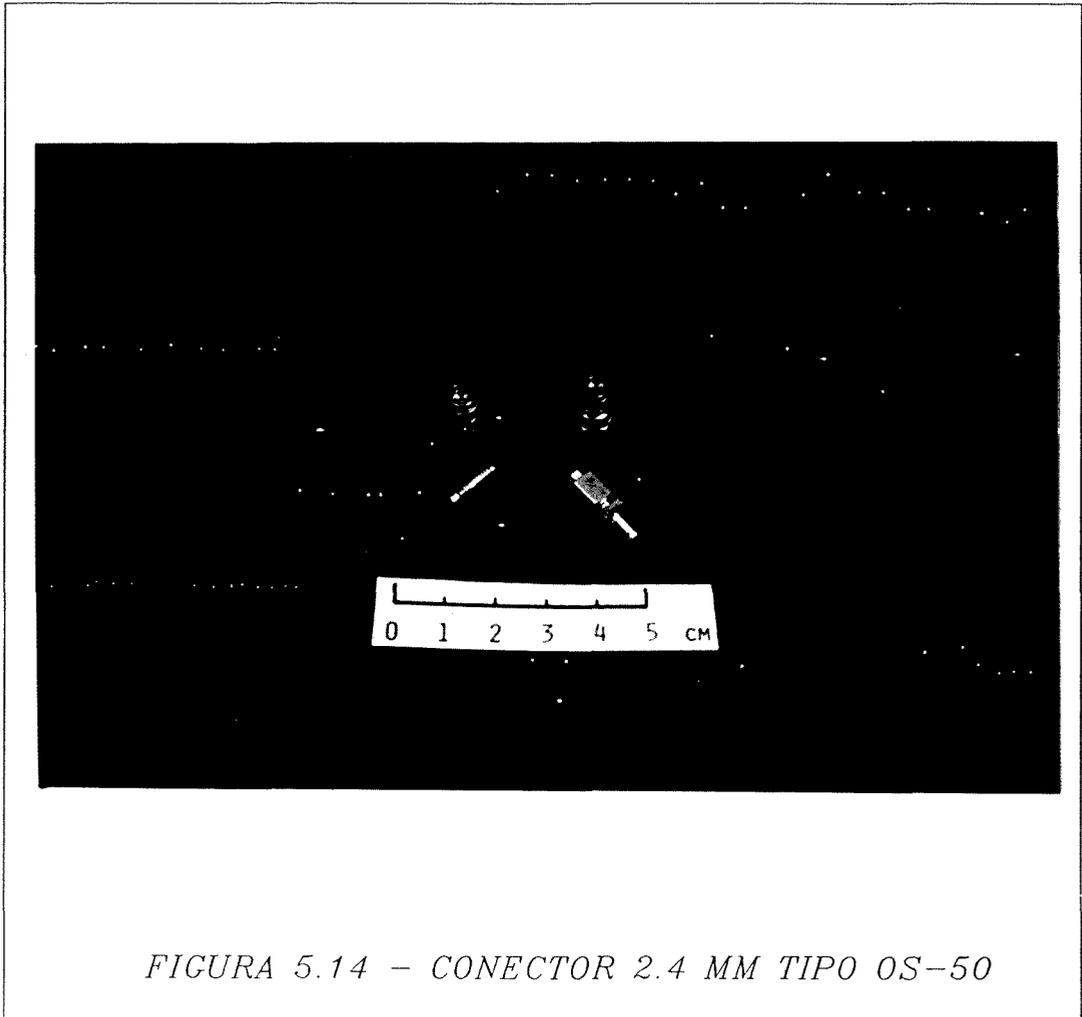
El siguiente paso en la realización práctica de sistemas de medida de parámetros S de transistores chip consiste en la extensión de los límites de frecuencia de medida. En el apartado anterior se discutía un sistema de medida entre 3 y 22 GHz. Se comentaba que el límite superior de frecuencia venía dictado por el tipo de conector (SMA). El

límite inferior, por su parte, respondía a criterios prácticos de diseño, concretamente una diferencia de fase entre Thru y Line comprendida entre 20° y 160° , lo cual corresponde a una relación entre las frecuencias superior y la inferior igual a 7. Si se quiere ampliar esta relación es necesario utilizar un Line de diferente longitud para el nuevo margen de frecuencias.

Para el Test Fixture que se presenta en este apartado (ver también [SABATER, 1989] para una descripción más detallada) se escogió como límite superior de frecuencia 40 GHz por tres razones. En primer lugar se trata de un valor lo suficientemente elevado como para poner a prueba la utilidad de la calibración TRL en medios que, como el microstrip, requieren la utilización de algún tipo de transición. En segundo lugar, cubre la banda Ka (26.5-40 GHz) que, tradicionalmente, ha supuesto serias dificultades en las medidas. En particular contiene las frecuencias alrededor de 30 GHz, de especial interés en el Grupo, puesto que corresponden a la banda de funcionamiento de un amplificador de bajo ruido desarrollado bajo contrato con TELEFONICA [ARTAL, 1988]. Por último, se trata de la frecuencia máxima a la que tenemos acceso mediante conector, ya sea en los Test Ports del Analizador de Redes HP 8510 B, ó en el mismo Test Fixture.

Una clase de conectores especificada para frecuencias superiores a 26.5 GHz es el tipo 2.4 mm (en referencia al diámetro interno del conductor exterior coaxial), que es el resultado del desarrollo conjunto de tres empresas, Hewlett-Packard, Amphenol Products y M/A-COM Omni Spectra, para la obtención de transmisión de señal en coaxial, libre de modos de orden superior (el primero de ellos es el TE 11), hasta 50 GHz [INDUSTRY UPDATE, 1986]. Existen tres "grados" ó calidades para el conector 2.4 mm. El más sencillo (y también económico) es el de *producción*. Se utiliza en componentes, y comprende transiciones para cables y microstrip, y adaptadores a otras series. El siguiente grado es el de *instrumentación* (tipo APC-2.4 mm), utilizado en los Test Ports del Analizador. El más preciso es el de *metrología*, para patrones de medida y calibración. Los tres grados se diferencian entre sí por las tolerancias asociadas, que comportan notables diferencias en las pérdidas de retorno (a 18 GHz, >28 dB para el grado de producción, >34 dB para el de instrumentación y > 42 dB para el de metrología) y número de conexiones especificados [HEWLETT-PACKARD, 1986]. Nótese que el límite real de 40 GHz que nos hemos impuesto no viene fijado por el conector sino

por el hardware interno del propio Analizador de Redes. El conector utilizado en el Test Fixture es de 2.4 mm, tipo OS-50, de la firma M/A-COM Omni Spectra (ver figura (5.14)) [M/A-COM, 1987]. Corresponde al grado de producción. La especificación de pérdidas de retorno para la transición coaxial-microstrip escogida, de referencia 8557-5329-02, se reproduce en la figura (5.15). Obsérvese que el valor típico a 40 GHz se sitúa en torno a -16 dB.



Fijado, pues, el límite superior de frecuencia, el criterio de diseño de la diferencia de fase entre Thru y Line impone una frecuencia inferior de aproximadamente 6 GHz. A partir de este dato, el dimensionado de los patrones de calibración se efectúa de la misma manera que para el Test Fixture del apartado anterior. El sustrato elegido es también plástico, CuClad 217, pero con espesor del dieléctrico mitad, 0.127 mm, con el fin de que las líneas microstrip tengan una anchura inferior (aproximadamente mitad:

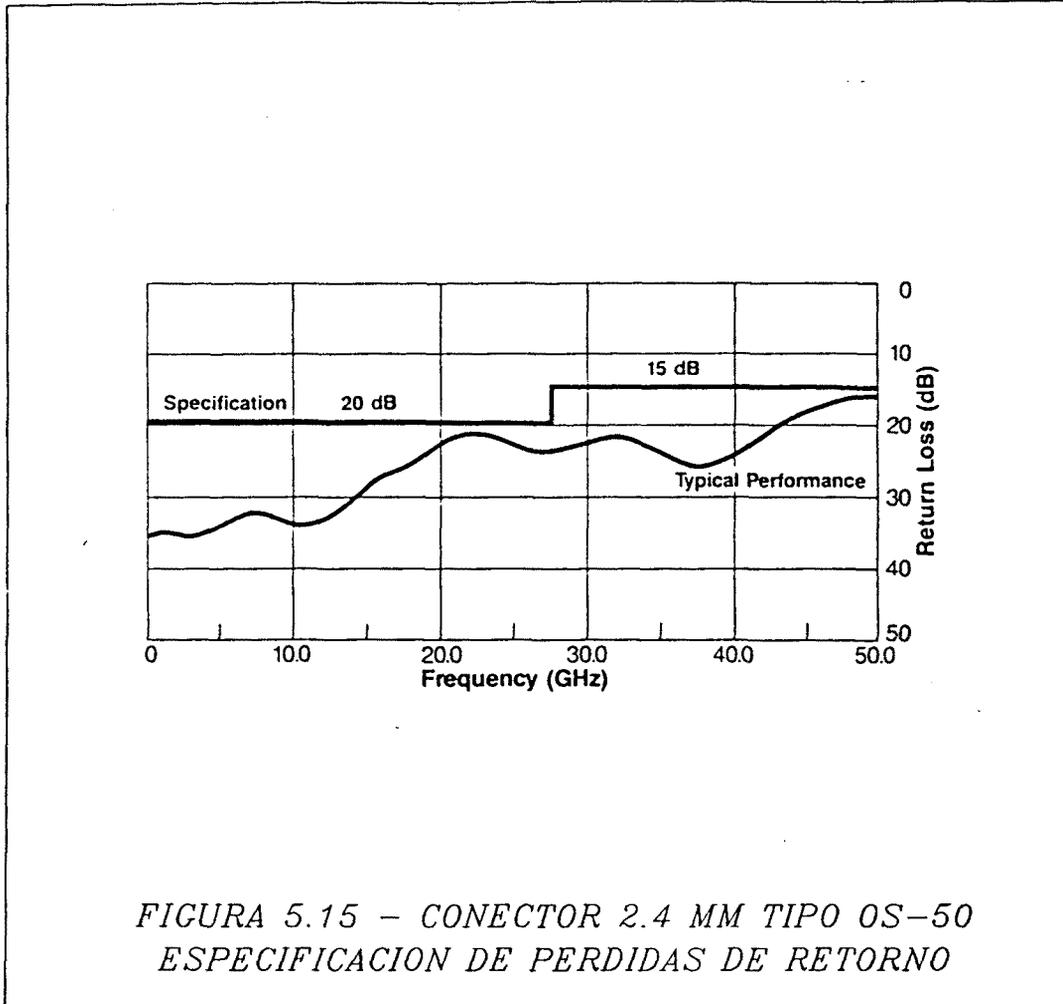


FIGURA 5.15 - CONECTOR 2.4 MM TIPO OS-50
ESPECIFICACION DE PERDIDAS DE RETORNO

0.4 mm para una impedancia característica de 50Ω). De esta manera se consigue un buen acoplo con el "pin" de la transición, cuya anchura es 0.3 mm. En esta ocasión, la frecuencia central de la banda es de 23 GHz. Si tomamos $\Delta_l = 2.0 \text{ mm}$ para esta diferencia de longitudes, resultará, para este sustrato, que $\epsilon_{r1} = 1.88$, y $\Delta\phi = 19.7^\circ$ ($f = 6 \text{ GHz}$), $\Delta\phi = 131.6^\circ$ ($f = 40 \text{ GHz}$) para las diferencias de fase, que cumplen aproximadamente con las cotas recomendadas. Teniendo en cuenta lo anterior, la longitud de los diferentes carriers se toma (ver figura (5.11)):

$$l_{THRU} = 8 \text{ mm}$$

$$l_{LINE} = 10 \text{ mm}$$

$$l_{REFLECT} = 9 \text{ mm}$$

$$l_{DUT} = 8.5 \text{ mm}$$

donde DUT se refiere al dispositivo a medir (transistor). Nuevamente, se reserva 1 mm para la realización de los Reflects como dos cortocircuitos en microstrip mecanizados sobre el mismo carrier. Las dos líneas de acceso a los mismos tienen la misma longitud (4mm), algo inferior a la del Test Fixture anterior para disminuir ligeramente las pérdidas. Ello supone que los dos planos de referencia de la medida están situados a la misma distancia de la correspondiente transición coaxial-microstrip. Para el carrier del dispositivo a medir se reserva también una longitud de 0.5 mm para la ubicación del mismo, aunque ahora no es necesario mecanizar una repisa-soporte debido al menor espesor del substrato. El transistor se monta, pues, sobre el carrier al mismo nivel que la base de los circuitos, cuya longitud es también de 4 mm. Teniendo en cuenta entonces que el Thru se define como de longitud cero, y la longitud de su correspondiente carrier es de 8 mm, podemos deducir que los dos planos de referencia de la medida se situarán precisamente en los accesos del transistor (G y D), marcados m y m' en la figura (5.11).

Con el fin de que el sistema fuera operativo en el margen más amplio posible de frecuencias, se decidió extender, mediante otro Line de diferente longitud, la frecuencia inferior hasta 1 GHz. Basándonos en esta cota, y tomando ahora la diferencia de longitud entre éste y el Thru de $\Delta_l = 14.6\text{mm}$, resulta en $\Delta\Phi = 24^\circ$ ($f = 1\text{GHz}$), $\Delta\Phi = 156^\circ$ ($f = 6.5\text{GHz}$). Éste es, pues, el margen de frecuencias para el nuevo Line, y la banda 1-40 GHz queda así totalmente cubierta. El disponer de un cierto solape de frecuencias de medida (6-6.5 GHz) entre ambos Line ofrece además, la ventaja de poder comparar en ellas los resultados obtenidos a partir de ambas calibraciones.

También se diseñó un conjunto de patrones de calibración en substrato cerámico (Alúmina, $\epsilon_r = 9.9$). En este caso, la diferencia de longitud entre el Line de alta frecuencia y el Thru es de $\Delta_l = 1.2\text{mm}$, resultando en $\Delta\Phi = 23^\circ$ ($f = 6\text{GHz}$) y $\Delta\Phi = 152^\circ$ ($f = 40\text{GHz}$), y de $\Delta_l = 7.8\text{mm}$ entre el Line de baja frecuencia y el Thru, resultando en $\Delta\Phi = 24^\circ$ ($f = 1\text{GHz}$) y $\Delta\Phi = 155^\circ$ ($f = 6.5\text{GHz}$). Para este substrato se esperaban resultados similares a los obtenidos en CuClad, aunque, debido a la mayor perfección en el proceso de fabricación de este tipo de circuitos (anchura de las pistas más uniforme y longitudes más precisas), resultaría seguramente en un incremento de la precisión. En cualquier caso, es interesante la comparación de resultados de medidas de un mismo transistor para ambos substratos.

En el diseño mecánico del sistema se extremaron los cuidados para la obtención de transiciones muy repetibles y de bajos efectos parásitos. Dado que los sistemas de transición móvil, de los que el Test Fixture de 3 a 22 GHz es un ejemplo, eran los que parecían proporcionar mejores resultados, se decidió continuar con esta misma filosofía para el Test Fixture de 1 a 40 GHz, adaptándola a las características peculiares de la transición de 2.4 mm, y a las elevadas frecuencias implicadas (por encima de 20 GHz). Con el fin de minimizar los caminos parásitos de masa se consideró conveniente no utilizar el tipo de contacto anterior, por presión *vertical* mediante *repisa* (figura (5.4)), sino un contacto por presión *horizontal* (figura (5.16)), ampliamente difundido (ver, por ejemplo, [COOKE, 1987; CASCADE, Microwave Journal 1988; LANG, 1988]).

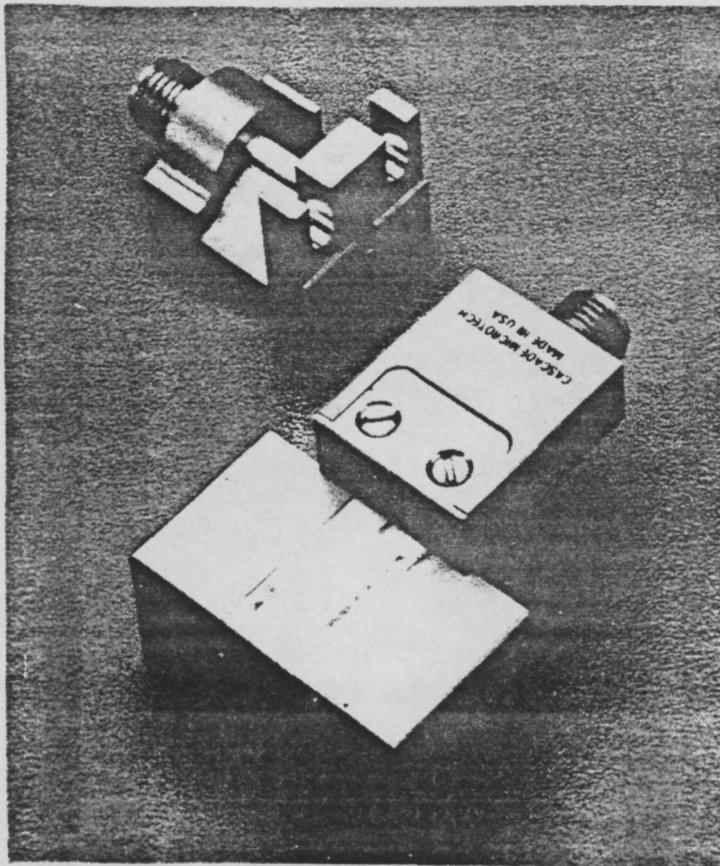
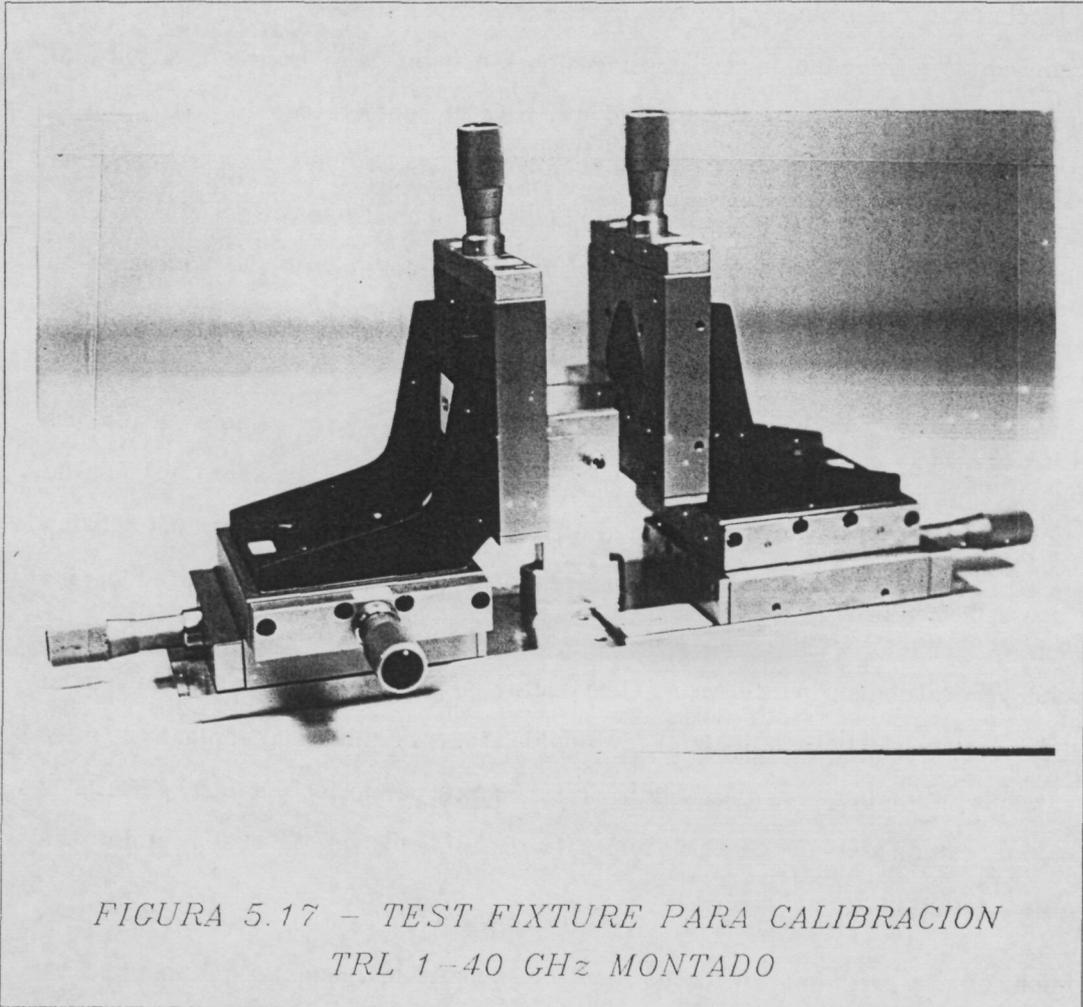


FIGURA 5.16 - TEST FIXTURE COMERCIAL
DETALLE DE LA CONEXION DE LA TRANSICION

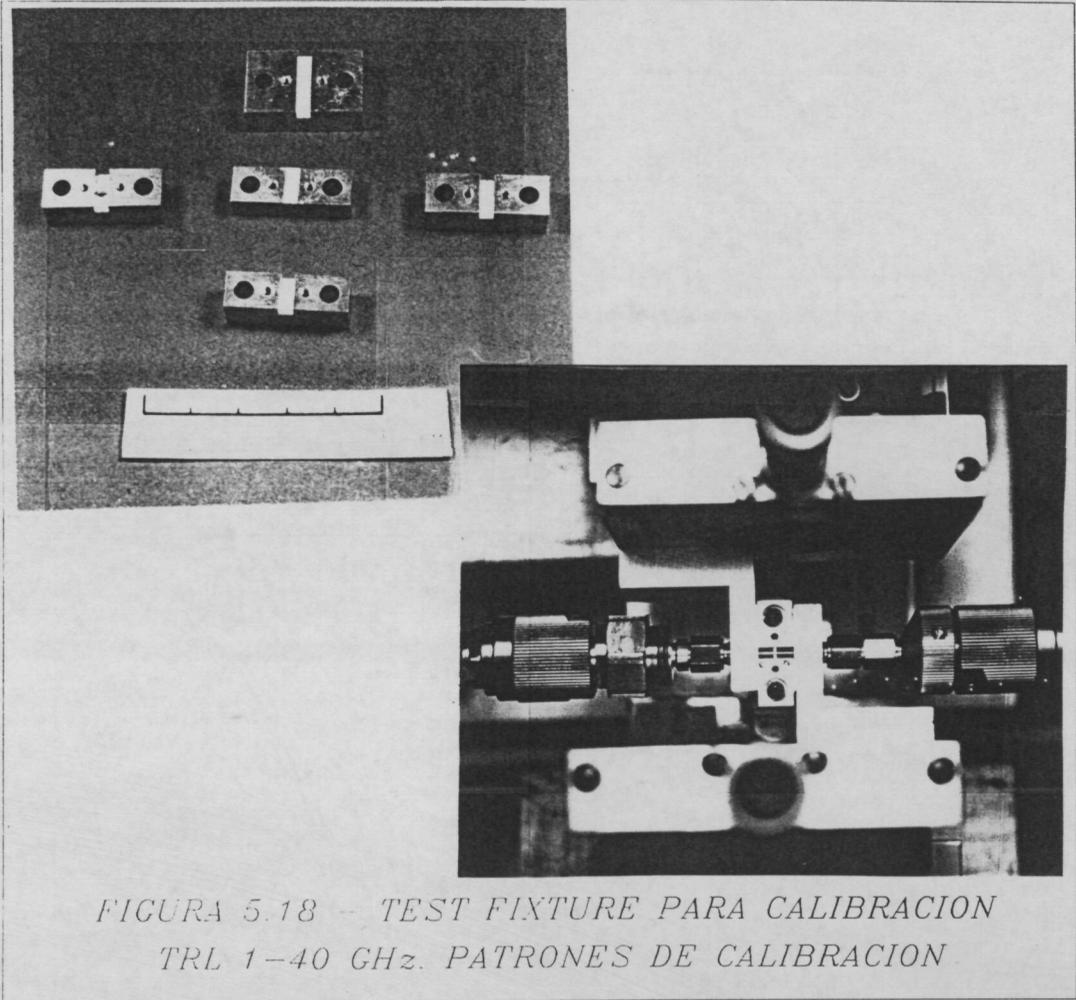
El contacto pin-pista se continuaría realizando, por supuesto, mediante presión vertical. Debido a lo reducido de las dimensiones del pin de la transición a 2.4 mm (0.3 mm de ancho y 0.6 mm de longitud útil para el contacto con la pista), y a la necesidad de asegurar el contacto en dos direcciones perpendiculares entre sí (horizontal para el de masa y vertical para el de pin-pista), se pensó en un sistema de posicionamiento muy preciso (hasta la centésima de mm) basado en el movimiento independiente de cada transición según 3 ejes perpendiculares, producido mediante 6 (3 para cada transición) tornillos micrométricos, de los que se utilizan habitualmente para el posicionamiento de componentes en bancos de óptica, y orientados según las correspondientes direcciones del espacio. Los tornillos se montan sobre ángulos de precisión fijados a una plancha de acero rectificada, con el fin de asegurar paralelismo (y perpendicularidad) con respecto a los carriers de los circuitos, en todos los desplazamientos. El sistema (ver figura (5.17)) permite, pues, el movimiento en la dirección vertical con el fin de efectuar el contacto pin-pista, y el movimiento horizontal según dos direcciones perpendiculares. En una de éstas se establece el contacto de masa entre las correspondientes superficies (perfectamente paralelas). La otra permite el movimiento lateral del pin con respecto a la pista microstrip, lo cual posibilita un perfecto centraje entre ambos.

Los carriers presentan un diseño mecánicamente más sencillo que los del Test Fixture de 3 a 22 GHz, puesto que la repisa de contacto *vertical* de masa no es ahora necesaria (figura (5.18)). Todos ellos están también provistos de un "canal" rectangular de dimensiones transversales 3 x 3 mm para el montaje de los circuitos (patrones de calibración y dispositivo) que, en realidad un tramo de guía en corte para el modo TE₁₀ (la frecuencia de corte se sitúa en 50 GHz aproximadamente), asegurando así la propagación únicamente del modo quasi-TEM de microstrip. Un soporte central, unido sólidamente a la plancha horizontal rectificada, y provisto de dos ejes fijos perpendiculares, paralelos entre sí, permite el montaje de los carriers, en sendos agujeros pasantes mecanizados en ellos al efecto. Con el fin de asegurar el control de la presión correcta del pin a la pista microstrip, se sitúan unos muelles de compresión, con una constante de elasticidad adecuada a la fuerza necesaria (30-60 g), en la base de los carriers, guiados por los ejes [LANG, 1988]. La pared soporte de las transiciones,

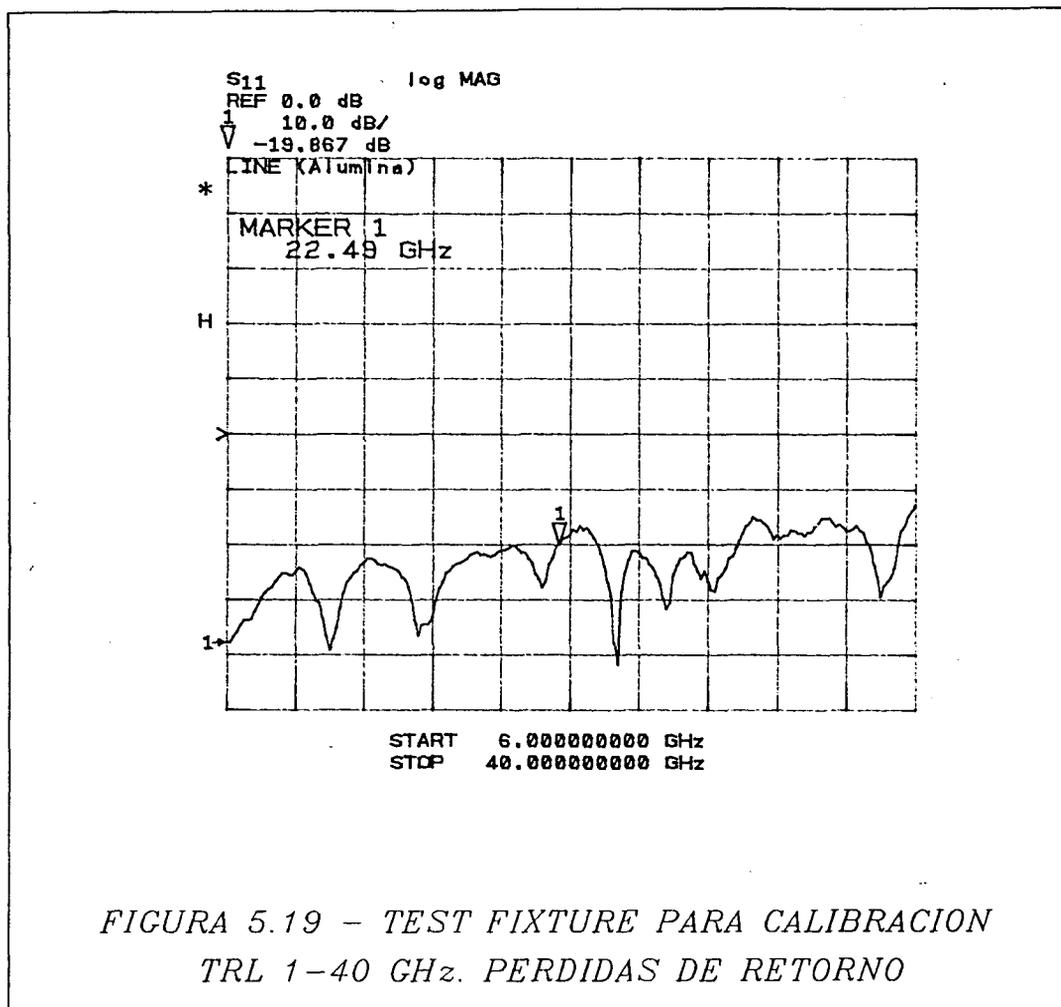


montada sobre los tornillos micrométricos que le confieren los movimientos según los tres ejes perpendiculares, tiene un rebaje horizontal que asegura el contacto de masa en la zona conveniente (justo por debajo de la pista microstrip).

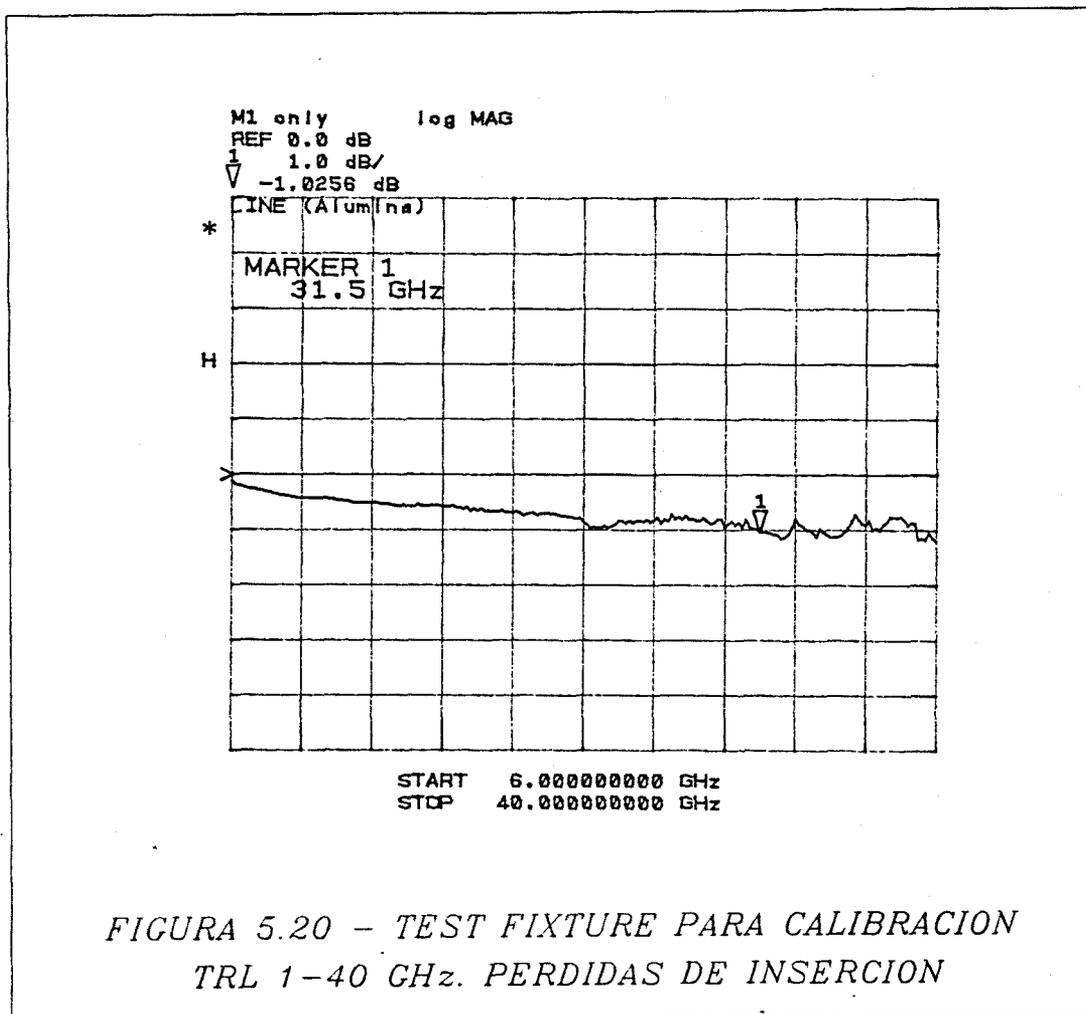
El montaje se efectúa situando primero el carrier sobre los muelles que descansan en el soporte central, mediante la guía de los ejes. A continuación se posiciona el pin sobre la pista microstrip, utilizando para ello el desplazamiento producido por los 3 tornillos de cada transición, y se efectúa la presión vertical necesaria para asegurar un buen contacto entre el pin y la pista. Durante este último paso, los muelles se van *comprimiendo* debido a la presión progresiva del pin sobre la pista, hasta alcanzar un valor adecuado. Por último se realiza el contacto de masa por presión horizontal, hasta la *liberación* de los correspondientes tornillos micrométricos. Este proceso debe repetirse en cada paso de calibración y medida.



Se efectuaron mediciones de las pérdidas de inserción y de retorno para los diferentes patrones construidos, utilizando para ello una calibración convencional OSL (Full Two Port) en el plano de los conectores del Test Fixture. Los resultados (ver figura (5.19) para el Thru y (5.20) para el Line) indican unas pérdidas de inserción máximas de 1.2 dB para el Thru (a 20 GHz) y 1 dB para el Line. Las pérdidas de retorno mínimas son algo mejores para el Line que para el Thru (-11 dB y -8 dB respectivamente). Todas ellas pueden considerarse sin embargo, muy aceptables hasta 16 GHz para el Line y hasta 19 GHz para el Thru.



Los errores residuales de calibración TRL utilizando el Test Fixture, debidos a la *incertidumbre en el conocimiento de los patrones de calibración*, pueden evaluarse de la misma manera que para el Test Fixture anterior, obteniéndose, si suponemos un error de 10° a 40 GHz entre ambos Reflects (equivalente a 0.075 mm) , los mismos resultados.



5.4 MEDIDA DE LA REPETIBILIDAD DE LAS TRANSICIONES HASTA 40 GHz

En el punto 4.2.2 del capítulo anterior habíamos visto los efectos negativos que sobre la determinación de los parámetros de error tenía la falta de repetibilidad de las transiciones coaxial-microstrip. El estudio se efectuaba a partir de la descomposición de las matrices de parámetros de error (a la entrada y a la salida) en tres matrices (A,B,C a la entrada y C,B,A a la salida) en cascada. La matriz A modelaba los errores debido a imperfecciones del instrumento y de los cables hasta el plano del conector coaxial de entrada al Test Fixture. La matriz B modelaba la transición coaxial-microstrip, que comprendía la conexión coaxial al cable que proviene del Analizador y la conexión (en nuestro caso mediante presión horizontal ó vertical, dependiendo del Test Fixture). La matriz C modela la línea microstrip entre la transición y el plano de referencia. Las matrices B y C varían en el transcurso de la conexión y desconexión sucesivas de los

patrones de calibración y del dispositivo, debido a la falta de repetibilidad entre transiciones y entre líneas microstrip. La matriz A puede considerarse invariante. Un esquema muy general de la situación se reproduce en la figura (5.21).

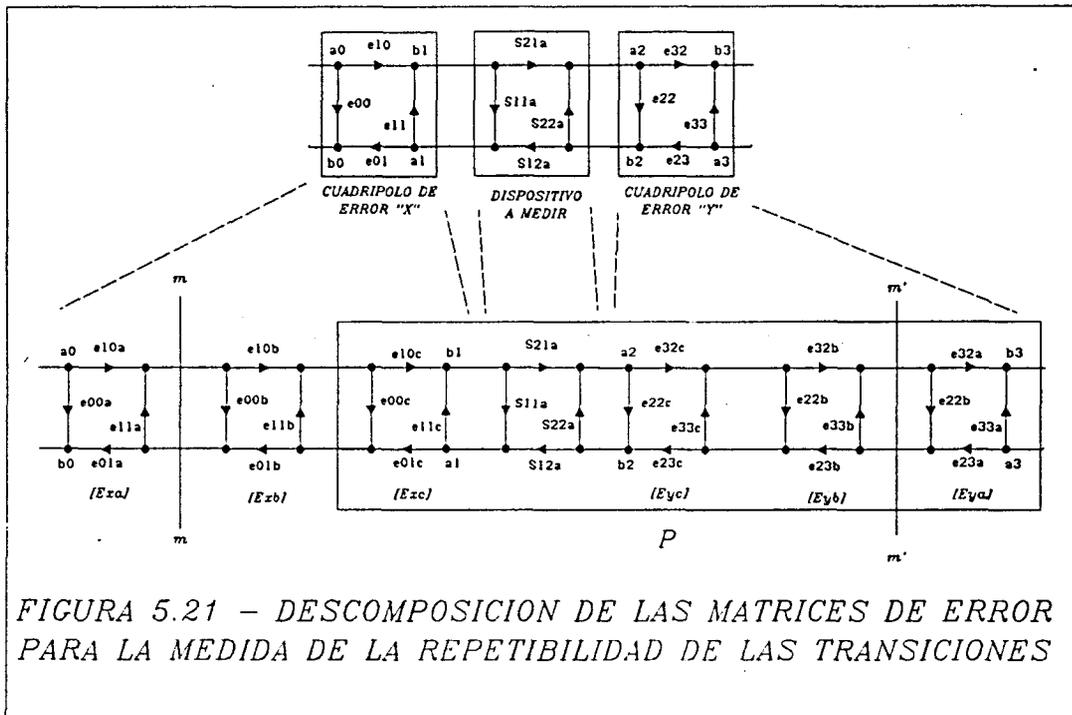


FIGURA 5.21 - DESCOMPOSICION DE LAS MATRICES DE ERROR PARA LA MEDIDA DE LA REPETIBILIDAD DE LAS TRANSICIONES

En el presente apartado se considera un método aproximado para evaluar la repetibilidad de las conexiones a partir de medidas sobre el Test Fixture con los patrones de calibración montados. En la notación del apartado 4.2.2, se trata pues, de evaluar

$$\Delta^{b'_{00}}, \Delta^{b'_{11}}, \Delta^{b'_{22}}, \Delta^{b'_{33}}, \Delta'(e^{b_{23}} e^{b_{32}}), \Delta'(e^{b_{01}} e^{b_{10}}) \quad ((5.1))$$

en donde la ' indica diferencias entre Thru y Reflect. El interés de estas medidas es doble. Por una parte, permiten el cálculo del error cometido en la determinación de los parámetros de error mediante las expresiones del apartado 4.2 (*error de calibración*). En segundo lugar, a partir de ellas es posible calcular los errores de medida de los parámetros S del dispositivo utilizando las expresiones del apartado 4.3 (*error de medida*). En 5.4.1 se apuntan algunas consideraciones teóricas sobre este tipo de medidas y en 5.4.2 y 5.4.3 se presentan los resultados experimentales más significativos. Un estudio más detallado de éstos, así como de los procesos de medida de la repetibilidad, por lo que respecta al Test Fixture de 1 a 40 GHz, puede encontrarse en [SABATER, 1989].