

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author



DEPARTAMENT D'ENGINYERIA
ELÈCTRICA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE
CATALUNYA

ESTUDIO DEL EFECTO DE LOS HUECOS DE TENSIÓN EN EL GENERADOR DE INDUCCIÓN DOBLEMENTE ALIMENTADO

Tesis Doctoral

Autor: Alejandro Rolán Blanco

Director: Joaquín Pedra Durán

Codirector: Felipe Córcoles López

Tesis presentada para obtener el grado de Doctor para la Universitat Politècnica de Catalunya

Escola Tècnica Superior d'Enginyeries Industrial i Aeronàutica de Terrassa (ETSEIAT)

Terrassa, Enero de 2012

A mis padres.

Agradecimientos

A mi director de tesis, Joaquín Pedra, y a mi codirector, Felipe Córcoles, por su implicación desde el primer minuto y por el trato que me han dado. Sin su ayuda esta tesis no habría podido salir adelante.

A Santiago Bogarra, por sus sabios consejos y por estar siempre dispuesto a resolver mis dudas.

A Lluís Monjo, por su inestimable ayuda con las simulaciones del inversor.

A mi familia (a los que están y a los que se fueron) y de forma especial a mis padres, Vicente y Rosa, por la educación que me han dado.

A María, por sufrir de manera más directa mis ausencias durante la realización de la tesis y por apoyarme en todo momento.

A todos vosotros, gracias por creer en mí.

Resumen

El objetivo principal de la presente tesis doctoral es analizar el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión. La aplicación por excelencia de esta máquina eléctrica se encuentra en los aerogeneradores de velocidad variable. Debido al considerable aumento en los últimos años de la integración a la red eléctrica de los sistemas eólicos de generación de energía eléctrica, los operadores del sistema de distintos países han creado los códigos de red, en los cuales se especifican las características de funcionamiento que deben cumplir los aerogeneradores cuando se produce una falta en la red. Las faltas son las causas más comunes que provocan huecos de tensión. Por tanto, el primer paso para garantizar una continuidad del suministro y unos determinados niveles de calidad de la energía eléctrica cuando se originan este tipo de perturbaciones es analizar el comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión.

El generador de inducción doblemente alimentado se caracteriza por tener tanto el estator como el rotor conectados a la red eléctrica, el estator directamente y el rotor por medio de un convertidor electrónico. El convertidor está constituido por un rectificador o convertidor del lado de rotor y por un inversor o convertidor del lado de red, unidos mediante un bus de continua. Se considera que el convertidor del lado de rotor permite mantener constante la corriente del rotor en referencia sincronismo durante todo el evento. Esta hipótesis permite resolver analíticamente el transitorio eléctrico de la máquina. También se tiene en consideración el límite de tensión de dicho convertidor con el fin de determinar las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

La presente tesis doctoral se estructura de la siguiente manera. En primer lugar, se modelizan los huecos de tensión. En segundo lugar, se obtiene el modelo dinámico y el de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada. En tercer lugar, se analiza el comportamiento de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado para distintas potencias generadas y se estudia analíticamente el transitorio eléctrico del mismo cuando se somete a los distintos huecos de tensión. Los resultados analíticos se validan por medio de la integración numérica del sistema de ecuaciones mediante MATLAB y también utilizando el programa de simulación de circuitos PSpice. Por último, se realiza un estudio exhaustivo del efecto de los huecos de tensión sobre el generador de inducción doblemente alimentado, considerando todas las tipologías de huecos (simétricos y asimétricos) y la variación de sus parámetros (duración y profundidad). Además, se tiene en cuenta la influencia de la recuperación de la tensión, lo cual repercute notablemente en la tensión requerida por el convertidor para controlar la corriente del rotor. Los términos *hueco abrupto* y *hueco discreto* hacen referencia a un hueco de tensión cuya recuperación se produce de forma instantánea o por etapas, respectivamente.

Finalmente, por medio de un estudio analítico, validado por la simulación de distintas cargas sometidas a huecos de tensión, se propone un agrupamiento de los huecos con recuperación por etapas. Se observa que de las catorce tipologías de huecos discretos de la literatura, tan sólo es necesario estudiar cinco de ellas. Esto supone una notable ventaja, ya que se reduce considerablemente el número de simulaciones o de ensayos de laboratorio de un dispositivo eléctrico sobre el cual se desean estudiar los efectos de los huecos de tensión.

Palabras clave: generador de inducción doblemente alimentado, calidad de la energía eléctrica, hueco de tensión simétrico, hueco de tensión asimétrico, capacidad de respuesta frente a huecos de tensión, despeje de la falta.

Abstract

The aim of this doctoral thesis is to analyse the dynamic behaviour of the doubly-fed induction generator exposed to voltage sags. This electrical machine is mainly used in variable-speed wind turbines. Due to the noticeable increase in recent years in grid integration of wind turbine energy systems, the transmission system operators have developed the grid codes, which are the technical specifications that wind turbines have to achieve when a fault occurs. Faults are the most common causes that originate voltage sags. Therefore, the first step to ensure electricity supply continuity as well as to improve power quality when this kind of faults occur is to analyse the dynamic behaviour of the generator exposed to voltage sags.

The stator of the doubly-fed induction generator is directly connected to the grid, whereas its rotor is connected by means of a power converter. The converter consists of a rectifier or rotor-side converter and an inverter or grid-side converter, which are linked by a DC bus. It is assumed that the rotor-side converter keeps constant the rotor current in the synchronous reference frame during the entire event. This hypothesis allows the electrical transient to be solved analytically. The voltage limit of the rotor-side converter is also taken into account in order to determine the situations where the rotor current can be controlled.

This doctoral thesis is structured as follows. Firstly, the mathematical model of voltage sags is given. Secondly, both dynamic and steady-state models of the doubly-fed induction machine are obtained. Thirdly, the steady-state behaviour of the doubly-fed induction generator is analysed for different generated powers and it is studied, by means of an analytical approach, its electrical transient when exposed to voltage sags. The analytical results are validated by numerical integration of the system of equations with a MATLAB ode solver and by means of the PSpice circuit simulator. It is also carried out an exhaustive study of the effect that voltage sags cause on the doubly-fed induction generator, considering all the typologies (symmetrical and unsymmetrical voltage sags) and varying their parameters (duration and depth). Moreover, the fault-clearing process is taken into account, which has a strong influence on the voltage that the rotor-side converter requires to control the rotor current. The terms *abrupt sag* and *discrete sag* stand for voltage sags whose voltage recovery is produced instantaneously or in different steps, respectively.

Finally, by means of an analytical study, which is validated by the simulation of different loads exposed to voltage sags, a grouping of voltage sags whose voltage recovery is produced in different steps is proposed. It is observed that from the fourteen discrete voltage sag types in the literature, it is enough to consider only five types. This is a significant advantage, as the number of simulations or laboratory tests carried out on an electrical device exposed to voltage sags is reduced.

Keywords: doubly-fed induction generator, power quality, symmetrical voltage sag, unsymmetrical voltage sag, fault ride-through capability, fault clearing.

Índice general

Índice de figuras	xi
Índice de tablas.....	xxi
Listado de símbolos.....	xxv
Listado de abreviaturas	xxxiii
Capítulo 1. Introducción	1
1.1. Estado del arte	1
1.2. Motivación.....	5
1.3. Objetivos.....	6
1.4. Estructura de la tesis	7
Capítulo 2. La calidad de la energía eléctrica	9
2.1. Introducción.....	9
2.2. Definición	10
2.3. Clasificación de las perturbaciones eléctricas.....	12
2.4. Sumario.....	16
Capítulo 3. Huecos de tensión.....	17
3.1. Introducción.....	17
3.2. Definición	18
3.3. Causas y consecuencias	19
3.4. Clasificación	20
3.5. Caracterización	22
3.6. Modelo matemático del hueco de tensión.....	26
3.6.1. Hipótesis de partida.....	26
3.6.2. Modelo del hueco de tensión abrupto.....	26
3.6.2.1. Modelo en variables de fase.....	26
3.6.2.2. Modelo en variables temporales.....	26
3.6.2.3. Modelo en componentes simétricas	29
3.6.3. Modelo del hueco de tensión discreto	33
3.6.3.1. Modelo en variables de fase y en variables temporales	33
3.6.3.2. Modelo en componentes simétricas	40
3.7. Huecos de tensión a estudiar.....	42
3.8. Sumario.....	44

Capítulo 4. Modelo matemático de la máquina de inducción doblemente alimentada	45
4.1. Introducción	45
4.2. Hipótesis de partida	47
4.3. Parámetros de la máquina.....	48
4.4. Modelo en componentes <i>abc</i>	50
4.5. Ecuaciones reducidas al estator	55
4.6. Ecuaciones con φ pares de polos	58
4.7. Condición de funcionamiento de la máquina	59
4.8. Modelo dinámico de la máquina en variables transformadas.....	61
4.8.1. Necesidad de la transformación	61
4.8.2. Ecuaciones transformadas de <i>Ku</i>	63
4.8.3. Ecuaciones transformadas de <i>Park</i>	74
4.8.4. Modelo eléctrico en referencia fija al estator	82
4.8.5. Modelo eléctrico en referencia fija al rotor	84
4.8.6. Modelo eléctrico en referencia sincronismo	85
4.8.7. Relación entre las variables transformadas de <i>Ku</i> y las de <i>Park</i>	87
4.8.8. Recuperación de las magnitudes reales.....	89
4.8.8.1. A partir de las variables transformadas de <i>Ku</i>	89
4.8.8.2. A partir de las variables transformadas de <i>Park</i>	91
4.8.9. Potencias instantáneas.....	93
4.9. Modelo de régimen permanente	98
4.9.1. Ecuaciones de régimen permanente	98
4.9.2. Esquema de régimen permanente.....	103
4.9.3. Potencias de régimen permanente	105
4.10. Sumario	107
Capítulo 5. Estudio del régimen permanente.....	109
5.1. Introducción	109
5.2. Potencia extraída del viento.....	110
5.3. Seguimiento del punto de máxima potencia.....	112
5.4. Velocidad mecánica de giro del generador.....	114
5.5. Definición de los puntos de trabajo del generador	116
5.6. Balance de potencias	118
5.7. Obtención de las condiciones iniciales de la máquina.....	120
5.8. Resolución del sistema de ecuaciones de régimen permanente.....	123
5.8.1. Sistema de ecuaciones a resolver	123
5.8.2. Algoritmo de <i>Newton-Raphson</i>	123
5.8.3. Resolución del sistema de ecuaciones.....	125
5.8.4. Resultados de régimen permanente.....	129
5.9. Sumario	134
Capítulo 6. Estudio analítico del régimen transitorio	135
6.1. Introducción	135
6.2. Hipótesis de partida	137
6.3. Modelo dinámico a estudiar	138
6.4. Variables de interés	139
6.5. Comportamiento del generador sin controlar la corriente del rotor.....	140
6.5.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos.....	140
6.5.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	142
6.6. Comportamiento del generador controlando la corriente del rotor.....	146

6.6.1. Necesidad del control	146
6.6.2. Estrategia de control utilizada	148
6.6.3. Expresión analítica de la tensión del estator transformada.....	149
6.6.3.1. Componentes simétricas	149
6.6.3.2. Tensión del estator transformada durante el hueco de tensión.....	149
6.6.3.3. Tensión del estator transformada de régimen permanente	151
6.6.4. Expresión analítica de la corriente del estator transformada	152
6.6.5. Expresión analítica de la tensión del rotor transformada.....	157
6.6.6. Expresiones analíticas considerando el hueco de tensión discreto	158
6.6.6.1. Corriente del estator transformada	158
6.6.6.2. Tensión del rotor transformada	163
6.6.7. Límite de tensión del convertidor.....	163
6.6.8. Generador sometido a huecos de tensión simétricos	165
6.6.9. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	172
6.6.10. Influencia de la potencia generada	183
6.6.10.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos.....	184
6.6.10.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	187
6.6.11. Influencia de los parámetros del generador.....	194
6.7. Sumario.....	199
Capítulo 7. Influencia de las características del hueco de tensión.....	201
7.1. Introducción.....	201
7.2. Influencia de la recuperación de la tensión	202
7.2.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos	203
7.2.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	206
7.3. Influencia de los parámetros del hueco de tensión	211
7.3.1. Variables de interés para el estudio de la sensibilidad.....	212
7.3.2. Influencia de la duración	213
7.3.2.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos.....	213
7.3.2.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	219
7.3.3. Influencia de la profundidad.....	226
7.3.3.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos.....	227
7.3.3.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos	231
7.3.4. Situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor	237
7.4. Sumario.....	241
Capítulo 8. Agrupamiento de los huecos de tensión	243
8.1. Introducción.....	243
8.2. Componentes simétricas de los huecos de tensión.....	244
8.3. Influencia del transformador.....	245
8.4. Expresión analítica de la tensión de la red en condiciones desequilibradas.....	251
8.4.1. En variables transformadas de Ku	251
8.4.2. En componentes abc	255
8.5. Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0	257
8.6. Huecos de tensión que se pueden agrupar	260
8.6.1. Considerando las tensiones transformadas en referencia sincronismo	260
8.6.2. Considerando otras aproximaciones al modelado de los huecos	265
8.6.3. Considerando las componentes abc de las tensiones.....	266
8.6.4. Simplificación en el estudio de los huecos de tensión.....	267
8.7. Validación del estudio para otros tipos de carga.....	268

8.7.1. Generador de inducción trifásico	268
8.7.2. Inversor trifásico con interruptores controlados.....	280
8.7.3. Rectificador trifásico a diodos	290
8.8. Sumario	292
Capítulo 9. Conclusiones y trabajos futuros	293
9.1. Conclusiones	293
9.2. Trabajos futuros.....	297
Capítulo 10. Referencias bibliográficas	299
Anexo A. Características del generador de inducción doblemente alimentado	305
Anexo B. Características de la turbina eólica	307
Anexo C. El sistema por unidad	309
C.1. Magnitudes base	309
C.2. Reducción de las variables eléctricas.....	311
C.2.1. Valores instantáneos y variables sin transformar	311
C.2.2. Valores instantáneos y variables de K_u	311
C.2.3. Valores instantáneos y variables de $Park$	313
C.3. Reducción de la ecuación mecánica	315
C.4. Magnitudes base y magnitudes reducidas del generador de inducción doblemente alimentado estudiado ..	316
Anexo D. Modelo del generador de inducción doblemente alimentado en MATLAB y en PSpice.....	319
D.1. Modelo en MATLAB.....	320
D.1.1. Modelo sin controlar la corriente del rotor.....	320
D.1.2. Modelo con control de la corriente del rotor	321
D.2. Modelo en PSpice.....	323
D.2.1. Modelo sin controlar la corriente del rotor.....	324
D.2.2. Modelo con control de la corriente del rotor	326
Anexo E. Publicaciones derivadas de la tesis	329

Índice de figuras

Figura 1.1: Generador de inducción doblemente alimentado conectado a la red eléctrica.....	1
Figura 1.2: Generador de inducción doblemente alimentado con convertidor <i>back-to-back</i>	2
Figura 1.3: Curva tensión de fase-tiempo que define el área del hueco de tensión en el punto de conexión a la red que debe ser soportado por la instalación (área comprendida por encima de la curva). Fuente: <i>Red Eléctrica Española (REE)</i> [13].....	3
Figura 1.4: Generador de inducción doblemente alimentado con convertidor <i>back-to-back</i> y <i>crowbar</i> en el rotor.	3
Figura 2.1: Ejemplos de perturbaciones que se pueden producir en la red eléctrica.	15
Figura 3.1: Sistema eléctrico con tres niveles de tensión para la clasificación de los huecos de tensión. Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [27].....	20
Figura 3.2: Evolución del valor eficaz de la tensión durante un hueco de tensión abrupto (línea discontinua) y otro discreto (línea continua) producido por una falta trifásica a tierra.	23
Figura 3.3: Fasores de secuencias <i>directa</i> , <i>inversa</i> y <i>cero</i> de un sistema trifásico desequilibrado cualquiera.....	29
Figura 4.1: Parámetros geométricos de la máquina de inducción doblemente alimentada.	49
Figura 4.2: Máquina de inducción trifásica doblemente alimentada.....	50
Figura 4.3: Circuitos eléctricos del estator y rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada, suponiendo conexión en estrella en los devanados del estator y del rotor.	51
Figura 4.4: Transformación de <i>Ku</i>	64
Figura 4.5: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones <i>forward</i> de la máquina de inducción doblemente alimentada.	73
Figura 4.6: Transformación de <i>Park</i>	75
Figura 4.7: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes <i>directa</i> y en <i>cuadratura</i> de la máquina de inducción doblemente alimentada.....	81
Figura 4.8: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones <i>forward</i> en referencia fija al estator.	83
Figura 4.9: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes <i>directa</i> y en <i>cuadratura</i> en referencia fija al estator.....	83

Figura 4.10: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones <i>forward</i> en referencia fija al rotor.....	84
Figura 4.11: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes <i>directa</i> y en <i>cuadratura</i> en referencia fija al rotor.	85
Figura 4.12: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones <i>forward</i> en referencia sincronismo.	86
Figura 4.13: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes <i>directa</i> y en <i>cuadratura</i> en referencia sincronismo.....	87
Figura 4.14: Significado físico de la potencia instantánea, $p(t)$, y de la potencia reactiva instantánea, $q(t)$	93
Figura 4.15: Esquema equivalente por devanado de la máquina de inducción doblemente alimentada, válido para régimen permanente con alimentación senoidal equilibrada.	103
Figura 4.16: Circuito equivalente correspondiente al régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada, con alimentación senoidal equilibrada.....	104
Figura 4.17: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones <i>forward</i> de la máquina de inducción doblemente alimentada, en referencia sincronismo, eliminando las caídas de tensión en las inductancias (régimen permanente).	105
Figura 5.1: Curvas de potencia extraída del viento (líneas delgadas azules) y potencia óptima (línea gruesa roja) en función de la velocidad de giro de la turbina.	112
Figura 5.2: Componentes de un aerogenerador de velocidad variable.	114
Figura 5.3: Tren de engranajes y ejes de baja y alta velocidad.....	114
Figura 5.4: Curva de potencia mecánica en función de la velocidad de giro de la turbina (línea gruesa roja) y puntos de trabajo del generador.	116
Figura 5.5: Distribución de potencias en el generador de inducción doblemente alimentado.	118
Figura 5.6: Algoritmo para el cálculo de las condiciones iniciales del generador de inducción doblemente alimentado.	122
Figura 5.7: Resolución del sistema de ecuaciones de régimen permanente del generador por medio del algoritmo de resolución de <i>Newton-Raphson</i>	128
Figura 5.8: Esquema de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada.	132
Figura 5.9: Fasores de tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3.....	132
Figura 5.10: Evolución temporal de las tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3.....	133

Figura 6.1: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A_1 (a) y A_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$	141
Figura 6.2: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos tipo C (a) y D (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$	143
Figura 6.3: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 (a) y F_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$	144
Figura 6.4: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos G_1 (a) y G_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$	145
Figura 6.5: Control de un aerogenerador de velocidad variable con generador de inducción doblemente alimentado. Fuente: <i>F. Blaabjerg y Z. Chen</i> [61].	146
Figura 6.6: Lugar geométrico de la corriente del estator transformada del generador sometido a huecos simétricos abruptos, controlando la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$ (a), $\Delta t = 5.25T$ (b), $\Delta t = 5.5T$ (c) y $\psi = 80^\circ$	166
Figura 6.7: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A_1 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.....	170
Figura 6.8: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.....	171
Figura 6.9: Lugar geométrico de la corriente del estator transformada del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$ (a), $\Delta t = 5.25T$ (b), $\Delta t = 5.5T$ (c) y $\psi = 80^\circ$	173
Figura 6.10: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos tipo C. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.....	176
Figura 6.11: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos tipo D. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes <i>abc</i> . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.....	177

Figura 6.12: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	178
Figura 6.13: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	179
Figura 6.14: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo G_1 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	180
Figura 6.15: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo G_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	181
Figura 6.16: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	185
Figura 6.17: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	186
Figura 6.18: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo C, controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	188
Figura 6.19: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo D, controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	189
Figura 6.20: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.	190

- Figura 6.21: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 191
- Figura 6.22: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo G_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 192
- Figura 6.23: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo G_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 193
- Figura 6.24: Influencia de la resistencia del estator del generador en el comportamiento dinámico del mismo. Generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_1 . Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 196
- Figura 6.25: Influencia de la resistencia del estator del generador en el comportamiento dinámico del mismo. Generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_1 . Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 197
- Figura 7.1: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos tipo A_1 abrupto (1 recuperación), A_1 discreto (2 recuperaciones) y A_5 discreto (3 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 204
- Figura 7.2: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos tipo A_2 abrupto (1 recuperación), A_2 discreto (2 recuperaciones) y A_4 discreto (3 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 205
- Figura 7.3: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo F_1 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor. 207

Figura 7.4: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo F_2 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor..... 208

Figura 7.5: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo G_1 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor..... 209

Figura 7.6: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo G_2 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor..... 210

Figura 7.7: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor..... 214

Figura 7.8: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor..... 215

Figura 7.9: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos simétricos discretos con recuperación de la tensión en tres etapas: A_4 (a) y A_5 (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 216

Figura 7.10: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos asimétricos C (a) y D (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 220

Figura 7.11: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor..... 221

Figura 7.12: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor..... 222

Figura 7.13: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor..... 223

- Figura 7.14: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 224
- Figura 7.15: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (discreto) y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 228
- Figura 7.16: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (discreto) y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 229
- Figura 7.17: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos simétricos discretos con recuperación de la tensión en tres etapas: A_4 (a) y A_5 (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 230
- Figura 7.18: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos asimétricos C (a) y D (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.2T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 232
- Figura 7.19: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.3T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 233
- Figura 7.20: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 234
- Figura 7.21: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.3T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 235
- Figura 7.22: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. 236
- Figura 7.23: Influencia de la potencia generada, P , y de la profundidad del hueco, h , en los picos del módulo de la tensión del rotor instantánea (a) y del valor medio de la misma (b). Generador sometido a huecos simétricos, cuyos parámetros son: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (hueco A_1 abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (hueco A_1 discreto), $\Delta t = 5.6T$ (hueco A_4) y $\psi = 80^\circ$. La corriente del rotor se puede controlar si la tensión se encuentra en la zona inferior al plano de $V_{r \text{ máx.}}$. 238

Figura 7.24: Influencia de la potencia generada, P , y de la profundidad del hueco, h , en los picos del módulo de la tensión del rotor instantánea (a) y del valor medio de la misma (b). Generador sometido a huecos asimétricos, cuyos parámetros son: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.2T$ (hueco C), $\Delta t = 5.3T$ (hueco F ₁), $\Delta t = 5.6T$ (hueco F ₂) y $\psi = 80^\circ$. La corriente del rotor se puede controlar si la tensión se encuentra en la zona inferior al plano de $V_{r\text{máx}}$	239
Figura 8.1: Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , en una tensión transformada, v_f . (a) $\Psi_0 = 0$; (b) $\Psi_0 = -30^\circ$; (c) $\Psi_0 = \alpha_a$	248
Figura 8.2: Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , en la transformación de un hueco tipo D (a) y en la antitransformación de una tensión v_f (b). Parámetros del hueco: $h = 0.4$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	258
Figura 8.3: Distintas posibilidades de modelizar un hueco de tensión. Los gráficos se corresponden con el valor eficaz de la tensión durante el evento. (a) Hueco modelado abrupto, el cual se produce en cualquier instante; (b) Hueco modelado abrupto, cuya recuperación de la tensión tiene lugar en un tiempo t_{m} fijo; (c) Hueco modelado discreto (recuperación de la tensión por etapas).	265
Figura 8.4: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la tensión del estator transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	270
Figura 8.5: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente del estator transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	271
Figura 8.6: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente del rotor transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	272
Figura 8.7: Evolución temporal del par electromagnético (a), de la potencia instantánea (b) y de la potencia reactiva instantánea (c) de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	273
Figura 8.8: Relaciones entre las variables transformadas en las distintas referencias.	275
Figura 8.9: Evolución temporal del módulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Variables transformadas en referencia fija al estator; (b) Variables transformadas en referencia fija al rotor....	276
Figura 8.10: Evolución temporal del ángulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Variables transformadas en referencia fija al estator; (b) Variables transformadas en referencia fija al rotor....	277
Figura 8.11: Evolución temporal del ángulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. El ángulo representado (en referencia sincronismo) se ha obtenido a partir de las variables transformadas en referencia fija al estator y de las variables transformadas en referencia fija al rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Tensión del estator transformada; (b) Corriente del estator transformada; (c) Corriente del rotor transformada.	279
Figura 8.12: Control en referencia sincronismo de un inversor trifásico en fuente de tensión frente a huecos de tensión.....	281

Figura 8.13: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo completo), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.	285
Figura 8.14: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo promediado), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.	286
Figura 8.15: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo completo), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. La tensión del bus de continua se asume constante. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.	288
Figura 8.16: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo promediado), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. La tensión del bus de continua se asume constante. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.	289
Figura 8.17: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada consumida por el rectificador trifásico a diodos cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.	291
Figura D.1: Modelo en PSpice del generador de inducción doblemente alimentado sin controlar la corriente del rotor.	325
Figura D.2: Modelo en PSpice del generador de inducción doblemente alimentado controlando la corriente del rotor.	327

Índice de tablas

Tabla 2.1: Clasificación de las perturbaciones eléctricas. Fuente: <i>IEEE Std. 1159-2009</i> [28].	12
Tabla 3.1: Clasificación de los huecos de tensión en función del tipo de falta y de su localización. Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [27].	20
Tabla 3.2: Recuperación de la tensión en los huecos discretos. Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [24].	24
Tabla 3.3: Recuperación de la tensión en los huecos abruptos.	25
Tabla 3.4: Modelo del hueco de tensión abrupto en variables de fase y diagrama fasorial ($h = 0.5$). Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [27].	27
Tabla 3.5: Modelo del hueco de tensión abrupto en variables temporales y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: <i>L. Guasch</i> [35].	28
Tabla 3.6: Componentes simétricas de los huecos de tensión abruptos. Fuente: <i>L. Guasch</i> [35].	32
Tabla 3.7: Huecos de tensión simétricos discretos: secuencia, diagrama fasorial y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [24].	34
Tabla 3.8: Huecos de tensión asimétricos discretos: secuencia, diagrama fasorial y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: <i>M. H. J. Bollen</i> [24].	35
Tabla 3.9: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión simétricos discretos A_1 , A_2 y A_3 .	36
Tabla 3.10: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión simétricos discretos A_4 y A_5 .	37
Tabla 3.11: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión asimétricos discretos E_1 , F_1 y G_1 .	38
Tabla 3.12: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión asimétricos discretos E_2 , F_2 y G_2 .	39
Tabla 3.13: Componentes simétricas de los huecos de tensión simétricos discretos.	40
Tabla 3.14: Componentes simétricas de los huecos de tensión asimétricos discretos.	41
Tabla 4.1: Equivalencias entre las ecuaciones de la máquina de inducción doblemente alimentada de uno y \varnothing pares de polos.	58
Tabla 4.2: Orden del sistema (ecuaciones eléctricas) según la transformación aplicada.	63
Tabla 4.3: Variables en componentes abc obtenidas a partir de las variables transformadas de Ku en las distintas referencias. Se desprecia la componente <i>homopolar</i> de las variables transformadas.	90

Tabla 4.4: Variables en componentes <i>abc</i> obtenidas a partir de las variables transformadas de <i>Park</i> en las distintas referencias. Se desprecia la componente <i>homopolar</i> de las variables transformadas.....	92
Tabla 4.5: Potencias instantáneas y potencias reactivas instantáneas de la máquina de inducción doblemente alimentada.....	95
Tabla 4.6: Potencias reactivas instantáneas según la referencia escogida.	97
Tabla 4.7: Potencias activa y reactiva de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada.....	106
Tabla 5.1: Puntos de trabajo considerados: potencias generadas, deslizamientos y velocidades del viento.....	117
Tabla 5.2: Opciones para inicializar el régimen transitorio del generador.	121
Tabla 5.3: Valores (en pu) de las incógnitas del sistema de ecuaciones de régimen permanente para cada iteración.....	128
Tabla 5.4: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 1.....	130
Tabla 5.5: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 2.....	131
Tabla 5.6: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 3.....	131
Tabla 6.1: Desglose de costes de un aerogenerador de velocidad variable. Fuente: <i>EWEA</i> [65].....	165
Tabla 7.1: Potencia generada y deslizamiento para los tres puntos de trabajo del generador.....	211
Tabla 7.2: Duraciones más desfavorables de los huecos simétricos en función de la potencia generada.....	219
Tabla 7.3: Duraciones más desfavorables de los huecos asimétricos.....	226
Tabla 7.4: Profundidades del hueco a partir de las cuales la corriente del rotor se puede controlar.....	240
Tabla 8.1: Huecos de tensión: falta de origen, fasores, expresiones fasoriales y componentes simétricas.....	244
Tabla 8.2: Huecos B, C y D: localización en los distintos niveles de tensión, fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (con la influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	246
Tabla 8.3: Huecos B, C y D: fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (con la influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0). No se considera la influencia del transformador. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	247

Tabla 8.4: Influencia del índice horario del transformador en la transformación de un hueco tipo B a los distintos niveles de tensión.	247
Tabla 8.5: Huecos B, C y D: localización en los distintos niveles de tensión, fasores y evolución temporal de sus tensiones transformadas (partes real e imaginaria). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	249
Tabla 8.6: Huecos B, C y D: fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (partes real e imaginaria). No se considera la influencia del transformador. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	249
Tabla 8.7: Huecos C y D: expresiones analíticas, fasores y evolución temporal de las tensiones de fase. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$	266
Tabla 8.8: Parámetros del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla. Fuente: <i>J. Pedra et al.</i> [66].	268
Tabla 8.9: Obtención de las variables transformadas de K_u de una máquina eléctrica en las distintas referencias. .	275
Tabla 8.10: Características del inversor trifásico considerado.	281
Tabla 8.11: Parámetros y circuito equivalente de un rectificador trifásico a diodos alimentando a una carga simbolizada por una fuente de corriente constante. Fuente: <i>J. Pedra et al.</i> [70].....	290
Tabla A.1: Características del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la tesis. Fuente: <i>J. G. Sloopweg et al.</i> [47].....	305
Tabla B.1: Características de la turbina eólica estudiada en la tesis. Fuente: <i>J. G. Sloopweg et al.</i> [47].....	307
Tabla B.2: Constantes para el cálculo del coeficiente de potencia de la turbina. Fuente: <i>J. G. Sloopweg et al.</i> [47].	307
Tabla C.1: Magnitudes base utilizadas para obtener las magnitudes reducidas (en pu) del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la tesis.....	316
Tabla C.2: Parámetros en unidades del SI y en pu del generador de inducción doblemente alimentado considerado.	317
Tabla C.3: Reducción de los valores instantáneos de las variables estudiadas del generador de inducción doblemente alimentado.	317

Listado de símbolos

Símbolos romanos

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
A	Área barrida por el rotor eólico
a	Operador complejo
c_p	Coefficiente de potencia de la turbina
$c_1 \dots c_9$	Coefficientes para el cálculo de c_p
f	Frecuencia de las tensiones de la red
f_b	Frecuencia base
f_n	Frecuencia nominal del generador
f_r	Frecuencia de las tensiones del rotor
f_s	Frecuencia de las tensiones del estator
g	Deslizamiento mecánico de la máquina
H	Constante de inercia total (generador + turbina)
H_g	Constante de inercia del generador
H_t	Constante de inercia de la turbina
h	Profundidad del hueco de tensión
h_r	Profundidad del hueco de tensión restringida a 1/3...1 en vez de 0...1
\mathbf{I}	Matriz identidad
\mathbf{i}	Vector de corrientes (componentes abc)
\mathbf{i}_k	Vector de corrientes transformadas de Ku
\mathbf{i}_p	Vector de corrientes transformadas de $Park$
\mathbf{i}_r	Vector de corrientes del rotor (componentes abc)
\mathbf{i}_{rk}	Vector de corrientes del rotor transformadas mediante Ku
\mathbf{i}_{rp}	Vector de corrientes del rotor transformadas mediante $Park$
\mathbf{i}_s	Vector de corrientes del estator (componentes abc)
\mathbf{i}_{sk}	Vector de corrientes del estator transformadas mediante Ku
\mathbf{i}_{sp}	Vector de corrientes del estator transformadas mediante $Park$
\underline{I}_m	Fasor de la corriente magnetizante
\underline{I}_r	Fasor de la corriente del rotor
\underline{I}_s	Fasor de la corriente del estator
I_b	Corriente base

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
IH	Índice horario de un transformador
IM	Índice de modulación de la modulación por ancho de pulsos del convertidor
$\text{Im}\{x\}$	Parte imaginaria de la variable estudiada
I_m	Valor eficaz de la corriente magnetizante
I_r	Valor eficaz de la corriente del rotor
I_s	Valor eficaz de la corriente del estator
i_f	Corriente transformada de Ku que circula entre la red y la carga estudiada
$ i_f $	Módulo de la corriente transformada de Ku que circula entre la red y la carga estudiada
i_{sa}, i_{sb}, i_{sc}	Corrientes del estator (componentes abc)
i_{s0}, i_{sd}, i_{sq}	Corrientes del estator transformadas mediante <i>Park</i>
i_{s0}, i_{sf}, i_{sb}	Corrientes del estator transformadas mediante Ku
i_{sf0}	Valor de la corriente i_{sf} en el instante inicial considerado
$i_{sf \text{ homog}}$	Solución <i>homogénea</i> de la corriente i_{sf}
$i_{sf \text{ part}}$	Solución <i>particular</i> de la corriente i_{sf}
$i_s \text{ pico}$	Pico de la corriente del estator
i_{ra}, i_{rb}, i_{rc}	Corrientes del rotor (componentes abc)
i_{r0}, i_{rd}, i_{rq}	Corrientes del rotor transformadas mediante <i>Park</i>
i_{r0}, i_{rf}, i_{rb}	Corrientes del rotor transformadas mediante Ku
J	Jacobiano del sistema de ecuaciones de régimen permanente
J	Momento de inercia total (generador + turbina)
J_g	Momento de inercia del generador
J_t	Momento de inercia de la turbina
j	Unidad imaginaria ($\sqrt{-1}$)
K	Matriz de transformación de Ku
K_c	Matriz de transformación de Ku compuesta (estator y rotor)
K	Coficiente que depende de la geometría de la máquina
$\underline{K}_1 \dots \underline{K}_9$	Constantes complejas para el cálculo de i_{sf}
L_b	Inductancia base
L_r	Inductancia total del rotor (inductancia propia + inductancia de dispersión)
L_{rd}, L_{r0}	Inductancia de dispersión de los devanados del rotor
L_s	Inductancia total del estator (inductancia propia + inductancia de dispersión)
L_{sd}, L_{s0}	Inductancia de dispersión de los devanados del estator
l	Longitud axial del entrehierro
l_r	Inductancia propia de los devanados del rotor
l_s	Inductancia propia de los devanados del estator

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
$\mathbf{M}, \mathbf{M}_k, \mathbf{M}_p$	Matriz de acoplamientos
\mathbf{M}_{rr}	Matriz de coeficientes de acoplamiento del rotor
\mathbf{M}_{ss}	Matriz de coeficientes de acoplamiento del estator
$\mathbf{M}_{sr}, \mathbf{M}_{rs}$	Matriz de coeficientes de acoplamiento mutuo (estator-rotor)
M	Inductancia magnetizante
m	Inductancia mutua entre los devanados del estator y del rotor
m_r	Inductancia mutua entre los devanados del rotor
m_s	Inductancia mutua entre los devanados del estator
N_r	Número de espiras de los devanados del rotor
N_s	Número de espiras de los devanados del estator
\mathbf{P}	Matriz de transformación de <i>Park</i>
\mathbf{P}_c	Matriz de transformación de <i>Park</i> compuesta (estator y rotor)
P	Potencia activa total intercambiada entre el aerogenerador y la red
P_c	Potencia activa intercambiada entre el convertidor y la red
P_m	Potencia mecánica
P_n	Potencia nominal del generador
P_p	Pérdidas de potencia activa en el convertidor
P_r	Potencia activa entregada o absorbida por el rotor
P_s	Potencia activa entregada o absorbida por el estator
P_w	Potencia extraída del viento
p	Potencia instantánea total (estator + rotor)
p_{pico}	Pico de la potencia instantánea
p_r	Potencia instantánea del rotor
p_s	Potencia instantánea del estator
Q	Potencia reactiva total intercambiada entre el aerogenerador y la red
Q_c	Potencia reactiva intercambiada entre el convertidor y la red
Q_r	Potencia reactiva entregada o absorbida por el rotor
Q_s	Potencia reactiva entregada o absorbida por el estator
q	Potencia reactiva instantánea total (estator + rotor)
q_{pico}	Pico de la potencia reactiva instantánea
q_r	Potencia reactiva instantánea del rotor
q_s	Potencia reactiva instantánea del estator
\mathbf{R}	Matriz de resistencias (estator y rotor)
$\text{Re}\{x\}$	Parte real de la variable estudiada
R	Radio medio del entrehierro
R_r	Resistencia de los devanados del rotor
R_s	Resistencia de los devanados del estator
R_t	Radio del rotor eólico o longitud del álabe de la turbina

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
r_t	Relación de transformación del tren de engranajes
S_b	Potencia base
\mathbf{T}	Matriz de transformación para la reducción de las variables del estator al rotor
\mathbf{T}_c	Matriz de transformación compuesta (ecuaciones del estator y del rotor)
T	Periodo de las tensiones de la red
t	Variable tiempo
t_0	Tiempo inicial
t_{0h}	Tiempo de inicio del hueco
t_{fh}	Tiempo final del hueco (huecos abruptos)
t_{f1}, t_{f2}, t_{f3}	Tiempos de recuperación de la tensión (huecos discretos)
U_b	Tensión base
U_n	Tensión nominal del generador
\mathbf{v}	Vector de tensiones de fase (componentes <i>abc</i>)
\mathbf{v}_k	Vector de tensiones transformadas de <i>Ku</i>
\mathbf{v}_p	Vector de tensiones transformadas de <i>Park</i>
\mathbf{v}_r	Vector de tensiones del rotor (componentes <i>abc</i>)
\mathbf{v}_{rk}	Vector de tensiones del rotor transformadas mediante <i>Ku</i>
\mathbf{v}_{rp}	Vector de tensiones del rotor transformadas mediante <i>Park</i>
\mathbf{v}_s	Vector de tensiones del estator (componentes <i>abc</i>)
\mathbf{v}_{sk}	Vector de tensiones del estator transformadas mediante <i>Ku</i>
\mathbf{v}_{sp}	Vector de tensiones del estator transformadas mediante <i>Park</i>
\underline{V}	Fasor de la tensión de la red
$\underline{V}_a, \underline{V}_b, \underline{V}_c$	Fasores de las tensiones de la red (componentes <i>abc</i>)
$\underline{V}_0, \underline{V}_1, \underline{V}_2$	Fasores de las componentes simétricas de las tensiones de la red
\underline{V}_r	Fasor de la tensión del rotor
\underline{V}_s	Fasor de la tensión del estator
V	Valor eficaz de la tensión de la red
V_a, V_b, V_c	Valor eficaz de las tensiones de las fases a, b y c
V_0, V_1, V_2	Valor eficaz de las componentes simétricas de las tensiones de la red
V_b	Tensión base por fase
V_{dc}	Tensión nominal del bus de continua
V_r	Valor eficaz de la tensión del rotor
$V_{r \text{ máx}}$	Límite de la tensión suministrada por el convertidor del lado de rotor
V_s	Valor eficaz de la tensión del estator
v_{dc}	Tensión del bus de continua
v_f	Tensión de la red transformada mediante <i>Ku</i>
$ v_f $	Módulo de la tensión de la red transformada mediante <i>Ku</i>
v_{sa}, v_{sb}, v_{sc}	Tensiones de fase del estator (componentes <i>abc</i>)

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
v_{s0}, v_{sd}, v_{sq}	Tensiones del estator transformadas mediante <i>Park</i>
v_{s0}, v_{sf}, v_{sb}	Tensiones del estator transformadas mediante <i>Ku</i>
$v_{sf1}, v_{sf2}, v_{f1}, v_{f2}$	Tensiones de <i>Ku</i> relacionadas con las componentes simétricas de la tensión
v_{sfp}	Tensión del estator de régimen permanente transformada mediante <i>Ku</i>
v_{ra}, v_{rb}, v_{rc}	Tensiones de fase del rotor (componentes <i>abc</i>)
v_{r0}, v_{rd}, v_{rq}	Tensiones del rotor transformadas mediante <i>Park</i>
v_{r0}, v_{rf}, v_{rb}	Tensiones del rotor transformadas mediante <i>Ku</i>
$v_r \text{ media}$	Valor medio de la tensión del rotor instantánea
$v_r \text{ mod}(t)$	Módulo de la tensión del rotor instantánea
$v_r \text{ mod pico}$	Pico del módulo de la tensión del rotor instantánea
v_w	Velocidad del viento
$v_{w n}$	Velocidad nominal del viento
W_{mag}	Energía magnética
W'_{mag}	Coenergía magnética
\mathbf{x}	Vector de la variable estudiada (tensión, corriente o flujo) en componentes <i>abc</i>
\mathbf{x}_k	Vector de la variable estudiada en variables transformadas de <i>Ku</i>
\mathbf{x}_p	Vector de la variable estudiada en variables transformadas de <i>Park</i>
x	Variable estudiada (tensión, corriente o flujo)
x_a, x_b, x_c	Variable estudiada en componentes <i>abc</i>
x_0, x_d, x_q	Variable estudiada transformada mediante <i>Park</i>
x_0, x_f, x_b	Variable estudiada transformada mediante <i>Ku</i>
X_m	Reactancia magnetizante
X_r	Reactancia del rotor
X_{rd}	Reactancia de dispersión del rotor
X_s	Reactancia del estator
X_{sd}	Reactancia de dispersión del estator
Z_b	Impedancia base

Símbolos griegos

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
α_1, α_2	Ángulo de las componentes simétricas de las tensiones de la red
$\alpha_a, \alpha_b, \alpha_c$	Ángulo de las tensiones de fase la red (componentes <i>abc</i>)
α_{if}	Ángulo de la corriente transformada de <i>Ku</i> que circula entre la red y la carga estudiada
$\alpha_{ra}, \alpha_{rb}, \alpha_{rc}$	Ángulo de las tensiones de fase rotor
$\alpha_{sa}, \alpha_{sb}, \alpha_{sc}$	Ángulo de las tensiones de fase del estator
α_{vf}	Ángulo de la tensión de la red transformada mediante <i>Ku</i>
β	Ángulo de paso de pala del aerogenerador
γ	Solución de la ecuación característica de una ecuación diferencial
Γ_b	Par base
Γ_m	Par electromagnético
$\Gamma_{m \text{ pico}}$	Pico del par electromagnético
$\langle \Gamma_m \rangle$	Par electromagnético medio
Γ_{res}	Par resistente
Γ_t	Par causado por el viento sobre los álabes del rotor eólico
Δt	Duración del hueco de tensión
δ	Espesor del entrehierro
θ_e	Ángulo eléctrico
θ_m	Ángulo mecánico
θ_0	Ángulo mecánico inicial
λ	Coefficiente de velocidad específica de la turbina
μ_0	Permeabilidad del vacío
ξ	Variable binaria que presenta dos posibles valores (0 ó 1) dependiendo del tipo de hueco
ρ	Densidad del aire
Φ	Vector de flujos (componentes <i>abc</i>)
Φ_k	Vector de flujos transformados de <i>Ku</i>
Φ_p	Vector de flujos transformados de <i>Park</i>
Φ_r	Fasor del flujo del rotor
Φ_s	Fasor del flujo del estator
Φ_b	Flujo base

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
$\phi_{sa}, \phi_{sb}, \phi_{sc}$	Flujos del estator (componentes <i>abc</i>)
$\phi_{s0}, \phi_{sd}, \phi_{sq}$	Flujos del estator transformados mediante <i>Park</i>
$\phi_{s0}, \phi_{sf}, \phi_{sb}$	Flujos del estator transformados mediante <i>Ku</i>
$\phi_{ra}, \phi_{rb}, \phi_{rc}$	Flujos del rotor (componentes <i>abc</i>)
$\phi_{r0}, \phi_{rd}, \phi_{rq}$	Flujos del rotor transformados mediante <i>Park</i>
$\phi_{r0}, \phi_{rf}, \phi_{rb}$	Flujos del rotor transformados mediante <i>Ku</i>
φ_{Im}	Ángulo de la corriente magnetizante
φ_{Ir}	Ángulo de la corriente del rotor
φ_{Is}	Ángulo de la corriente del estator
φ_{Vr}	Ángulo de la tensión del rotor
φ_{Vs}	Ángulo de la tensión del estator
$\varphi_{\phi r}$	Ángulo del flujo del rotor
$\varphi_{\phi s}$	Ángulo del flujo del estator
Ψ_r	Ángulo de transformación de las ecuaciones del rotor
Ψ_s, Ψ	Ángulo de transformación de las ecuaciones del estator
Ψ_0	Ángulo inicial de la transformación
ψ	Ángulo de la impedancia de Thévenin de la red
ω	Matriz que resulta de multiplicar \mathbf{K}_c o \mathbf{P}_c por la derivada de su inversa
ω	Pulsación eléctrica de las tensiones de la red
ω_b	Pulsación base
ω_m	Velocidad mecánica de giro
ω_r	Pulsación eléctrica de las tensiones del rotor
ω_s	Pulsación eléctrica de las tensiones del estator
ω_t	Velocidad de giro de la turbina
$\omega_{t \text{ máx}}$	Velocidad de giro máxima de la turbina
$\omega_{t \text{ mín}}$	Velocidad de giro mínima de la turbina
$\omega_{t n}$	Velocidad de giro nominal de la turbina
ω_{Ψ}	Derivada del ángulo Ψ

Otros

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
φ	Número de pares de polos de la máquina

Superíndices

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
'	Variable reducida al estator
*	Conjugado
-1	Inversa de una matriz
t	Transpuesta de una matriz o de un vector

Subíndices

<i>Símbolo</i>	<i>Significado</i>
012	Componentes simétricas (<i>homopolar, directa e inversa</i>)
0dq	Componentes de las variables transformadas de <i>Park</i> (<i>homopolar, directa y en cuadratura</i>)
0fb	Componentes de las variables transformadas de <i>Ku</i> (<i>homopolar, forward y backward</i>)
abc	Fases de un sistema trifásico
b	Magnitud base
dc	Relativo al bus de continua
g, m	Relativo al generador o máquina eléctrica
k	Variable transformada de <i>Ku</i>
n	Valor nominal
p	Variable transformada de <i>Park</i>
pu	Por unidad
r	Variable del rotor
s	Variable del estator
t	Relativo a la turbina eólica

Listado de abreviaturas

AENOR	Asociación Española de Normalización y Certificación
BOE	Boletín Oficial del Estado
CENELEC	Comité Europeo de Normalización Electrotécnica
EMC	Electromagnetic compatibility (compatibilidad electromagnética)
EWEA	European Wind Energy Association (Asociación Europea de Energía Eólica)
FRT	Fault ride-through capability (capacidad de respuesta a faltas)
GSC	Grid-side converter (convertidor del lado de red)
IEC	International Electrotechnical Commission (Comisión Electrotécnica Internacional)
IEEE	Institute of Electrical and Electronic Engineers (Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos)
IMC	Internal model control (control del modelo interno)
LVRT	Low voltage ride-through capability (capacidad de respuesta frente a huecos de tensión)
MPPT	Maximum power point tracking (seguimiento del punto de máxima potencia)
PCC	Punto de conexión común a la red eléctrica
PWM	Pulse-width modulation (modulación por ancho de pulsos)
REE	Red Eléctrica Española
RSC	Rotor-side converter (convertidor del lado de rotor)
SI	Sistema Internacional de unidades
VSC	Voltage source converter (convertidor funcionando como una fuente de tensión)

Capítulo 1. Introducción

1.1. Estado del arte

El generador de inducción doblemente alimentado se utiliza en aplicaciones que requieren velocidad variable, como por ejemplo en las centrales hidroeléctricas de bombeo [1], a modo de volante de inercia para almacenar energía o liberarla a la red [2], o en tracción eléctrica [3]. No obstante, la aplicación por excelencia se encuentra en las turbinas eólicas de velocidad variable, ya sea en parques eólicos o en sistemas aislados de la red eléctrica [4].

La tecnología dominante en los modernos aerogeneradores de velocidad variable es la máquina de inducción doblemente alimentada de potencia nominal del orden de 2 MW, según un informe de la *Asociación Europea de Energía Eólica* (en inglés *European Wind Energy Association, EWEA*) [5]. Un ejemplo actual de un aerogenerador de 2 MW con máquina de inducción doblemente alimentada es el modelo *G-90* del fabricante español *Gamesa* [6]. No obstante, ya existen en el mercado prototipos de aerogeneradores cuyas potencias nominales varían entre los 5 y los 6 MW [7].

El generador de inducción doblemente alimentado se caracteriza por tener tanto el estator como el rotor conectados a la red eléctrica, el estator directamente y el rotor mediante un convertidor electrónico por medio de sus anillos deslizantes, tal y como se muestra en la Figura 1.1.

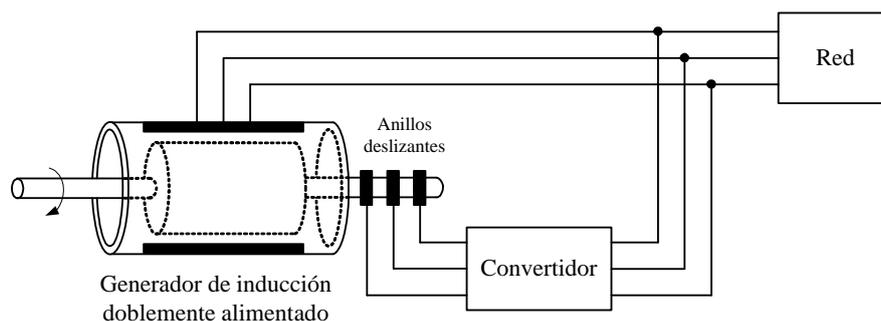


Figura 1.1: Generador de inducción doblemente alimentado conectado a la red eléctrica.

El convertidor, a su vez, está constituido por un rectificador o convertidor del lado de rotor (en inglés *rotor-side converter* o *RSC*), que se utiliza para controlar el par o la velocidad de la máquina y la potencia reactiva intercambiada con la red, y por un inversor o convertidor del lado de red (en inglés *grid-side converter* o *GSC*), cuyo principal objetivo es mantener constante la tensión del bus de continua aunque también puede aportar potencia reactiva inductiva a la red. Para una información más detallada sobre el

control de la máquina de inducción doblemente alimentada en aplicaciones eólicas consúltese por ejemplo el trabajo de *R. Pena et al.* [8]. Tanto el rectificador como el inversor son reversibles, por lo que el convertidor total también lo es. Por este motivo, esta configuración recibe el nombre de *back-to-back* en la literatura inglesa. Además, entre ambos convertidores se sitúa un condensador, que actúa como elemento almacenador de energía, con el fin de reducir las oscilaciones de tensión en el bus de continua. En la Figura 1.2 se muestra dicha configuración.

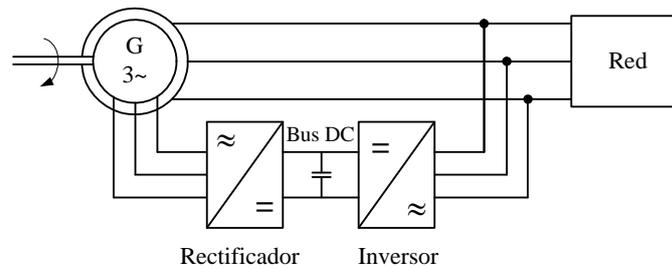


Figura 1.2: Generador de inducción doblemente alimentado con convertidor *back-to-back*.

El tamaño del convertidor depende del rango deseado de velocidad y esta es la principal ventaja de esta configuración ya que como se desea variar la velocidad de giro en un rango del $\pm 30\%$ respecto a la velocidad síncrona se debe colocar un convertidor del orden del 30% de la potencia total del generador [9], por lo que los convertidores se suelen dimensionar para trabajar a potencias bastante inferiores a la nominal. Consecuentemente, el tamaño de los convertidores se reduce, así como las pérdidas en el convertidor, lo que lleva asociado unos costes menores.

Tradicionalmente, los aerogeneradores se integraban a las redes de distribución, mientras que los actuales parques eólicos se conectan a las redes de transporte, actuando como si de centrales eléctricas convencionales se trataran. Como consecuencia de ello, los operadores de red de distintos países han desarrollado los denominados códigos de red, los cuales regulan la conexión de los aerogeneradores a la red de transporte de energía eléctrica con el fin de asegurar unos determinados niveles de calidad de la energía eléctrica cuando se produce algún tipo de perturbación en la red [10]. Uno de los aspectos más importantes de dichos códigos es el de garantizar la continuidad de suministro frente a huecos de tensión, lo que se conoce en la literatura inglesa como *fault ride-through capability (FRT)* o *low voltage ride-through capability (LVRT)*.

Cada país tiene su propio código de red (véase por ejemplo el código de red danés *Eltra/Elkraft* [11], o el alemán *E.On* [12]). En el caso de España, el operador del mercado eléctrico es *Red Eléctrica Española (REE)* y mediante el código de red *P.O. 12.3 Requisitos de respuesta frente a huecos de tensión de las instalaciones eólicas*, publicado en el *Boletín Oficial del Estado (BOE)* el 24 de octubre de 2006, se especifica bajo qué condiciones los aerogeneradores deben ser capaces de soportar los huecos de tensión sin desconectarse de la red [13]. En la Figura 1.3 se muestra el perfil tensión-tiempo correspondiente a

dicho código. Por encima de esta curva no se permite la desconexión de la instalación: los aerogeneradores seguirán estando conectados a la red mientras que la tensión en el punto de conexión a la red no decaiga del 20 % de su valor nominal durante una duración de 0.5 s.

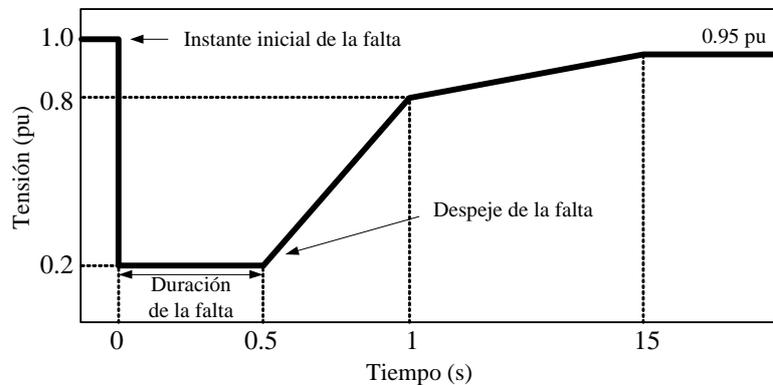


Figura 1.3: Curva tensión de fase-tiempo que define el área del hueco de tensión en el punto de conexión a la red que debe ser soportado por la instalación (área comprendida por encima de la curva).

Fuente: Red Eléctrica Española (REE) [13].

Cabe notar que si el aerogenerador no se diseñara para alcanzar estos requisitos y se desconectara de la red durante un hueco de tensión o cualquier otra perturbación, se empeoraría la calidad de la energía eléctrica de la red, pudiéndose incluso amplificar el efecto producido por la perturbación [14]. De entre las soluciones más utilizadas en la actualidad para hacer frente a los huecos de tensión, se encuentra el sistema conocido como *crowbar* (Figura 1.4), que consiste en un conjunto de resistencias que se conectan a los devanados del rotor del generador de inducción doblemente alimentado cuando se produce una falta en la red. De este modo se cortocircuita el rotor de la máquina (comportándose como un generador de inducción de rotor cortocircuitado) y se protege al convertidor durante la falta [15].

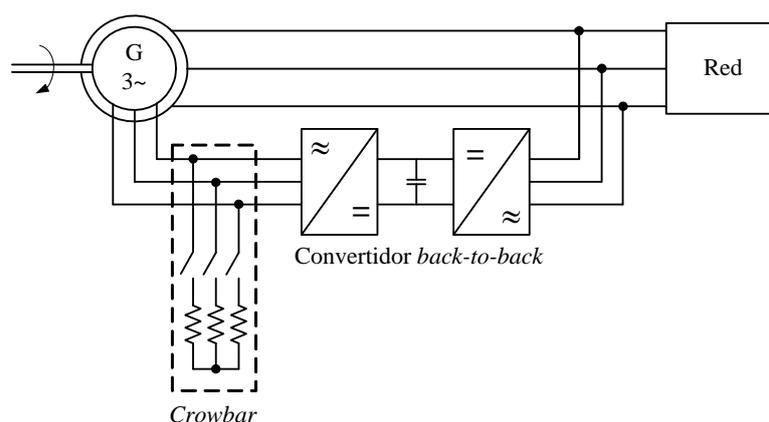


Figura 1.4: Generador de inducción doblemente alimentado con convertidor *back-to-back* y *crowbar* en el rotor.

No obstante, durante el tiempo de actuación del *crowbar* el convertidor del lado de rotor queda bloqueado y por lo tanto se pierde el control de la potencia reactiva intercambiada con la red [16]. Es por ello que se requieren otras soluciones y/o estrategias de control para conseguir la continuidad de suministro frente a

un hueco de tensión. En consecuencia, el estudio del efecto de los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado es el primer paso para poder garantizar una cierta continuidad del suministro eléctrico y cumplir con unos mínimos de calidad de la energía eléctrica cuando se produce un hueco de tensión en una red de transporte de energía eléctrica con una gran integración de sistemas de generación eólicos.

Actualmente existe un gran número de publicaciones que tratan sobre el control del generador de inducción doblemente alimentado durante un hueco de tensión, con el objetivo de cumplir con las condiciones de funcionamiento impuestas por los códigos de red. No obstante, predominan los estudios en los que se considera un único hueco de tensión causado por una determinada falta y caracterizado por una determinada duración y profundidad. Es decir, no se contemplan todos los huecos de tensión.

Por otra parte, en algunos artículos científicos se analiza con más detalle el efecto que producen los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado. Tal es el caso de los estudios realizados por *J. López et al.* [17], [18]. En [17] se realiza un estudio analítico del comportamiento dinámico de la máquina frente a los huecos de tensión simétricos y se comprueban los resultados analíticos con las simulaciones, mientras que en [18] se hace lo propio para los huecos asimétricos. Otro estudio interesante es el realizado por *S. Chondrogiannis y M. Barnes* [19], en el que se especifican las características del convertidor para cumplir con los códigos de red durante un hueco de tensión. En concreto, se obtienen las expresiones matemáticas correspondientes a la tensión y la corriente del rotor durante el hueco de tensión, suponiendo que las potencias activa y reactiva se controlan durante la falta y se contrastan todo ello con los resultados obtenidos mediante simulación. Un trabajo similar se propone en *J. Hu y Y. He* [20], en el que se analiza el comportamiento del generador de inducción doblemente alimentado frente a los huecos de tensión asimétricos, considerando los límites de funcionamiento del convertidor.

No obstante, en los anteriores trabajos tampoco se consideran todos los huecos de tensión, ni todos sus parámetros característicos. En este sentido, los estudios realizados por *J. Pedra et al.* [21]-[23] son de especial interés, ya que en ellos se realiza un análisis exhaustivo de los efectos producidos por los huecos de tensión de todas las tipologías, variando sus parámetros característicos, sobre el transformador trifásico y sobre el motor de inducción. Además, estos son los primeros estudios en la literatura que contemplan la influencia del proceso de despeje de la falta o de la recuperación de tensión. Este concepto fue introducido por *M. H. J. Bollen* [24] y permite distinguir entre los huecos con recuperación instantánea de la tensión (huecos *abruptos*) de los huecos con recuperación de la tensión por etapas (huecos *discretos*). El proceso de la recuperación de la tensión suaviza los efectos producidos por los huecos de tensión sobre los dispositivos conectados a la red eléctrica. En la presente tesis doctoral se corrobora este efecto en el generador de inducción doblemente alimentado.

1.2. Motivación

En vista a lo expuesto en el apartado anterior se concluye que los actuales aerogeneradores de velocidad variable, cuya topología predominante es el generador de inducción doblemente alimentado, se deben diseñar para cumplir con los códigos de red, que imponen la no desconexión de los mismos durante un hueco de tensión, asegurando así la continuidad del suministro eléctrico.

La mayoría de los estudios en la literatura se focaliza en el control del generador de inducción doblemente alimentado sometido a un hueco de tensión con unos determinados parámetros característicos. Pero, ¿qué sucedería si el hueco de tensión tuviera una profundidad y/o una duración diferentes? ¿Seguiría siendo válido el control propuesto? ¿Y qué ocurriría si el hueco de tensión estuviera causado por otro tipo de falta? En la presente tesis doctoral se pretende dar respuesta a estas preguntas.

Para ello se va a suponer que el convertidor del lado de rotor permite mantener constante la corriente del rotor en referencia sincronismo, permitiendo la resolución analítica del transitorio eléctrico de la máquina durante el hueco de tensión. Se considera, además, el límite de funcionamiento (tensión máxima) del convertidor del lado de rotor para analizar bajo qué condiciones se puede controlar la corriente del rotor. Se realizará entonces un estudio exhaustivo de los efectos producidos por los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado, analizando bajo qué condiciones se producen los efectos más indeseables (mayores picos de tensión o corriente), siguiendo la línea de investigación marcada en los trabajos de *J. Pedra et al.*

Con la presente tesis doctoral se busca, en definitiva, entender el comportamiento del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión, contribuyendo de este modo a proponer soluciones que permitan cumplir con el criterio de continuidad de suministro, impuesto por los actuales códigos de red, cuando se producen este tipo de perturbaciones en la red eléctrica.

1.3. Objetivos

Los objetivos que se pretenden alcanzar con la realización de la presente tesis doctoral son los siguientes:

- 1) Entender los conceptos de calidad de la energía eléctrica y de perturbación eléctrica.
- 2) Clasificar, caracterizar y modelizar los huecos de tensión.
- 3) Obtener el modelo dinámico y de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado.
- 4) Estudiar el régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado.
- 5) Proponer una estrategia de control del generador frente a huecos de tensión, que permita su estudio analítico.
- 6) Estudiar analíticamente el régimen transitorio eléctrico del generador sometido a los distintos huecos de tensión.
- 7) Analizar las situaciones en las que se puede llevar a cabo el control propuesto, considerando el límite de tensión del convertidor del lado de rotor.
- 8) Analizar la influencia de la potencia generada (punto de trabajo).
- 9) Analizar la influencia de la recuperación de la tensión (hueco abrupto y hueco discreto).
- 10) Analizar la influencia de los parámetros del hueco de tensión (duración y profundidad).

1.4. Estructura de la tesis

La presente tesis doctoral se estructura en cinco grandes bloques:

- Bloque 1: engloba los capítulos 2 y 3. En el Capítulo 2 se define el concepto de calidad de la energía eléctrica, según la normativa vigente, y se presentan las distintas perturbaciones que puede sufrir la red eléctrica, entre las que se encuentra el hueco de tensión. En el Capítulo 3 se define el hueco de tensión, se muestra la clasificación de los distintos tipos de hueco y se definen sus parámetros característicos. También se obtiene el modelo matemático de todas las tipologías de hueco de tensión.
- Bloque 2: comprende el Capítulo 4, en el que se obtiene el modelo dinámico (en variables transformadas) y de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado.
- Bloque 3: se estudia el funcionamiento de la máquina en régimen permanente, considerando distintas potencias generadas. Se desarrolla en el Capítulo 5.
- Bloque 4: engloba los capítulos 6 y 7 y se podría definir como el más importante de la tesis ya que se analiza el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a todas las tipologías de huecos de tensión. Por un lado, en el Capítulo 6 se propone una estrategia de control del generador sometido a huecos de tensión (corriente del rotor constante en referencia sincronismo) y se estudia analíticamente el transitorio eléctrico, entendiendo el comportamiento dinámico de la máquina. Por otro lado, en el Capítulo 7 se analiza la influencia de la recuperación de la tensión por etapas y se realiza un análisis exhaustivo del efecto de los huecos de tensión en el generador, considerando todas las posibles profundidades y duraciones del hueco.
- Bloque 5: este bloque surge como consecuencia de los resultados obtenidos en la presente tesis doctoral. En base a ellos y mediante un estudio analítico, validado por medio de simulaciones de distintos dispositivos sometidos a huecos de tensión, se propone un agrupamiento de los huecos de tensión discretos en cinco tipologías, en contraste con las catorce clases que existen actualmente en la literatura. El estudio se lleva a cabo en el Capítulo 8.

Finalmente, en el Capítulo 9 se muestran las conclusiones de la tesis y los trabajos futuros que se podrían desarrollar a partir de la misma, y en el Capítulo 10 se encuentran las referencias bibliográficas consultadas.

Capítulo 2. La calidad de la energía eléctrica

2.1. Introducción

El término *calidad de la energía eléctrica* ha ido cobrando importancia durante los últimos años, sobre todo debido al considerable aumento de las cargas no lineales conectadas a la red, tales como los convertidores electrónicos. Este tipo de cargas provoca una distorsión en las formas de onda de la red que, lejos de ser puramente senoidales, presentan una serie de armónicos. Aparte, existen otros tipos de distorsiones en las formas de onda, lo que se conoce como *perturbaciones*, tales como los huecos de tensión, tema de estudio de la presente tesis doctoral.

En este capítulo se define el concepto de calidad de la energía eléctrica, atendiendo a la normativa vigente. Se muestra también la clasificación de las perturbaciones eléctricas que puede sufrir la red eléctrica y que causan variaciones en los niveles de calidad de la energía eléctrica. Es de gran importancia conocer los distintos tipos de perturbaciones para diseñar correctamente los sistemas de protección de los dispositivos conectados a la red. El generador de inducción doblemente alimentado, utilizado mayoritariamente en generación eólica, debe estar no solamente protegido frente a perturbaciones eléctricas, sino también diseñado para mantenerse conectado a la red y garantizar la continuidad del suministro eléctrico cuando se produce un hueco de tensión, atendándose a los actuales códigos de red.

2.2. Definición

Aunque el término *calidad de la energía eléctrica* (en inglés *power quality*) es ampliamente utilizado en la Ingeniería Eléctrica, en la literatura existen discrepancias en cuanto a su definición, ya que es muy complicado definir el concepto de calidad de una magnitud física, como la energía. No obstante, se cogerán como referencia las definiciones dadas por dos organizaciones conocidas a nivel mundial.

Por una parte, el *Instituto de Ingenieros Eléctricos y Electrónicos* (en inglés *Institute of Electrical and Electronic Engineers, IEEE*), en la norma *IEEE Std.1100-2005* define lo siguiente [25]:

“La calidad de la energía eléctrica es el concepto de alimentación y puesta a tierra de un equipo electrónico en la manera apropiada para la operación de ese equipo y compatible con el sistema de cableado y otros equipos conectados.”

Por otra parte, la *Comisión Electrotécnica Internacional* (en inglés *International Electrotechnical Commission, IEC*) utiliza el término de *compatibilidad electromagnética* (en inglés *electromagnetic compatibility, EMC*), que lo define de la siguiente manera en la norma *IEC-61000-1-1* [26]:

“La compatibilidad electromagnética es la capacidad de un equipo o dispositivo para funcionar satisfactoriamente sin introducir perturbaciones electromagnéticas intolerables a ningún otro equipo o dispositivo en ese entorno.”

Además de estas definiciones, existen otros términos en la literatura que hacen referencia a los conceptos anteriores. Estas expresiones se definen en *M. H. J. Bollen* [27] de la siguiente manera:

- La *calidad de tensión* se relaciona con la variación de la tensión respecto a su forma ideal (onda senoidal de frecuencia y amplitud constantes).
- La *calidad de corriente* se relaciona con la variación de la corriente respecto a su forma ideal (onda senoidal de frecuencia y amplitud constantes).
- La *calidad de la energía eléctrica* engloba tanto la *calidad de tensión* como la *calidad de corriente*.
- La *calidad de suministro* incluye una parte técnica, relacionada con la fiabilidad del suministro (*calidad de tensión*) y una parte no técnica, ligada a la *calidad del servicio* proporcionado al cliente.

- La *calidad de consumo* es el término complementario al anterior e incluye también una parte técnica, relacionada con la variación en la interrupción del consumo, y una parte no técnica, ligada al contrato entre la compañía suministradora de la energía eléctrica y el cliente.

En resumen, se observa que hay diferentes términos que se relacionan con la calidad de la energía eléctrica. Lo que todos ellos tienen en común es que destacan la importancia de la interacción entre el proveedor de la energía eléctrica y el consumidor de la misma, es decir, entre el sistema eléctrico de potencia y la carga. En concreto, la calidad de la energía eléctrica se relaciona con las variaciones de tensión y corriente respecto a sus formas de onda ideales. Esta variación es lo que se conoce como *perturbación*.

2.3. Clasificación de las perturbaciones eléctricas

Las perturbaciones eléctricas se pueden clasificar en base a distintos parámetros. En la presente tesis doctoral se considera la clasificación dada en *IEEE Std.1159-2009* [28], también contemplada en *R. C. Dugan et al.* [29], en la que las perturbaciones eléctricas se clasifican en base a su duración y amplitud. En la Tabla 2.1 se muestra esta clasificación.

Categoría	Subcategoría	Duración	Amplitud
Transitorios	Impulsionales	50 ns – 1 ms	—
	Oscilantes	0.3 ms – 50 ms	—
Variaciones de corta duración	Interrupciones	0.5 ciclos – 1 min	< 0.1 pu
	Huecos de tensión	0.5 ciclos – 1 min	0.1– 0.9 pu
	Sobretensiones momentáneas (<i>swells</i>)	0.5 ciclos – 1 min	1.1 – 1.8 pu
Variaciones de larga duración	Interrupciones mantenidas	> 1 min	0 pu
	Subtensiones	> 1 min	0.8 – 0.9 pu
	Sobretensiones	> 1 min	1.1 – 1.2 pu
Desequilibrio de tensión	—	Régimen permanente	0.5 – 2 %
Distorsión de las formas de onda	Componentes de continua	Régimen permanente	0 – 0.1 %
	Armónicos	Régimen permanente	0 – 20 %
	Interarmónicos	Régimen permanente	0 – 2 %
	Microcortes (<i>notches</i>)	Régimen permanente	—
	Ruido	Régimen permanente	0 – 1 %
Fluctuaciones de tensión (<i>flicker</i>)	—	Intermitente	0.1 – 7 %
Variaciones de frecuencia	—	< 10 s	\pm 0.1 Hz

Notas:

- Valores en pu: tensión residual respecto la tensión nominal
- Valores en %: variación del valor eficaz de la tensión

Tabla 2.1: Clasificación de las perturbaciones eléctricas. Fuente: *IEEE Std.1159-2009* [28].

Los términos mostrados en la Tabla 2.1 se definen a continuación:

- *Transitorio*: perturbación de muy corta duración (de varios nanosegundos hasta unas decenas de milisegundos).
 - *Impulsional*: cambio brusco de tensión o corriente, de polaridad unidireccional, caracterizado por el tiempo de subida y de bajada, de duración entre varios nanosegundos hasta algunos milisegundos. La causa más común de este tipo de perturbación es la caída de un rayo sobre una línea eléctrica.
 - *Oscilante*: cambio brusco de tensión o corriente, de polaridad positiva y negativa, de duración comprendida entre algunos microsegundos hasta algunas decenas de milisegundos. La conmutación en los dispositivos electrónicos puede provocar este tipo de perturbación.
- *Variación de corta duración*: perturbación en la tensión con una duración comprendida entre 0.5 ciclos y 1 minuto.
 - *Interrupción*: reducción de la tensión a un valor inferior al 10% de su valor nominal, con una duración comprendida entre medio ciclo y 1 minuto. Las interrupciones son debidas principalmente a faltas en la red eléctrica.
 - *Hueco de tensión*: reducción del valor eficaz de la tensión de alterna entre el 10% y el 90% del valor nominal, a la frecuencia de suministro, para duraciones entre medio ciclo y 1 minuto. Se suele relacionar con los cortocircuitos en la red. Esta es la perturbación eléctrica que se contempla en la presente tesis doctoral.
 - *Sobretensión momentánea* o *swell*: incremento en el valor eficaz de la tensión de alterna, entre el 110% y el 180% de su valor nominal, a la frecuencia de suministro, para duraciones comprendidas entre medio ciclo y un minuto. Se relaciona con las faltas en la red eléctrica.
- *Variación de larga duración*: perturbación en la tensión con una duración superior a 1 minuto.
 - *Interrupción mantenida*: pérdida absoluta de la tensión durante un tiempo superior a 1 minuto. Se produce cuando se requiere la intervención humana para corregir posibles averías en el sistema eléctrico.

- *Subtensión*: disminución en el valor eficaz de la tensión de alterna a un valor superior al 90% del nominal, a la frecuencia de suministro, para duraciones superiores a 1 minuto. Se relaciona con la conexión a la red de grandes cargas.
- *Sobretensión*: aumento en el valor eficaz de la tensión de alterna a un valor superior al 110% de la tensión nominal, a la frecuencia de suministro, para duraciones superiores a un minuto. Se suele producir por la desconexión de la red de grandes cargas, a diferencia de la subtensión.
- *Desequilibrio de tensión*: cociente entre la magnitud de la tensión de secuencia negativa y la magnitud de la tensión de secuencia positiva. Este tipo de perturbación se suele producir por la conexión de cargas monofásicas a sistemas trifásicos.
- *Distorsión de las formas de onda*: variación respecto al valor nominal de tensión o corriente de régimen permanente.
 - *Componente de continua*: aparición de una componente de continua en las formas de onda de tensión o corriente. Se puede producir por el efecto de los rectificadores de media onda.
 - *Armónico*: componente senoidal de una onda periódica, con una frecuencia que es un múltiplo entero de la frecuencia de la onda fundamental. Los armónicos se producen por la conexión a la red de cargas no lineales, tales como los convertidores electrónicos.
 - *Interarmónico*: componente senoidal de una onda periódica, con una frecuencia que no es un múltiplo entero de la frecuencia de la onda fundamental. La principal causa de esta perturbación son los convertidores de frecuencia, especialmente aquellos cuyo control no está sincronizado con la frecuencia fundamental del sistema eléctrico.
 - *Microcorte o notch*: reducción del valor eficaz de la tensión alterna, a la frecuencia de suministro, para duraciones de algunas centenas de microsegundos. Se produce por la conmutación de los interruptores de los que se constituyen los convertidores electrónicos.
 - *Ruido*: señales eléctricas no deseadas, cuya frecuencia suele ser inferior a 200 kHz, que se encuentran superpuestas a las formas de onda de tensión o corriente y producen efectos indeseados en los circuitos de los sistemas de control donde tienen lugar. Esta perturbación suele ser debida a los dispositivos electrónicos.

- *Fluctuación de tensión o flicker*: cambio perceptible en la intensidad del flujo luminoso debido a una fluctuación en la tensión de alimentación. Los aparatos que pueden producir *flicker* son las lámparas de descarga o los receptores de televisión, entre otros.
- *Variación de frecuencia*: desviación de la frecuencia fundamental de suministro respecto de su valor nominal. Las variaciones de frecuencia suelen ser debidas a desequilibrios bruscos entre la carga y la generación de energía eléctrica.

En la Figura 2.1 se muestra la representación temporal de algunas de las perturbaciones que se pueden originar en la red eléctrica.

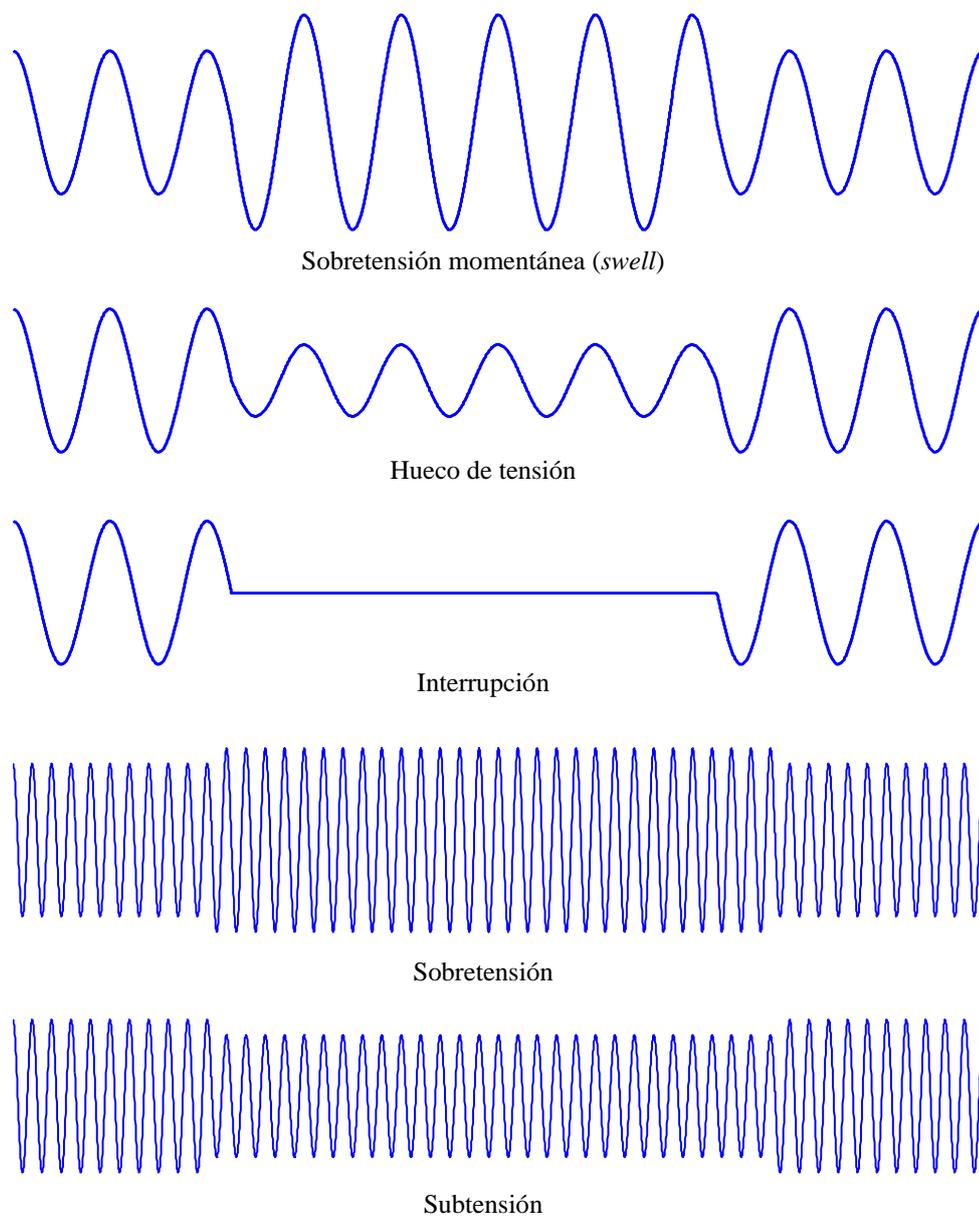


Figura 2.1: Ejemplos de perturbaciones que se pueden producir en la red eléctrica.

2.4. Sumario

En este capítulo se ha definido el concepto de calidad de la energía eléctrica, según la normativa vigente. Se ha relacionado este término con el de perturbación eléctrica y se ha mostrado una clasificación para las distintas perturbaciones eléctricas que se pueden producir en la red, en función de su duración y su amplitud. Esto ha servido para introducir el concepto de hueco de tensión, objeto de estudio en la presente tesis doctoral.

En consecuencia, se ha cumplido con el objetivo 1 de la tesis doctoral: entender los conceptos de calidad de la energía eléctrica y de perturbación eléctrica.

Capítulo 3. Huecos de tensión

3.1. Introducción

Una de las perturbaciones eléctricas más importantes es el hueco de tensión. Cabe notar que éste no es tan peligroso como una interrupción (pérdida total de la tensión). No obstante, en la red eléctrica se producen más huecos de tensión que interrupciones. Además, la mayoría de las interrupciones se originan en las redes locales de distribución, a poca distancia del punto de conexión del dispositivo a la red, mientras que un hueco de tensión puede originarse a cientos de kilómetros de distancia, en la red de transporte [27]. En consecuencia, el hueco de tensión es un problema más global que una interrupción, por lo que es el que despierta más interés y sobre el cual se focaliza la mayor parte de la investigación.

La importancia de los huecos de tensión también radica en los efectos que producen sobre los dispositivos conectados a la red: desde la posible saturación en los transformadores trifásicos [30] hasta la aparición de grandes picos de par en las máquinas de inducción [31]. Ello conlleva a la actuación de las protecciones, que desconectan inmediatamente el dispositivo de la red. No obstante, este es un aspecto que se debe evitar en el generador de inducción doblemente alimentado utilizado en generación eólica porque, como ya se ha comentado en el Capítulo 1, el principal objetivo de los actuales códigos de red es que los aerogeneradores se mantengan conectados a la red cuando se produce un hueco de tensión, asegurando de este modo la continuidad en el suministro eléctrico.

Por lo tanto, es muy importante definir correctamente el concepto de hueco de tensión, saber cuáles son sus parámetros característicos y conocer las causas que los originan y las consecuencias que producen. De este modo, se podrá proteger correctamente el dispositivo conectado a la red. Todos estos temas se tratan en el presente capítulo, en el que también se obtiene el modelo matemático del hueco de tensión, imprescindible para conocer el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado frente a este tipo de perturbaciones.

Por otro lado, un aspecto muy importante a tener en cuenta es la recuperación de la tensión que tiene lugar cuando se produce el despeje de la falta. No se tienen los mismos efectos sobre la carga si el hueco se modeliza abrupto (con recuperación instantánea de la tensión) o discreto (con recuperación de la tensión por etapas) [24]. Efectivamente, el proceso de la recuperación de la tensión por etapas suaviza los efectos producidos por los huecos de tensión sobre los dispositivos conectados a la red eléctrica [21]-[23]. En la presente tesis doctoral se corrobora este efecto en el generador de inducción doblemente alimentado (véase el Capítulo 7).

3.2. Definición

Un hueco de tensión es una reducción, de corta duración, en el valor eficaz de la tensión de alterna, a la frecuencia de suministro. Para cuantificar la reducción del nivel de tensión y la duración de la misma, existen varias normativas y cada una de ellas lo define de un modo distinto.

Por ejemplo, la *Asociación Española de Normalización y Certificación (AENOR)* en la norma *UNE-EN 50160* [32], que es una traducción al español de la norma *EN 50160* [33], publicada por el *Comité Europeo de Normalización Electrotécnica* (en francés *Comité Européen de Normalisation Electrotechnique, CENELEC*) especifica:

“Un hueco de tensión es una disminución brusca de la tensión de alimentación a un valor situado entre el 90% y el 1% de la tensión declarada U_c , seguida del restablecimiento de la tensión después de un corto lapso de tiempo. Por convenio, un hueco de tensión dura de 10 ms a 1 min. La profundidad de un hueco de tensión es definida como la diferencia entre la tensión eficaz mínima durante el hueco de tensión y la tensión declarada. Las variaciones de tensión que no reducen la tensión de alimentación a un valor inferior al 90% de la tensión declarada U_c no son consideradas como huecos de tensión.”

Mientras que la norma *IEEE Std 1159-2009* [28] define lo siguiente:

“Un hueco es una disminución de la tensión o de la corriente, en valor eficaz, entre 0.1 y 0.9 pu a la frecuencia de suministro, para duraciones comprendidas entre 0.5 ciclos y 1 minuto.”

Teniendo en cuenta las definiciones anteriores, un hueco de tensión quedaría caracterizado por una *profundidad*, h ($0 \leq h \leq 1$), que se corresponde a la tensión residual referida a la tensión nominal, y por una *duración*, Δt , que es el número de ciclos (o segundos) que dura el hueco.

3.3. Causas y consecuencias

La norma *UNE-EN 50160* [32] indica que los huecos de tensión son generalmente debidos a faltas (cortocircuitos) producidos en la red eléctrica. Estos sucesos fundamentalmente aleatorios son imprevisibles. Su frecuencia anual depende principalmente del tipo de red de distribución y del punto de observación. Además, su distribución en un año puede ser muy irregular.

Según *M. H. J. Bollen* [27], las causas que originan los huecos de tensión se pueden agrupar en dos categorías:

- Faltas (cortocircuitos) producidas en la red: debidas a descargas atmosféricas o a contactos accidentales de los animales con las líneas eléctricas, entre otros. Las faltas son los huecos más severos que se pueden producir. Además, son las causas más comunes que provocan huecos de tensión en los terminales de las instalaciones eólicas de producción de energía eléctrica [34]. Por lo tanto, éstas serán las estudiadas en la presente tesis doctoral.
- Sobrecargas: debidas básicamente al arranque de grandes cargas (potencia elevada) como motores o a la conexión a la red de transformadores.

Al producirse un hueco de tensión en la red, un efecto típico sobre las cargas conectadas a la misma es la aparición de picos de intensidad tras la recuperación de la tensión [35]. Ello conlleva a efectos no deseados en dichas cargas, desde la posible saturación en los transformadores trifásicos [30] hasta la aparición de grandes picos de par en las máquinas de inducción [31], lo que se traduce en oscilaciones en el eje mecánico de giro y posibles daños en los equipos conectados a dicho eje. Es por ello que se deben desarrollar técnicas de control que permitan eliminar o amortiguar estas oscilaciones en los modernos aerogeneradores. En *G. D. Marques* [36] se describen y se comparan algunos de los métodos empleados para reducir dichas oscilaciones. No obstante, este tema no se tratará en la presente tesis doctoral, ya que está fuera del alcance de la misma.

Por otro lado, es importante notar que debido a los elevados picos de corriente que aparecen tras la recuperación de la tensión, las protecciones actúan desconectando las cargas de la red. De este modo se protegen los componentes más sensibles a las perturbaciones eléctricas, como los convertidores electrónicos de los aerogeneradores de velocidad variable. Este fenómeno de desconexión de la red recibe el nombre de *tripping* en la literatura anglosajona [27]. El principal objetivo de los actuales códigos de red es evitar que se produzca este efecto cuando se origina un hueco de tensión en las redes de transporte con integración de sistemas de generación eólicos, asegurando por tanto la continuidad del suministro de la energía eléctrica.

3.4. Clasificación

Para clasificar los huecos de tensión se parte del sistema eléctrico mostrado en la Figura 3.1. En el caso particular de un aerogenerador, el nudo I se corresponde con el *punto de conexión común* (PCC) a la red eléctrica, mientras que los nudos II y III representan los distintos niveles de tensión del sistema eléctrico, debido a los dos transformadores representados, ambos con conexión triángulo (D) – estrella (y). La carga se corresponde, en la presente tesis doctoral, con el aerogenerador equipado con la máquina de inducción doblemente alimentada.

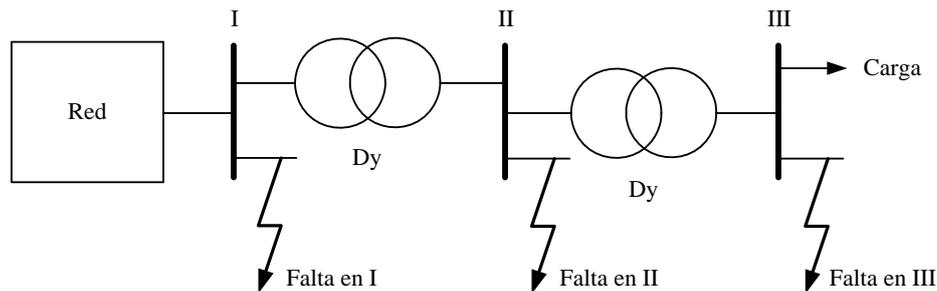


Figura 3.1: Sistema eléctrico con tres niveles de tensión para la clasificación de los huecos de tensión.
Fuente: *M. H. J. Bollen* [27].

El hueco de tensión es provocado por una falta que se podría originar en cualquiera de los tres nudos representados en el sistema eléctrico de la Figura 3.1. Según *M. H. J. Bollen* [27], el análisis de la tensión que se tiene en los distintos nudos del sistema eléctrico, teniendo en cuenta el tipo de falta y la transmisión de los huecos a los otros niveles de tensión, permite clasificar los huecos de tensión en 7 tipologías, a saber: A, B, C, D, E, F y G, tal y como se muestra en la Tabla 3.1.

Tipo de falta	Nudo I	Nudo II	Nudo III
Trifásica o trifásica a tierra	A	A	A
Fase-tierra	B	C	D
Fase-fase	C	D	C
Fase-fase-tierra	E	F	G

Tabla 3.1: Clasificación de los huecos de tensión en función del tipo de falta y de su localización.
Fuente: *M. H. J. Bollen* [27].

En la clasificación anterior se observa que un transformador cuyo primario se conecta en triángulo (D) y cuyo secundario está conectado en estrella (y) provoca un cambio en la tipología del hueco de tensión. Por ejemplo, se convierten los huecos tipo C en huecos tipo D y viceversa. No obstante, los huecos tipo A no se ven afectados por las conexiones del transformador.

Finalmente, los huecos mostrados en la Tabla 3.1 se pueden dividir en dos categorías:

- Huecos simétricos: son debidos a las faltas trifásicas, las cuales producen la misma reducción de tensión en las tres fases y cuyo desfase es de 120° . El único hueco simétrico es el tipo A.
- Huecos asimétricos: son debidos a las faltas monofásicas o bifásicas, las cuales no producen la misma reducción de tensión en las tres fases y cuyo desfase no tiene por qué ser 120° . Los huecos asimétricos son: B, C, D, E, F y G.

Las tensiones asociadas a los distintos huecos de tensión se muestran en la Tabla 3.4 (diagrama fasorial) y en la Tabla 3.5 (evolución temporal), ambas obtenidas en el subapartado 3.6.2.

3.5. Caracterización

Un hueco de tensión se suele caracterizar por su profundidad, h , y su duración, Δt , tal y como se comentó en el apartado 3.2. No obstante, según *L. Zhang* y *M. H. J. Bollen* [37] esta caracterización es insuficiente, puesto que un hueco de tensión depende también del tipo de falta que lo origina y del salto de fase producido durante el hueco. Para las redes de transporte este último parámetro prácticamente no varía durante el hueco, mientras que para las redes de distribución sí que existe una pequeña variación [27]. Como se considera que el generador de inducción doblemente alimentado está conectado a la red de transporte, el salto de fase no se tendrá en cuenta.

Por otro lado, el instante inicial en el que se origina el hueco y el instante final en el que se produce la recuperación de la tensión, son otros parámetros a tener en cuenta. El hueco de tensión se empieza a recuperar cuando las protecciones actúan, es decir, en el instante de paso por cero de las corrientes de falta. Ello conlleva a una recuperación de la tensión que puede realizarse en una, dos o tres etapas, dependiendo de las fases afectadas por la falta, lo que se conoce como hueco de tensión *discreto*. Este concepto fue introducido por *M. H. J. Bollen* en [24], donde los huecos de tensión se clasifican en catorce tipologías: $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, B, C, D, E_1, E_2, F_1, F_2, G_1$ y G_2 . Esto significa que:

- Los huecos producidos por cortocircuitos que engloban dos corrientes de falta, es decir, las faltas fase-tierra (huecos asimétricos tipo B) o fase-fase (huecos asimétricos tipo C y D), se despejan instantáneamente (o abruptamente) en las fases afectadas.
- Los huecos producidos por cortocircuitos que engloban tres corrientes de falta, es decir, las faltas trifásicas (huecos simétricos o tipo A) y las faltas bifásicas a tierra (huecos asimétricos tipo E, F y G), se despejan en dos etapas, por lo que se originan otras tipologías de hueco durante la recuperación de la tensión. Además, estas faltas se pueden despejar de dos formas distintas, dando lugar a los huecos discretos $A_1, A_2, E_1, E_2, F_1, F_2, G_1$ y G_2 .
- Los huecos producidos por cortocircuitos que engloban cuatro corrientes de falta, es decir, las faltas trifásicas a tierra (huecos simétricos o tipo A) se despejan en tres etapas. Además, estas faltas se pueden despejar de tres formas distintas, dando lugar a los huecos discretos A_3, A_4 y A_5 .

En la literatura, los huecos de tensión se suelen modelizar *abruptos*, es decir, considerando una recuperación instantánea de la tensión en las fases afectadas. No obstante, esto es una aproximación, ya que, como se acaba de indicar, la recuperación de la tensión tiene lugar en distintas etapas, es decir, el hueco se debería modelizar discreto. Para entender la diferencia entre ambos modelos, en la Figura 3.2 se muestra la evolución del valor eficaz de la tensión durante un hueco de tensión abrupto y durante un hueco discreto, ambos causados por una falta trifásica a tierra. El hueco se inicia en t_{0h} . El tiempo t_{f1} se corresponde con el instante en el que la primera fase de las protecciones despeja la falta (o instante final del hueco en el caso abrupto), mientras que t_{f2} y t_{f3} son los instantes en los que la segunda y la tercera fase de las protecciones despejan la falta.

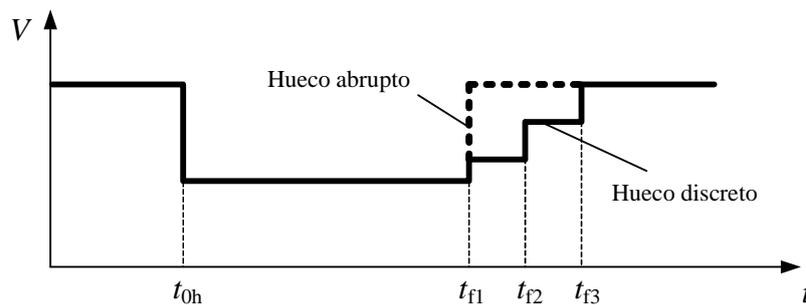


Figura 3.2: Evolución del valor eficaz de la tensión durante un hueco de tensión abrupto (línea discontinua) y otro discreto (línea continua) producido por una falta trifásica a tierra.

Los instantes de la recuperación de la tensión dependen del ángulo de la impedancia de Thévenin de la red, ψ , y de la tipología de hueco de tensión, como se indica en la Tabla 3.2. Si se considera la tensión de fase como referencia de fases, entonces el ángulo ψ se corresponde con el ángulo de la corriente de falta en el instante de tiempo en el que se produce su paso por cero y que marca el inicio de la recuperación de la tensión. Si la red fuera puramente inductiva ($\psi = 90^\circ$), entonces la tensión estaría desfasada 90° respecto de la corriente. No obstante, la red no es totalmente inductiva y por lo tanto este ángulo es inferior a 90° . En efecto, para redes de transporte el ángulo ψ varía entre 75° y 85° , mientras que para redes de distribución lo hace entre 45° y 60° [24]. Como se considera que el generador de inducción doblemente alimentado se conecta a la red de transporte, se escoge un ángulo de la corriente de falta de 80° . Este es, por tanto, un parámetro constante. Por lo tanto, dada una red con un ángulo ψ constante, el instante de la primera recuperación de la tensión, t_{f1} , se producirá en un instante de tiempo en concreto, que estará retrasado respecto al instante de tiempo en el que se produce el paso por cero de la corriente. Además, los instantes de recuperación t_{f2} y t_{f3} están retrasados 60° , 90° o 120° con respecto a t_{f1} , como se observa en la Tabla 3.2.

Tipo hueco	Primera recuperación $\omega \cdot t_{f1}$	Segunda recuperación $\omega \cdot t_{f2}$	Tercera recuperación $\omega \cdot t_{f3}$	Tiempo de extinción de falta
A ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 90^\circ$
A ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 180^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 90^\circ$
A ₃	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 60^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
A ₄	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 210^\circ$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
A ₅	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 60^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$\omega t_{f3} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
B	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$	—	—	—
C	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$	—	—	—
D	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$	—	—	—
E ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 240^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
E ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 60^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$
F ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 150^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 30^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
F ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 210^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$
G ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 240^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 120^\circ$
G ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 60^\circ$	—	$\omega t_{f2} - \omega t_{f1} = 60^\circ$

Notas:

- $n = 0, 1, 2, \dots$
- $\alpha_a =$ ángulo de la tensión de la fase a
- $\psi =$ ángulo de la impedancia de Thévenin de la red (igual para todos los huecos)
- Los instantes mostrados son válidos si las tensiones temporales se calculan mediante la función seno. Si se utiliza la función coseno, se debe restar 90° a todos los tiempos

Tabla 3.2: Recuperación de la tensión en los huecos discretos. Fuente: *M. H. J. Bollen* [24].

Por último, cabe decir que si el hueco de tensión se desea modelizar abrupto, se deben considerar únicamente los instantes de tiempo t_{f1} mostrados en la Tabla 3.2, que pasarán a denominarse instantes finales del hueco, t_{fh} . Además, se debe notar que tanto los huecos simétricos (tipo A) como los asimétricos E, F y G presentan dos posibles instantes de recuperación de la tensión. En consecuencia, cuando el hueco de tensión se modeliza abrupto, se deben considerar las tipologías de hueco y los instantes de recuperación de la tensión que se muestran en la Tabla 3.3. Nótese que los huecos tipo B, C y D se pueden considerar indistintamente abruptos o discretos, ya que presentan una recuperación de la tensión en una única etapa.

Tipo de hueco	Variante	Tiempo final del hueco ($\omega \cdot t_m$)
A	A ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$
	A ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$
B	—	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$
C	—	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 90^\circ$
D	—	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi$
E	E ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$
	E ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$
F	F ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 150^\circ$
	F ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$
G	G ₁	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$
	G ₂	$n \cdot 180^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$

Notas:

- $n = 0, 1, 2, \dots$
- α_a = ángulo de la tensión de la fase a
- ψ = ángulo de la impedancia de Thévenin de la red (igual para todos los huecos)
- Los instantes mostrados son válidos si las tensiones temporales se calculan mediante la función seno. Si se utiliza la función coseno, se debe restar 90° a todos los tiempos

Tabla 3.3: Recuperación de la tensión en los huecos abruptos.

En conclusión, un hueco de tensión queda caracterizado por cuatro parámetros:

$$v(h, \Delta t, \psi, \text{tipo}) \quad (3.1)$$

siendo:

- h = profundidad = tensión residual / tensión nominal ($0 \leq h \leq 1$).
- Δt = duración (segundos o ciclos).
- ψ = ángulo de la impedancia de Thévenin de la red o ángulo de la corriente de falta (si se considera la tensión de fase como referencia de ángulos).
- tipo = tipología = A, B, C, D, E, F o G (véase apartado 3.4).

3.6. Modelo matemático del hueco de tensión

3.6.1. Hipótesis de partida

Para obtener el modelo del hueco de tensión se considera que este es originado por una falta que se produce en la red de transporte. Por lo tanto, no existe salto de fase, como se comentó en el apartado 3.5.

3.6.2. Modelo del hueco de tensión abrupto

3.6.2.1. Modelo en variables de fase

Las expresiones fasoriales para el cálculo de las tensiones de fase, en función del tipo de hueco de tensión (abrupto), se obtienen de *M. H. J. Bollen* [27]. Estas expresiones se recogen en la Tabla 3.4 en la que también se ha incluido el diagrama fasorial de las mismas. Otro estudio interesante es el realizado por *L. Guasch* [35], en el que se deducen de forma muy detallada las expresiones fasoriales de todos los huecos de tensión abruptos, obteniéndose los mismos resultados que en [27].

3.6.2.2. Modelo en variables temporales

Para obtener las ecuaciones temporales del hueco de tensión, se parte de las expresiones fasoriales mostradas en la Tabla 3.4. De ellas se obtiene el módulo del fasor de tensión de cada fase, que se corresponde con el valor eficaz de la tensión (V_a , V_b y V_c) y el ángulo del fasor de la tensión de cada fase (α_a , α_b y α_c). Las expresiones resultantes se escriben de la siguiente forma:

$$\begin{aligned}v_a(t) &= \sqrt{2} \cdot V_a \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a) \\v_b(t) &= \sqrt{2} \cdot V_b \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_b) \\v_c(t) &= \sqrt{2} \cdot V_c \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_c)\end{aligned}\tag{3.2}$$

donde $\omega = 2 \cdot \pi \cdot f$ es la pulsación eléctrica (f es la frecuencia de la red). En la Tabla 3.5 se muestran las expresiones temporales de los distintos tipos de huecos de tensión, así como la representación temporal de las mismas, considerando una recuperación instantánea de la tensión.

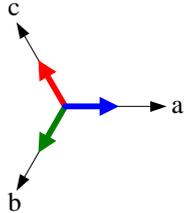
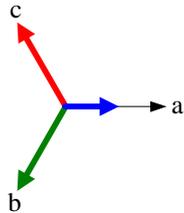
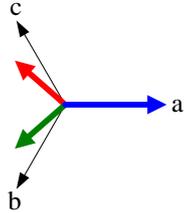
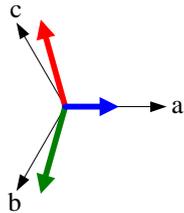
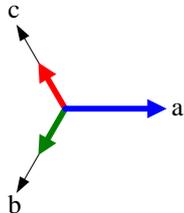
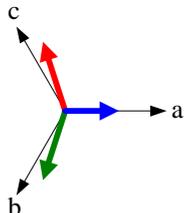
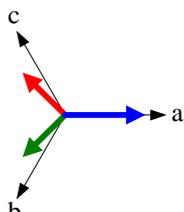
Tipo de hueco	Variables de fase	Diagrama fasorial
A (A ₁ o A ₂)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	
B	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	
C	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	
D	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	
E (E ₁ o E ₂)	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	
F (F ₁ o F ₂)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$	
G (G ₁ o G ₂)	$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	

Tabla 3.4: Modelo del hueco de tensión abrupto en variables de fase y diagrama fasorial ($h = 0.5$).

Fuente: M. H. J. Bollen [27].

Hueco	Variables temporales	Representación temporal
A (A ₁ o A ₂)	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$	
B	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$	
C	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = -\text{atan}(\sqrt{3} \cdot h) + \frac{\pi}{3}$	
D	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = \text{atan}\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6}$	
E (E ₁ o E ₂)	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$	
F (F ₁ o F ₂)	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) - \frac{\pi}{6}$	
G (G ₁ o G ₂)	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{2+h}{3} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = -\text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) + \frac{\pi}{3}$	

Nota: Se ha representado la evolución temporal de las tensiones de los huecos abruptos A₁, B, C, D, E₁, F₁ y G₁

Tabla 3.5: Modelo del hueco de tensión abrupto en variables temporales y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: *L. Guasch* [35].

3.6.2.3. Modelo en componentes simétricas

Un sistema trifásico senoidal de tensiones o de intensidades es *equilibrado* si las tensiones o intensidades de las tres fases presentan el mismo valor eficaz y el su desfase es de 120°. Si no se cumple alguna de estas condiciones, el sistema trifásico se denomina *desequilibrado*. C. L. Fortescue [38] desarrolló el método de las *componentes simétricas* para facilitar el estudio de sistemas polifásicos desequilibrados mediante la transformación de éstos en el sumatorio de tres sistemas:

- Sistema de *secuencia directa* o *positiva*: sistema equilibrado que presenta la misma secuencia de fases que el sistema trifásico desequilibrado inicial.
- Sistema de *secuencia inversa* o *negativa*: sistema equilibrado cuya secuencia de fases es opuesta a la del sistema trifásico desequilibrado inicial.
- Sistema de *secuencia cero* u *homopolar*: sistema desequilibrado en el que las intensidades o las tensiones están en fase.

La Figura 3.3 muestra los fasores de un sistema trifásico desequilibrado cualquiera y su obtención por medio del sumatorio de los fasores correspondientes a los sistemas de secuencia *directa*, *inversa* y *cero*.

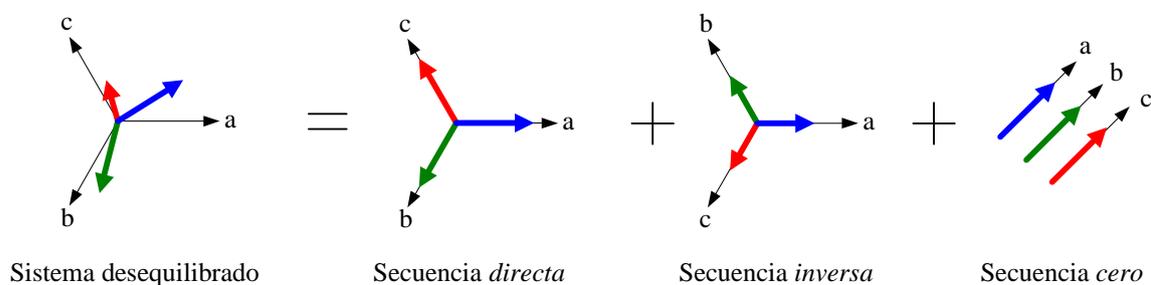


Figura 3.3: Fasores de secuencias *directa*, *inversa* y *cero* de un sistema trifásico desequilibrado cualquiera.

La transformación de Fortescue [38] permite obtener las componentes simétricas de cualquier sistema trifásico desequilibrado. Esta matriz y su inversa se definen como:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad ; \quad \mathbf{F}^{-1} = 3 \cdot \mathbf{F}^* = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \quad (3.3)$$

donde a es el operador complejo:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (3.4)$$

y presenta las siguientes propiedades:

$$a^2 = a^* ; a^3 = 1 ; a^4 = a ; 1 + a + a^2 = 0 \quad (3.5)$$

La característica principal de la transformación de *Fortescue* es que diagonaliza matrices circulantes. Una matriz circulante tiene la particularidad de que los elementos de cada fila son idénticos a los de la fila anterior, pero desplazados una posición hacia la derecha:

$$\mathbf{C} = \text{circ}(c_1, c_2, c_3) = \begin{bmatrix} c_1 & c_2 & c_3 \\ c_3 & c_1 & c_2 \\ c_2 & c_3 & c_1 \end{bmatrix} \quad (3.6)$$

La diagonalización de matrices circulantes se obtiene premultiplicando la matriz circulante por la transformación de *Fortescue* y postmultiplicando por su inversa, resultando:

$$\mathbf{C}_F = \mathbf{F} \cdot \mathbf{C} \cdot \mathbf{F}^{-1} = \begin{bmatrix} c_1 + c_2 + c_3 & 0 & 0 \\ 0 & c_1 + a^2 \cdot c_2 + a \cdot c_3 & 0 \\ 0 & 0 & c_1 + a \cdot c_2 + a^2 \cdot c_3 \end{bmatrix} \quad (3.7)$$

Esta propiedad permite estudiar un sistema trifásico con alimentación senoidal desequilibrada, cuya matriz de impedancias sea circulante, como tres sistemas trifásicos equilibrados, denominados de secuencia *cero* o componente *homopolar*, de secuencia *positiva* o componente *directa* y de secuencia *negativa* o componente *inversa*.

Cabe decir que la matriz de acoplamientos de una máquina de inducción trifásica doblemente alimentada está constituida por 4 submatrices circulantes (véase el Capítulo 4 para más detalles), por lo que se puede aplicar la transformación de *Fortescue* para estudiar la máquina en el caso de tener un sistema trifásico de tensiones senoidales desequilibradas:

$$\mathbf{u} = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{i} \quad (3.8)$$

Al diagonalizar la matriz \mathbf{Z} el vector de tensiones \mathbf{u} y el de corrientes \mathbf{i} también quedan afectados:

$$\mathbf{F} \cdot \mathbf{u} = \mathbf{F} \cdot \mathbf{Z} \cdot \mathbf{F}^{-1} \cdot \mathbf{F} \cdot \mathbf{i} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{u}_F = \mathbf{Z} \cdot \mathbf{i}_F$$

En general, un vector \mathbf{x} de tensiones, intensidades o flujos en componentes abc al aplicar la transformación de *Fortescue* (3.3) se transforma en variables de *secuencia* o variables *012*:

$$\begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} \quad (3.9)$$

siendo:

- Secuencia *cero* o componente *homopolar*:

$$x_0 = \frac{1}{3} \cdot (x_a + x_b + x_c) \quad (3.10)$$

- Secuencia *positiva* o componente *directa*:

$$x_1 = \frac{1}{3} \cdot (x_a + a \cdot x_b + a^2 \cdot x_c) \quad (3.11)$$

- Secuencia *negativa* o componente *inversa*:

$$x_2 = \frac{1}{3} \cdot (x_a + a^2 \cdot x_b + a \cdot x_c) \quad (3.12)$$

Del mismo modo, partiendo de las componentes simétricas se obtiene el sistema trifásico inicial al multiplicar dichas componentes por la transformación de *Fortescue* inversa (3.3):

$$\begin{bmatrix} x_a \\ x_b \\ x_c \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_0 \\ x_1 \\ x_2 \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

Obteniéndose las componentes *abc* del vector \mathbf{x} :

$$\begin{aligned}x_a &= (x_0 + x_1 + x_2) \\x_b &= (x_0 + a^2 \cdot x_1 + a \cdot x_2) \\x_c &= (x_0 + a \cdot x_1 + a^2 \cdot x_2)\end{aligned}\quad (3.14)$$

Teniendo en cuenta que un hueco de tensión es un desequilibrio de la tensión, el análisis por medio de las componentes simétricas resulta muy útil, puesto que simplifica bastante la complejidad del sistema. Así, los huecos de tensión se pueden representar por medio de sus componentes *homopolar*, *directa* e *inversa*, las cuales se obtienen aplicando la transformada de Fortescue (3.3) a las expresiones de la tensión escritas en forma fasorial (Tabla 3.4), resultando las expresiones mostradas en la Tabla 3.6. Se observa que el único hueco que no presenta componente *inversa* es el hueco de tensión simétrico (tipo A).

Tipo de hueco	Componente <i>homopolar</i>	Componente <i>directa</i>	Componente <i>inversa</i>
A (A ₁ o A ₂)	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
B	$\underline{V}_0 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
C	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
D	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
E (E ₁ o E ₂)	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
F (F ₁ o F ₂)	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
G (G ₁ o G ₂)	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$

Tabla 3.6: Componentes simétricas de los huecos de tensión abruptos. Fuente: L. Guasch [35].

3.6.3. Modelo del hueco de tensión discreto

3.6.3.1. Modelo en variables de fase y en variables temporales

Si se considera que el hueco de tensión se recupera por etapas, la tipología del hueco cambia durante la recuperación de la tensión [24]. Por este motivo, es importante tener en cuenta este efecto de la recuperación discreta. En la Tabla 3.7 se muestra la secuencia que sigue el hueco de tensión durante su recuperación, así como los diagramas fasoriales y la representación temporal de la tensión, considerando los huecos simétricos discretos. En la Tabla 3.8 se hace lo propio para los huecos asimétricos discretos.

Por lo que respecta a las expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión discretos, éstas se pueden deducir fácilmente de las correspondientes al caso abrupto (Tabla 3.4 y Tabla 3.5). Por ejemplo, supóngase que se produce un hueco de tensión simétrico discreto tipo A_3 . Mientras dura el hueco de tensión (entre t_{0h} y t_{f1}) éste se corresponde, como es lógico, a un hueco tipo A_3 . Entre los instantes de la primera y de la segunda recuperación de la tensión (entre t_{f1} y t_{f2}), se obtiene un hueco tipo E_{2a} , según se muestra en la Tabla 3.7. Ahora bien, entre los instantes de la segunda y de la tercera recuperación de la tensión (entre t_{f2} y t_{f3}), el hueco se convierte en un tipo B_b . El subíndice b significa que los fasores de tensión \underline{V}_a y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase b, a diferencia de las expresiones mostradas en la Tabla 3.4 y en la Tabla 3.5, donde se considera que los fasores \underline{V}_b y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase a. En la Tabla 3.9 se muestran los fasores y las expresiones temporales para el hueco de tensión A_3 , junto con las de los huecos simétricos discretos tipo A_1 y A_2 .

El mismo razonamiento se aplica a los restantes huecos de tensión discretos y se obtienen las expresiones fasoriales y temporales mostradas desde la Tabla 3.10 a la Tabla 3.12. Cabe notar que en estas tablas no se muestran las expresiones correspondientes a los huecos asimétricos tipo B, C y D dado que estos presentan una única recuperación de la tensión, por lo que ya han sido estudiados en el subapartado 3.6.2, al considerar los huecos abruptos.

Hueco	Secuencia	Diagrama fasorial	Representación temporal
A ₁	A ₁ → C _a		
A ₂	A ₂ → D _a		
A ₃	A ₃ → E _{2a} → B _b		
A ₄	A ₄ → F _{2a} → C _b *		
A ₅	A ₅ → G _{2a} → D _b *		

Notas:

- El subíndice a (C_a, D_a...) denota que los fasores \underline{V}_b y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase a.
- El subíndice b (B_b, C_b*...) denota que los fasores \underline{V}_a y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase b.
- Los huecos C* y D* son idénticos a los huecos C y D, pero restringidos a $h = 1/3 \dots 1$ en vez de $h = 0 \dots 1$

Tabla 3.7: Huecos de tensión simétricos discretos: secuencia, diagrama fasorial y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: M. H. J. Bollen [24].

Hueco	Secuencia	Diagrama fasorial	Representación temporal
E_1	$E_{1a} \rightarrow B_c$		
E_2	$E_{2a} \rightarrow B_b$		
F_1	$F_{1a} \rightarrow C_c^*$		
F_2	$F_{2a} \rightarrow C_b^*$		
G_1	$G_{1a} \rightarrow D_c^*$		
G_2	$G_{2a} \rightarrow D_b^*$		

Notas:

- El subíndice a ($E_{1a}, F_{1a} \dots$) denota que los fasores \underline{V}_b y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase a.
- El subíndice b ($B_b, C_b^* \dots$) denota que los fasores \underline{V}_a y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase b.
- El subíndice c ($B_c, C_c^* \dots$) denota que los fasores \underline{V}_a y \underline{V}_b son simétricos con respecto a la fase c.
- Los huecos C^* y D^* son idénticos a los huecos C y D, pero restringidos a $h = 1/3 \dots 1$ en vez de $h = 0 \dots 1$

Tabla 3.8: Huecos de tensión asimétricos discretos: secuencia, diagrama fasorial y representación temporal ($h = 0.5$, $\Delta t = 5$ ciclos y $\psi = 80^\circ$). Fuente: M. H. J. Bollen [24].

Hueco	Intervalo	Expresiones fasoriales	Expresiones temporales
	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo A ₁)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
A ₁	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo C _a)	$\underline{V}_a = \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$
			$\alpha = -\text{atan}(\sqrt{3} \cdot h) + \frac{\pi}{3}$
	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo A ₂)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
A ₂	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo D _a)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$
			$\alpha = \text{atan}\left(\frac{h}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6}$
	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo A ₃)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
A ₃	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo E _{2a})	$\underline{V}_a = \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \varphi_v)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$ (Tipo B _b)	$\underline{V}_a = \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$
		$\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$
		$\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$

Tabla 3.9: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión simétricos discretos A₁, A₂ y A₃.

Hueco	Intervalo	Expresiones fasoriales	Expresiones temporales
A ₄	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo A ₄)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo F _{2a})	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) - \frac{\pi}{6}$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$ (Tipo C _b [*])	$\underline{V}_a = \frac{1+3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = \frac{1-3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a + \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = -\text{atan}(\sqrt{3} \cdot h_r) + \frac{\pi}{3}$
A ₅	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo A ₅)	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo G _{2a})	$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{2+h}{3} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+7 \cdot h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+7 \cdot h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = -\text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) + \frac{\pi}{3}$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$ (Tipo D _b [*])	$\underline{V}_a = \frac{3+h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = \frac{-3+h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a + \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h_r \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = \text{atan}\left(\frac{h_r}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6}$

Tabla 3.10: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión simétricos discretos A₄ y A₅.

Hueco	Intervalo	Expresiones fasoriales	Expresiones temporales
E_1	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo E_{1a})	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo B_c)	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
F_1	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo F_{1a})	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) - \frac{\pi}{6}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo C_c^*)	$\underline{V}_a = \frac{1+3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = \frac{1-3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a - \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = -\text{atan}(\sqrt{3} \cdot h_r) + \frac{\pi}{3}$
G_1	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo G_{1a})	$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{2+h}{3} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = -\text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) + \frac{\pi}{3}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo D_c^*)	$\underline{V}_a = \frac{3+h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = \frac{-3+h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a - \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h_r \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = \text{atan}\left(\frac{h_r}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6}$

Tabla 3.11: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión asimétricos discretos E_1 , F_1 y G_1 .

Hueco	Intervalo	Expresiones fasoriales	Expresiones temporales
E ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo E _{2a})	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo B _b)	$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right)$
F ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo F _{2a})	$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot h \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \sqrt{\frac{1+h+h^2}{3}} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = \text{atan}\left(\frac{\sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) - \frac{\pi}{6}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo C _b [*])	$\underline{V}_a = \frac{1+3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = \frac{1-3 \cdot h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a + \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+3 \cdot h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = -\text{atan}(\sqrt{3} \cdot h_r) + \frac{\pi}{3}$
G ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$ (Tipo G _{2a})	$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{2+h}{3} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{1+h+7 \cdot h^2}}{3} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} + \alpha\right)$ $\alpha = -\text{atan}\left(\frac{3 \cdot \sqrt{3} \cdot h}{2+h}\right) + \frac{\pi}{3}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$ (Tipo D _b [*])	$\underline{V}_a = \frac{3+h_r}{4} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1-h_r) \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h_r \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = \frac{-3+h_r}{4} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{4} \cdot (1+h_r) \cdot \underline{V}$	$v_a = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a + \alpha)$ $v_b = \sqrt{2} \cdot h_r \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right)$ $v_c = \sqrt{2} \cdot \frac{\sqrt{3+h_r^2}}{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3} - \alpha\right)$ $h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3} \quad \alpha = \text{atan}\left(\frac{h_r}{\sqrt{3}}\right) - \frac{\pi}{6}$

Tabla 3.12: Expresiones fasoriales y temporales de los huecos de tensión asimétricos discretos E₂, F₂ y G₂.

3.6.3.2. Modelo en componentes simétricas

Para obtener el modelo matemático del hueco de tensión discreto en componentes simétricas, se deben multiplicar las expresiones fasoriales (de la Tabla 3.9 a la Tabla 3.12) por la matriz de transformación de Fortescue (3.3), del mismo modo que se operó en el caso del hueco abrupto (Tabla 3.6). Las componentes simétricas de los huecos de tensión simétricos discretos se muestran en la Tabla 3.13, mientras que las expresiones correspondientes a los huecos asimétricos discretos se muestran en la Tabla 3.14. En esta última tabla no se muestran las componentes simétricas de los huecos asimétricos tipo B, C y D dado que estos presentan una única recuperación de la tensión, por lo que ya han sido estudiados en el subapartado 3.6.2, al considerar los huecos abruptos.

Hueco	Intervalo	Componente homopolar	Componente directa	Componente inversa
A ₁	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
A ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
A ₃	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1+j \cdot \sqrt{3})$	$\underline{V}_1 = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$
A ₄	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$
A ₅	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f2} \leq t \leq t_{f3}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$

Nota:

$$- h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3}$$

Tabla 3.13: Componentes simétricas de los huecos de tensión simétricos discretos.

Hueco	Intervalo	Componente homopolar	Componente directa	Componente inversa
E ₁	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$	$\underline{V}_2 = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1+j \cdot \sqrt{3})$
E ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1+j \cdot \sqrt{3})$	$\underline{V}_2 = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{6} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$
F ₁	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1+j \cdot \sqrt{3})$
F ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$
G ₁	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1+j \cdot \sqrt{3})$
G ₂	$t_{0h} \leq t \leq t_{f1}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
	$t_{f1} \leq t \leq t_{f2}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h_r}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h_r}{4} \cdot \underline{V} \cdot (1-j \cdot \sqrt{3})$

Nota:

$$- h_r = \frac{1+2 \cdot h}{3}$$

Tabla 3.14: Componentes simétricas de los huecos de tensión asimétricos discretos.

3.7. Huecos de tensión a estudiar

Una de las hipótesis que permiten obtener el modelo matemático de la máquina de inducción doblemente alimentada (véase el Capítulo 4) es que se trata de una máquina simétrica, es decir, las bobinas del estator y del rotor se consideran iguales entre sí, presentan el mismo número de espiras, la misma resistencia y sus ejes magnéticos están desfasados 120° geométricos. Por lo tanto, esta máquina se comporta como un conjunto equilibrado de impedancias. En consecuencia, sólo pueden aparecer desequilibrios en las corrientes si existen desequilibrios en las tensiones de alimentación. Esto significa que la componente *directa* de las corrientes es debida solamente a la componente *directa* de las tensiones, del mismo modo que las componentes *inversa* y *homopolar* de las corrientes son debidas a las componentes *inversa* y *homopolar* de las tensiones, respectivamente.

Los devanados de la máquina de inducción doblemente alimentada se conectan bien en estrella con neutro aislado, bien en triángulo. Por un lado, la conexión en estrella con neutro aislado no permite la circulación de corriente por el neutro, por lo que las tres corrientes de fase suman cero en todo momento. En consecuencia, según (3.10) no existe componente *homopolar* en las corrientes. Por otro lado, en la conexión en triángulo las tensiones de fase suman cero en todo momento, por lo que según (3.10) la componente *homopolar* de las tensiones de fase es siempre nula. Dado que la componente *homopolar* de las corrientes es debida únicamente a la componente *homopolar* de las tensiones, como se ha comentado anteriormente, se deduce que en la conexión en triángulo las corrientes tampoco presentan componente *homopolar*.

Por lo tanto, teniendo presente que las conexiones de los devanados del generador de inducción doblemente alimentado no permiten la circulación de corrientes *homopolares*, según la Tabla 3.6 los huecos de tensión abruptos B y E (este último con sus variantes E_1 y E_2) no es necesario considerarlos. Al anular la componente *homopolar* se tiene, por un lado, que el hueco B es un caso particular del hueco D: un hueco D con $h = 1/3 \dots 1$ presenta las mismas componentes *directa* e *inversa* que un hueco tipo B con $h = 0 \dots 1$. Por otro lado, las componentes *directa* e *inversa* de los huecos E y G son las mismas. En efecto, esto está en concordancia con *M. H. J. Bollen et al.*[34], donde se especifica que de los siete tipos de huecos de tensión (abruptos), tan sólo se deben considerar cinco tipos para analizar el impacto de los mismos en las terminales de los sistemas eólicos de producción de energía eléctrica, al no tenerse en cuenta ni el hueco tipo B ni el tipo E porque son los únicos que presentan componente *homopolar*.

Por lo que respecta a los huecos de tensión discretos, según la Tabla 3.14 tampoco se deben estudiar los efectos producidos por los huecos E_1 y E_2 , al presentar éstos componente *homopolar*. Por otro lado, en la Tabla 3.7 se muestra la secuencia de los huecos simétricos discretos durante la recuperación de la tensión. Se observa que el hueco A_3 se convierte en un hueco tipo E_{2a} y éste en uno tipo B_b . Por ello, en la Tabla 3.13 se observa que el único hueco de tensión simétrico discreto que presenta componente *homopolar* es el tipo A_3 . En consecuencia, este hueco de tensión tampoco se debe tener en cuenta.

En conclusión, se van a estudiar los efectos que producen los siguientes huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado:

- Huecos abruptos: A (con sus variantes A_1 y A_2), C, D, F (con sus variantes F_1 y F_2) y G (con sus variantes G_1 y G_2).
- Huecos discretos: A_1 , A_2 , A_4 , A_5 , F_1 , F_2 , G_1 y G_2 .

Además, en el Capítulo 7 se estudiará también la influencia de las características del hueco para cada tipología, es decir:

- Profundidad.
- Duración.

3.8. Sumario

En este capítulo se ha definido el concepto de hueco de tensión. Se han descrito las causas que originan este tipo de perturbaciones y las consecuencias que producen en los equipos conectados a la red. De entre las causas más comunes se han destacado las faltas (cortocircuitos) al ser éstas las más comunes y las que producen los efectos más severos sobre los equipos conectados a la red. En cuanto a las consecuencias, se destaca la aparición de grandes picos de corriente en la recuperación de la tensión, lo que provoca actuación de las protecciones que desconectan el equipo de la red eléctrica, un efecto a evitar en el generador de inducción doblemente alimentado, teniendo en cuenta los actuales códigos de red.

También se ha mostrado la clasificación de los huecos de tensión en función del nudo del sistema eléctrico de potencia en el que se originan las faltas y de su transmisión a los otros niveles de tensión. Esta clasificación contempla siete tipologías de hueco: A, B, C, D, E, F y G. El hueco de tensión queda caracterizado por cuatro parámetros: profundidad, duración, tipología y ángulo de la impedancia de Thévenin de la red. En la presente tesis doctoral se estudian los efectos producidos por los tres primeros, ya que el último parámetro es constante para un determinado tipo de red. El ángulo de la impedancia de Thévenin de la red fija el instante de la recuperación de la tensión. Además, si se tiene en cuenta que el hueco se recupera en los pasos por cero de la corriente de falta (momento de actuación de las protecciones) se obtiene una recuperación de la tensión por etapas (en distintos instantes de tiempo), en función de las fases afectadas por la falta, dando lugar a los huecos de tensión discretos: $A_1, A_2, A_3, A_4, A_5, B, C, D, E_1, E_2, F_1, F_2, G_1$ y G_2 , distinguiéndose de los huecos de tensión abruptos, en los que la recuperación de la tensión se produce instantáneamente.

En este capítulo se han hecho aportaciones al modelado de los huecos de tensión. Se ha mostrado el modelo matemático de todas las tipologías de hueco en su forma fasorial, sus expresiones temporales y se ha aplicado la transformación de *Fortescue* para obtener las componentes simétricas (*directa, inversa* y *homopolar*) de cada hueco, lo que ayuda a simplificar su estudio. Es importante notar que el hueco de tensión abrupto es bien conocido en la literatura. No obstante, no ocurre lo mismo para el hueco de tensión discreto. En este capítulo se ha desarrollado el modelo matemático de los huecos de tensión discretos (sus fasores, sus expresiones temporales y sus componentes simétricas).

También se ha expuesto que debido a que los devanados del generador de inducción doblemente alimentado se conectan en estrella aislada o en triángulo, no existe circulación de corrientes *homopolares*, por lo que no se estudiarán los efectos producidos por los huecos A_3, B, E_1 y E_2 .

Por lo tanto, se ha cumplido con el objetivo 2 de la tesis doctoral: clasificar, caracterizar y modelizar los huecos de tensión.

Capítulo 4. Modelo matemático de la máquina de inducción doblemente alimentada

4.1. Introducción

El modelo de la máquina eléctrica depende del nivel de precisión que se quiere conseguir. Por lo que respecta al generador de inducción doblemente alimentado, los modelos matemáticos más utilizados son conocidos por el nombre de *modelo de quinto orden* y *modelo de tercer orden*. El orden de un sistema es el número de ecuaciones matemáticas que describen su comportamiento. Así, en el modelo de quinto orden se tienen cinco ecuaciones (cuatro ecuaciones eléctricas, dos para el estator y otras dos para el rotor, más la ecuación mecánica), mientras que el modelo de tercer orden viene definido por dos ecuaciones eléctricas y una mecánica. Cabe notar que los modelos anteriores no contemplan la ecuación del ángulo mecánico. Si éste se tuviera en cuenta se debería incluir dicha ecuación, por lo que los modelos anteriores se denominarían *modelo de sexto orden* y *modelo de cuarto orden*, respectivamente.

El modelo de tercer orden deriva del modelo de quinto orden, que es el modelo genérico, al considerar nulas las derivadas de los flujos del estator. Este es el enfoque clásico, aunque existen otros métodos de reducción de las ecuaciones, que se presentan en *O. Wasynezuk et al.* [39]. Realizando esta hipótesis, las ecuaciones eléctricas del estator, que son constantes, se pueden sustituir en las del rotor, de modo que la máquina queda modelizada por dos ecuaciones eléctricas más la ecuación mecánica. En *J. B. Ekanayake et al.* [40] se realiza una comparativa entre estos dos modelos, concluyéndose que si se quiere analizar la máquina en detalle, el modelo de quinto orden presenta unos resultados más precisos, mientras que para estudios en los que se considere el generador como parte un gran sistema de potencia, el nivel de precisión obtenido con el modelo de tercer orden es suficiente, reduciéndose así tanto la complejidad del sistema como el tiempo de simulación. En algunos estudios, como por ejemplo en *A. Feijóo et al.* [41], se introduce una pequeña modificación al modelo de tercer orden, incorporando el modelo del convertidor en las ecuaciones eléctricas del rotor.

También existe el conocido como *modelo de segundo orden*, en el que se simplifica todavía más la complejidad del sistema y en el que paradójicamente no se desprecian las derivadas de los flujos del estator, siendo una opción utilizada para las teorías clásicas de control en análisis de estabilidad [42].

Por último, el *modelo de primer orden*, en el que se anulan todos los términos con derivadas (se correspondería con el modelo de régimen permanente), es el enfoque utilizado para considerar el generador de inducción doblemente alimentado como una parte de un sistema eléctrico de potencia en el que se desea estudiar, por ejemplo, los flujos de carga.

Aparte, existe un gran número de artículos científicos que tratan sobre la reducción del modelo dinámico del generador de inducción doblemente alimentado, lo cual está fuera del alcance de la tesis y por lo tanto no se tendrá en consideración.

En la presente tesis doctoral se considera el modelo de quinto orden, pues al pretender realizar un análisis exhaustivo del efecto de los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado, se requiere un nivel de detalle elevado. Este modelo es el normalmente utilizado en la literatura y se obtiene por medio de la transformación de *Park* [43]. No obstante, existe una variante de este modelo de quinto orden, que presenta la ventaja de que éste queda definido por dos ecuaciones con variables complejas, siendo por tanto una forma más compacta de expresar las ecuaciones eléctricas. Esto permite que las ecuaciones puedan ser tratables analíticamente. Este modelo se obtiene por medio de la transformación de *Ku* [44], [45] y es el considerado en la presente tesis doctoral, dado que se pretende resolver analíticamente el transitorio eléctrico de la máquina (véase el Capítulo 6 para más detalles).

En este capítulo se parte de las ecuaciones de la máquina en componentes *abc* y se aplica tanto la transformación de *Park* como la de *Ku* para obtener el modelo dinámico en variables transformadas. Además, se consideran las tres referencias más utilizadas para el análisis de máquinas eléctricas [46] (referencia fija al estator, referencia fija al rotor y referencia sincronismo) y se muestra el modelo eléctrico para cada una de ellas. Finalmente, se deducen las ecuaciones que describen el comportamiento de la máquina en régimen permanente.

4.2. Hipótesis de partida

Las suposiciones que se adoptan para obtener el modelo matemático de la máquina son las siguientes:

- Estator y rotor lisos (entrehierro constante).
- Máquina simétrica (las bobinas del estator y del rotor se consideran iguales entre sí, presentan el mismo número de espiras, la misma resistencia y sus ejes magnéticos están desfasados 120° geométricos).
- Comportamiento magnético del hierro lineal (no hay saturación magnética).
- Permeabilidad magnética del hierro elevada (la reluctancia magnética del hierro es despreciable frente a la reluctancia magnética del entrehierro).
- Distribución senoidal del campo en el entrehierro.
- No existen pérdidas en el hierro del estator y del rotor.

Por otro lado, es importante comentar que los devanados de la máquina de inducción doblemente alimentada se suelen conectar en estrella aislada o en triángulo. Para obtener el modelo matemático se va a suponer la primera opción. Lo importante es que tanto en una conexión como en la otra no se permite la circulación de componente *homopolar* de las corrientes al no existir conductor de retorno (neutro), como se comentó en el Capítulo 3. Por lo tanto, las ecuaciones *homopolares* que resultan de aplicar las transformaciones de *Ku* o de *Park* no se tendrán en cuenta para estudiar el comportamiento dinámico de la máquina.

4.3. Parámetros de la máquina

Antes de obtener el modelo matemático de la máquina, se definen los parámetros que configuran la misma:

- R_s = resistencia de los devanados del estator ($R_{sa} = R_{sb} = R_{sc} = R_s$).
- R_r = resistencia de los devanados del rotor ($R_{ra} = R_{rb} = R_{rc} = R_r$).
- N_s = número de espiras de los devanados del estator ($N_{sa} = N_{sb} = N_{sc} = N_s$).
- N_r = número de espiras de los devanados del rotor ($N_{ra} = N_{rb} = N_{rc} = N_r$).
- l_s = inductancia propia de los devanados del estator ($l_{sa} = l_{sb} = l_{sc} = l_s$):

$$l_s = L_{sd} + m_s \quad (4.1)$$

- L_{sd} = inductancia de dispersión de los devanados del estator ($L_{sad} = L_{sbd} = L_{scd} = L_{sd}$).
- m_s = inductancia mutua entre los devanados del estator ($m_{sab} = m_{sbc} = m_{sca} = m_s$):

$$m_s = K \cdot N_s^2 \quad (4.2)$$

- l_r = inductancia propia de los devanados del rotor ($l_{ra} = l_{rb} = l_{rc} = l_r$):

$$l_r = L_{rd} + m_r \quad (4.3)$$

- L_{rd} = inductancia de dispersión de los devanados del rotor ($L_{rad} = L_{rbd} = L_{rcd} = L_{rd}$).
- m_r = inductancia mutua entre los devanados del rotor ($m_{rab} = m_{rbc} = m_{rca} = m_r$):

$$m_r = K \cdot N_r^2 \quad (4.4)$$

- m = inductancia mutua entre los devanados del estator y del rotor ($m_{sara} = m_{sarb} = m_{sarc} = m_{sbra} = m_{sbrb} = m_{sbrc} = m_{scra} = m_{scrb} = m_{scrc} = m$):

$$m = K \cdot N_s \cdot N_r \quad (4.5)$$

Nótese que para el cálculo de las inductancias mutuas se utiliza el coeficiente K , que depende de la geometría de la máquina (véase la Figura 4.1) y se calcula de la siguiente manera [46]:

$$K = \frac{\mu_0 \cdot \pi \cdot R \cdot l}{4 \cdot \delta} \quad (4.6)$$

siendo:

- R = radio medio del entrehierro (radio de la circunferencia interior inscrita por el estator).
- l = longitud axial del entrehierro.
- δ = espesor del entrehierro.
- $\mu_0 = 4 \cdot \pi \cdot 10^{-7} \text{H/m}$ = permeabilidad del vacío.

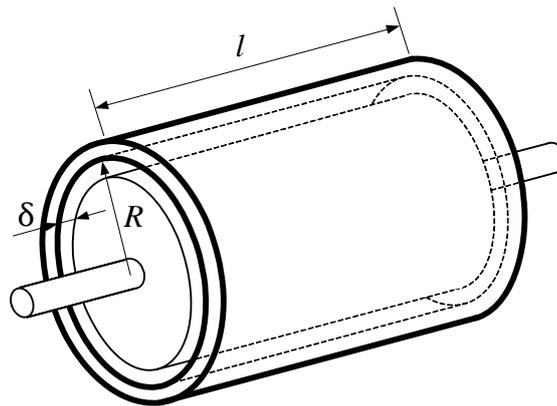


Figura 4.1: Parámetros geométricos de la máquina de inducción doblemente alimentada.

En la presente tesis doctoral se estudia un generador de inducción doblemente alimentado de 2 MW de potencia nominal, cuyos parámetros se han obtenido de *J. G. Sloopweg et al.* [47]. En el Anexo A se muestran los parámetros eléctricos y mecánicos de dicho generador, así como sus valores nominales.

4.4. Modelo en componentes abc

En la Figura 4.2 se muestra el esquema simplificado de la máquina de inducción trifásica doblemente alimentada. En esta figura se observa que se ha adoptado el convenio motor para las intensidades de la máquina (las corrientes dibujadas son positivas) y así se hará para deducir todas las ecuaciones de la misma. Cuando esta máquina funcione como generador, se seguirán utilizando las mismas ecuaciones (sin añadir signos negativos) y algunas o todas las intensidades resultantes tendrán valores negativos con respecto a los dibujados en esta figura.

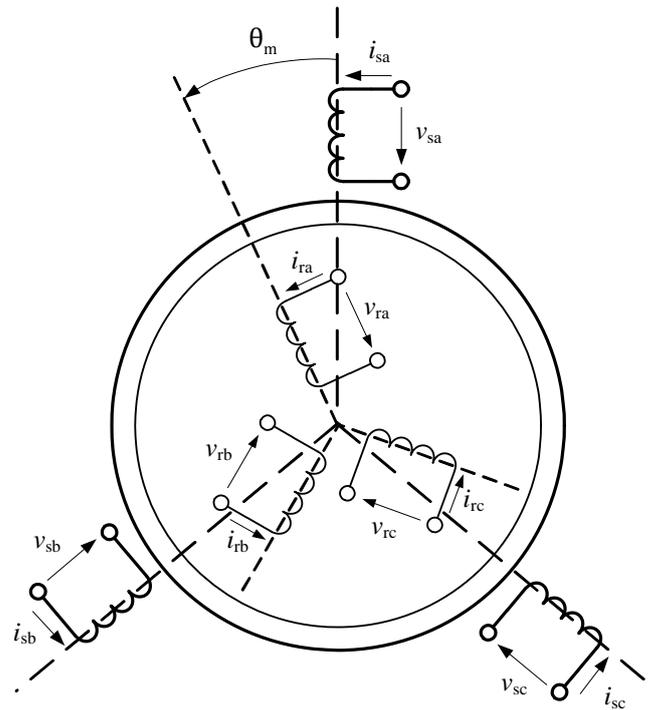


Figura 4.2: Máquina de inducción trifásica doblemente alimentada.

Las ecuaciones eléctricas que describen el comportamiento dinámico de la máquina de inducción trifásica doblemente alimentada son las siguientes (se utilizará el convenio motor, es decir, tanto las corrientes del estator como las del rotor se consideran entrantes al circuito):

$$\begin{aligned}
 v_{sa} &= R_s \cdot i_{sa} + \frac{d\phi_{sa}}{dt} & ; & & v_{sb} &= R_s \cdot i_{sb} + \frac{d\phi_{sb}}{dt} & ; & & v_{sc} &= R_s \cdot i_{sc} + \frac{d\phi_{sc}}{dt} \\
 v_{ra} &= R_r \cdot i_{ra} + \frac{d\phi_{ra}}{dt} & ; & & v_{rb} &= R_r \cdot i_{rb} + \frac{d\phi_{rb}}{dt} & ; & & v_{rc} &= R_r \cdot i_{rc} + \frac{d\phi_{rc}}{dt}
 \end{aligned}
 \tag{4.7}$$

donde los subíndices s y r hacen referencia al estator y al rotor, respectivamente.

Las ecuaciones anteriores se pueden representar mediante los circuitos eléctricos mostrados en la Figura 4.3, donde tanto los devanados del estator como los del rotor se suponen conectados en estrella.

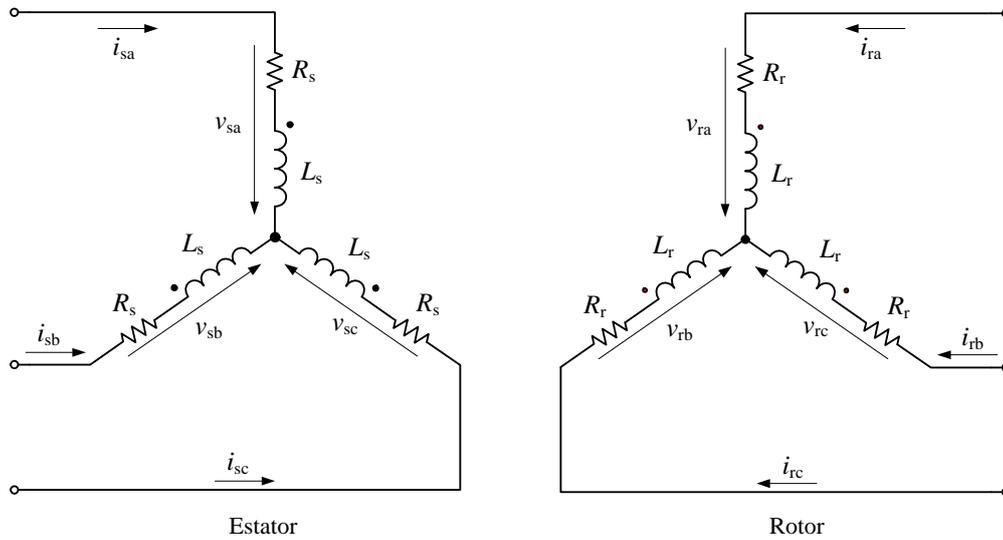


Figura 4.3: Circuitos eléctricos del estator y rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada, suponiendo conexión en estrella en los devanados del estator y del rotor.

Las ecuaciones anteriores se pueden representar de forma matricial, de la siguiente manera:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\Phi}_s \\ \boldsymbol{\Phi}_r \end{bmatrix} \quad (4.8)$$

siendo:

- La matriz de resistencias:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (4.9)$$

- El vector de tensiones:

$$\mathbf{v} = [\mathbf{v}_s \quad \mathbf{v}_r]^t = [v_{sa} \quad v_{sb} \quad v_{sc} \quad v_{ra} \quad v_{rb} \quad v_{rc}]^t \quad (4.10)$$

- El vector de corrientes:

$$\mathbf{i} = [\mathbf{i}_s \quad \mathbf{i}_r]^t = [i_{sa} \quad i_{sb} \quad i_{sc} \quad i_{ra} \quad i_{rb} \quad i_{rc}]^t \quad (4.11)$$

➤ El vector de flujos:

$$\boldsymbol{\phi} = [\boldsymbol{\phi}_s \quad \boldsymbol{\phi}_r]^t = [\phi_{sa} \quad \phi_{sb} \quad \phi_{sc} \quad \phi_{ra} \quad \phi_{rb} \quad \phi_{rc}]^t \quad (4.12)$$

El vector de flujos se puede representar como:

$$\boldsymbol{\phi} = \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sr}(\theta_m) \\ \mathbf{M}_{rs}(\theta_m) & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} \quad (4.13)$$

siendo $\mathbf{M}(\theta_m)$ la matriz de coeficientes de acoplamiento, la cual está formada por las siguientes submatrices:

$$\mathbf{M}_{ss} = \begin{bmatrix} l_s & m_s \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & m_s \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \\ m_s \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & l_s & m_s \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ m_s \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & m_s \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & l_s \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_s & -\frac{1}{2} \cdot m_s & -\frac{1}{2} \cdot m_s \\ -\frac{1}{2} \cdot m_s & l_s & -\frac{1}{2} \cdot m_s \\ -\frac{1}{2} \cdot m_s & -\frac{1}{2} \cdot m_s & l_s \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

$$\mathbf{M}_{rr} = \begin{bmatrix} l_r & m_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & m_r \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) \\ m_r \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & l_r & m_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) \\ m_r \cdot \cos\left(\frac{2\pi}{3}\right) & m_r \cdot \cos\left(-\frac{2\pi}{3}\right) & l_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} l_r & -\frac{1}{2} \cdot m_r & -\frac{1}{2} \cdot m_r \\ -\frac{1}{2} \cdot m_r & l_r & -\frac{1}{2} \cdot m_r \\ -\frac{1}{2} \cdot m_r & -\frac{1}{2} \cdot m_r & l_r \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

$$\mathbf{M}_{sr}(\theta_m) = \begin{bmatrix} m \cdot \cos(\theta_m) & m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta_m) & m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta_m) \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

$$\mathbf{M}_{rs}(\theta_m) = \begin{bmatrix} m \cdot \cos(\theta_m) & m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta_m) & m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ m \cdot \cos\left(\theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos\left(\theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & m \cdot \cos(\theta_m) \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

Se observa que la matriz de acoplamiento estator-rotor es igual a la transpuesta de la matriz de acoplamiento rotor-estator y viceversa:

$$\mathbf{M}_{sr}(\theta_m) = [\mathbf{M}_{rs}(\theta_m)]^t \quad (4.18)$$

En la matriz de acoplamientos estator-rotor y rotor-estator aparece el ángulo mecánico, θ_m , es decir, el ángulo que marca la posición del rotor para cada instante de tiempo. El ángulo mecánico es igual al desfase entre los ejes magnéticos de las bobinas del estator y las del rotor de la misma fase, como se muestra en la Figura 4.2.

Sustituyendo el vector de flujos como producto de la matriz de acoplamientos por el vector de corrientes en la ecuación (4.8), se obtiene:

$$\begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\boldsymbol{\Phi}}{dt} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\mathbf{M}(\theta_m)}{d\theta_m} \cdot \frac{d\theta_m}{dt} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\mathbf{M}(\theta_m)}{d\theta_m} \cdot \omega_m \cdot \mathbf{i} + \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} \end{aligned} \quad (4.19)$$

siendo ω_m la velocidad mecánica de giro:

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.20)$$

El par electromagnético de la máquina de inducción doblemente alimentada se calcula a partir de la energía, W_{mag} , o de la coenergía, W'_{mag} , como [46]:

$$\Gamma_m(t) = - \left. \frac{\partial W_{\text{mag}}(\boldsymbol{\Phi}, \theta_m)}{\partial \theta_m} \right|_{\boldsymbol{\Phi}=\text{cte}} = \left. \frac{\partial W'_{\text{mag}}(\mathbf{i}, \theta_m)}{\partial \theta_m} \right|_{\mathbf{i}=\text{cte}} \quad (4.21)$$

Dado que se ha supuesto un sistema magnético lineal, la energía y coenergía coinciden, de modo que:

$$\Gamma_m(t) = \frac{\partial}{\partial \theta_m} \left\{ \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}^t \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \right\} = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}(\theta_m)}{\partial \theta_m} \cdot \mathbf{i} \quad (4.22)$$

Según las ecuaciones (4.14) y (4.15) las matrices de acoplamiento mutuo, \mathbf{M}_{ss} y \mathbf{M}_{rr} , no dependen del ángulo mecánico, lo cual implica que todos sus coeficientes son constantes y por lo tanto su derivada es nula, resultando:

$$\Gamma_m(t) = \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_m)}{\partial \theta_m} \cdot \mathbf{i}_r + \frac{1}{2} \cdot \mathbf{i}_r^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{rs}(\theta_m)}{\partial \theta_m} \cdot \mathbf{i}_s \quad (4.23)$$

Y teniendo en cuenta la relación (4.18), resulta la siguiente expresión para el cálculo del par electromagnético:

$$\Gamma_m(t) = \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_m)}{\partial \theta_m} \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.24)$$

Operando, se obtiene:

$$\begin{aligned} \Gamma_m(t) = & -m \cdot \left\{ \left[i_{sa} \cdot \left(i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rb} - \frac{1}{2} \cdot i_{rc} \right) + i_{sb} \cdot \left(i_{rb} - \frac{1}{2} \cdot i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rc} \right) \right. \right. \\ & \left. \left. + i_{sc} \cdot \left(i_{rc} - \frac{1}{2} \cdot i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rb} \right) \right] \cdot \text{sen}(\theta_m) + \right. \\ & \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot [i_{sa} \cdot (i_{rb} - i_{rc}) + i_{sb} \cdot (i_{rc} - i_{ra}) + i_{sc} \cdot (i_{ra} - i_{rb})] \cdot \text{cos}(\theta_m) \right\} \end{aligned} \quad (4.25)$$

Finalmente, el comportamiento dinámico de la máquina de inducción doblemente alimentada viene definido por el siguiente sistema de ecuaciones de orden 8, formado por las 6 ecuaciones eléctricas (escritas en forma matricial, en componentes *abc*) y las 2 ecuaciones mecánicas:

$$\left. \begin{aligned} \mathbf{v} &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\mathbf{M}(\theta_m)}{dt} \cdot \omega_m \cdot \mathbf{i} + \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \frac{d\mathbf{i}}{dt} \\ \Gamma_m - \Gamma_{\text{res}} &= J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \\ \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4.26)$$

siendo:

- J = momento de inercia de la máquina.
- Γ_{res} = par resistente.

4.5. Ecuaciones reducidas al estator

Cuando dos devanados tienen distinto número de espiras, existe una relación de transformación entre ellos (efecto transformador). Reducir el devanado del rotor al devanado del estator significa realizar un cambio de variables de forma que se anula el efecto transformador entre los devanados, debido al distinto número de espiras.

La máquina de inducción doblemente alimentada se diferencia de la máquina de inducción con el rotor cortocircuitado (jaula de ardilla o rotor bobinado) en que el rotor también es accesible desde el exterior. Por este motivo, se puede trabajar con las variables reales del rotor o con las variables del rotor reducidas al estator. Sin embargo, los parámetros del esquema equivalente se suelen proporcionar reducidos al estator [46].

Para realizar la reducción al estator, se multiplica la segunda ecuación de (4.8), es decir, la correspondiente al rotor, por la relación de transformación entre bobinas, N_s / N_r :

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix} + \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} \boldsymbol{\phi}_s \\ \boldsymbol{\phi}_r \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \quad (4.27)$$

y se definen las tensiones, corrientes y flujos reducidos al estator, lo cual se indica por el superíndice *prima*:

$$\mathbf{v}'_r = \frac{N_s}{N_r} \cdot \mathbf{v}_r \quad ; \quad \mathbf{i}'_r = \frac{N_s}{N_r} \cdot \mathbf{i}_r \quad ; \quad \boldsymbol{\phi}'_r = \frac{N_s}{N_r} \cdot \boldsymbol{\phi}_r \quad (4.28)$$

Reescribiendo estas expresiones en forma matricial, se tiene:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{v}' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{v} \quad (4.29)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}'_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}'_r \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}'_r \end{bmatrix} \quad \Rightarrow \quad \mathbf{i} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{i}' \quad (4.30)$$

$$\begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r' \cdot \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Phi_s \\ \Phi_r' \end{bmatrix} \Rightarrow \Phi = \mathbf{T} \cdot \Phi' \quad (4.31)$$

Las ecuaciones eléctricas:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d\Phi}{dt} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.32)$$

al multiplicarlas por la matriz \mathbf{T} y expresarlas en variables reducidas, quedan de la siguiente manera:

$$\mathbf{T} \cdot \mathbf{v} = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{i}' + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{T} \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{T} \cdot \mathbf{i}' \} \Rightarrow \mathbf{v}' = \mathbf{R}' \cdot \mathbf{i}' + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m)' \cdot \mathbf{i}' \} \quad (4.33)$$

siendo:

- La matriz de resistencias reducida al estator:

$$\mathbf{R}' = \mathbf{T} \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}_r \cdot \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{R}_s & \mathbf{0} \\ \mathbf{0} & \mathbf{R}'_r \end{bmatrix} \quad (4.34)$$

- La matriz de acoplamientos reducida al estator:

$$\begin{aligned} \mathbf{M}(\theta_m)' &= \mathbf{T} \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{T} = \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sr}(\theta_m) \\ \mathbf{M}_{rs}(\theta_m) & \mathbf{M}_{rr} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 0 \\ 0 & \frac{N_s}{N_r} \end{bmatrix} \\ &= \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}_{sr}(\theta_m) \cdot \frac{N_s}{N_r} \\ \mathbf{M}_{rs}(\theta_m) \cdot \frac{N_s}{N_r} & \mathbf{M}_{rr} \cdot \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{M}_{ss} & \mathbf{M}'_{sr}(\theta_m) \\ \mathbf{M}'_{rs}(\theta_m) & \mathbf{M}'_{rr} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.35)$$

Por lo tanto, los parámetros de la máquina de inducción doblemente alimentada referidos al estator son los siguientes:

- Resistencia de los devanados del rotor (parámetro incluido en la submatriz \mathbf{R}'_r):

$$R'_r = \left(\frac{N_s}{N_r} \right)^2 \cdot R_r \quad (4.36)$$

- Inductancia propia, inductancia de dispersión e inductancia mutua de los devanados rotóricos (parámetros incluidos en la submatriz \mathbf{M}'_{rr}):

$$l'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \cdot l_r \quad ; \quad L'_{rd} = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \cdot L_{rd} \quad ; \quad m'_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \cdot m_r \quad (4.37)$$

- Inductancia mutua entre los devanados del estator y del rotor (parámetro incluido en las submatrices $\mathbf{M}'_{sr}(\theta_m)$ y $\mathbf{M}'_{rs}(\theta_m)$):

$$m' = \frac{N_s}{N_r} \cdot m \quad (4.38)$$

Cabe notar que la resistencia del estator y la inductancia mutua entre los devanados estáticos ya están reducidas al estator, por lo que no se modifican.

Por otro lado, teniendo en cuenta (4.2), (4.4), (4.5) y las inductancias mutuas referidas al estator (4.37) y (4.38), se tiene:

$$\begin{aligned} m_s &= K \cdot N_s^2 \\ m'_r &= \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \cdot m_r = \left(\frac{N_s}{N_r}\right)^2 \cdot K \cdot N_r^2 = K \cdot N_s^2 \\ m' &= \frac{N_s}{N_r} \cdot m = \frac{N_s}{N_r} \cdot K \cdot N_s \cdot N_r = K \cdot N_s^2 \end{aligned} \quad (4.39)$$

de modo que las inductancias mutuas entre los devanados del rotor y entre los devanados del estator y del rotor, al reducirse al estator, se corresponden con la inductancia mutua entre los devanados del estator:

$$m_s = m'_r = m' \quad (4.40)$$

En la presente tesis doctoral se considera que los parámetros de la máquina ya están reducidos al estator y por simplicidad se omite el superíndice *prima*.

4.6. Ecuaciones con \wp pares de polos

Cuando el rotor de una máquina eléctrica de un par de polos da una vuelta completa, la bobina del estator ve pasar un polo norte y un polo sur. En cambio, cuando el rotor de la máquina eléctrica de dos pares de polos da una vuelta mecánica completa, cada bobina del estator ve pasar dos polos norte y dos polos sur. En general, si la máquina eléctrica presenta \wp pares de polos, las situaciones descritas anteriormente se repiten cada vez que un nuevo par de polos ocupa en el espacio la posición del par de polos anterior. Bastará, por lo tanto, con cambiar θ_m por $\wp \cdot \theta_m$ en las expresiones (4.26). Esta sustitución se suele identificar de la siguiente manera: si θ_m es el ángulo *mecánico* de la máquina, las relaciones tensión-corriente se expresan en función de un ángulo *eléctrico*, θ_e , y de su derivada, cuya relación con el ángulo mecánico y con la velocidad mecánica es:

$$\theta_e = \wp \cdot \theta_m \quad ; \quad \omega_m = \frac{d\theta_e}{dt} = \frac{d(\wp \cdot \theta_m)}{dt} = \wp \cdot \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.41)$$

Consecuentemente, la matriz de acoplamientos dependerá del ángulo eléctrico:

$$\mathbf{M}(\theta_e) = \mathbf{M}(\wp \cdot \theta_m) \quad (4.42)$$

El par electromagnético considerando \wp pares de polos se obtiene a partir de la ecuación (4.24), teniendo en cuenta las relaciones (4.41) y (4.42):

$$\Gamma_m(t) = \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_e)}{\partial (\theta_e / \wp)} \cdot \mathbf{i}_r = \wp \cdot \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_e)}{\partial (\theta_e)} \cdot \mathbf{i}_r = \wp \cdot \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.43)$$

En conclusión, una máquina de inducción doblemente alimentada de \wp pares de polos se puede analizar como una de un par de polos, multiplicando el ángulo mecánico y la velocidad mecánica en las ecuaciones eléctricas por el número de pares de polos, \wp , mientras que en la ecuación mecánica se trabaja con la velocidad mecánica y con el par electromagnético multiplicado por los pares de polos, tal y como se muestra en la Tabla 4.1.

Ecuaciones	Parámetro	1 par de polos	\wp pares de polos
Eléctricas	Ángulo mecánico	θ_m	$\wp \cdot \theta_m$
	Velocidad mecánica	ω_m	$\wp \cdot \omega_m$
Mecánicas	Par electromagnético	$\Gamma_m(t)$	$\wp \cdot \Gamma_m(t)$
	Velocidad mecánica	ω_m	ω_m

Tabla 4.1: Equivalencias entre las ecuaciones de la máquina de inducción doblemente alimentada de uno y \wp pares de polos.

4.7. Condición de funcionamiento de la máquina

Para obtener la condición de funcionamiento de la máquina de inducción doblemente alimentada (y la de cualquier máquina eléctrica) se tiene que determinar para qué velocidades la máquina eléctrica produce un par medio no nulo:

$$\langle \Gamma_m(t) \rangle = \frac{1}{T} \cdot \int_0^T \Gamma_m(t) dt \neq 0 \quad (4.44)$$

A partir de esta condición, se deduce la relación entre la velocidad mecánica del rotor, ω_m , y las pulsaciones de las corrientes del estator, ω_s . Para ello, se suponen conocidas las intensidades, debido a que la expresión del par es fácil de evaluar, ya que es función de éstas. No obstante, el funcionamiento real de las máquinas eléctricas suele ser con tensiones conocidas.

La expresión del par electromagnético (4.25) para el caso de \wp pares de polos, resulta:

$$\begin{aligned} \Gamma_m(t) = & -\wp \cdot m \cdot \left\{ \left[i_{sa} \cdot \left(i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rb} - \frac{1}{2} \cdot i_{rc} \right) + i_{sb} \cdot \left(i_{rb} - \frac{1}{2} \cdot i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rc} \right) \right. \right. \\ & + i_{sc} \cdot \left. \left(i_{rc} - \frac{1}{2} \cdot i_{ra} - \frac{1}{2} \cdot i_{rb} \right) \right] \cdot \text{sen}(\wp \cdot \theta_m) + \\ & \left. + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot [i_{sa} \cdot (i_{rb} - i_{rc}) + i_{sb} \cdot (i_{rc} - i_{ra}) + i_{sc} \cdot (i_{ra} - i_{rb})] \cdot \text{cos}(\wp \cdot \theta_m) \right\} \end{aligned} \quad (4.45)$$

Se suponen las siguientes corrientes senoidales del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} i_{sa} &= \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{cos}(\omega_s \cdot t + \varphi_{I_s}) & ; & \quad i_{ra} = \sqrt{2} \cdot I_r \cdot \text{cos}(\omega_r \cdot t + \varphi_{I_r}) \\ i_{sb} &= \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{cos}\left(\omega_s \cdot t + \varphi_{I_s} - \frac{2\pi}{3}\right) & ; & \quad i_{rb} = \sqrt{2} \cdot I_r \cdot \text{cos}\left(\omega_r \cdot t + \varphi_{I_r} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ i_{sc} &= \sqrt{2} \cdot I_s \cdot \text{cos}\left(\omega_s \cdot t + \varphi_{I_s} + \frac{2\pi}{3}\right) & ; & \quad i_{rc} = \sqrt{2} \cdot I_r \cdot \text{cos}\left(\omega_r \cdot t + \varphi_{I_r} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (4.46)$$

donde ω_r es la pulsación de las corrientes del rotor.

Por otro lado, el ángulo mecánico, θ_m , se define como la integral de la velocidad mecánica, ω_m . Suponiendo que esta velocidad es constante, resulta:

$$\theta_m = \int \omega_m dt = \omega_m \cdot t + \theta_0 \quad (4.47)$$

siendo θ_0 el ángulo mecánico inicial.

Entonces, sustituyendo (4.46) y (4.47) en (4.45) y obteniendo el valor medio de la expresión resultante, según (4.44), se obtiene la ecuación del par electromagnético medio:

$$\langle \Gamma_m(t) \rangle = \wp \cdot 3 \cdot M \cdot I_s \cdot I_r \cdot \text{sen}[(\omega_s - \omega_r - \wp \cdot \omega_m) \cdot t + \varphi_{I_s} - \varphi_{I_r} - \wp \cdot \theta_0] \quad (4.48)$$

donde $M = 3/2 \cdot m$, como se observa en (4.85).

Para que el par medio sea no nulo, la función seno debe tener un valor constante (ya que el valor medio de cualquier función seno dependiente del tiempo es cero). Por lo tanto, la única manera de conseguir un valor medio no nulo es que el seno de la función sea igual al seno de una constante. En consecuencia, se tiene que cumplir que:

$$\langle \Gamma_m(t) \rangle \neq 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_s - \omega_r - \wp \cdot \omega_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_r = \omega_s - \wp \cdot \omega_m \quad (4.49)$$

Si se cumple la relación (4.49), el par electromagnético medio viene dado por:

$$\langle \Gamma_m(t) \rangle = \wp \cdot 3 \cdot M \cdot I_s \cdot I_r \cdot \text{sen}(\varphi_{I_s} - \varphi_{I_r} - \wp \cdot \theta_0) \quad (4.50)$$

que, efectivamente, es un valor no nulo.

4.8. Modelo dinámico de la máquina en variables transformadas

4.8.1. Necesidad de la transformación

En una máquina eléctrica rotativa, la posición de los ejes magnéticos de las bobinas del rotor varía con el tiempo y, en consecuencia, el ángulo mecánico también lo hace. Debido a la dependencia temporal del ángulo mecánico, el nivel de complejidad de las ecuaciones de la máquina eléctrica en componentes abc es bastante elevado, dado que aún realizando las hipótesis de comportamiento magnético lineal de la máquina y de velocidad constante, se tiene un sistema lineal de ecuaciones diferenciales con coeficientes que no son constantes, de modo que su resolución analítica no es posible.

Es por ello que normalmente se trabaja con un sistema de ecuaciones transformadas, en el cual una matriz de transformación consigue eliminar la dependencia de las ecuaciones con el ángulo mecánico, obteniéndose un sistema de ecuaciones lineales con coeficientes constantes (suponiendo que la velocidad de giro es constante y que el circuito magnético es lineal). De este modo las ecuaciones resultantes son tratables analíticamente y si se desean obtener las variables en componentes abc , se tiene que realizar una antitransformación de las variables transformadas.

Cabe notar que una de las hipótesis de partida para obtener el modelo matemático de la máquina de inducción doblemente alimentada, es que se trata de una máquina simétrica. Esto significa que las bobinas del estator y del rotor son iguales entre sí: presentan el mismo número de espiras, la misma resistencia y sus ejes magnéticos están desfasados 120° geométricos. Por este motivo es posible transformar tanto las ecuaciones del estator como las del rotor.

La transformación que se aplica a la máquina de inducción doblemente alimentada consiste en una matriz de transformación compuesta, formada por dos matrices de dimensión 3×3 :

$$\mathbf{T}_c(\Psi_s, \Psi_r) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\Psi_s) & 0 \\ 0 & \mathbf{T}(\Psi_r) \end{bmatrix} \quad (4.51)$$

siendo Ψ_s y Ψ_r dos ángulos arbitrarios que permiten realizar la transformación de las ecuaciones del estator y del rotor, respectivamente. Para eliminar la dependencia de las ecuaciones con el ángulo mecánico, estos ángulos deben cumplir la siguiente relación [46]:

$$\Psi_s = \wp \cdot \theta_m + \Psi_r \quad (4.52)$$

Por simplicidad se omitirá el subíndice s en el ángulo del estator de modo que la variable Ψ_r se puede expresar como:

$$\Psi_r = \Psi_s - \wp \cdot \theta_m = \Psi - \wp \cdot \theta_m \quad (4.53)$$

de modo que la matriz de transformación compuesta se puede escribir de la siguiente forma:

$$\mathbf{T}_c(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{T}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \quad (4.54)$$

y su inversa es:

$$\mathbf{T}_c^{-1}(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{T}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{T}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \quad (4.55)$$

El ángulo Ψ es arbitrario, pero se suele escoger de acuerdo a una de las siguientes tres referencias, que son las más utilizadas para el análisis de las máquinas eléctricas [46]:

- Referencia fija al estator: $\Psi = 0$
- Referencia fija al rotor: $\Psi - \wp \cdot \theta_m = 0 \Rightarrow \Psi = \wp \cdot \theta_m$
- Referencia sincronismo: $\Psi = \int \omega_s(t) dt$
 - Si $\omega_s(t)$ es constante y se considera nula la constante de integración, resulta:

$$\Psi = \omega_s \cdot t \quad (4.56)$$

siendo ω_s la pulsación de las tensiones del estator:

$$\omega_s = 2 \cdot \pi \cdot f_s \quad (4.57)$$

donde f_s es la frecuencia de las tensiones del estator (frecuencia de la red eléctrica).

Existen varias transformaciones que se pueden aplicar a la máquina de inducción (en *J. Pedra* y *M. Salichs* [48] existe una recopilación de las distintas matrices de transformación y su comparativa), aunque las más utilizadas son la de *Park* y la de *Ku*. En la literatura está más generalizado el uso de las

ecuaciones transformadas mediante *Park*, aunque por medio de la transformación de *Ku* se obtienen unas ecuaciones que son más compactas y por lo tanto más fáciles de manejar, ya que se pasa de un sistema de orden 6 (ecuaciones eléctricas en componentes *abc*) a un sistema de orden 2 con variables complejas (más la ecuación *homopolar* del estator y la del rotor), a diferencia de la transformación de *Park*, que transforma el sistema inicial en un sistema de orden 4 (más las 2 ecuaciones *homopolares*), tal y como se muestra en la Tabla 4.2.

Componentes <i>abc</i>	Transformación de <i>Park</i> (componentes <i>dq</i>)	Transformación de <i>Ku</i> (componentes <i>forward</i>)
Sistema de orden 6	Sistema de orden 4 + 2 ecuaciones <i>homopolares</i>	Sistema de orden 2 con variables complejas + 2 ecuaciones <i>homopolares</i>

Tabla 4.2: Orden del sistema (ecuaciones eléctricas) según la transformación aplicada.

4.8.2. Ecuaciones transformadas de *Ku*

La transformación de *Ku* tiene como principal ventaja que diagonaliza matrices circulantes, dado que tiene incorporada la transformación de *Fortescue* o de componentes simétricas [38]. Esta última transformación se utilizó en el Capítulo 3 para obtener las componentes simétricas de los huecos de tensión.

La transformación de *Ku* se define en [44]-[45]. En la presente tesis doctoral se utiliza en su forma normalizada (o potencia invariante):

$$\mathbf{K}(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} \\ e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{j\cdot\Psi} \end{bmatrix} \quad (4.58)$$

$$\mathbf{K}^{-1}(\Psi) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\cdot\Psi} & e^{-j\cdot\Psi} \\ 1 & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} \\ 1 & a \cdot e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} \end{bmatrix} \quad (4.59)$$

donde *a* es el operador complejo:

$$a = e^{j\frac{2\pi}{3}} \quad (4.60)$$

Se observa que:

$$\mathbf{K}^{-1}(\Psi) = [\mathbf{K}^t(\Psi)]^* \tag{4.61}$$

La transformación de Ku permite pasar de un sistema de tres ejes (ejes abc) a un sistema de dos ejes (eje real y eje imaginario) sobre el cual se proyecta el vector transformado. En la Figura 4.4 se muestra dicha transformación, donde \mathbf{x} es el vector correspondiente a la variable estudiada (tensión, corriente o flujo) y \mathbf{x}_k es el vector que resulta de aplicar la transformación de Ku . Es importante notar que los ejes real e imaginario estarán fijos (si se considera la referencia fija al estator), rotando a la velocidad de giro de la máquina, ω_m , (si la referencia considerada está fija al rotor), o girando a la pulsación ω_s si se tiene en cuenta la referencia sincronismo.

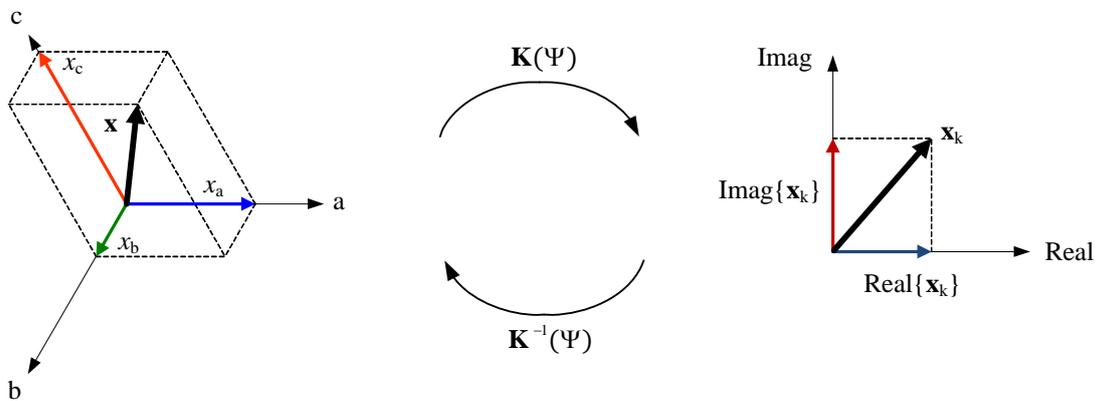


Figura 4.4: Transformación de Ku .

La transformación de Ku se aplica tanto a las variables del estator como a las variables del rotor, dando lugar a la transformación de Ku compuesta:

$$\mathbf{K}_c(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \tag{4.62}$$

$$\mathbf{K}_c^{-1}(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{K}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix}$$

resultando:

$$\mathbf{K}_c(\Psi, \theta_m) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^{-j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \end{bmatrix} \quad (4.63)$$

$$\mathbf{K}_c^{-1}(\Psi, \theta_m) = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\cdot\Psi} & e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a \cdot e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a^2 \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \end{bmatrix} \quad (4.64)$$

Para obtener las ecuaciones transformadas de Ku se parte de las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada en componentes abc , escritas en forma general:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.65)$$

y se aplica la transformación de Ku compuesta, \mathbf{K}_c , obteniéndose:

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{v} = \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.66)$$

Premultiplicando el vector de las corrientes \mathbf{i} por $\mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c$ se obtiene:

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{v} = \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} + \mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.67)$$

Obsérvese que esa operación no afecta al resultado, ya que el producto anterior da la matriz identidad:

$$\mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c = \mathbf{I} \quad (4.68)$$

El término del lado izquierdo de la igualdad de la ecuación (4.67) es el vector de las tensiones transformadas (producto de la matriz de transformación por el vector de las tensiones):

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{v} = \mathbf{v}_k \quad (4.69)$$

El primer sumando del lado derecho de la igualdad de la ecuación (4.67) se opera de la siguiente manera:

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k \quad (4.70)$$

dado que el producto de la matriz de transformación por el vector de las corrientes es dicho vector transformado:

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} = \mathbf{i}_k \quad (4.71)$$

y teniendo en cuenta que la diagonalización de la matriz de resistencias, \mathbf{R} , produce la misma matriz (ya que las resistencias de los devanados del estator, R_s , son iguales entre sí y lo mismo ocurre para las resistencias de los devanados del rotor, R_r):

$$\mathbf{R} = \mathbf{R}_k = \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \quad (4.72)$$

El segundo sumando del lado derecho de la igualdad de la ecuación (4.67) se opera de la siguiente manera, teniendo en cuenta la regla de la cadena al derivar un producto:

$$\begin{aligned} & \mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} \} = \\ & = \mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} + \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{i} \} \end{aligned} \quad (4.73)$$

Teniendo en cuenta la relación (4.71) y premultiplicando la matriz $\mathbf{M}(\theta_m)$ del primer sumando de la ecuación (4.73) por $\mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c$, se obtiene:

$$\mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_k \} \quad (4.74)$$

siendo:

$$\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{K}_c^{-1} = \mathbf{M}_k \quad (4.75)$$

la matriz de acoplamientos transformada. Cabe notar que esta matriz es constante (no depende del ángulo mecánico, θ_m). Dicho en otras palabras, mediante la diagonalización de la matriz de acoplamientos por medio de la matriz de transformación de Ku compuesta, se obtiene una nueva matriz con todos sus coeficientes constantes, que era precisamente el objetivo de la transformación de las ecuaciones de la máquina en componentes abc (eliminar la dependencia de las ecuaciones con el ángulo mecánico).

Teniendo en cuenta la ecuación (4.75), la ecuación (4.74) resulta:

$$\mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{K}_c^{-1} \cdot \mathbf{M}_k\} \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}_k\} \quad (4.76)$$

Como \mathbf{M}_k es constante, se puede poner fuera de la derivada, obteniéndose:

$$\mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{K}_c^{-1}\} \cdot \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}_k\} = \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}_k\} \quad (4.77)$$

siendo:

$$\mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{K}_c^{-1}\} = \boldsymbol{\omega} \quad (4.78)$$

Nótese que la matriz $\boldsymbol{\omega}$ tiene dimensiones de velocidad angular [rad/s] porque está formada por las derivadas de los ángulos del estator, Ψ , y del rotor, $\Psi - \varphi \cdot \theta_m$, como se observa en (4.88).

Por lo tanto, el segundo sumando del lado derecho de la igualdad de la ecuación (4.67) queda de la siguiente manera:

$$\boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}_k\} \quad (4.79)$$

Finalmente, si se sustituyen las ecuaciones (4.69), (4.70) y (4.79) en la ecuación (4.67), se obtienen las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada transformadas mediante Ku :

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_k + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_k \cdot \mathbf{i}_k + \mathbf{M}_k \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{i}_k\} \quad (4.80)$$

siendo:

- El vector de tensiones transformadas:

$$\mathbf{v}_k = \mathbf{K}_c(\Psi, \theta_m) \cdot \mathbf{v} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sk} \\ \mathbf{v}_{rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{sk} = \mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{v}_s = [v_{s0} \quad v_{sf} \quad v_{sb}]^t ; \quad \mathbf{v}_{rk} = \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{v}_r = [v_{r0} \quad v_{rf} \quad v_{rb}]^t \quad (4.81)$$

$$\mathbf{v}_k = [\mathbf{v}_{sk} \quad \mathbf{v}_{rk}]^t = [v_{s0} \quad v_{sf} \quad v_{sb} \quad v_{r0} \quad v_{rf} \quad v_{rb}]^t$$

donde los subíndices 0, f y b se refieren a las componentes *homopolar*, *forward* y *backward*, respectivamente.

- El vector de corrientes transformadas:

$$\mathbf{i}_k = \mathbf{K}_c(\Psi, \theta_m) \cdot \mathbf{i} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sk} \\ \mathbf{i}_{rk} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{sk} = \mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_s = [i_{s0} \quad i_{sf} \quad i_{sb}]^t ; \quad \mathbf{i}_{rk} = \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_r = [i_{r0} \quad i_{rf} \quad i_{rb}]^t \quad (4.82)$$

$$\mathbf{i}_k = [\mathbf{i}_{sk} \quad \mathbf{i}_{rk}]^t = [i_{s0} \quad i_{sf} \quad i_{sb} \quad i_{r0} \quad i_{rf} \quad i_{rb}]^t$$

- La matriz de resistencias:

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (4.83)$$

- La matriz de acoplamientos:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} l_s - m_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & l_s + \frac{1}{2} \cdot m_s & 0 & 0 & \frac{3}{2} \cdot m & 0 \\ 0 & 0 & l_s + \frac{1}{2} \cdot m_s & 0 & 0 & \frac{3}{2} \cdot m \\ 0 & 0 & 0 & l_r - m_r & 0 & 0 \\ 0 & \frac{3}{2} \cdot m & 0 & 0 & l_r + \frac{1}{2} \cdot m_r & 0 \\ 0 & 0 & \frac{3}{2} \cdot m & 0 & 0 & l_r + \frac{1}{2} \cdot m_r \end{bmatrix} \quad (4.84)$$

donde se realiza el siguiente cambio de notación:

$$\begin{aligned} L_{s0} &= l_s - m_s \quad ; \quad L_{r0} = l_r - m_r \\ L_s &= l_s + \frac{1}{2} \cdot m_s \quad ; \quad L_r = l_r + \frac{1}{2} \cdot m_r \quad ; \quad M = \frac{3}{2} \cdot m \end{aligned} \quad (4.85)$$

siendo L_{s0} y L_{r0} las inductancias *homopolares*. Sin embargo, de las ecuaciones (4.1) y (4.3) se observa que coinciden con las inductancias de dispersión del estator y del rotor, respectivamente, por lo que:

$$L_{s0} = L_{sd} = l_s - m_s \quad ; \quad L_{r0} = L_{rd} = l_r - m_r \quad (4.86)$$

Finalmente, teniendo en cuenta (4.85) y (4.86), la matriz de acoplamientos (4.84) resulta:

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & M \\ 0 & 0 & 0 & L_{rd} & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \quad (4.87)$$

➤ La matriz ω :

$$\omega = \mathbf{K}_c \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{K}_c^{-1}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & j \cdot \omega_\Psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j \cdot \omega_\Psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & j \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -j \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \end{bmatrix} \quad (4.88)$$

donde:

$$\omega_\Psi = \frac{d\Psi}{dt} \quad ; \quad \omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \quad (4.89)$$

Finalmente, sustituyendo las matrices \mathbf{R} , \mathbf{M}_k y ω (ecuaciones (4.83), (4.87) y (4.88), respectivamente) en la ecuación (4.80) y operando, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_{s0} \\ v_{sf} \\ v_{sb} \\ v_{r0} \\ v_{rf} \\ v_{rb} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_{sd} \cdot \frac{d}{dt} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) & 0 & \dots \\ 0 & 0 & R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \omega_\psi \right) & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & M \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] & 0 & \dots \\ 0 & 0 & M \cdot \left[\frac{d}{dt} - j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) & \dots \\ \dots & 0 & 0 & M \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \omega_\psi \right) \\ \dots & R_r + L_{rd} \cdot \frac{d}{dt} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & R_r + L_r \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] & \dots \\ \dots & 0 & 0 & R_r + L_r \cdot \left[\frac{d}{dt} - j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \end{bmatrix} \begin{bmatrix} i_{s0} \\ i_{sf} \\ i_{sb} \\ i_{r0} \\ i_{rf} \\ i_{rb} \end{bmatrix} \quad (4.90)$$

De (4.90) se obtienen las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada, transformadas mediante Ku :

➤ Ecuaciones *homopolares* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{s0} &= R_s \cdot i_{s0} + L_{sd} \cdot \frac{di_{s0}}{dt} \\ v_{r0} &= R_r \cdot i_{r0} + L_{rd} \cdot \frac{di_{r0}}{dt} \end{aligned} \quad (4.91)$$

➤ Ecuaciones *forward* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left\{ R_r + L_r \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \right\} \cdot i_{rf} + M \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \cdot i_{sf} \end{aligned} \quad (4.92)$$

➤ Ecuaciones *backward* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{sb} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \omega_\psi \right) \right] \cdot i_{sb} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \omega_\psi \right) \cdot i_{rb} \\ v_{rb} &= \left\{ R_r + L_r \cdot \left[\frac{d}{dt} - j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \right\} \cdot i_{rb} + M \cdot \left[\frac{d}{dt} - j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \cdot i_{sb} \end{aligned} \quad (4.93)$$

Cabe notar que las tensiones *forward* y *backward* del estator son complejo-conjugadas (lo mismo ocurre para las tensiones del rotor):

$$\begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{sb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} e^{-j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} \\ e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{j\cdot\Psi} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (4.94)$$

Teniendo en cuenta que las ecuaciones (4.92) y (4.93) correspondientes a dichas tensiones son complejo-conjugadas, las intensidades *forward* y *backward* que resultan de resolver el sistema de ecuaciones (4.90), también lo serán. Por lo tanto, tan sólo es necesario estudiar una de ellas: se trabajará con las ecuaciones *forward*. Las componentes *homopolares* (4.91), por su parte, no se tendrán en cuenta ya que los devanados de la máquina de inducción doblemente alimentada se conectan en estrella aislada o en triángulo, no existiendo conductor de retorno (neutro).

Por otro lado, la expresión del par electromagnético se obtiene a partir de la ecuación (4.43):

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.95)$$

Premultiplicando el vector \mathbf{i}_s por $\mathbf{K}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{K}(\Psi)$ y el vector \mathbf{i}_r por $\mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m)$ se obtiene:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \{\mathbf{K}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_s\}^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.96)$$

siendo el producto de la matriz de transformación por el vector de corrientes (estator y rotor), el vector de corrientes transformadas:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \{\mathbf{K}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_{sk}\}^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_{rk} \quad (4.97)$$

Aplicando la regla de la transpuesta del producto de matrices a la ecuación anterior:

$$\{\mathbf{A} \cdot \mathbf{B}\}^t = \mathbf{B}^t \cdot \mathbf{A}^t \Rightarrow \{\mathbf{K}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_{sk}\}^t = \mathbf{i}_{sk}^t \cdot [\mathbf{K}^{-1}(\Psi)]^t \quad (4.98)$$

y teniendo en cuenta la relación (4.61):

$$\mathbf{K}^{-1}(\Psi) = [\mathbf{K}^t(\Psi)]^* \Rightarrow [\mathbf{K}^{-1}(\Psi)]^t = \{[\mathbf{K}^t(\Psi)]^*\}^t = \mathbf{K}(\Psi)^* \quad (4.99)$$

resulta:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \mathbf{i}_{sk}^t \cdot \mathbf{K}(\Psi)^* \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot \mathbf{i}_{rk} \quad (4.100)$$

donde:

$$\mathbf{K}(\Psi)^* \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j \cdot \frac{3}{2} \cdot m \\ 0 & j \cdot \frac{3}{2} \cdot m & 0 \end{bmatrix} \quad (4.101)$$

Teniendo en cuenta la relación (4.85), la matriz anterior se puede expresar como:

$$\mathbf{K}(\Psi)^* \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{K}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j \cdot M \\ 0 & -j \cdot M & 0 \end{bmatrix} \quad (4.102)$$

Por lo tanto, el par electromagnético de la máquina de inducción doblemente alimentada se puede calcular de la siguiente manera:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \mathbf{i}_{sk}^t \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -j \cdot M \\ 0 & j \cdot M & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{i}_{rk} = \wp \cdot j \cdot M \cdot (i_{sb} \cdot i_{rf} - i_{sf} \cdot i_{rb}) \quad (4.103)$$

Y, dado que la corriente *backward* es igual a la corriente *forward* conjugada ($i_{sb} = i_{sf}^*$, $i_{rb} = i_{rf}^*$), resulta:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot 2 \cdot M \cdot \text{Im} \{i_{sf} \cdot i_{rf}^*\} \quad (4.104)$$

Otras expresiones del par electromagnético, que derivan de la anterior, son:

$$\begin{aligned} \Gamma_m(t) &= \wp \cdot 2 \cdot \text{Im} \{i_{sf} \cdot \Phi_{sf}^*\} \\ &= \wp \cdot 2 \cdot \text{Im} \{\Phi_{rf} \cdot i_{rf}^*\} \\ &= \wp \cdot 2 \cdot \frac{M}{L_r} \cdot \text{Im} \{i_{sf} \cdot \Phi_{rf}^*\} \\ &= \wp \cdot 2 \cdot \frac{M}{L_s} \cdot \text{Im} \{\Phi_{sf} \cdot i_{rf}^*\} \\ &= \wp \cdot 2 \cdot \frac{M}{L_s \cdot L_r - M^2} \cdot \text{Im} \{\Phi_{sf} \cdot \Phi_{rf}^*\} \end{aligned} \quad (4.105)$$

En conclusión, las ecuaciones eléctricas *forward* (4.92) y las ecuaciones mecánicas, que incluyen la expresión del par electromagnético (4.104), definen el comportamiento dinámico de la máquina de inducción doblemente alimentada:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_\psi \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left\{ R_r + L_r \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \right\} \cdot i_{rf} + M \cdot \left[\frac{d}{dt} + j \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \right] \cdot i_{sf} \\ \Gamma_m - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \\ \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4.106)$$

Las ecuaciones eléctricas de (4.106) se pueden representar mediante el circuito eléctrico de la Figura 4.5.

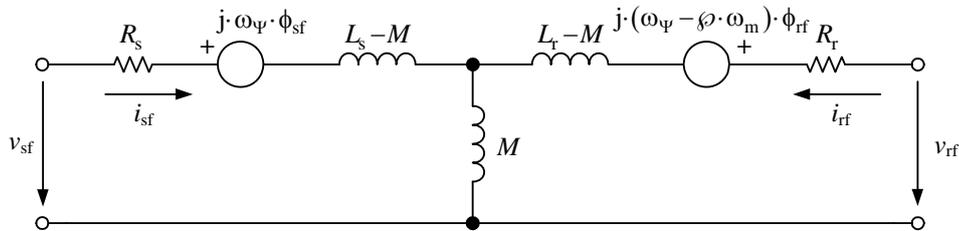


Figura 4.5: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones *forward* de la máquina de inducción doblemente alimentada.

Las componentes *forward* de los flujos son:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sf} \\ \Phi_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} \quad (4.107)$$

En el circuito eléctrico de la Figura 4.5 se utilizan las inductancias $L_s - M$ y $L_r - M$, que se calculan según (4.85):

$$L_s - M = \left(l_s + \frac{1}{2} \cdot m_s \right) - \frac{3}{2} \cdot m \quad ; \quad L_r - M = \left(l_r + \frac{1}{2} \cdot m_r \right) - \frac{3}{2} \cdot m \quad (4.108)$$

Teniendo en cuenta que el rotor está reducido al estator, según (4.40) ($m_s = m_r = m$) se tiene:

$$L_s - M = \left(l_s + \frac{1}{2} \cdot m_s \right) - \frac{3}{2} \cdot m = l_s - m \quad ; \quad L_r - M = \left(l_r + \frac{1}{2} \cdot m_r \right) - \frac{3}{2} \cdot m = l_r - m \quad (4.109)$$

Y comparando las expresiones anteriores con (4.1) y (4.3):

$$L_s - M = l_s - m = L_{sd} \quad ; \quad L_r - M = l_r - m = L_{rd} \quad (4.110)$$

se concluye que en el esquema equivalente se utilizan las inductancias de dispersión del estator (L_{sd}) y del rotor (L_{rd}).

4.8.3. Ecuaciones transformadas de Park

La transformación de Park se define en [43]. En la presente tesis doctoral se utiliza en su forma normalizada (o potencia invariante):

$$\mathbf{P}(\Psi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\Psi) & \cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\Psi) & -\text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (4.111)$$

$$\mathbf{P}^{-1}(\Psi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Psi) & -\text{sen}(\Psi) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (4.112)$$

Se observa que:

$$\mathbf{P}^{-1}(\Psi) = \mathbf{P}^t(\Psi) \quad (4.113)$$

La transformación de Park permite pasar de un sistema de tres ejes (ejes abc) a un sistema de dos ejes (eje *directo* y eje en *cuadratura*) sobre el cual se proyecta el vector transformado. En la Figura 4.6 se muestra dicha transformación, donde \mathbf{x} es el vector correspondiente a la variable estudiada (tensión, corriente o flujo) y \mathbf{x}_p es el vector que resulta de aplicar la transformación de Park. Es importante notar que los ejes *directo* y en *cuadratura* (o ejes dq) estarán fijos (si se considera la referencia fija al estator), rotando a la velocidad de giro de la máquina, ω_m , (si la referencia considerada está fija al rotor), o girando a la pulsación ω_s si se tiene en cuenta la referencia sincronismo.

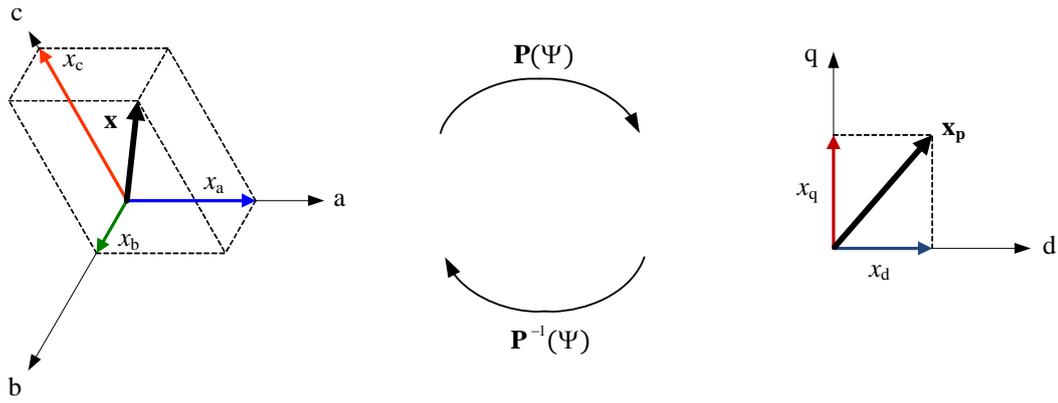


Figura 4.6: Transformación de Park.

Al igual que la transformación de *Ku*, la transformación de *Park* se aplica tanto a las variables del estator como a las variables del rotor, dando lugar a la transformación de *Park* compuesta:

$$\mathbf{P}_c(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \tag{4.114}$$

$$\mathbf{P}_c^{-1}(\Psi, \theta_m) = \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix}$$

resultando:

$$\mathbf{P}_c(\Psi, \theta_m) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ \cos(\Psi) & \cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 \\ -\text{sen}(\Psi) & -\text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & \cos(\Psi - \wp \cdot \theta_m) & \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0 & 0 & 0 & -\text{sen}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{4.115}$$

$$\mathbf{P}_c^{-1}(\Psi, \theta_m) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Psi) & -\text{sen}(\Psi) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos(\Psi - \wp \cdot \theta_m) & -\text{sen}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \tag{4.116}$$

Para obtener las ecuaciones transformadas de *Park* se parte de las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada en componentes *abc*, escritas en forma general:

$$\mathbf{v} = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.117)$$

y se aplica la transformación de *Park* compuesta, \mathbf{P}_c , siguiendo los mismos pasos que al aplicar la transformación de *Ku* compuesta, resultando:

$$\mathbf{P}_c \cdot \mathbf{v} = \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{i} + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.118)$$

Premultiplicando el vector de las corrientes \mathbf{i} por $\mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{P}_c$ se obtiene:

$$\mathbf{P}_c \cdot \mathbf{v} = \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{R} \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{i} + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{i} \} \quad (4.119)$$

y operando esta expresión, resulta:

$$\begin{aligned} \mathbf{v}_p &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{i}_p \} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{M}(\theta_m) \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{M}_p \} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{M}_p \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{P}_c^{-1} \} \cdot \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{M}_p \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \\ &= \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{M}_p \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \end{aligned} \quad (4.120)$$

Por lo tanto, las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada transformadas mediante *Park* son:

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{R} \cdot \mathbf{i}_p + \boldsymbol{\omega} \cdot \mathbf{M}_p \cdot \mathbf{i}_p + \mathbf{M}_p \cdot \frac{d}{dt} \{ \mathbf{i}_p \} \quad (4.121)$$

siendo:

- El vector de tensiones transformadas:

$$\mathbf{v}_p = \mathbf{P}_c(\Psi, \theta_m) \cdot \mathbf{v} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{v}_{sp} \\ \mathbf{v}_{rp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{v}_s \\ \mathbf{v}_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{v}_{sp} = \mathbf{P}(\Psi) \cdot \mathbf{v}_s = [v_{s0} \quad v_{sd} \quad v_{sq}]^t ; \quad \mathbf{v}_{rp} = \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{v}_r = [v_{r0} \quad v_{rd} \quad v_{rq}]^t \quad (4.122)$$

$$\mathbf{v}_p = [\mathbf{v}_{sp} \quad \mathbf{v}_{rp}]^t = [v_{s0} \quad v_{sd} \quad v_{sq} \quad v_{r0} \quad v_{rd} \quad v_{rq}]^t$$

donde los subíndices 0, d y q se refieren a las componentes *homopolar*, *directa* y en *cuadratura*, respectivamente.

- El vector de corrientes transformadas:

$$\mathbf{i}_p = \mathbf{P}_c(\Psi, \theta_m) \cdot \mathbf{i} \Rightarrow \begin{bmatrix} \mathbf{i}_{sp} \\ \mathbf{i}_{rp} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{i}_s \\ \mathbf{i}_r \end{bmatrix}$$

$$\mathbf{i}_{sp} = \mathbf{P}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_s = [i_{s0} \quad i_{sd} \quad i_{sq}]^t ; \quad \mathbf{i}_{rp} = \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_r = [i_{r0} \quad i_{rd} \quad i_{rq}]^t \quad (4.123)$$

$$\mathbf{i}_p = [\mathbf{i}_{sp} \quad \mathbf{i}_{rp}]^t = [i_{s0} \quad i_{sd} \quad i_{sq} \quad i_{r0} \quad i_{rd} \quad i_{rq}]^t$$

- La matriz de resistencias (coincide con la obtenida mediante la transformación de Ku):

$$\mathbf{R} = \begin{bmatrix} R_s & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & R_s & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & R_s & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & R_r & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & R_r & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & R_r \end{bmatrix} \quad (4.124)$$

- La matriz de acoplamientos (también coincide con la obtenida mediante la transformación de Ku):

$$\mathbf{M} = \begin{bmatrix} L_{sd} & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & L_s & 0 & 0 & M & 0 \\ 0 & 0 & L_s & 0 & 0 & M \\ 0 & 0 & 0 & L_{rd} & 0 & 0 \\ 0 & M & 0 & 0 & L_r & 0 \\ 0 & 0 & M & 0 & 0 & L_r \end{bmatrix} \quad (4.125)$$

➤ La matriz ω (ésta es distinta a la obtenida mediante la transformación de Ku):

$$\omega = \mathbf{P}_c \cdot \frac{d}{dt} \{\mathbf{P}_c^{-1}\} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\omega_\Psi & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \omega_\Psi & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & -(\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m & 0 \end{bmatrix} \quad (4.126)$$

Sustituyendo (4.122)-(4.126) en (4.121) y operando, se obtiene:

$$\begin{bmatrix} v_{s0} \\ v_{sd} \\ v_{sq} \\ v_{r0} \\ v_{rd} \\ v_{rq} \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \\ \dots \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + L_{sd} \cdot \frac{d}{dt} & 0 & 0 & \dots \\ 0 & R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} & -L_s \cdot \omega_\Psi & \dots \\ 0 & L_s \cdot \omega_\Psi & R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} & \dots \\ 0 & 0 & 0 & \dots \\ 0 & M \cdot \frac{d}{dt} & -M \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) & \dots \\ 0 & M \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) & M \cdot \frac{d}{dt} & \dots \\ \dots & 0 & 0 & \dots \\ \dots & 0 & M \cdot \frac{d}{dt} & \dots \\ \dots & 0 & M \cdot \omega_\Psi & \dots \\ \dots & R_r + L_{rd} \cdot \frac{d}{dt} & 0 & \dots \\ \dots & 0 & R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} & -L_r \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \\ \dots & 0 & L_r \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) & R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{s0} \\ i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{r0} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (4.127)$$

De (4.127) se obtienen las ecuaciones eléctricas de la máquina de inducción doblemente alimentada, transformadas mediante *Park*:

➤ Componente *homopolar* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{s0} &= R_s \cdot i_{s0} + L_{sd} \cdot \frac{di_{s0}}{dt} \\ v_{r0} &= R_r \cdot i_{r0} + L_{rd} \cdot \frac{di_{r0}}{dt} \end{aligned} \quad (4.128)$$

➤ Componente *directa* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} - L_s \cdot \omega_\Psi \cdot i_{sq} - M \cdot \omega_\Psi \cdot i_{rq} \\ v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - L_r \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{rq} - M \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{sq} \end{aligned} \quad (4.129)$$

➤ Componente en *cuadratura* del estator y del rotor:

$$\begin{aligned} v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + L_s \cdot \omega_\Psi \cdot i_{sd} + M \cdot \omega_\Psi \cdot i_{rd} \\ v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_r \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{rd} + M \cdot (\omega_\Psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{sd} \end{aligned} \quad (4.130)$$

Teniendo en cuenta que los devanados del estator y del rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada se conectan en estrella aislada o en triángulo, no existe conductor de retorno o neutro. Por lo tanto, las componentes *homopolares* de las ecuaciones transformadas de *Park* (4.128) no se deben estudiar, del mismo modo que sucede con las ecuaciones transformadas de *Ku*. Nótese que ambas componentes *homopolares* (4.91) y (4.128) son iguales. Por lo tanto, las ecuaciones eléctricas de la máquina vienen definidas por las componentes *directa* (4.129) y en *cuadratura* (4.130) que resultan de aplicar la transformación de *Park*.

La expresión del par electromagnético, por su parte, se obtiene a partir de la ecuación (4.43), siguiendo la metodología utilizada en el caso de la transformación de *Ku*:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \mathbf{i}_s^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.131)$$

Premultiplicando el vector \mathbf{i}_s por $\mathbf{P}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{P}(\Psi)$ y el vector \mathbf{i}_r por $\mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m)$ se obtiene:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \{\mathbf{P}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{P}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_s\}^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial (\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{P}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_r \quad (4.132)$$

y operando esta expresión, resulta:

$$\begin{aligned}
\Gamma_m(t) &= \wp \cdot \{\mathbf{P}^{-1}(\Psi) \cdot \mathbf{i}_{sp}\}^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial(\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_{rp} \\
&= \wp \cdot \mathbf{i}_{sp}^t \cdot [\mathbf{P}^{-1}(\Psi)]^t \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial(\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_{rp} \\
&= \wp \cdot \mathbf{i}_{sp}^t \cdot \mathbf{P}(\Psi) \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial(\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{i}_{rp}
\end{aligned} \tag{4.133}$$

donde:

$$\mathbf{P}(\Psi) \cdot \frac{\partial \mathbf{M}_{sr}(\wp \cdot \theta_m)}{\partial(\wp \cdot \theta_m)} \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M \\ 0 & M & 0 \end{bmatrix} \tag{4.134}$$

Por lo tanto, el par electromagnético de la máquina de inducción doblemente alimentada se puede calcular de la siguiente manera:

$$\Gamma_m(t) = \wp \cdot \mathbf{i}_{sp}^t \cdot \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -M \\ 0 & M & 0 \end{bmatrix} \cdot \mathbf{i}_{rp} = \wp \cdot M \cdot (i_{rd} \cdot i_{sq} - i_{rq} \cdot i_{sd}) \tag{4.135}$$

Otras expresiones del par electromagnético, que se obtienen a partir de la anterior, son:

$$\begin{aligned}
\Gamma_m(t) &= \wp \cdot (\Phi_{sd} \cdot i_{sq} - \Phi_{sq} \cdot i_{sd}) \\
&= \wp \cdot (i_{rd} \cdot \Phi_{rq} - i_{rq} \cdot \Phi_{rd}) \\
&= \wp \cdot \frac{M}{L_r} \cdot (\Phi_{rd} \cdot i_{sq} - \Phi_{rq} \cdot i_{sd}) \\
&= \wp \cdot \frac{M}{L_s} \cdot (i_{rd} \cdot \Phi_{sq} - i_{rq} \cdot \Phi_{sd}) \\
&= \wp \cdot \frac{M}{L_s \cdot L_r - M^2} \cdot (\Phi_{rd} \cdot \Phi_{sq} - \Phi_{rq} \cdot \Phi_{sd})
\end{aligned} \tag{4.136}$$

En conclusión, las ecuaciones eléctricas (4.129) y (4.130) y las ecuaciones mecánicas, que incluyen la expresión del par electromagnético (4.135), definen el comportamiento dinámico de la máquina de inducción doblemente alimentada:

$$\left. \begin{aligned}
 v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} - L_s \cdot \omega_\psi \cdot i_{sq} - M \cdot \omega_\psi \cdot i_{rq} \\
 v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + L_s \cdot \omega_\psi \cdot i_{sd} + M \cdot \omega_\psi \cdot i_{rd} \\
 v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - L_r \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{rq} - M \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{sq} \\
 v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_r \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{rd} + M \cdot (\omega_\psi - \wp \cdot \omega_m) \cdot i_{sd} \\
 \Gamma_m - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \\
 \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.137)$$

Nótese que este es el *modelo de quinto orden* que se comenta en la introducción del presente capítulo: se tienen cuatro ecuaciones eléctricas más la ecuación mecánica. Además, se ha incluido la ecuación de la velocidad, al depender ésta del ángulo mecánico.

Las ecuaciones eléctricas de (4.137) se pueden representar mediante dos circuitos eléctricos, como se muestra en la Figura 4.7, uno correspondiente a la componente *directa* y el otro a la componente en *cuadratura*.

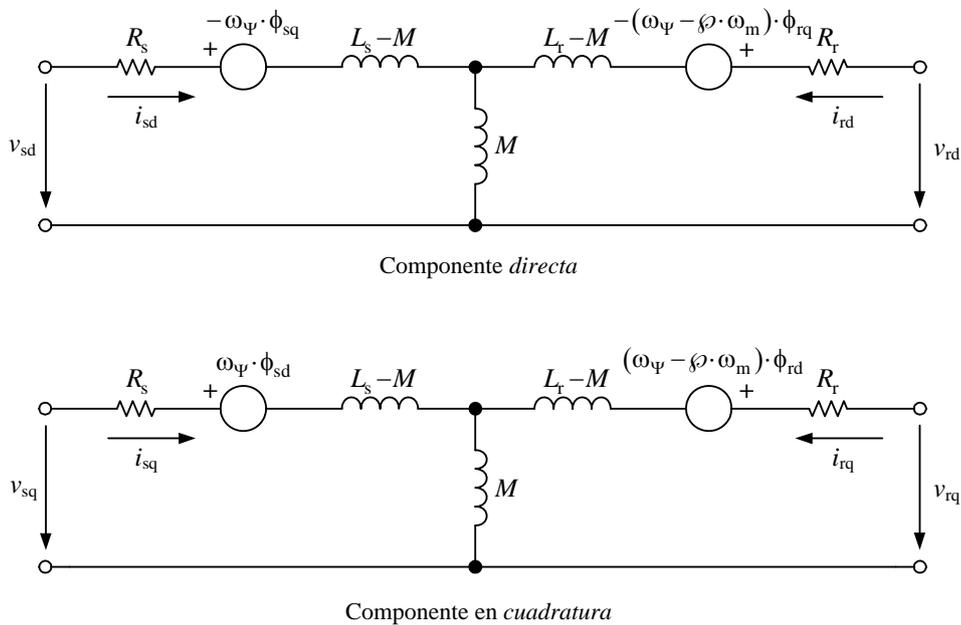


Figura 4.7: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes *directa* y en *cuadratura* de la máquina de inducción doblemente alimentada.

Las componentes *directa* y en *cuadratura* de los flujos del estator y del rotor se calculan como:

$$\begin{bmatrix} \Phi_{sd} \\ \Phi_{sq} \\ \Phi_{rd} \\ \Phi_{rq} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & 0 & M & 0 \\ 0 & L_s & 0 & M \\ M & 0 & L_r & 0 \\ 0 & M & 0 & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sd} \\ i_{sq} \\ i_{rd} \\ i_{rq} \end{bmatrix} \quad (4.138)$$

En los circuitos eléctricos de la Figura 4.7 se utilizan las inductancias L_s-M y L_r-M , que se corresponden con las inductancias de dispersión del estator y del rotor, respectivamente, tal como sucede en el circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones transformadas de Ku (Figura 4.5):

$$L_s - M = l_s - m = L_{sd} \quad ; \quad L_r - M = l_r - m = L_{rd} \quad (4.139)$$

4.8.4. Modelo eléctrico en referencia fija al estator

En referencia fija al estator:

$$\Psi = 0 \quad \Rightarrow \quad \omega_\Psi = \frac{d\Psi}{dt} = 0 \quad (4.140)$$

Por lo tanto, sustituyendo (4.140) en las ecuaciones eléctricas de (4.106) se obtiene el modelo eléctrico en referencia fija al estator en variables transformadas de Ku :

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sf} + M \cdot \frac{di_{rf}}{dt} \\ v_{rf} &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \wp \cdot \omega_m \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} - j \cdot \wp \cdot \omega_m \right) \cdot i_{sf} \end{aligned} \right\} \quad (4.141)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.141) se muestra en la Figura 4.8, donde la componente *forward* del flujo del rotor, ϕ_{rf} , se calcula según (4.107).

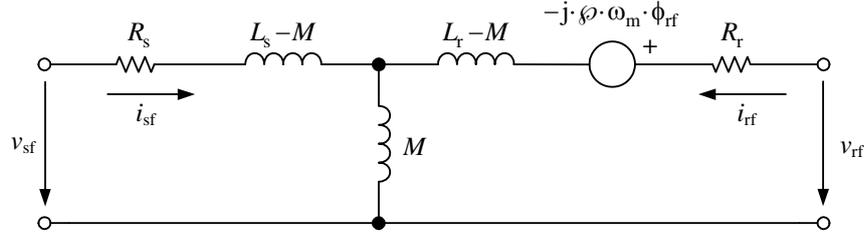


Figura 4.8: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones *forward* en referencia fija al estator.

Por otro lado, sustituyendo (4.140) en las ecuaciones eléctricas de (4.137) se obtiene el modelo eléctrico en referencia fija al estator en variables transformadas de *Park*:

$$\left. \begin{aligned}
 v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} \\
 v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} \\
 v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + L_r \cdot \varphi \cdot \omega_m \cdot i_{rq} + M \cdot \varphi \cdot \omega_m \cdot i_{sq} \\
 v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} - L_r \cdot \varphi \cdot \omega_m \cdot i_{rd} - M \cdot \varphi \cdot \omega_m \cdot i_{sd}
 \end{aligned} \right\} \quad (4.142)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.142) se muestra en la Figura 4.9, donde las componentes *directa* y en *cuadratura* de los flujos del rotor, ϕ_{rd} y ϕ_{rq} , se calculan según (4.138).

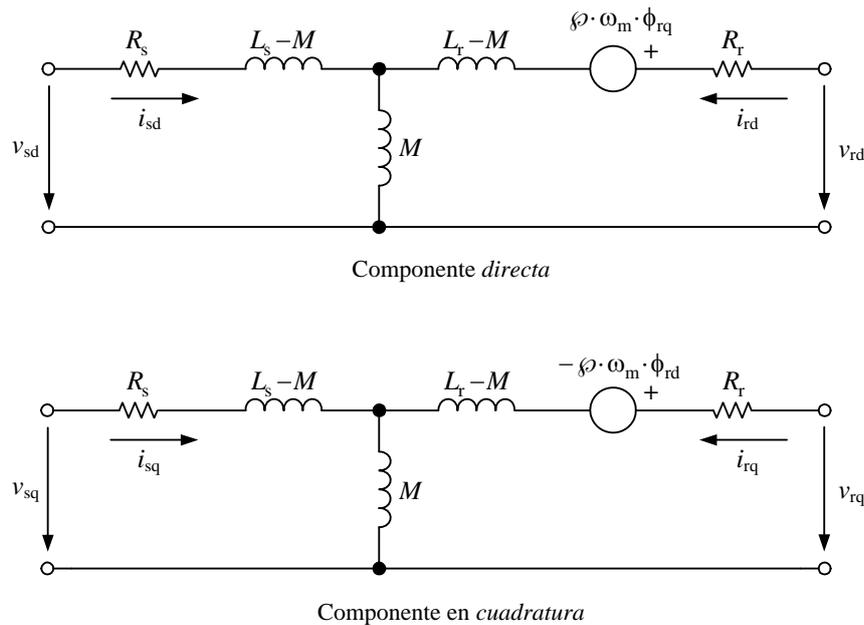


Figura 4.9: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes *directa* y en *cuadratura* en referencia fija al estator.

4.8.5. Modelo eléctrico en referencia fija al rotor

En referencia fija al rotor:

$$\Psi - \wp \cdot \theta_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \Psi = \wp \cdot \theta_m \quad \Rightarrow \quad \omega_\Psi = \frac{d\Psi}{dt} = \wp \cdot \omega_m \quad (4.143)$$

Por lo tanto, sustituyendo (4.143) en las ecuaciones eléctricas de (4.106) se obtiene el modelo eléctrico en referencia fija al rotor en variables transformadas de *Ku*:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \wp \cdot \omega_m \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \wp \cdot \omega_m \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rf} + M \cdot \frac{di_{sf}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4.144)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.144) se muestra en la Figura 4.10, donde la componente *forward* del flujo del estator, ϕ_{sf} , se calcula según (4.107).

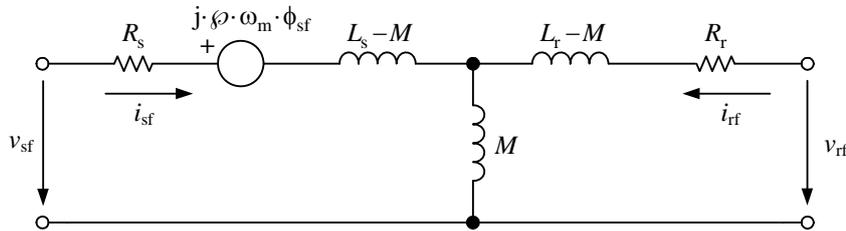


Figura 4.10: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones *forward* en referencia fija al rotor.

Por otro lado, sustituyendo (4.143) en las ecuaciones eléctricas de (4.137) se obtiene el modelo eléctrico en referencia fija al rotor en variables transformadas de *Park*:

$$\left. \begin{aligned} v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} - L_s \cdot \wp \cdot \omega_m \cdot i_{sq} - M \cdot \wp \cdot \omega_m \cdot i_{rq} \\ v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + L_s \cdot \wp \cdot \omega_m \cdot i_{sd} + M \cdot \wp \cdot \omega_m \cdot i_{rd} \\ v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} \\ v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (4.145)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.145) se muestra en la Figura 4.11, donde las componentes *directa* y en *cuadratura* de los flujos del estator, ϕ_{sq} y ϕ_{sd} , se calculan según (4.138).

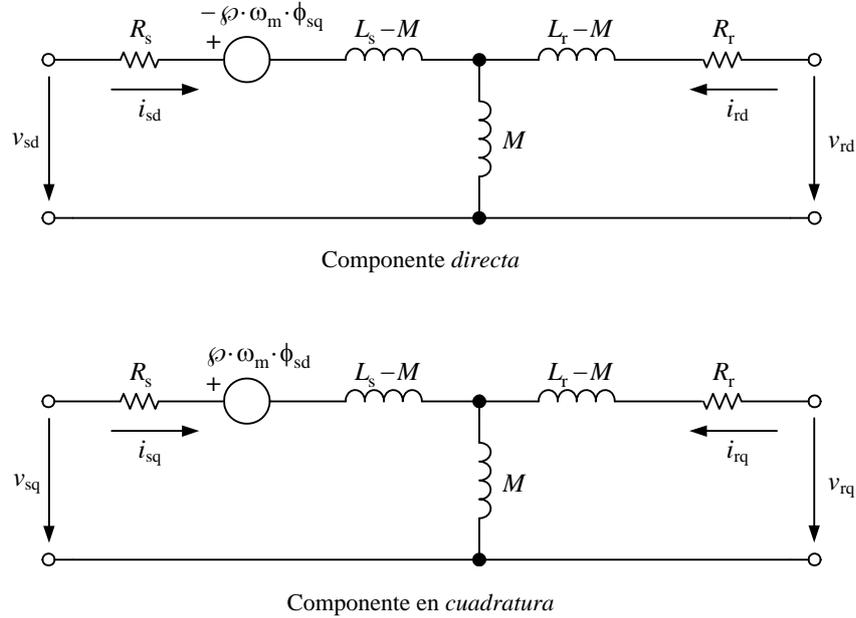


Figura 4.11: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes *directa* y en *cuadratura* en referencia fija al rotor.

4.8.6. Modelo eléctrico en referencia sincronismo

En referencia sincronismo, teniendo en cuenta que ω_s es constante y considerando nula la constante de integración, se tiene:

$$\Psi = \int \omega_s(t) dt = \omega_s \cdot t \Rightarrow \omega_\Psi = \frac{d\Psi}{dt} = \omega_s \tag{4.146}$$

Por lo tanto, sustituyendo (4.146) en las ecuaciones eléctricas de (4.106) se obtiene el modelo eléctrico en referencia sincronismo en variables transformadas de *Ku*:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \end{aligned} \right\} \tag{4.147}$$

donde g es el deslizamiento mecánico de la máquina:

$$g = \frac{\omega_s - \wp \cdot \omega_m}{\omega_s} \quad (4.148)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.147) se muestra en la Figura 4.12, donde la componente *forward* de los flujos del estator y del rotor, ϕ_{sf} y ϕ_{rf} , se calcula según (4.107).

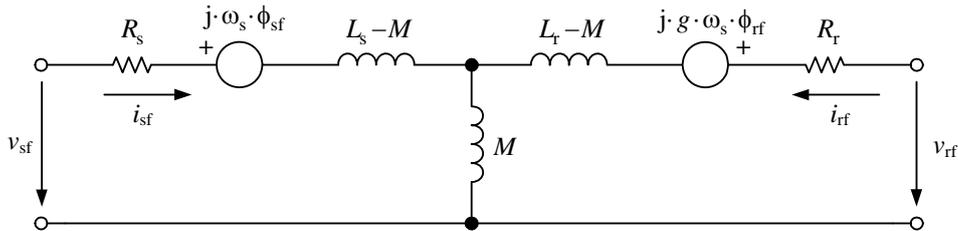


Figura 4.12: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones *forward* en referencia sincronismo.

Por otro lado, sustituyendo (4.146) en las ecuaciones eléctricas de (4.137) se obtiene el modelo eléctrico en referencia sincronismo en variables transformadas de *Park*:

$$\left. \begin{aligned} v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} - L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sq} - M \cdot \omega_s \cdot i_{rq} \\ v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sd} + M \cdot \omega_s \cdot i_{rd} \\ v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rq} - M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sq} \\ v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rd} + M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sd} \end{aligned} \right\} \quad (4.149)$$

El circuito equivalente correspondiente a las ecuaciones eléctricas (4.149) se muestra en la Figura 4.13, donde las componentes *directa* y en *cuadratura* de los flujos se calculan según (4.138).

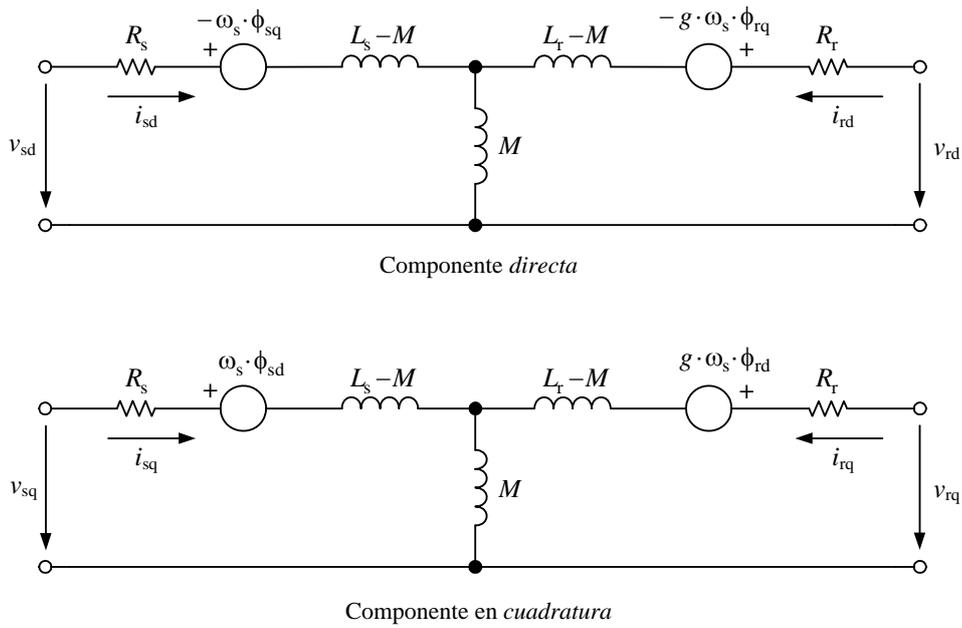


Figura 4.13: Circuito eléctrico correspondiente a las componentes *directa* y en *cuadratura* en referencia sincronismo.

4.8.7. Relación entre las variables transformadas de *Ku* y las de *Park*

La relación entre las variables reales, x , y las transformadas por *Ku*, x_k , y por *Park*, x_p , viene dada por las matrices de transformación compuestas, \mathbf{K}_c y \mathbf{P}_c :

$$\begin{aligned} \mathbf{x}_k &= \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{x} \\ \mathbf{x}_p &= \mathbf{P}_c \cdot \mathbf{x} \end{aligned} \tag{4.150}$$

Despejando \mathbf{x} de la segunda ecuación:

$$\mathbf{x} = \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{x}_p \tag{4.151}$$

y sustituyendo en la primera, se obtiene:

$$\mathbf{x}_k = \mathbf{K}_c \cdot \mathbf{P}_c^{-1} \cdot \mathbf{x}_p \tag{4.152}$$

Por lo tanto, la matriz $\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{P}_c^{-1}$ da la relación entre ambas variables transformadas:

$$\begin{aligned}
\mathbf{K}_c \cdot \mathbf{P}_c^{-1} &= \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \mathbf{P}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix} \\
&= \begin{bmatrix} \mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi) & 0 \\ 0 & \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \end{bmatrix}
\end{aligned} \tag{4.153}$$

resultando:

$$\mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi) = \mathbf{K}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot \mathbf{P}^{-1}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \tag{4.154}$$

Finalmente, sustituyendo (4.154) en (4.152) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} x_{s0} \\ x_{sf} \\ x_{sb} \\ x_{r0} \\ x_{rf} \\ x_{rb} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{j}{\sqrt{2}} \\ 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} & -\frac{j}{\sqrt{2}} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{s0} \\ x_{sd} \\ x_{sq} \\ x_{r0} \\ x_{rd} \\ x_{rq} \end{bmatrix} \tag{4.155}$$

donde se observa que las componentes *homopolares* son iguales en ambas transformaciones, la componente *forward* de la transformación de *Ku* es igual a la notación compleja de las componentes *directa* y en *cuadratura* de la transformación de *Park* y la componente *backward* es la complejo-conjugada de la componente *forward*, como ya se había deducido anteriormente:

$$x_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x_d + j \cdot x_q) \quad ; \quad x_b = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x_d - j \cdot x_q) = x_f^* \tag{4.156}$$

Si se desearan obtener las componentes *directa* e *inversa* de las variables transformadas de *Park* a partir de la componente *forward* de las variables transformadas de *Ku*, de la ecuación (4.156) se tiene:

$$x_d = \sqrt{2} \cdot \text{Re} \{x_f\} \quad ; \quad x_q = \sqrt{2} \cdot \text{Im} \{x_f\} \tag{4.157}$$

4.8.8. Recuperación de las magnitudes reales

Una vez se resuelve el sistema de ecuaciones en variables transformadas, x_t , éstas se deben antitransformar, es decir, pasar a variables reales (componentes abc), x_{abc} . Para ello, las variables transformadas (tensiones, corrientes o flujos) se multiplican por la matriz de transformación inversa:

$$x_{abc} \xrightarrow{\mathbf{T}_c(\Psi, \theta_m)} x_t \xrightarrow{\mathbf{T}_c^{-1}(\Psi, \theta_m)} x_{abc} \quad (4.158)$$

4.8.8.1. A partir de las variables transformadas de Ku

Partiendo de las variables transformadas de Ku , x_k , se obtienen las variables en componentes abc , x_{abc} , al multiplicarlas por la inversa de la matriz de transformación de Ku compuesta, $\mathbf{K}_c^{-1}(\Psi, \theta_m)$:

$$\begin{bmatrix} x_{sa} \\ x_{sb} \\ x_{sc} \\ x_{ra} \\ x_{rb} \\ x_{rc} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j\cdot\Psi} & e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 1 & a \cdot e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a^2 \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & 1 & a \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{s0} \\ x_{sf} \\ x_{sb} \\ x_{r0} \\ x_{rf} \\ x_{rb} \end{bmatrix} \quad (4.159)$$

Dado que los devanados de la máquina de inducción doblemente alimentada se conectan en estrella aislada o en triángulo, no hay conductor de retorno o neutro, por lo que no existe componente *homopolar*.

Entonces, las variables del estator, x_{sabc} , resultan:

$$\begin{aligned} x_{sa} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ e^{j\cdot\Psi} \cdot x_{sf} \} & ; & & x_{sb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} \cdot x_{sf} \} \\ x_{sc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a \cdot e^{j\cdot\Psi} \cdot x_{sf} \} \end{aligned} \quad (4.160)$$

y las variables del rotor, x_{rabc} , se calculan como:

$$\begin{aligned} x_{ra} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \cdot x_{rf} \} & ; & & x_{rb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a^2 \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \cdot x_{rf} \} \\ x_{rc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \cdot x_{rf} \} \end{aligned} \quad (4.161)$$

Las expresiones (4.160) y (4.161) son válidas para cualquier referencia. Si se utiliza la referencia fija al estator, se tienen que sustituir los ángulos Ψ y $\Psi - \wp \cdot \theta_m$ de las expresiones anteriores por:

$$\Psi = 0 \quad ; \quad \Psi - \wp \cdot \theta_m = -\wp \cdot \theta_m \tag{4.162}$$

Si se escoge la referencia fija al rotor, las expresiones a sustituir son:

$$\Psi - \wp \cdot \theta_m = 0 \quad ; \quad \Psi = \wp \cdot \theta_m \tag{4.163}$$

Mientras que si la referencia considerada es la referencia sincronismo, se deben sustituir los ángulos por las siguientes expresiones:

$$\Psi = \int \omega_s(t) dt = \omega_s \cdot t \quad ; \quad \Psi - \wp \cdot \theta_m = \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_m \tag{4.164}$$

donde se ha supuesto que ω_s es constante y se ha considerado nula la constante de integración. Cabe notar que si ω_m es constante, según (4.47) el ángulo mecánico viene dado por $\theta_m = \omega_m \cdot t + \theta_0$, por lo que sustituyendo en (4.164) resulta: $\Psi - \wp \cdot \theta_m = g \cdot \omega_s - \wp \cdot \theta_0$. Las expresiones para el cálculo de las variables en componentes *abc* a partir de las variables transformadas de *Ku* en las distintas referencias se muestran en la Tabla 4.3.

Referencia	Variables estator	Variables rotor
Fija al estator	$x_{sa} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{x_{sf}\}$	$x_{ra} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{e^{-j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{rf}\}$
	$x_{sb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot x_{sf}\}$	$x_{rb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot e^{-j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{rf}\}$
	$x_{sc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot x_{sf}\}$	$x_{rc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot e^{-j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{rf}\}$
Fija al rotor	$x_{sa} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{e^{j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{sf}\}$	$x_{ra} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{x_{rf}\}$
	$x_{sb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot e^{j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{sf}\}$	$x_{rb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot x_{rf}\}$
	$x_{sc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot e^{j \cdot \wp \cdot \theta_m} \cdot x_{sf}\}$	$x_{rc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot x_{rf}\}$
Sincronismo	$x_{sa} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{e^{j \cdot \omega_s \cdot t} \cdot x_{sf}\}$	$x_{ra} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{e^{j \cdot (\omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_m)} \cdot x_{rf}\}$
	$x_{sb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot e^{j \cdot \omega_s \cdot t} \cdot x_{sf}\}$	$x_{rb} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a^2 \cdot e^{j \cdot (\omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_m)} \cdot x_{rf}\}$
	$x_{sc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot e^{j \cdot \omega_s \cdot t} \cdot x_{sf}\}$	$x_{rc} = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \text{Re} \{a \cdot e^{j \cdot (\omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_m)} \cdot x_{rf}\}$

Tabla 4.3: Variables en componentes *abc* obtenidas a partir de las variables transformadas de *Ku* en las distintas referencias. Se desprecia la componente *homopolar* de las variables transformadas.

4.8.8.2. A partir de las variables transformadas de Park

Partiendo de las variables transformadas de Park, x_p , se obtienen las variables en componentes abc , x_{abc} , al multiplicarlas por la inversa de la matriz de transformación de Park compuesta, $\mathbf{P}_c^{-1}(\Psi, \theta_m)$:

$$\begin{bmatrix} x_{sa} \\ x_{sb} \\ x_{sc} \\ x_{ra} \\ x_{rb} \\ x_{rc} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\Psi) & -\text{sen}(\Psi) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos(\Psi - \wp \cdot \theta_m) & -\text{sen}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \\ 0 & 0 & 0 & \frac{1}{\sqrt{2}} \cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{s0} \\ x_{sd} \\ x_{sq} \\ x_{r0} \\ x_{rd} \\ x_{rq} \end{bmatrix} \quad (4.165)$$

Dado que los devanados de la máquina de inducción doblemente alimentada se conectan en estrella aislada o en triángulo, no hay conductor de retorno o neutro, por lo que no existe componente *homopolar*. Entonces, las variables del estator, x_{sabc} , resultan:

$$\begin{aligned} x_{sa} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(\Psi) \cdot x_{sd} - \text{sen}(\Psi) \cdot x_{sq}] \\ x_{sb} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\Psi - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq} \right] \\ x_{sc} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\Psi + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq} \right] \end{aligned} \quad (4.166)$$

y las variables del rotor, x_{rabc} , se calculan como:

$$\begin{aligned} x_{ra} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot x_{rd} - \text{sen}(\Psi - \wp \cdot \theta_m) \cdot x_{rq}] \\ x_{rb} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq} \right] \\ x_{rc} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(\Psi - \wp \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq} \right] \end{aligned} \quad (4.167)$$

Las expresiones (4.166) y (4.167) son válidas para cualquier referencia. Si se utiliza la referencia fija al estator, la referencia fija al rotor o la referencia sincronismo, las expresiones resultantes son las mostradas en la Tabla 4.4.

Referencia	Variables estator	Variables rotor
Fija al estator	$x_{sa} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x_{sd}$	$x_{ra} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(-\varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{rd} - \text{sen}(-\varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{rq}]$
	$x_{sb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{sd} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{sq}\right)$	$x_{rb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(-\varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(-\varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq}\right]$
	$x_{sc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{sd} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{sq}\right)$	$x_{rc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(-\varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(-\varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq}\right]$
Fija al rotor	$x_{sa} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(\varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{sd} - \text{sen}(\varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{sq}]$	$x_{ra} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x_{rd}$
	$x_{sb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq}\right]$	$x_{rb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{rd} + \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{rq}\right)$
	$x_{sc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq}\right]$	$x_{rc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left(-\frac{1}{2} \cdot x_{rd} - \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot x_{rq}\right)$
Sincronismo	$x_{sa} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(\omega_s \cdot t) \cdot x_{sd} - \text{sen}(\omega_s \cdot t) \cdot x_{sq}]$	$x_{ra} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot [\cos(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{rd} - \text{sen}(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m) \cdot x_{rq}]$
	$x_{sb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq}\right]$	$x_{rb} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m - \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq}\right]$
	$x_{sc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sd} - \text{sen}\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{sq}\right]$	$x_{rc} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[\cos\left(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rd} - \text{sen}\left(\omega_s \cdot t - \varphi \cdot \theta_m + \frac{2\pi}{3}\right) \cdot x_{rq}\right]$

Tabla 4.4: Variables en componentes *abc* obtenidas a partir de las variables transformadas de *Park* en las distintas referencias. Se desprecia la componente *homopolar* de las variables transformadas.

4.8.9. Potencias instantáneas

Las *potencias instantáneas* absorbidas o entregadas por el estator y por el rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada, en componentes *abc*, vienen dadas por la suma del producto tensión-corriente para cada una de las tres fases:

$$p_s(t) = v_{sa} \cdot i_{sa} + v_{sb} \cdot i_{sb} + v_{sc} \cdot i_{sc} \quad (4.168)$$

$$p_r(t) = v_{ra} \cdot i_{ra} + v_{rb} \cdot i_{rb} + v_{rc} \cdot i_{rc}$$

También existe la denominada *potencia reactiva instantánea* [49], la cual tiene que ver con la cantidad de energía intercambiada entre las fases del sistema, pero no contribuye a la transferencia de energía entre la fuente y la carga, como en el caso de la potencia instantánea. En la Figura 4.14 se observa el significado físico de ambas potencias.

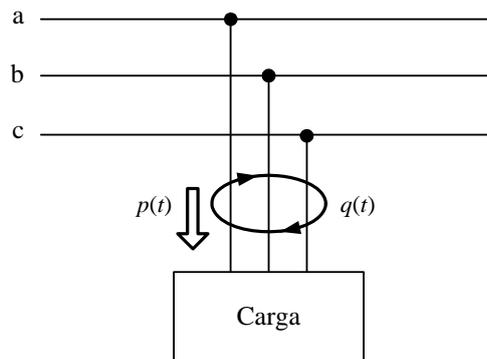


Figura 4.14: Significado físico de la potencia instantánea, $p(t)$, y de la potencia reactiva instantánea, $q(t)$.

La potencia reactiva instantánea viene definida por:

$$q(t) = \frac{1}{\omega} \cdot \left(v_a \cdot \frac{di_a}{dt} + v_b \cdot \frac{di_b}{dt} + v_c \cdot \frac{di_c}{dt} \right) \quad (4.169)$$

siendo ω la pulsación a la cual se está midiendo la potencia reactiva instantánea. En el caso de la máquina de inducción doblemente alimentada, para la potencia reactiva instantánea del estator se utiliza la pulsación ω_s , mientras que para el cálculo de la potencia reactiva instantánea del rotor se utiliza la pulsación correspondiente a las variables del rotor, ω_r . Esta pulsación viene impuesta por la condición de funcionamiento de la máquina (4.49), es decir, $\omega_r = \omega_s - \varphi \cdot \omega_m = g \cdot \omega_s$. Por lo tanto, las potencias reactivas instantáneas del estator y del rotor se obtienen por medio de las siguientes expresiones:

$$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left(v_{sa} \cdot \frac{di_{sa}}{dt} + v_{sb} \cdot \frac{di_{sb}}{dt} + v_{sc} \cdot \frac{di_{sc}}{dt} \right) \quad (4.170)$$

$$q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left(v_{ra} \cdot \frac{di_{ra}}{dt} + v_{rb} \cdot \frac{di_{rb}}{dt} + v_{rc} \cdot \frac{di_{rc}}{dt} \right)$$

Si en (4.168) se sustituyen las tensiones y las corrientes en componentes *abc* por las correspondientes variables transformadas de *Park*, según (4.166) y (4.167), se obtienen las siguientes expresiones para las potencias instantáneas absorbidas o entregadas por el estator y por el rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada:

$$p_s(t) = v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq} \quad (4.171)$$

$$p_r(t) = v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq}$$

Siguiendo el mismo procedimiento con (4.170), se obtienen las expresiones para el cálculo de las potencias reactivas instantáneas del estator y del rotor:

$$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[v_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + v_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{d\Psi}{dt} \cdot (v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq}) \right] \quad (4.172)$$

$$q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[v_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + v_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} \cdot (v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq}) \right]$$

donde los ángulos Ψ y $\Psi - \wp \cdot \theta_m$ serán diferentes en función de la referencia escogida (fija al estator, fija al rotor o sincronismo).

Las potencias instantáneas (4.171) se pueden expresar en función de las variables transformadas de *Ku*, teniendo en cuenta la relación (4.157), resultando:

$$p_s(t) = 2 \cdot \text{Re} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \quad (4.173)$$

$$p_r(t) = 2 \cdot \text{Re} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \}$$

Por otro lado, partiendo de (4.172) y teniendo en cuenta (4.157), se obtienen las expresiones de las potencias reactivas instantáneas del estator y del rotor, escritas en función de las variables transformadas de *Ku*:

$$q_s(t) = \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \frac{d\Psi}{dt} \cdot \text{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right] \quad (4.174)$$

$$q_r(t) = \frac{2}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{rf} \cdot \left(\frac{di_{rf}}{dt} \right)^* \right\} + \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} \cdot \text{Im} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \} \right]$$

En la Tabla 4.5 se recogen las expresiones de las potencias instantáneas y de las potencias reactivas instantáneas de la máquina de inducción doblemente alimentada, en función de las variables utilizadas (componentes *abc*, variables transformadas de *Ku* o variables transformadas de *Park*).

Variables	Potencias instantáneas	Potencias reactivas instantáneas
<i>abc</i>	$p_s(t) = v_{sa} \cdot i_{sa} + v_{sb} \cdot i_{sb} + v_{sc} \cdot i_{sc}$	$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left(v_{sa} \cdot \frac{di_{sa}}{dt} + v_{sb} \cdot \frac{di_{sb}}{dt} + v_{sc} \cdot \frac{di_{sc}}{dt} \right)$
	$p_r(t) = v_{ra} \cdot i_{ra} + v_{rb} \cdot i_{rb} + v_{rc} \cdot i_{rc}$	$q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left(v_{ra} \cdot \frac{di_{ra}}{dt} + v_{rb} \cdot \frac{di_{rb}}{dt} + v_{rc} \cdot \frac{di_{rc}}{dt} \right)$
<i>Ku</i>	$p_s(t) = 2 \cdot \text{Re} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \}$	$q_s(t) = \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \frac{d\Psi}{dt} \cdot \text{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right]$
	$p_r(t) = 2 \cdot \text{Re} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \}$	$q_r(t) = \frac{2}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{rf} \cdot \left(\frac{di_{rf}}{dt} \right)^* \right\} + \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} \cdot \text{Im} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \} \right]$
<i>Park</i>	$p_s(t) = v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq}$	$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[v_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + v_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \frac{d\Psi}{dt} \cdot (v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq}) \right]$
	$p_r(t) = v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq}$	$q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[v_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + v_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} \cdot (v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq}) \right]$

Tabla 4.5: Potencias instantáneas y potencias reactivas instantáneas de la máquina de inducción doblemente alimentada.

Se debe recordar que se está trabajando con el convenio motor. Por lo tanto, si la máquina entrega potencia instantánea y/o reactiva instantánea por el estator o por el rotor (funcionamiento como generador), las correspondientes potencias de la Tabla 4.5 serán negativas.

Por otro lado, se observa que al utilizar las variables transformadas, las expresiones de las potencias reactivas instantáneas dependen de los ángulos Ψ y $\Psi - \wp \cdot \theta_m$. Si se utiliza la referencia fija al estator, se cumple:

$$\begin{aligned}\Psi = 0 &\Rightarrow \frac{d\Psi}{dt} = 0 \\ \Psi - \wp \cdot \theta_m = -\wp \cdot \theta_m &\Rightarrow \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} = -\wp \cdot \omega_m\end{aligned}\tag{4.175}$$

Si se escoge la referencia fija al rotor, las relaciones son:

$$\begin{aligned}\Psi - \wp \cdot \theta_m = 0 &\Rightarrow \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} = 0 \\ \Psi = \wp \cdot \theta_m &\Rightarrow \frac{d\Psi}{dt} = \wp \cdot \omega_m\end{aligned}\tag{4.176}$$

Mientras que si la referencia considerada es la referencia sincronismo, se tiene:

$$\begin{aligned}\Psi = \int \omega_s dt &\Rightarrow \frac{d\Psi}{dt} = \omega_s \\ \Psi - \wp \cdot \theta_m = \int \omega_s dt - \wp \cdot \theta_m &\Rightarrow \frac{d(\Psi - \wp \cdot \theta_m)}{dt} = \omega_s - \wp \cdot \omega_m = g \cdot \omega_s\end{aligned}\tag{4.177}$$

Por lo tanto, sustituyendo (4.175)-(4.177) en las expresiones de las potencias reactivas instantáneas mostradas en la Tabla 4.5, se obtienen las expresiones correspondientes a las tres referencias, como se muestra en la Tabla 4.6.

Referencia	Variables transformadas de <i>Ku</i>	Variables transformadas de <i>Park</i>
Fija al estator	$q_s(t) = \frac{2}{\omega_s} \cdot \operatorname{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\}$ $q_r(t) = \frac{2}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[\operatorname{Re} \left\{ v_{rf} \cdot \left(\frac{di_{rf}}{dt} \right)^* \right\} - \wp \cdot \omega_m \cdot \operatorname{Im} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \} \right]$	$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left(v_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + v_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} \right)$ $q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[v_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + v_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} - \wp \cdot \omega_m \cdot (v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq}) \right]$
Fija al rotor	$q_s(t) = \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\operatorname{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \wp \cdot \omega_m \cdot \operatorname{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right]$ $q_r(t) = \frac{2}{g \cdot \omega_s} \cdot \operatorname{Re} \left\{ v_{rf} \cdot \left(\frac{di_{rf}}{dt} \right)^* \right\}$	$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[v_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + v_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \wp \cdot \omega_m \cdot (v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq}) \right]$ $q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left(v_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + v_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} \right)$
Sincronismo	$q_s(t) = \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\operatorname{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \omega_s \cdot \operatorname{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right]$ $q_r(t) = \frac{2}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[\operatorname{Re} \left\{ v_{rf} \cdot \left(\frac{di_{rf}}{dt} \right)^* \right\} + g \cdot \omega_s \cdot \operatorname{Im} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \} \right]$	$q_s(t) = \frac{1}{\omega_s} \cdot \left[v_{sd} \cdot \frac{di_{sd}}{dt} + v_{sq} \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + \omega_s \cdot (v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq}) \right]$ $q_r(t) = \frac{1}{g \cdot \omega_s} \cdot \left[v_{rd} \cdot \frac{di_{rd}}{dt} + v_{rq} \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + g \cdot \omega_s \cdot (v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq}) \right]$

Tabla 4.6: Potencias reactivas instantáneas según la referencia escogida.

4.9. Modelo de régimen permanente

4.9.1. Ecuaciones de régimen permanente

Las ecuaciones de régimen permanente definen el comportamiento de la máquina cuando se ha alcanzado el régimen estable eléctrico y mecánico. Por lo tanto, se supone que la velocidad mecánica, ω_m , es constante y que las variables eléctricas se encuentran en régimen permanente eléctrico.

Para deducir las ecuaciones de régimen permanente de la máquina de inducción trifásica doblemente alimentada se utilizarán las ecuaciones transformadas de Ku en referencia sincronismo (4.147), dado que en esta referencia las tensiones, corrientes y flujos son constantes en régimen permanente, si las tensiones de alimentación son simétricas y equilibradas [46]. Además, si se considera constante la pulsación de las corrientes del rotor, ω_s , se tiene un sistema de ecuaciones diferenciales con coeficientes constantes. Por lo tanto, en régimen permanente las variables del sistema (corrientes) tendrán la misma forma que las excitaciones (tensiones).

En régimen permanente, la máquina de inducción doblemente alimentada se alimenta por el estator mediante un sistema de tensiones simétrico y equilibrado de secuencia *directa*, es decir:

$$\begin{aligned} v_{sa} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa}) \\ v_{sb} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{sc} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (4.178)$$

donde V_s es la tensión eficaz y α_{sa} es el ángulo de la tensión de la fase a del estator o el ángulo del fasor de la tensión del estator, φ_{V_s} .

Las tensiones del estator transformadas mediante Ku , en referencia sincronismo y en régimen permanente, se calculan de la siguiente manera:

$$\mathbf{v}_{sk} = \mathbf{K}(\Psi) \cdot \mathbf{v}_s = \mathbf{K}(\omega_s \cdot t) \cdot \mathbf{v}_s = [v_{s0} \quad v_{sf} \quad v_{sb}]^t \quad (4.179)$$

$$\begin{bmatrix} v_{s0} \\ v_{sf} \\ v_{sb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j \cdot \omega_s \cdot t} & a \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot t} & a^2 \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot t} \\ e^{j \cdot \omega_s \cdot t} & a^2 \cdot e^{j \cdot \omega_s \cdot t} & a \cdot e^{j \cdot \omega_s \cdot t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (4.180)$$

Se considerará tan sólo la componente *forward*, dado que ésta es igual a la componente *backward* conjugada y la componente *homopolar* es nula, porque la alimentación del estator es simétrica y equilibrada. Por lo tanto, la componente *forward* de la tensión del estator es:

$$v_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} \cdot (v_{sa} + a \cdot v_{sb} + a^2 \cdot v_{sc}) \quad (4.181)$$

Expresando las ecuaciones (4.178) según la relación:

$$\cos(x) = \frac{e^{jx} + e^{-jx}}{2} \quad (4.182)$$

y sustituyéndolas en (4.181), se obtiene:

$$\begin{aligned} v_{sf} = & \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} \cdot \left(\sqrt{2} \cdot V_s \cdot \frac{e^{j(\omega_s t + \varphi_{V_s})} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_{V_s})}}{2} + \right. \\ & + a \cdot \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \frac{e^{j(\omega_s t + \varphi_{V_s} - \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_{V_s} - \frac{2\pi}{3})}}{2} \\ & \left. + a^2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \frac{e^{j(\omega_s t + \varphi_{V_s} + \frac{2\pi}{3})} + e^{-j(\omega_s t + \varphi_{V_s} + \frac{2\pi}{3})}}{2} \right) \end{aligned} \quad (4.183)$$

Operando, se llega a la siguiente expresión:

$$v_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \cdot e^{j\varphi_{V_s}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_s \quad (4.184)$$

donde se observa que en las condiciones impuestas (régimen permanente, alimentación senoidal simétrica y equilibrada y referencia sincronismo), la componente *forward* de la tensión del estator coincide con el fasor de la tensión v_{sa} multiplicado por una constante.

Aplicando el razonamiento anterior para el cálculo de la corriente del estator transformada (componente *forward*), en régimen permanente, se obtiene:

$$i_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_s \cdot e^{j\varphi_{I_s}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_s \quad (4.185)$$

Para el caso de las variables del rotor transformadas, se aplica la transformación de Ku considerando que el ángulo mecánico viene definido por:

$$\omega_m = \frac{d\theta_m}{dt} \Rightarrow \theta_m = \int \omega_m(t) dt = \omega_m \cdot t + \theta_0 \quad (4.186)$$

donde se ha tenido en cuenta que la velocidad mecánica es constante (condiciones de régimen permanente) y la constante de integración resultante es el ángulo mecánico inicial, θ_0 . Por lo tanto, el ángulo a sustituir en la matriz de transformación de Ku para obtener las variables del rotor, en referencia sincronismo y en régimen permanente, es el siguiente:

$$\Psi - \wp \cdot \theta_m = \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_m = g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0 \quad (4.187)$$

siendo g el deslizamiento mecánico de la máquina.

Por lo tanto, las variables del rotor, x_r (tensiones, corrientes o flujos), transformadas mediante Ku , en referencia sincronismo y en régimen permanente, se calculan de la siguiente manera:

$$\begin{bmatrix} x_{r0} \\ x_{rf} \\ x_{rb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & e^{j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} & e^{-j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} \\ 1 & a^2 \cdot e^{j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} & a \cdot e^{-j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} \\ 1 & a \cdot e^{j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} & a^2 \cdot e^{-j(g \cdot \omega_s \cdot t - \wp \cdot \theta_0)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{ra} \\ x_{rb} \\ x_{rc} \end{bmatrix} \quad (4.188)$$

Operando del mismo modo que se hizo con la tensión del estator, se obtienen la corriente y la tensión del rotor transformadas (componente *forward*), en régimen permanente:

$$v_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_r \cdot e^{j(\varphi_{V_r} + \wp \cdot \theta_0)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \wp \cdot \theta_0} \quad (4.189)$$

$$i_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_r \cdot e^{j(\varphi_{I_r} + \wp \cdot \theta_0)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \wp \cdot \theta_0} \quad (4.190)$$

Según las expresiones (4.184), (4.185), (4.189) y (4.190), se observa que en las condiciones de régimen permanente, alimentación senoidal simétrica y equilibrada y referencia sincronismo, las variables transformadas mediante Ku son constantes, por lo que su derivada es nula. Entonces, anulando las derivadas de las ecuaciones eléctricas en referencia sincronismo (4.147), resulta:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sf} \end{aligned} \quad (4.191)$$

Sustituyendo las expresiones (4.184), (4.185), (4.189) y (4.190) en (4.191) resulta:

$$\begin{aligned} \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_s &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_s + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \\ \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + (j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{I}_s \end{aligned} \quad (4.192)$$

Simplificando, se tiene:

$$\begin{aligned} \underline{V}_s &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot \underline{I}_s + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \\ \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + (j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \underline{I}_s \end{aligned} \quad (4.193)$$

Dividiendo la ecuación del rotor de (4.193) por el deslizamiento, g , resulta:

$$\begin{aligned} \underline{V}_s &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot \underline{I}_s + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \\ \frac{\underline{V}_r}{g} \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} &= \left(\frac{R_r}{g} + j \cdot \omega_s \cdot L_r \right) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + (j \cdot \omega_s \cdot M) \cdot \underline{I}_s \end{aligned} \quad (4.194)$$

Sumando y restando $j \cdot \omega_s \cdot M \cdot \underline{I}_s$ a la ecuación del estator y $j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}$ a la ecuación del rotor, resulta:

$$\begin{aligned} \underline{V}_s &= [R_s + j \cdot \omega_s \cdot (L_s - M)] \cdot \underline{I}_s + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \\ \frac{\underline{V}_r}{g} &= \left[\frac{R_r}{g} + j \cdot \omega_s \cdot (L_r - M) \right] \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \end{aligned} \quad (4.195)$$

Se realiza el siguiente cambio de variables, teniendo en cuenta (4.110):

$$\begin{aligned} X_{sd} &= \omega_s \cdot (L_s - M) = \omega_s \cdot L_{sd} \\ X_{rd} &= \omega_s \cdot (L_r - M) = \omega_s \cdot L_{rd} \\ X_m &= \omega_s \cdot M \end{aligned} \quad (4.196)$$

donde:

- X_{sd} = reactancia de dispersión del estator.
- X_{rd} = reactancia de dispersión del rotor.
- X_m = reactancia magnetizante.

Finalmente, se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{V}_s &= (R_s + j \cdot X_{sd}) \cdot \underline{I}_s + j \cdot X_m \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \\ \frac{V_r}{g} \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} &= \left(\frac{R_r}{g} + j \cdot X_{rd} \right) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + j \cdot X_m \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \end{aligned} \quad (4.197)$$

Las ecuaciones eléctricas (4.197), junto con la ecuación del par electromagnético:

$$\begin{aligned} \Gamma_m &= \varphi \cdot 2 \cdot M \cdot \text{Im} \{ i_{sf} \cdot i_{rf}^* \} \\ &= \varphi \cdot 3 \cdot M \cdot \text{Im} \{ \underline{I}_s \cdot \underline{I}_r^* \cdot e^{-j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \} = \varphi \cdot 3 \cdot M \cdot I_s \cdot I_r \cdot \text{sen}(\varphi_{I_s} - \varphi_{I_r} - \varphi \cdot \theta_0) \end{aligned} \quad (4.198)$$

definen completamente el régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada:

$$\left. \begin{aligned} \underline{V}_s &= (R_s + j \cdot X_{sd}) \cdot \underline{I}_s + j \cdot X_m \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \\ \frac{V_r}{g} \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} &= \left(\frac{R_r}{g} + j \cdot X_{rd} \right) \cdot \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} + j \cdot X_m \cdot (\underline{I}_s + \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}) \\ \Gamma_m &= \varphi \cdot 3 \cdot M \cdot I_s \cdot I_r \cdot \text{sen}(\varphi_{I_s} - \varphi_{I_r} - \varphi \cdot \theta_0) \end{aligned} \right\} \quad (4.199)$$

Por otro lado, también se puede obtener el modelo de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado a partir de las ecuaciones dinámicas de la máquina en referencia sincronismo. En esta referencia, las variables son constantes en régimen permanente, por lo que sus derivadas son nulas. En el caso del modelo dinámico en variables transformadas de Ku (4.147), al anular sus derivadas se obtienen las ecuaciones eléctricas de régimen permanente, las cuales, junto con la ecuación del par electromagnético (4.104), definen completamente el régimen permanente de la máquina:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sf} \\ \Gamma_m &= \wp \cdot 2 \cdot M \cdot \text{Im} \{i_{sf} \cdot i_{rf}^*\} \end{aligned} \right\} \quad (4.200)$$

Si se anulan las derivadas de (4.149) y se considera la ecuación del par electromagnético (4.135), se obtienen las ecuaciones eléctricas y la ecuación mecánica de régimen permanente en variables transformadas de *Park*:

$$\left. \begin{aligned} v_{sd} &= R_s \cdot i_{sd} - \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sq} - \omega_s \cdot M \cdot i_{rq} \\ v_{sq} &= R_s \cdot i_{sq} + \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sd} + \omega_s \cdot M \cdot i_{rd} \\ v_{rd} &= R_r \cdot i_{rd} - g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rq} - g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sq} \\ v_{rq} &= R_r \cdot i_{rq} + g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rd} + g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sd} \\ \Gamma_m &= \wp \cdot M \cdot (i_{rd} \cdot i_{sq} - i_{rq} \cdot i_{sd}) \end{aligned} \right\} \quad (4.201)$$

4.9.2. Esquema de régimen permanente

Las ecuaciones eléctricas de (4.199) se pueden representar mediante el circuito eléctrico de la Figura 4.15. Nótese que éste es similar al circuito eléctrico de régimen permanente de la máquina de inducción trifásica de rotor bobinado, con la variante de que en el rotor también existe alimentación (en el caso de la máquina de inducción de rotor bobinado se tiene el rotor cortocircuitado).

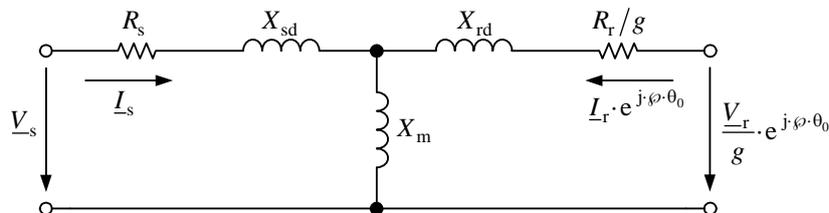


Figura 4.15: Esquema equivalente por devanado de la máquina de inducción doblemente alimentada, válido para régimen permanente con alimentación senoidal equilibrada.

Las ecuaciones eléctricas de (4.199) también se pueden representar mediante el circuito eléctrico de la Figura 4.16.

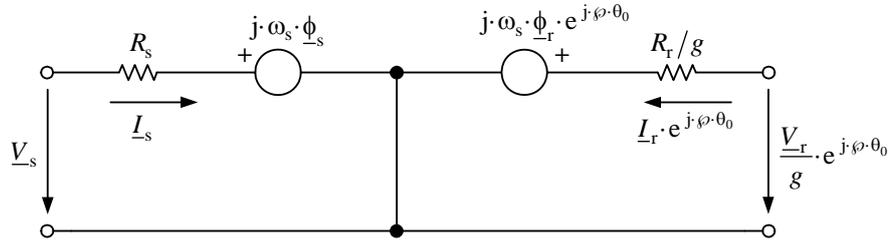


Figura 4.16: Circuito equivalente correspondiente al régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada, con alimentación senoidal equilibrada.

En el circuito anterior se han representado los flujos $\underline{\phi}_s$ y $\underline{\phi}_r$, los cuales, análogamente a (4.184), (4.185), (4.189) y (4.190), se calculan como:

$$\phi_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\phi}_s \cdot e^{j \cdot \varphi_{\phi_s}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\phi}_s \tag{4.202}$$

$$\phi_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\phi}_r \cdot e^{j \cdot (\varphi_{\phi_r} + \varphi \cdot \theta_0)} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{\phi}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \tag{4.203}$$

Consecuentemente, la ecuación de los flujos (4.107) se convierte en:

$$\begin{bmatrix} \underline{\phi}_s \\ \underline{\phi}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \end{bmatrix} \tag{4.204}$$

Multiplicando (4.204) por $j \cdot \omega_s$ se obtiene:

$$\begin{bmatrix} j \cdot \omega_s \cdot \underline{\phi}_s \\ j \cdot \omega_s \cdot \underline{\phi}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} j \cdot X_s & j \cdot X_m \\ j \cdot X_m & j \cdot X_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \underline{I}_s \\ \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \end{bmatrix} \tag{4.205}$$

donde X_s y X_r son las reactancias del estator y del rotor, respectivamente.

Como curiosidad, el circuito de la Figura 4.16 también se puede obtener fácilmente a partir del circuito de la Figura 4.12 imponiendo que se está en condiciones de régimen permanente, de modo que las corrientes transformadas en referencia sincronismo son constantes, por lo que las caídas de tensión en L_{sd} , L_{rd} y M son nulas, resultando el circuito de la Figura 4.17.

El circuito de la Figura 4.17 se corresponde con las ecuaciones eléctricas de (4.200). Si en este circuito se escriben los flujos en función de las corrientes, según (4.205), resulta el circuito de la Figura 4.16.

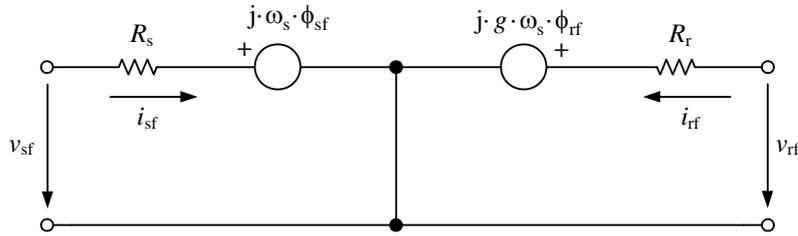


Figura 4.17: Circuito eléctrico correspondiente a las ecuaciones *forward* de la máquina de inducción doblemente alimentada, en referencia sincronismo, eliminando las caídas de tensión en las inductancias (régimen permanente).

Un último comentario a realizar sobre el esquema de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada, mostrado en la Figura 4.15, es que es ligeramente diferente del habitual de la literatura, en el que no aparecen las variables del rotor multiplicadas por $e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0}$. Si bien la obtención de este esquema es totalmente rigurosa y más general (ya que θ_0 puede ser no nulo), también se puede trabajar con el esquema de la literatura considerando:

$$\underline{V}_{r \theta_0} = \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \quad ; \quad \underline{I}_{r \theta_0} = \underline{I}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \quad (4.206)$$

El único inconveniente que tiene el trabajar con el esquema de la literatura es que en caso de ser $\theta_0 \neq 0$ no se puede obtener la fase real de las tensiones, corrientes y flujos del rotor.

4.9.3. Potencias de régimen permanente

Del esquema equivalente por devanado de la de la máquina de inducción doblemente alimentada, mostrado en la Figura 4.15, se obtienen las expresiones para el cálculo de las potencias activa y reactiva entregadas o absorbidas por el estator y por el rotor de la máquina:

$$\begin{aligned} P_s &= 3 \cdot \text{Re} \{ \underline{V}_s \cdot \underline{I}_s^* \} \\ P_r &= 3 \cdot \text{Re} \{ \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \cdot \underline{I}_r^* \cdot e^{-j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \} = 3 \cdot \text{Re} \{ \underline{V}_r \cdot \underline{I}_r^* \} \\ Q_s &= 3 \cdot \text{Im} \{ \underline{V}_s \cdot \underline{I}_s^* \} \\ Q_r &= 3 \cdot \text{Im} \{ \underline{V}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \cdot \underline{I}_r^* \cdot e^{-j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \} = 3 \cdot \text{Im} \{ \underline{V}_r \cdot \underline{I}_r^* \} \end{aligned} \quad (4.207)$$

Partiendo de (4.207) y teniendo en cuenta las relaciones (4.184), (4.185), (4.189) y (4.190), se obtienen las expresiones de las potencias activa y reactiva de la máquina de inducción doblemente alimentada en función de las variables transformadas de *Ku*:

$$\begin{aligned} P_s &= 2 \cdot \text{Re} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\} & ; & & P_r &= 2 \cdot \text{Re} \{v_{rf} \cdot i_{rf}^*\} \\ Q_s &= 2 \cdot \text{Im} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\} & ; & & Q_r &= 2 \cdot \text{Im} \{v_{rf} \cdot i_{rf}^*\} \end{aligned} \quad (4.208)$$

Por otro lado, las potencias activa y reactiva también se pueden expresar en función de las variables transformadas de *Park*. Para ello, se deben sustituir las tensiones y corrientes de (4.208) por la relación entre las variables transformadas de *Park* y las de *Ku* (4.156), resultando:

$$\begin{aligned} P_s &= v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq} & ; & & P_r &= v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq} \\ Q_s &= v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq} & ; & & Q_r &= v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq} \end{aligned} \quad (4.209)$$

En la Tabla 4.7 se recogen las expresiones para el cálculo de las potencias activa y reactiva entregadas o absorbidas por el estator y por el rotor de la máquina de inducción doblemente alimentada, en régimen permanente, en función de si se trabaja con fasores o con las variables transformadas de *Ku* o de *Park*.

Potencias	Fasores	<i>Ku</i>	<i>Park</i>
Activa	$P_s = 3 \cdot \text{Re} \{\underline{V}_s \cdot \underline{I}_s^*\}$	$P_s = 2 \cdot \text{Re} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\}$	$P_s = v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq}$
	$P_r = 3 \cdot \text{Re} \{\underline{V}_r \cdot \underline{I}_r^*\}$	$P_r = 2 \cdot \text{Re} \{v_{rf} \cdot i_{rf}^*\}$	$P_r = v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq}$
Reactiva	$Q_s = 3 \cdot \text{Im} \{\underline{V}_s \cdot \underline{I}_s^*\}$	$Q_s = 2 \cdot \text{Im} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\}$	$Q_s = v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq}$
	$Q_r = 3 \cdot \text{Im} \{\underline{V}_r \cdot \underline{I}_r^*\}$	$Q_r = 2 \cdot \text{Im} \{v_{rf} \cdot i_{rf}^*\}$	$Q_r = v_{rq} \cdot i_{rd} - v_{rd} \cdot i_{rq}$

Tabla 4.7: Potencias activa y reactiva de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada.

Se debe recordar que se está trabajando con el convenio motor. Por lo tanto, si la máquina entrega potencia activa por el estator o por el rotor (funcionamiento como generador), las correspondientes potencias resultantes de las expresiones de la Tabla 4.7 serán negativas.

4.10. Sumario

Por un lado, en este capítulo se ha obtenido el modelo dinámico (ecuaciones eléctricas y mecánicas) de la máquina de inducción doblemente alimentada en variables transformadas tanto de Ku como de $Park$, partiendo del modelo genérico en componentes abc . Se ha presentado el modelo eléctrico para las tres referencias más comúnmente utilizadas: referencia fija al estator, referencia fija al rotor y referencia sincronismo. Aparte, se han mostrado las expresiones para el cálculo de las potencias instantánea y reactiva instantánea entregadas o absorbidas por el estator y por el rotor de la máquina. Todo ello considerando el convenio motor para las intensidades de la máquina.

Por otro lado, se ha deducido el modelo de régimen permanente (ecuaciones eléctricas y ecuación del par electromagnético) de la máquina, a partir del modelo en variables transformadas de Ku en referencia sincronismo. Se ha realizado una aportación al modelado de la máquina de inducción doblemente alimentada en régimen permanente, ya que el modelo de la literatura no contempla el ángulo mecánico inicial. Siempre que el ángulo mecánico inicial no sea nulo, este parámetro se debe tener presente en las fases de los fasores de las variables del rotor. Finalmente, se han obtenido las expresiones correspondientes a las potencias de régimen permanente (potencia activa y potencia reactiva) entregadas o absorbidas por el estator y por el rotor de la máquina.

Por lo tanto, se ha cumplido con el objetivo 3 de la tesis doctoral: obtener el modelo dinámico y de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado.

Capítulo 5. Estudio del régimen permanente

5.1. Introducción

Cuando se produce un hueco de tensión en la red y se desean estudiar los efectos producidos sobre la máquina eléctrica conectada a la misma, se suele suponer que ésta se halla en condiciones de régimen permanente eléctrico y mecánico antes de producirse la falta. Por lo que respecta al generador de inducción doblemente alimentado, en *J. G. Sloomweg et al.* [50] se propone una metodología para inicializar el régimen transitorio. Este enfoque se basa en resolver las ecuaciones de régimen permanente a partir de la característica potencia mecánica – velocidad de giro de la turbina, que se obtiene mediante el seguimiento del punto de máxima potencia (para cada velocidad del viento) y a partir de dicha característica se obtiene la velocidad a la que tiene que girar el generador para obtener la potencia deseada. Este es el enfoque utilizado en la presente tesis doctoral.

Respecto a la resolución de las ecuaciones de régimen permanente, cabe destacar el estudio de *J. F. Medina y A. Feijóo* [51], en el que se muestra el modelo de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado, que consta de una serie de ecuaciones que forman un sistema no lineal, por lo que su resolución analítica no es posible. Por lo tanto, se requieren métodos de resolución de sistemas de ecuaciones no lineales, como el de *Newton-Raphson* [52]. En el estudio de *J. F. Medina y A. Feijóo* también se realiza un análisis de flujo de cargas, en el que el generador de inducción doblemente alimentado se considera como un nudo en el sistema de potencia, lo cual no se contempla en la presente tesis doctoral.

En este capítulo, por lo tanto, se va a estudiar el régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado siguiendo la metodología descrita en *J. G. Sloomweg et al.* [50]. Se comienza obteniendo la curva de potencia extraída del viento en función de la velocidad de giro de la turbina, lo cual permite obtener la velocidad de giro del generador y su deslizamiento para una potencia dada. En base a esta curva se definen tres puntos de trabajo del aerogenerador, correspondientes a distintas potencias generadas. A continuación se realiza un balance de potencias, teniendo en cuenta la existencia del convertidor entre el rotor de la máquina y la red. Finalmente, se resuelven las ecuaciones de régimen permanente de la máquina, las cuales forman un sistema de ecuaciones no lineales, por lo que se procede a su resolución mediante el algoritmo de *Newton-Raphson* y se obtienen los valores de régimen permanente para los tres puntos de trabajo considerados.

5.2. Potencia extraída del viento

Una de las principales ventajas de los modernos aerogeneradores equipados con la máquina de inducción doblemente alimentada es que pueden trabajar a velocidad variable. Esta característica se utiliza para controlar la velocidad de giro del rotor eólico con el fin de obtener en todo momento la potencia óptima del viento incidente. Para ello, se precisan las curvas de la potencia mecánica de la turbina (o potencia extraída del viento) en función de la velocidad de giro de la misma. La potencia extraída del viento, P_w , se calcula mediante la siguiente expresión, obtenida de *S. Heier* [53]:

$$P_w = \frac{1}{2} \cdot \rho \cdot c_p(\lambda, \beta) \cdot A \cdot v_w^3 \quad (5.1)$$

siendo:

- $\rho = 1.225 \text{ kg/m}^3$ = densidad del aire a nivel del mar y a una temperatura de 25 °C o 288 °K.
- $A = \pi \cdot R_t^2$ = área barrida por el rotor eólico (en m^2), donde R_t es el radio rotor eólico, es decir, la longitud del álabe de la turbina.
- v_w = velocidad del viento (en m/s). Según *P. M. Anderson* y *A. Bose* [54] el viento se modeliza como una función que es la suma de cuatro componentes: un valor constante, una función rampa, una componente ráfaga y una componente aleatoria (ruido). No obstante, por simplicidad y teniendo en cuenta que se estudia el régimen permanente, se considera que el viento incidente sobre los álabes de la turbina se modeliza como un valor constante.
- $c_p(\lambda, \beta)$ = coeficiente de potencia, que es un valor propio de la turbina. Existen dos alternativas para el cálculo este coeficiente [53]:
 - Método de los elementos finitos: consiste en dividir el álabe de la turbina en varias secciones a lo largo del radio, de modo que la fuerza total que el viento provoca sobre el álabe es la suma de las fuerzas de cada sección. Este método es utilizado, entre otros, por *V. Akhmatov* [55].
 - Aproximar el coeficiente de potencia mediante una expresión matemática. Esta opción es la más utilizada en la literatura y es la que se contempla en la presente tesis. La expresión analítica para el cálculo del coeficiente de potencia viene definida por [53]:

$$c_p(\lambda, \beta) = c_1 \cdot \left(c_2 \cdot \frac{1}{\lambda_i} - c_3 \cdot \beta - c_4 \cdot \beta^{c_5} - c_6 \right) \cdot e^{-c_7 \frac{1}{\lambda_i}} \quad (5.2)$$

donde el parámetro λ_i se define como [53]:

$$\lambda_i = \frac{1}{\frac{1}{\lambda + c_8 \cdot \beta} - \frac{c_9}{1 + \beta^3}} \quad (5.3)$$

siendo:

- β = ángulo de paso de pala (en grados), que es el ángulo entre el plano de rotación y la sección transversal del álabe. Este parámetro recibe el nombre de *pitch angle* en la literatura inglesa.
- λ = coeficiente de velocidad específica, que es el cociente entre la velocidad de punta de la pala y la velocidad del viento:

$$\lambda = \frac{\omega_t \cdot R_t}{v_w} \quad (5.4)$$

donde ω_t es la velocidad de giro de la turbina.

Los coeficientes $c_1 \dots c_9$ de (5.2) y (5.3) dependen del tipo de turbina eólica considerada. En la presente tesis doctoral se estudia un generador de inducción doblemente alimentado que es arrastrado por una turbina eólica de 2 MW de potencia nominal, cuyas características se han obtenido de *J. G. Slootweg et al.* [47] y se muestran en el Anexo B.

Por otro lado, cabe decir que las leyes de la física impiden que se pueda extraer toda la potencia disponible del viento incidente. Esto sucede porque el viento a su paso por el rotor eólico se frena, debido a distintas pérdidas aerodinámicas. La máxima potencia que se puede extraer del viento viene impuesta por el *límite de Betz* [56], que fija el valor máximo del coeficiente de potencia, $c_{p \text{ máx}}(\lambda, \beta)$, en 0.593. Esto significa que un aerogenerador puede convertir en energía mecánica, como máximo teórico, el 59.3 % de la energía cinética del viento incidente.

5.3. Seguimiento del punto de máxima potencia

Una vez se han obtenido las curvas de potencia extraída del viento en función de la velocidad de giro de la turbina, y aprovechando la capacidad del aerogenerador de poder trabajar a velocidad variable, se debe adaptar la velocidad del mismo para obtener en todo momento la máxima potencia del viento incidente. Esto se conoce como seguimiento del punto de máxima potencia (en inglés *maximum power point tracking* o *MPPT*).

Existen numerosas publicaciones que tratan de buscar un algoritmo para el seguimiento del punto de máxima potencia (tómese como ejemplo el artículo de *E. Koutroulis* y *K. Kalaitzakis* [57]). Todas ellas se basan en la idea de que para cada velocidad del viento existe una potencia máxima que es posible extraer si se hace girar al rotor eólico a una determinada velocidad. Lo que en la práctica se suele hacer es extraer la potencia óptima, ya que para determinadas velocidades del viento no interesa extraer la potencia máxima. Esto se muestra en la Figura 5.1, en la que la potencia extraída del viento se expresa en por unidad, tomando como valor base la potencia nominal de la turbina (2 MW).

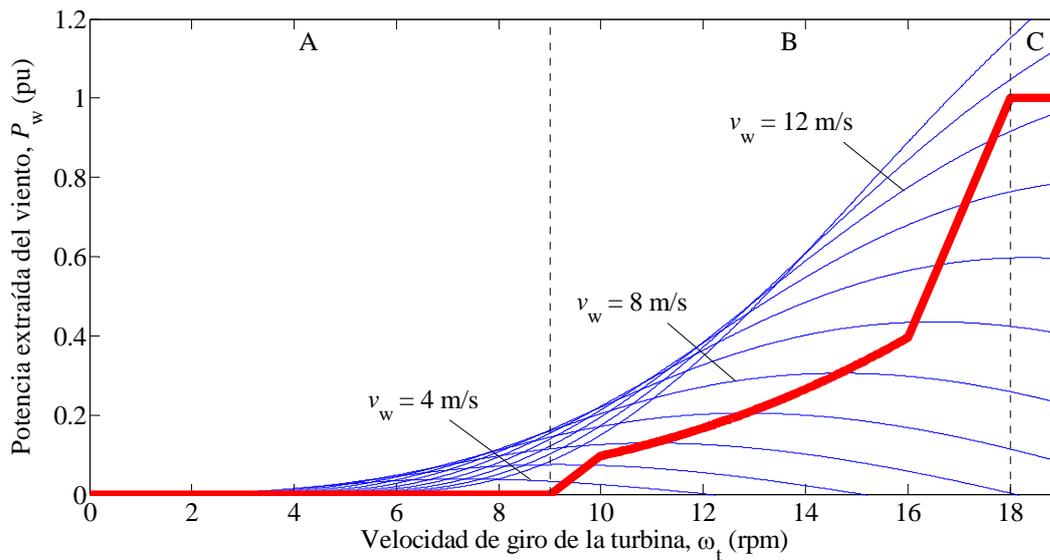


Figura 5.1: Curvas de potencia extraída del viento (líneas delgadas azules) y potencia óptima (línea gruesa roja) en función de la velocidad de giro de la turbina.

En la Figura 5.1 se observan tres zonas diferenciadas:

➤ Zona A:

$$\omega_t \leq \omega_{t \text{ mín}} \Rightarrow P_w = 0 \quad (5.5)$$

Si la velocidad de giro de la turbina, ω_t , es inferior a un valor mínimo, $\omega_{t \text{ mín}}$, entonces no se extrae potencia del viento, puesto que ésta presenta un valor muy pequeño.

➤ Zona B:

$$\omega_{t \text{ mín}} < \omega_t < \omega_{t \text{ n}} \Rightarrow P_w = P_{\text{máx}}(v_w) \quad (5.6)$$

Si la velocidad de giro de la turbina, ω_t , se encuentra entre un valor mínimo, $\omega_{t \text{ mín}}$, y el valor nominal, $\omega_{t \text{ n}}$, se extrae la potencia máxima, la cual depende de la velocidad del viento.

➤ Zona C:

$$\omega_{t \text{ n}} \leq \omega_t \leq \omega_{t \text{ máx}} \Rightarrow P_w = P_n \quad (5.7)$$

Si la velocidad de giro de la turbina, ω_t , es superior a su valor nominal, $\omega_{t \text{ n}}$, e inferior a un valor máximo, $\omega_{t \text{ máx}}$, entonces se limita la potencia extraída al valor de la potencia nominal, ya que de otro modo la potencia sería superior a la nominal y se producirían esfuerzos mecánicos sobre los álabes de la turbina, pudiendo incluso causar su rotura. Esto se consigue modificando el ángulo de paso de pala, β .

Cabe notar que en las zonas A y B de la Figura 5.1 el ángulo de paso de pala, β , es nulo puesto que la potencia extraída del viento es inferior a la nominal. En consecuencia, el ángulo β , que aparece en las ecuaciones (5.2) y (5.3), se considera nulo. Para velocidades de giro de la turbina superiores a la nominal (zona C), entra en juego el control del ángulo de paso de pala con el fin de reducir los esfuerzos mecánicos producidos sobre la turbina. En *E. Muljadi* y *C. P. Butterfield* [58] se describe con más detalle el sistema de control de velocidad para potencias superiores a la nominal, un tema que se escapa del alcance de la presente tesis, por lo que se considera que el control de potencia a altas velocidades del viento funciona correctamente, manteniendo en todo momento la potencia extraída del viento en un valor constante e igual a la potencia nominal del aerogenerador.

Por otro lado, los valores de velocidad máxima, mínima y nominal ($\omega_{t \text{ máx}}$, $\omega_{t \text{ mín}}$ y $\omega_{t \text{ n}}$, respectivamente) son propios de la turbina y los proporciona el fabricante. En el Anexo B se muestran dichos parámetros, los cuales se han obtenido de *J. G. Sloopweg et al.* [47].

5.4. Velocidad mecánica de giro del generador

Una vez se ha obtenido la velocidad de giro de la turbina (o rotor eólico), ω_t , en función de la potencia extraída del viento, P_w , (según la curva de potencia óptima de la Figura 5.1) se calcula la velocidad mecánica de giro del generador de inducción doblemente alimentado, ω_m . Para ello, se tiene que considerar el efecto multiplicador del tren de engranajes, que es el dispositivo situado entre el rotor eólico y el generador, como se muestra en la Figura 5.2.

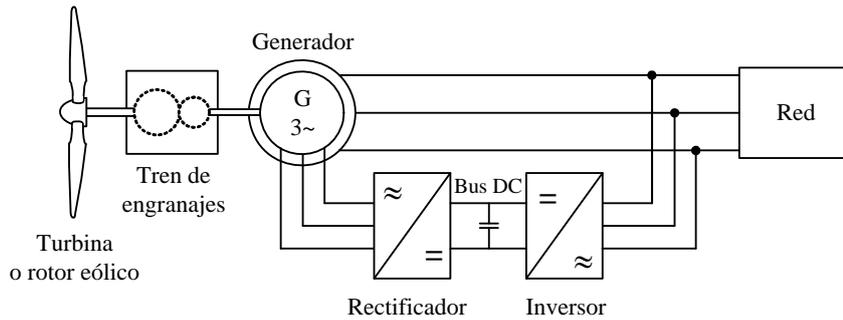


Figura 5.2: Componentes de un aerogenerador de velocidad variable.

La finalidad del tren de engranajes es la de adaptar la velocidad de giro del rotor eólico a la del generador, siendo la del segundo mucho mayor que la del primero. La relación entre estas velocidades viene dada por la relación de transmisión del tren de engranajes, r_t , cuyo valor se incluye en el Anexo B, junto con el resto de los parámetros de la turbina de 2 MW considerada. En la Figura 5.3 se muestra el esquema del tren de engranajes, el cual se acopla al eje de baja velocidad (unido al rotor eólico) y al eje de alta velocidad (unido al generador).

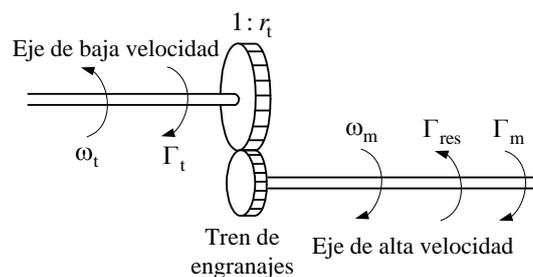


Figura 5.3: Tren de engranajes y ejes de baja y alta velocidad.

En la Figura 5.3 también se ha representado el sentido de giro de cada eje. Para el caso del eje de alta velocidad, el sentido de giro viene dado por ω_t , que es la velocidad de giro de la turbina (o rotor eólico). Esta velocidad se aumenta por medio del tren de engranajes, a razón $1:r_t$ (siendo r_t la relación de transmisión del tren de engranajes), y se obtiene la velocidad de giro del eje de alta velocidad, que se corresponde con la velocidad mecánica de giro del generador de inducción doblemente alimentado, ω_m :

$$\omega_m = r_t \cdot \omega_t \quad (5.8)$$

Por otro lado, en la Figura 5.3 también se han incluido los pares producido sobre los ejes (utilizando el convenio motor), donde Γ_t es el par causado por el viento sobre los álabes del rotor eólico y que se transmite al eje de alta velocidad, Γ_{res} es el par resistente sobre el eje de alta velocidad y Γ_m es el par electromagnético del generador.

Finalmente, conociendo la velocidad mecánica, ω_m , la pulsación eléctrica de la red, ω_s , y el número de pares de polos del generador, \wp , se obtiene el deslizamiento mecánico del mismo:

$$g = \frac{\omega_s - \wp \cdot \omega_m}{\omega_s} \quad (5.9)$$

Por otro lado, se considera que el tren de engranajes es ideal, por lo que para calcular el par resistente sobre el eje mecánico de giro del generador de inducción doblemente alimentado (eje de alta velocidad), se tiene que dividir el par que produce el viento sobre la turbina (eje de baja velocidad), Γ_t , entre la relación de transmisión del tren de engranajes, r_t :

$$\Gamma_{res} = \frac{\Gamma_t}{r_t} \quad (5.10)$$

El par que el viento produce sobre los álabes de la turbina, por su parte, se obtiene al dividir la potencia extraída del viento, según (5.1), entre la velocidad de giro del rotor eólico, ω_t :

$$\Gamma_t = \frac{P_w}{\omega_t} \quad (5.11)$$

5.5. Definición de los puntos de trabajo del generador

En la presente tesis doctoral se estudia el comportamiento de régimen permanente y de régimen dinámico del generador de inducción doblemente alimentado para distintas potencias generadas. Éstas se definen en la curva de potencia óptima mostrada en la Figura 5.1, a partir de la cual se obtiene la velocidad de giro de la turbina y posteriormente, según (5.8) la velocidad de giro del generador y mediante (5.9) su deslizamiento mecánico. Por ello, al hablar de potencias generadas se hace referencia a los puntos de trabajo del generador, que vienen definidos por la potencia entregada a la red y por la velocidad de giro del mismo (o deslizamiento) para obtener dicha potencia.

En la Figura 5.4 se han definido los tres puntos de trabajo considerados en la tesis doctoral. En esta figura se ha representado la potencia mecánica transmitida al generador, P_m , en función de la velocidad de giro de la turbina, ω_t . Esta potencia se asume igual a la potencia extraída del viento, P_w , (ecuación (5.1)), ya que según A. Petersson [9] las pérdidas en el tren de engranajes son del orden del 2.5 % respecto la potencia nominal, por lo que se pueden despreciar. Por lo tanto, a diferencia de la Figura 5.1, ahora se ha representado en el eje vertical la potencia mecánica en vez de la potencia extraída del viento, dando lugar a la característica mecánica del aerogenerador.

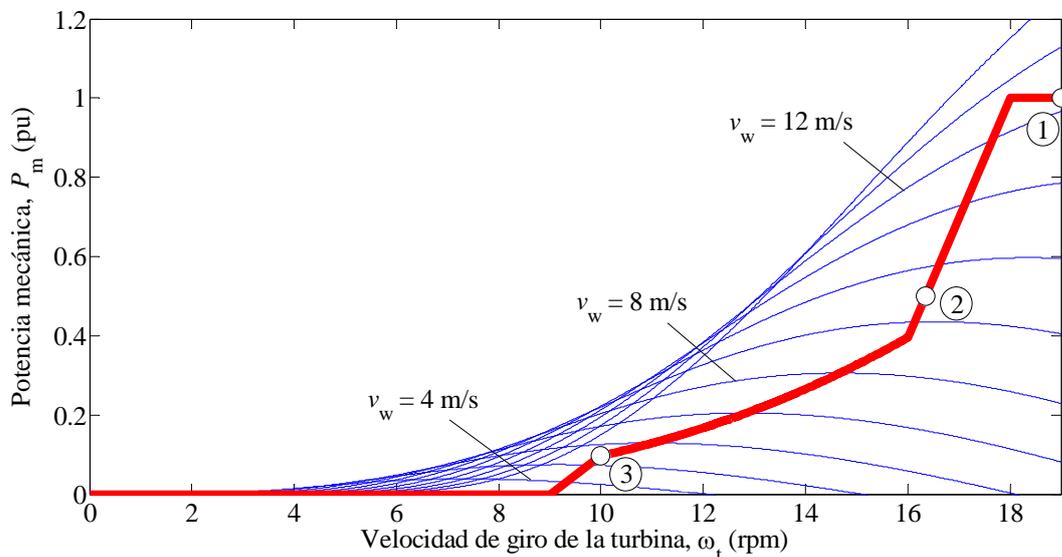


Figura 5.4: Curva de potencia mecánica en función de la velocidad de giro de la turbina (línea gruesa roja) y puntos de trabajo del generador.

Por otro lado, según el mismo A. Petersson [9] las pérdidas de potencia en el generador de inducción doblemente alimentado son del orden de 1.5 % respecto la potencia nominal, por lo que éstas también se suelen despreciar, como se verá en el apartado 5.6. Por lo tanto, la potencia generada, P , se puede aproximar a la potencia mecánica, P_m . En consecuencia, según la Figura 5.4, se definen los tres puntos de trabajo que se estudian en la tesis, los cuales se corresponden con distintas potencias generadas y distintos deslizamientos, así como con distintas velocidades del viento, como se recoge en la Tabla 5.1.

Punto de trabajo	Potencia generada	Deslizamiento	Velocidad viento
1	$P = P_n$	$g = -0.267$	$v_w = 12 \text{ m/s}$
2	$P = 0.5 \cdot P_n$	$g = -0.089$	$v_w = 9.3 \text{ m/s}$
3	$P = 0.1 \cdot P_n$	$g = 0.333$	$v_w = 5.45 \text{ m/s}$

Tabla 5.1: Puntos de trabajo considerados: potencias generadas, deslizamientos y velocidades del viento.

Cabe notar que la elección de los puntos de trabajo se ha hecho en base al siguiente criterio: se ha escogido el punto de trabajo más desfavorable (punto de trabajo 1, con la potencia nominal y la velocidad de giro mayor), el punto de trabajo más favorable (punto de trabajo 3, con la potencia mínima y la velocidad de giro más pequeña) y un punto de trabajo intermedio (punto de trabajo 2, en el que la potencia generada es la mitad de la potencia nominal del generador y la velocidad de giro de la turbina se obtiene por medio de la curva de potencia óptima).

5.6. Balance de potencias

Antes de proceder a resolver el régimen permanente de la máquina, se debe tener en cuenta la distribución de potencias (activa y reactiva) que tiene lugar en el sistema considerado. En la Figura 5.5 se muestra dicha distribución, donde se han dibujado todas las potencias eléctricas (potencias activa y reactiva) considerando que son absorbidas por la máquina eléctrica, es decir, con signo positivo (según el convenio motor), aunque en realidad las potencias pueden ser tanto positivas como negativas, en función de si la máquina absorbe o entrega potencia a la red, respectivamente.

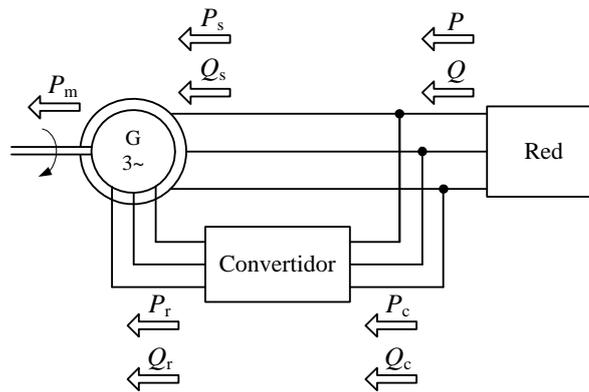


Figura 5.5: Distribución de potencias en el generador de inducción doblemente alimentado.

En la Figura 5.5 se observa que las potencias activa y reactiva intercambiadas entre el sistema y la red son:

$$P = P_s + P_c \quad ; \quad Q = Q_s + Q_c \quad (5.12)$$

donde los subíndices s y c hacen referencia al estator de la máquina y al convertidor, respectivamente.

Por un lado, la potencia activa del convertidor es igual a la potencia activa entregada o absorbida por el rotor del generador de inducción doblemente alimentado más las pérdidas del convertidor, P_p :

$$P_c = P_r + P_p \quad (5.13)$$

No obstante, las pérdidas en el convertidor, P_p , se pueden despreciar. Esto sucede porque la potencia entregada o absorbida por el rotor del generador de inducción doblemente alimentado está en función del deslizamiento de la máquina, el cual suele oscilar entre 0.3 y -0.3 , aproximadamente. Por lo tanto, es razonable suponer que las pérdidas son pequeñas en comparación con la potencia nominal. En efecto, según el estudio realizado por A. Petersson [9], las pérdidas del convertidor para sistemas eólicos de velocidad variable con generador de inducción doblemente alimentado son del orden del 0.5 % al 1 % de

la potencia nominal. Consecuentemente, se considera que la red intercambia potencia activa con el estator y con el rotor de la máquina:

$$P = P_s + P_r \quad (5.14)$$

Por otro lado, el valor de la potencia reactiva del convertidor depende de la estrategia de control seleccionada. Normalmente, se considera que el convertidor del lado de red trabaja con un factor de potencia unitario, por lo que ni absorbe ni entrega potencia reactiva a la red [50], [55]. Así, el intercambio de potencia reactiva con la red se produce únicamente a través del estator:

$$Q = Q_s \quad (5.15)$$

Además, tan sólo existirá intercambio de potencia reactiva con la red cuando se produzca una perturbación en la misma (como un hueco de tensión), ya que de este modo se puede controlar la tensión en el punto de conexión común [55]. Por lo tanto, para inicializar la máquina (régimen permanente) se considera que no existe intercambio de potencia reactiva entre el generador y la red:

$$Q = Q_s = 0 \quad (5.16)$$

Por otra parte, en la Figura 5.5 también se ha incluido la potencia mecánica, P_m . Como se comentó en el apartado 5.5, la potencia mecánica transmitida al generador es igual a la potencia extraída del viento, P_w , (ecuación (5.1)), ya que se consideran despreciables las pérdidas en el tren de engranajes. Además, la potencia mecánica se puede obtener por medio de la siguiente expresión:

$$P_m = \Gamma_{\text{res}} \cdot \omega_m \quad (5.17)$$

donde el par resistente, Γ_{res} , se corresponde con el par electromagnético en condiciones de régimen permanente mecánico, pues la velocidad mecánica es constante y por lo tanto se anula su derivada. En consecuencia, partiendo de la ecuación mecánica de la máquina:

$$\Gamma_m - \Gamma_{\text{res}} = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \quad (5.18)$$

y anulando la derivada de ω_m , resulta $\Gamma_m = \Gamma_{\text{res}}$, por lo que la expresión (5.17) se convierte en:

$$P_m = \Gamma_m \cdot \omega_m \quad (5.19)$$

5.7. Obtención de las condiciones iniciales de la máquina

El objetivo de estudiar el régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado es el de conocer las condiciones iniciales de la máquina, ya que se considera que ésta se encuentra en régimen permanente eléctrico y mecánico cuando se produce un hueco de tensión en la red.

En función de cuáles sean los parámetros conocidos, existen tres formas de calcular las condiciones iniciales. En todas ellas se consideran como datos los parámetros eléctricos del generador (resistencias, inductancias y número de pares de polos), la tensión de alimentación, la frecuencia de la red y la potencia reactiva intercambiada con la red (que se considera nula, como se comentó en el apartado 5.6). La diferencia entre las tres opciones está en considerar como un dato o una incógnita bien la potencia activa intercambiada con la red, bien la potencia extraída del viento.

Cabe notar que la velocidad del viento, la potencia mecánica y la velocidad de giro de la turbina están relacionadas entre sí por medio de la curva potencia mecánica versus velocidad de giro de la turbina (Figura 5.4), por lo que al hacer referencia a uno de estos parámetros se están considerando implícitamente todos ellos. Lo mismo sucede con la velocidad mecánica del generador y el deslizamiento, que se relacionan mediante la ecuación (5.9). A continuación se describen las tres opciones para el cálculo de las condiciones iniciales.

En la primera opción, se considera la velocidad del viento como un dato. Conocido este parámetro, mediante la curva potencia mecánica - velocidad de giro de la turbina (Figura 5.4) se obtiene la potencia óptima extraída del viento y la velocidad a la que tiene que girar el rotor eólico para obtener dicha potencia. A continuación, multiplicando esta velocidad por la relación de transmisión del tren de engranajes se obtiene la velocidad mecánica de giro del generador (5.8) y con ella el deslizamiento de la máquina (5.9). Entonces se resuelve el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones eléctricas de régimen permanente (4.200), las potencias activa (5.14) y reactiva (5.16) y la potencia mecánica (5.19). De este modo, se obtienen las corrientes del estator y del rotor, la tensión del rotor y la potencia activa a intercambiar con la red.

En la segunda opción, el enfoque es diferente: se considera como dato la potencia activa intercambiada con la red y se desea calcular a qué velocidad debe girar el generador para entregar esa potencia. En este caso, se requiere implementar la relación potencia mecánica - velocidad de la turbina - velocidad del viento (ecuación (5.1)) en el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones eléctricas de régimen permanente (4.200), las potencias activa (5.14) y reactiva (5.16) y la potencia mecánica (5.19). De este modo, se obtienen los resultados de las incógnitas del problema: corrientes del estator y del rotor, tensión

del rotor, velocidad del viento (y potencia mecánica) y velocidad mecánica de giro del generador. Finalmente aplicando (5.9) se obtiene el deslizamiento de la máquina.

La opción más utilizada en la literatura es una variante de las dos anteriores, en la que la potencia activa se aproxima a la potencia mecánica porque se consideran despreciables las pérdidas en la máquina. Esta es una aproximación razonable, teniendo en cuenta que las resistencias del estator y del rotor son del orden del 0.01 pu en generadores de inducción del orden del MW [9]. Según el estudio realizado por A. Petersson [9], las pérdidas de potencia en el generador de inducción doblemente alimentado son del orden de 1.5 % respecto la potencia nominal. Por lo tanto, en esta tercera opción de cálculo de las condiciones iniciales, se tiene como dato la potencia eléctrica, que es igual a la potencia mecánica y mediante la curva potencia - velocidad óptima de la turbina (Figura 5.4) se obtiene la velocidad a la que tiene que girar el rotor eólico para obtener dicha potencia. A continuación, multiplicando esta velocidad por la relación de transmisión del tren de engranajes se obtiene la velocidad de giro del generador (5.8) y con ella el deslizamiento de la máquina (5.9). Finalmente, resolviendo el sistema de ecuaciones formado por las ecuaciones eléctricas de régimen permanente (4.200) y las potencias activa (5.14) y reactiva (5.16), se obtienen las variables desconocidas, que son las corrientes del estator y del rotor y la tensión del rotor.

En la Tabla 5.2 se recogen los datos, las incógnitas y las ecuaciones para inicializar el régimen transitorio del generador de inducción doblemente alimentado, en función de la opción escogida.

Opción	Datos	Incógnitas	Ecuaciones
' Dato P_m '	$R_s, R_r, L_{sd}, L_{rd}, M, \phi$ v_{sf}, f_s $Q = 0$ $v_w \rightarrow P_m(v_w), \omega_m, g$	$i_{sf}, i_{rf}, v_{rf}, P$	Ecuaciones eléctricas (4.200) + potencia activa (5.14) + potencia reactiva (5.16) + potencia mecánica (5.19)
' Dato P '	$R_s, R_r, L_{sd}, L_{rd}, M, \phi$ v_{sf}, f_s $Q = 0$ P	i_{sf}, i_{rf}, v_{rf} $v_w, P_m(v_w) \rightarrow \omega_m, g$	Ecuaciones eléctricas (4.200) + potencia activa (5.14) + potencia reactiva (5.16) + potencia mecánica (5.19) + potencia extraída del viento (5.1)
' Dato $P \approx P_m$ '	$R_s, R_r, L_{sd}, L_{rd}, M, \phi$ v_{sf}, f_s $Q = 0$ $P \approx P_m(v_w) \rightarrow v_w, \omega_m, g$	i_{sf}, i_{rf}, v_{rf}	Ecuaciones eléctricas (4.200) + potencia activa (5.14) + potencia reactiva (5.16)

Tabla 5.2: Opciones para inicializar el régimen transitorio del generador.

En la presente tesis doctoral se inicializa el régimen transitorio mediante la tercera opción, cuya metodología se describe en *J. G. Sloopweg et al.* [50]. En la Figura 5.6 se muestra el algoritmo a seguir para la obtención de las condiciones iniciales que permitan inicializar la máquina, teniendo en cuenta esta opción y considerando la resolución por medio de las variables transformadas de *Ku*.

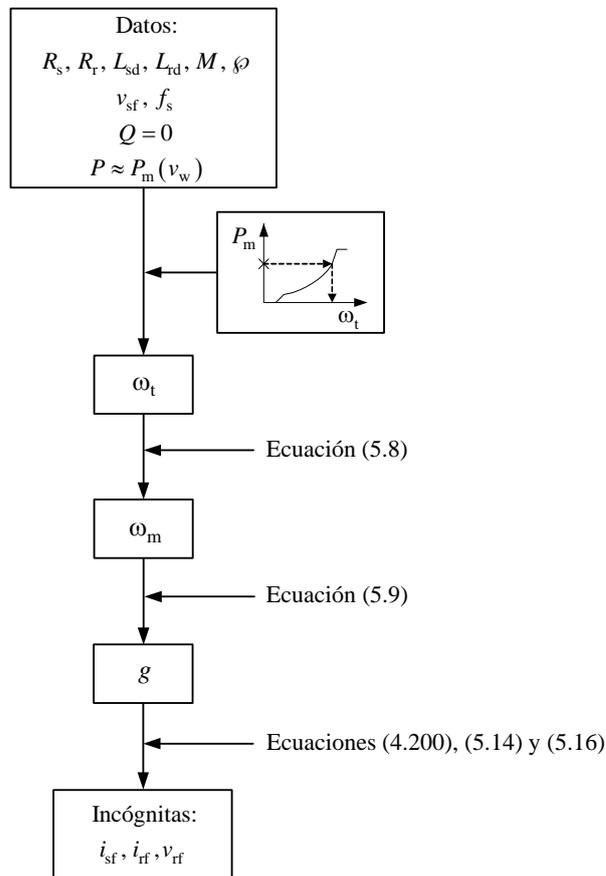


Figura 5.6: Algoritmo para el cálculo de las condiciones iniciales del generador de inducción doblemente alimentado.

Cabe notar que el algoritmo anterior es genérico, es decir, se puede aplicar para obtener cualquier velocidad de giro de la turbina a partir de una potencia mecánica dada y, con esta velocidad, calcular el deslizamiento, el cual se sustituye en las ecuaciones de régimen permanente y mediante su resolución se obtienen las condiciones iniciales de la máquina. No obstante, en la Tabla 5.1 se han definido tres puntos de trabajo del generador, que se corresponden con distintas potencias generadas y distintos deslizamientos. Por lo tanto, del algoritmo mostrado en la Figura 5.6 se va a considerar la última parte, es decir, la resolución de las ecuaciones de régimen permanente, a partir de una potencia generada conocida y del deslizamiento correspondiente a dicha potencia.

5.8. Resolución del sistema de ecuaciones de régimen permanente

5.8.1. Sistema de ecuaciones a resolver

Tal y como se ha comentado en el apartado anterior, las ecuaciones de régimen permanente necesarias para inicializar la máquina son las ecuaciones eléctricas (4.200) y las expresiones de las potencias activa (5.14) y reactiva (5.16):

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sf} \\ P &= P_s + P_r = 2 \cdot \text{Re} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\} + 2 \cdot \text{Re} \{v_{rf} \cdot i_{rf}^*\} \\ Q &= Q_s = 2 \cdot \text{Im} \{v_{sf} \cdot i_{sf}^*\} \end{aligned} \right\} \quad (5.20)$$

Por lo tanto, estudiar el régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado implica resolver las ecuaciones (5.20), las cuales forman un sistema no lineal, por lo que no tiene solución analítica. Todo ello está en concordancia con el estudio desarrollado por *J. F. Medina* y *A. Feijóo* [51], en el que se muestra el modelo de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado, que consta de una serie de ecuaciones que forman un sistema no lineal, por lo que se procede a su resolución por medio del algoritmo de resolución de *Newton-Raphson*. El modelo utilizado en ese estudio está escrito utilizando la notación fasorial, a diferencia de la presente tesis doctoral, en la que se utiliza el modelo en variables transformadas de *Ku*, pero el concepto es el mismo. En el estudio de *J. F. Medina* y *A. Feijóo* también se realiza un análisis de flujo de cargas, en el que el generador de inducción doblemente alimentado se considera como un nudo en el sistema de potencia, lo cual no se tendrá en cuenta en la presente tesis doctoral.

5.8.2. Algoritmo de *Newton-Raphson*

El algoritmo de *Newton-Raphson* o algoritmo *NR* [52] permite resolver sistemas de ecuaciones no lineales. Se parte de un sistema no lineal de n ecuaciones con n incógnitas, $\mathbf{F}(\mathbf{x})$:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ \vdots \\ 0 \end{bmatrix} \quad (5.21)$$

Cada una de las ecuaciones del sistema (5.21) se puede desarrollar en serie de *Taylor* para el entorno de un punto k , considerando únicamente la primera derivada (las derivadas de mayor orden se pueden despreciar). Para una ecuación i cualquiera, f_i , resulta:

$$f_i(x_1, x_2, \dots, x_n) = f_i(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}) + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_1}\right)_k \cdot \Delta x_1 + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_2}\right)_k \cdot \Delta x_2 + \dots + \left(\frac{\partial f_i}{\partial x_n}\right)_k \cdot \Delta x_n \quad (5.22)$$

Por lo tanto, se obtiene el siguiente sistema de ecuaciones (escrito en forma matricial):

$$\begin{bmatrix} f_1(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ f_2(x_1, x_2, \dots, x_n) \\ \vdots \\ f_n(x_1, x_2, \dots, x_n) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} f_1(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}) \\ f_2(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}) \\ \vdots \\ f_n(x_{1k}, x_{2k}, \dots, x_{nk}) \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_1}\right)_k & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_2}\right)_k & \dots & \left(\frac{\partial f_1}{\partial x_n}\right)_k \\ \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_1}\right)_k & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_2}\right)_k & \dots & \left(\frac{\partial f_2}{\partial x_n}\right)_k \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_1}\right)_k & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_2}\right)_k & \dots & \left(\frac{\partial f_n}{\partial x_n}\right)_k \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} \Delta x_1 \\ \Delta x_2 \\ \vdots \\ \Delta x_n \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

que se puede expresar de la siguiente forma:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) \cdot \Delta \mathbf{x} \quad (5.24)$$

donde $\mathbf{J}(\mathbf{x}_k)$ es el *Jacobiano* de $\mathbf{F}(\mathbf{x}_k)$, es decir, la derivada de $\mathbf{F}(\mathbf{x})$ con respecto a \mathbf{x} y evaluada en el punto k . El proceso consiste en encontrar los valores de las incógnitas del sistema, \mathbf{x} , tal que se cumpla:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} \quad (5.25)$$

Para ello, se dan unos valores iniciales a las incógnitas, se resuelve el sistema de ecuaciones (5.23), que es un sistema lineal, y se obtienen los nuevos valores de \mathbf{x} . Sea \mathbf{x}_k el valor de las incógnitas en la iteración anterior y \mathbf{x}_{k+1} el valor de las incógnitas en la iteración actual, y teniendo en cuenta (5.25), la ecuación (5.24) se puede escribir como:

$$\mathbf{F}(\mathbf{x}) = \mathbf{0} = \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) + \mathbf{J}(\mathbf{x}_k) \cdot (\mathbf{x}_{k+1} - \mathbf{x}_k) \quad (5.26)$$

de modo que el valor de las incógnitas en la iteración actual, \mathbf{x}_{k+1} , se obtiene mediante:

$$\mathbf{x}_{k+1} = \mathbf{x}_k - \mathbf{J}^{-1}(\mathbf{x}_k) \cdot \mathbf{F}(\mathbf{x}_k) \quad (5.27)$$

El proceso iterativo continúa hasta que la diferencia entre los valores calculados en la iteración actual, \mathbf{x}_{k+1} , y los valores de la iteración anterior, \mathbf{x}_k , es inferior a una determinada tolerancia o error ε (idealmente $\varepsilon = 0$). Cabe notar que se debe calcular el *Jacobiano* para cada iteración. La potencia de este método de resolución radica en que se suelen obtener los resultados del sistema no lineal en pocas iteraciones.

5.8.3. Resolución del sistema de ecuaciones

Con el fin de reducir la complejidad del sistema de ecuaciones (5.20), dado que está expresado en variables complejas, y teniendo presente que se debe calcular el *Jacobiano* del mismo para cada iteración, se procede a escribir dicho sistema de ecuaciones en función de las partes real e imaginaria de las variables transformadas de *Ku*. Esto se corresponde al sistema de ecuaciones (5.20) escrito en variables transformadas de *Park* (la relación entre ambas variables viene dada por (4.157)), dando lugar a un sistema no lineal de 6 ecuaciones y 6 incógnitas. Dicho sistema escrito en la forma (5.21), resulta:

$$\left. \begin{aligned} f_1 &= R_s \cdot i_{sd} - \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sq} - \omega_s \cdot M \cdot i_{rq} - v_{sd} = 0 \\ f_2 &= R_s \cdot i_{sq} + \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sd} + \omega_s \cdot M \cdot i_{rd} - v_{sq} = 0 \\ f_3 &= R_r \cdot i_{rd} - g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rq} - g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sq} - v_{rd} = 0 \\ f_4 &= R_r \cdot i_{rq} + g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rd} + g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sd} - v_{rq} = 0 \\ f_5 &= v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq} + v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq} - P = 0 \\ f_6 &= v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq} - Q = 0 \end{aligned} \right\} \quad (5.28)$$

El Jacobiano del sistema de ecuaciones (5.28) se calcula como:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} \frac{\partial f_1}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_1}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_1}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_1}{\partial v_{rq}} \\ \frac{\partial f_2}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_2}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_2}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_2}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_2}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_2}{\partial v_{rq}} \\ \frac{\partial f_3}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_3}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_3}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_3}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_3}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_3}{\partial v_{rq}} \\ \frac{\partial f_4}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_4}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_4}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_4}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_4}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_4}{\partial v_{rq}} \\ \frac{\partial f_5}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_5}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_5}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_5}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_5}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_5}{\partial v_{rq}} \\ \frac{\partial f_6}{\partial i_{sd}} & \frac{\partial f_6}{\partial i_{sq}} & \frac{\partial f_6}{\partial i_{rd}} & \frac{\partial f_6}{\partial i_{rq}} & \frac{\partial f_6}{\partial v_{rd}} & \frac{\partial f_6}{\partial v_{rq}} \end{bmatrix} \quad (5.29)$$

resultando:

$$\mathbf{J}(\mathbf{x}) = \begin{bmatrix} R_s & -\omega_s \cdot L_s & 0 & -\omega_s \cdot M & 0 & 0 \\ \omega_s \cdot L_s & R_s & \omega_s \cdot M & 0 & 0 & 0 \\ 0 & -g \cdot \omega_s \cdot M & R_r & -g \cdot \omega_s \cdot L_r & -1 & 0 \\ g \cdot \omega_s \cdot M & 0 & g \cdot \omega_s \cdot L_r & R_r & 0 & -1 \\ v_{sd} & v_{sq} & v_{rd} & v_{rq} & i_{rd} & i_{rq} \\ v_{sq} & -v_{sd} & 0 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (5.30)$$

Finalmente, sustituyendo (5.28) y (5.30) en (5.27) se obtiene:

$$\begin{bmatrix} i_{sd\ k+1} \\ i_{sq\ k+1} \\ i_{rd\ k+1} \\ i_{rq\ k+1} \\ v_{rd\ k+1} \\ v_{rq\ k+1} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} i_{sd\ k} \\ i_{sq\ k} \\ i_{rd\ k} \\ i_{rq\ k} \\ v_{rd\ k} \\ v_{rq\ k} \end{bmatrix} - \begin{bmatrix} R_s & -\omega_s \cdot L_s & 0 & \dots \\ \omega_s \cdot L_s & R_s & \omega_s \cdot M & \dots \\ 0 & -g \cdot \omega_s \cdot M & R_r & \dots \\ g \cdot \omega_s \cdot M & 0 & g \cdot \omega_s \cdot L_r & \dots \\ v_{sd} & v_{sq} & v_{rd\ k} & \dots \\ v_{sq} & -v_{sd} & 0 & \dots \end{bmatrix} \quad (5.31)$$

$$\begin{bmatrix} \dots & -\omega_s \cdot M & 0 & 0 \\ \dots & 0 & 0 & 0 \\ \dots & -g \cdot \omega_s \cdot L_r & -1 & 0 \\ \dots & R_r & 0 & -1 \\ \dots & v_{rq\ k} & i_{rd\ k} & i_{rq\ k} \\ \dots & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} R_s \cdot i_{sd\ k} - \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sq\ k} - \omega_s \cdot M \cdot i_{rq\ k} - v_{sd} \\ R_s \cdot i_{sq\ k} + \omega_s \cdot L_s \cdot i_{sd\ k} + \omega_s \cdot M \cdot i_{rd\ k} - v_{sq} \\ R_r \cdot i_{rd\ k} - g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rq\ k} - g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sq\ k} - v_{rd\ k} \\ R_r \cdot i_{rq\ k} + g \cdot \omega_s \cdot L_r \cdot i_{rd\ k} + g \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{sd\ k} - v_{rq\ k} \\ v_{sd} \cdot i_{sd\ k} + v_{sq} \cdot i_{sq\ k} + v_{rd\ k} \cdot i_{rd\ k} + v_{rq\ k} \cdot i_{rq\ k} - P \\ v_{sq} \cdot i_{sd\ k} - v_{sd} \cdot i_{sq\ k} - Q \end{bmatrix}$$

En la Figura 5.7 se muestran los pasos a seguir para la obtención de las soluciones de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado. Se observa que se parte de unas semillas nulas, se sustituyen éstas en (5.31) y se obtienen los nuevos resultados. Si la diferencia entre éstos y los valores iniciales es inferior a una tolerancia ε (se ha considerado $\varepsilon = 10^{-5}$), se dan como buenos los resultados. Por el contrario, si la diferencia es superior a la tolerancia considerada, se debe repetir el proceso iterativo hasta que el error sea inferior a ε .

Por otro lado, en la Tabla 5.3 se muestran los resultados de las incógnitas del sistema de ecuaciones (5.31) para cada iteración. Se considera que el aerogenerador trabaja en el punto de de trabajo 1 (definido en la Tabla 5.1). Se observa que el error entre los valores de las soluciones entre la segunda y la tercera iteración es inferior a 10^{-5} , por lo que en tres iteraciones (más la iteración inicial con las semillas) se han obtenido las soluciones de régimen permanente de la máquina. En efecto, se ha comprobado que en pocas iteraciones se obtienen unos resultados con un nivel de precisión muy elevado.

Cabe notar que los resultados de la Tabla 5.3 se muestran en por unidad (pu). Este es el sistema escogido para mostrar todos los resultados (no sólo los valores de régimen permanente, sino también las gráficas del régimen dinámico de la máquina). Para más información sobre el sistema por unidad y, en concreto, para conocer los valores base utilizados en la presente tesis doctoral, consúltese el Anexo C.

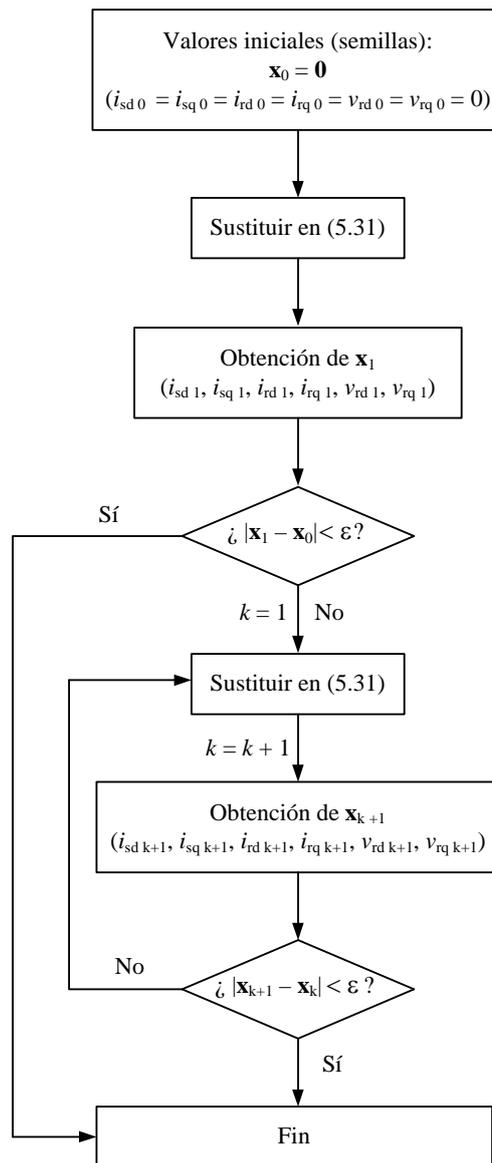


Figura 5.7: Resolución del sistema de ecuaciones de régimen permanente del generador por medio del algoritmo de resolución de *Newton-Raphson*.

Iteración	i_{sd}	i_{sq}	i_{rd}	i_{rq}	v_{rd}	v_{rq}
0	-1	0	1.0333	-0.3367	-0.2662	-0.0521
1	-0.7941	0	0.8206	-0.3360	-0.2677	-0.0420
2	-0.7944	0	0.8208	-0.3360	-0.2677	-0.0421
3	-0.7944	0	0.8208	-0.3360	-0.2677	-0.0421

Tabla 5.3: Valores (en pu) de las incógnitas del sistema de ecuaciones de régimen permanente para cada iteración.

A continuación se comprueban los valores (en pu) de las potencias activa y reactiva de régimen permanente:

$$P = P_s + P_r = v_{sd} \cdot i_{sd} + v_{sq} \cdot i_{sq} + v_{rd} \cdot i_{rd} + v_{rq} \cdot i_{rq} = -1 \quad (5.32)$$

$$Q = Q_s = v_{sq} \cdot i_{sd} - v_{sd} \cdot i_{sq} = 0$$

Por un lado, la potencia activa, P , es igual a la potencia nominal del generador. El signo negativo indica que es una potencia entregada a la red. Por otro lado, se comprueba que la potencia reactiva, Q , es nula, puesto que ésta es la estrategia de control del convertidor, tal y como se ha comentado en el apartado 5.6.

Finalmente, el par electromagnético se calcula por medio de la expresión (4.135), resultando (en pu):

$$\Gamma_m = \varphi \cdot M \cdot (i_{rd} \cdot i_{sq} - i_{rq} \cdot i_{sd}) = -0.801 \quad (5.33)$$

5.8.4. Resultados de régimen permanente

Teniendo presente que el régimen transitorio del generador de inducción doblemente alimentado se va a resolver en variables transformadas de Ku , los resultados obtenidos en la Tabla 5.3 (componentes *directa* y en *cuadratura* de las variables transformadas de *Park*) se deben transformar por medio de (4.156), obteniéndose la componente *forward* de las variables transformadas de Ku :

$$x_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x_d + j \cdot x_q) \quad (5.34)$$

Por otro lado, también es importante mostrar los fasores de tensiones y corrientes de régimen permanente. La relación entre los fasores y las variables transformadas de Ku se obtuvo en el Capítulo 4. Para el caso de las variables del estator, se tiene:

$$x_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{X}_s \Rightarrow \underline{X}_s = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x_{sf} \quad (5.35)$$

mientras que para las variables del rotor, las expresiones fasoriales se obtienen mediante:

$$x_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{X}_r \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \Rightarrow \underline{X}_r = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot x_{sf} \cdot e^{-j \cdot \varphi \cdot \theta_0} \quad (5.36)$$

Para el cálculo de los fasores de las variables del rotor se considera que el ángulo mecánico inicial, θ_0 , es nulo.

En la Tabla 5.4 se muestran las soluciones de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado, tanto en variables transformadas de *Park* y de *Ku*, como en forma fasorial, considerando que el generador entrega a la red la potencia nominal (punto de trabajo 1).

Variable	<i>Park</i>	<i>Ku</i>	Fasor
Tensión estator	$v_{sd} = 1$; $v_{sq} = 0$	$v_{sf} = 1$	$\underline{V}_s = 0.707 \angle 0^\circ$
Tensión rotor	$v_{rd} = -0.268$; $v_{rq} = -0.042$	$v_{rf} = -0.268 - j \cdot 0.042$	$\underline{V}_r = 0.192 \angle -171.074^\circ$
Corriente estator	$i_{sd} = -0.794$; $i_{sq} = 0$	$i_{sf} = -0.794$	$\underline{I}_s = 0.562 \angle 180^\circ$
Corriente rotor	$i_{rd} = 0.821$; $i_{rq} = -0.336$	$i_{rf} = 0.821 - j \cdot 0.336$	$\underline{I}_r = 0.627 \angle -22.260^\circ$
Corriente mag.	$i_{md} = 0.026$; $i_{mq} = -0.336$	$i_{mf} = 0.026 - j \cdot 0.336$	$\underline{I}_m = 0.238 \angle -85.494^\circ$

Nota:

- El generador funciona en el punto de trabajo 1:
 - o Potencia activa y deslizamiento: $P = -1$; $g = -0.267$
 - o Potencia reactiva y par electromagnético: $Q = 0$; $\Gamma_m = -0.801$

Tabla 5.4: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 1.

De los resultados mostrados en la Tabla 5.4 cabe notar, por un lado, que los valores de las variables transformadas de *Park* y de *Ku* son constantes. Esto es debido a que se ha estudiado el régimen permanente de la máquina teniendo en cuenta una alimentación trifásica equilibrada y considerando la referencia sincronismo. Por otro lado, se observa que la corriente del estator presenta un signo negativo, por lo que va en sentido contrario al marcado en el esquema de régimen permanente de la máquina (Figura 4.15, donde las corrientes se han dibujado entrantes al circuito, suponiendo el convenio motor). Además, la potencia activa también es negativa. Esto se debe a que el generador está entregando potencia activa a la red.

Cabe notar que si el generador no entrega a la red la potencia nominal, es decir, no está funcionando en el punto de trabajo 1, entonces los valores de régimen permanente son distintos. En la Tabla 5.5 y en la Tabla 5.6 se recogen los resultados de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado cuando éste entrega a la red la mitad de su potencia nominal (punto de trabajo 2) y el 10 % de la misma (punto de trabajo 3), respectivamente.

Variable	Park	Ku	Fasor
Tensión estator	$v_{sd} = 1$; $v_{sq} = 0$	$v_{sf} = 1$	$\underline{V}_s = 0.707 \angle 0^\circ$
Tensión rotor	$v_{rd} = -0.087$; $v_{rq} = -0.011$	$v_{rf} = -0.087 - j \cdot 0.011$	$\underline{V}_r = 0.062 \angle -172.90^\circ$
Corriente estator	$i_{sd} = -0.462$; $i_{sq} = 0$	$i_{sf} = -0.462$	$\underline{I}_s = 0.326 \angle 180^\circ$
Corriente rotor	$i_{rd} = 0.477$; $i_{rq} = -0.335$	$i_{rf} = 0.477 - j \cdot 0.335$	$\underline{I}_r = 0.412 \angle -35.054^\circ$
Corriente mag.	$i_{md} = 0.015$; $i_{mq} = -0.335$	$i_{mf} = 0.015 - j \cdot 0.335$	$\underline{I}_m = 0.238 \angle -87.37^\circ$

Nota:

- El generador funciona en el punto de trabajo 2:
 - o Potencia activa y deslizamiento: $P = -0.5$; $g = -0.089$
 - o Potencia reactiva y par electromagnético: $Q = 0$; $\Gamma_m = -0.464$

Tabla 5.5: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 2.

Variable	Park	Ku	Fasor
Tensión estator	$v_{sd} = 1$; $v_{sq} = 0$	$v_{sf} = 1$	$\underline{V}_s = 0.707 \angle 0^\circ$
Tensión rotor	$v_{rd} = 0.344$; $v_{rq} = 0.006$	$v_{rf} = 0.344 - j \cdot 0.006$	$\underline{V}_r = 0.243 \angle 0.933^\circ$
Corriente estator	$i_{sd} = -0.147$; $i_{sq} = 0$	$i_{sf} = -0.147$	$\underline{I}_s = 0.104 \angle 180^\circ$
Corriente rotor	$i_{rd} = 0.152$; $i_{rq} = -0.334$	$i_{rf} = 0.152 - j \cdot 0.334$	$\underline{I}_r = 0.259 \angle -65.549^\circ$
Corriente mag.	$i_{md} = 0.005$; $i_{mq} = -0.334$	$i_{mf} = 0.005 - j \cdot 0.334$	$\underline{I}_m = 0.236 \angle -89.160^\circ$

Nota:

- El generador funciona en el punto de trabajo 3:
 - o Potencia activa y deslizamiento: $P = -0.1$; $g = 0.333$
 - o Potencia reactiva y par electromagnético: $Q = 0$; $\Gamma_m = -0.147$

Tabla 5.6: Soluciones (en pu) del régimen permanente de la máquina para el punto de trabajo 3.

Obsérvese que entre los resultados anteriores también se ha incluido la corriente magnetizante, que resulta de sumar la corriente del estator más la del rotor, como se observa en el circuito equivalente por fase de la máquina de inducción doblemente alimentada (Figura 4.15), el cual se representa de nuevo en la Figura 5.8, ahora mostrando la corriente magnetizante, \underline{I}_m .

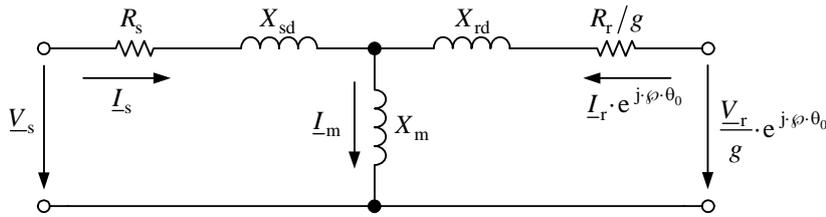


Figura 5.8: Esquema de régimen permanente de la máquina de inducción doblemente alimentada.

En la Figura 5.9 se muestran los fasores de tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado, para los tres puntos de trabajo considerados. Cabe recordar que el ángulo mecánico inicial, θ_0 , se considera nulo. En la Figura 5.9 se observa que el fasor de la corriente magnetizante, \underline{I}_m , varía muy poco para los 3 puntos de trabajo considerados. No obstante, sí que existe un notable cambio en los fasores de la corriente del estator, \underline{I}_s , de la corriente del rotor, \underline{I}_r , y de la tensión del rotor, \underline{V}_r .

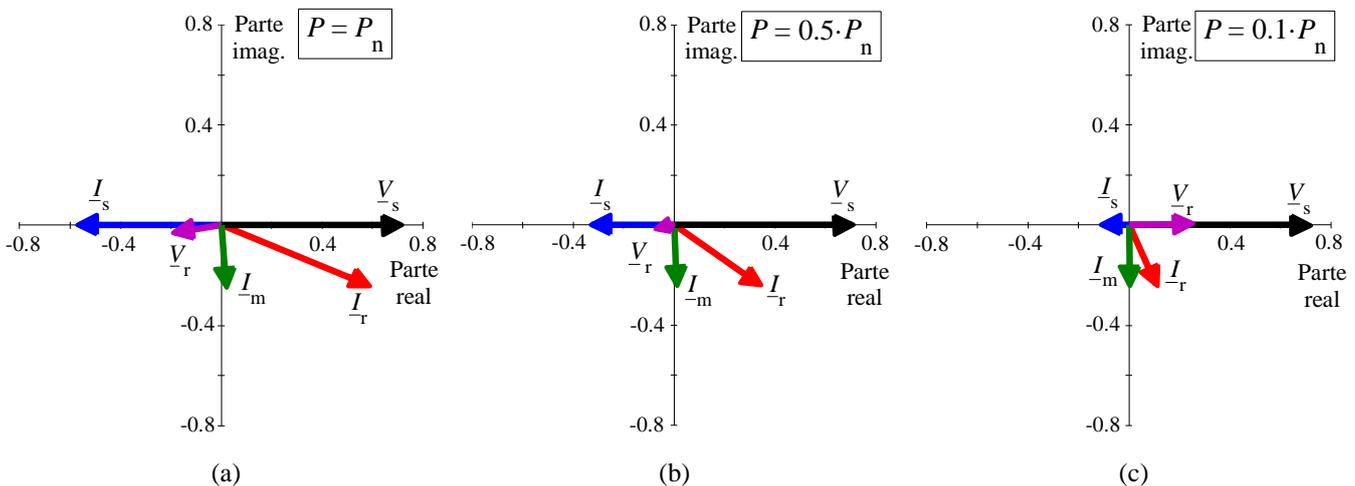


Figura 5.9: Fasores de tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3.

Finalmente, en la Figura 5.10 se muestra la evolución temporal de las tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado, para los tres puntos de trabajo considerados. Cabe notar que la pulsación de las variables del estator es ω_s , mientras que la pulsación de las variables del rotor viene dada por la condición de funcionamiento de la máquina (según (4.49)), y es la siguiente: $\omega_r = \omega_s - \varphi \cdot \omega_m$, donde la ω_m , a su vez, depende del deslizamiento, g . Por lo tanto, las variables del rotor presentarán una pulsación ω_r distinta en función del punto de trabajo considerado.

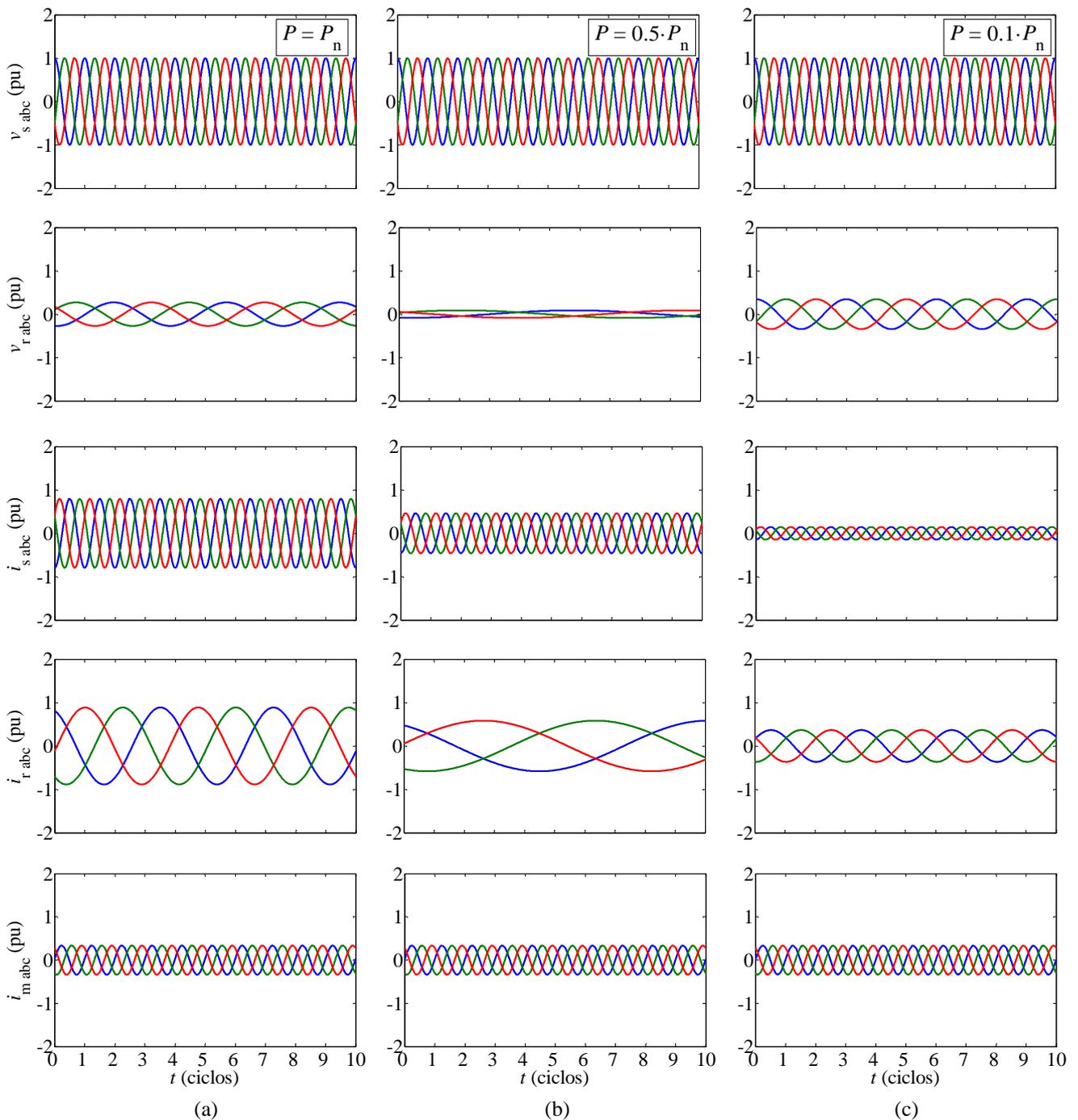


Figura 5.10: Evolución temporal de las tensiones y corrientes de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3.

Analizando los resultados de la Tabla 5.4 a la Tabla 5.6 y los fasores de la Figura 5.9, así como las gráficas temporales de la Figura 5.10, se observa que las corrientes de régimen permanente correspondientes al punto de trabajo 1 presentan unos valores mayores, por lo que éste es el punto de trabajo más desfavorable. Por otro lado, el punto de trabajo 3 es el más favorable, al ser éste al que se corresponden los valores más pequeños de las corrientes de régimen permanente.

5.9. Sumario

En este capítulo se ha obtenido, en primer lugar, la curva de potencia óptima en función de la velocidad de giro de la turbina, mediante el seguimiento del punto de máxima potencia para cada velocidad del viento incidente. Mediante esta curva y dada una potencia, se ha extraído la velocidad a la que tiene que girar el rotor eólico para obtener dicha potencia y teniendo en cuenta la relación de transmisión del tren de engranajes (dispositivo al que se conecta el eje de baja velocidad o eje del rotor eólico y el eje de alta velocidad o eje del generador) se obtiene la velocidad mecánica de giro del generador. Esto ha permitido definir tres puntos de trabajo del aerogenerador, caracterizados por una determinada potencia activa y el deslizamiento que se corresponde a la velocidad de giro del generador para obtener dicha potencia.

Se ha realizado también un balance de potencias en el generador de inducción doblemente alimentado, mediante el cual se han escrito las expresiones de las potencias activa y reactiva intercambiadas entre el aerogenerador y la red.

Por último, se ha resuelto el sistema de ecuaciones no lineales de régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado por medio del algoritmo de resolución de *Newton-Raphson*. En este sentido, se ha realizado una aportación a la resolución del régimen permanente del generador, ya que se ha calculado el *Jacobiano* del sistema de ecuaciones y se han expresado las ecuaciones de régimen permanente de forma que se puedan resolver por medio de un proceso iterativo, hasta dar con la solución final. Los resultados se han mostrado tanto en variables transformadas de *Park* y de *Ku*, como en su forma fasorial y se ha observado que en función del punto de trabajo del aerogenerador se obtienen unos valores de régimen permanente u otros. En concreto, el punto de trabajo 1 (en el que el generador entrega a la red su potencia nominal) se podría definir como el más desfavorable, ya que los valores obtenidos para las corrientes de régimen permanente han sido los mayores. Por el contrario, el punto de trabajo 3 (en el que el generador entrega a la red el 10 % de su potencia nominal) es el más favorable, ya que las corrientes de régimen permanente presentan los valores más bajos.

En consecuencia, se ha cumplido con el objetivo 4 de la tesis doctoral: estudiar el régimen permanente del generador de inducción doblemente alimentado.

Capítulo 6. Estudio analítico del régimen transitorio

6.1. Introducción

El régimen transitorio del generador de inducción doblemente alimentado se puede estudiar desde dos puntos de vista: considerando el efecto que la red eléctrica produce sobre la máquina o analizando el efecto del funcionamiento de la máquina sobre la red eléctrica y sobre los otros generadores conectados a la misma. En la presente tesis doctoral se tiene en consideración el primer enfoque, pues se pretende analizar el efecto de los huecos de tensión sobre el generador de inducción doblemente alimentado (influencia de la red sobre la máquina). Mediante el segundo enfoque se podría estudiar, por ejemplo, los efectos que produciría la desconexión de la red de un aerogenerador sobre los otros aerogeneradores del parque eólico o sobre la calidad de la energía eléctrica de la red.

En la literatura existe una gran variedad de estudios focalizados en el control del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión. No obstante, el número de estudios analíticos sobre el comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión es bastante limitado. Un ejemplo de este tipo de estudios se desarrolla en *J. López et al.* [17], donde se realiza un estudio teórico del comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado frente a huecos de tensión simétricos, describiendo la evolución del flujo del estator y de la tensión del rotor de la máquina. Los mismos autores desarrollan en [18] un estudio similar, pero enfocado al comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión asimétricos.

Por otro lado, también existe un reducido número de publicaciones en la literatura acerca de la consideración de los límites de tensión o corriente del convertidor para conseguir controlar el generador frente a huecos de tensión. Por ejemplo, en *S. Chondrogiannis y M. Barnes* [19] se desarrolla un estudio analítico para dimensionar el convertidor del lado de rotor, bajo la consideración de que es posible controlar las potencias activa y reactiva durante la falta. En la presente tesis doctoral se tiene en cuenta el límite de tensión del convertidor del lado de rotor y se determina si éste es capaz de controlar la máquina durante la falta. En este sentido, el trabajo de *J. Hu y Y. He* [20] es de interés, ya que en él se propone una estrategia de control del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión asimétricos y se estudia su comportamiento dinámico considerando los límites de tensión y corriente tanto del convertidor del lado de red, como del convertidor del lado de rotor.

En este capítulo se analiza, en primer lugar, el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión simétricos y asimétricos, sin ningún tipo de control. Se comprueba que aparecen unos picos de corriente del rotor muy elevados, que pueden dañar el convertidor del lado de rotor. Por este motivo, se propone una estrategia de control que se basa en mantener constante la corriente del rotor transformada (en referencia sincronismo) en un valor igual al de régimen permanente. Aunque ésta no es una estrategia de control óptima (el objetivo de la tesis no es controlar la máquina, sino analizar los efectos de los huecos de tensión sobre la misma), presenta la ventaja de que, además de proteger al convertidor, permite la resolución analítica del transitorio eléctrico de la máquina, lo cual supone una potente herramienta para comprender cómo se comporta el generador de inducción doblemente alimentado frente a huecos de tensión. Por lo tanto, se contribuye a proponer soluciones que permitan cumplir con el criterio de continuidad de suministro, impuesto por los actuales códigos de red, cuando se producen este tipo de perturbaciones en la red eléctrica.

El estudio analítico se lleva a cabo por medio de las ecuaciones transformadas de *Ku* en referencia sincronismo, ya que es la mejor manera de que las expresiones sean tratables analíticamente, al ser ésta una notación compacta de las ecuaciones transformadas de *Park*. Además, se considera que el convertidor se dimensiona del 100 % de la potencia nominal del generador y se contempla el límite de tensión del mismo, con el fin de analizar si la tensión del rotor requerida para controlar la corriente del rotor es superior o inferior a dicho límite, es decir, si es posible mantener constante la corriente del rotor transformada (en referencia sincronismo). Se considera también que el generador funciona en el punto de trabajo más desfavorable (punto de trabajo 1) y se tiene en cuenta una recuperación instantánea (o abrupta) de la tensión, aunque también se muestran las expresiones analíticas para el caso discreto.

Los resultados analíticos se validan por medio de la integración numérica del sistema de ecuaciones utilizando MATLAB y también mediante la simulación de los circuitos equivalentes del generador de inducción doblemente alimentado por medio de PSpice. En el Anexo D se muestran los modelos utilizados en ambos programas.

Al final del presente capítulo también se analiza la influencia de la potencia generada y de los parámetros del generador en el comportamiento dinámico del mismo.

6.2. Hipótesis de partida

En primer lugar, se considera que el generador de inducción doblemente alimentado se encuentra en condiciones de régimen permanente eléctrico y mecánico cuando se produce el hueco de tensión. En consecuencia, cabe tener presente todo el estudio desarrollado en el Capítulo 5, ya que los resultados de régimen permanente son los que permiten inicializar el régimen transitorio de la máquina.

En segundo lugar, se asume que la velocidad mecánica del generador, ω_m , no varía significativamente durante la falta, por lo que se supone constante. Ciertamente, cuando se produce un hueco de tensión existe una pérdida de velocidad en la máquina de inducción, como se demuestra en *F. Córcoles* y *J. Pedra* [59]. Además, cuanto mayor sea la duración del hueco de tensión, mayor será esta disminución de velocidad. No obstante, para huecos de corta duración (entre 5 y 6 ciclos, o dicho de otro modo, entre 100 y 120 ms), que son los que se contemplan en la presente tesis doctoral, no existe un cambio brusco en la velocidad mecánica del generador, por lo que asumirla constante es una suposición aceptable. De hecho, en el estudio desarrollado por *L. Guasch et al.* [31], se comprueba que la pérdida de velocidad en la máquina de inducción sujeta a un hueco de tensión de una duración de 110 ms está en torno al 1 %.

Por otro lado, si se desea tener en cuenta la pérdida de velocidad del generador, entonces se debe contemplar la ecuación mecánica de la máquina. El sistema mecánico del aerogenerador se puede modelizar como un sistema dos masas [60], en el que se considera la inercia del rotor eólico y la inercia del generador por separado, dando lugar a dos ecuaciones dinámicas, una correspondiente al eje de baja velocidad (unido al rotor eólico) y otra correspondiente al eje de alta velocidad (unido al generador). No obstante, se puede simplificar la complejidad si se considera una única inercia (modelo de una masa). En este caso, la ecuación mecánica viene definida por:

$$\Gamma_m - \Gamma_{\text{res}} = \left(\frac{J_t}{r_t^2} + J_g \right) \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \quad (6.1)$$

donde J_t es la inercia de la turbina, J_g es la inercia del generador, r_t es la relación de transmisión del tren de engranajes (véase el Capítulo 5 para más información), Γ_m es el par electromagnético del generador y Γ_{res} es el par resistente, el cual se corresponde con el par producido por el viento sobre los álabes de la turbina, Γ_t , y se calcula mediante (5.11).

6.3. Modelo dinámico a estudiar

Para estudiar analíticamente el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado, se utiliza el modelo de la máquina en variables transformadas de Ku y en referencia sincronismo, ya que es la mejor forma de tratar analíticamente las expresiones. Dicho modelo se ha obtenido en el Capítulo 4, aunque se repite a continuación para más claridad:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \\ \Gamma_m - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \\ \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (6.2)$$

Una de las hipótesis para el análisis del régimen transitorio de la máquina es que la velocidad de giro se supone constante durante el hueco de tensión (apartado 6.2), por lo que su derivada es nula. En consecuencia, el modelo dinámico del generador de inducción doblemente alimentado viene dado por las ecuaciones eléctricas y la ecuación del par electromagnético:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \\ \Gamma_m &= \phi \cdot 2 \cdot M \cdot \text{Im} \{ i_{sf} \cdot i_{rf}^* \} \end{aligned} \right\} \quad (6.3)$$

Por otro lado, las expresiones para el cálculo de la potencia instantánea, p , y de la potencia reactiva instantánea, q , son las siguientes (véase el Capítulo 4 para más información):

$$\begin{aligned} p &= p_s + p_r = 2 \cdot \text{Re} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} + 2 \cdot \text{Re} \{ v_{rf} \cdot i_{rf}^* \} \\ q &= q_s = \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \omega_s \cdot \text{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right] \end{aligned} \quad (6.4)$$

donde se ha considerado, tal y como se comentó en el Capítulo 5, que la máquina intercambia potencia instantánea por el estator y por el rotor (al suponer despreciables las pérdidas en el convertidor [9]), mientras que el intercambio de potencia reactiva instantánea se produce únicamente a través del estator, ya que el convertidor del lado de red trabaja con un factor de potencia unitario [50], [55].

6.4. Variables de interés

Las variables de interés para el estudio del efecto de los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado son las siguientes:

- Tensiones del estator y del rotor:
 - En componentes abc : $v_{s\ abc}$ y $v_{r\ abc}$.
 - En variables transformadas de Ku : v_{sf} y v_{rf} .
- Corrientes del estator y del rotor:
 - En componentes abc : $i_{s\ abc}$ e $i_{r\ abc}$.
 - En variables transformadas de Ku : i_{sf} e i_{rf} .
- Par electromagnético: Γ_m .
- Potencia instantánea: p .
- Potencia reactiva instantánea: q .

Todos los resultados de este capítulo, así como los del Capítulo 7, se muestran en el sistema por unidad (pu). En el Anexo C se muestran los valores base escogidos para expresar todas las variables en pu, tanto si se utilizan las variables en componentes abc , como las variables transformadas. Cabe destacar que las tensiones y las corrientes reducidas en componentes abc se obtienen al dividir las entre sus valores máximos, es decir, entre $\sqrt{2} \cdot V_n$ y $\sqrt{2} \cdot I_n$, (siendo V_n e I_n la tensión de fase nominal y la corriente nominal del generador). Si se trabaja con las variables transformadas de $Park$, sus valores reducidos se obtienen al dividir las entre $\sqrt{3} \cdot V_n$ y $\sqrt{3} \cdot I_n$. Por último, si se utilizan las variables transformadas de Ku , éstas se reducen al dividir las entre $\sqrt{3/2} \cdot V_n$ y $\sqrt{3/2} \cdot I_n$.

6.5. Comportamiento del generador sin controlar la corriente del rotor

En este apartado se analiza el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sin controlar la corriente del rotor, es decir, suponiendo que la tensión de alimentación del rotor es igual a la de régimen permanente. Por ello, la evolución temporal de dicha tensión no se muestra en las figuras de este apartado, dado que ya se obtuvo en el Capítulo 5 al analizar el régimen permanente de la máquina.

En este apartado se considera que todos los huecos de tensión tienen una profundidad del 10 % ($h = 0.1$) y una duración de 110 ms o 5.5 ciclos ($\Delta t = 5.5T$). Se asume que el generador funciona en su punto de trabajo más desfavorable (punto de trabajo 1, entregando a la red su potencia nominal, P_n , y su deslizamiento mecánico es $g = -0.267$).

6.5.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En la Figura 6.1 se muestra el comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión simétricos abruptos (tipo A_1 y A_2), sin controlar la corriente del rotor. Se observa que la evolución temporal de las variables es muy similar para ambos huecos.

Por un lado, se destacan los grandes picos de corriente del estator, $i_{s\ abc}$, y del rotor, $i_{r\ abc}$, que se obtienen después del instante de inicio del hueco, t_{0h} , y que rondan los 9 pu. Por otro lado, se observan unos grandes picos de par electromagnético, Γ_m , de potencia instantánea, p , y de potencia reactiva instantánea, q , los cuales se producen una vez el hueco de tensión ha finalizado, en el instante t_{fh} , y sus valores están comprendidos entre 5 y 7 pu. Cabe notar que la evolución temporal de estas últimas variables es exactamente la misma para ambos tipos de hueco, pero con un cierto desplazamiento temporal, que viene marcado por el instante final del hueco, t_{fh} , definido en el Capítulo 3 (Tabla 3.3). En concreto, se trata de una desfase de 90° entre ambos huecos.

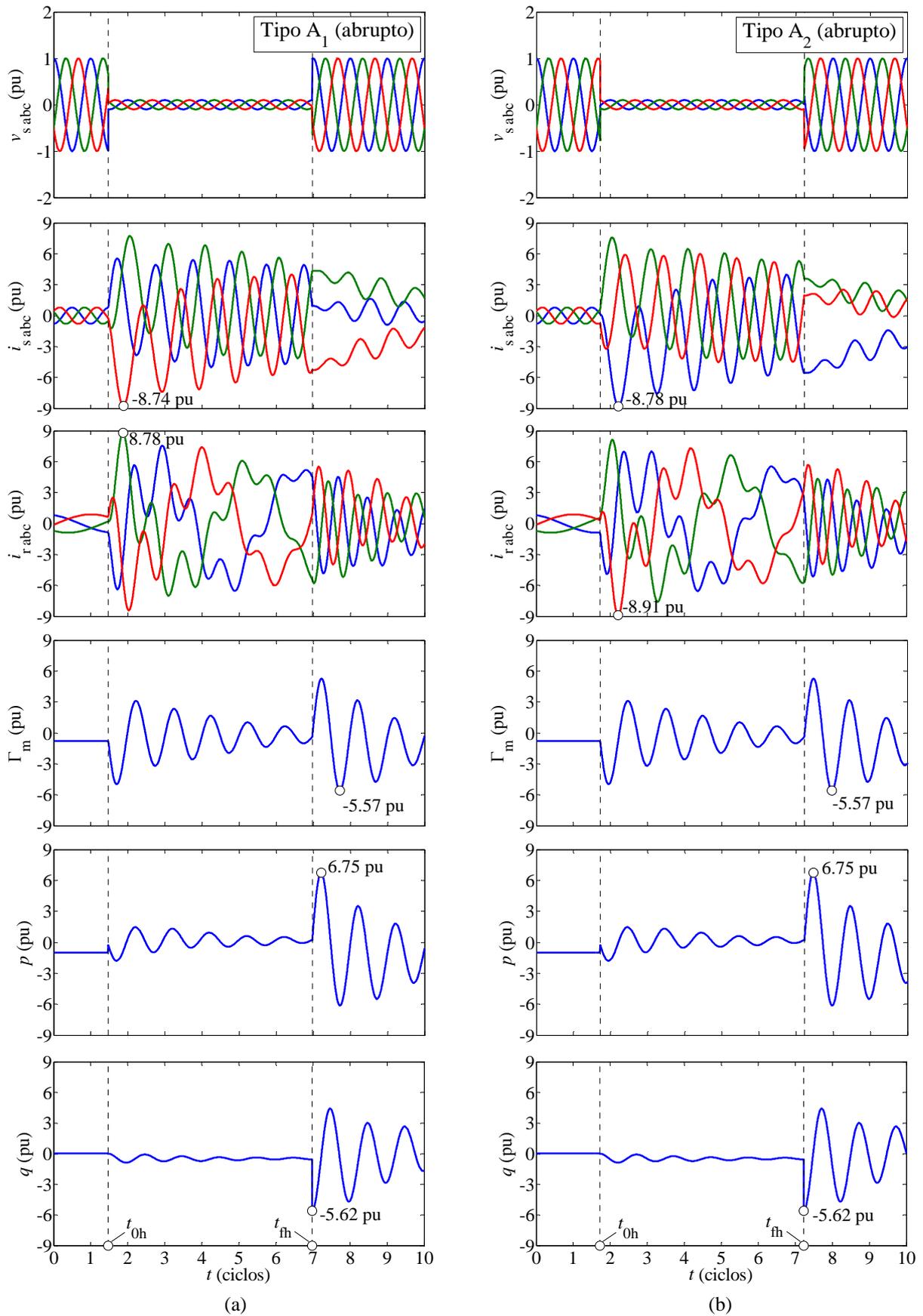


Figura 6.1: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A_1 (a) y A_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

6.5.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En la Figura 6.2 se muestra el comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión asimétricos tipo C y D, sin controlar la corriente del rotor. En la Figura 6.3 y en la Figura 6.4 se hace lo propio para los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 y F_1 y para los huecos abruptos tipo G_1 y G_2 , respectivamente.

Del mismo modo que sucede en el caso de los huecos simétricos, aparecen unos grandes picos de corriente del estator, $i_{s\ abc}$, y del rotor, $i_{r\ abc}$, que se producen después del instante de inicio del hueco, t_{0h} . No obstante, no se alcanzan unos valores tan elevados. En concreto, para los huecos C y D, los picos de corriente están comprendidos entre 5 y 6 pu, mientras que para los huecos F_1 y G_1 o F_2 y G_2 éstos se hallan entre 6 y 8 pu.

Por lo que respecta a la evolución temporal del par electromagnético, Γ_m , de la potencia instantánea, p , y de la potencia reactiva instantánea, q , se destaca lo siguiente:

- La evolución temporal de estas variables es idéntica para los huecos tipo C y D, y lo mismo ocurre para los huecos asimétricos F_1 y G_1 y para los tipos F_2 y G_2 . Del mismo modo que ocurre con los huecos A_1 y A_2 , este comportamiento tiene un cierto desfase en el tiempo, que viene definido por el instante en el que la falta se despeja (o instante final del hueco, t_{fh}), el cual se define en la Tabla 3.3.
- En los huecos de tensión asimétricos no se obtienen unos picos tan elevados de par electromagnético, Γ_m , de potencia instantánea, p , o de potencia reactiva instantánea, q , como en el caso de los huecos simétricos.

También se observa que para una determinada duración de hueco, la evolución temporal de las variables del generador es distinta, en función del tipo de hueco asimétrico considerado. Por ejemplo, se observa que el comportamiento dinámico del generador sometido a un hueco tipo C con una duración $\Delta t = 5.5T$, es distinto al comportamiento dinámico del generador sometido a un hueco tipo F_1 con la misma duración.

Por último, los huecos asimétricos tipo F_2 y G_2 son los más severos, ya que son los que producen los picos más elevados en las variables del generador. En concreto, para estos tipos de hueco, la corrientes del estator, $i_{s\ abc}$, y del rotor, $i_{r\ abc}$, pueden acercarse a 8 pu, mientras que el par electromagnético, Γ_m , la potencia instantánea, p , y la potencia reactiva instantánea, q , rondan los 5 pu.

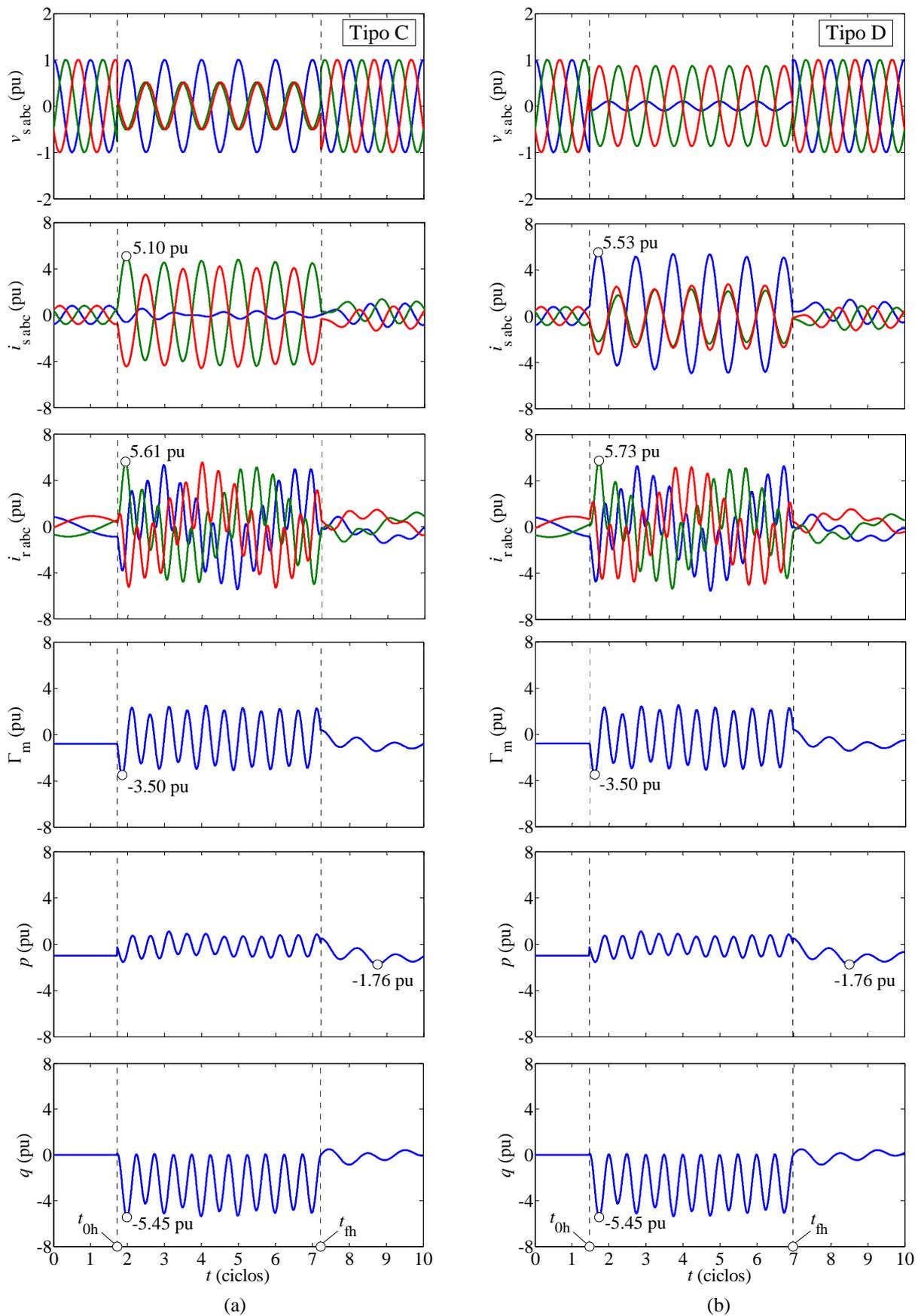


Figura 6.2: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos tipo C (a) y D (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

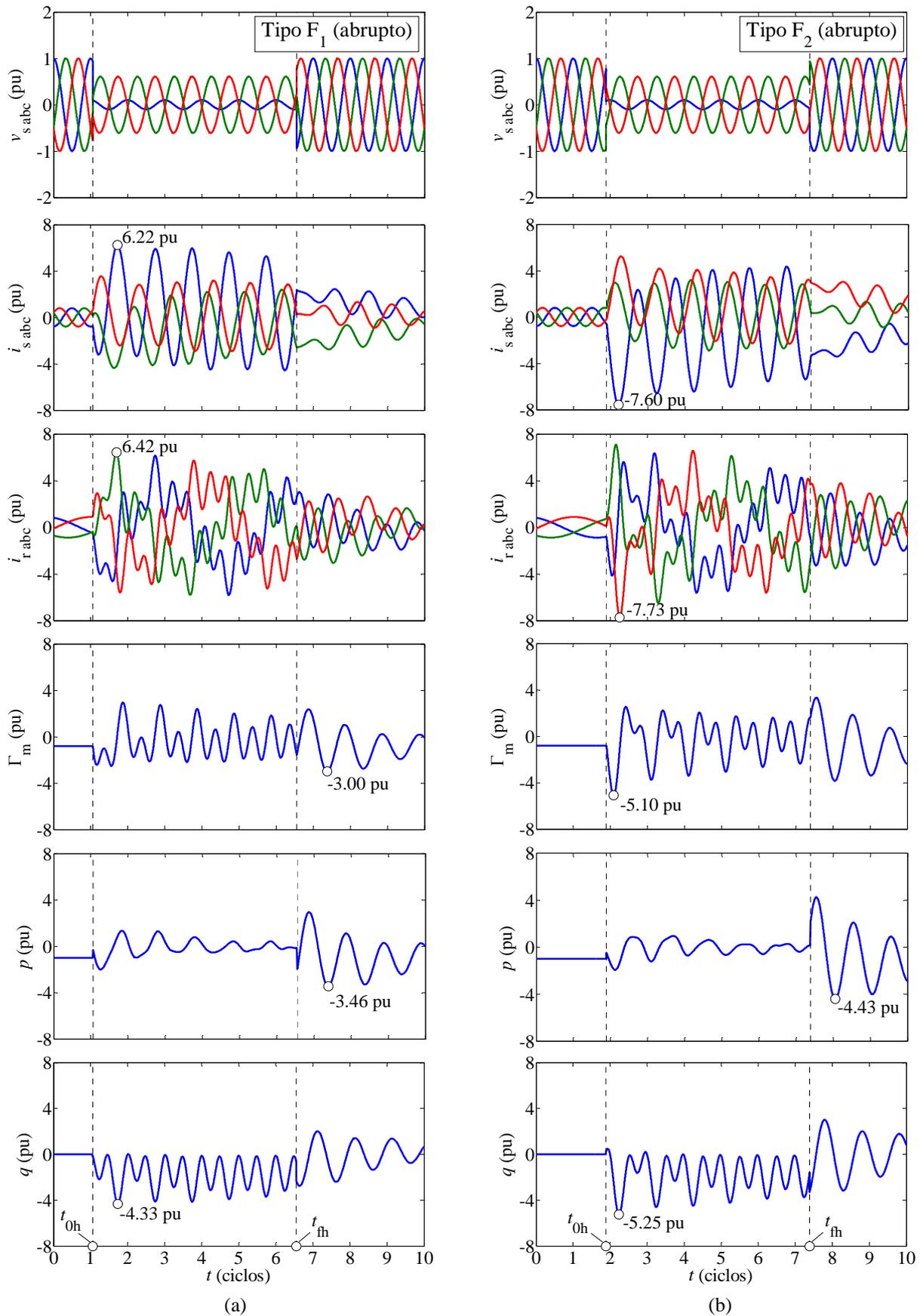


Figura 6.3: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 (a) y F_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

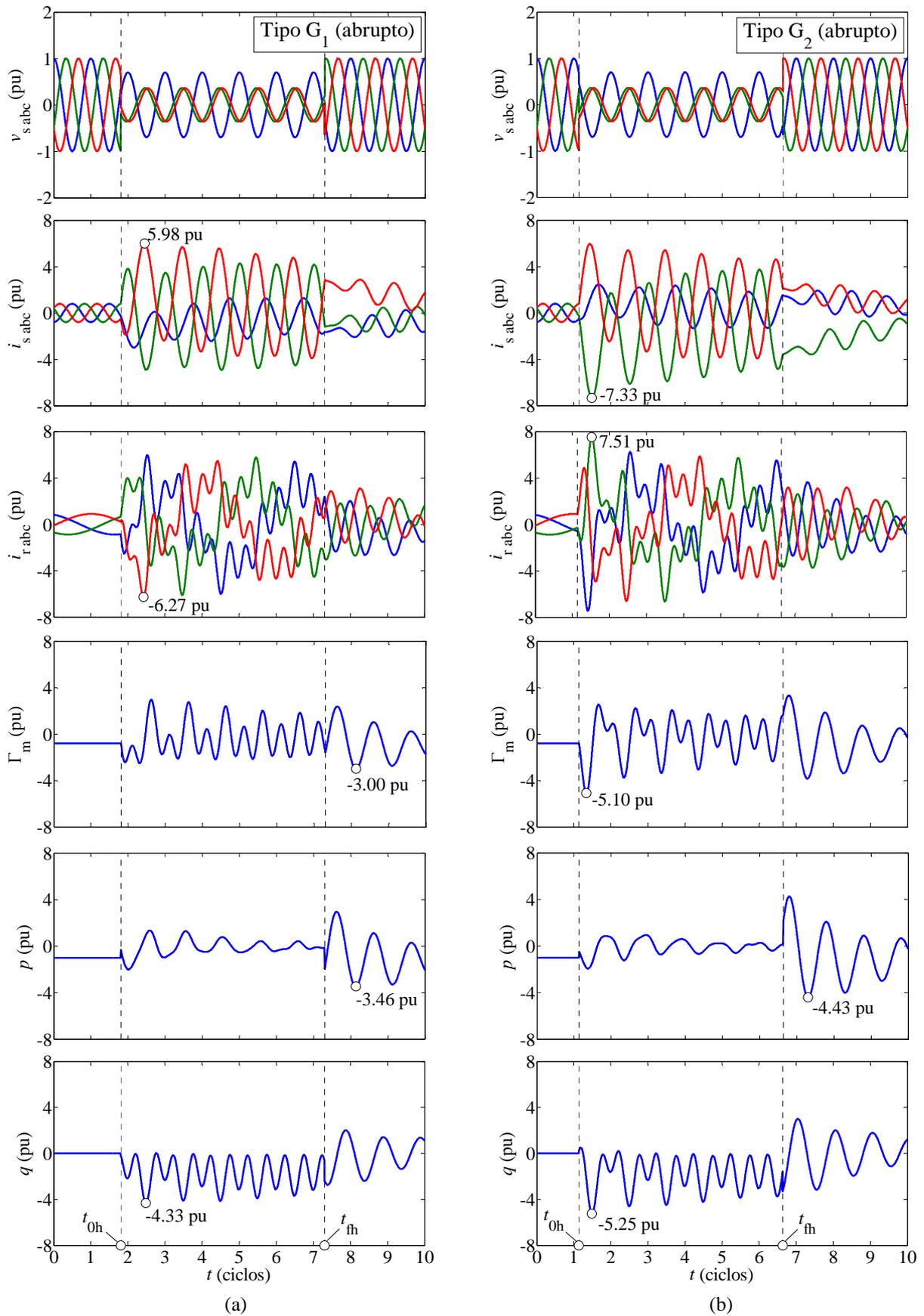


Figura 6.4: Comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos G_1 (a) y G_2 (b), sin controlar la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

En la Figura 6.5 se observan cuatro tipos de control:

- Control del ángulo de paso de pala, β : como se comentó en el Capítulo 5, para potencias del viento, P_w , superiores a la potencia nominal de la turbina, P_n , se debe variar el ángulo β para limitar la potencia del viento con el fin de no sobrepasar la potencia nominal, y así evitar esfuerzos mecánicos indeseables sobre los álabes de la turbina. Se puede consultar, por ejemplo, el trabajo de *E. Muljadi y C. P. Butterfield* [58] para tener una idea más detallada de este tipo de control.
- Seguimiento del punto de máxima potencia (en inglés *maximum power point tracking* o *MPPT*): como también se comentó en el Capítulo 5, se debe hacer un seguimiento de la potencia óptima extraída del viento, la cual se corresponde con la potencia entregada a la red. En consecuencia, en función de la velocidad de giro del generador, ω_m , y a partir de la curva de potencia óptima, se extrae la referencia de potencia activa, P_{ref} , que se envía al control del convertidor del lado de rotor. Consúltese, por ejemplo, el trabajo de *E. Koutroulis y K. Kalaitzakis* [57], donde se describe un algoritmo que permite realizar el seguimiento del punto de máxima potencia.
- Control del convertidor del lado de rotor: el objetivo es regular tanto el par o la velocidad mecánica de giro del generador, ω_m , como la potencia reactiva intercambiada con la red, Q . Para ello se realiza un control vectorial de la máquina [3], generalmente en referencia sincronismo, mediante el que se obtienen los valores de las corrientes del rotor transformadas (partes real e imaginaria en el caso de la transformación de *Ku* o componentes *directa* y en *cuadratura* si se aplica la transformación de *Park*), una de las cuales permite regular la velocidad de giro del generador, mientras que con la otra se controla la potencia reactiva intercambiada con la red. El convertidor del lado de rotor normalmente funciona como una fuente de tensión (en inglés *voltage source converter* o *VSC*), por lo que para imponer las corrientes de referencia del rotor se necesitan calcular las tensiones del rotor necesarias, $v_{r,ref}$. Finalmente, mediante la modulación de tensión en el inversor, generalmente por medio de una modulación por ancho de pulsos [62] (en inglés *pulse-width modulation* o *PWM*), se dan las órdenes correspondientes a los interruptores controlados del convertidor, con el fin de aplicar las tensiones del rotor, $v_{r,abc}$, que se requieren para obtener los valores de referencia deseados para las corrientes del rotor. Para una información más detallada sobre este tipo de control se puede consultar, por ejemplo, el trabajo de *R. Pena et al.* [8].
- Control del convertidor del lado de red: el objetivo que se persigue es doble. Por un lado, se desea mantener constante la tensión del bus de continua, v_{dc} , ya que de este modo se permite la circulación de un flujo constante de potencia activa entre el rotor del generador y la red. Por otro

lado, se debe asegurar que el convertidor funcione con un factor de potencia unitario, es decir, $Q_{c\text{ ref}} = 0$, como ya se comentó en el Capítulo 5, de modo que el intercambio de potencia reactiva con la red se realiza únicamente por el estator del generador. Este doble objetivo se consigue por medio del control vectorial (igual que en el convertidor del lado de rotor), generalmente en referencia sincronismo, mediante el que se obtienen los valores de las dos corrientes del convertidor transformadas (partes real e imaginaria de las corrientes transformadas de Ku o componentes *directa* y en *cuadratura* para el caso de las corrientes transformadas de *Park*), una de las cuales permite regular la tensión del bus de continua, mientras que la otra se encarga de mantener la potencia reactiva igual a cero. Este convertidor también funciona como una fuente de tensión (VSC), por lo que para imponer las corrientes de referencia se requiere el cálculo de las tensiones del convertidor necesarias, $v_{c\text{ ref}}$. Finalmente, mediante la modulación PWM en el inversor, se dan las órdenes correspondientes a los interruptores controlados del mismo, con el fin de aplicar las tensiones requeridas en el convertidor. Para una explicación más detallada sobre el control de los convertidores conectados a la red consúltese, por ejemplo, el trabajo desarrollado por *M. Bongiorno* [63] o el ya mencionado estudio de *R. Pena et al.* [8].

6.6.2. Estrategia de control utilizada

Con el fin de analizar el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión, se va a proponer una estrategia de control sobre el convertidor del lado de rotor, que permita al generador hacer frente a cualquier tipología de hueco de tensión. No obstante, el objetivo de la presente tesis doctoral no es controlar el generador, sino entender su comportamiento dinámico y estudiar el efecto de los huecos de tensión sobre el mismo. Por este motivo, se propone una estrategia de control simple: la corriente del rotor transformada (mediante la transformación de Ku) en referencia sincronismo, i_{rf} , se asume constante e igual a su valor de régimen permanente. La ventaja de esta estrategia de control es que, además de proteger al convertidor de los picos de corriente del rotor, permite la resolución analítica del transitorio eléctrico de la máquina, lo cual facilita la comprensión del comportamiento dinámico del generador sometido a huecos de tensión.

Por otro lado, el control se asume ideal. Esto significa que la variable de control se ajusta instantáneamente para satisfacer el valor requerido, es decir, la corriente i_{rf} se mantiene constante durante todo el evento. Entonces, se determinará el valor de la tensión del rotor requerida para conseguir este objetivo y se comprobará, según del límite de tensión del convertidor (definido en el subapartado 6.6.7), si mediante la tensión del rotor es posible controlar la corriente i_{rf} .

6.6.3. Expresión analítica de la tensión del estator transformada

6.6.3.1. Componentes simétricas

Teniendo en cuenta que un hueco de tensión es un desequilibrio de la tensión de alimentación, es posible simplificar la complejidad del sistema aplicando la transformación de *Fortescue*, mediante la cual se obtienen las componentes simétricas del sistema trifásico de alimentaciones desequilibradas, como se comentó en el Capítulo 3.

Sean los fasores del sistema desequilibrado de tensiones que se tienen en el estator del generador de inducción doblemente alimentado:

$$\underline{V}_{sa} = V_{sa} \cdot e^{j\alpha_{sa}} \quad ; \quad \underline{V}_{sb} = V_{sb} \cdot e^{j\alpha_{sb}} \quad ; \quad \underline{V}_{sc} = V_{sc} \cdot e^{j\alpha_{sc}} \quad (6.5)$$

al aplicar la transformación de *Fortescue* [38]:

$$\mathbf{F} = \frac{1}{3} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad (6.6)$$

resultan las componentes *homopolar*, \underline{V}_0 , *directa*, \underline{V}_1 , e *inversa*, \underline{V}_2 :

$$\begin{aligned} \underline{V}_0 &= \frac{1}{3} \cdot (V_{sa} \cdot e^{j\alpha_{sa}} + V_{sb} \cdot e^{j\alpha_{sb}} + V_{sc} \cdot e^{j\alpha_{sc}}) \\ \underline{V}_1 &= \frac{1}{3} \cdot (V_{sa} \cdot e^{j\alpha_{sa}} + a \cdot V_{sb} \cdot e^{j\alpha_{sb}} + a^2 \cdot V_{sc} \cdot e^{j\alpha_{sc}}) \\ \underline{V}_2 &= \frac{1}{3} \cdot (V_{sa} \cdot e^{j\alpha_{sa}} + a^2 \cdot V_{sb} \cdot e^{j\alpha_{sb}} + a \cdot V_{sc} \cdot e^{j\alpha_{sc}}) \end{aligned} \quad (6.7)$$

6.6.3.2. Tensión del estator transformada durante el hueco de tensión

La tensión del estator transformada (componente *forward*) del generador de inducción doblemente alimentado se calcula mediante la expresión (4.181), obtenida en el Capítulo 4:

$$v_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} \cdot (v_{sa} + a \cdot v_{sb} + a^2 \cdot v_{sc}) \quad (6.8)$$

Durante un hueco de tensión, las expresiones temporales de las tensiones del estator (componentes *abc*) se pueden expresar como:

$$\begin{aligned} v_{sa}(t) &= \sqrt{2} \cdot V_{sa} \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa}) \\ v_{sb}(t) &= \sqrt{2} \cdot V_{sb} \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_{sb}) \\ v_{sc}(t) &= \sqrt{2} \cdot V_{sc} \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_{sc}) \end{aligned} \quad (6.9)$$

Expresando las tensiones (6.9) según la relación:

$$\cos(x) = \frac{e^{j \cdot x} + e^{-j \cdot x}}{2} \quad (6.10)$$

y sustituyéndolas en (6.8), se obtiene:

$$\begin{aligned} v_{sf} &= \frac{e^{-j \cdot \omega_s \cdot t}}{\sqrt{3}} \cdot \left(\sqrt{2} \cdot V_{sa} \cdot \frac{e^{j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sa})} + e^{-j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sa})}}{2} + \right. \\ &\quad \left. + a \cdot \sqrt{2} \cdot V_{sb} \cdot \frac{e^{j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sb})} + e^{-j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sb})}}{2} \right. \\ &\quad \left. + a^2 \cdot \sqrt{2} \cdot V_{sc} \cdot \frac{e^{j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sc})} + e^{-j \cdot (\omega_s \cdot t + \alpha_{sc})}}{2} \right) \end{aligned} \quad (6.11)$$

Operando, se llega a la siguiente expresión:

$$v_{sf} = v_{sf1} + v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} \quad (6.12)$$

donde:

$$\begin{aligned} v_{sf1} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot (V_{sa} \cdot e^{j \cdot \alpha_{sa}} + a \cdot V_{sb} \cdot e^{j \cdot \alpha_{sb}} + a^2 \cdot V_{sc} \cdot e^{j \cdot \alpha_{sc}}) \\ v_{sf2} &= \frac{1}{\sqrt{6}} \cdot (V_{sa} \cdot e^{-j \cdot \alpha_{sa}} + a \cdot V_{sb} \cdot e^{-j \cdot \alpha_{sb}} + a^2 \cdot V_{sc} \cdot e^{-j \cdot \alpha_{sc}}) \end{aligned} \quad (6.13)$$

Finalmente, comparando (6.13) con (6.7), resulta:

$$v_{sf1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_1 \quad ; \quad v_{sf2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_2^* \quad (6.14)$$

siendo \underline{V}_1 y \underline{V}_2 las componentes *directa* e *inversa* de las tensiones del estator del generador, las cuales se obtienen por medio de (6.7) y se muestran en las siguientes tablas del Capítulo 3: Tabla 3.6 (huecos abruptos), Tabla 3.13 (huecos simétricos discretos) y Tabla 3.14 (huecos asimétricos discretos).

6.6.3.3. Tensión del estator transformada de régimen permanente

Antes de producirse la falta y una vez ésta se ha extinguido, las tensiones aplicadas en el estator del generador de inducción doblemente alimentado forman un sistema trifásico equilibrado:

$$\underline{V}_{sa} = V_s \cdot e^{j\alpha_{sa}} \quad ; \quad \underline{V}_{sb} = V_s \cdot e^{j(\alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3})} \quad ; \quad \underline{V}_{sc} = V_s \cdot e^{j(\alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3})} \quad (6.15)$$

Al aplicar la transformación de *Fortescue* (6.6) a estas tensiones, resulta:

$$\begin{aligned} \underline{V}_0 &= \frac{V_s}{3} \cdot \left(e^{j\alpha_{sa}} + e^{j(\alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3})} + e^{j(\alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3})} \right) = 0 \\ \underline{V}_1 &= \frac{V_s}{3} \cdot \left(e^{j\alpha_{sa}} + a \cdot e^{j(\alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3})} + a^2 \cdot e^{j(\alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3})} \right) = V_s \cdot e^{j\alpha_{sa}} = \underline{V}_{sa} \\ \underline{V}_2 &= \frac{V_s}{3} \cdot \left(e^{j\alpha_{sa}} + a^2 \cdot e^{j(\alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3})} + a \cdot e^{j(\alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3})} \right) = 0 \end{aligned} \quad (6.16)$$

Es decir, en un sistema trifásico de tensiones equilibradas la componente *directa*, \underline{V}_1 , se corresponde con el fasor de la tensión, mientras que la componente *inversa*, \underline{V}_2 , es nula.

Por lo tanto, en condiciones de régimen permanente, la expresión para el cálculo de la tensión del estator transformada (6.12) se convierte en:

$$v_{sfp} = v_{sf1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_1 = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \cdot e^{j\varphi_{V_s}} \quad (6.17)$$

donde el subíndice p hace referencia al régimen permanente (para no confundirlo con la expresión de la tensión transformada durante el hueco). Nótese que la expresión (6.17) se corresponde con la obtenida en el modelo de régimen permanente de la máquina (4.184), obtenida en el Capítulo 4.

6.6.4. Expresión analítica de la corriente del estator transformada

Partiendo del modelo eléctrico del generador de inducción doblemente alimentado en variables transformadas de Ku y en referencia sincronismo (ecuaciones (6.3)) y considerando que la corriente del rotor transformada, i_{rf} , se mantiene constante (su derivada es nula) por medio del control del convertidor del lado de rotor, resulta:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= (R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r) \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \end{aligned} \right\} \quad (6.18)$$

A continuación, de la primera ecuación de (6.18) se despeja la derivada de la corriente del estator transformada, i_{sf} . En esta ecuación, si se sustituye la tensión del estator transformada, v_{sf} , por su expresión genérica (6.12), se obtiene la derivada de i_{sf} :

$$\frac{di_{sf}}{dt} = \frac{1}{L_s} \cdot [v_{sf1} + v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} - (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}] \quad (6.19)$$

donde se observa que la tensión del estator transformada, $v_{sf1} + v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$, y la corriente del rotor transformada, i_{rf} , hacen el papel de las excitaciones de la ecuación diferencial. Nótese también que (6.19) es una ecuación diferencial de primer orden con coeficientes constantes. En consecuencia, se puede tratar analíticamente y su solución se obtiene por medio de la suma de la solución *homogénea* más la solución *particular* [64].

Por un lado, la solución *homogénea*, $i_{sf \text{ homog}}$, es la solución de (6.19) anulando las excitaciones. Es decir, si en (6.19) se considera $v_{sf1} + v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} = 0$ e $i_{rf} = 0$, resulta:

$$\frac{di_{sf \text{ homog}}}{dt} = -\frac{1}{L_s} \cdot (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf \text{ homog}} \quad (6.20)$$

cuya ecuación característica es:

$$\gamma + \frac{1}{L_s} \cdot (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) = 0 \quad (6.21)$$

La solución de la ecuación característica es:

$$\gamma = -\left(\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s\right) \quad (6.22)$$

Por lo tanto, la solución de la ecuación *homogénea* (6.20) es:

$$i_{sf \text{ homog}} = \underline{K} \cdot e^{\gamma \cdot t} = \underline{K} \cdot e^{-\left(\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s\right) \cdot t} = \underline{K} \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} t} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot t} \quad (6.23)$$

Por otro lado, la solución *particular*, $i_{sf \text{ part}}$, es la solución de la ecuación diferencial (6.19) particularizando para el régimen permanente de la máquina. Dado que las excitaciones de (6.19) se pueden expresar como la suma de una parte constante, concerniente a v_{sf1} y a i_{rf} , y una parte que depende del tiempo, que se corresponde con $v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$, y teniendo en cuenta que en una ecuación diferencial con coeficientes constantes las respuestas (en este caso $i_{sf \text{ part}}$) en régimen permanente tienen la misma forma que las excitaciones, es posible expresar la solución *particular* de la siguiente forma:

$$i_{sf \text{ part}} = i_{sf \text{ part1}} + i_{sf \text{ part2}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} \quad (6.24)$$

El término $i_{sf \text{ part1}}$, que es una constante, se calcula a partir de (6.19) considerando únicamente las excitaciones que son constantes (es decir, v_{sf1} e i_{rf}):

$$\frac{di_{sf \text{ part1}}}{dt} = 0 = \frac{1}{L_s} \cdot [v_{sf1} - (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf \text{ part1}} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}] \quad (6.25)$$

resultando:

$$i_{sf \text{ part1}} = \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.26)$$

El término $i_{sf \text{ part2}}$, por su parte, se calcula a partir (6.19) considerando únicamente la excitación que depende de $e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$ (es decir, $v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$):

$$\begin{aligned} \frac{d(i_{sf \text{ part2}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t})}{dt} &= -j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot i_{sf \text{ part2}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} \\ &= \frac{1}{L_s} \cdot [v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} - (R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s) \cdot i_{sf \text{ part2}} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}] \end{aligned} \quad (6.27)$$

obteniéndose:

$$i_{sf \text{ part2}} = \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.28)$$

Por lo tanto, la solución *particular* de (6.19) se obtiene al sustituir (6.26) y (6.28) en (6.24), resultando:

$$i_{sf \text{ part}} = \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} + \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} \quad (6.29)$$

Finalmente, la solución completa de la ecuación diferencial (6.19) es la suma de la solución *homogénea* (6.23) más la solución *particular* (6.29), resultando:

$$i_{sf} = \underline{K} \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot t} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot t} + \left(\frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} + \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} \right) \quad (6.30)$$

La constante compleja \underline{K} se calcula por medio de la condición inicial:

$$\text{En } t = t_0 \Rightarrow i_{sf}(t_0) = i_{sf0} \quad (6.31)$$

Por lo tanto, despejando \underline{K} de (6.30) y teniendo en cuenta (6.31), se tiene:

$$\underline{K} = \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_0} \right) \cdot e^{\frac{R_s}{L_s} \cdot t_0} \cdot e^{j \cdot \omega_s \cdot t_0} \quad (6.32)$$

Finalmente, sustituyendo (6.32) en (6.30) se obtiene la solución de la ecuación diferencial (6.19), es decir, la componente *forward* de la corriente del estator transformada al suponerse constante la corriente del rotor transformada:

$$i_{sf} = \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_0} \right) \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t-t_0)} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_0)} \\ + \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.33)$$

La ecuación (6.33) es válida para los siguientes tres estados: antes del hueco, durante el hueco y después de la recuperación (abrupta) de la tensión. Cabe notar que los términos t_0 , i_{sf0} , v_{sf1} y v_{sf2} de la ecuación anterior serán diferentes para los tres estados.

1) Estado 1: Antes del hueco ($t < t_{0h}$)

Una de las hipótesis realizadas es que el generador de inducción doblemente alimentado se encuentra en condiciones de régimen permanente eléctrico y mecánico antes del inicio del hueco, en el instante t_{0h} . En consecuencia, el estator de la máquina se encuentra alimentado por medio de un sistema trifásico de tensiones equilibradas, por lo que no existe componente *inversa*, es decir, $v_{sf2} = 0$, y la componente *directa* es igual a la tensión de régimen permanente, $v_{sf1} = v_{sfp}$, obtenida mediante (6.17). Por lo tanto, la corriente del estator transformada es la corriente de régimen permanente obtenida de la expresión (6.33):

$$i_{sf} = \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; \quad (t < t_{0h}) \quad (6.34)$$

2) Estado 2: Durante el hueco ($t_{0h} \leq t < t_{fh}$)

El hueco de tensión se origina en t_{0h} , que es el instante inicial, t_0 , del estado 2. Durante este estado, la tensión del estator transformada, v_{sf} , se calcula por medio de (6.12). La corriente inicial, i_{sf0} , es la corriente de régimen permanente (6.34). Introduciendo estas tres condiciones en (6.33) se obtiene la expresión de la corriente del estator transformada válida mientras dura el hueco de tensión:

$$i_{sf} = \left(\frac{v_{sfp} - v_{sf1}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} \right) \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t - t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t - t_{0h})} \\ + \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; \quad (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \quad (6.35)$$

3) Estado 3: Después de la recuperación (abrupta) de la tensión ($t \geq t_{fh}$)

El hueco de tensión se recupera instantáneamente (al mismo tiempo en todas las fases afectadas) en t_{fh} , que es el instante inicial, t_0 , del estado 3. A partir de este instante, la tensión del estator vuelve a ser la del estado 1, es decir, la tensión de régimen permanente. Por lo tanto, no existe componente *inversa* ($v_{sf2} = 0$) y la componente *directa* es igual a la tensión de régimen permanente ($v_{sf1} = v_{sfp}$), obtenida mediante (6.17). Por otro lado, la corriente inicial, i_{sf0} , del estado 3 es la corriente del estado 2 (6.35), evaluada en el instante t_{fh} . Introduciendo estas tres condiciones en (6.33) se obtiene la expresión de la corriente del estator transformada válida a partir de la recuperación de la tensión:

$$\begin{aligned}
i_{sf} = & \left[\left(\frac{v_{sfp} - v_{sf1}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} \right) \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t_{fh} - t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{fh} - t_{0h})} \right. \\
& + \left. \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{fh}} + \frac{v_{sf1} - v_{sfp}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \right] \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t - t_{fh})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t - t_{fh})} \\
& + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t \geq t_{fh})
\end{aligned} \tag{6.36}$$

Finalmente, las expresiones (6.34), (6.35) y (6.36) se pueden expresar de una forma más compacta:

$$\left. \begin{aligned}
i_{sf} &= \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t < t_{0h}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t - t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t - t_{0h})} + \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_2 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t - t_{fh})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t - t_{fh})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t \geq t_{fh})
\end{aligned} \right\} \tag{6.37}$$

donde \underline{K}_1 , \underline{K}_2 y \underline{K}_3 son las siguientes constantes complejas:

$$\begin{aligned}
\underline{K}_1 &= \frac{v_{sfp} - v_{sf1}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} \quad ; \quad \underline{K}_3 = \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_2 &= \underline{K}_1 \cdot \left[e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t_{fh} - t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{fh} - t_{0h})} - 1 \right] + \underline{K}_3 \cdot (e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{fh}} - e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}})
\end{aligned} \tag{6.38}$$

Los resultados analíticos se han validado por medio de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del generador con el programa informático MATLAB y también mediante el programa de simulación de circuitos PSpice (véase el Anexo D).

6.6.5. Expresión analítica de la tensión del rotor transformada

Sustituyendo la ecuación diferencial (6.19) en la segunda ecuación de (6.18), se obtiene la expresión analítica de la tensión del rotor transformada:

$$v_{rf} = \left[R_r + j \cdot \omega_s \cdot \left(g \cdot L_r - \frac{M^2}{L_s} \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left[-\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s \cdot (g - 1) \right] \cdot i_{sf} + \frac{M}{L_s} \cdot v_{sf} \quad (6.39)$$

donde el valor de i_{sf} viene dado por las expresiones (6.37), para los tres estados considerados, y la tensión del estator transformada, v_{sf} , se corresponde al valor de régimen permanente, v_{sfp} , según (6.17), antes de iniciarse el hueco ($t < t_{0h}$) y después de la recuperación de la tensión ($t \geq t_{1h}$), mientras que dicha variable se corresponde con $v_{sf1} + v_{sf2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$, según (6.12), durante el hueco de tensión ($t_{0h} \leq t < t_{1h}$).

Con el fin de analizar si la corriente del rotor se puede controlar, es decir, si i_{rf} se puede mantener en un valor constante e igual al de régimen permanente, se debe comprobar si la tensión requerida para llevar a cabo dicho control es inferior al valor máximo de tensión que puede suministrar el convertidor del lado de rotor (véase el subapartado 6.6.7 para la definición de dicho límite de tensión). Por este motivo, se define la variable $v_{r \text{ mod}}(t)$, que representa la tensión del rotor requerida para controlar la corriente i_{rf} . Esta tensión se corresponde con el módulo de la tensión instantánea del rotor transformada, $v_{rf}(t)$, o con el módulo de las tensiones de fase instantáneas del rotor, $v_{ra}(t)$, $v_{rb}(t)$ y $v_{rc}(t)$, y se calcula mediante la siguiente expresión:

$$\begin{aligned} v_{r \text{ mod}}(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot |v_{rf}(t)| = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{\text{Re}\{v_{rf}(t)\}^2 + \text{Im}\{v_{rf}(t)\}^2} \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \sqrt{v_{ra}^2(t) + v_{rb}^2(t) + v_{rc}^2(t)} \end{aligned} \quad (6.40)$$

Para expresar $v_{r \text{ mod}}(t)$ en el sistema por unidad (pu), ésta se debe dividir entre los valores base correspondientes, en función de si se utiliza para su cálculo la tensión del rotor transformada o las tensiones de fase (componentes abc) del rotor. Según el Anexo C, la tensión transformada de Ku se tiene que dividir entre $\sqrt{3/2} \cdot V_n$ (V_n es la tensión de fase nominal del generador) mientras que si se trabaja con las tensiones abc , el resultado se divide entre el valor máximo de la tensión, es decir, entre $\sqrt{2} \cdot V_n$.

6.6.6. Expresiones analíticas considerando el hueco de tensión discreto

Aunque en el presente capítulo se analiza el efecto de los huecos de tensión abruptos sobre el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado, también se muestran las expresiones analíticas de la corriente del estator transformada, i_{sf} , y de la tensión del rotor transformada, v_{rf} , considerando que el hueco presenta una recuperación discreta de la tensión. De este modo, se lleva a cabo un estudio teórico del generador de inducción doblemente alimentado que engloba tanto los huecos modelados abruptos como los discretos. El efecto de la recuperación de la tensión se analiza en el Capítulo 7.

6.6.6.1. Corriente del estator transformada

Cabe notar que las expresiones analíticas (6.37) para el cálculo de la corriente del estator transformada, i_{sf} , son válidas si el hueco presenta una recuperación abrupta de la tensión. En el caso de considerar el modelo discreto de los huecos de tensión, las expresiones se obtienen de una manera similar, considerando la existencia de cuatro o cinco estados, en función de si la recuperación de la tensión se realiza en dos o en tres etapas, respectivamente.

1) Estado 1: Antes del hueco ($t < t_{0h}$)

La corriente del estator transformada antes de producirse el hueco de tensión se corresponde con la corriente régimen permanente y viene dada por la primera ecuación de (6.37):

$$i_{sf} = \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t < t_{0h}) \quad (6.41)$$

2) Estado 2: Durante el hueco ($t_{0h} \leq t < t_{f1}$)

Durante el hueco de tensión, la corriente i_{sf} se calcula por medio de la segunda ecuación de (6.37). En efecto, el hecho de que la recuperación de la tensión sea abrupta o discreta no influye en el cálculo de la corriente i_{sf} mientras dura el hueco de tensión:

$$i_{sf} = \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{0h})} + \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(2)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s}; (t_{0h} \leq t < t_{f1}) \quad (6.42)$$

siendo:

$$\underline{K}_1 = \frac{v_{sf1} - v_{sf1(2)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} \quad ; \quad \underline{K}_3 = \frac{v_{sf2(2)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.43)$$

donde el subíndice (2) en las tensiones v_{sf1} y v_{sf2} indica que se trata de la tensión del estator transformada correspondiente al estado 2.

3) Estado 3: Después de la primera recuperación de la tensión ($t_{f1} \leq t < t_{f2}$)

Si el hueco de tensión se recupera por etapas, entonces la tercera ecuación de (6.37), correspondiente al estado 3 para el caso del hueco abrupto, ya no es válida. En el caso de la recuperación discreta de la tensión, el estado 3 se corresponde al intervalo de tiempo comprendido entre la primera y la segunda recuperación de la tensión, las cuales tienen lugar en los instantes t_{f1} y t_{f2} , respectivamente. Por lo tanto, el instante inicial, t_0 , para el estado 3, se corresponde con t_{f1} . Además, durante este estado la tensión del estator transformada, v_{sf} , se calcula por medio de (6.12). Por otro lado, la corriente inicial, i_{sf0} , del estado 3 es la corriente del estado 2 (6.42) evaluada en el instante t_{f1} . Introduciendo estas tres condiciones en (6.33) se obtiene la expresión para el cálculo de la corriente del estator transformada entre la primera y la segunda recuperación de la tensión:

$$i_{sf} = \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f1})} + \underline{K}_5 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(3)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; (t_{f1} \leq t < t_{f2}) \quad (6.44)$$

siendo:

$$\underline{K}_4 = \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f1}-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f1}-t_{0h})} + (\underline{K}_3 - \underline{K}_5) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f1}} + \frac{v_{sf1(2)} - v_{sf1(3)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.45)$$

$$\underline{K}_5 = \frac{v_{sf2(3)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s}$$

donde el subíndice (3) en las tensiones v_{sf1} y v_{sf2} indica que se trata de la tensión del estator transformada correspondiente al estado 3.

4) Estado 4: Después de la segunda recuperación de la tensión ($t_{f2} \leq t < t_{f3}$)

El estado 4 comprende desde el instante de la segunda recuperación, t_{f2} , hasta el instante de la tercera recuperación, t_{f3} . Por lo tanto, el instante inicial, t_0 , del estado 4 se corresponde con t_{f2} . Dado que el hueco de tensión todavía no ha finalizado, la tensión del estator transformada, v_{sf} , se calcula mediante (6.12). Por otro lado, la corriente inicial, i_{sf0} , del estado 4 es la corriente del estado 3 (6.44) evaluada en el instante t_{f2} . Introduciendo estas tres condiciones en (6.33) se obtiene:

$$i_{sf} = \underline{K}_6 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f2})} + \underline{K}_7 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(4)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s}; (t_{f2} \leq t < t_{f3}) \quad (6.46)$$

siendo:

$$\underline{K}_6 = \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f2}-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f2}-t_{f1})} + (\underline{K}_5 - \underline{K}_7) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f2}} + \frac{v_{sf1(3)} - v_{sf1(4)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.47)$$

$$\underline{K}_7 = \frac{v_{sf2(4)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s}$$

donde el subíndice (4) en las tensiones v_{sf1} y v_{sf2} indica que se trata de la tensión del estator transformada correspondiente al estado 4.

Por otro lado, cabe notar que si la recuperación de la tensión tiene lugar en dos etapas, como en el caso de los huecos discretos A_1 , A_2 , F_1 , F_2 , G_1 y G_2 , entonces a partir del instante t_{f2} la tensión del estator se corresponde con la tensión de régimen permanente. Por lo tanto, no existe componente *inversa* ($v_{sf2} = 0$) y la componente *directa* es igual a la tensión de régimen permanente ($v_{sf1} = v_{sfp}$), obtenida mediante (6.17). Teniendo en cuenta esta observación, la ecuación (6.46) se convierte en:

$$i_{sf} = \underline{K}_B \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f2})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s}; (t \geq t_{f2}) \quad (6.48)$$

siendo:

$$\underline{K}_B = \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f2}-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f2}-t_{f1})} + \underline{K}_5 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f2}} + \frac{v_{sf1(3)} - v_{sfp}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.49)$$

5) Estado 5: Después de la tercera recuperación de la tensión ($t \geq t_{f3}$)

Este estado se produce únicamente en los huecos discretos con recuperación en tres etapas, es decir, en los huecos discretos A_4 y A_5 . La tercera y última recuperación de la tensión tiene lugar en t_{f3} , que es el instante inicial, t_0 , del estado 5. A partir de este instante de tiempo, en el estator del generador se tiene aplicado un sistema trifásico de tensiones equilibradas, por lo que no existe componente *inversa* ($v_{sf2} = 0$) y la componente *directa* es igual a la tensión de régimen permanente ($v_{sf1} = v_{sfp}$), obtenida mediante (6.17). Por otro lado, la corriente inicial, i_{sf0} , del estado 5 es la corriente del estado 4 (6.46), evaluada en el instante t_{f3} . Introduciendo estas tres condiciones en (6.33) se obtiene:

$$i_{sf} = \underline{K}_9 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f3})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f3})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; \quad (t \geq t_{f3}) \quad (6.50)$$

siendo:

$$\underline{K}_9 = \underline{K}_6 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f3}-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f3}-t_{f2})} + \underline{K}_7 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f3}} + \frac{v_{sf1(4)} - v_{sfp}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad (6.51)$$

En resumen, las expresiones analíticas para el cálculo de la corriente del estator transformada, considerando que el hueco presenta una recuperación discreta de la tensión en dos etapas, son:

$$\left. \begin{aligned} i_{sf} &= \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t < t_{0h}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{0h})} + \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(2)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{0h} \leq t < t_{f1}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f1})} + \underline{K}_5 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(3)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{f1} \leq t < t_{f2}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_8 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f2})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t \geq t_{f2}) \end{aligned} \right\} \quad (6.52)$$

Por otro lado, si la recuperación de la tensión se realiza en tres etapas, las expresiones a utilizar son:

$$\left. \begin{aligned}
i_{sf} &= \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t < t_{0h}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{0h})} + \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(2)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{0h} \leq t < t_{f1}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f1})} + \underline{K}_5 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(3)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{f1} \leq t < t_{f2}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_6 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f2})} + \underline{K}_7 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1(4)} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{f2} \leq t < t_{f3}) \\
i_{sf} &= \underline{K}_9 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{f3})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{f3})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t \geq t_{f3})
\end{aligned} \right\} \quad (6.53)$$

Las constantes complejas \underline{K}_1 , \underline{K}_3 , \underline{K}_4 , \underline{K}_5 , \underline{K}_6 , \underline{K}_7 , \underline{K}_8 y \underline{K}_9 de las expresiones (6.52) y (6.53) son:

$$\begin{aligned}
\underline{K}_1 &= \frac{v_{sfp} - v_{sf1(2)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} \\
\underline{K}_3 &= \frac{v_{sf2(2)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_4 &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f1}-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f1}-t_{0h})} + (\underline{K}_3 - \underline{K}_5) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f1}} + \frac{v_{sf1(2)} - v_{sf1(3)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_5 &= \frac{v_{sf2(3)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_6 &= \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f2}-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f2}-t_{f1})} + (\underline{K}_5 - \underline{K}_7) \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f2}} + \frac{v_{sf1(3)} - v_{sf1(4)}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_7 &= \frac{v_{sf2(4)}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_8 &= \underline{K}_4 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f2}-t_{f1})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f2}-t_{f1})} + \underline{K}_5 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f2}} + \frac{v_{sf1(3)} - v_{sfp}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\
\underline{K}_9 &= \underline{K}_6 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{f3}-t_{f2})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{f3}-t_{f2})} + \underline{K}_7 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{f3}} + \frac{v_{sf1(4)} - v_{sfp}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s}
\end{aligned} \quad (6.54)$$

Cabe recordar que durante la recuperación de la tensión la tipología del hueco cambia (véase el Capítulo 3 para más detalles). En consecuencia, las componentes *directa* e *inversa* de la tensión del estator serán distintas y, según (6.14), los valores de v_{sf1} y v_{sf2} también cambiarán. Es por ello que para diferenciar las componentes v_{sf1} y v_{sf2} de las tensiones del estator transformadas para los distintos estados, se han utilizado los subíndices (2), (3) y (4), haciendo referencia al estado en cuestión.

6.6.6.2. Tensión del rotor transformada

Por lo que respecta a la expresión analítica de la tensión del rotor transformada, v_{rf} , la ecuación (6.39) sigue siendo válida aunque la recuperación de la tensión sea discreta:

$$v_{rf} = \left[R_r + j \cdot \omega_s \cdot \left(g \cdot L_r - \frac{M^2}{L_s} \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left[-\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s \cdot (g - 1) \right] \cdot i_{sf} + \frac{M}{L_s} \cdot v_{sf} \quad (6.55)$$

La única diferencia es que si se consideran los huecos de tensión discretos, la corriente i_{sf} se calcula por medio de (6.52) o (6.53). En cuanto a la tensión del estator transformada, v_{sf} , ésta se corresponde con el valor de régimen permanente, v_{sfp} , calculado por medio de (6.17) antes de iniciarse el hueco ($t < t_{0h}$) y una vez la falta se ha extinguido después de la segunda recuperación de la tensión ($t \geq t_{f2}$) o después de la tercera recuperación de la tensión ($t \geq t_{f3}$). Por otro lado, para los estados 2 ($t_{0h} \leq t < t_{f1}$), 3 ($t_{f1} \leq t < t_{f2}$) y 4 ($t_{f2} \leq t < t_{f3}$) la tensión v_{sf} se calcula como $v_{sf1(x)} + v_{sf2(x)} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t}$, siendo $x = 2, 3$ o 4 , haciendo referencia a la tensión del estator transformada del estado correspondiente.

Cabe recordar que los resultados obtenidos mediante las expresiones analíticas se han validado por medio de MATLAB y de PSpice (véase el Anexo D para más detalles).

6.6.7. Límite de tensión del convertidor

La máxima amplitud de la tensión de fase que puede ser suministrada por el convertidor del lado de rotor, es decir, el límite de tensión de dicho convertidor, se calcula por medio de la siguiente expresión [20]:

$$V_r \text{ máx} = IM \cdot V_{dc} / 2 \quad (6.56)$$

donde IM es el índice de modulación y V_{dc} es la tensión nominal del bus de continua.

Por un lado, el índice de modulación, IM , establece la relación entre la amplitud de la señal moduladora y la amplitud de la señal portadora. La señal portadora es una onda que se modula (modifica) mediante la señal moduladora con el fin de cumplir con la estrategia de control propuesta. Así, una vez se comparan ambas señales, se obtienen los órdenes de disparo de los interruptores controlados del convertidor del lado de rotor, mediante los que se regula la corriente del rotor. Por lo tanto, el índice de modulación, IM , depende de la técnica de modulación empleada, siendo la modulación senoidal (SPWM) [62] la técnica más utilizada y es la que se considera en la presente tesis. Según esta técnica, el índice de modulación es $IM = 1.15$.

Por otro lado, se supone una tensión en el bus de continua de 1200 V [20]. Sustituyendo los valores considerados de V_{dc} y de IM en (6.56), se obtiene una tensión máxima de 690 V. Este valor, expresado en el sistema por unidad (dividiéndolo entre $\sqrt{2} \cdot V_n$, siendo V_n la tensión de fase nominal del generador), resulta 1.22 pu. En consecuencia, el límite de tensión que puede ser suministrado por el convertidor es:

$$V_{r\text{máx}} = 690 \text{ V} = 1.22 \text{ pu} \quad (6.57)$$

Cabe notar que en el bus de continua se tiene aplicada una tensión constante e igual a V_{dc} . Por lo tanto, se supone que el convertidor del lado de red trabaja de forma ideal, es decir, permite mantener en todo momento una tensión constante en el bus de continua, con el fin de que no varíe el flujo de potencia intercambiado entre el rotor del generador de inducción doblemente alimentado y la red, según se comentó en el subapartado 6.6.1.

Por lo tanto, siempre que la tensión del rotor requerida para controlar la corriente del rotor, obtenida por medio de (6.40), cumpla la siguiente relación:

$$v_{r\text{ mod}}(t) \leq V_{r\text{ máx}} \quad (6.58)$$

entonces la corriente i_{rf} se puede mantener constante. Dicho de otro modo, la corriente del rotor se puede controlar porque la tensión del rotor requerida para tal efecto es inferior al límite de tensión del convertidor.

Se considera que el convertidor del lado de rotor está diseñado tal que su potencia es igual a la potencia nominal, P_n , del generador. No obstante, en el Capítulo 1 se comentó que la ventaja de los aerogeneradores de velocidad variable equipados con el generador de inducción doblemente alimentado es que su convertidor se diseña para trabajar con una potencia que es del orden del 30 % de la potencia nominal del generador. Ahora bien, el hecho de dimensionar el convertidor con el 100 % de la potencia nominal del generador no supone un grave problema en cuanto a costes se refiere, ya que el precio del convertidor tan sólo supone un 5 % del precio total del aerogenerador, como se observa en la Tabla 6.1, obtenida de la *European Wind Energy Association (EWEA)* [65]. En consecuencia, el aumento de costes que supondría fabricar un convertidor del 100 % de la potencia nominal del generador no es un inconveniente si se consigue mejorar la respuesta del generador frente a los huecos de tensión.

Componente	Coste
Torre	26.30 %
Álabes	22.20 %
Otros (góndola, sistema de frenado, cables...)	20.73 %
Tren de engranajes	12.91 %
Convertidor	5.01 %
Sistema de control aerodinámico	3.91 %
Transformador	3.59 %
Generador	3.44 %
Ejes de alta y de baja velocidad	1.91 %

Tabla 6.1: Desglose de costes de un aerogenerador de velocidad variable. Fuente: EWEA [65].

6.6.8. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En el Capítulo 3 (en concreto en la Tabla 3.6) se comprobó que los huecos de tensión simétricos no presentan componente *inversa* ($\underline{V}_2 = 0$) y su componente *directa* se corresponde con el vector de tensión de régimen permanente multiplicado por la profundidad del hueco ($\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$). Sustituyendo estas condiciones en (6.14), resulta:

$$v_{sf1} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot h \cdot \underline{V} = v_{sfh} \quad ; \quad v_{sf2} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot \underline{V}_2^* = 0 \quad (6.59)$$

donde se observa que efectivamente la tensión v_{sf2} es nula, mientras que la tensión v_{sf1} se renombra v_{sfh} para más claridad, dando a entender que se trata de la tensión del estator transformada durante el hueco de tensión. Por lo tanto, sustituyendo (6.59) en (6.37) se obtiene la expresión analítica para el cálculo de la corriente del estator transformada, i_{sf} , cuando el generador de inducción doblemente alimentado está sometido a huecos de tensión simétricos:

$$\left. \begin{aligned} i_{sf} &= \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t < t_{0h}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{0h})} + \frac{v_{sfh} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_2 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{fh})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t-t_{fh})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad (t \geq t_{fh}) \end{aligned} \right\} \quad (6.60)$$

donde \underline{K}_1 y \underline{K}_2 son las siguientes constantes complejas:

$$\underline{K}_1 = \frac{v_{sfp} - v_{sfh}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} \quad ; \quad \underline{K}_2 = \underline{K}_1 \cdot \left[e^{-\frac{R_s}{L_s} \cdot (t_{fh} - t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s \cdot (t_{fh} - t_{0h})} - 1 \right] \quad (6.61)$$

En la Figura 6.6 se muestra el lugar geométrico (parte real versus parte imaginaria) de la corriente del estator transformada, i_{sf} , para tres duraciones de hueco distintas ($\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$), considerando que el generador se somete a un hueco de tensión simétrico abrupto (tipo A_1 o A_2). Se considera que el generador funciona en el punto de trabajo 1, entregando a la red su potencia nominal, P_n .

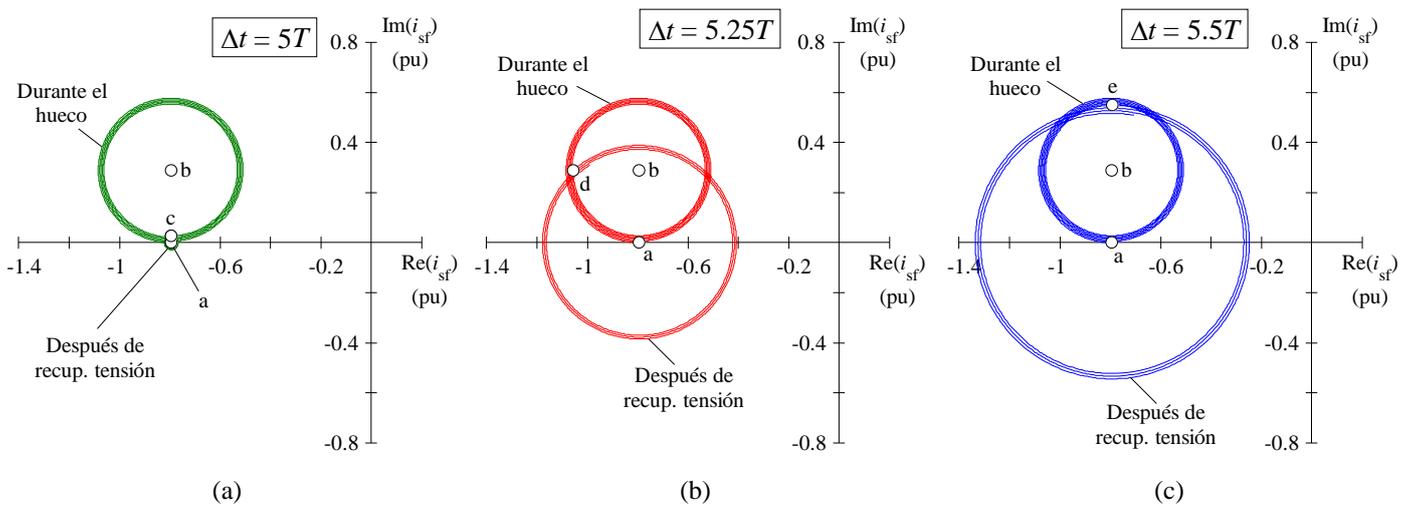


Figura 6.6: Lugar geométrico de la corriente del estator transformada del generador sometido a huecos simétricos abruptos, controlando la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$ (a), $\Delta t = 5.25T$ (b), $\Delta t = 5.5T$ (c) y $\psi = 80^\circ$.

El comportamiento de la corriente i_{sf} se va a explicar por medio de los puntos a...e de la Figura 6.6 y mediante la expresión (6.60):

- Punto a: se corresponde con el valor de la corriente i_{sf} antes de producirse la falta. Éste se calcula por medio de la primera ecuación de (6.60). El hueco de tensión se inicia en t_{0h} y la corriente i_{sf} en ese instante es igual a su valor de régimen permanente, $i_{sf}(t_{0h}) = -0.794$ pu, que efectivamente se corresponde con el valor obtenido en el Capítulo 5 (Tabla 5.4).
- Punto b: la corriente i_{sf} en el punto a, $i_{sf}(t_{0h})$, evoluciona de forma espiral, es decir, siguiendo una curva que rota en torno al punto central b, aproximándose progresivamente al mismo. La corriente i_{sf} en el punto b es la corriente de régimen permanente impuesta por el hueco de tensión, v_{sfh} , y ésta se obtiene por medio del término constante de la segunda ecuación de (6.60). Cabe notar que el amortiguamiento de la espiral viene dado por la constante de tiempo L_s/R_s , que aparece en la exponencial de la segunda ecuación de (6.60). En esta misma expresión aparece el

término exponencial que contiene la pulsación ω_s , lo cual implica que la corriente i_{sf} rota a la pulsación ω_s durante el hueco de tensión. Es decir, si el hueco de tensión tiene una duración de n ciclos, la corriente i_{sf} realizará n rotaciones en torno al punto b durante la falta.

- Punto c: si la falta se despeja cuando i_{sf} se encuentra en el punto c (valor de la corriente i_{sf} en el instante final del hueco, t_{fh} , considerando una duración $\Delta t = 5T$) se produce un pequeño transitorio después de la recuperación de la tensión [Figura 6.6(a)]. Esto es debido a que el valor de la corriente i_{sf} en el punto c es próximo a su valor de régimen permanente (punto a).
- Punto d: si la falta se despeja cuando i_{sf} se encuentra en el punto d (valor de la corriente i_{sf} en el instante final del hueco, t_{fh} , considerando una duración $\Delta t = 5.25T$), se produce un transitorio más severo que en el caso anterior [Figura 6.6(b)]. Esto es debido a que la corriente i_{sf} en el punto d se encuentra en un lugar más alejado de su valor de régimen permanente (punto a).
- Punto e: si la falta se despeja cuando i_{sf} se encuentra en el punto e (valor de la corriente i_{sf} en el instante final del hueco, t_{fh} , considerando una duración $\Delta t = 5.5T$), se observa que se produce el transitorio más severo de todos [Figura 6.6(c)]. Esto es debido al hecho de que la corriente i_{sf} en el punto e se encuentra en el lugar más alejado de su valor de régimen permanente (punto a).

Por lo tanto, tal y como se ha comprobado en la Figura 6.6, el instante de recuperación más desfavorable se corresponde con el punto e, asociado a $\Delta t = 5.5T$, mientras que el instante más favorable se corresponde con el punto c, asociado a $\Delta t = 5T$, o con cualquier otro punto localizado en la vecindad del punto a.

Por otro lado, en la Figura 6.6 también se observa que la corriente i_{sf} evoluciona siguiendo de nuevo una espiral después de la recuperación de la tensión, hasta alcanzar el valor de régimen permanente (punto a), lo cual también se deduce de la tercera ecuación de (6.60), en la que, de nuevo, aparece el término exponencial con la constante de tiempo L_s/R_s y con la pulsación ω_s . Esto significa que cuando la falta se despeja, la corriente i_{sf} tiende hacia su valor de régimen permanente (punto a) rotando a una pulsación ω_s con una amortiguación L_s/R_s , dando lugar, consecuentemente, a una forma espiral.

La Figura 6.7 muestra el comportamiento dinámico de las variables más relevantes del generador de inducción doblemente alimentado (corrientes del estator y tensiones del rotor) para un hueco simétrico abrupto tipo A_1 , considerando tres duraciones: $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$, las cuales se corresponden con las analizadas en la Figura 6.6.

En la Figura 6.7(a) se representa el lugar geométrico de la corriente i_{sf} , cuyo comportamiento se corresponde con el analizado en la Figura 6.6. En efecto, se observa que la situación más desfavorable se produce cuando la duración del hueco es $\Delta t = 5.5T$, ya que la corriente del estator transformada en el instante de la recuperación de la tensión, $i_{sf}(t_{fh})$, se encuentra en la posición más alejada de su valor de régimen permanente, previo a la falta, $i_{sf}(t_{0h})$.

La Figura 6.7(b) muestra la evolución temporal de la corriente del estator transformada, i_{sf} , así como de sus componentes abc , $i_{s\ abc}$. Se observa que el comportamiento dinámico de la corriente del estator durante el hueco es idéntico para las tres duraciones del hueco. No obstante, a partir de la recuperación de la tensión, dicho comportamiento difiere. Esto se observa claramente en la corriente del estator transformada. Por ejemplo, en el primer caso, $\Delta t = 5T$, existe una pequeña fluctuación en las partes real e imaginaria de i_{sf} . En el segundo caso, $\Delta t = 5.25T$, se producen unas fluctuaciones de corriente de mayor amplitud. En el último caso, $\Delta t = 5.5T$, se tienen las fluctuaciones de corriente más severas. Por lo tanto, el comportamiento dinámico de la corriente i_{sf} se corresponde con los comentarios anteriores concernientes a la Figura 6.6 y a la Figura 6.7(a): si la duración del hueco es $\Delta t = 5T$, la falta se despeja cuando la corriente $i_{sf}(t_{fh})$ se encuentra en un valor cercano al de régimen permanente, $i_{sf}(t_{0h})$, por lo que la fluctuación en la corriente es pequeña. No obstante, si la duración del hueco va aumentando, $i_{sf}(t_{fh})$ se va alejando de su valor de régimen permanente, causando una mayor fluctuación en la corriente del estator.

Por otro lado, en la Figura 6.7(c) se representa la evolución temporal de la tensión del rotor transformada, v_{rf} , y de sus componentes abc , $v_{r\ abc}$. Cabe recordar que v_{rf} se obtiene por medio de la expresión (6.39), en la que aparece la tensión del estator transformada, v_{sf} . Esta tensión se corresponde con el valor de régimen permanente, v_{sfp} , según (6.17), antes de iniciarse el hueco ($t < t_{0h}$) y después de la recuperación de la tensión ($t \geq t_{fh}$), mientras que dicha variable se corresponde con v_{sfh} , según (6.59), durante el hueco de tensión ($t_{0h} \leq t < t_{fh}$), ya que al ser simétrico no existe componente *inversa*.

En la Figura 6.7(c) también se ha representado el límite de tensión del convertidor, $V_{r\ máx}$, definido en el subapartado 6.6.7, con el fin de comprobar si la tensión del rotor requerida para controlar la corriente del rotor, $v_{r\ mod}(t)$, obtenida por medio de (6.40), es superior o inferior a dicho límite o, dicho de otro modo, para comprobar si la corriente del rotor se puede controlar.

En la Figura 6.7(c) se observa que $v_{r\ mod}(t) \leq V_{r\ máx}$ durante el hueco de tensión, pero esta relación no se cumple para todos los casos después de la recuperación de la tensión. En efecto, la corriente del rotor transformada, i_{rf} , se puede controlar y mantener constante si $\Delta t = 5T$. No obstante, si la duración del hueco aumenta, la corriente del rotor ya no puede ser controlada después de la recuperación de la tensión porque el convertidor del lado de rotor requiere una tensión que es superior al valor límite que puede suministrar. Se observa de nuevo que $\Delta t = 5.5T$ es la duración más desfavorable del hueco de tensión.

Por otra parte, en la Figura 6.8 se muestra el comportamiento dinámico de las corrientes del estator y de las tensiones del rotor del generador de inducción doblemente alimentado sometido a un hueco simétrico abrupto tipo A_2 , considerando tres duraciones: $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$. Se observa que el comportamiento dinámico de las variables es muy similar al caso del hueco tipo A_1 (Figura 6.7). En concreto, el lugar geométrico de la corriente i_{sf} es el mismo para ambos casos. Por lo que respecta a la evolución temporal de las variables temporales, se observa que es exactamente la misma para ambos huecos, pero con un cierto desfase temporal, que viene marcado por el instante final del hueco, t_{fh} , definido en el Capítulo 3 (Tabla 3.3). En concreto, se trata de una desfase de 90° entre ambos huecos. Finalmente, el comportamiento dinámico de las variables reales (componentes abc de las corrientes del estator y de las tensiones del rotor) es muy similar para ambos casos. En consecuencia, todos los comentarios anteriores relacionados con la Figura 6.7 se pueden aplicar a la Figura 6.8.

Un último comentario a realizar con respecto a los resultados obtenidos en la Figura 6.7 y en la Figura 6.8 es que la similitud entre el comportamiento dinámico de las variables para ambos tipos de hueco ya fue comentada en el apartado 6.5, en el que se estudió el comportamiento de la máquina sin controlar la corriente del rotor. En consecuencia, el hecho de que los resultados obtenidos sean muy similares para ambos tipos de hueco no depende de la estrategia de control del generador de inducción doblemente alimentado frente a los huecos de tensión.

Cabe recordar que los resultados analíticos se han validado por medio de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento del generador utilizando MATLAB y también mediante el programa de simulación de circuitos PSpice (véase el Anexo D).

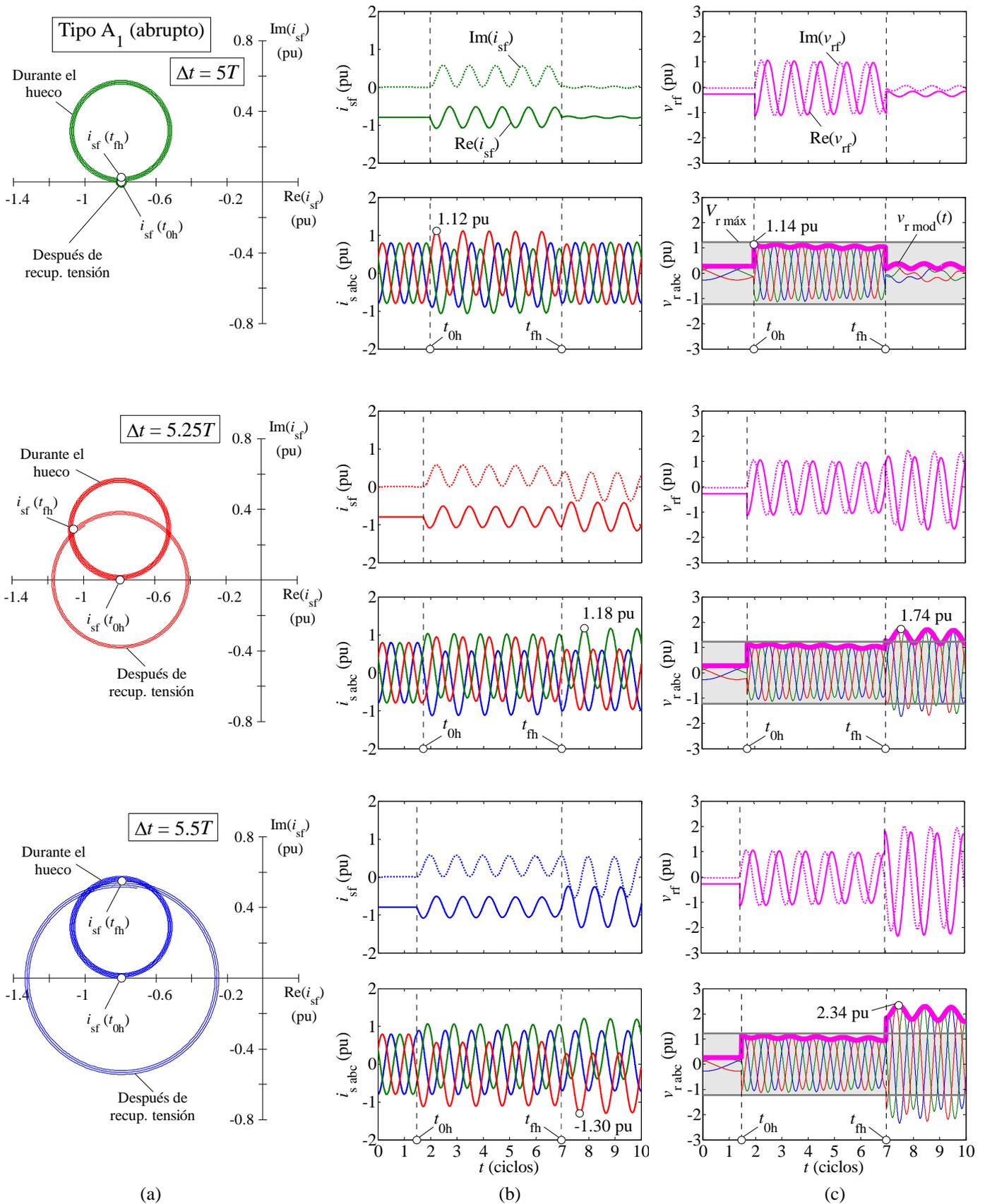


Figura 6.7: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A₁. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

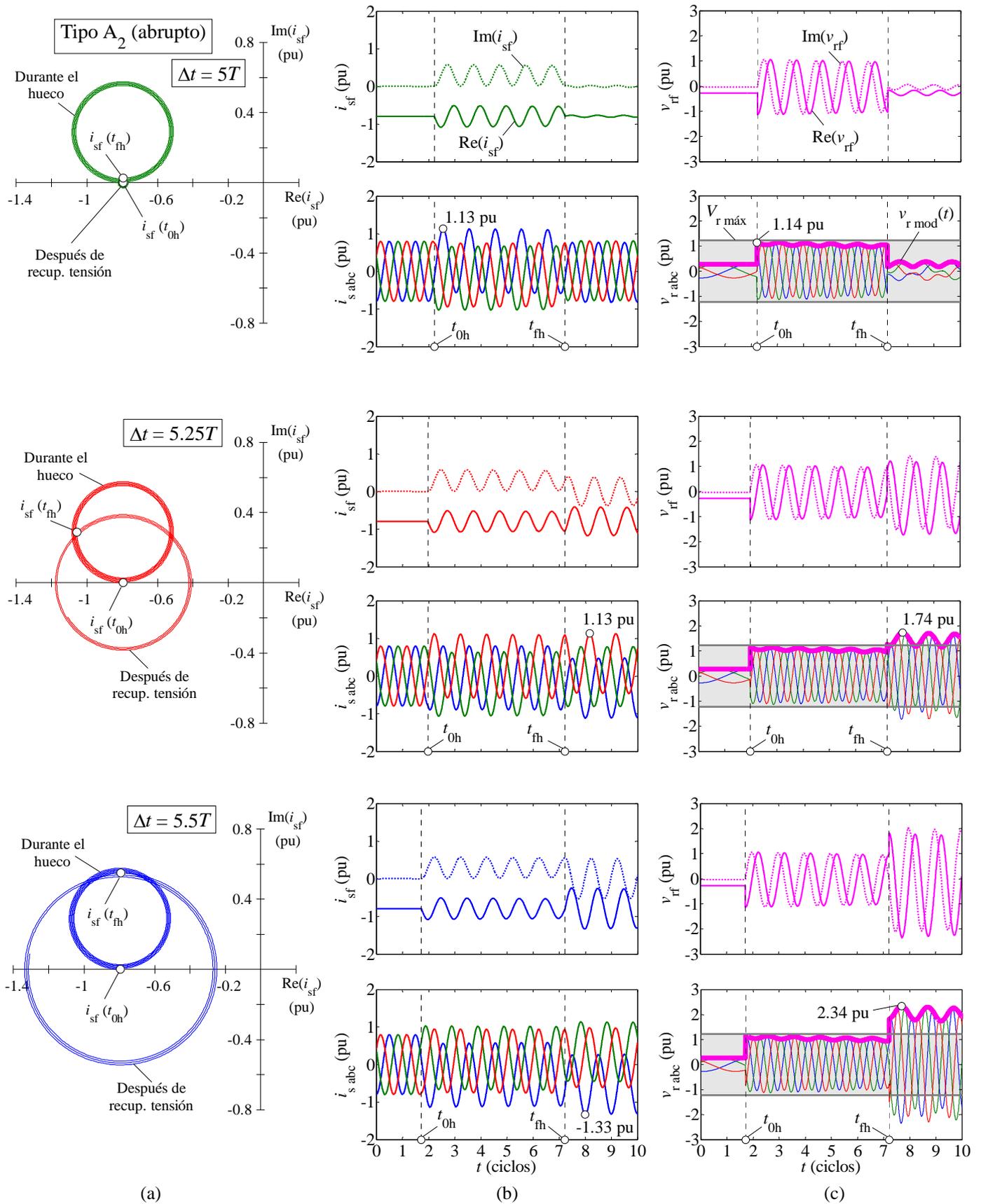


Figura 6.8: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos simétricos abruptos tipo A_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes *abc*; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes *abc*. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

6.6.9. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En el subapartado 6.6.4 se obtuvo la expresión para el cálculo de la corriente del estator transformada (6.37), válida para cualquier tipología de hueco de tensión. Con el fin de explicar el comportamiento de la corriente del estator transformada durante los huecos de tensión asimétricos, para más claridad se repite dicha expresión:

$$\left. \begin{aligned} i_{sf} &= \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t \leq t_{0h}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_1 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s(t-t_{0h})} + \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t} + \frac{v_{sf1} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \\ i_{sf} &= \underline{K}_2 \cdot e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_{fh})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s(t-t_{fh})} + \frac{v_{sfp} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} ; & (t \geq t_{fh}) \end{aligned} \right\} \quad (6.62)$$

donde \underline{K}_1 , \underline{K}_2 y \underline{K}_3 son las siguientes constantes complejas:

$$\begin{aligned} \underline{K}_1 &= \frac{v_{sfp} - v_{sf1}}{R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s} - \underline{K}_3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}} ; & \underline{K}_3 &= \frac{v_{sf2}}{R_s - j \cdot \omega_s \cdot L_s} \\ \underline{K}_2 &= \underline{K}_1 \cdot \left[e^{-\frac{R_s}{L_s}(t_{fh}-t_{0h})} \cdot e^{-j \cdot \omega_s(t_{fh}-t_{0h})} - 1 \right] + \underline{K}_3 \cdot (e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{fh}} - e^{-j \cdot 2 \cdot \omega_s \cdot t_{0h}}) \end{aligned} \quad (6.63)$$

Cabe notar que si no existe componente *inversa* en la tensión del estator ($v_{sf2} = 0$, luego $\underline{K}_3 = 0$) se obtiene la expresión analítica de la corriente del estator transformada correspondiente al caso de los huecos simétricos (6.60).

A continuación se procede a mostrar el lugar geométrico (parte real versus parte imaginaria) de la corriente del estator transformada, i_{sf} , con la finalidad de explicar el comportamiento dinámico de dicha corriente durante los huecos de tensión asimétricos. Teniendo en cuenta que el comportamiento dinámico de la corriente i_{sf} varía notablemente en función del tipo de hueco asimétrico considerado, quedando constancia de ello en las posteriores figuras, se va a escoger una única tipología de hueco para explicar el comportamiento dinámico de dicha corriente. En la Figura 6.9 se muestra el lugar geométrico de la corriente del estator transformada, i_{sf} , considerando que el generador se somete a un hueco de tensión asimétrico abrupto tipo F₁, con tres duraciones distintas ($\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$). Cabe recordar que el generador funciona en el punto de trabajo 1, entregando a la red su potencia nominal, P_n .

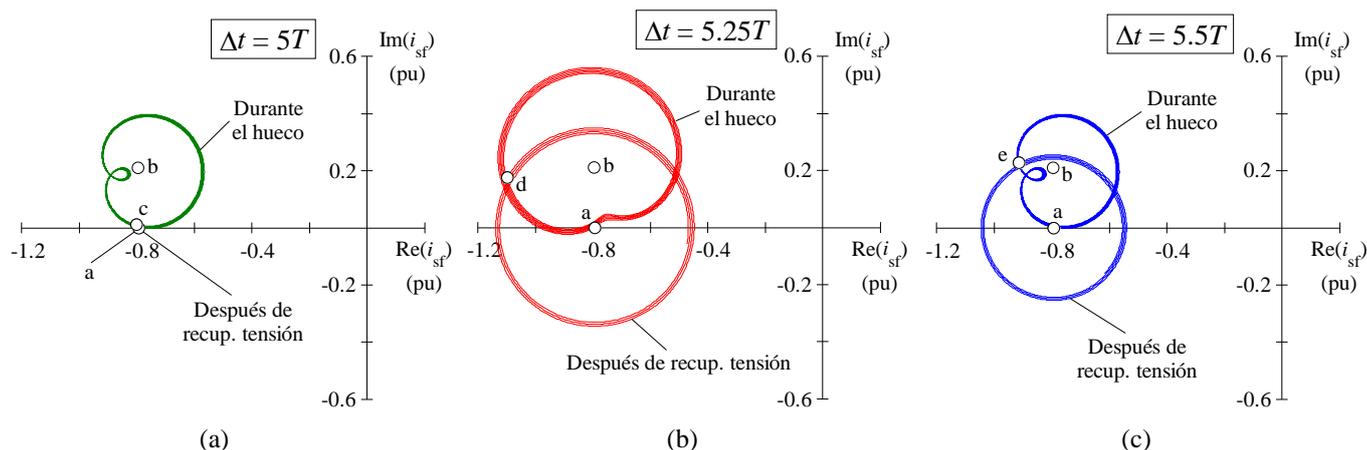


Figura 6.9: Lugar geométrico de la corriente del estator transformada del generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$ (a), $\Delta t = 5.25T$ (b), $\Delta t = 5.5T$ (c) y $\psi = 80^\circ$.

El comportamiento de la corriente i_{sf} se va a explicar por medio de los puntos a...e de la Figura 6.9 y mediante la expresión (6.62):

- Punto a: el hueco de tensión se origina en t_{0h} y la corriente i_{sf} en este momento es igual a su valor de régimen permanente, obtenido por medio de la primera ecuación de (6.62). Este valor se corresponde con el punto a de la Figura 6.9. Cuando el hueco se inicia, la corriente i_{sf} evoluciona siguiendo una curva no regular, la cual se obtiene por la adición de las pulsaciones ω_s y $2 \cdot \omega_s$ de la segunda ecuación de (6.62). Dicho de otro modo, el término exponencial con $2 \cdot \omega_s$ causa una deformación en la forma de onda que aparecería en el caso de someter al generador a un hueco simétrico, que se trata de una espiral (Figura 6.6), dando lugar a la consecuente forma de curva no regular, describiendo una forma estética, como se muestra en la Figura 6.9. Además, esta forma que describe la corriente i_{sf} se va amortiguando debido a la constante de tiempo L_s/R_s , que aparece en la exponencial de la segunda ecuación de (6.62). Nótese que la frecuencia de repetición de la forma estética de i_{sf} durante el hueco de tensión viene dada por la pulsación ω_s . Es decir, si el hueco de tensión tiene una duración de n ciclos, la forma que sigue el lugar geométrico de la corriente i_{sf} durante la falta se repetirá n veces.
- Punto b: se corresponde con el valor de la corriente i_{sf} en el régimen permanente impuesto por el hueco de tensión, el cual se obtiene por medio del término constante de la segunda ecuación de (6.62). Este valor se alcanzaría si la duración del hueco de tensión fuera muy elevada o bien si la amortiguación de la corriente i_{sf} , dada por la constante de tiempo L_s/R_s , fuera unas cuatro o cinco veces inferior a la duración del hueco.
- Puntos c, d y e: se corresponden con los valores de la corriente i_{sf} en el instante de la recuperación de la tensión, t_{th} , para las duraciones del hueco $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$, respectivamente.

Se observa que independientemente de la duración del hueco, después de la recuperación de la tensión la corriente i_{sf} evoluciona siempre mediante una espiral, es decir, siguiendo una curva que rota en torno al punto central a , aproximándose progresivamente al mismo. En efecto, según se muestra en la tercera ecuación de (6.62), después de la recuperación de la tensión ya no se tiene el término exponencial con la pulsación $2 \cdot \omega_s$, sino que tan sólo aparece la pulsación ω_s . Efectivamente, después de la recuperación de la tensión no existe componente *inversa* en la tensión del estator ($v_{sf2} = 0$, luego $\underline{K}_3 = 0$). Esto significa, por un lado, que una vez la falta se despeja la forma descrita por el lugar geométrico de i_{sf} es distinta a la forma obtenida durante el hueco de tensión. Por otro lado, el término exponencial con ω_s indica que la corriente i_{sf} rota a esta pulsación después de la recuperación de la tensión. Además, en la Figura 6.9 queda constancia de que la forma descrita por i_{sf} se va amortiguando progresivamente, como indica la constante de tiempo L_s/R_s , que también aparece en el término exponencial de la tercera ecuación de (6.62), y este amortiguamiento continúa hasta que la corriente i_{sf} alcanza su valor de régimen permanente (punto a). Por este motivo, la espiral obtenida después de la recuperación de la tensión está centrada en el punto a .

De los resultados mostrados en la Figura 6.9 se extraen las siguientes conclusiones:

- A diferencia de los huecos simétricos, en los que la corriente i_{sf} rota siguiendo una forma en espiral durante el hueco de tensión (Figura 6.6), cuando el generador se somete a los huecos asimétricos no aparece dicha forma, sino que se obtienen otras tipologías que dependen del tipo de hueco de tensión y de la duración del mismo. Las formas que se observan en la Figura 6.9 son propias para el hueco de tensión F_1 para las tres duraciones mostradas. Si el hueco tuviera otra duración o fuera de otra tipología, se obtendría otra forma distinta, como se observa en las figuras que se mostrarán a continuación.
- El comportamiento de la corriente i_{sf} después de la recuperación de la tensión es el mismo que en el caso de los huecos de tensión simétricos, es decir, la corriente i_{sf} sigue una forma en espiral. Esto es lógico, dada la similitud entre la tercera ecuación de (6.60) y la tercera ecuación de (6.62).
- La duración más desfavorable de los huecos asimétricos (aquella que provoca los mayores valores de pico en las variables del generador) no tiene por qué ser $\Delta t = 5.5T$, como en el caso de los huecos simétricos. De hecho, según la Figura 6.9 la duración más desfavorable para el hueco asimétrico tipo F_1 es $\Delta t = 5.25T$. Además, para distintas tipologías de huecos asimétricos la duración más desfavorable es diferente, como se observa en las posteriores figuras. Dicho de otro modo, el valor de la corriente del estator transformada en el instante de la recuperación de la tensión, $i_{sf}(t_m)$, ya no es tan predecible como en el caso de los huecos simétricos, en los que un

hueco de duración $\Delta t = 5.5T$ provoca los efectos más severos, mientras que un hueco simétrico de duración $\Delta t = 5T$ causa los efectos menos severos. No obstante, este comportamiento no tiene por qué ser cierto en el caso de los huecos asimétricos, para los que se requiere un estudio más detallado, como el llevado a cabo en Capítulo 7.

A continuación se muestra el lugar geométrico de la corriente i_{sf} , así como la evolución temporal de las componentes abc y de las componentes transformadas de las corrientes del estator y de las tensiones del rotor del generador de inducción doblemente alimentado sometido a los distintos huecos de tensión asimétricos: C (Figura 6.10), D (Figura 6.11), F₁ abrupto (Figura 6.12), F₂ abrupto (Figura 6.13), G₁ abrupto (Figura 6.14) y G₂ abrupto (Figura 6.15). Se consideran las siguientes tres duraciones para los huecos: $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$, las cuales se corresponden con las analizadas en la Figura 6.9.

Por otro lado, en las gráficas correspondientes a la evolución temporal de las componentes abc de las tensiones del rotor se representa también el límite de tensión del convertidor, $V_{r\text{máx}}$, definido en el subapartado 6.6.7, con el objetivo de determinar si la tensión del rotor requerida para controlar la corriente del rotor, $v_{r\text{mod}}(t)$, obtenida por medio de (6.40), es superior o inferior a dicho límite o, dicho de otro modo, para comprobar si la corriente del rotor se puede controlar.

Cabe recordar que los resultados obtenidos por medio de las expresiones analíticas se han validado mediante MATLAB y PSpice. Los modelos del generador de inducción doblemente alimentado utilizados en ambos programas informáticos se muestran en el Anexo D.

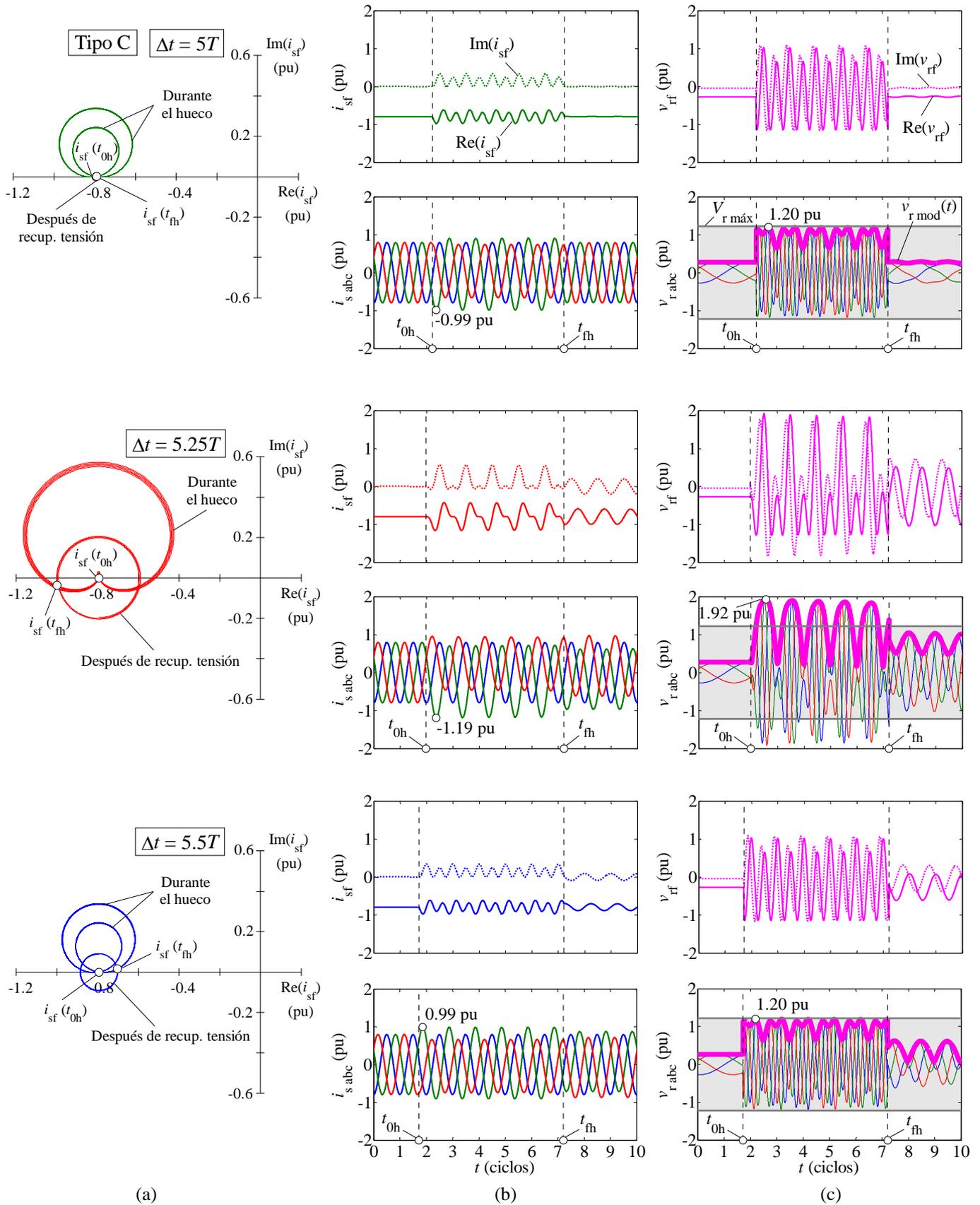


Figura 6.10: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos tipo C. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

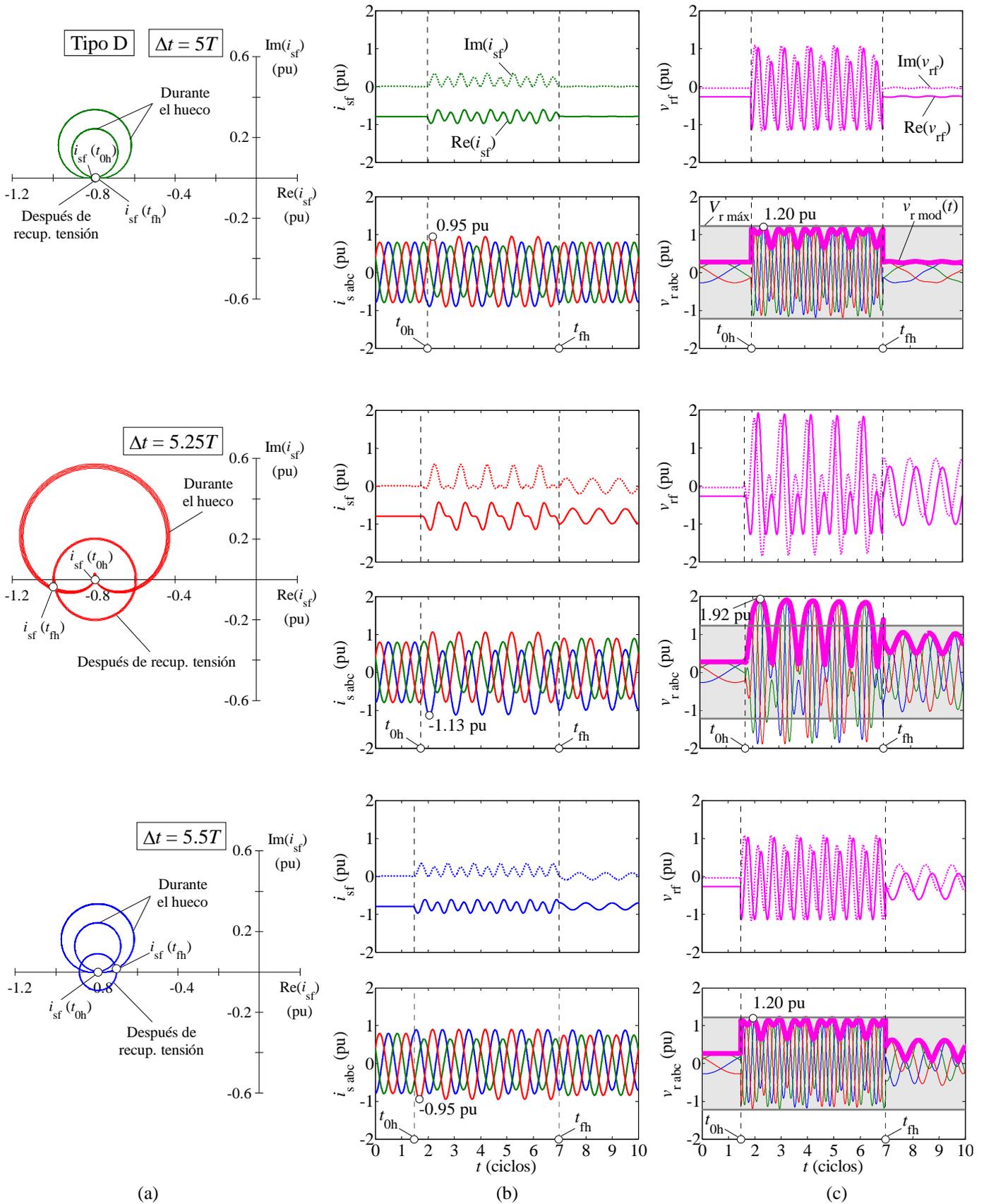


Figura 6.11: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos tipo D. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

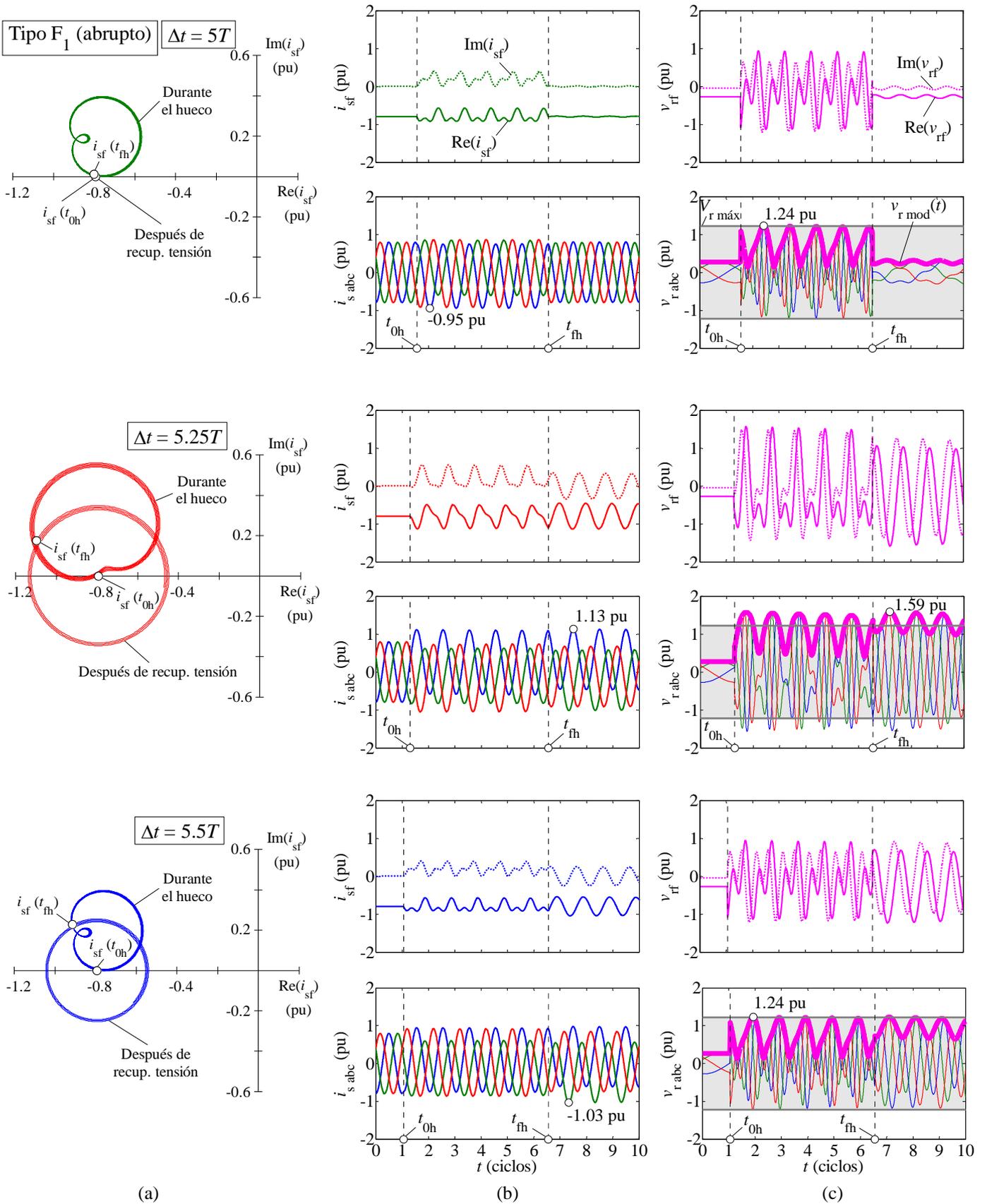


Figura 6.12: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_1 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

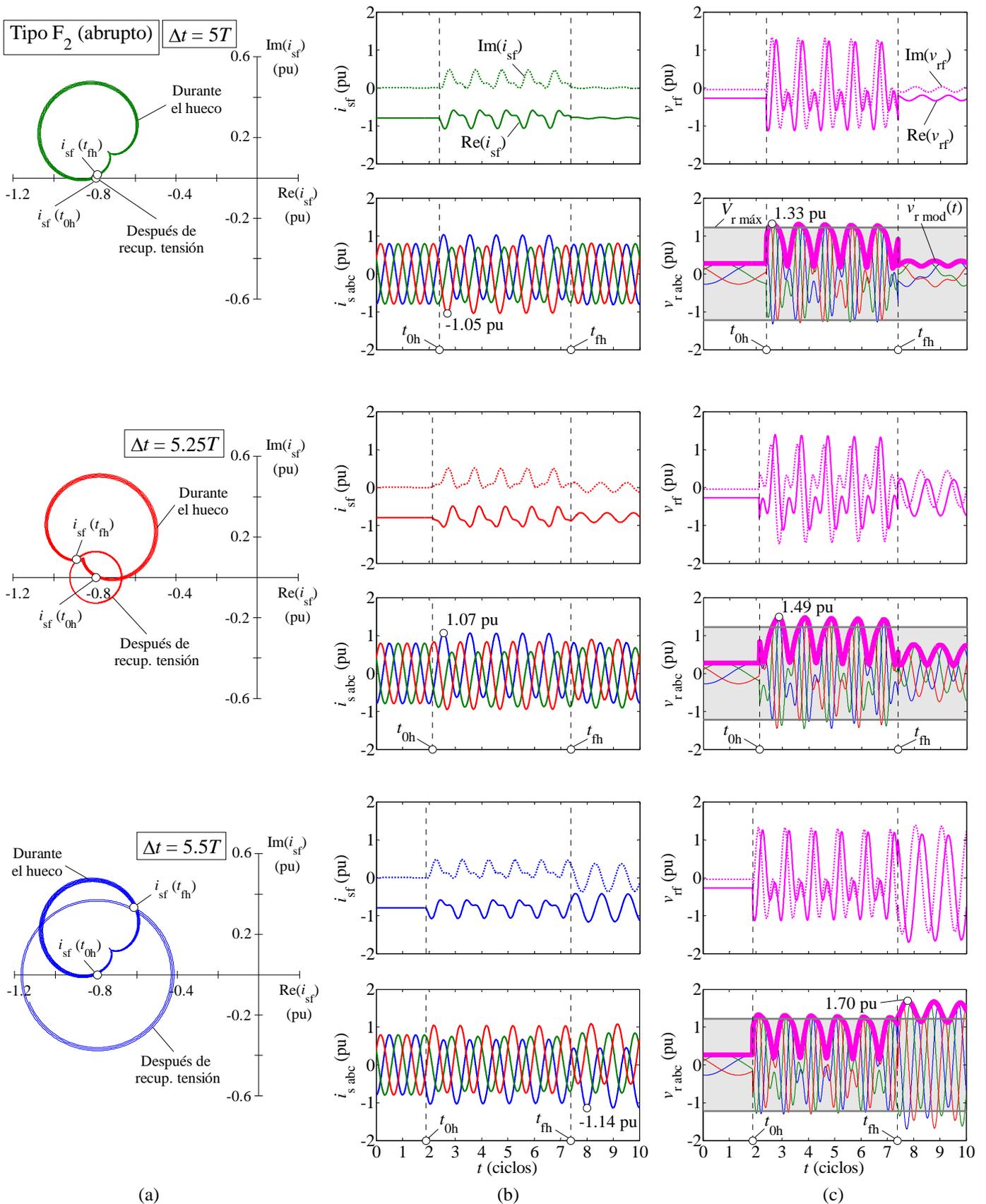


Figura 6.13: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo F_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

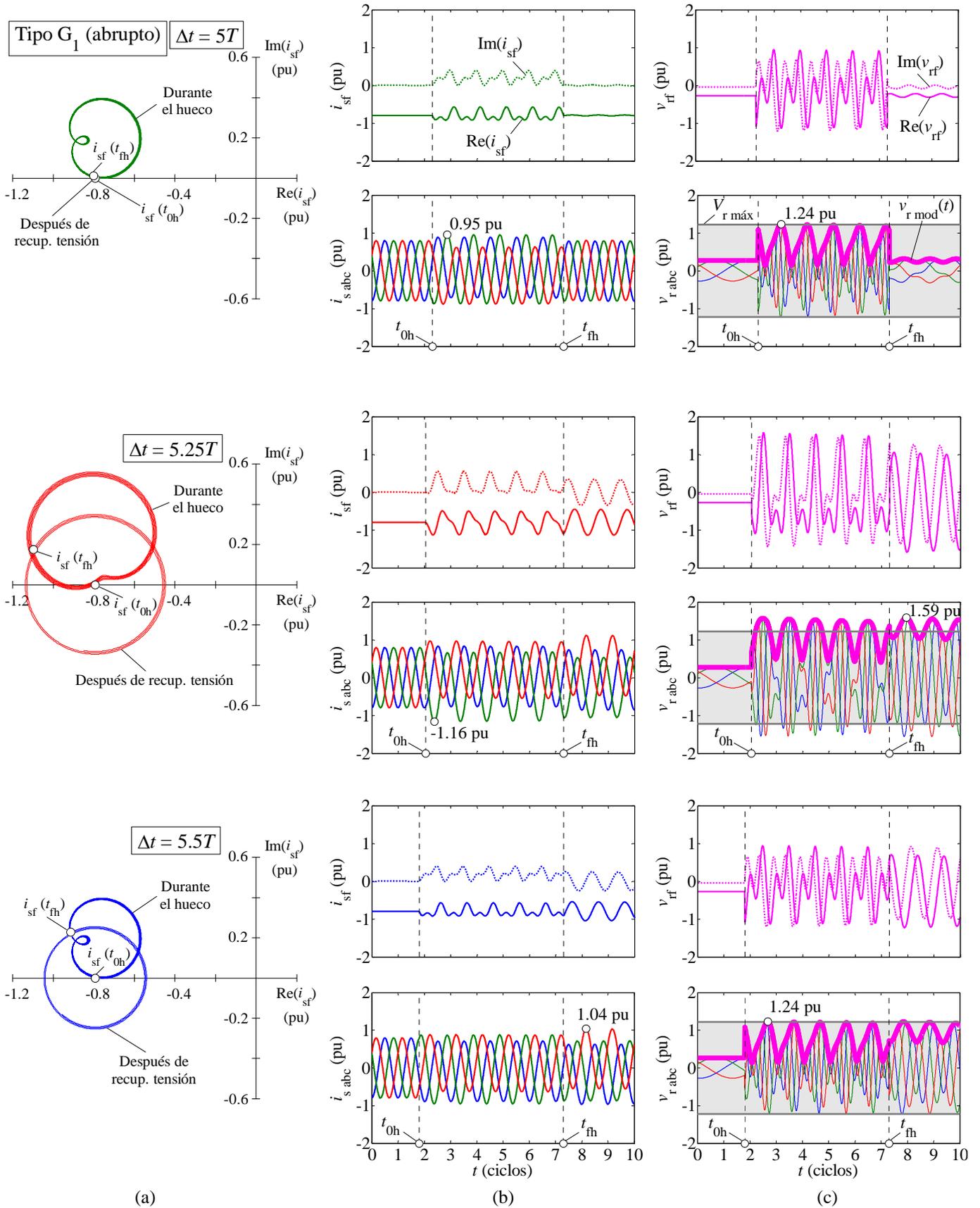


Figura 6.14: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo G_1 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

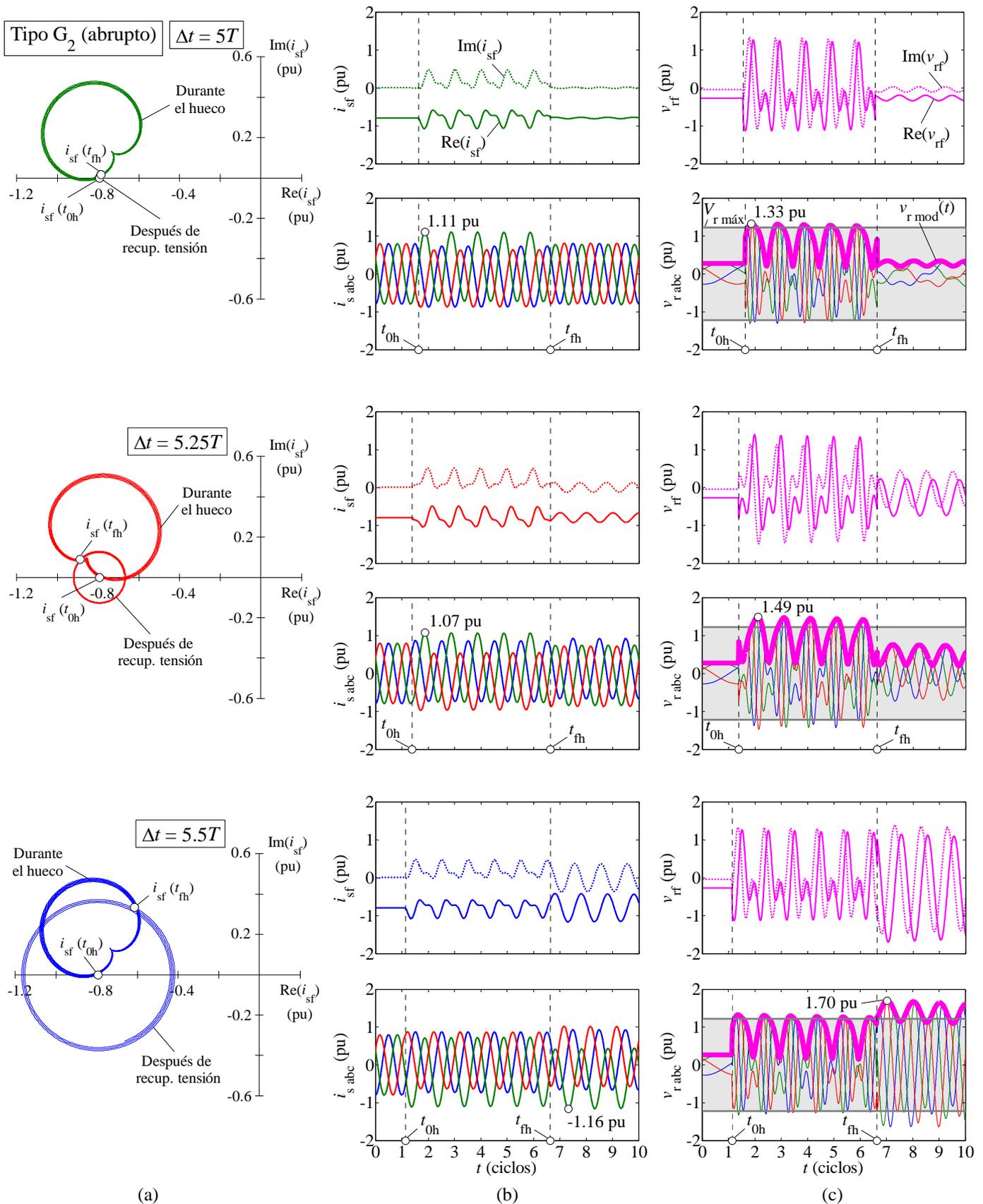


Figura 6.15: Influencia de la duración del hueco en el comportamiento dinámico del generador controlando la corriente del rotor. Generador sometido a los huecos asimétricos abruptos tipo G_2 . Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$ y $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

De los resultados mostrados en las figuras anteriores se extraen las siguientes observaciones:

- La forma descrita por el lugar geométrico de la corriente i_{sf} es distinta para cada tipo de hueco. Aparentemente, esto es debido a que las componentes simétricas de los huecos de tensión son distintas. No obstante, los instantes inicial y final del hueco, t_{0h} y t_{fh} , respectivamente, también tienen una notable influencia en el comportamiento de i_{sf} . Por ejemplo, se observa que los huecos de tensión C y D causan la misma forma en el lugar geométrico de i_{sf} , pese a que sus tensiones presentan componente *inversa* distinta (véase la Tabla 3.6 del Capítulo 3). Esto también es cierto para los huecos F_1 y G_1 y para los huecos F_2 y G_2 . Además, la notable diferencia en el lugar geométrico de i_{sf} para los huecos F_1 y F_2 (lo mismo ocurre para los huecos G_1 y G_2) indica la importante influencia de los tiempos t_{0h} y t_{fh} , ya que ambos huecos presentan las mismas componentes simétricas, la misma duración, y tan sólo difieren en dichos instantes (véase la Tabla 3.3 del Capítulo 3).
- Se confirma que después de la recuperación de la tensión la corriente i_{sf} evoluciona siguiendo una forma en espiral para todas las tipologías de hueco asimétrico. La amplitud de dicha espiral depende del valor de la corriente del estator transformada en el instante de la recuperación de la tensión, $i_{sf}(t_{fh})$. Esta espiral se traduce en el dominio temporal en unas oscilaciones que serán tanto más grandes como mayor sea la amplitud de la misma. También se observa que en determinados casos, como por ejemplo para el hueco F_1 con una duración $\Delta t = 5.25T$, la amplitud de la espiral de i_{sf} durante la recuperación de la tensión es mayor que la amplitud de la curva que describe dicha corriente durante el hueco de tensión. En consecuencia, para estos casos el mayor pico de corriente del estator, tanto en variables transformadas como en componentes *abc*, se obtiene una vez la falta se ha despejado y no durante el hueco.
- En determinados tipos de hueco no es posible controlar la corriente del rotor mientras dura la falta. Tal es el caso, por ejemplo, de los huecos C y D con una duración $\Delta t = 5.25T$. Esto sucede porque la tensión requerida para controlar dicha corriente, $v_{r\ mod}(t)$, es superior al límite de tensión del convertidor del lado de rotor, $V_{r\ máx}$. Esto es de especial importancia porque no sucede en el caso de someter al generador a los huecos simétricos, como se analizó en el subapartado 6.6.8, donde la corriente del rotor puede no ser controlada después de la recuperación de la tensión (según la duración del hueco), pero siempre se puede controlar mientras dura el hueco.
- En función de los resultados obtenidos, las duraciones más desfavorables para los huecos asimétricos, es decir, aquellas que causan los mayores picos en las variables del generador son las siguientes: $\Delta t = 5.25T$ para los huecos C, D, F_1 y F_2 y $\Delta t = 5.5T$ para los huecos F_2 y G_2 . No obstante, tan sólo se han analizado tres duraciones, por lo que para definir la duración más

desfavorable del hueco se hace necesario un análisis de sensibilidad del generador frente a los huecos de tensión, que contemple un rango mayor de duraciones, lo cual se desarrolla en el Capítulo 7.

Por último, cabe destacar que el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos de tensión C y D es muy similar: el lugar geométrico de la corriente del estator transformada es idéntico y la evolución temporal de las variables transformadas es idéntica pero desplazada en el tiempo, en función de los instantes de recuperación de la tensión (Tabla 3.3). Por lo que respecta a las componentes *abc* de las corrientes del estator y de las tensiones del rotor, estas muestran un comportamiento dinámico muy parecido. Cabe recordar que esta similitud en el comportamiento dinámico de las variables del generador ya fue comentada en el apartado 6.5, en el que se estudió el comportamiento de la máquina sin controlar la corriente del rotor. En consecuencia, el hecho de que los resultados obtenidos sean muy similares para los huecos simétricos (tipo A_1 y A_2) o para los asimétricos tipo C y D, o F_1 y G_1 o bien F_2 y G_2 no depende de la estrategia de control utilizada. En el Capítulo 7 se comprueba que esta similitud también se tiene al considerar una recuperación discreta de la tensión.

6.6.10. Influencia de la potencia generada

A lo largo del presente capítulo se ha considerado que el generador entrega a la red su potencia nominal, por lo que se encuentra en su punto de trabajo más desfavorable. A continuación se va a comparar el comportamiento dinámico de la máquina para los tres puntos de trabajo que fueron definidos en el Capítulo 5 (véase la Figura 5.4 y la Tabla 5.1 para más detalles). Para más claridad, se vuelven a mostrar la potencia generada y el deslizamiento mecánico correspondientes a los tres puntos de trabajo del generador:

- Punto de trabajo 1: el generador entrega a la red su potencia nominal, P_n , y su deslizamiento es $g = -0.267$.
- Punto de trabajo 2: la potencia entregada a la red es la mitad de la potencia nominal del generador, $0.5 \cdot P_n$, y el deslizamiento de la máquina es $g = -0.089$.
- Punto de trabajo 3: el generador entrega a la red el 10 % de su potencia nominal, $0.1 \cdot P_n$, y el deslizamiento correspondiente a dicha potencia es $g = 0.333$.

Para realizar la comparativa se considera que todos los huecos de tensión presentan una profundidad $h = 0.1$ y una duración $\Delta t = 5.5T$.

6.6.10.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En la Figura 6.16 y en la Figura 6.17 se muestra la influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos de tensión simétricos abruptos (tipo A_1 y A_2 , respectivamente). De los resultados mostrados en ambas figuras se extrae la siguiente información:

- A medida que la potencia generada por la máquina disminuye, también lo hacen el resto de las variables del generador. En efecto, el punto de trabajo 1, en el que el generador entrega a la red su potencia nominal, P_n , se obtiene el valor máximo de todas las variables, mientras que si la potencia entregada a la red es $0.1 \cdot P_n$ (punto de trabajo 3), las variables del generador presentan su valor mínimo. Por lo tanto, se confirma de nuevo que el punto de trabajo más desfavorable es el primero, mientras que el tercero es el punto de trabajo más favorable.
- Durante el hueco de tensión existe una oscilación prácticamente inapreciable en la potencia reactiva instantánea, q . Además, se observa que el valor máximo de esta variable no cambia con el punto de trabajo.
- El valor máximo de todas las variables se tiene siempre a partir de la recuperación de la tensión. Esto es de especial importancia para el caso del módulo de la tensión del rotor instantánea, $v_{r \text{ mod}}(t)$, ya que marca las situaciones en las que la corriente del rotor se puede controlar. Se observa que dicha corriente se puede mantener constante, en referencia sincronismo, durante el hueco de tensión para los tres puntos de trabajo. No obstante, a partir de la recuperación de la tensión se cumple que $v_{r \text{ mod}}(t) \geq V_{r \text{ máx}}$, por lo que la corriente del rotor no se puede controlar en ningún caso, aunque se debe tener presente que se está considerando la duración del hueco más desfavorable para el caso de los huecos simétricos, es decir, $\Delta t = 5.5T$.
- La evolución temporal del par electromagnético, Γ_m , es idéntica, aunque en otra escala, a la de la potencia instantánea, p . Esto es un resultado lógico ya que se está despreciando la variación de la velocidad mecánica, ω_m , durante el hueco de tensión. En consecuencia, la potencia mecánica y el par electromagnético presentan la misma forma y, al despreciar las pérdidas, se tiene el mismo comportamiento dinámico para la potencia instantánea.
- Comparando los resultados de la Figura 6.16(a) y de la Figura 6.17(a) con los obtenidos en la Figura 6.1, se observa que efectivamente por medio del control impuesto se han conseguido reducir notablemente los valores máximos de todas las variables del generador de inducción doblemente alimentado.

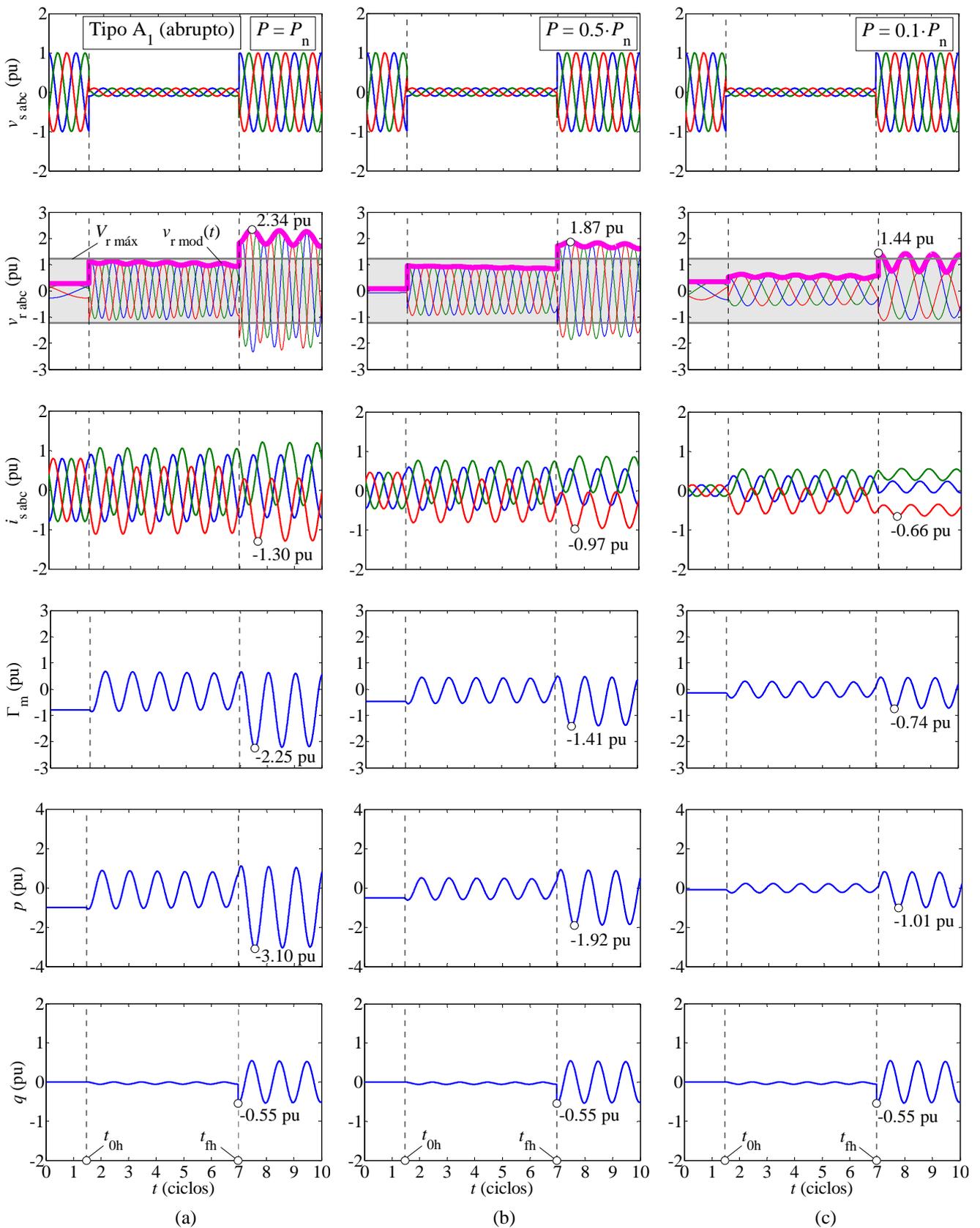


Figura 6.16: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

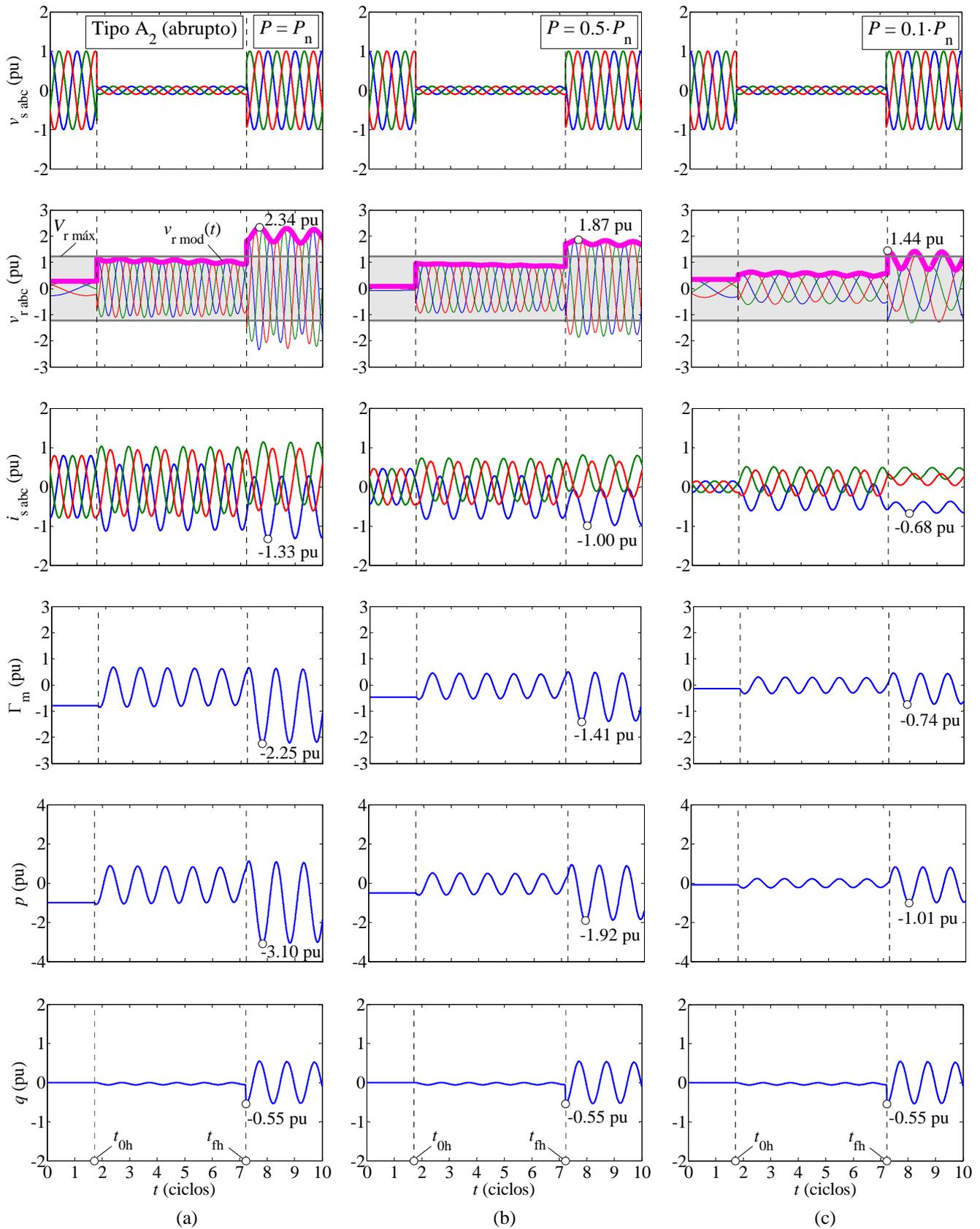


Figura 6.17: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

6.6.10.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En las posteriores figuras se muestra la influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos de tensión asimétricos: C (Figura 6.18), D (Figura 6.19), F₁ abrupto (Figura 6.20), F₂ abrupto (Figura 6.21), G₁ abrupto (Figura 6.22) y G₂ abrupto (Figura 6.23). Se observa lo siguiente:

- Del mismo modo que sucede en el caso de los huecos simétricos, a medida que la potencia entregada a la red disminuye, el resto de las variables del generador también decrecen. No obstante, los valores en pu de las variables del generador sometido a huecos asimétricos son inferiores a los valores obtenidos cuando el generador se somete a huecos simétricos. Por lo tanto, los huecos simétricos son los que causan los efectos más severos sobre el generador de inducción doblemente alimentado. No obstante, cabe recordar que se está considerando que el hueco presenta una duración $\Delta t = 5.5T$, cuando en realidad cada hueco tiene su propia duración más desfavorable, lo cual se analiza en el Capítulo 7.
- Durante los huecos asimétricos existe una oscilación más pronunciada de la potencia reactiva instantánea, q . De hecho, el valor máximo de esta variable se tiene durante el hueco de tensión y no en su recuperación, como en el caso de los huecos simétricos.
- El valor máximo de las variables se pueden tener durante el hueco de tensión o después del despeje de la falta, en función de la tipología de hueco y del punto de trabajo considerado.
- La corriente del rotor se puede controlar para la mayoría de los huecos asimétricos y para los tres puntos de trabajo considerados, pues la tensión $v_{r\text{mod}}(t)$ se encuentra por debajo del límite de tensión del convertidor del lado de rotor, $V_{r\text{máx}}$. También se observa que la corriente del rotor no se puede controlar después de la recuperación de la tensión si el generador entrega a la red su potencia nominal y está sometido a los huecos tipo F₂ y G₂. Se debe recordar que se está considerando una duración de hueco $\Delta t = 5.5T$, que no tiene por qué ser la más desfavorable para los huecos asimétricos.
- Si el generador se somete a huecos de tensión asimétricos, también se observa que la evolución temporal del par electromagnético, Γ_m , es idéntica, aunque en otra escala, a la de la potencia instantánea, p .

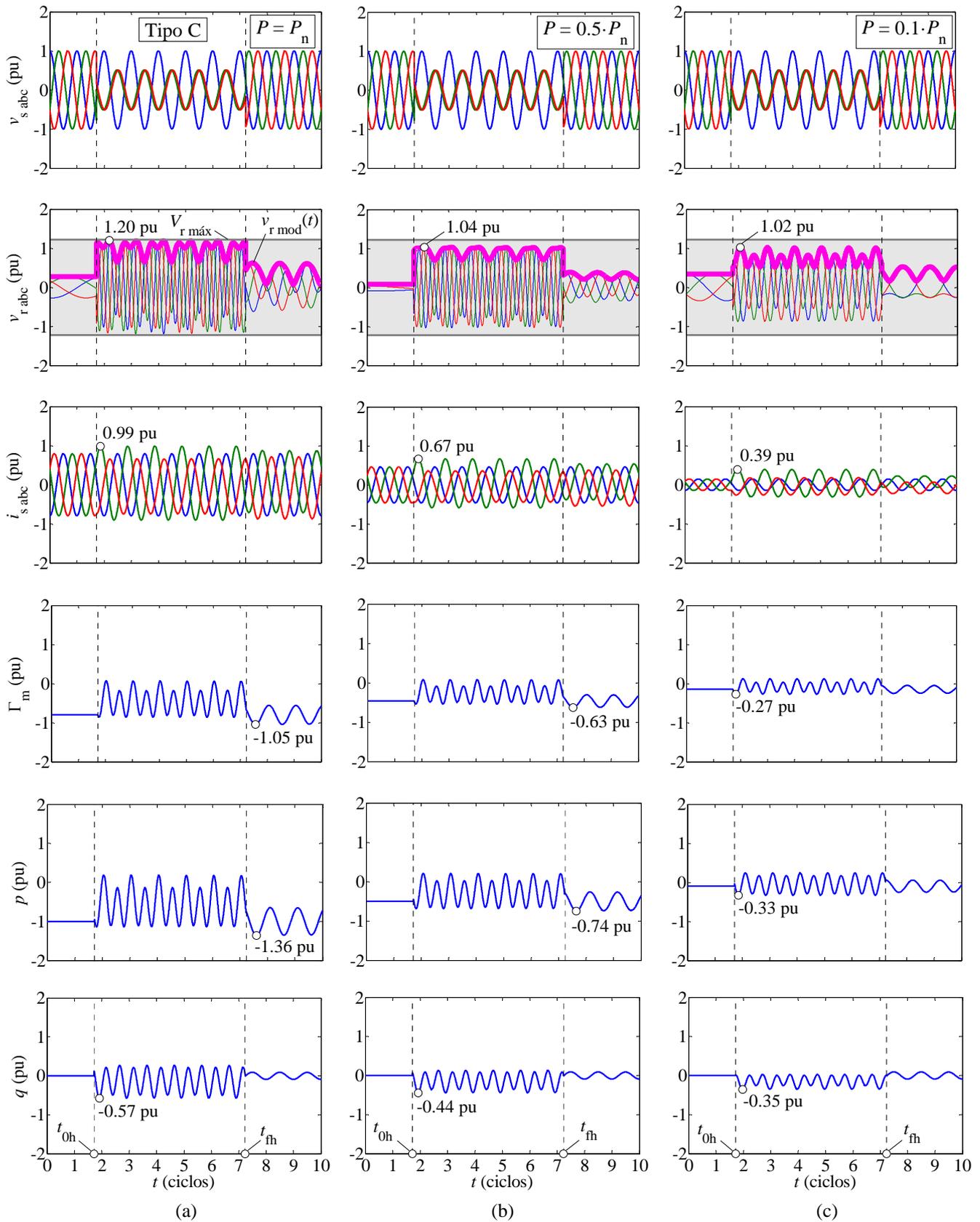


Figura 6.18: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo C, controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

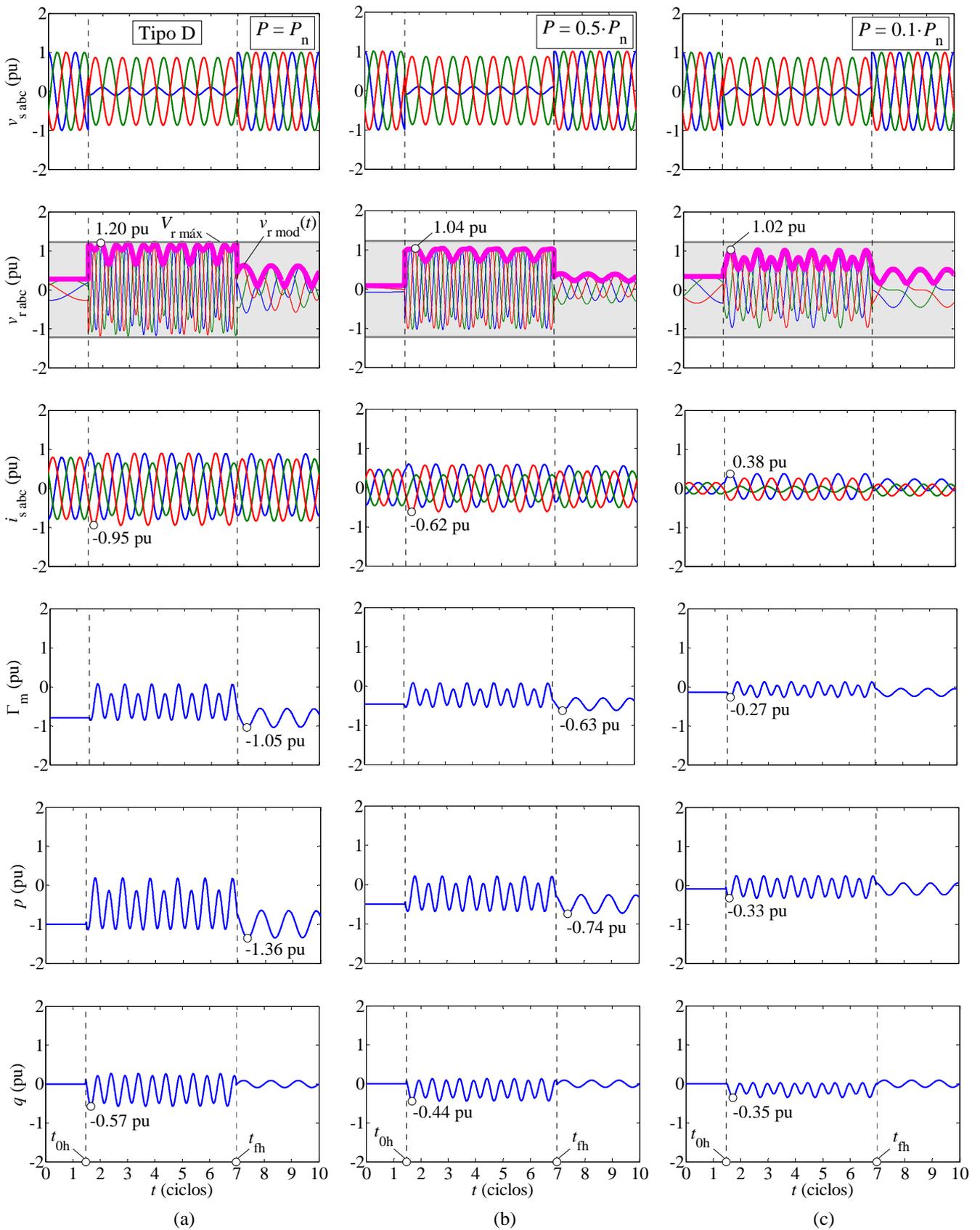


Figura 6.19: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo D, controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

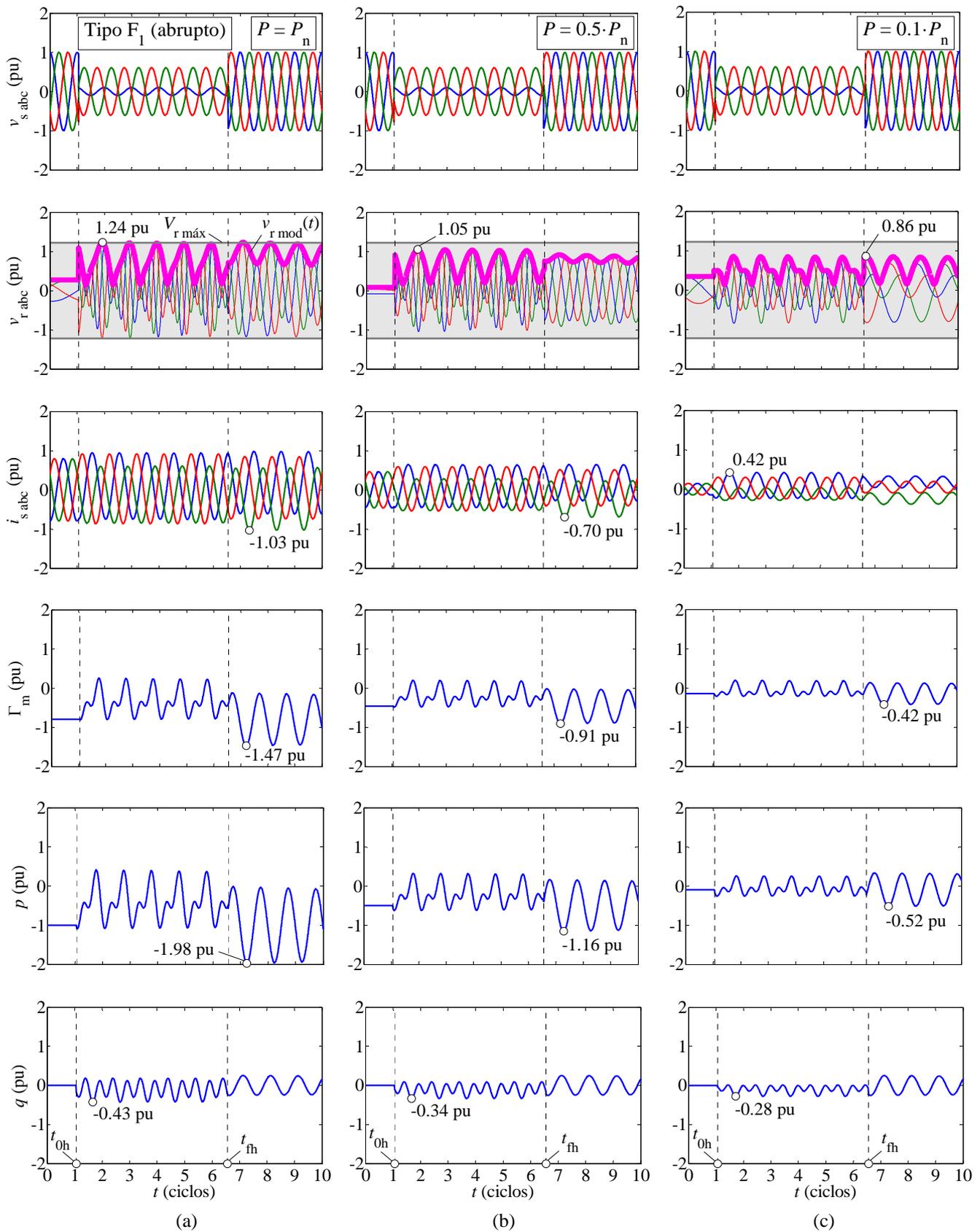


Figura 6.20: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

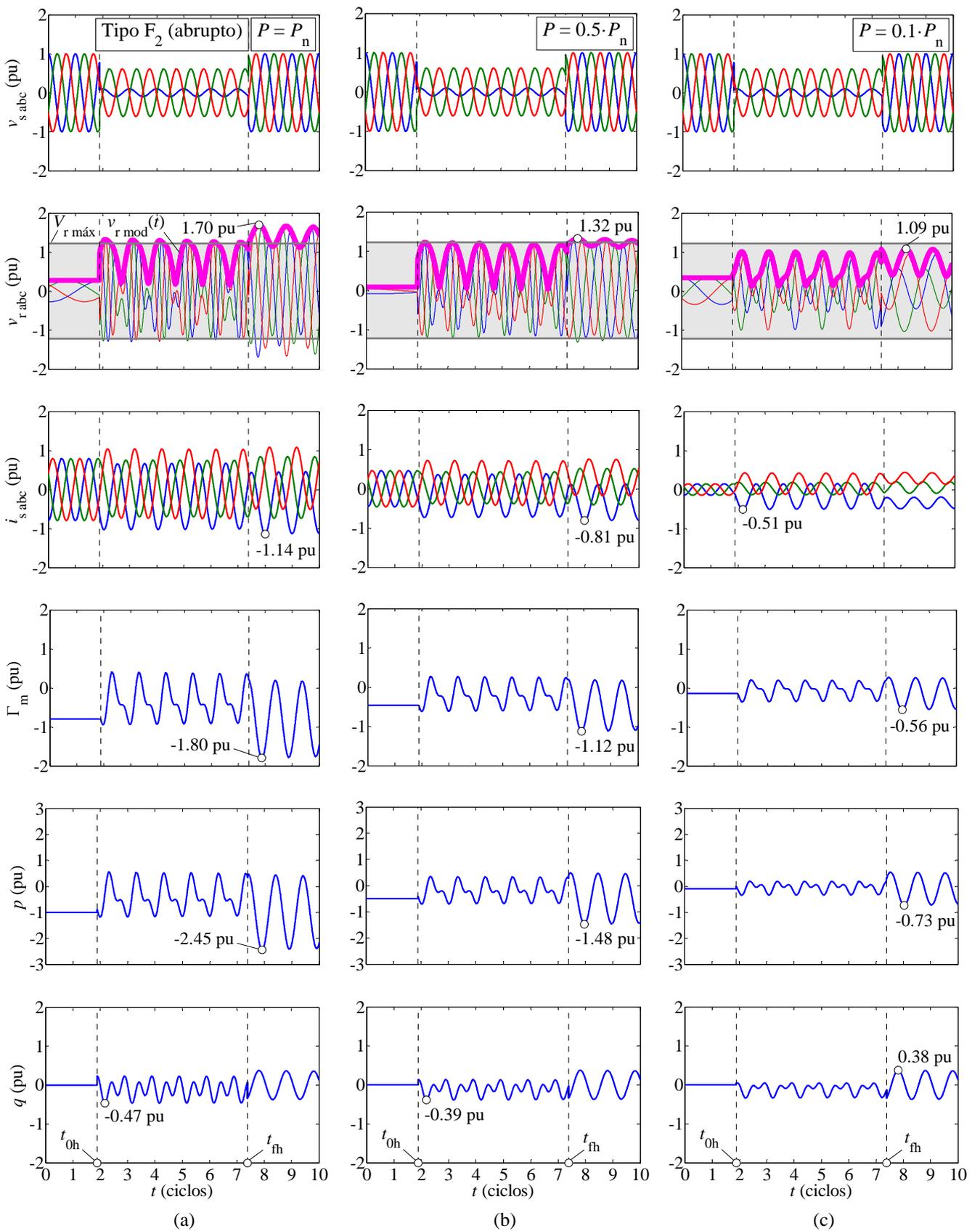


Figura 6.21: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

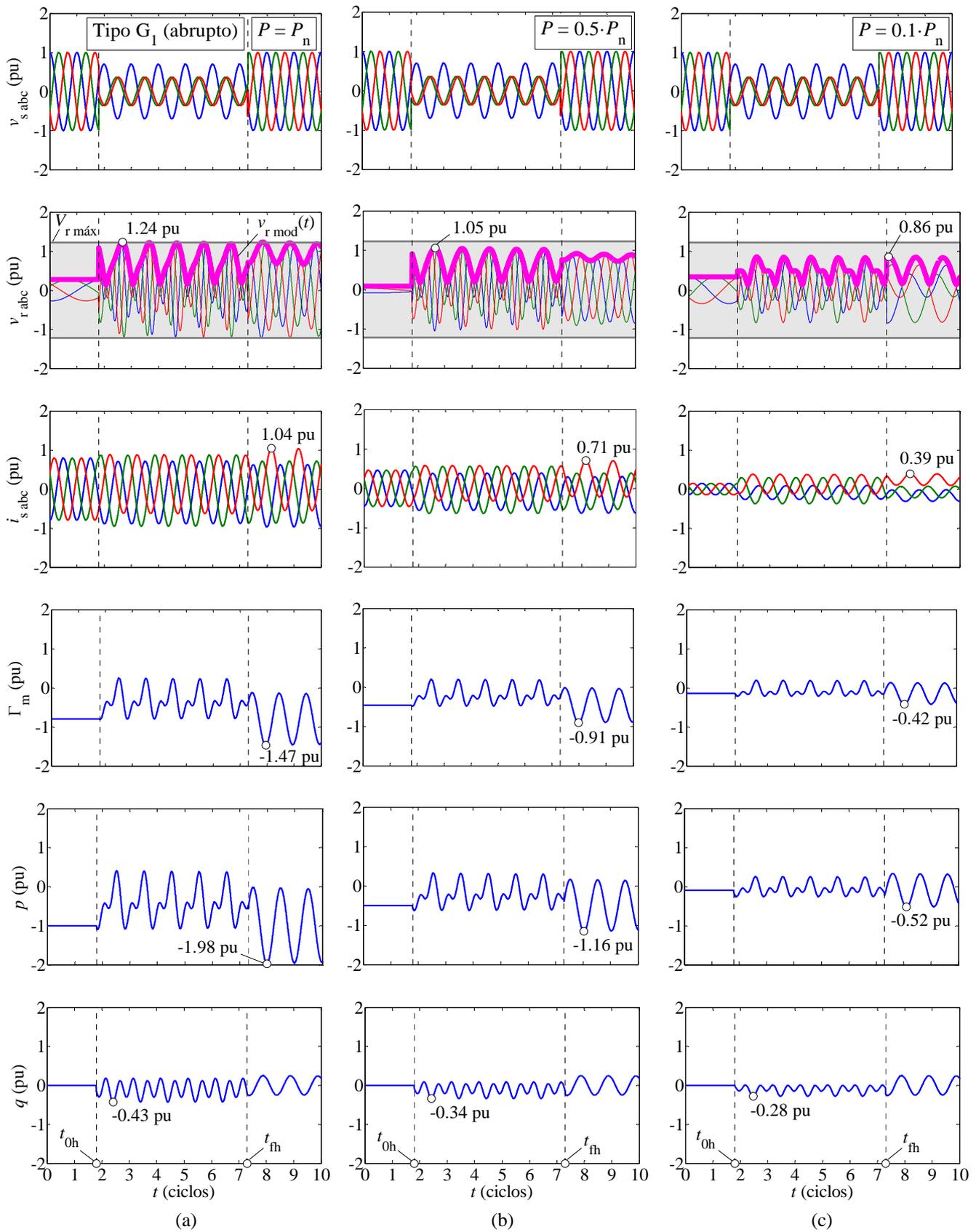


Figura 6.22: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo G_1 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

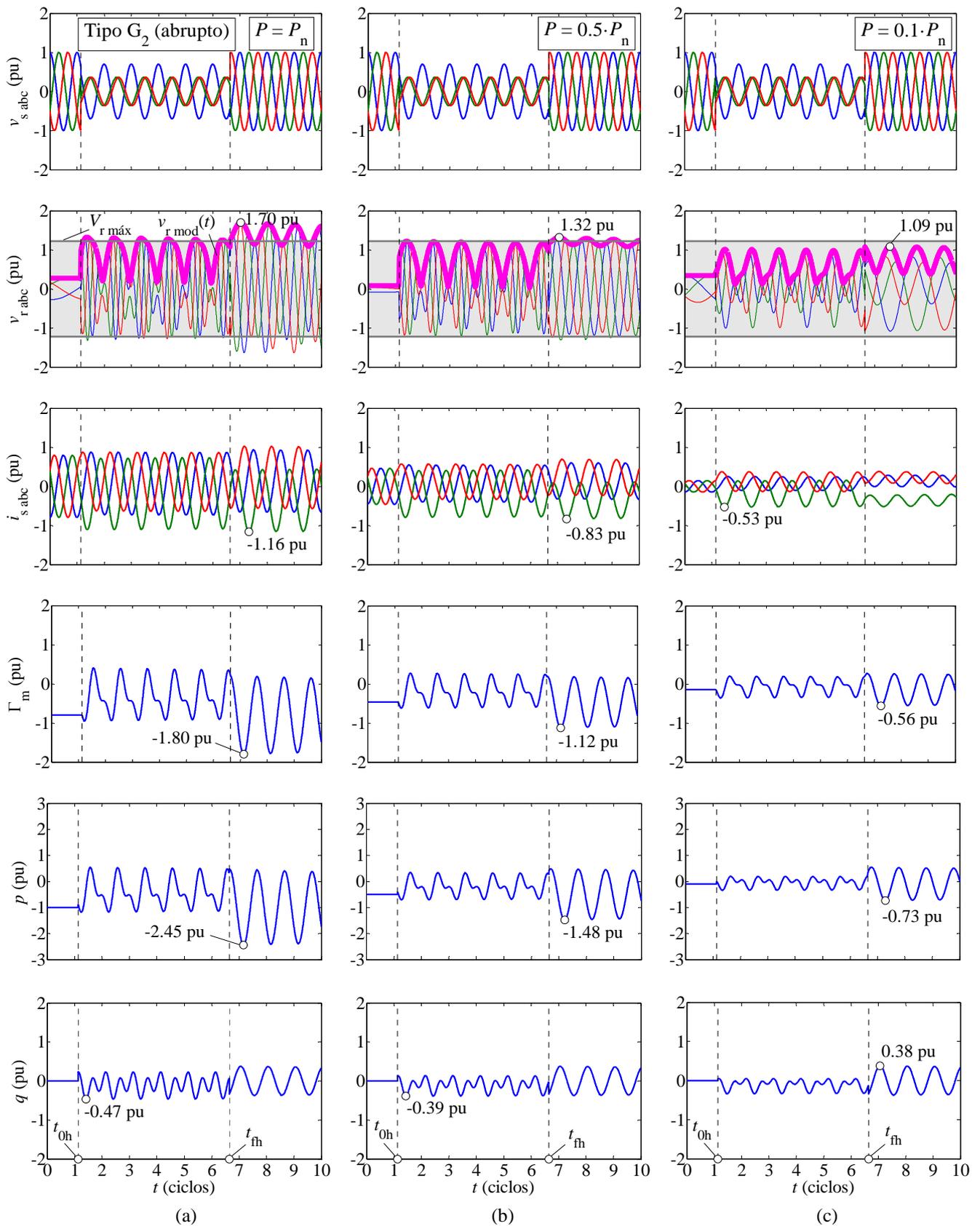


Figura 6.23: Influencia de la potencia generada en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo G_2 , controlando la corriente del rotor. Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Punto de trabajo 1; (b) Punto de trabajo 2; (c) Punto de trabajo 3. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

Se observa que existe una notable semejanza entre los resultados obtenidos para las tensiones del rotor y las corrientes del estator en el caso de los huecos C y D. Ocurre lo mismo para los huecos F_1 y G_1 y para las tipologías F_2 y G_2 . Esto también sucede para los huecos simétricos A_1 y A_2 . Por lo que respecta al par electromagnético, Γ_m , a la potencia instantánea, p , y a la potencia reactiva instantánea, q , su evolución temporal es exactamente la misma para dichos pares de huecos, pero con un cierto desplazamiento temporal, que viene marcado por el instante de la recuperación de la tensión o instante final del hueco, t_{th} , definido en el Capítulo 3 (Tabla 3.3).

Por último, cabe recordar que para analizar la influencia de la potencia generada se ha considerado que el hueco de tensión presenta una profundidad y una duración concretas. No obstante, existe una gran variedad de casos distintos al analizado. Esto es precisamente lo que se estudia en el Capítulo 7, donde se analizan los efectos de los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado considerando todas las posibles duraciones y profundidades del hueco, teniendo en cuenta la recuperación abrupta o discreta de la tensión.

6.6.11. Influencia de los parámetros del generador

En la presente tesis doctoral se estudia un generador de inducción doblemente alimentado de 2 MW de potencia nominal, cuyos parámetros se muestran en el Anexo A. Si el generador fuera de otra potencia, sus parámetros serían distintos y su comportamiento dinámico variaría, como se expone a continuación.

La influencia de los parámetros del generador se va a analizar por medio de la constante de tiempo L_s/R_s , la cual aparece en las expresiones de la corriente del estator transformada, i_{sf} , para los huecos asimétricos (6.60), y para los huecos simétricos (6.62). Se observa que si se varía tanto la inductancia del estator, L_s , como la resistencia del estator, R_s , entonces la constante de tiempo es diferente y, por lo tanto, la evolución temporal de la corriente i_{sf} será distinta.

Se van a analizar los siguientes tres casos:

- Resistencia del estator despreciable ($R_s = 0 \Omega$).
- Resistencia del estator del generador estudiado en la tesis ($R_s = 2.38 \text{ m}\Omega$, Anexo A).
- Resistencia del estator superior a la del generador estudiado en la tesis (por ejemplo $R_s = 10 \text{ m}\Omega$).

El resto de los parámetros del generador se mantienen invariables, y se corresponden con los mostrados en el Anexo A. Se va a analizar el comportamiento dinámico de la corriente del estator y de la tensión del rotor para los tres casos anteriores, teniendo en cuenta que el generador se somete a un hueco de tensión simétrico abrupto tipo A_1 (Figura 6.24) y a un hueco asimétrico abrupto tipo F_1 (Figura 6.25). Se considera que los huecos presentan una profundidad $h = 0.1$ y una duración $\Delta t = 5.5T$.

En la Figura 6.24(a) se muestra el lugar geométrico de la corriente del estator transformada, i_{sf} , para los tres casos anteriores, considerando que el generador se somete a un hueco de tensión simétrico abrupto. Se observa que si la resistencia del estator es despreciable, entonces la constante de tiempo es infinita. Esto significa que la corriente i_{sf} nunca alcanzará el régimen permanente impuesto por el hueco de tensión y, una vez la tensión se recupera, dicha corriente tampoco llegará el régimen permanente que se tenía antes de producirse la falta. Dicho de otra manera, no existe amortiguamiento en el comportamiento dinámico de i_{sf} , por lo que el lugar geométrico de esta variable ya no es una espiral, como en el caso del generador estudiado en la tesis, sino que se trata de un círculo durante el hueco de tensión y de un círculo de una amplitud distinta después de la recuperación de la tensión. Ambos círculos los describe la corriente i_{sf} rotando a una pulsación ω_s . Por lo que respecta a la evolución temporal de la corriente del estator (tanto en variables transformadas como en componentes abc) se observa que efectivamente no presenta amortiguación alguna durante el hueco ni a partir del instante de recuperación de la tensión y lo mismo sucede para la evolución temporal de la tensión del rotor.

Por otro lado, a medida que la resistencia del estator aumenta, la constante de tiempo disminuye. Esto significa que la corriente i_{sf} tarda menos tiempo en alcanzar el régimen permanente. En efecto, se observa que la mayor amortiguación de la corriente i_{sf} se produce en el caso correspondiente a $R_s = 10 \text{ m}\Omega$, lo cual se observa claramente tanto en el lugar geométrico de i_{sf} como en su evolución temporal. Además, también se observa un notable amortiguamiento en la tensión $v_{r \text{ mod}}(t)$.

Cuando la tensión se recupera, se observa que en el caso de $R_s = 10 \text{ m}\Omega$ la corriente i_{sf} se encuentra en un punto más cercano al valor de régimen permanente que en el caso de $R_s = 0 \Omega$, por lo que la evolución temporal de dicha corriente después de la recuperación de la tensión es menos severa (la corriente i_{sf} sigue una espiral de menor amplitud en el primer caso que en el segundo). Lo mismo sucede con la evolución temporal de la tensión $v_{r \text{ mod}}(t)$.

Todo lo explicado se puede aplicar a los resultados mostrados en la Figura 6.25, correspondientes al generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_1 . En este caso, tanto el lugar geométrico de i_{sf} como su evolución temporal presentan otra forma distinta a la obtenida cuando el generador se somete a huecos de tensión simétricos.

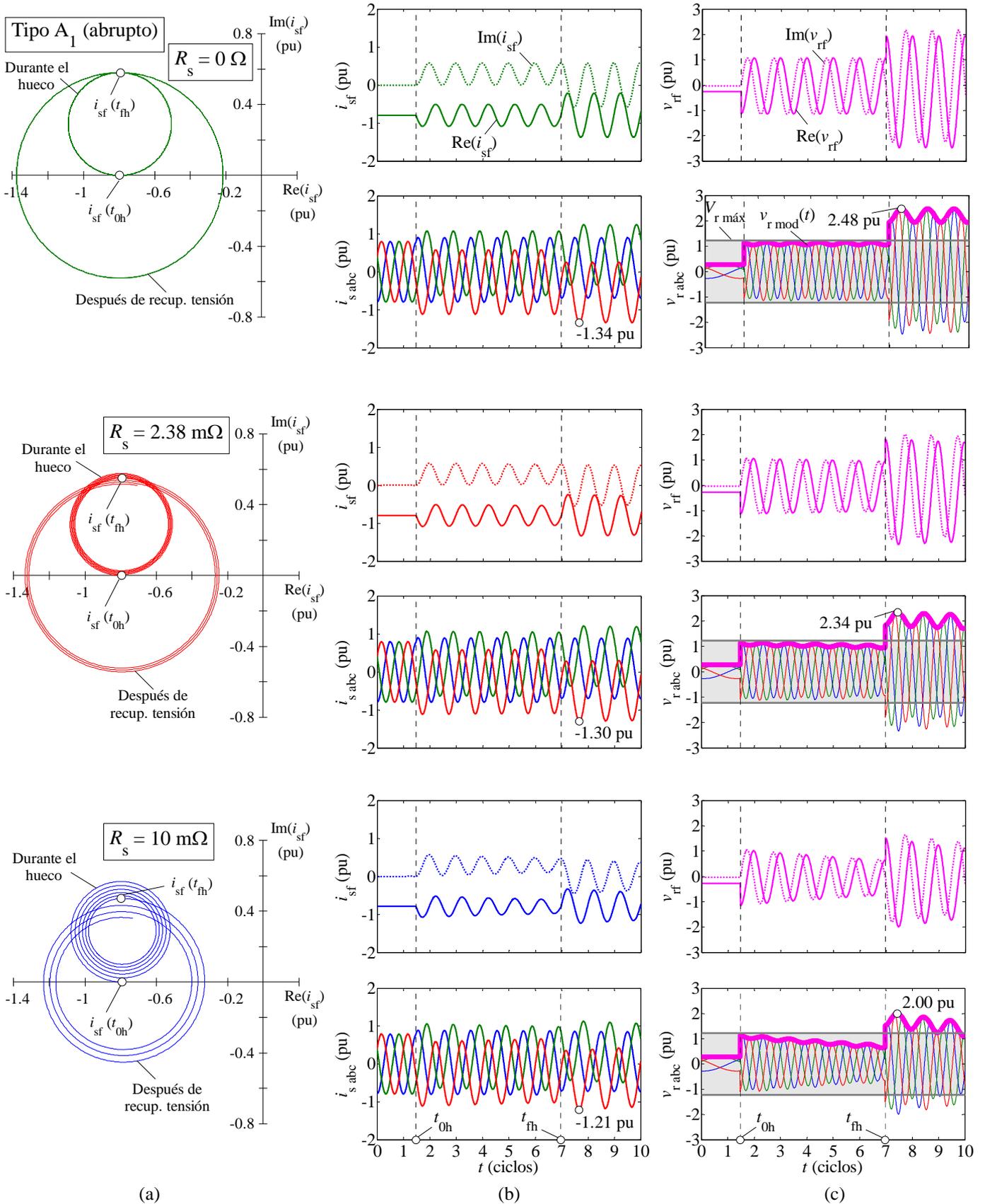


Figura 6.24: Influencia de la resistencia del estator del generador en el comportamiento dinámico del mismo.

Generador sometido al hueco simétrico abrupto tipo A_1 . Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

(a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc .

Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

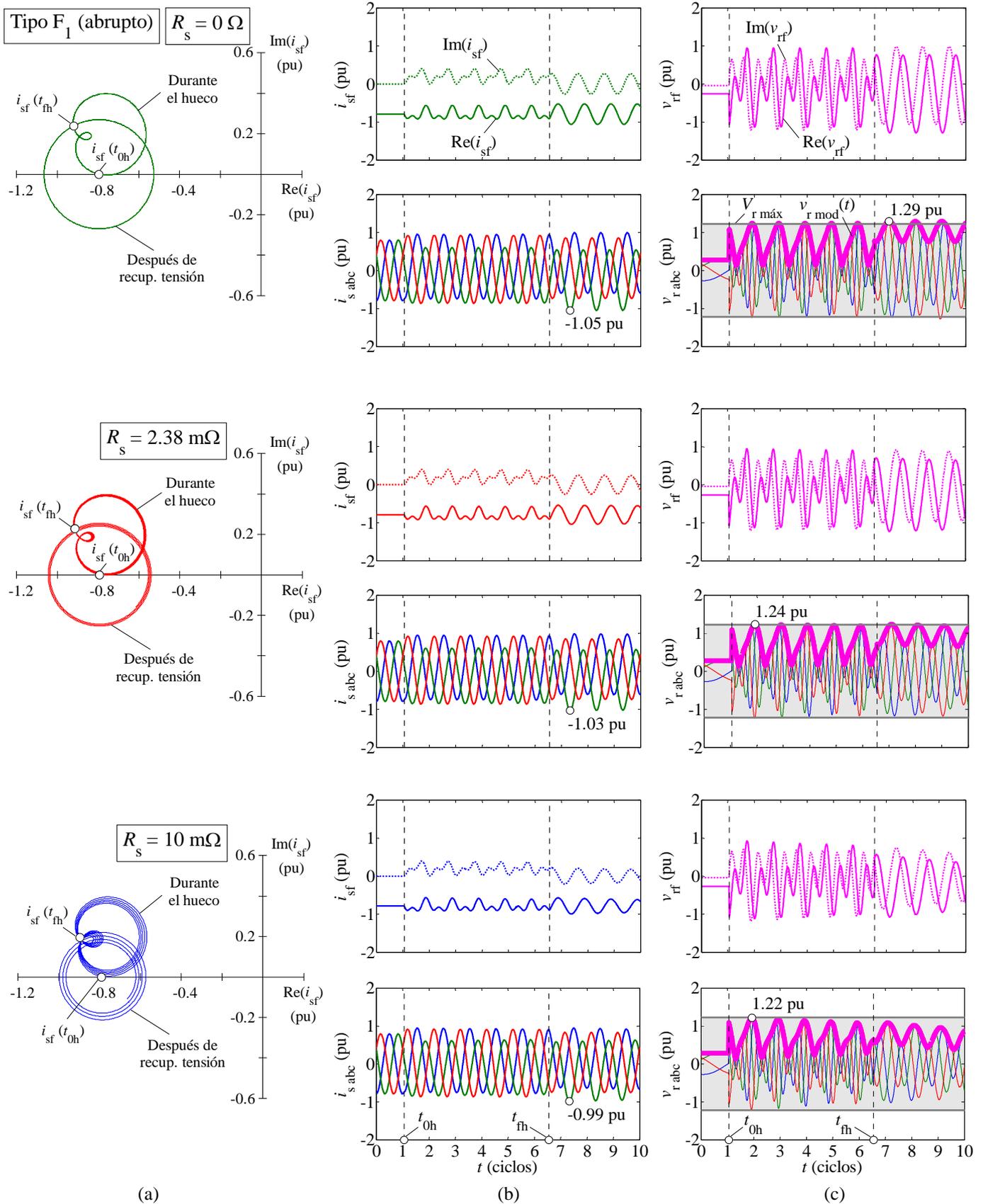


Figura 6.25: Influencia de la resistencia del estator del generador en el comportamiento dinámico del mismo. Generador sometido al hueco asimétrico abrupto tipo F_1 . Parámetros del hueco: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.
 (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc .
 Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

En conclusión, los parámetros del generador presentan una notable influencia en el comportamiento dinámico del mismo. Se ha observado que a medida que la resistencia del estator aumenta, para una misma inductancia del estator, la constante de tiempo disminuye, lo cual significa que el amortiguamiento de las variables del generador se hace más pronunciado, llegando a alcanzar el régimen permanente en menos tiempo. Esto da lugar a un transitorio menos severo después de la recuperación de la tensión, ya que en el instante de despeje de la falta las variables presentan un valor más pequeño.

La idea es que cuando se consideren generadores de inducción doblemente alimentados cuya potencia nominal no sea de 2 MW, presentarán comportamientos dinámicos distintos. Esto se debería tener presente, por ejemplo, al hacer pruebas experimentales en un laboratorio con generadores de potencia nominal del orden del kW y extrapolar estos resultados a la simulación de un aerogenerador de potencia nominal del orden del MW. Un posible trabajo futuro derivado de esta tesis podría ser un estudio de este tipo, en el que se compare el efecto de los huecos de tensión en ambos generadores y se compruebe que los resultados obtenidos no son idénticos.

6.7. Sumario

En el presente capítulo se ha realizado un estudio analítico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión. Se ha comprobado que si el generador no se controla frente a este tipo de perturbaciones aparecen unos picos de corriente en el rotor de la máquina que son perjudiciales para el convertidor del lado de rotor.

Se ha propuesto la siguiente estrategia de control: la corriente del rotor transformada mediante Ku , en referencia sincronismo, se supone constante e igual a su valor de régimen permanente durante todo el evento. Pese a no ser un control óptimo, ha permitido resolver analíticamente el transitorio eléctrico de la máquina, lo cual ha ayudado a entender el comportamiento dinámico de la misma. Se han mostrado las expresiones analíticas de la corriente del estator transformada tanto para los huecos simétricos como para los asimétricos. El estudio se ha desarrollado asumiendo una recuperación abrupta de la tensión (en el Capítulo 7 se muestra la influencia de la recuperación de la tensión por etapas). No obstante, también se han mostrado las expresiones analíticas de la corriente del estator transformada correspondiente a los huecos con recuperación discreta de la tensión.

También se ha determinado la expresión de la tensión del rotor transformada. A partir de esta variable se ha definido el módulo de la tensión del rotor, $v_{r\text{ mod}}(t)$, que equivale a la tensión del rotor requerida para llevar a cabo el control propuesto. Además, se ha considerado el límite de tensión del convertidor del lado de rotor, $V_{r\text{ máx}}$, con el fin de determinar si $v_{r\text{ mod}}(t)$ está por debajo o por encima de dicho límite, es decir, si la corriente del rotor se puede controlar o por el contrario no es posible controlarla.

Los resultados han mostrado que el lugar geométrico de la corriente del estator transformada, i_{sf} , para el caso de los huecos simétricos, presenta una forma en espiral durante el hueco y también a partir la recuperación de la tensión (esta segunda espiral presenta distinta amplitud en función de la duración del hueco de tensión). Para el caso de los huecos asimétricos, no se obtiene una espiral durante el hueco, sino que aparecen otras formas estéticas (debido a la componente *inversa* en la tensión durante el hueco) que dependen de la tipología del hueco y de la duración del mismo. En base a estos resultados se ha observado que la duración más desfavorable para los huecos simétricos es $\Delta t = 5.5T$, ya que es la que provoca los efectos más severos en las variables del generador. Por lo que respecta a los huecos asimétricos, la duración más desfavorable depende de la tipología de hueco y no se puede determinar de una manera tan directa como en el caso de los simétricos, requiriéndose un estudio más detallado, como el realizado en el Capítulo 7.

El estudio analítico se ha desarrollado considerando que el generador entrega a la red su potencia nominal. No obstante, al final del capítulo se analiza la influencia de la potencia generada y se ha observado que si dicha potencia decrece, también lo hará el resto de variables del generador, disminuyendo por lo tanto la severidad del hueco.

Los resultados obtenidos muestran una similitud entre el comportamiento dinámico de las variables del generador sometido a las siguientes parejas de huecos: A_1-A_2 , C-D, F_1-G_1 y F_2-G_2 . Esta semejanza se tiene tanto si se controla la corriente del rotor como si no se aplica ningún tipo de control sobre ella.

Los resultados analíticos se han validado por medio de la integración numérica del sistema de ecuaciones utilizando MATLAB y también mediante la simulación de los circuitos equivalentes del generador de inducción doblemente alimentado por medio del programa de simulación de circuitos PSpice.

Por último, se ha analizado la influencia de los parámetros del generador en el comportamiento dinámico del mismo, llegándose a la conclusión de que generadores de distinta potencia nominal presentan diferentes constantes de tiempo (ya que sus parámetros son distintos), dando lugar a un comportamiento transitorio distinto.

Por todo ello, se puede afirmar que con el presente capítulo se ha cumplido con los objetivos 5 y 6 de la tesis doctoral, es decir: proponer una estrategia de control del generador frente a huecos de tensión, que permita su estudio analítico y estudiar analíticamente el régimen transitorio eléctrico del generador sometido a los distintos huecos de tensión. También se ha cumplido con el objetivo 7, ya que se ha considerado el límite de tensión del convertidor del lado de rotor, con el fin de conocer las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. Además, se ha analizado la influencia de la potencia generada o punto de trabajo del generador, por lo que también se ha cumplido con el objetivo 8 de la tesis, aunque este objetivo se culminará en el Capítulo 7, en el que la potencia generada se tiene en cuenta al analizar la influencia de las características del hueco de tensión.

Capítulo 7. Influencia de las características del hueco de tensión

7.1. Introducción

Las investigaciones actuales sobre el generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión se suelen centrar en el control del mismo frente a este tipo de perturbaciones, considerando normalmente un único hueco con una determinada duración y una profundidad concreta. Por lo tanto, no existen estudios exhaustivos que tengan en cuenta distintas tipologías de huecos de tensión ni diferentes valores para sus parámetros característicos.

Con el término *características* del hueco de tensión, en el presente capítulo se hace referencia, por un lado, a la recuperación de la tensión, que puede ser abrupta o discreta, y por otro lado, a los parámetros del hueco. En la literatura los huecos se suelen modelizar *abruptos*, es decir, suponiendo que las faltas se despejan de instantáneamente en las fases afectadas. No obstante, lo que sucede en la realidad es que las faltas se despejan en los pasos por cero de la corriente, dando lugar a una recuperación de la tensión por etapas, lo que se conoce como huecos *discretos*, como se explicó en el Capítulo 3. Los primeros estudios en la literatura sobre la influencia del proceso de despeje de la falta por etapas fueron realizados por *J. Pedra et al.* [21]-[23] sobre los transformadores trifásicos y los motores de inducción, mostrando que la recuperación de la tensión suaviza el efecto de los huecos en el comportamiento dinámico de dichas máquinas eléctricas. Por lo tanto, los huecos abruptos sobreestiman la severidad del hueco. Esto también sucede en el caso del generador de inducción doblemente alimentado, como se analiza en el presente capítulo.

Cabe recordar que hasta este punto se ha considerado que los huecos de tensión simulados presentan una profundidad y una duración concretas. Si bien es cierto que en el Capítulo 6 se ha analizado la influencia de la duración del hueco, no se han contemplado todas las duraciones posibles y, por lo tanto, no se ha podido definir la situación más desfavorable. Por lo tanto, en el presente capítulo se va a realizar un análisis exhaustivo de los efectos de los huecos de tensión sobre el generador de inducción doblemente alimentado, considerando todo el rango de profundidades y duraciones del hueco. Esto va a permitir definir la duración más desfavorable para cada tipología de hueco. Además, se observa que los efectos causados por la duración más desfavorable se repiten periódicamente.

También se va a tener en cuenta la influencia de la potencia generada (lo cual da lugar a distintos puntos de trabajo, como se definió en el Capítulo 5) con el fin de comparar los efectos causados por los distintos huecos de tensión.

7.2. Influencia de la recuperación de la tensión

En el Capítulo 6 se ha estudiado el comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión, considerando que la recuperación de la tensión se produce simultáneamente en todas las fases afectadas, es decir, los huecos se han modelado abruptos. Este es el enfoque que se suele adoptar en la literatura. No obstante, como se comentó en el Capítulo 3, la recuperación de la tensión tiene lugar en los pasos por cero de la corriente, que son los instantes en los que actúan las protecciones con el fin de despejar la falta. Esto da lugar a una recuperación de la tensión en distintas etapas, lo que se conoce como hueco discreto.

En el Capítulo 3 y en concreto en la Tabla 3.2 se muestra la clasificación de los huecos discretos con sus respectivos instantes de recuperación. De las catorce tipologías de huecos discretos no se estudian los huecos A_3 , B, E_1 , E_2 , al no existir componente *homopolar* de la tensión (ya que los devanados del generador se conectan en estrella aislada o en triángulo). Además, los huecos C y D tampoco se consideran porque al tratarse de huecos con una única recuperación de la tensión ya se analizaron en el Capítulo 6. En consecuencia, los huecos de tensión discretos que se estudian en el presente capítulo son: A_1 , A_2 , A_4 , A_5 , F_1 , F_2 , G_1 y G_2 . Los efectos de estos huecos sobre el comportamiento dinámico del generador se compararán con los efectos causados por los huecos abruptos, con el objetivo de analizar el efecto de la recuperación de la tensión. Por lo que respecta a los huecos simétricos, los tipos A_1 y A_5 se analizan conjuntamente, ya que presentan los mismos instantes de recuperación de la tensión (véase la Tabla 3.2 del Capítulo 3), y lo mismo sucede para los huecos tipo A_2 y A_4 . La diferencia entre ellos es que unos presentan una recuperación de la tensión en dos etapas (A_1 y A_2), mientras que la recuperación de los otros huecos (A_4 y A_5) tiene lugar en tres etapas.

Cabe recordar que en el Capítulo 6 se dedujeron las expresiones analíticas para el cálculo de la corriente del estator transformada, i_{sf} , y de la tensión del rotor transformada, v_{rf} , correspondientes a los huecos discretos. Se trata de las ecuaciones (6.52)-(6.55), las cuales se utilizan en este apartado para obtener los resultados correspondientes al comportamiento dinámico de dichas variables. Los resultados obtenidos mediante las expresiones analíticas se validan por medio de MATLAB y de PSpice.

En este apartado se supone que todos los huecos de tensión presentan una profundidad $h = 0.1$ y una duración $\Delta t = 5.5T$. Se considera también que el generador entrega a la red su potencia nominal, P_n , por lo que se encuentra en el punto de trabajo más desfavorable (véase el Capítulo 5 para más detalles).

7.2.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En la Figura 7.1(a) se muestra el lugar geométrico (parte real versus parte imaginaria) de la corriente del estator transformada, i_{sf} , considerando los huecos simétricos tipo A_1 (modelado abrupto y discreto, con recuperación de la tensión en dos etapas) y A_5 (hueco discreto con recuperación de la tensión en tres etapas). Se observa que el comportamiento de i_{sf} es el comentado en el Capítulo 6 (subapartado 6.6.8): la corriente i_{sf} evoluciona siguiendo una forma espiral cuando se produce la falta y cuando ésta se despeja, i_{sf} describe otra forma espiral, de distinta amplitud, en función del valor de dicha corriente en el instante del despeje de la falta.

No obstante, si la falta se despeja en dos o en tres etapas (huecos discretos A_1 y A_5 , respectivamente) el paso de la primera a la segunda espiral no es abrupto, sino que tiene lugar en dos o en tres etapas, respectivamente. Esto provoca que la segunda espiral, es decir, la que se tiene una vez el hueco a finalizado, presente una menor amplitud en un hueco discreto que en un hueco abrupto. En consecuencia, los picos de corriente del estator [Figura 7.1(b)] y los picos de tensión del rotor [Figura 7.1(c)] son también de menor valor. Esto sugiere que el incremento en el número de etapas durante la recuperación de la tensión suaviza los efectos del hueco. En efecto, el valor máximo de la tensión del rotor es inferior en el hueco discreto A_5 (tres recuperaciones de la tensión) que en el hueco discreto A_1 (dos recuperaciones de la tensión) y el valor máximo correspondiente a este hueco es, a su vez, es inferior al del hueco abrupto A_1 (una única recuperación de la tensión).

En la Figura 7.1(c) se observa que la corriente del rotor no se puede controlar después de la recuperación de la tensión para los huecos simétricos modelados abruptos. Esto sucede porque el módulo de la tensión del rotor instantánea, $v_{r\ mod}(t)$, que representa la tensión requerida para controlar la corriente del rotor, es superior al límite de tensión del convertidor, $V_{r\ máx}$, después de la recuperación de la tensión. No obstante, si el hueco se modeliza discreto, la corriente del rotor sí que se puede controlar porque $v_{r\ mod}(t)$ oscila en torno a $V_{r\ máx}$ después del despeje de la falta, aunque existe un pequeño intervalo de tiempo durante la recuperación de la tensión en el que la corriente del rotor no se puede controlar porque $v_{r\ mod}(t) > V_{r\ máx}$.

Por otro lado, en la Figura 7.2 se muestra el lugar geométrico de la corriente i_{sf} [Figura 7.2(a)], la evolución temporal de las corrientes del estator [Figura 7.2(b)] y de las tensiones del rotor [Figura 7.2(c)] considerando que el generador se somete a los huecos simétricos tipo A_2 (modelado abrupto y discreto, con recuperación de la tensión en dos etapas) y A_4 (hueco discreto con recuperación de la tensión en tres etapas). Se observa que el comportamiento de dichas variables es similar al obtenido para los huecos A_1 y A_5 , mostrados en la Figura 7.1. La diferencia está en los instantes de la recuperación de la tensión. Por lo tanto, se ha comprobado que la similitud entre los efectos causados por los huecos A_1 y A_2 abruptos (Capítulo 6) también se tiene en el caso discreto.

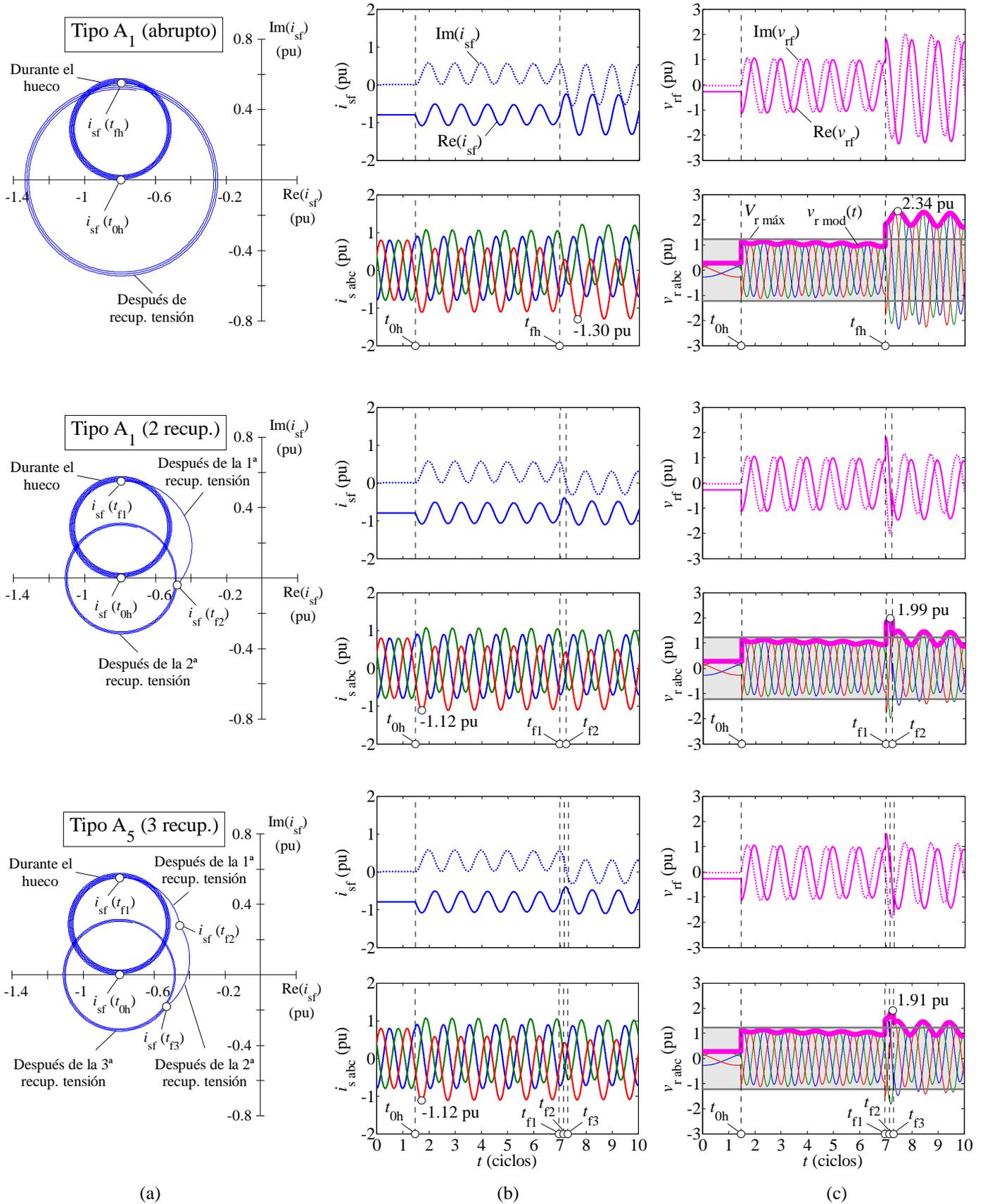


Figura 7.1: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos tipo A₁ abrupto (1 recuperación), A₁ discreto (2 recuperaciones) y A₅ discreto (3 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1, \Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

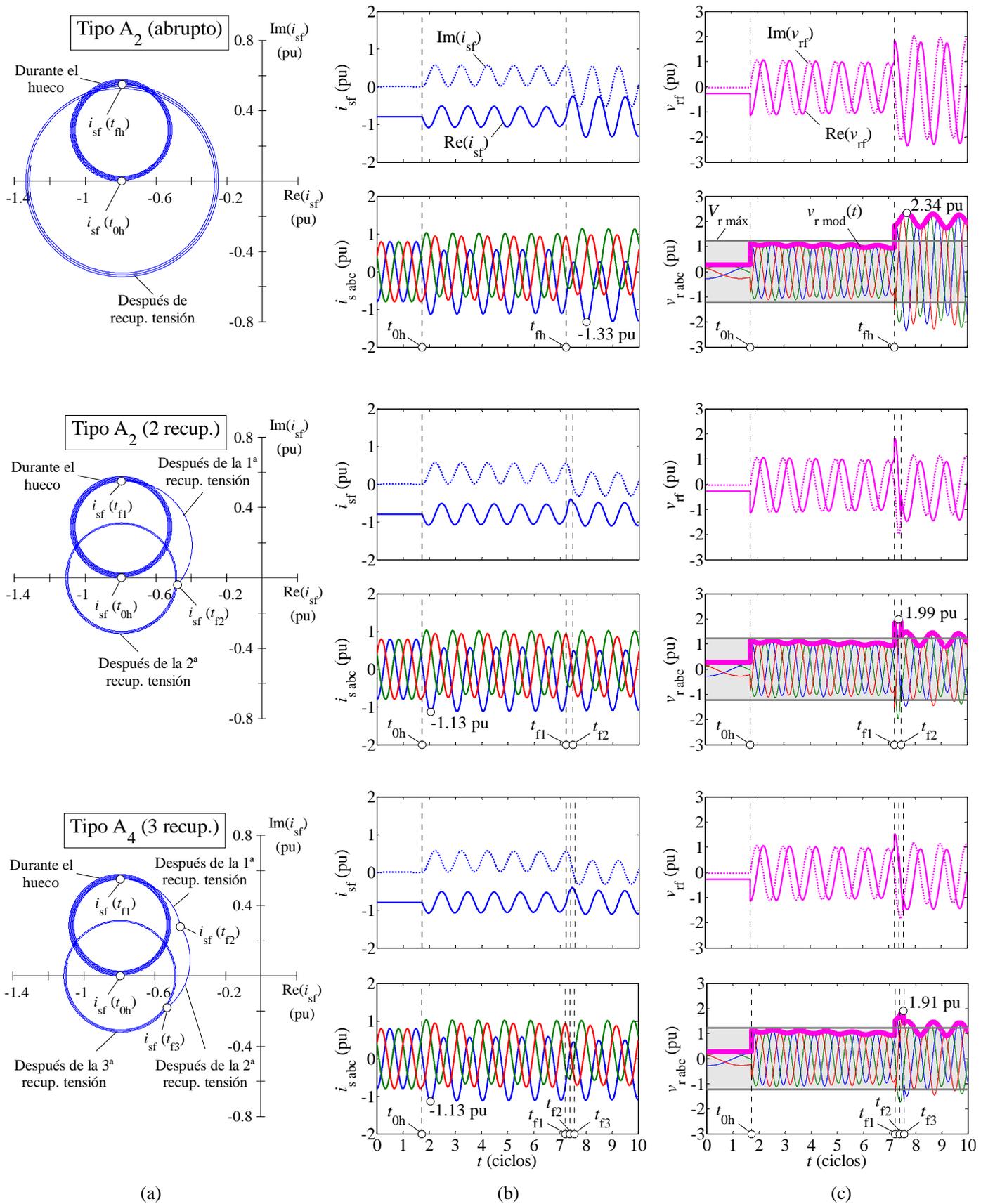


Figura 7.2: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido a los huecos simétricos tipo A_2 abrupto (1 recuperación), A_2 discreto (2 recuperaciones) y A_4 discreto (3 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1, \Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

7.2.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En las siguientes figuras se muestra el lugar geométrico de la corriente del estator transformada, i_{sf} , y la evolución temporal en variables transformadas y en componentes abc de la corriente del estator y de la tensión del rotor para los huecos asimétricos modelados abruptos y discretos: F_1 (Figura 7.3), F_2 (Figura 7.4), G_1 (Figura 7.5) y G_2 (Figura 7.6). Los resultados mostrados en dichas figuras están en concordancia con los resultados obtenidos para el caso de los huecos simétricos.

Los resultados obtenidos muestran que el comportamiento dinámico del generador durante el hueco de tensión es el mismo, independientemente de si el hueco se modeliza abrupto o discreto, obteniéndose las curvas no regulares del lugar geométrico de i_{sf} , propias de cada hueco, comentadas en el Capítulo 6 (subapartado 6.6.9). Cuando el hueco finaliza, en ambos casos el lugar geométrico de la corriente i_{sf} describe una espiral: en el caso abrupto a partir del instante final del hueco, t_{fh} , y en el caso discreto a partir del instante de la segunda recuperación de la tensión, t_{f2} . Se observa que en el caso discreto, teniendo en cuenta que la recuperación de la tensión se realiza en dos etapas, la espiral que describe i_{sf} después del despeje de la falta presenta una menor amplitud que en el caso abrupto. Consecuentemente, se obtienen unos picos de corriente del estator y de tensión del rotor más pequeños cuando el hueco se modeliza discreto.

Por otro lado, se observa que la corriente del rotor transformada, i_{rf} , se puede controlar para los huecos asimétricos discretos porque la tensión del rotor requerida, $v_{r\text{mod}}(t)$, es inferior al límite de tensión del convertidor del lado de rotor, $V_{r\text{máx}}$, incluso una vez la falta se ha despejado. No obstante, para el caso de los huecos discretos F_2 y G_2 , aunque la espiral que describe i_{sf} después del despeje de la falta presenta una amplitud inferior a la del caso abrupto, existe un pequeño intervalo de tiempo durante la recuperación de la tensión en el que la corriente del rotor no se puede controlar, ya que $v_{r\text{mod}}(t) > V_{r\text{máx}}$. No obstante, cabe recordar que se ha supuesto una duración $\Delta t = 5.5T$, la cual no tiene por qué ser la más desfavorable para los huecos asimétricos, como se analiza en el subapartado 7.3.2.

También se observa la similitud entre el comportamiento dinámico de las corrientes del estator y de las tensiones del rotor para los huecos discretos F_1 y G_1 y para los huecos F_2 y G_2 . Las pequeñas diferencias en el comportamiento están en relación con los instantes de la recuperación de la tensión. Por lo tanto, se ha comprobado que la similitud entre los efectos causados por los huecos asimétricos abruptos también se tiene en el caso discreto.

En base a los resultados obtenidos tanto para los huecos simétricos como para los asimétricos, se puede concluir que la severidad de los efectos de los huecos abruptos se puede suavizar si se considera el proceso de despeje de la falta, es decir, si los huecos se modelizan discretos.

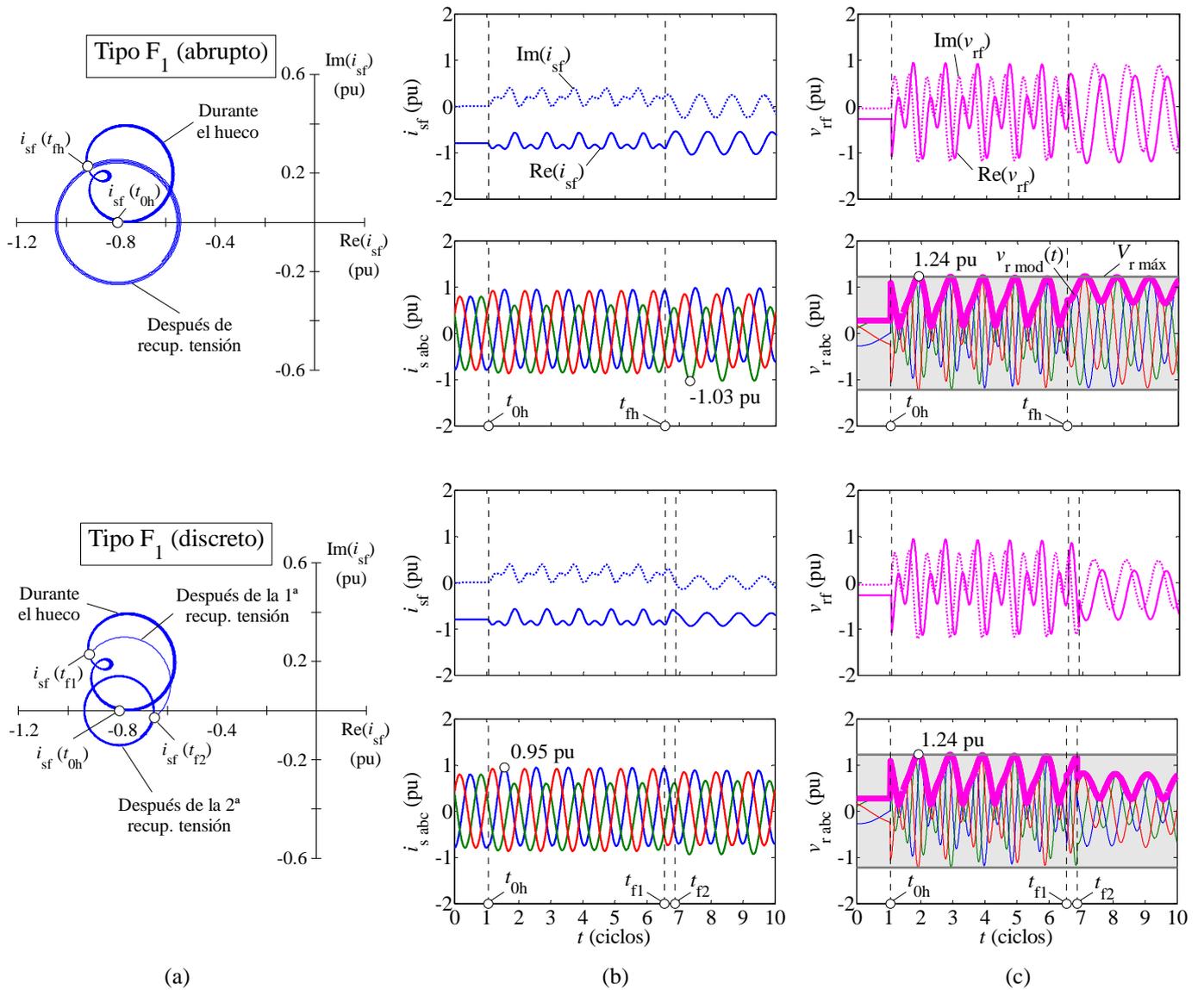


Figura 7.3: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido a hueco asimétrico tipo F_1 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

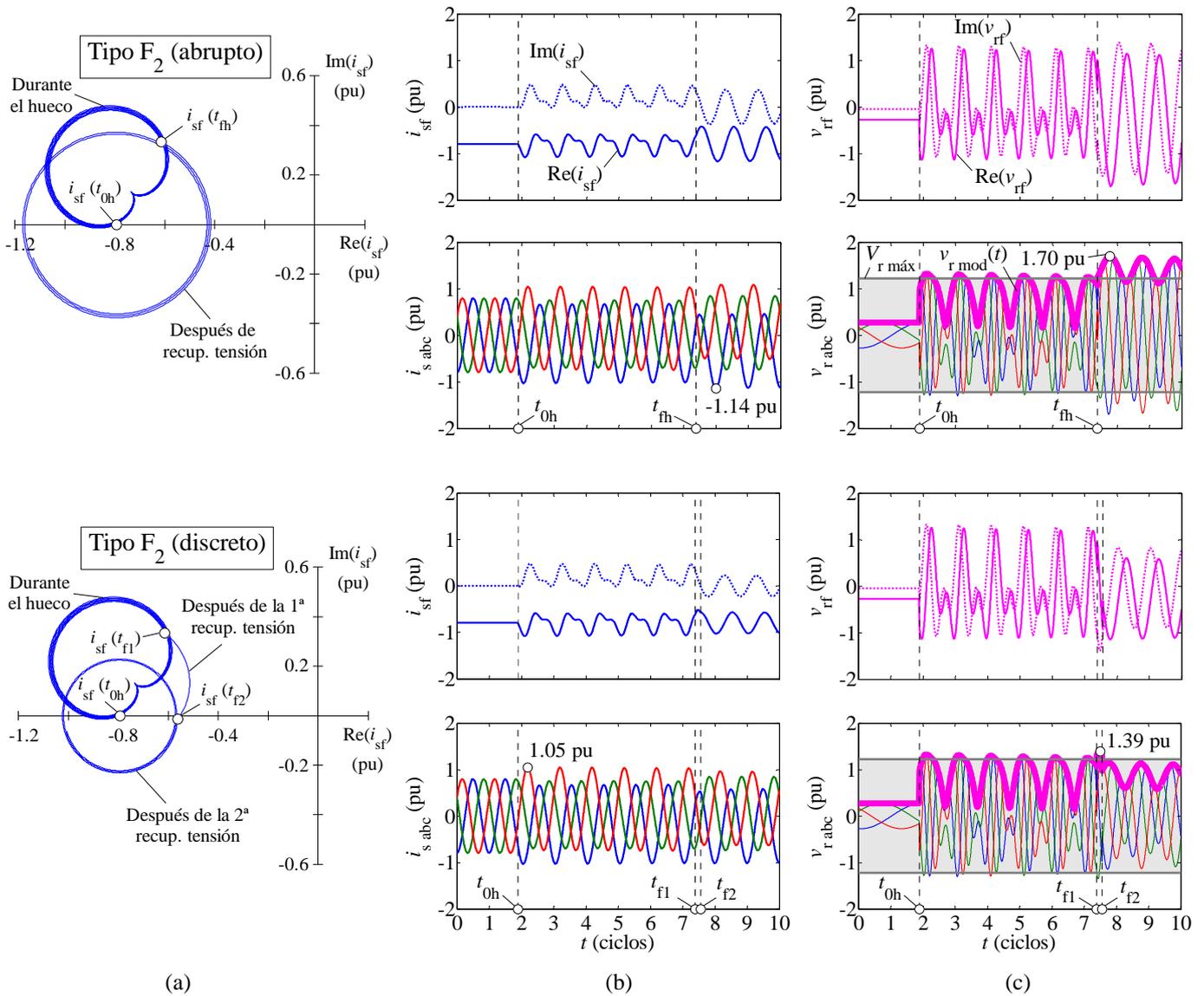


Figura 7.4: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo F₂ modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes *abc*; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes *abc*. Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

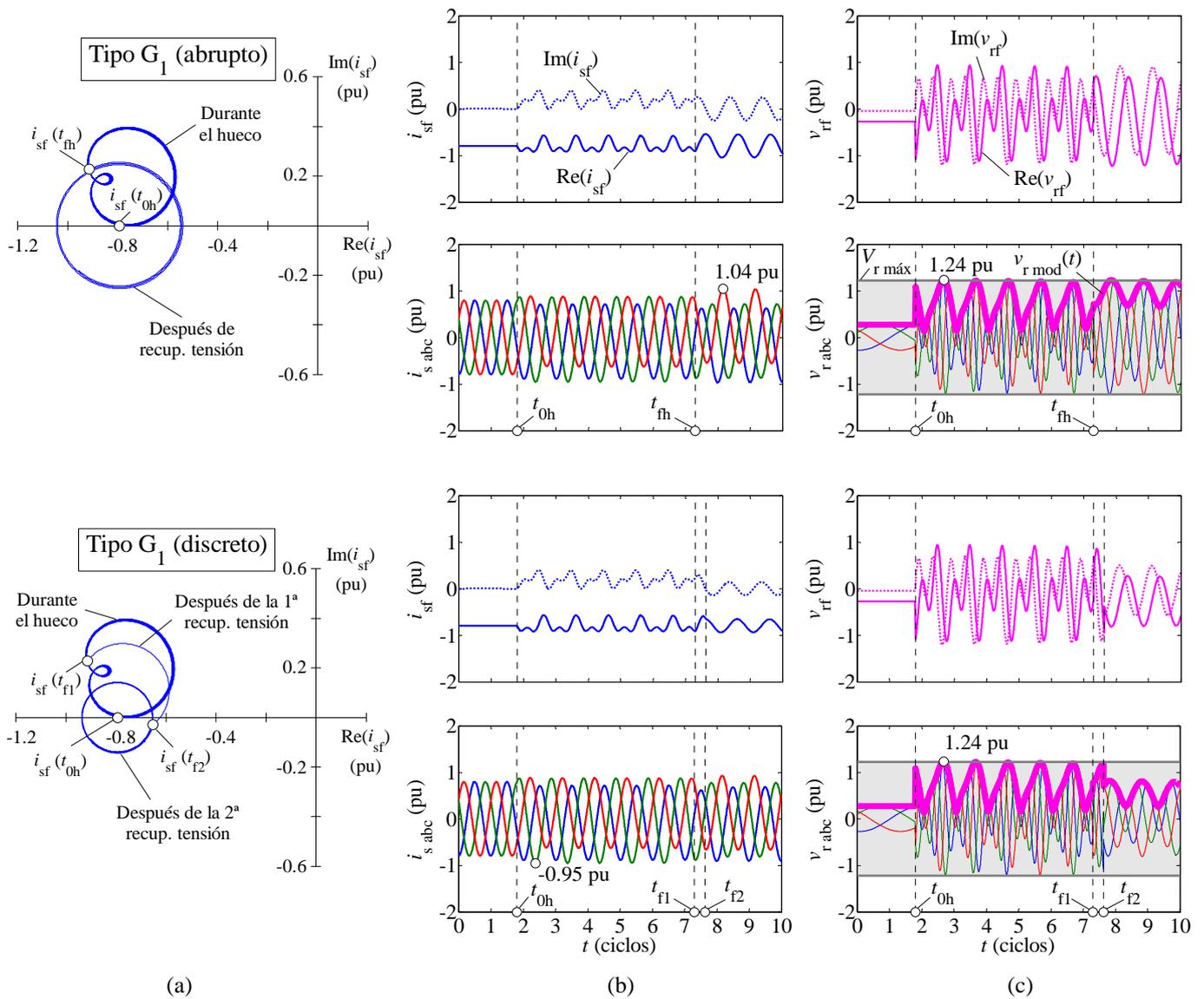


Figura 7.5: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo G_1 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

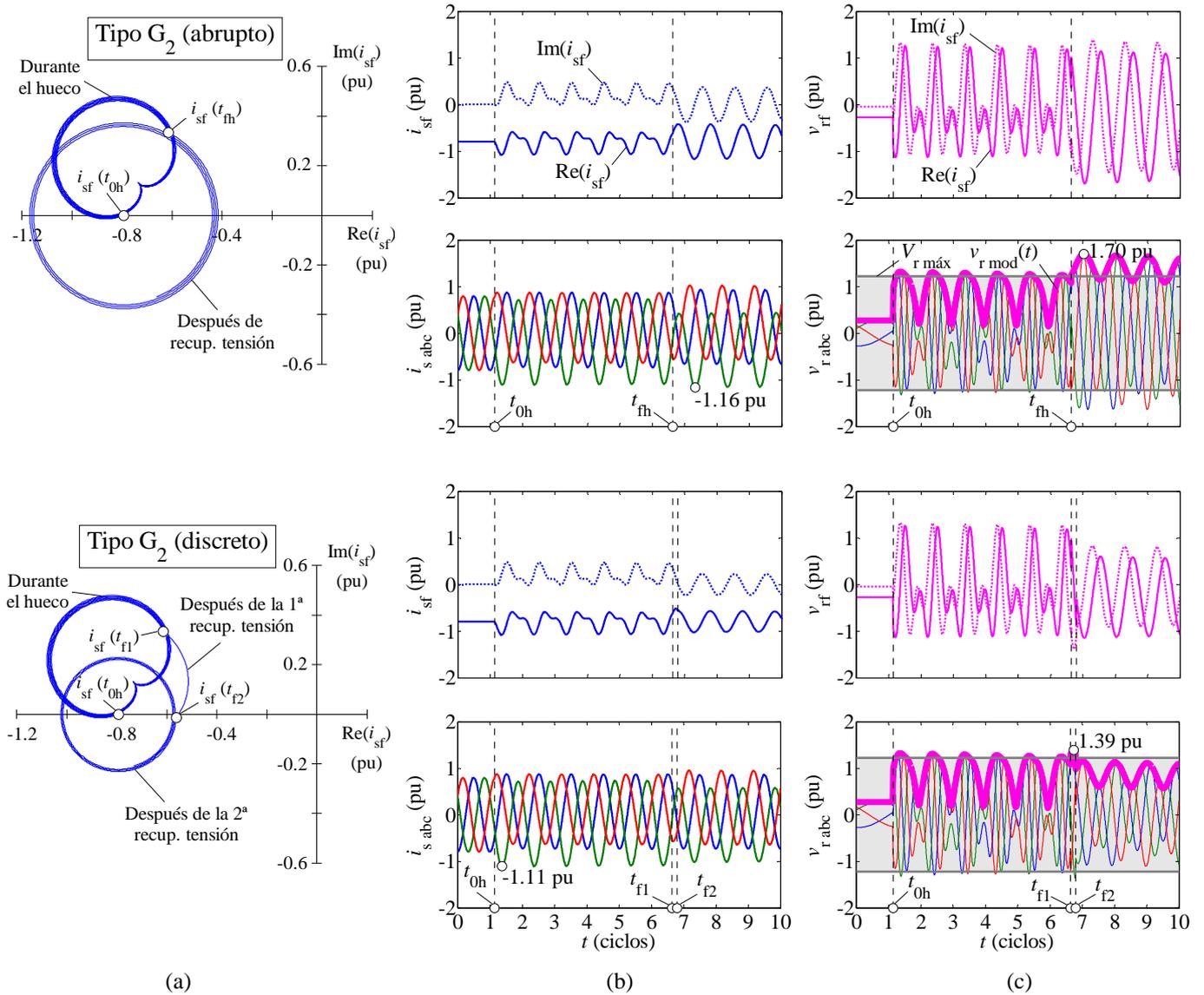


Figura 7.6: Influencia de la recuperación de la tensión en el comportamiento dinámico del generador sometido al hueco asimétrico tipo G_2 modelado abrupto (1 recuperación) y discreto (2 recuperaciones). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Lugar geométrico de la corriente del estator transformada; (b) Corriente del estator en variables transformadas y en componentes abc ; (c) Tensión del rotor en variables transformadas y en componentes abc . Área sombreada = situaciones donde se puede controlar la corriente del rotor.

7.3. Influencia de los parámetros del hueco de tensión

El hueco de tensión se caracteriza por medio de cuatro parámetros, como se comentó en el Capítulo 3:

- Profundidad, h .
- Duración, Δt .
- Ángulo de la impedancia de Thévenin de la red, ψ (o ángulo de la corriente de falta, suponiendo la tensión de fase como referencia de ángulos).
- Tipología.

Cabe recordar que el parámetro ψ se considera constante e igual a 80° . En consecuencia, estudiar la influencia de los parámetros del hueco de tensión significa analizar el efecto en la variación de la profundidad y de la duración para las distintas tipologías de hueco (modelados tanto abruptos como discretos). Esto es lo que se conoce como *análisis de sensibilidad* del generador frente a huecos de tensión.

Aparte, se tiene en cuenta la influencia de la potencia generada. En el Capítulo 5 se definieron tres puntos de trabajo del generador. Para más claridad, en la Tabla 7.1 se vuelven a mostrar la potencia generada y el deslizamiento mecánico correspondiente a los tres puntos de trabajo del generador.

Punto de trabajo	Potencia generada	Deslizamiento
1	$P = P_n$	$g = -0.267$
2	$P = 0.5 \cdot P_n$	$g = -0.089$
3	$P = 0.1 \cdot P_n$	$g = 0.333$

Tabla 7.1: Potencia generada y deslizamiento para los tres puntos de trabajo del generador.

7.3.1. Variables de interés para el estudio de la sensibilidad

Para estudiar la sensibilidad del generador de inducción doblemente alimentado frente a huecos de tensión se escogen los valores máximos (o picos) de todas las variables de la máquina excepto de la tensión del estator (ya que se corresponde con la tensión de la red) y la corriente del rotor (puesto que se supone constante durante todo el evento). Por lo tanto, las variables a estudiar son:

- Pico de la corriente del estator: es el valor máximo del valor absoluto de la corriente del estator instantánea, $i_{s\ abc}(t)$, en cualquiera de las tres fases. Se calcula como:

$$i_{s\ pico} = \text{máx}\{|i_{sa}(t)|, |i_{sb}(t)|, |i_{sc}(t)|\} \quad (7.1)$$

- Pico del par electromagnético: es el valor máximo del valor absoluto del par electromagnético instantáneo, $\Gamma_m(t)$. Se obtiene mediante:

$$\Gamma_{m\ pico} = \text{máx}\{|\Gamma_m(t)|\} \quad (7.2)$$

- Pico de la potencia instantánea: es el valor máximo del valor absoluto de la potencia instantánea, $p(t)$. La expresión para su cálculo es:

$$p_{pico} = \text{máx}\{|p(t)|\} \quad (7.3)$$

- Pico de la potencia reactiva instantánea: es el valor máximo del valor absoluto de la potencia reactiva instantánea, $q(t)$. Se calcula como:

$$q_{pico} = \text{máx}\{|q(t)|\} \quad (7.4)$$

- Pico del módulo de la tensión del rotor instantánea: es el valor máximo del valor absoluto de la variable $v_{r\ mod}(t)$, definida en la ecuación (6.40) del Capítulo 6. Se obtiene mediante:

$$v_{r\ mod\ pico} = \text{máx}\{|v_{r\ mod}(t)|\} \quad (7.5)$$

De las variables anteriores, la de más relevancia es el pico de $v_{r\ mod}(t)$. Nótese que se escoge esta variable en vez de el pico de la tensión del rotor, ya que $v_{r\ mod\ pico}$ indica las situaciones en las que la corriente del rotor se puede controlar (esto sucederá siempre que el valor esta variable sea inferior al límite de tensión del convertidor del lado de rotor, $V_{r\ máx}$).

Cabe notar que si se calcula $v_{r \text{ mod pico}}$ para los huecos discretos, tanto simétricos como asimétricos, se obtiene un valor superior a $V_{r \text{ máx}}$ (véase el apartado 7.2). No obstante, este pico sólo se produce en una ocasión y tiene lugar en los instantes de despeje de la falta (el pico de $v_{r \text{ mod}}(t)$ no se vuelve a repetir después, como en el caso de los huecos abruptos). Por lo tanto, este valor de pico único puede dar lugar a la interpretación errónea de que la corriente del rotor no se puede controlar: obsérvese que después de producirse el valor de pico en los huecos discretos, la tensión $v_{r \text{ mod}}(t)$ oscila en torno a $V_{r \text{ máx}}$ en el caso de los huecos simétricos y por debajo de dicho límite para los huecos asimétricos, por lo que sí es posible controlar dicha corriente. Para solucionar este problema se define una nueva variable cuya utilidad es cuantificar si la corriente del rotor transformada se puede mantener constante en un sentido promediado:

$$v_{r \text{ media}} = \frac{1}{T} \cdot \int_{t_1}^{t_1+T} v_{r \text{ mod}}(t) dt \quad (7.6)$$

El valor medio de $v_{r \text{ mod}}(t)$ se evalúa en el primer periodo después de obtenerse el valor máximo de esta variable. El instante de tiempo t_1 se escoge tal que $t_1 = t_{vr \text{ máx}} + T/2$, donde $t_{vr \text{ máx}}$ es el instante de tiempo en el que $v_{r \text{ mod}}(t)$ es máxima. En efecto, $v_{r \text{ media}}$ es un criterio más relajado que $v_{r \text{ mod pico}}$ para indicar si la corriente del rotor se puede controlar.

En los siguientes subapartados se muestran los resultados en por unidad (pu). Para expresar las variables estudiadas en el sistema por unidad, se deben dividir entre los valores base correspondientes, como se indica en el Anexo C.

7.3.2. Influencia de la duración

Para analizar la influencia de la duración del hueco de tensión, se va a variar este parámetro entre 5 y 8 ciclos ($5T \leq \Delta t \leq 8T$). En este subapartado todos los huecos presentan la profundidad más desfavorable, es decir, $h = 0.1$ (recuérdese que un hueco de tensión se define como una reducción en el valor eficaz de la tensión de suministro entre el 90% y el 10% de la tensión nominal [28]).

7.3.2.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En las posteriores figuras se muestra la influencia de la duración del hueco de tensión sobre las variables de interés del generador de inducción doblemente alimentado sometido a los huecos de tensión simétricos: A_1 , modelado abrupto y discreto (Figura 7.7), A_2 , modelado abrupto y discreto (Figura 7.8) y los huecos discretos A_4 y A_5 (Figura 7.9).

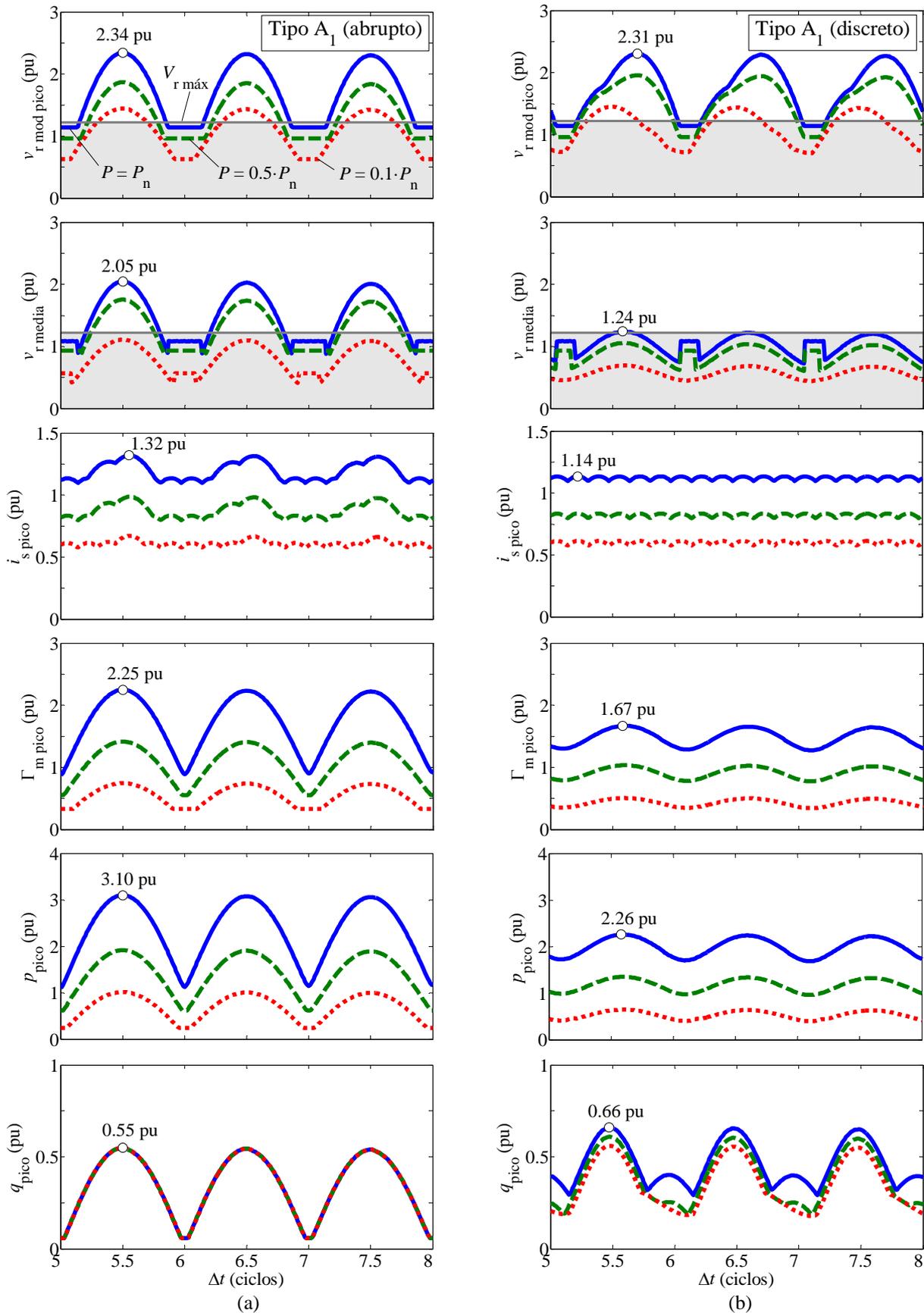


Figura 7.7: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

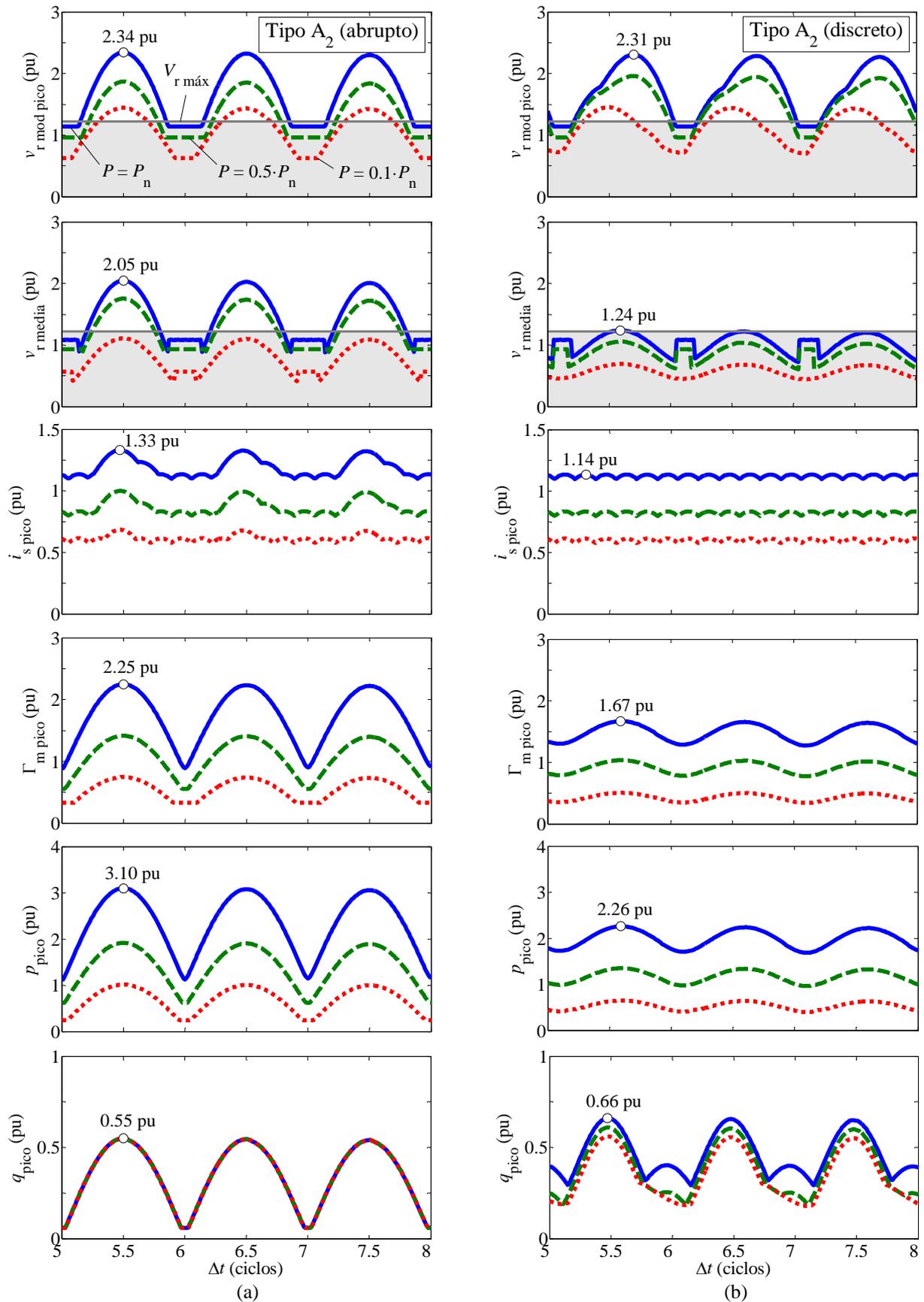


Figura 7.8: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

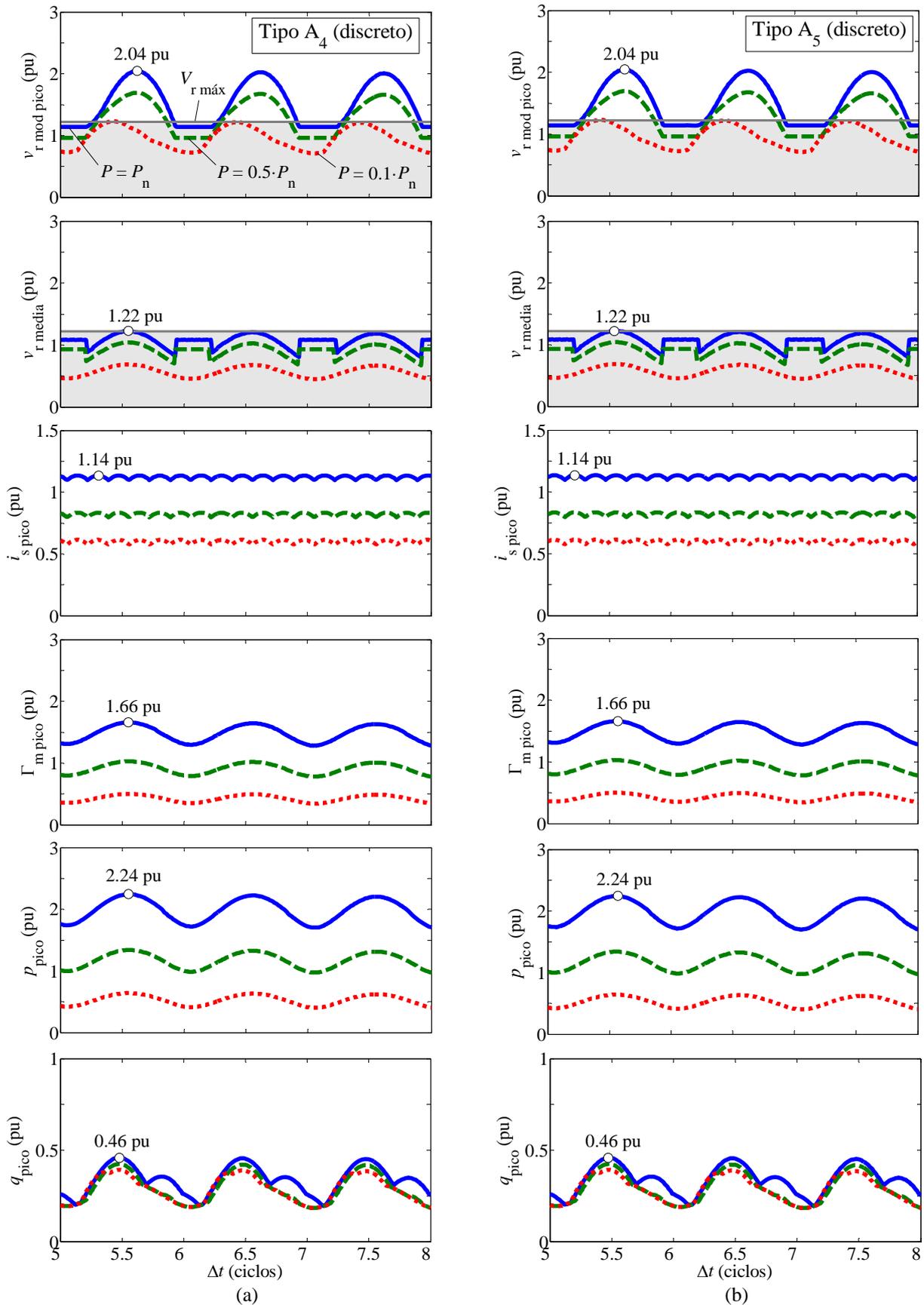


Figura 7.9: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos simétricos discretos con recuperación de la tensión en tres etapas: A_4 (a) y A_5 (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

De los resultados mostrados en las figuras anteriores se extraen las siguientes observaciones:

- Sobre la influencia de la recuperación de la tensión:
 - Los efectos que producen tanto los huecos de tensión abruptos como los discretos sobre las variables de interés son periódicos, es decir, los mayores picos en todas las variables se van repitiendo a razón de un ciclo.
 - No obstante, cuando el hueco se modeliza discreto su duración prácticamente no afecta al pico de la corriente del estator, $i_{s \text{ pico}}$.
 - En general, si el hueco se modeliza discreto se obtienen unos valores de pico menores en todas las variables. Esto significa que los huecos discretos son menos severos que los abruptos o, dicho de otro modo, que los huecos abruptos sobreestiman los efectos producidos por las faltas.
 - Además, si el hueco de tensión se modeliza con una recuperación de la tensión en tres etapas (huecos discretos A_4 y A_5), se obtienen unos valores de pico inferiores al caso de la recuperación de la tensión en dos etapas (huecos discretos A_1 y A_2). Por lo tanto, el incremento en el número de etapas durante la recuperación de la tensión suaviza los efectos del hueco, como se indicó en el apartado 7.2.
 - El comportamiento de $\Gamma_{m \text{ pico}}$ es idéntico al de p_{pico} , aunque en otra escala. Como se comentó en el Capítulo 6, se desprecia la variación de la velocidad mecánica, ω_m , durante el hueco de tensión. En consecuencia, la potencia mecánica y el par electromagnético presentan la misma forma y, al despreciar las pérdidas, se tiene el mismo comportamiento para la potencia instantánea.
 - Son de especial interés los resultados obtenidos para $v_{r \text{ mod pico}}$ y $v_{r \text{ media}}$, ya que marcan las situaciones en las que la corriente del rotor se puede controlar:
 - $v_{r \text{ mod pico}}$ es ligeramente inferior en los huecos discretos que en los abruptos.
 - En cambio, existe una notable diferencia en cuanto a $v_{r \text{ media}}$: se observa que, en promedio, la corriente del rotor se puede controlar para los huecos simétricos discretos, ya que $v_{r \text{ media}} < V_{r \text{ máx}}$ para cualquier potencia generada. No obstante, para el caso abrupto no sucede lo mismo: la corriente del rotor solamente se

puede controlar para el punto de trabajo 3, ya que en cualquier otro caso se cumple que $v_{r \text{ media}} > V_{r \text{ máx}}$.

- Esto se corresponde con lo analizado en el apartado 7.2: en los instantes de recuperación de la tensión se producen unos picos de $v_{r \text{ mod}}(t)$ mayores que $V_{r \text{ máx}}$. No obstante, una vez la falta se ha despejado, esta variable oscila por debajo de $V_{r \text{ máx}}$ para el caso de los huecos discretos, mientras que sucede lo contrario para los huecos abruptos. Por este motivo, la variable $v_{r \text{ media}}$ es inferior a $V_{r \text{ máx}}$ en el caso de los huecos discretos para cualquier duración.

➤ Sobre la influencia de la potencia generada:

- Cuando el generador entrega a la red eléctrica su potencia nominal, P_n , se encuentra en el punto de trabajo más desfavorable, ya que se obtienen los mayores valores de pico en todas las variables (en las figuras anteriores se indican dichos valores máximos, correspondientes al punto de trabajo 1).
- El pico de la potencia reactiva instantánea, q_{pico} , no depende de la potencia entregada a la red en los huecos abruptos y no varía apreciablemente en el caso de los huecos discretos.
- La duración más desfavorable es independiente del punto de trabajo del generador.
- No obstante, por lo que respecta al pico de $v_{r \text{ mod}}(t)$ la duración más desfavorable del hueco sí que depende de la potencia entregada a la red.

Por otro lado, se confirma la similitud entre los efectos producidos por los huecos A_1 y A_2 modelados tanto abruptos [Figura 7.7(a) y Figura 7.8(a)] como discretos [Figura 7.7(b) y Figura 7.8(b)]. Lo mismo sucede para los huecos discretos con recuperación de la tensión en tres etapas, es decir, para los huecos A_4 y A_5 (Figura 7.9).

En la Tabla 7.2 se muestran las duraciones más desfavorables para los huecos simétricos, en función de la potencia generada (o punto de trabajo). Estas duraciones son las correspondientes a los mayores valores de pico de $v_{r \text{ mod}}(t)$, es decir, son las duraciones para las cuales la variable $v_{r \text{ mod pico}}$ presenta su valor máximo. No obstante, como se ha observado en las figuras anteriores, los efectos producidos por las duraciones más desfavorables de los huecos simétricos son periódicos, ya que se repiten cada ciclo. Por ello, en la misma Tabla 7.2 se muestra la expresión genérica correspondiente a las duraciones más desfavorables de cada tipología de hueco de tensión.

Tipo de hueco	Potencia generada	Duración más desfavorable	Expresión genérica
A ₁ (abrupto)	P_n	$\Delta t = 5.5 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + T/2$ $n = 0, 1, 2 \dots$
A ₂ (abrupto)	$0.5 \cdot P_n$		
	$0.1 \cdot P_n$		
A ₁ (discreto)	P_n	$\Delta t = 5.7 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + m \cdot T$ $n = 0, 1, 2 \dots$
A ₂ (discreto)	$0.5 \cdot P_n$	$\Delta t = 5.7 \cdot T$	$m = 0.7 ; P = P_n$ o $P = 0.5 \cdot P_n$
	$0.1 \cdot P_n$	$\Delta t = 5.5 \cdot T$	$m = 0.5 ; P = 0.1 \cdot P_n$
A ₄ (discreto)	P_n	$\Delta t = 5.6 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + m \cdot T$ $n = 0, 1, 2 \dots$
A ₅ (discreto)	$0.5 \cdot P_n$	$\Delta t = 5.6 \cdot T$	$m = 0.6 ; P = P_n$ o $P = 0.5 \cdot P_n$
	$0.1 \cdot P_n$	$\Delta t = 5.4 \cdot T$	$m = 0.4 ; P = 0.1 \cdot P_n$

Tabla 7.2: Duraciones más desfavorables de los huecos simétricos en función de la potencia generada.

7.3.2.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En las siguientes figuras se muestra la influencia de la duración del hueco sobre las variables de interés del generador de inducción doblemente alimentado sometido a los huecos de tensión asimétricos: C y D (Figura 7.10), F₁ modelado abrupto y discreto (Figura 7.11), F₂ modelado abrupto y discreto (Figura 7.12), G₁ modelado abrupto y discreto (Figura 7.13) y G₂ modelado abrupto y discreto (Figura 7.14).

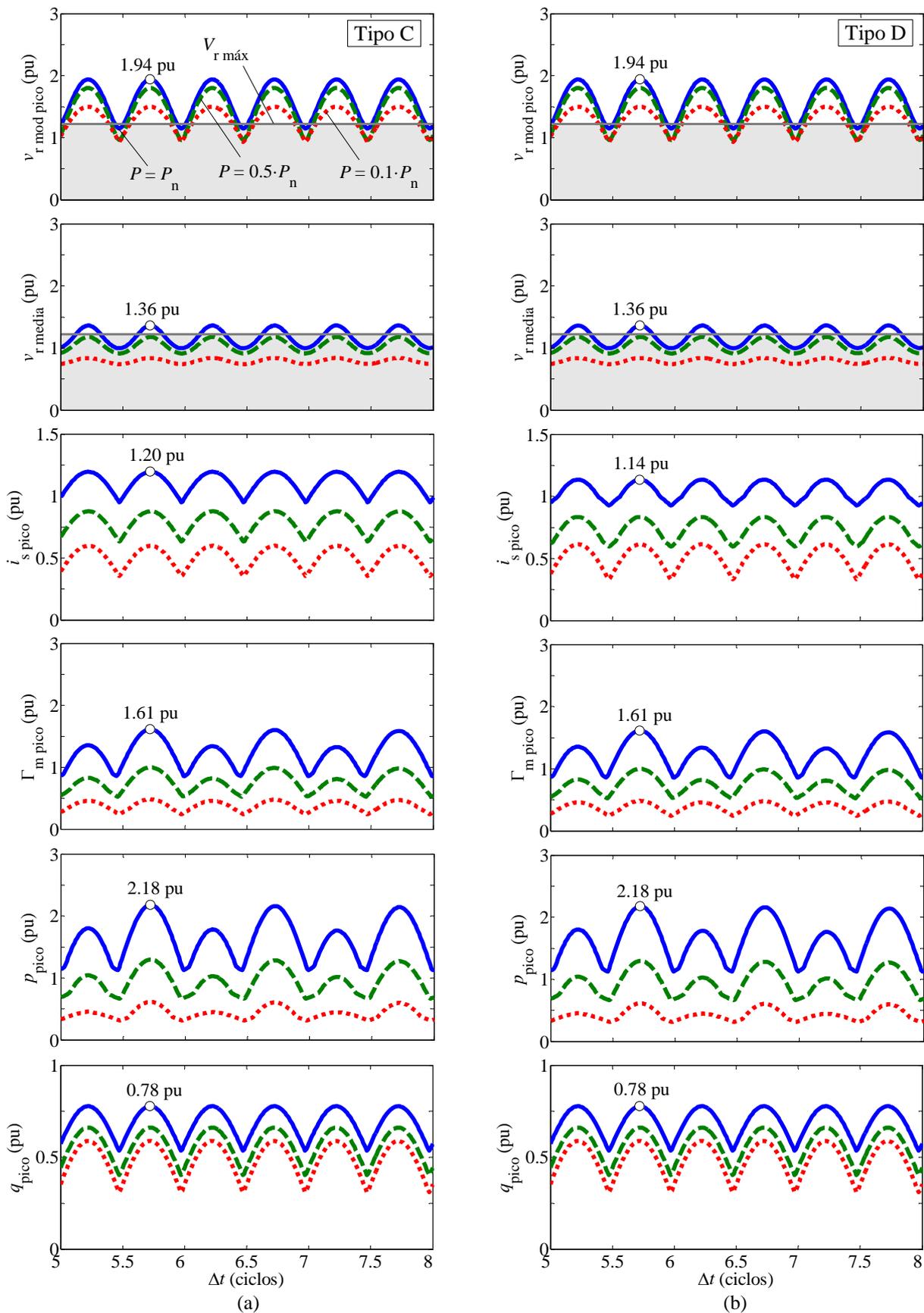


Figura 7.10: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos asimétricos C (a) y D (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

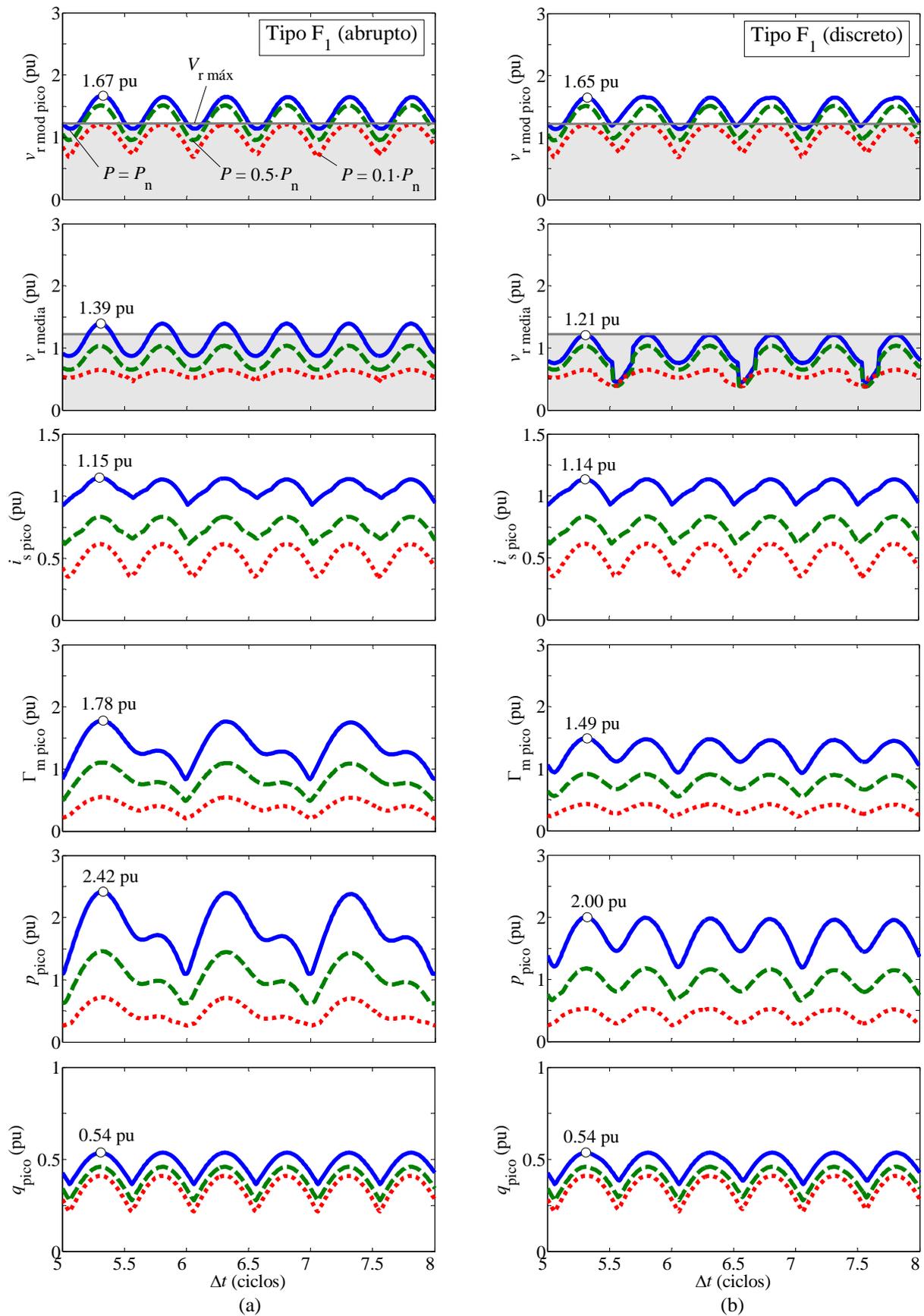


Figura 7.11: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

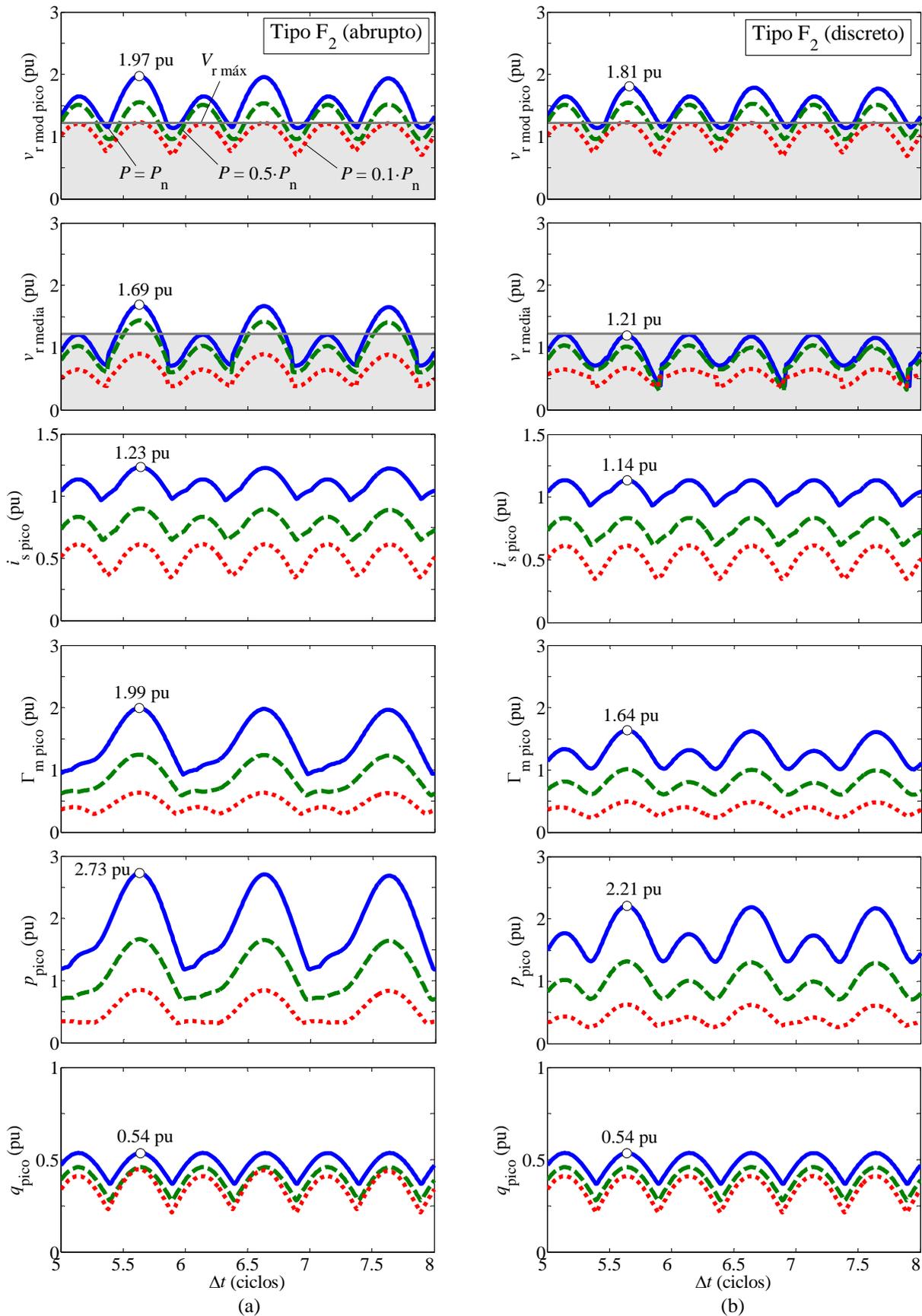


Figura 7.12: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

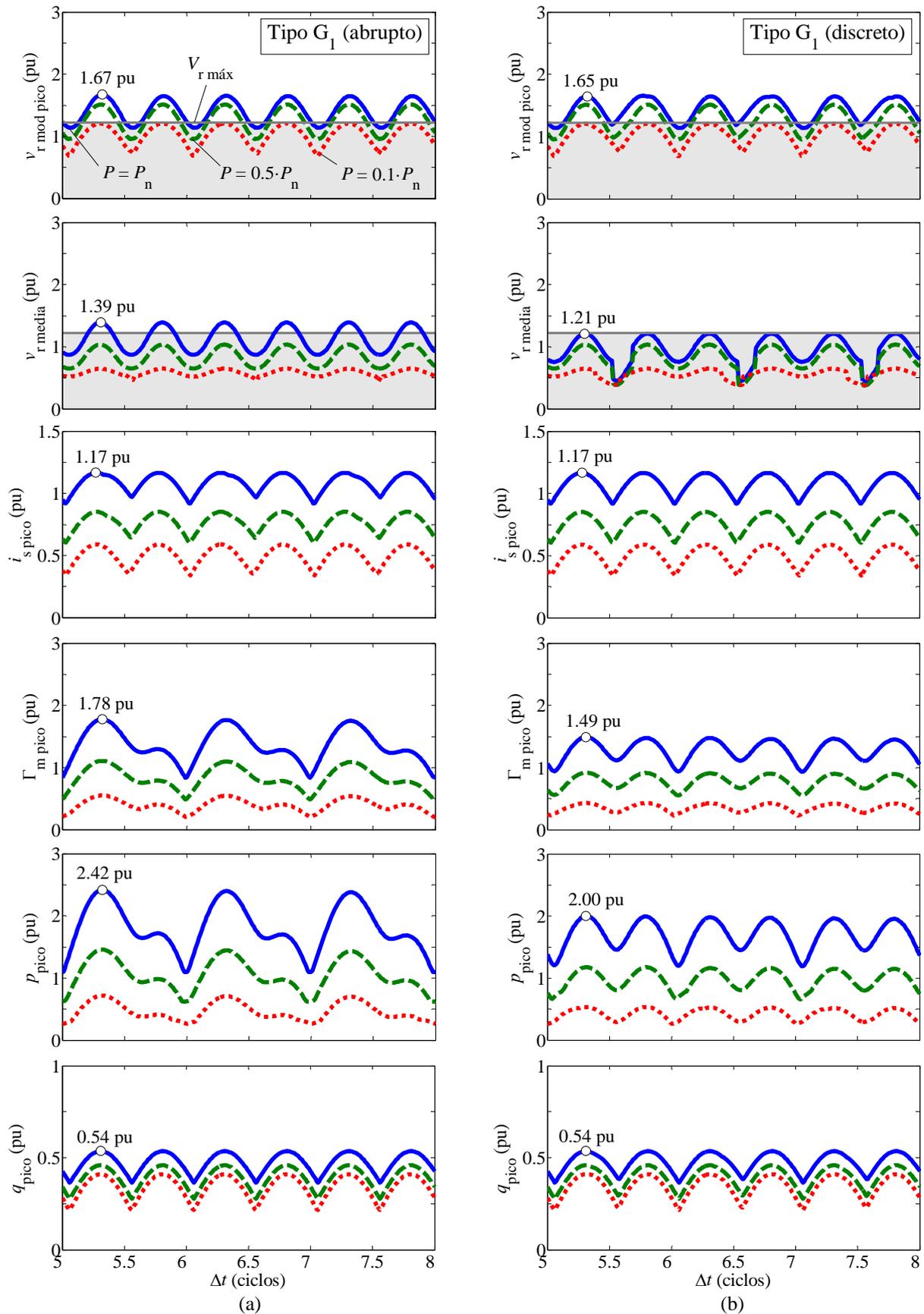


Figura 7.13: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

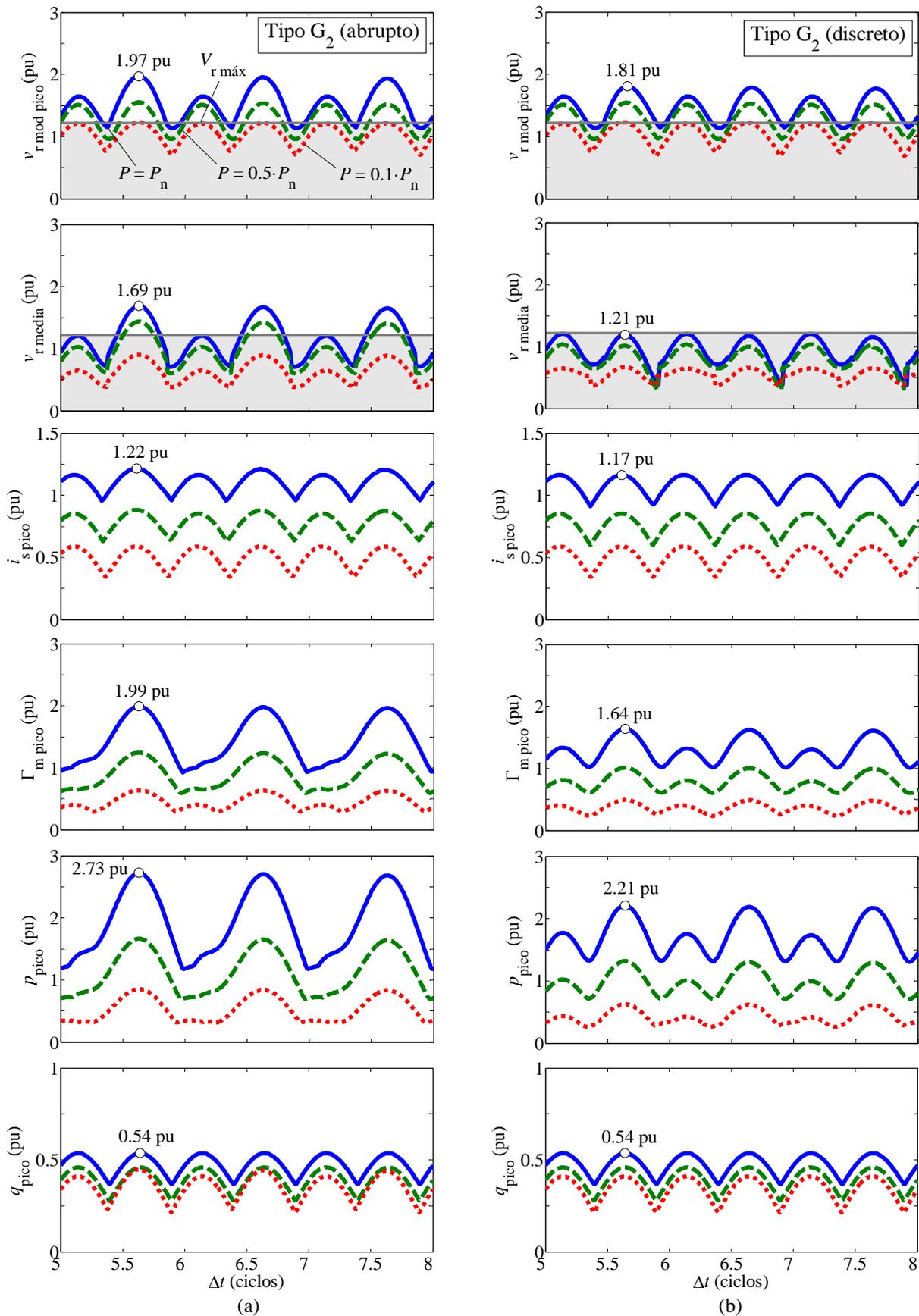


Figura 7.14: Influencia de la duración del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 5T \dots 8T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

Los comentarios respecto a los efectos causados por los huecos simétricos son también válidos para el caso de los huecos asimétricos. Las únicas diferencias son las siguientes:

- Los huecos asimétricos son menos severos que los simétricos, ya que causan unos valores de pico menores en las variables estudiadas.
- Los efectos que producen tanto los huecos asimétricos abruptos como los discretos sobre las variables de interés son periódicos. En algunos casos esta periodicidad se tiene cada ciclo (huecos F_2 y G_2 , como sucede con los huecos simétricos) y en otros casos cada medio ciclo (huecos C, D, F_1 y G_1).
- La duración más desfavorable de los huecos asimétricos no depende de la potencia entregada a la red eléctrica (o punto de trabajo del aerogenerador).
- La duración más desfavorable de un hueco asimétrico es la misma independientemente de si éste se modeliza abrupto o discreto. En cambio, en el caso de los huecos simétricos sí que existe una pequeña diferencia.
- La duración de los huecos asimétricos discretos afecta a los picos de la corriente del estator, $i_{s \text{ pico}}$, de una forma más pronunciada que en el caso de los huecos simétricos discretos, donde esta variable prácticamente no varía con la duración del hueco.

Por otro lado, se confirma la similitud entre los efectos producidos por los huecos C y D (Figura 7.10), por los huecos F_1 y G_1 modelados abruptos [Figura 7.11(a) y Figura 7.13(a)] y discretos [Figura 7.11(b) y Figura 7.13(b)] y también por los huecos F_2 y G_2 modelados abruptos [Figura 7.12(a) y Figura 7.14(a)] y discretos [Figura 7.12(b) y Figura 7.14(b)].

También se observa que los huecos asimétricos más severos, es decir, los que producen los mayores valores de pico en las variables del generador, son los huecos F_2 y G_2 , tanto modelados abruptos como discretos, mientras que los menos severos son los huecos C y D.

En la Tabla 7.3 se muestran las duraciones más desfavorables para los huecos asimétricos. Estas duraciones son las correspondientes a los mayores valores de pico de $v_{r \text{ mod}}(t)$, es decir, son las duraciones para las cuales la variable $v_{r \text{ mod pico}}$ presenta su valor máximo. No obstante, como se ha observado en las figuras anteriores, los efectos producidos por las duraciones más desfavorables de los huecos asimétricos son periódicos. Por ello, en la misma Tabla 7.3 se muestra la expresión genérica correspondiente a las duraciones más desfavorables de cada tipología de hueco de tensión.

Tipo de hueco	Duración más desfavorable	Expresión genérica
C y D	$\Delta t = 5.2 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + m \cdot T$ $n = 0, 0.5, 2, 2.5, 3 \dots$; $m = 0.2$
F ₁ y G ₁ (abrupto y discreto)	$\Delta t = 5.3 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + m \cdot T$ $n = 0, 0.5, 2, 2.5, 3 \dots$; $m = 0.3$
F ₂ y G ₂ (abrupto y discreto)	$\Delta t = 5.6 \cdot T$	$\Delta t = n \cdot T + m \cdot T$ $n = 0, 1, 2, 3 \dots$; $m = 0.6$

Tabla 7.3: Duraciones más desfavorables de los huecos asimétricos.

Una observación importante con respecto a los resultados mostrados en la Tabla 7.2 y en la Tabla 7.3 es que distintas tipologías de huecos de tensión tienen asociados diferentes duraciones más desfavorables. Cabe decir que en los actuales códigos de red se contempla una única duración del hueco. Por ejemplo, en el código de red español, *P.O. 12.3 Requisitos de respuesta frente a huecos de tensión de las instalaciones eólicas*, se especifica lo siguiente [13]:

“... Durante un periodo de 150 ms desde que se produce la falta, el consumo neto de potencia reactiva de la instalación... no deberá ser superior al 60% de su potencia nominal registrada...”

En efecto, se hace referencia a un hueco de tensión con una duración de 150 ms, o de 7.5 ciclos, es decir, se contemplan los medios ciclos como duración más desfavorable del hueco. Efectivamente, esto es válido para los huecos simétricos con recuperación abrupta de la tensión (Tabla 7.2), pero no para los asimétricos, los cuales presentan otras duraciones más desfavorables (Tabla 7.3).

7.3.3. Influencia de la profundidad

Para analizar la influencia de la profundidad del hueco de tensión, se va a variar este parámetro entre 0 y 1 ($0 \leq h \leq 1$), siendo $h = 0$ la profundidad más desfavorable (correspondiente a la pérdida total de la tensión) y $h = 1$ la profundidad más favorable (correspondiente a la tensión nominal de la red, es decir, sin existir ninguna reducción en el nivel de tensión de la red).

Las profundidades de los distintos huecos de tensión son las más desfavorables para cada tipología, como se muestra en la Tabla 7.2 (huecos simétricos) y en la Tabla 7.3 (huecos asimétricos).

7.3.3.1. Generador sometido a huecos de tensión simétricos

En las siguientes figuras se muestra la influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre las variables de interés del generador de inducción doblemente alimentado sometido a los huecos de tensión simétricos: A_1 , modelado abrupto y discreto (Figura 7.15), A_2 , modelado abrupto y discreto (Figura 7.16) y los huecos discretos A_4 y A_5 (Figura 7.17). De los resultados mostrados en estas figuras se extraen las siguientes observaciones:

- Las variables del generador son inversamente proporcionales a la profundidad del hueco de tensión, es decir, a medida que la profundidad aumenta, el valor de pico de las variables estudiadas decrece de forma lineal.
- La potencia reactiva prácticamente no se ve afectada por la potencia entregada a la red, como sucedía al analizar la influencia de la duración del hueco.
- La profundidad más desfavorable (aquella para la que se obtienen los mayores valores de las variables del generador) es $h = 0$, ya que se corresponde con la pérdida total de la tensión, mientras que $h = 1$ es la profundidad más favorable, porque significa que no existe pérdida de tensión (en efecto, el valor de las variables para esta profundidad se corresponde con el de régimen permanente).
- El punto de trabajo 1, en el que el generador entrega a la red su potencia nominal, P_n , es el más desfavorable ya que se obtienen los mayores valores de pico en todas las variables, del mismo modo que se observó en el subapartado anterior, al analizar la influencia de la duración del hueco. Por el contrario, el punto de trabajo 3, donde la potencia entregada es igual a $0.1 \cdot P_n$, es el más favorable.
- Si el hueco de tensión se modeliza discreto, se suavizan los efectos producidos sobre el generador, ya que se obtienen unos valores de pico menores en todas las variables. Este efecto se observa de manera notable en la variable $v_{r\text{ media}}$: comparándola para los huecos A_1 abruptos y discretos (Figura 7.15) o para los huecos A_2 abruptos y discretos (Figura 7.16) se observa que la corriente del rotor se puede controlar, en promedio, prácticamente para cualquier profundidad del hueco de tensión, ya que $v_{r\text{ media}} < V_{r\text{ máx}}$.
- Se confirma de nuevo la similitud entre los efectos producidos por los huecos A_1 y A_2 modelados tanto abruptos [Figura 7.15(a) y Figura 7.16(a)] como discretos [Figura 7.15(b) y Figura 7.16(b)]. Lo mismo sucede para los huecos discretos A_4 y A_5 (Figura 7.17).

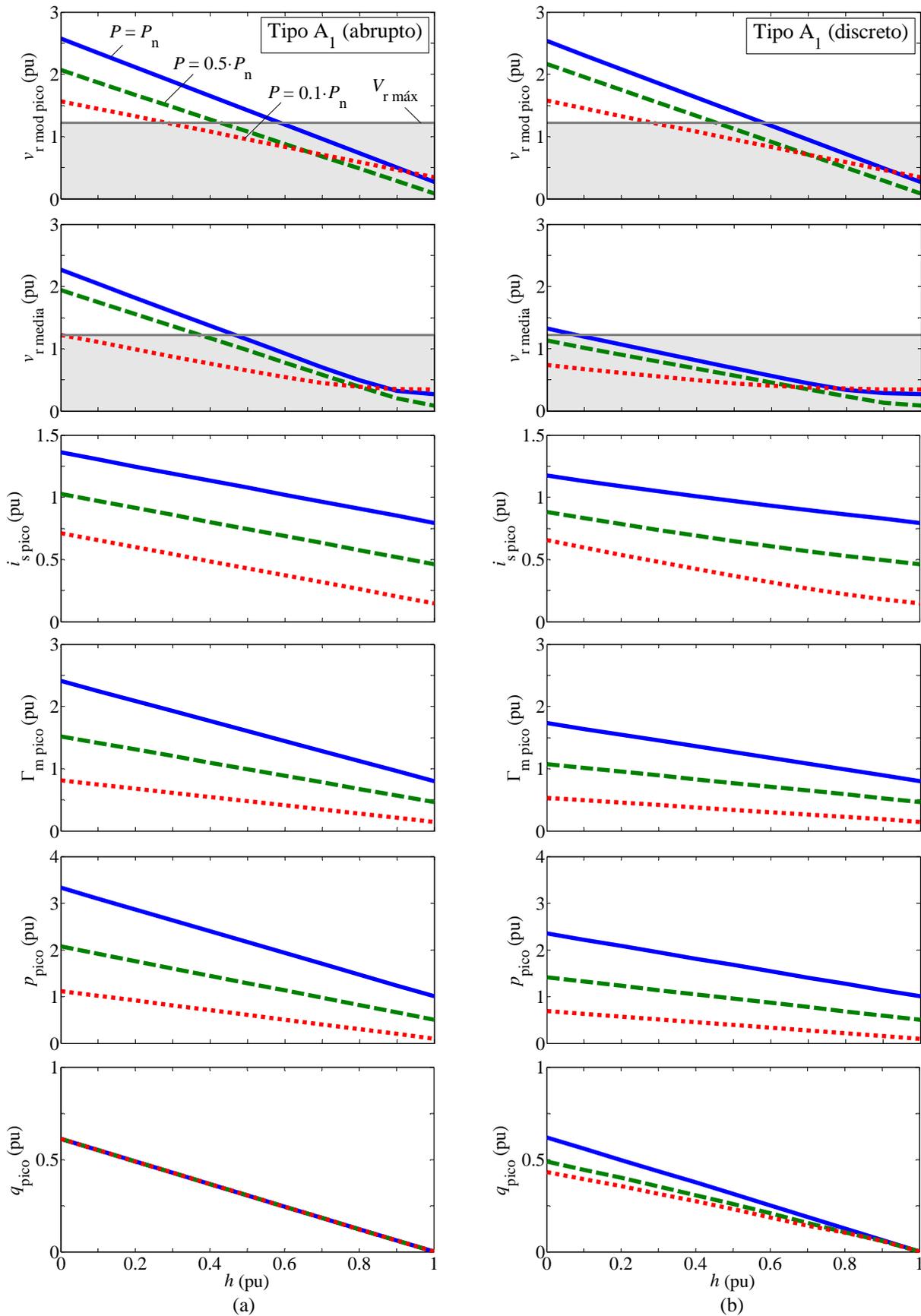


Figura 7.15: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (discreto) y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

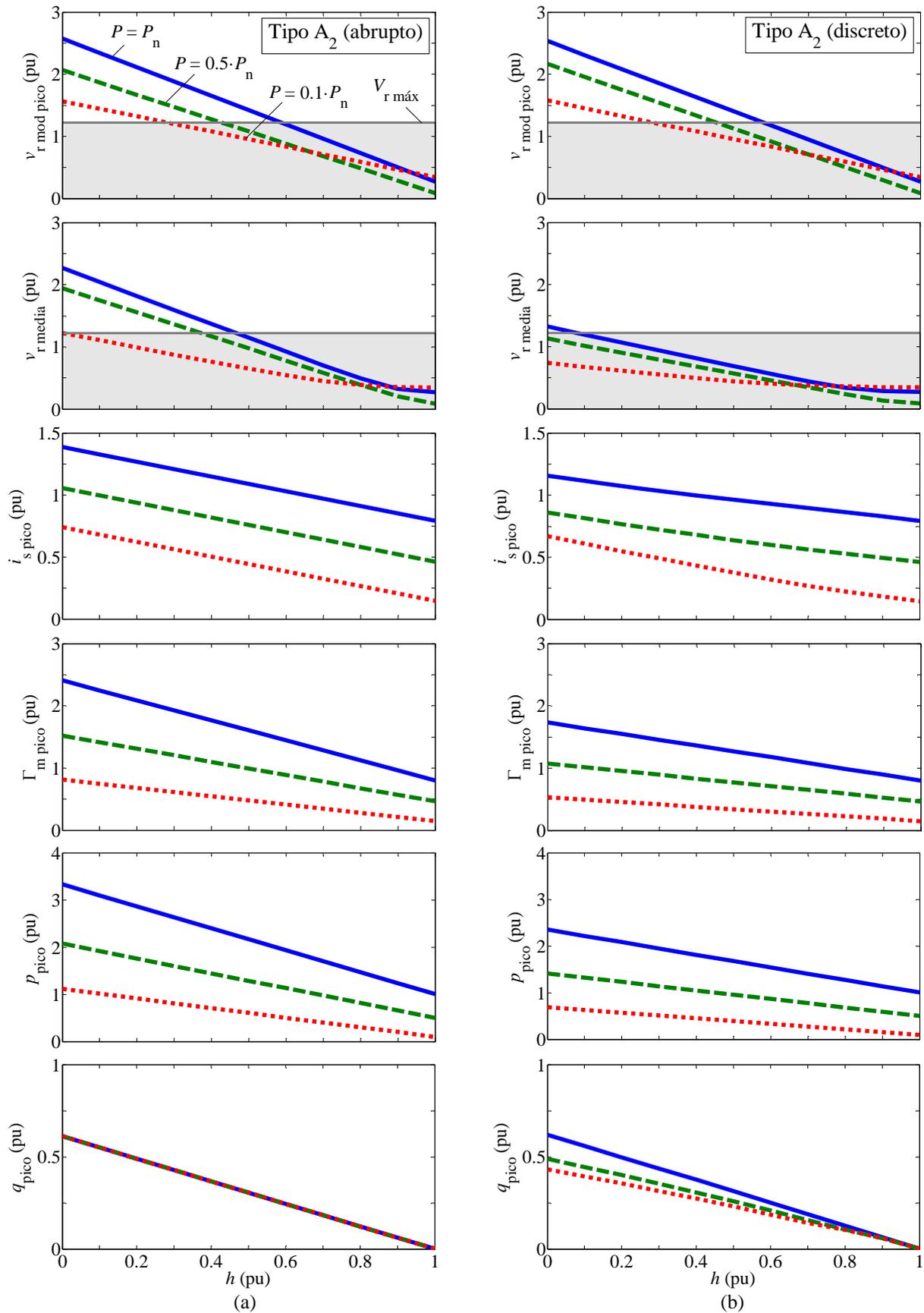


Figura 7.16: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco simétrico A_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (discreto) y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

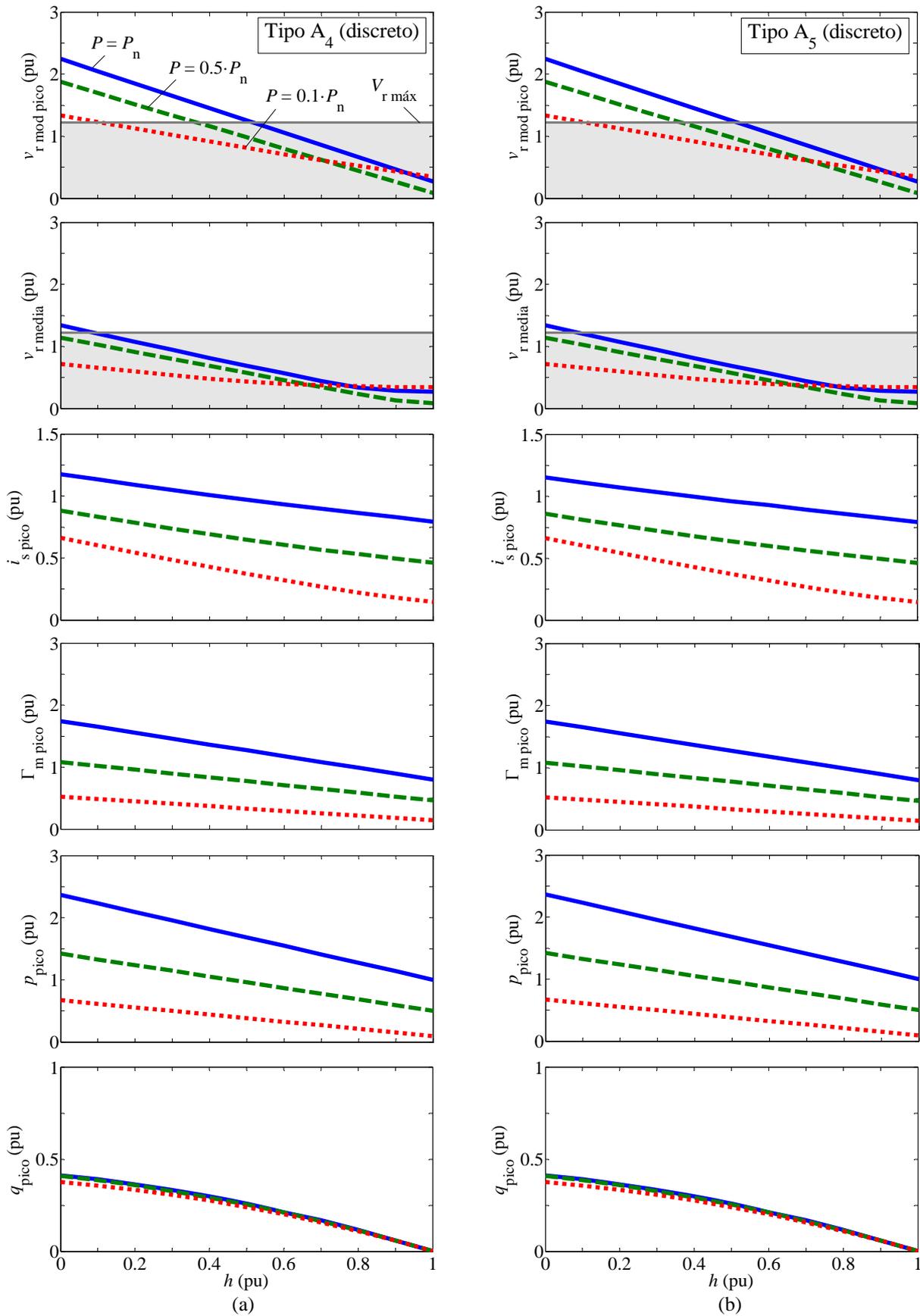


Figura 7.17: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos simétricos discretos con recuperación de la tensión en tres etapas: A_4 (a) y A_5 (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

7.3.3.2. Generador sometido a huecos de tensión asimétricos

En las siguientes figuras se muestra la influencia de la profundidad del hueco sobre las variables de interés del generador de inducción doblemente alimentado sometido a los huecos de tensión asimétricos: C y D (Figura 7.18), F_1 modelado abrupto y discreto (Figura 7.19), F_2 modelado abrupto y discreto (Figura 7.20), G_1 modelado abrupto y discreto (Figura 7.21) y G_2 modelado abrupto y discreto (Figura 7.22).

Los comentarios realizados sobre los efectos causados por los huecos simétricos son también válidos para el caso de los huecos asimétricos. La única diferencia es que los huecos asimétricos son menos severos que los simétricos, ya que causan unos valores de pico menores en las variables estudiadas.

También se observa que los huecos asimétricos F_2 y G_2 son los más severos, porque son los que producen los mayores valores de pico en las variables del generador. Por el contrario, los huecos C y D son los menos severos.

Finalmente, se confirma de nuevo la similitud entre los efectos producidos por los huecos C y D (Figura 7.18), por los huecos F_1 y G_1 modelados abruptos [Figura 7.19(a) y Figura 7.21(a)] y discretos [Figura 7.19(b) y Figura 7.21(b)] y también por los huecos F_2 y G_2 modelados abruptos [Figura 7.20(a) y Figura 7.22(a)] y discretos [Figura 7.20(b) y Figura 7.22(b)].

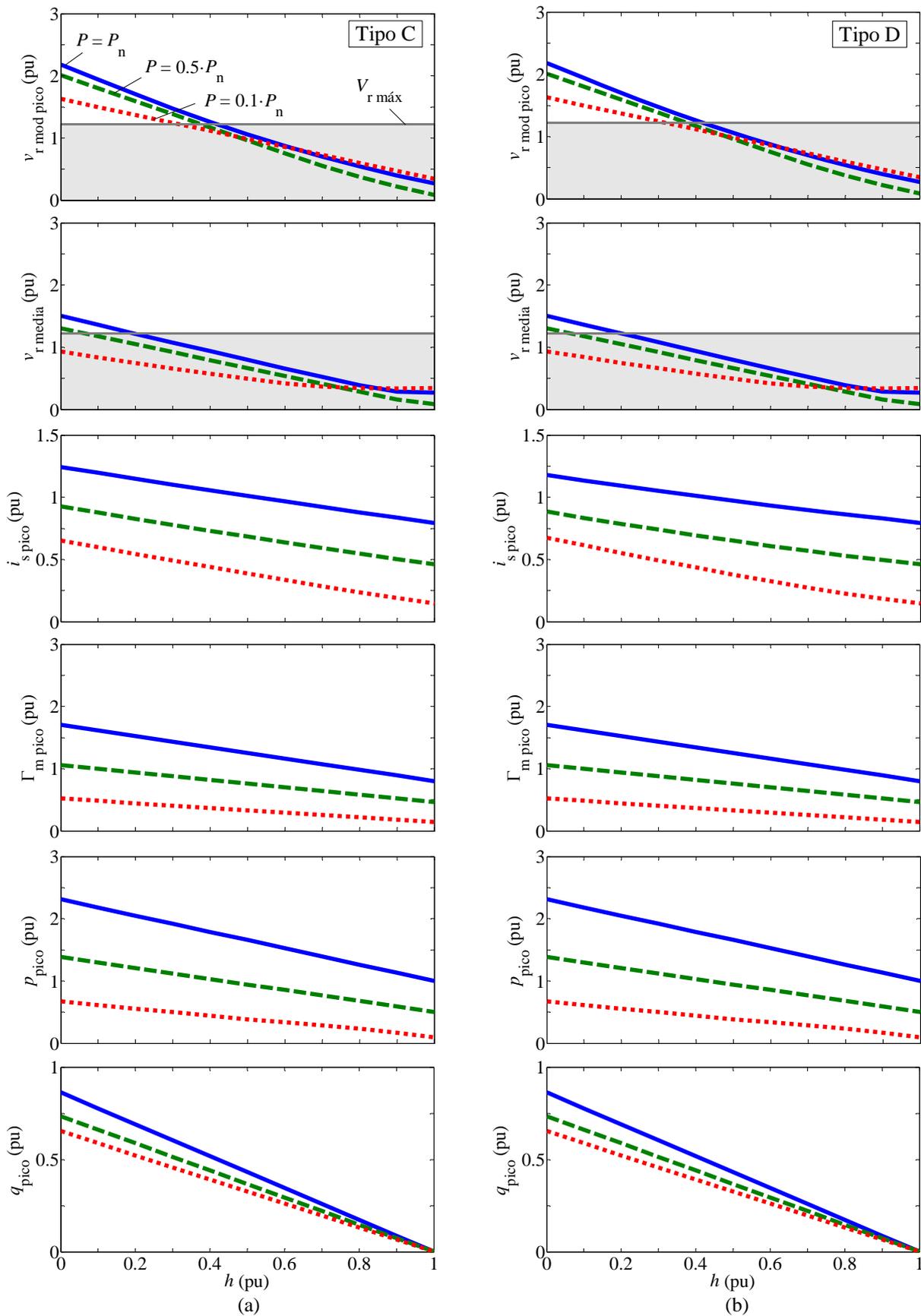


Figura 7.18: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido a los huecos asimétricos C (a) y D (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.2T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

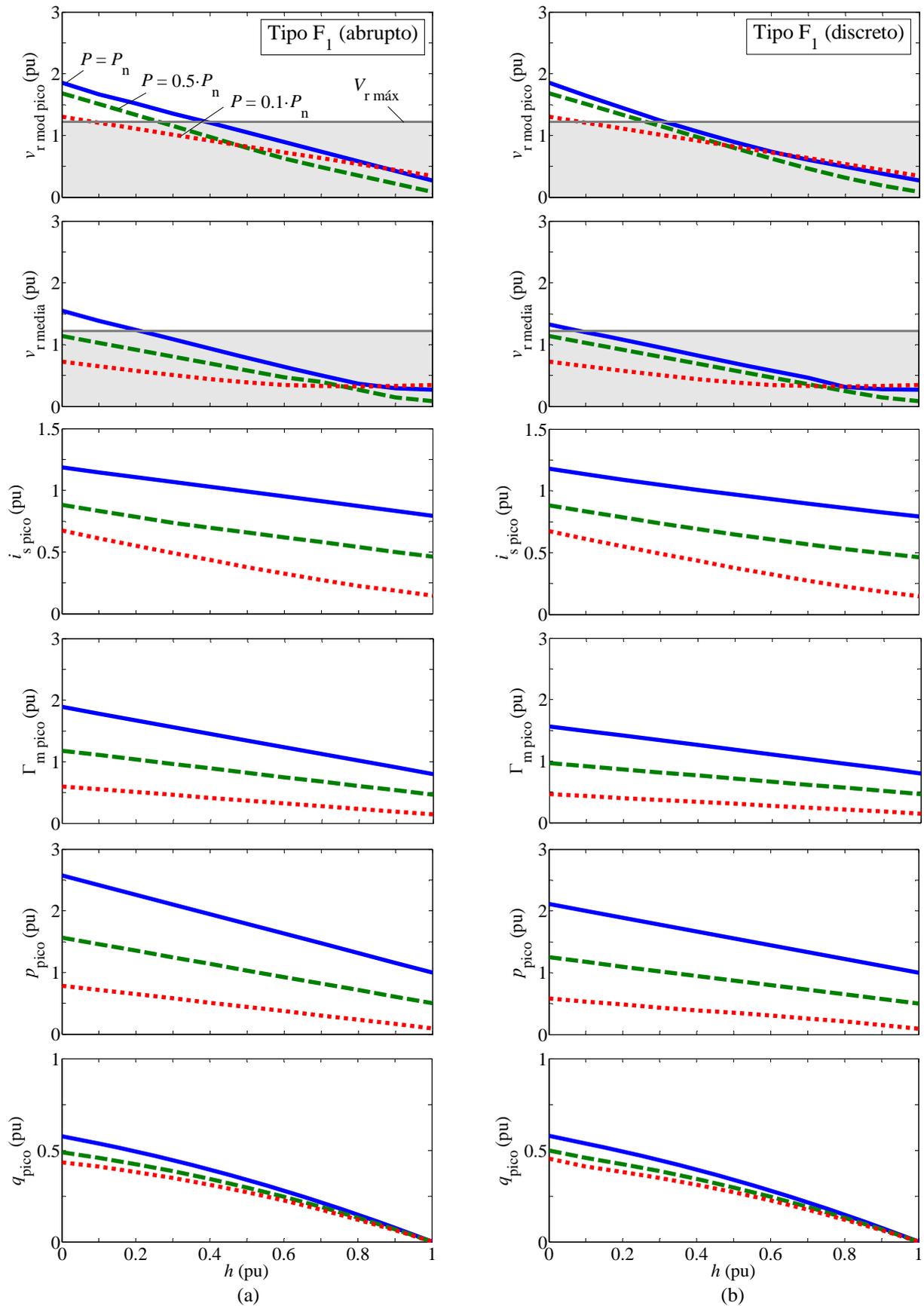


Figura 7.19: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.3T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

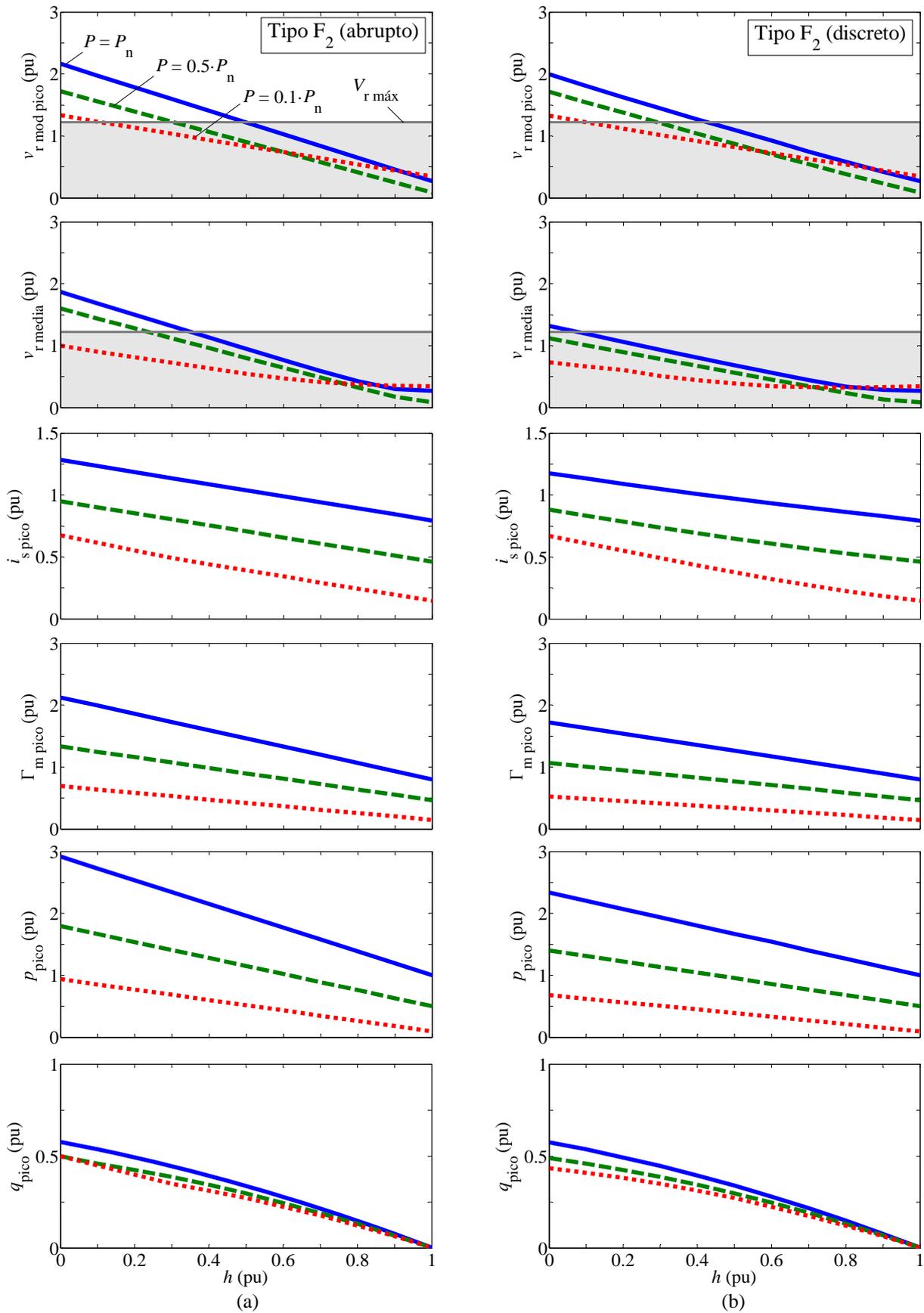


Figura 7.20: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico F_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

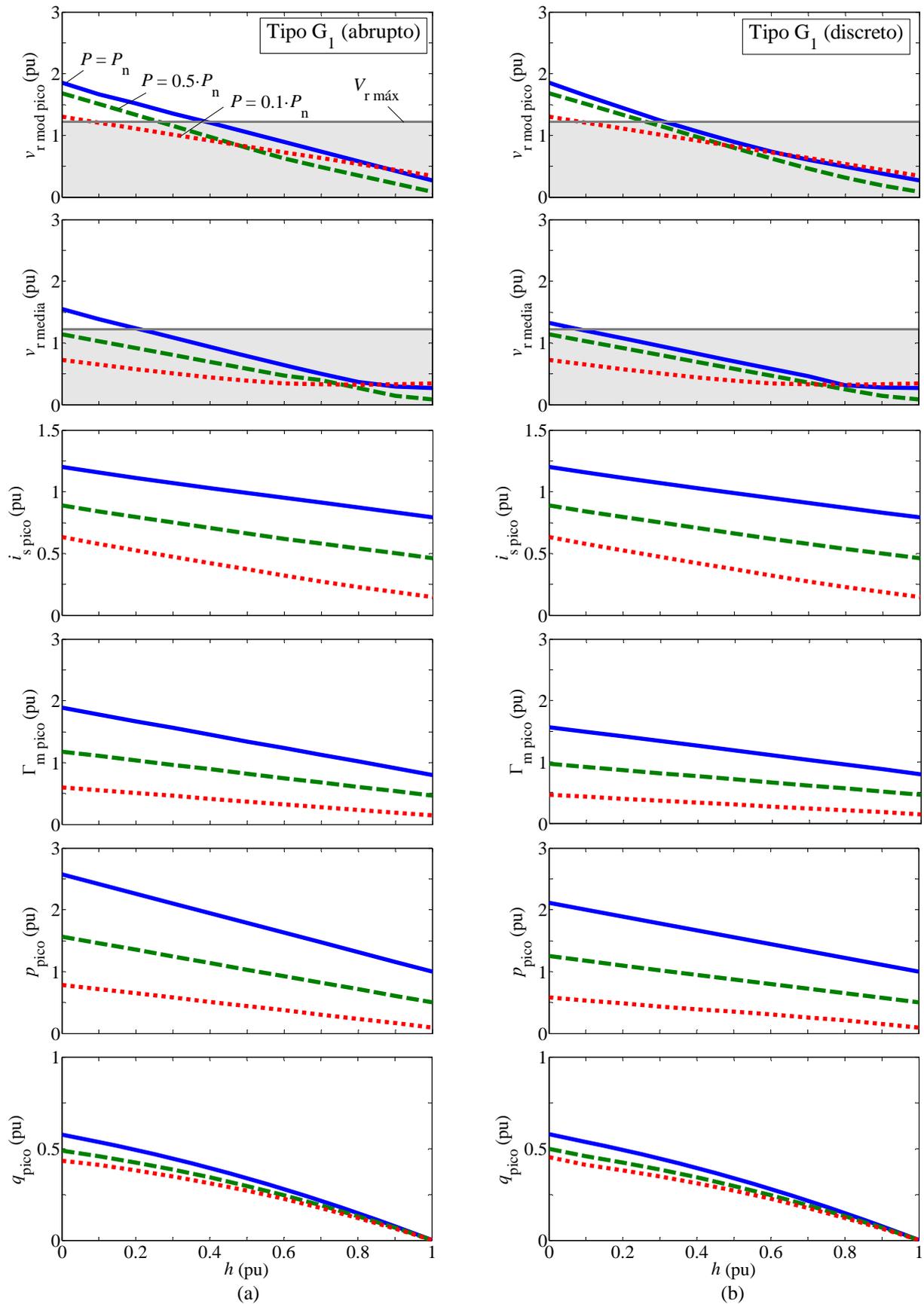


Figura 7.21: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_1 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.3T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

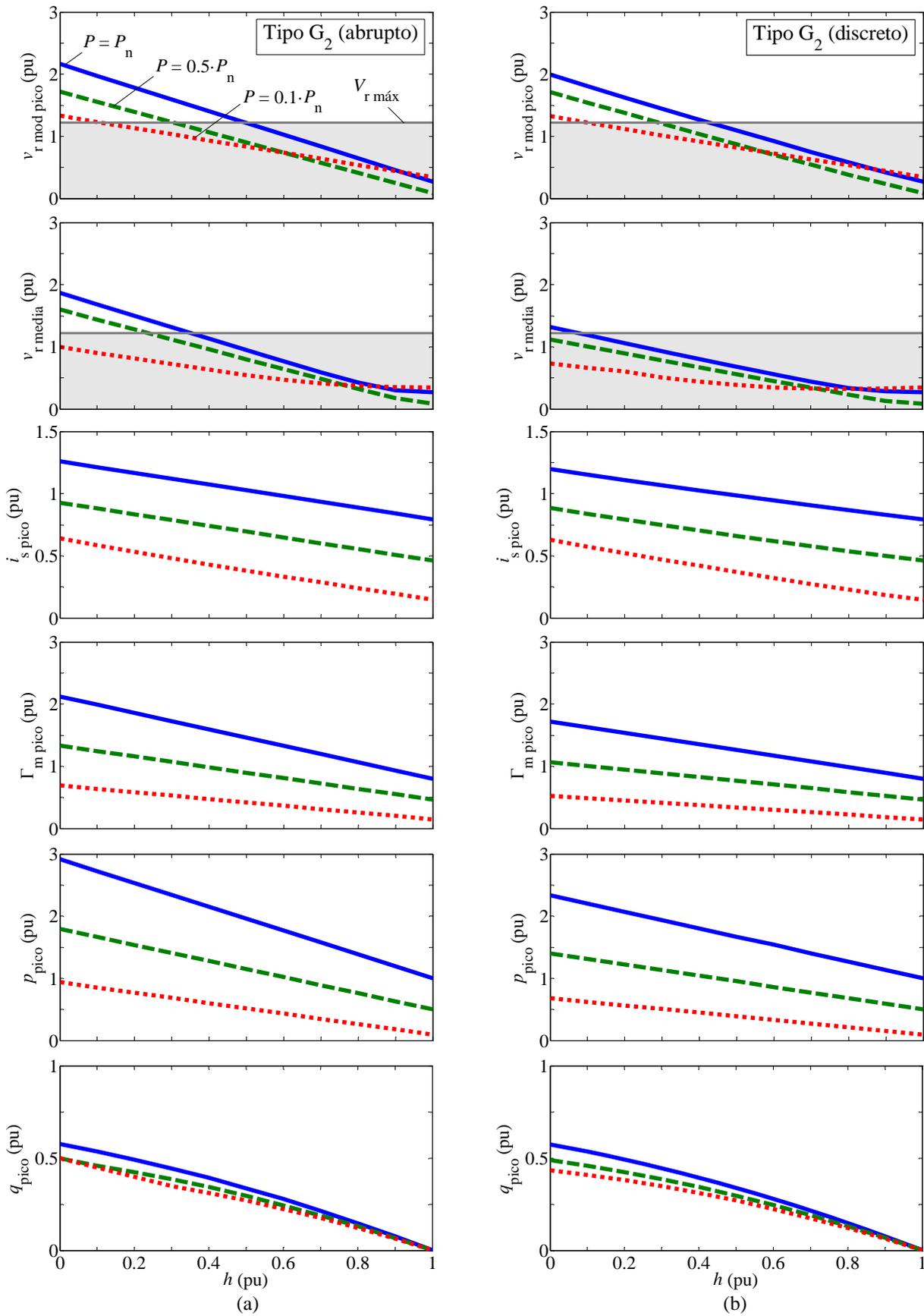


Figura 7.22: Influencia de la profundidad del hueco de tensión sobre el generador sometido al hueco asimétrico G_2 modelado abrupto (a) y discreto (b). Parámetros de los huecos: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.6T$ y $\psi = 80^\circ$. Puntos de trabajo: 1 (línea azul continua), 2 (línea verde discontinua), 3 (línea roja punteada). Área sombreada = situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor.

7.3.4. Situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor

En las siguientes figuras se ha representado la influencia de la potencia generada, P , y de la profundidad del hueco, h , sobre los picos del módulo de la tensión del rotor instantánea, $v_{r \text{ mod pico}}$, y sobre la tensión del rotor media, $v_{r \text{ media}}$, cuando el generador se somete a huecos simétricos (Figura 7.23) y a huecos asimétricos (Figura 7.24). La importancia de dichas variables radica en el hecho de que indican las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor: $v_{r \text{ mod pico}}$ indica si dicha corriente se puede controlar a cada instante de tiempo, mientras que $v_{r \text{ media}}$ cuantifica si la corriente del rotor se puede controlar en un sentido promediado.

Cabe notar que dadas las similitudes entre los efectos producidos por los huecos simétricos A_1 y A_2 y los tipos A_4 y A_5 , tan sólo se considera el hueco A_1 (modelado abrupto y discreto) y el hueco discreto A_4 . Por lo que respecta a los huecos asimétricos, se tienen en cuenta los huecos C , F_1 (modelado abrupto y discreto) y F_2 (modelado abrupto y discreto) ya que sus efectos son similares a los causados por los huecos D , G_1 y G_2 , respectivamente. En las simulaciones se ha considerado la duración más desfavorable para cada tipología de hueco (véase la Tabla 7.2 y la Tabla 7.3).

La potencia generada se hace variar desde cero hasta la potencia nominal, P_n . Cabe recordar que para cada potencia existe un deslizamiento determinado, según la curva de potencia óptima obtenida en el Capítulo 5 (Figura 5.4). Por otro lado, la profundidad del hueco se varía desde 0 (pérdida total de la tensión) hasta 1 (régimen permanente).

Se observa que la Figura 7.23 y la Figura 7.24 son gráficas en tres dimensiones, por lo que los valores de las variables estudiadas están confinados en un plano y no en una recta. Por lo tanto, las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor se corresponden con los puntos del plano que están situados por debajo del plano correspondiente al valor máximo de tensión que puede suministrar el convertidor del lado de rotor, $V_{r \text{ máx}}$. Nótese que si los huecos se modelizan discretos, se suavizan los efectos producidos sobre el generador porque $v_{r \text{ mod pico}}$ es inferior que en el caso abrupto, mientras que el plano de $v_{r \text{ media}}$ para los huecos discretos se encuentra por debajo del plano de $V_{r \text{ máx}}$ para la mayoría de las situaciones simuladas (prácticamente para cualquier potencia y/o profundidad del hueco).

En conclusión, se puede afirmar que la corriente del rotor transformada, i_{rf} , se puede mantener constante, en un sentido promediado, para todos los huecos de tensión (simétricos y asimétricos), siempre y cuando se modelen con recuperación discreta de la tensión.

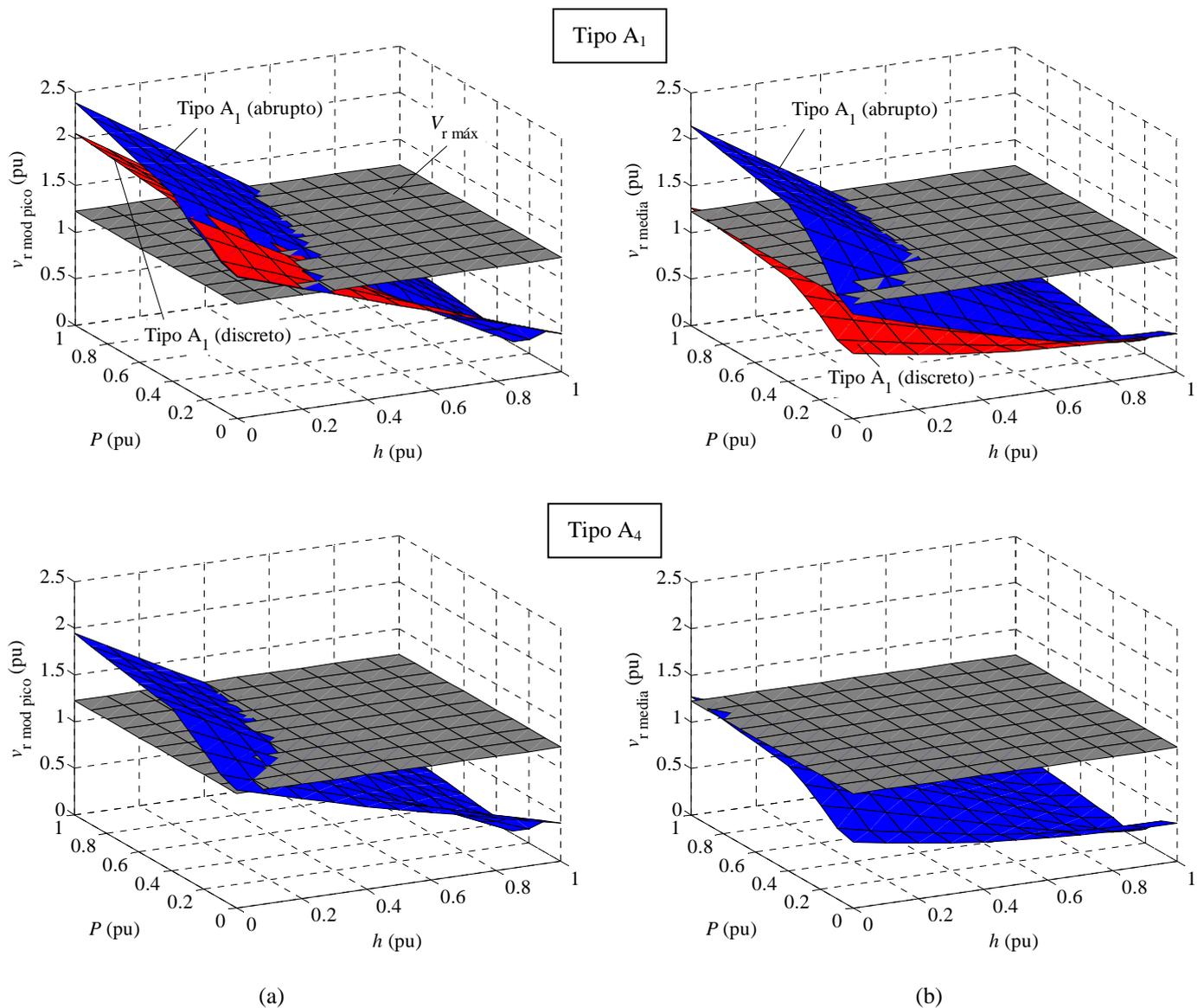


Figura 7.23: Influencia de la potencia generada, P , y de la profundidad del hueco, h , en los picos del módulo de la tensión del rotor instantánea (a) y del valor medio de la misma (b). Generador sometido a huecos simétricos, cuyos parámetros son: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.5T$ (hueco A₁ abrupto), $\Delta t = 5.7T$ (hueco A₁ discreto), $\Delta t = 5.6T$ (hueco A₄) y $\psi = 80^\circ$. La corriente del rotor se puede controlar si la tensión se encuentra en la zona inferior al plano de $V_{r \text{ máx}}$.

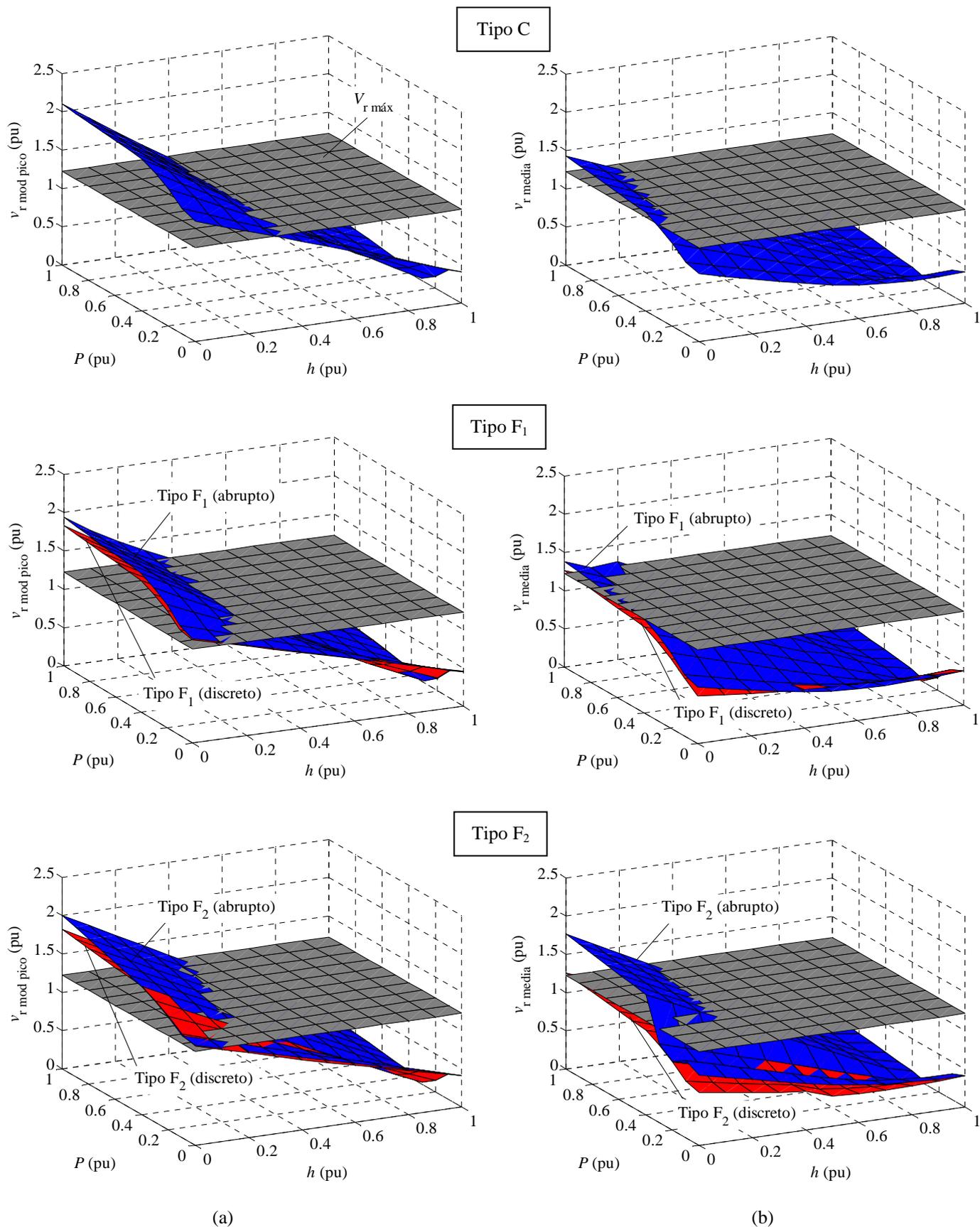


Figura 7.24: Influencia de la potencia generada, P , y de la profundidad del hueco, h , en los picos del módulo de la tensión del rotor instantánea (a) y del valor medio de la misma (b). Generador sometido a huecos asimétricos, cuyos parámetros son: $h = 0 \dots 1$, $\Delta t = 5.2T$ (hueco C), $\Delta t = 5.3T$ (hueco F₁), $\Delta t = 5.6T$ (hueco F₂) y $\psi = 80^\circ$. La corriente del rotor se puede controlar si la tensión se encuentra en la zona inferior al plano de $V_{r \text{ máx}}$.

En la Tabla 7.4 se definen situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor en base a las profundidades del hueco a partir de las cuales el plano de v_r media se encuentra por debajo del plano de $V_{r\text{máx}}$, teniendo en cuenta los resultados mostrados en la Figura 7.23 y en la Figura 7.24.

Tipo de hueco	Modelo del hueco	Profundidad para controlar la corriente del rotor
A ₁ y A ₂	Abrupto	$h \geq 0.45$
A ₁ y A ₂	Discreto	$h \geq 0.05$
A ₄ y A ₅	Discreto	$h \geq 0.05$
C y D	—	$h \geq 0.2$
F ₁ y G ₁	Abrupto	$h \geq 0.2$
F ₁ y G ₁	Discreto	$h \geq 0.05$
F ₂ y G ₂	Abrupto	$h \geq 0.35$
F ₂ y G ₂	Discreto	$h \geq 0.05$

Tabla 7.4: Profundidades del hueco a partir de las cuales la corriente del rotor se puede controlar.

De los resultados mostrados en la Tabla 7.4 se deduce lo siguiente:

- Los huecos simétricos modelados abruptos son los más severos, ya que la corriente del rotor se puede controlar a partir de una duración del hueco que es mayor a la de cualquier otra tipología.
- Los huecos F₂ y G₂ modelados abruptos son los huecos asimétricos más severos.
- Si los huecos de tensión se modelan discretos, la corriente del rotor se puede controlar para prácticamente cualquier profundidad del hueco y para cualquier tipología del mismo.

7.4. Sumario

En el presente capítulo se ha realizado un análisis exhaustivo de los efectos de los huecos de tensión sobre el generador de inducción doblemente alimentado.

Por un lado, se ha comparado el efecto de la recuperación abrupta con la recuperación discreta de la tensión. Los resultados han mostrado que si el hueco de tensión se modeliza abrupto, cuando la falta se despeja la tensión del rotor requerida para mantener constante la corriente del rotor transformada es superior al límite de tensión suministrado por el convertidor del lado de rotor. Por lo tanto, la corriente del rotor no se puede controlar. No obstante, este efecto se suaviza si el hueco de tensión se modeliza discreto: esto es debido al hecho de que las sucesivas etapas en la recuperación de la tensión suavizan los efectos producidos por el hueco. En consecuencia, la corriente del rotor en la mayoría de los huecos de tensión discretos se puede controlar cuando la falta se ha despejado por completo.

Por otro lado, se ha estudiado la influencia de los parámetros del hueco de tensión (duración y profundidad), considerando todo el rango posible de valores. Los resultados han mostrado que los efectos del hueco de tensión sobre el generador de inducción doblemente alimentado son periódicos con la duración del hueco. Además, existe una duración que produce los efectos más severos (los mayores picos en las variables estudiadas) y que es propia de cada hueco. Esto es de gran importancia ya que en los actuales códigos de red se considera una única duración para cualquier tipología de hueco. La influencia de la profundidad del hueco ha permitido obtener las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor. También se ha observado que los huecos asimétricos son menos severos que los simétricos y que cuando el generador entrega a la red su potencia nominal, se obtienen los efectos más severos sobre el mismo. En todos los casos simulados se han obtenido unos efectos menos severos para los huecos de tensión modelados con recuperación discreta de la tensión.

Por lo tanto, en este capítulo se ha cumplido con los objetivos 8, 9 y 10 de la tesis doctoral, es decir: analizar la influencia de la potencia generada (punto de trabajo), analizar la influencia de la recuperación de la tensión (hueco abrupto y hueco discreto), y analizar la influencia de los parámetros del hueco de tensión (duración y profundidad). Aparte, se han analizado las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor por medio de la consideración del límite de tensión del convertidor del lado de rotor, por lo que también se ha cumplido con el objetivo 7 de la tesis.

Capítulo 8. Agrupamiento de los huecos de tensión

8.1. Introducción

A lo largo de la presente tesis doctoral se ha observado la similitud entre los efectos que los siguientes pares de huecos producen sobre el generador de inducción doblemente alimentado: A_1-A_2 , A_4-A_5 , C-D, F_1-G_1 y F_2-G_2 . A priori podría parecer que esto es debido a la estrategia de control utilizada (corriente del rotor constante en referencia sincronismo). No obstante, cabe recordar que al no controlar la corriente del rotor también se obtuvieron estas similitudes (como muestran los resultados del apartado 6.5).

En este capítulo se demuestra que esto no sucede tan sólo para el generador de inducción doblemente alimentado, sino para cualquier carga trifásica en la que sus variables trifásicas transformadas en referencia sincronismo sean constantes en régimen permanente equilibrado (aunque también es válido si se utiliza cualquier otra referencia para la obtención de las variables transformadas). Asimismo, es necesario que la carga esté conectada en estrella aislada o en triángulo, es decir, que no exista componente *homopolar* de las tensiones. En el caso de los dispositivos controlados también se tiene que cumplir que su control se debe realizar en variables transformadas en cualquier referencia (no es válido si el control se realiza en variables *abc*). Con el fin de validar el estudio teórico, se simula el comportamiento de dos dispositivos que cumplen la condición anterior en sus variables transformadas: un generador de inducción trifásico y un inversor con interruptores controlados, y de un dispositivo que no la cumple: un rectificador trifásico a diodos. Se comprueba que los efectos de las parejas de huecos agrupados sobre la carga son los mismos para los dispositivos que cumplen la condición anterior.

El estudio desarrollado en este capítulo permite agrupar las catorce tipologías existentes de huecos de tensión discretos en tan sólo cinco tipos. Esto supone una notable ventaja ya que se reduce considerablemente el número de simulaciones o de ensayos de laboratorio de un equipo sometido a huecos de tensión.

8.2. Componentes simétricas de los huecos de tensión

En el Capítulo 3 se obtuvieron las componentes simétricas (*homopolar, directa e inversa*) de los huecos de tensión. En la Tabla 8.1 se muestran de nuevo las componentes simétricas, ya que a lo largo del presente capítulo se hace referencia a las mismas en numerosas ocasiones. En dicha tabla también se muestra la falta que origina cada hueco de tensión, así como el diagrama fasorial y las expresiones fasoriales correspondientes a cada tipología de hueco.

Hueco	Falta de origen	Fasores	Expresiones fasoriales	Homopolar	Directa	Inversa
A	Trifásica o Trifásica a tierra		$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = 0$
B	Monofásica		$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
C	Bifásica o Monofásica después de un transformador Dy		$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
D	Bifásica después de un transformador Dy o Monofásica después de dos transformadores Dy		$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+h}{2} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{2} \cdot \underline{V}$
E	Bifásica a tierra		$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
F	Bifásica a tierra después de un transformador Dy		$\underline{V}_a = h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{1}{2} \cdot h \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{2+h}{\sqrt{12}} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = -\frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$
G	Bifásica a tierra después de dos transformadores Dy		$\underline{V}_a = \frac{2+h}{3} \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_b = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} - j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$ $\underline{V}_c = -\frac{2+h}{6} \cdot \underline{V} + j \cdot \frac{\sqrt{3}}{2} \cdot h \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_0 = 0$	$\underline{V}_1 = \frac{1+2 \cdot h}{3} \cdot \underline{V}$	$\underline{V}_2 = \frac{1-h}{3} \cdot \underline{V}$

Tabla 8.1: Huecos de tensión: falta de origen, fasores, expresiones fasoriales y componentes simétricas.

8.3. Influencia del transformador

Cuando se estudia el efecto de los huecos de tensión sobre un equipo conectado a la red, se pueden utilizar dos enfoques, considerar o no la influencia del transformador:

- Considerar la influencia del transformador:
 - Supóngase que en un nudo cualquiera de un sistema eléctrico de potencia se origina, por ejemplo, una falta monofásica, la cual produce un hueco tipo B. Este hueco se transmite a través de los distintos niveles de tensión por medio de los transformadores de potencia y la apariencia del hueco (en variables de fase, abc) puede cambiar (Tabla 8.2). Tan sólo los transformadores triángulo-estrella (Dy) o estrella-triángulo (Yd) modifican el aspecto del hueco de tensión cuando se consideran las variables de fase (componentes abc). En cuanto a las componentes simétricas del hueco, los transformadores Dy o Yd no cambian la magnitud de las componentes *directa* e *inversa* de la tensión, pero eliminan la componente *homopolar*. Asumiendo la existencia de transformadores Dy o Yd, se obtienen otras tipologías de hueco en los distintos niveles de tensión del sistema de potencia: los huecos B originan huecos de tipo C y D, como se muestra en la Tabla 8.2, los huecos C originan huecos de tipo C y D, mientras que los huecos E originan huecos de tipo F y G.
 - Al considerar la influencia del transformador se debe tener presente:
 - El índice horario del transformador, el cual determina el desfase entre las tensiones del primario y del secundario del mismo. Por ejemplo, si se considera un transformador reductor Dy3, existe un desfase de -90° entre la componente *directa* de las tensiones del primario y del secundario, mientras que el desfase es de 90° para la componente *inversa* de las tensiones. Según se observa en la Tabla 8.2, si α_a (ángulo de la tensión de la fase a pre- y post-hueco) de un hueco tipo B es igual a 0° , entonces el ángulo α_a para un hueco tipo C es -90° .
 - Los huecos en los distintos niveles de tensión empiezan y acaban en los mismos instantes de tiempo, t_{0h} y t_{fh} , los cuales vienen impuestos por el instante en el cual se origina la falta y por el instante en el que ésta se despeja, respectivamente. En el ejemplo de la Tabla 8.2 una falta fase-tierra origina un hueco tipo B. Como los instantes t_{0h} y t_{fh} de los huecos de la Tabla 8.2 son iguales, sus tensiones transformadas en referencia sincronismo, v_f , están en fase en el dominio del

tiempo. Cabe notar que solamente existen cuatro tipos de faltas que originan cuatro tipos de huecos: falta monofásica (hueco tipo B), falta bifásica (hueco tipo C), falta bifásica a tierra (hueco tipo D) y falta trifásica o trifásica a tierra (hueco tipo A). Sus instantes de recuperación de la tensión se muestran en la Tabla 3.2 (Capítulo 3).

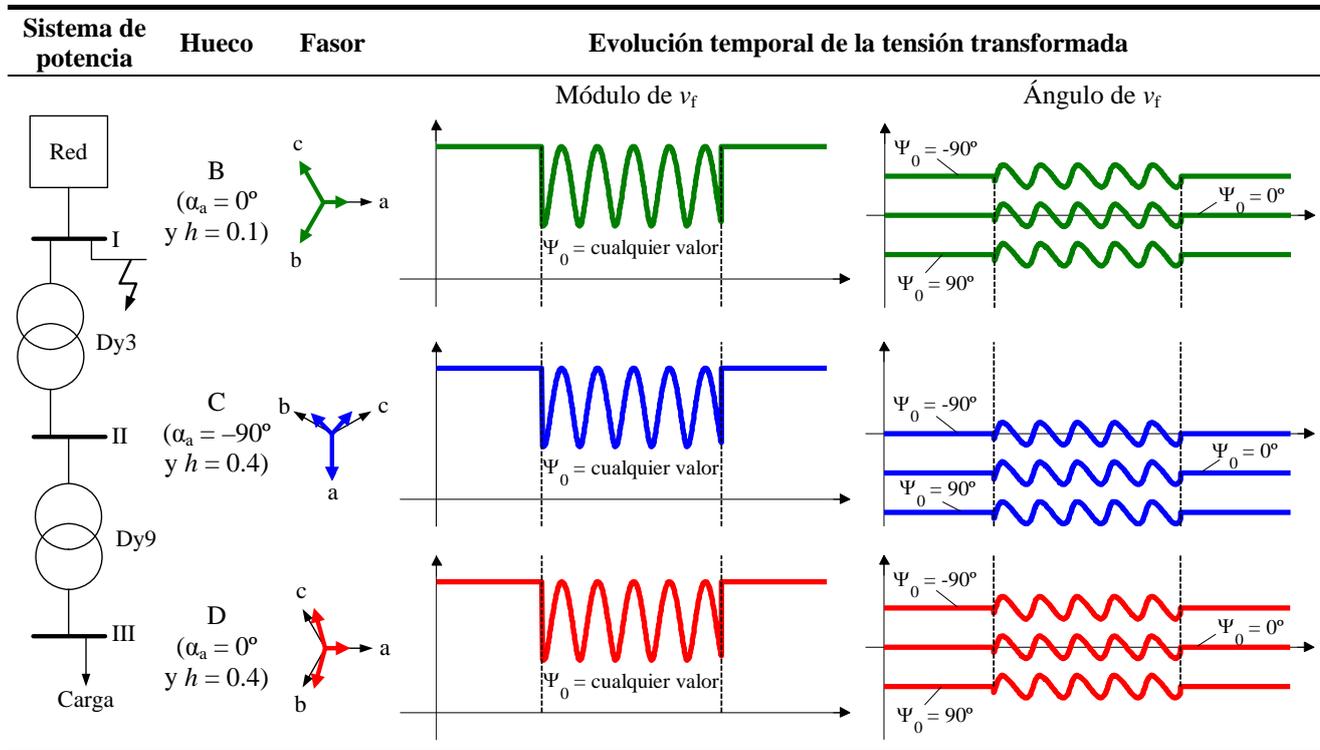


Tabla 8.2: Huecos B, C y D: localización en los distintos niveles de tensión, fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (con la influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

- No considerar la influencia del transformador:
 - En la literatura, cuando los huecos de tensión se estudian por separado, es decir, sin considerar los transformadores Dy, se suele considerar que los huecos son simétricos con respecto a la fase a y que $\alpha_a = 0^\circ$.
 - Como consecuencia de ello, los instantes de inicio y de fin del hueco, t_{0h} y t_{fh} , no son los mismos para todos los huecos, sino que se escogen de acuerdo a los instantes discretos de recuperación de la tensión, mostrados en la Tabla 3.2 (Capítulo 3). Como los instantes t_{0h} y t_{fh} de los huecos de la Tabla 8.3 son diferentes, sus tensiones transformadas en referencia sincronismo, v_f , están desfasadas en el dominio del tiempo. En dicha tabla se observa que las tensiones v_f de los huecos B y D presentan el mismo instante final, el cual es distinto al del hueco C (en concreto, están desfasadas 90° en el tiempo).

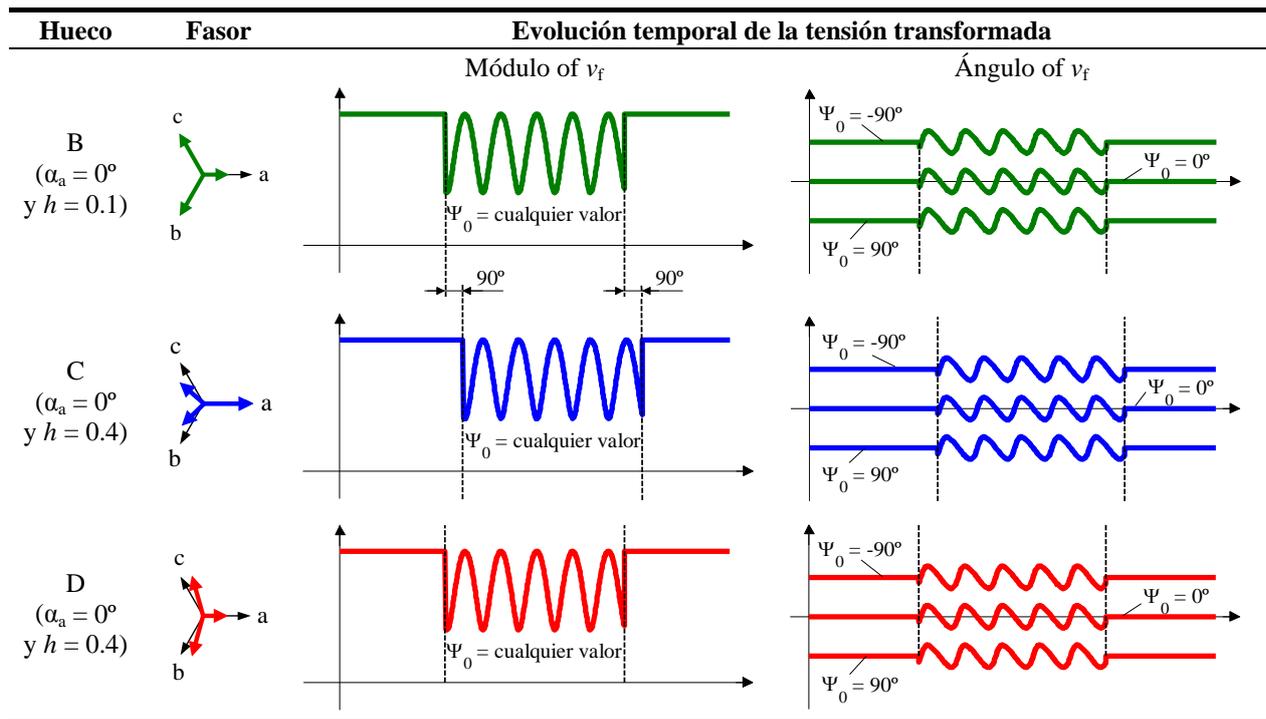


Tabla 8.3: Huecos B, C y D: fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (con la influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0). No se considera la influencia del transformador. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

En la Tabla 8.2 se observa la existencia de un transformador Dy3 entre los niveles de tensión I y II y de un transformador Dy9 entre los niveles de tensión II y III. Aunque existen muchas combinaciones, las más sencillas se muestran en la Tabla 8.4. Nótese que en función del índice horario del transformador se obtienen huecos centrados en las fases a, b o c. Se escoge la configuración mostrada en la Tabla 8.2 porque permite obtener huecos centrados en la fase a, que es el enfoque utilizado comúnmente.

Nivel tensión I		Trafo Dy	Nivel tensión II		Trafo Dy	Nivel tensión III	
Hueco	α_{a1}	Índice horario	Hueco	α_{a2}	Índice horario	Hueco	α_{a3}
B _a	α_a	1	C _c	$\alpha_{a1} - 30^\circ$	11	D _a	$\alpha_{a2} + 30^\circ = \alpha_{a1}$
B _a	α_a	3	C _a	$\alpha_{a1} - 90^\circ$	9	D _a	$\alpha_{a2} + 90^\circ = \alpha_{a1}$
B _a	α_a	5	C _b	$\alpha_{a1} - 150^\circ$	7	D _a	$\alpha_{a2} + 150^\circ = \alpha_{a1}$
B _a	α_a	7	C _c	$\alpha_{a1} + 150^\circ$	5	D _a	$\alpha_{a2} - 150^\circ = \alpha_{a1}$
B _a	α_a	9	C _a	$\alpha_{a1} + 90^\circ$	3	D _a	$\alpha_{a2} - 90^\circ = \alpha_{a1}$
B _a	α_a	11	C _b	$\alpha_{a1} + 30^\circ$	1	D _a	$\alpha_{a2} - 30^\circ = \alpha_{a1}$

Notas:

- El subíndice a denota que los fasores \underline{V}_b y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase a.
- El subíndice b denota que los fasores \underline{V}_a y \underline{V}_c son simétricos con respecto a la fase b.
- El subíndice c denota que los fasores \underline{V}_a y \underline{V}_b son simétricos con respecto a la fase c.
- Los huecos C y D de esta tabla (originados por un hueco B) también se denominan C* y D*, ya que son idénticos a los huecos C y D de la Tabla 8.1 pero restringidos a $h = 1/3 \dots 1$ en vez de $h = 0 \dots 1$.

Tabla 8.4: Influencia del índice horario del transformador en la transformación de un hueco tipo B a los distintos niveles de tensión.

En la Tabla 8.2 y en la Tabla 8.3 también se muestra cómo afecta el ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , en el comportamiento dinámico de la tensión transformada. Aunque la influencia de este parámetro se estudia en el apartado 8.5, a continuación se va a comentar brevemente el efecto de la variación de Ψ_0 en la tensión transformada, lo cual ayuda a entender los resultados mostrados en las anteriores figuras.

Sea un sistema de tres variables de fase, x_{abc} (donde x hace referencia a tensiones, corrientes o flujos), que se transforma mediante Ku utilizando el ángulo Ψ . Este ángulo puede depender del tiempo y las referencias más utilizadas son la referencia sincronismo ($\Psi(t) = \omega \cdot t + \Psi_0$), la referencia estacionaria ($\Psi(t) = \Psi_0$) y la referencia fija a una referencia genérica ($\Psi(t) = \omega_\Psi \cdot t + \Psi_0$). En todos los casos, Ψ_0 representa el valor del ángulo Ψ en $t = 0$, es decir, el ángulo inicial de la transformación. Considerando por ejemplo la referencia sincronismo, la variable transformada mediante Ku (componente *forward*) se obtiene por medio de la siguiente expresión, teniendo en cuenta (4.58):

$$x_f = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} \cdot e^{-j \cdot \omega \cdot t} \cdot (x_a + a \cdot x_b + a^2 \cdot x_c) \quad (8.1)$$

Se observa que el efecto del ángulo Ψ_0 es realizar un giro sobre la variable compleja x_f , es decir, cambiar la referencia de ángulos para las magnitudes transformadas. Por ejemplo, considérese un sistema de tensiones simétrico y equilibrado que se transforma en la referencia sincronismo, resultando una tensión v_f de amplitud y ángulo constante, como se muestra en la Figura 8.1. Al variar el ángulo inicial, Ψ_0 , no se modifica el módulo de la tensión v_f , sino su ángulo. En concreto, el ángulo Ψ_0 realiza un giro en sentido antihorario en el fasor de la variable transformada de Ku . En efecto, esto se corresponde con los resultados obtenidos en la Tabla 8.2 y en la Tabla 8.3.

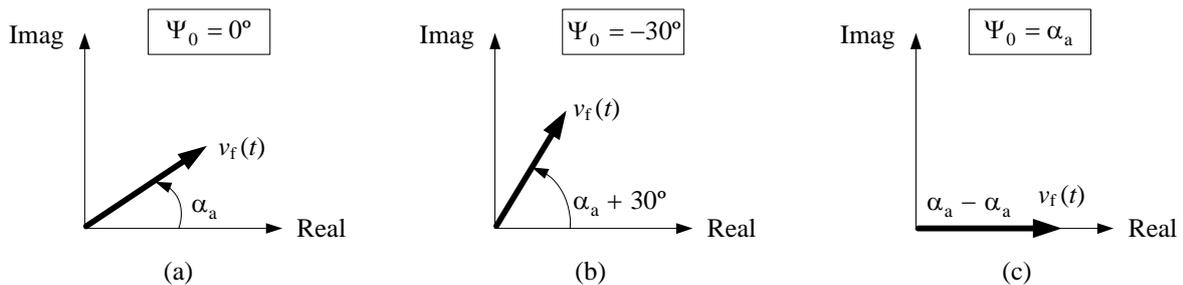


Figura 8.1: Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , en una tensión transformada, v_f .
(a) $\Psi_0 = 0$; (b) $\Psi_0 = -30^\circ$; (c) $\Psi_0 = \alpha_a$.

Nótese que como todas las magnitudes trifásicas (tensiones, corrientes y flujos) se transforman utilizando el mismo ángulo Ψ , el ángulo Ψ_0 produce el mismo efecto en todas ellas.

Una última observación a realizar sobre la influencia del ángulo Ψ_0 es que si se representa la evolución temporal de las partes real e imaginaria de las tensiones transformadas, se obtienen unos resultados distintos para los huecos B, C y D, como se observa en la Tabla 8.5 y en la Tabla 8.6.

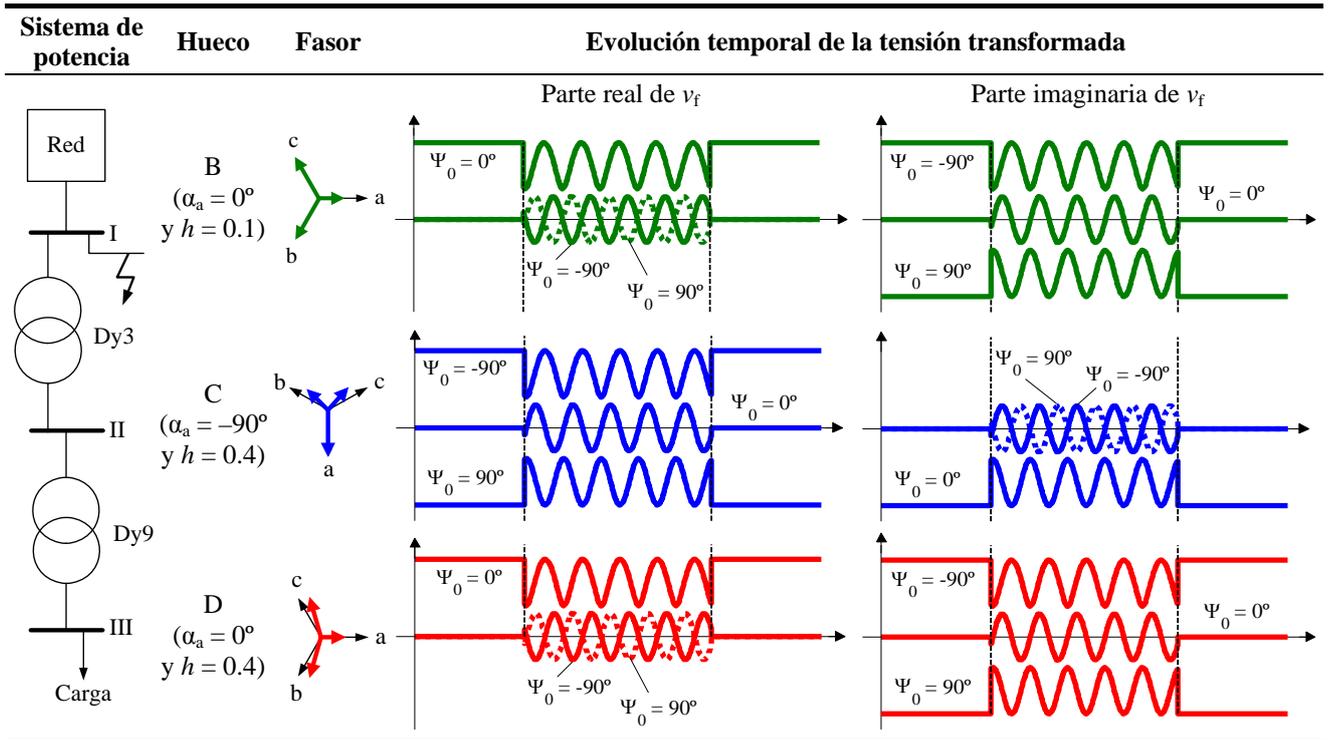


Tabla 8.5: Huecos B, C y D: localización en los distintos niveles de tensión, fasores y evolución temporal de sus tensiones transformadas (partes real e imaginaria). Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

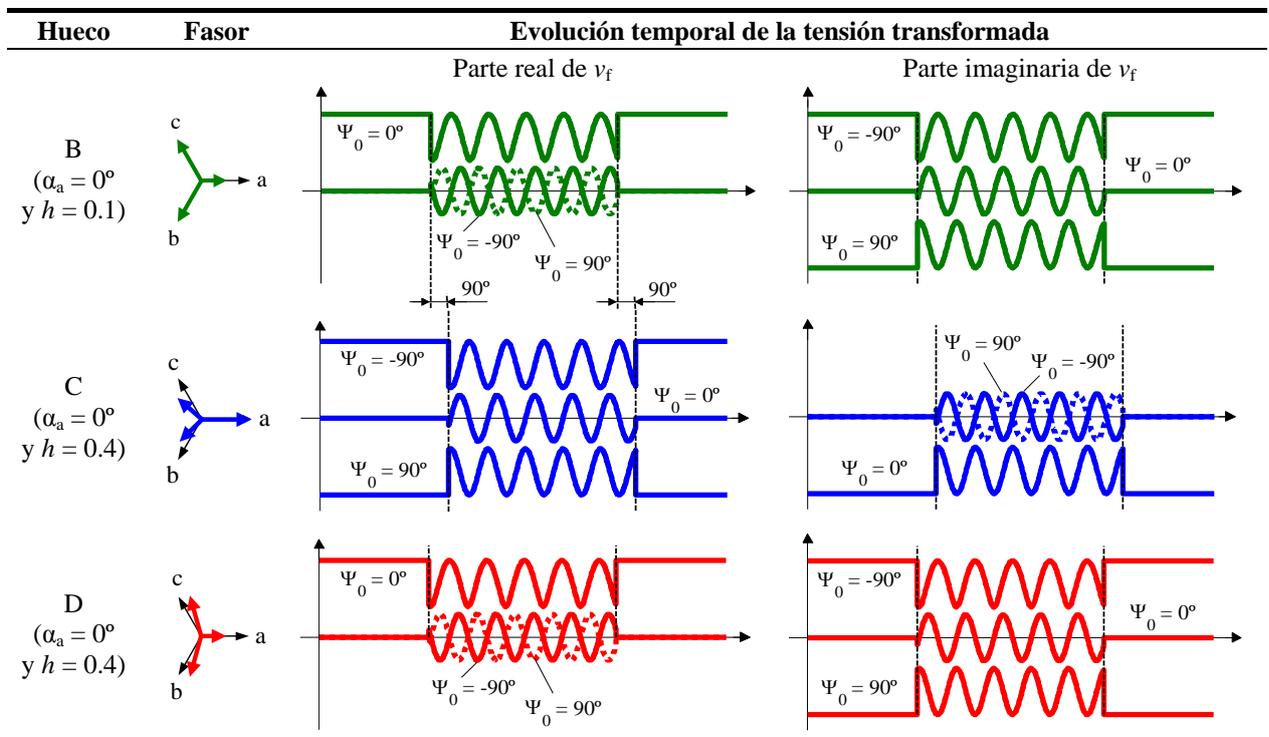


Tabla 8.6: Huecos B, C y D: fasores y evolución temporal de las tensiones transformadas (partes real e imaginaria). No se considera la influencia del transformador. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$ (hueco B), $h = 0.4$ (huecos C y D), $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

De los resultados mostrados en la Tabla 8.5 y en la Tabla 8.6 se puede extraer la errónea conclusión de que los huecos B, C y D tienen asociadas unas tensiones transformadas completamente distintas entre sí porque al variar el ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , tanto la parte real como la imaginaria de la tensión transformada varían notablemente. No obstante, en la Tabla 8.2 y en la Tabla 8.3 se observa el módulo de la tensión transformada es el mismo para los tres tipos de hueco (y además es invariante con respecto a Ψ_0), mientras que el ángulo de la tensión transformada simplemente se ve desplazado a lo largo del eje vertical. Por lo tanto, al comparar los efectos de los huecos de tensión es aconsejable representar el módulo y el ángulo de las tensiones transformadas y no sus partes real e imaginaria.

8.4. Expresión analítica de la tensión de la red en condiciones desequilibradas

8.4.1. En variables transformadas de Ku

En el Capítulo 6 se obtuvo la expresión analítica de la tensión del estator del generador de inducción doblemente alimentado en condiciones de alimentación desequilibrada, transformada mediante Ku en referencia sincronismo (6.12):

$$v_f = v_{f1} + v_{f2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t} \quad (8.2)$$

donde v_{f1} y v_{f2} dependen de las componentes *directa* e *inversa* de la tensión de la red:

$$v_{f1} = \sqrt{3/2} \cdot \underline{V}_1 = \sqrt{3/2} \cdot V_1 \cdot e^{j \cdot \alpha_1} \quad ; \quad v_{f2} = \sqrt{3/2} \cdot \underline{V}_2^* = \sqrt{3/2} \cdot V_2 \cdot e^{-j \cdot \alpha_2} \quad (8.3)$$

siendo V_1 y V_2 el valor eficaz de las componentes *directa* e *inversa* de la tensión de la red y α_1 y α_2 sus ángulos.

Cabe notar que para la obtención de (8.2) se ha utilizado la transformación de Ku en referencia sincronismo, cuyo ángulo de transformación es:

$$\Psi = \omega \cdot t + \Psi_0 \quad (8.4)$$

donde se ha considerado que el ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , es nulo. No obstante, con el fin de obtener una expresión genérica para la tensión de la red transformada, se va a considerar dicho ángulo inicial, resultando:

$$v_f = (v_{f1} + v_{f2} \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t}) \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} \quad (8.5)$$

Teniendo en cuenta (8.3), la expresión (8.5) se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} v_f &= \sqrt{3/2} \cdot (\underline{V}_1 + \underline{V}_2^* \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t}) \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} \\ &= \sqrt{3/2} \cdot (V_1 \cdot e^{j \cdot \alpha_1} + V_2 \cdot e^{-j \cdot (2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_2)}) \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} \end{aligned} \quad (8.6)$$

Para facilitar el estudio analítico, la expresión anterior se reescribe de la siguiente forma:

$$v_f = \sqrt{3/2} \cdot (V_1 + V_2 \cdot e^{-j \cdot (2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)}) \cdot e^{j \cdot (\alpha_1 - \Psi_0)} \quad (8.7)$$

En el apartado 8.3 se comentó que la mejor forma de comparar los efectos producidos por los huecos de tensión es representar el módulo y el ángulo de las variables transformadas. Por este motivo, se procede a obtener la expresión analítica del módulo y del ángulo de la tensión transformada (8.7). Para ello, se va a expresar dicha expresión utilizando la notación de *Euler*:

$$e^{\pm j \cdot x} = \cos(x) \pm j \cdot \sen(x) \quad (8.8)$$

resultando:

$$v_f = \sqrt{3/2} \cdot [V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) - j \cdot V_2 \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)] \cdot e^{j \cdot (\alpha_1 - \Psi_0)} \quad (8.9)$$

El módulo de (8.9) se calcula como:

$$\begin{aligned} |v_f| &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{[V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)]^2 + V_2^2 \cdot \sen^2(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)} \\ &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 \cdot \cos^2(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) + V_2^2 \cdot \sen^2(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)} \\ &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 \cdot [\cos^2(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2) + \sen^2(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)] + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)} \\ &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)} \end{aligned} \quad (8.10)$$

y el ángulo de (8.9) se calcula por medio de la siguiente expresión:

$$\alpha_{v_f} = (\alpha_1 - \Psi_0) + \arctan\left(\frac{-V_2 \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)}{V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + \alpha_1 + \alpha_2)}\right) \quad (8.11)$$

El valor del ángulo Ψ_0 se escoge en función del origen de ángulos que se desee tener. Normalmente, $\alpha_a = 0^\circ$ y $\Psi_0 = 0^\circ$, lo cual implica que la tensión v_f se escoge como referencia de ángulos.

Aunque se está trabajando con huecos de tensión, las expresiones analíticas para calcular el módulo (8.10) y el ángulo (8.11) de la tensión v_f también son válidas para cualquier sistema de tensiones desequilibrado. En el caso específico de los huecos asimétricos considerados (Tabla 8.1), los ángulos de las componentes *directa* e *inversa* cumplen las relaciones:

$$\alpha_1 = \alpha_a \quad ; \quad \alpha_2 = \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ \quad (8.12)$$

donde ξ es una variable binaria que presenta dos únicos valores, 0 ó 1, dependiendo del tipo de hueco ($\xi = 0$ para los huecos C, E y G y $\xi = 1$ para los huecos B, D y F).

Según (8.10) y (8.11), para que dos huecos de tensión X e Y tengan la misma evolución temporal en sus tensiones transformadas en referencia sincronismo (igual evolución temporal del módulo e igual evolución temporal del ángulo) se debe cumplir que:

$$V_1^{(X)} = V_1^{(Y)} \quad ; \quad V_2^{(X)} = V_2^{(Y)} \quad ; \quad \alpha_1^{(X)} + \alpha_2^{(X)} = \alpha_1^{(Y)} + \alpha_2^{(Y)} \quad (8.13)$$

Si únicamente se cumplen las dos primeras relaciones de (8.13), es decir, si los valores eficaces de las componentes simétricas de dos huecos X e Y son iguales:

$$V_1^{(X)} = V_1^{(Y)} \quad ; \quad V_2^{(X)} = V_2^{(Y)} \quad (8.14)$$

la evolución temporal del módulo y del ángulo de la tensión v_f de ambos huecos es la misma pero está desplazada en el tiempo. Dicho desfase temporal viene dado por $\Delta\alpha$:

$$\alpha_1^{(X)} + \alpha_2^{(X)} = \alpha_1^{(Y)} + \alpha_2^{(Y)} + \Delta\alpha \quad (8.15)$$

Esto es exactamente lo que sucede en los huecos de tensión discretos cuando no se considera la influencia del transformador, como se comentó en el apartado 8.3. Este desfase temporal, $\Delta\alpha$, viene impuesto por la diferencia entre los respectivos instantes de recuperación de la tensión. Por ejemplo, en el caso de la Tabla 8.3, el ángulo $\Delta\alpha$ vale 90° .

Por lo que respecta a las condiciones pre- y post-hueco (régimen permanente equilibrado), no existe componente *inversa* en la tensión de la red ($\underline{V}_2 = 0$) y la componente *directa* se corresponde con el fasor de la tensión de la fase a ($\underline{V}_1 = \underline{V} = V \angle \alpha_a$). Sustituyendo estas dos condiciones en (8.10) y en (8.11) se obtiene el módulo y el ángulo de régimen permanente de la tensión v_f :

$$|v_f| = \sqrt{3/2} \cdot V \quad ; \quad \alpha_{v_f} = \alpha_a - \Psi_0 \quad (8.16)$$

Finalmente, teniendo en cuenta (8.16) y sustituyendo (8.12) en (8.10) y (8.11), se obtiene la expresión para calcular el módulo instantáneo de la tensión transformada durante todo el evento:

$$\left. \begin{aligned} |v_f(t)| &= \sqrt{3/2} \cdot V \quad ; & (t < t_{0h} \text{ y } t \geq t_{fh}) \\ |v_f(t)| &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ)} \quad ; & (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \end{aligned} \right\} \quad (8.17)$$

y la expresión para calcular el ángulo instantáneo de la tensión transformada:

$$\left. \begin{aligned} \alpha_{v_f}(t) &= \alpha_a - \Psi_0 \quad ; & (t < t_{0h} \text{ y } t \geq t_{fh}) \\ \alpha_{v_f}(t) &= (\alpha_a - \Psi_0) + \arctan\left(\frac{-V_2 \cdot \text{sen}(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ)}{V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 2 \cdot \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ)}\right) \quad ; & (t_{0h} \leq t < t_{fh}) \end{aligned} \right\} \quad (8.18)$$

De las expresiones analíticas (8.17) y (8.18) se extraen las siguientes observaciones, las cuales se corresponden con los resultados mostrados en la Tabla 8.2 y en la Tabla 8.3:

- En condiciones de régimen permanente equilibrado (pre- y post-hueco), el módulo y el ángulo de la tensión transformada son constantes. Esto sucede porque el sistema de tensiones es simétrico y equilibrado y se ha realizado la transformación de variables en la referencia sincronismo.
- Durante el hueco de tensión desequilibrado, tanto el módulo como el ángulo oscilan a una pulsación que se corresponde con el doble de la pulsación de las tensiones de la red ($2 \cdot \omega$).
- Si se elige un ángulo $\Psi_0 = \alpha_a$, se está considerando la tensión v_f de pre- y post-hueco como referencia de ángulos. Este es el caso de, por ejemplo, el nivel de tensión II de la Tabla 8.2, donde se ha elegido $\Psi_0 = \alpha_a = -90^\circ$.

8.4.2. En componentes *abc*

A continuación se obtienen las expresiones analíticas para el cálculo de las componentes *abc* de las tensiones de la red en función de las componentes *directa* e *inversa* de las mismas. Para ello, se debe aplicar la transformación de *Ku* inversa a la tensión transformada, v_f . Las expresiones para el cálculo de las componentes *abc* a partir de las variables transformadas de *Ku* (componente *forward*) se obtuvieron en el Capítulo 4 (4.160). Teniendo presente que el ángulo de la transformación, Ψ , en referencia sincronismo viene dado por (8.4), se tiene:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ e^{j(\omega \cdot t + \Psi_0)} \cdot v_f \} \quad ; \quad v_b(t) = \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a^2 \cdot e^{j(\omega \cdot t + \Psi_0)} \cdot v_f \} \\ v_c(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \{ a \cdot e^{j(\omega \cdot t + \Psi_0)} \cdot v_f \} \end{aligned} \quad (8.19)$$

Dada una expresión cualquiera de la tensión v_f :

$$v_f = \sqrt{3/2} \cdot (V_1 \cdot e^{j\alpha_1} + V_2 \cdot e^{-j(2\omega \cdot t + \alpha_2)}) \cdot e^{-j\Psi_0} \quad (8.20)$$

y sustituyéndola en (8.19), se obtiene para la tensión $v_a(t)$:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \operatorname{Re} \left\{ e^{j(\omega \cdot t + \Psi_0)} \cdot \left[\sqrt{3/2} \cdot (V_1 \cdot e^{j\alpha_1} + V_2 \cdot e^{-j(2\omega \cdot t + \alpha_2)}) \right] \cdot e^{-j\Psi_0} \right\} \\ &= \frac{2}{\sqrt{3}} \cdot \sqrt{3/2} \cdot \operatorname{Re} \{ V_1 \cdot e^{j(\omega \cdot t + \alpha_1)} + V_2 \cdot e^{-j(\omega \cdot t + \alpha_2)} \} \\ &= \sqrt{2} \cdot \operatorname{Re} \left\{ \begin{array}{l} V_1 \cdot [\cos(\omega \cdot t + \alpha_1) + j \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \alpha_1)] \\ + V_2 \cdot [\cos(\omega \cdot t + \alpha_2) - j \cdot \operatorname{sen}(\omega \cdot t + \alpha_2)] \end{array} \right\} \\ &= \sqrt{2} \cdot [V_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_1) + V_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_2)] \end{aligned} \quad (8.21)$$

Procediendo del mismo modo para las tensiones $v_b(t)$ y $v_c(t)$, se obtienen las siguientes expresiones analíticas:

$$\begin{aligned} v_a(t) &= \sqrt{2} \cdot [V_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_1) + V_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_2)] \\ v_b(t) &= \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_1 - \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_2 + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ v_c(t) &= \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_1 + \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_2 - \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (8.22)$$

Si no existe componente *inversa* ($V_2 = 0$), las expresiones (8.22) se corresponden a un sistema trifásico simétrico y equilibrado (como en el caso de las tensiones pre- y post-hueco o como las tensiones correspondientes a un hueco de tensión simétrico tipo A).

Como los ángulos α_1 y α_2 de los huecos de tensión asimétricos cumplen (8.12), las tensiones *abc* de (8.22) se pueden reescribir como:

$$\begin{aligned}
 v_a(t) &= \sqrt{2} \cdot [V_1 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a) + V_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ)] \\
 v_b(t) &= \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\
 v_c(t) &= \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \xi \cdot 180^\circ - \frac{2\pi}{3}\right) \right]
 \end{aligned} \tag{8.23}$$

8.5. Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0

Como se comentó en el apartado 8.3 (resultados mostrados en la Tabla 8.2 y en la Tabla 8.3), el módulo de la tensión v_f es invariante con respecto al ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , mientras que el ángulo de v_f sí que depende de este parámetro. En efecto, al variar Ψ_0 el ángulo de v_f se ve desplazado a lo largo del eje vertical. Comparando los casos $\Psi_0 = 0^\circ$ y $\Psi_0 \neq 0^\circ$, el ángulo de v_f se desplaza en el eje vertical una magnitud constante e igual a Ψ_0 .

En la Figura 8.2(a) se muestra la influencia de Ψ_0 al transformar las tensiones abc de un hueco tipo D con una profundidad $h = 0.4$ y una duración $\Delta t = 2.5T$. También se muestran las componentes *directa* e *inversa* de la tensión. Por simplicidad, se ha supuesto que $\alpha_a = 0^\circ$. Todas las expresiones de dicha figura se muestran en por unidad (véase el Apéndice C). Se observa que al transformar las componentes abc de la tensión de un hueco D, el ángulo Ψ_0 tan sólo afecta al ángulo de la tensión transformada y no a su módulo, como se comentó anteriormente.

En la Figura 8.2(b) se muestra la influencia de Ψ_0 al antitransformar una tensión v_f de expresión conocida. Se observa que la misma tensión v_f puede corresponder a la de un hueco tipo D (si $\Psi_0 = 0^\circ$ o $\Psi_0 = 180^\circ$) o a la de un hueco tipo C (si $\Psi_0 = 90^\circ$ o $\Psi_0 = -90^\circ$), así como a otros tipos de huecos no clasificados en la Tabla 8.1. En efecto, suponiendo una expresión de v_f :

$$v_f = 0.7 + 0.3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t} \quad (8.24)$$

e igualándola a la expresión general de la tensión transformada (8.6), resulta:

$$v_f = 0.7 + 0.3 \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t} = \sqrt{3/2} \cdot (\underline{V}_1 + \underline{V}_2^* \cdot e^{-j \cdot 2 \cdot \omega \cdot t}) \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} \quad (8.25)$$

Igualando términos, se obtiene:

$$\begin{aligned} \underline{V}_1 &= \sqrt{2/3} \cdot 0.7 \cdot e^{j \cdot \Psi_0} = 0.57 \angle \Psi_0 \\ \underline{V}_2 &= \sqrt{2/3} \cdot 0.3 \cdot e^{-j \cdot \Psi_0} = 0.25 \angle -\Psi_0 \end{aligned} \quad (8.26)$$

donde se observa que las componentes simétricas de la tensión dependen del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 y, consecuentemente, las componentes abc de las tensiones también depende de este parámetro.

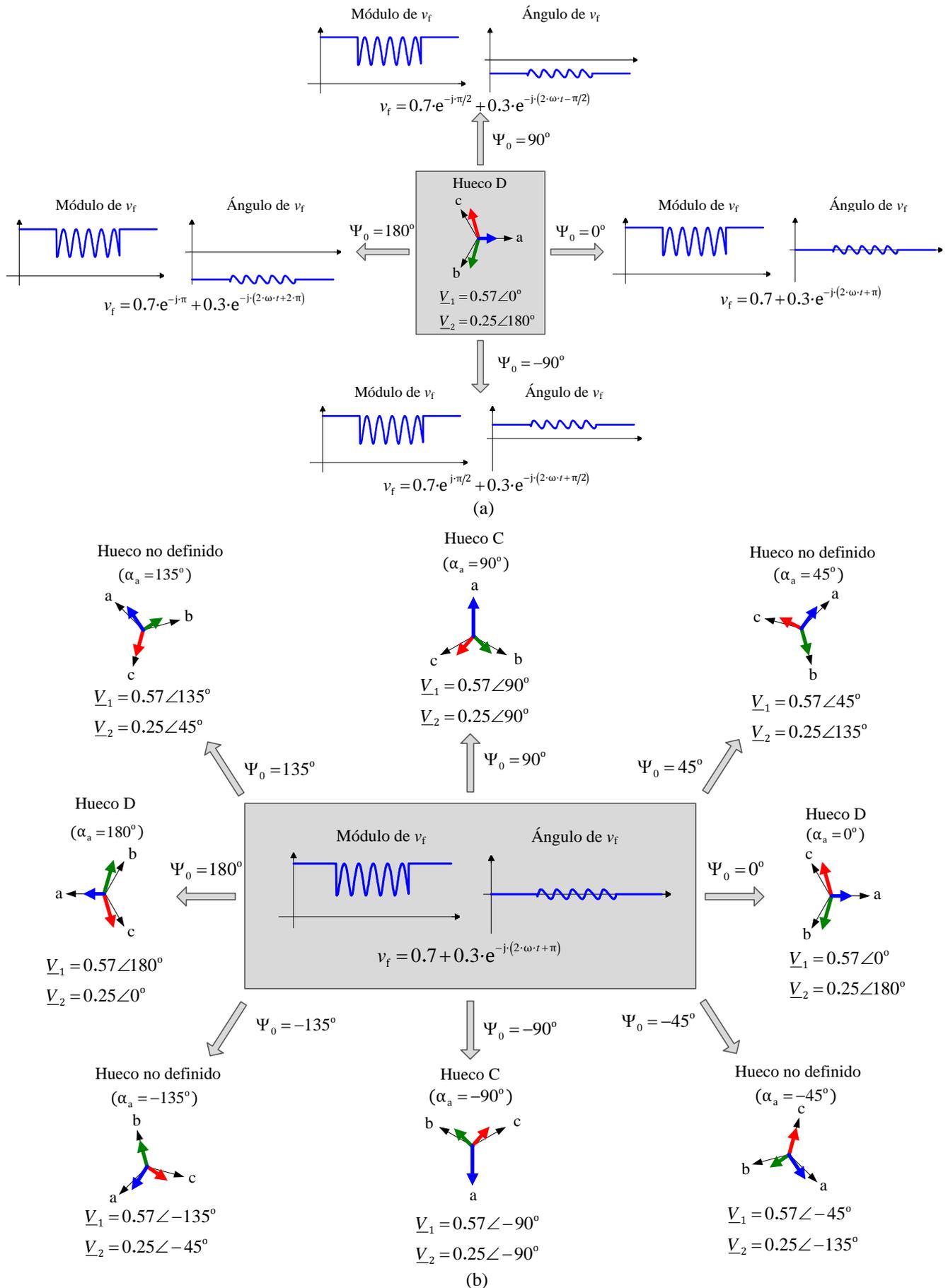


Figura 8.2: Influencia del ángulo inicial de la transformación, Ψ_0 , en la transformación de un hueco tipo D (a) y en la antitransformación de una tensión v_f (b). Parámetros del hueco: $h = 0.4$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

Por otro lado, cabe decir que dado un sistema trifásico abc , el ángulo Ψ_0 elegido para transformar todas las variables (tensiones, corrientes, flujos...) correspondientes a un mismo nivel de tensión y para antitransformarlas, debe ser el mismo. Este ángulo Ψ_0 puede ser cualquiera y no tiene por qué ser nulo obligatoriamente, como se suele hacer en la literatura.

En el caso de un sistema eléctrico con diferentes niveles de tensión, como el representado en la Tabla 8.2, se puede elegir un ángulo Ψ_0 diferente para cada nivel de tensión. Por ejemplo, si se elige un ángulo $\Psi_0 = 0$ para los niveles I y III y un ángulo $\Psi_0 = -90^\circ$ para el nivel de tensión II, los ángulos de v_f son idénticos en los tres niveles de tensión.

La elección de Ψ_0 no modifica en medida alguna el comportamiento dinámico y de régimen permanente de la carga (cumpla o no cumpla las condiciones dadas en el subapartado 8.6.4), ya que como se ha indicado en el apartado 8.3, dicho ángulo únicamente supone un giro de todas las variables transformadas de Ku antes del hueco, durante el hueco, y tras el hueco, pero los desfases relativos entre estas variables (que son los que definen el comportamiento dinámico del dispositivo) permanecen inalterados.

Por último, si el dispositivo eléctrico se encuentra en condiciones de alimentación simétrica y equilibrada antes de la perturbación y se elige $\Psi_0 = \alpha_a$ (siendo α_a el ángulo de la tensión, corriente o flujo de la fase a antes de la perturbación), entonces se está eligiendo a la variable transformada como referencia de ángulos.

8.6. Huecos de tensión que se pueden agrupar

8.6.1. Considerando las tensiones transformadas en referencia sincronismo

De los huecos mostrados en la Tabla 8.1 se observa que el hueco C y el hueco D presentan las mismas componentes *directas*, pero sus componentes *inversas* están desfasadas 180° . Dicho de otro modo, los valores eficaces de los fasores correspondientes a las componentes simétricas son los mismos y lo único que varía es su ángulo. Esto también se cumple con los huecos F y G.

Como se comentó en el subapartado 8.4.1, para que las tensiones transformadas (en referencia sincronismo) de dos huecos presenten el mismo comportamiento temporal (aunque puedan estar desplazadas en el tiempo un ángulo $\Delta\alpha$, si la tercera condición de (8.13) se cumple), los valores eficaces de sus componentes *directa* e *inversa* deben ser iguales, según (8.14). En efecto, esto es lo que sucede para los huecos C y D y para los huecos F y G. A continuación se va a estudiar la relación entre los huecos C y D, aunque el análisis también es válido para los huecos F y G.

En primer lugar, se debe tener en cuenta que un hueco C genera un hueco D y que un hueco D vuelve a generar un hueco C. Por simplicidad en la explicación se supone un hueco D como el de la Tabla 8.1 (simétrico con respecto a la fase a) y con $\alpha_a = 0^\circ$. También se considera que la tensión v_f pre-hueco es la referencia de fases, por lo que $\Psi_0 = \alpha_a = 0^\circ$.

Teniendo presente la expresión del módulo instantáneo de la tensión transformada durante el hueco (8.17) y la correspondiente a su ángulo (8.18), se puede escribir para este hueco D (recuérdese que para el hueco D el parámetro ξ es igual a la unidad):

$$\begin{aligned} |v_f^{(D)}(t)| &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 180^\circ)} \\ \alpha_{v_f}^{(D)}(t) &= \arctan\left(\frac{-V_2 \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t + 180^\circ)}{V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t + 180^\circ)}\right) \end{aligned} \quad (8.27)$$

Por lo que respecta al hueco C, se pueden utilizar los dos enfoques comentados en el apartado 8.3, concernientes a la consideración de que dicho hueco se obtiene al transmitir un hueco D a través de un transformador Dy, o bien no considerar la influencia del transformador y estudiar los huecos C y D por separado.

Si se considera la influencia del transformador, el ángulo α_a del hueco C viene impuesto por el índice horario del transformador, como se comentó en el apartado 8.3. Considerando que el hueco de origen (hueco D con $\alpha_a = 0^\circ$) se transmite a través de un transformador Dy3 (como en la configuración de la Tabla 8.2), entonces para el hueco C se tiene un ángulo $\alpha_a = -90^\circ$. Si se considera que se orienta con respecto a la tensión v_f pre-hueco, entonces $\Psi_0 = \alpha_a = -90^\circ$. Sustituyendo esta condición en las expresiones del módulo (8.17) y la del ángulo (8.18) de la tensión transformada, se obtiene lo siguiente:

$$\begin{aligned} |v_f^{(C)}(t)| &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 180^\circ)} \\ \alpha_{v_f}^{(C)}(t) &= \arctan\left(\frac{-V_2 \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t - 180^\circ)}{V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t - 180^\circ)}\right) \end{aligned} \quad (8.28)$$

siendo estas expresiones equivalentes a las de (8.27).

Se acaba de comprobar que las expresiones analíticas del módulo y del ángulo de las tensiones transformadas de los huecos C y D son las mismas. Por lo tanto, dichas tensiones presentan idéntico comportamiento temporal, lo cual se corresponde con los resultados representados en la Tabla 8.2.

Por otro lado, si no se considera la influencia del transformador, entonces se asume que el hueco C está centrado en la fase a y además $\alpha_a = 0^\circ$ (según la Tabla 8.1). Si se orienta con respecto a la tensión v_f pre-hueco ($\Psi_0 = \alpha_a = 0^\circ$), las expresiones (8.28) se reescriben de la siguiente manera:

$$\begin{aligned} |v_f^{(C)}(t)| &= \sqrt{3/2} \cdot \sqrt{V_1^2 + V_2^2 + 2 \cdot V_1 \cdot V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)} \\ \alpha_{v_f}^{(C)}(t) &= \arctan\left(\frac{-V_2 \cdot \sen(2 \cdot \omega \cdot t)}{V_1 + V_2 \cdot \cos(2 \cdot \omega \cdot t)}\right) \end{aligned} \quad (8.29)$$

Es evidente que las expresiones (8.27) y (8.29) no son las mismas. No obstante, como se comentó en el apartado 8.3, al no considerar la influencia del transformador los huecos estudiados ya no presentan los mismos instantes de recuperación de la tensión, t_{fh} , sino que éstos vienen determinados por el tipo de hueco, como se muestra en la Tabla 3.2 del Capítulo 3. Obsérvese de esta tabla que el hueco C se recupera en el instante:

$$t_{fh}^{(C)} = -t_{\alpha_a} + t_{\psi} + t_{90} \quad (8.30)$$

mientras que el instante de recuperación de la tensión para el hueco D es:

$$t_{fh}^{(D)} = -t_{\alpha_a} + t_{\psi} \quad (8.31)$$

Por lo tanto, la diferencia entre los instantes t_{th} de los huecos C y D es t_{90} , que es el tiempo correspondiente a 90° , es decir, 5 ms (considerando una frecuencia de 50 Hz). Suponiendo que los huecos son de igual duración, la diferencia entre sus instantes de inicio, t_{0h} , también es de 90° o 50 ms (a 50 Hz). Obsérvese de la Tabla 3.2 que la comparativa es también válida para los huecos F y G, ya que entre sus instantes t_{th} existe un desfase de -90° o 270° (15 ms a 50 Hz).

Cabe notar que el hecho de que el comportamiento temporal de las tensiones transformadas (en referencia sincronismo) de los huecos C y D estén desfasadas 180° , como se observa al comparar las ecuaciones (8.27) y (8.29), junto con el hecho de presentar un desfase de 90° entre sus instantes de recuperación de la tensión implica que la evolución temporal de los huecos C y D es exactamente la misma, pero desplazada 90° o 5 ms (a 50 Hz) en el tiempo. El razonamiento también es válido para los huecos F y G, en cuyo caso el desfase entre sus tensiones transformadas es de 270° o 15 ms (a 50 Hz).

Obsérvese que lo comentado anteriormente se corresponde con los resultados obtenidos en la Tabla 8.3 en particular, y con los de la presente tesis doctoral en general.

Por lo tanto, se puede afirmar lo siguiente (teniendo en cuenta los instantes de recuperación de la tensión mostrados en la Tabla 3.2):

$$\begin{aligned} x_f^{(D)}(t) &= x_f^{(C)}(t - t_{90}) \quad ; \quad x_f^{(F_1)}(t) = x_f^{(G_1)}(t - t_{270}) \quad ; \quad x_f^{(G_2)}(t) = x_f^{(F_2)}(t - t_{270}) \\ x_f^{(A_1)}(t) &= x_f^{(A_2)}(t - t_{90}) \quad ; \quad x_f^{(A_5)}(t) = x_f^{(A_4)}(t - t_{90}) \end{aligned} \quad (8.32)$$

donde x hace referencia a la variable transformada estudiada (tensión, corriente o flujo). Estas expresiones se deben leer de la siguiente manera: lo que le sucede a la variable x en un hueco tipo D en un instante t es lo mismo que lo que le sucede a la misma variable en un hueco tipo C en un instante retrasado 90° en el tiempo. El mismo razonamiento se aplica al resto de huecos.

En la ecuación (8.32) también se han incluido los huecos de tensión simétricos A_1 , A_2 , A_4 y A_5 . Las igualdades correspondientes son ciertas porque durante las sucesivas etapas en la recuperación de la tensión aparecen los huecos C, D, F o G (según se observa en la Tabla 3.7 del Capítulo 3). Por un lado, el hueco A_1 se convierte en un hueco C y el hueco A_2 en uno tipo D, y como se acaba de comprobar que los huecos C y D están relacionados entre sí, lo mismo se puede decir para los huecos A_1 y A_2 . Por otro lado, el hueco A_4 se transforma en un hueco F y luego en un tipo C, mientras que el hueco A_5 se convierte en un G y a continuación en un D. En efecto, los pares C-D y F-G están relacionados entre sí, luego los huecos A_1 y A_5 también lo están.

Teniendo en cuenta las relaciones (8.32) se puede decir que cuando se desee estudiar el efecto de los huecos de tensión sobre un dispositivo eléctrico, es suficiente con considerar cinco tipologías de huecos, ya que los siguientes pares de huecos presentan la misma evolución temporal en sus tensiones transformadas: A₁-A₂, A₄-A₅, C-D, F₁-G₁ y F₂-G₂.

La demostración anterior también se podría haber hecho de forma más general, suponiendo un hueco tipo D cuyo ángulo de la tensión de la fase a es $\alpha_a^{(D)}$. Este hueco se transmite a través de un transformador Dy con un índice horario IH. En el secundario del transformador se obtiene un hueco tipo C cuyo ángulo de la tensión de la fase a es:

$$\alpha_a^{(C)} = \alpha_a^{(D)} - \frac{\pi}{6} \cdot IH \quad (8.33)$$

Se utilizan los ángulos $\Psi_0^{(D)}$ y $\Psi_0^{(C)}$ para transformar las tensiones. Para que las tensiones de ambos huecos sean iguales, se debe cumplir que:

$$\left| v_f^{(D)}(t) \right| = \left| v_f^{(C)}(t) \right| \quad ; \quad \alpha_{v_f}^{(D)}(t) = \alpha_{v_f}^{(C)}(t) \quad (8.34)$$

Por lo que respecta al ángulo de la tensión transformada, teniendo en cuenta la expresión (8.18), se deben cumplir dos condiciones para que las tensiones transformadas de los huecos C y D sean iguales. La primera condición es la siguiente:

$$2 \cdot \alpha_a^{(D)} + \pi = 2 \cdot \alpha_a^{(C)} + k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.35)$$

Sustituyendo (8.33) en (8.35), se obtiene:

$$2 \cdot \alpha_a^{(D)} + \pi = 2 \cdot \alpha_a^{(D)} - \frac{\pi}{3} \cdot IH + k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.36)$$

resultando:

$$\pi + \frac{\pi}{3} \cdot IH = k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.37)$$

La segunda condición es:

$$\alpha_a^{(D)} - \Psi_0^{(D)} = \alpha_a^{(C)} - \Psi_0^{(C)} + k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.38)$$

Sustituyendo (8.33) en (8.38), se obtiene:

$$\alpha_a^{(D)} - \Psi_0^{(D)} = \alpha_a^{(D)} - \frac{\pi}{6} \cdot IH - \Psi_0^{(C)} + k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.39)$$

resultando:

$$\Psi_0^{(C)} = \Psi_0^{(D)} - \frac{\pi}{6} \cdot IH + k \cdot 2 \cdot \pi \quad (8.40)$$

Por tanto, las condiciones son:

$$\left. \begin{aligned} \pi + \frac{\pi}{3} \cdot IH &= k \cdot 2 \cdot \pi \\ \Psi_0^{(C)} &= \Psi_0^{(D)} - \frac{\pi}{6} \cdot IH + k \cdot 2 \cdot \pi \end{aligned} \right\} \quad (8.41)$$

La primera condición de (8.41) únicamente se cumple para los índices horarios 3 y 9. Sustituyendo esta restricción en la segunda condición de (8.41), se obtiene la condición que deben cumplir los ángulos Ψ_0 para que la tensión v_f sea igual en módulo y ángulo:

$$\left. \begin{aligned} \Psi_0^{(C)} &= \Psi_0^{(D)} - 90^\circ \quad (\text{Dy3}) \\ \Psi_0^{(C)} &= \Psi_0^{(D)} - 270^\circ \quad (\text{Dy9}) \end{aligned} \right\} \quad (8.42)$$

Aunque la condición anterior indica qué valores debe tener el ángulo Ψ_0 en los huecos C y D para que la evolución temporal del ángulo de la tensión v_f sea idéntica, cabe recordar que el ángulo Ψ_0 no tiene ninguna influencia en el comportamiento dinámico del dispositivo que se somete a huecos de tensión, ya que únicamente representa un cambio en la referencia de ángulos.

También cabe mencionar que si los dispositivos tienen simetría de 120° , se obtendrán conclusiones similares si los transformadores son Dy1, Dy5, Dy7 y Dy11, con los que en la transferencia de huecos del primario al secundario se obtienen huecos simétricos con respecto a las fases b ó c, como se indica en la Tabla 8.4.

8.6.2. Considerando otras aproximaciones al modelado de los huecos

La Figura 8.3 muestra las tres aproximaciones que se pueden utilizar para el modelado de los huecos de tensión. La primera opción [Figura 8.3(a)], que es el enfoque utilizado generalmente en la literatura, considera que el instante t_{fh} puede presentar cualquier valor, es decir, el hueco se inicia y finaliza en instantes de tiempo arbitrarios. La tercera opción [Figura 8.3(c)] es la más precisa ya que considera que las faltas se despejan en los pasos por cero de la corriente. Por ello, cuando el hueco finaliza en t_{fh} la falta no se despeja instantáneamente, sino en distintas etapas. Los instantes de las sucesivas recuperaciones de la tensión se muestran en la Tabla 3.2 del Capítulo 3.

Este último enfoque tiene la desventaja de su implementación en los generadores de huecos de laboratorio, dada la dificultad de implementar los instantes de recuperación discretos. Por este motivo, se propone un tercer enfoque, que puede ser considerado como una aproximación intermedia entre los dos enfoques anteriores. El enfoque propuesto se muestra en la Figura 8.3(b) y considera que el instante t_{fh} se escoge de acuerdo a los instantes discretos de la recuperación de la tensión pero considerando que la falta se despeja abruptamente, es decir, en el mismo instante en todas las fases afectadas (los instantes t_{fh} abruptos se muestran en la Tabla 3.3 del Capítulo 3). Esta modelización (hueco con recuperación abrupta de la tensión) presenta dos ventajas:

- Se obtendrán unos efectos más severos que en el caso de considerar la recuperación de la tensión por etapas, como muestran los resultados obtenidos en la presente tesis doctoral (Capítulo 7) para el generador de inducción doblemente alimentado.
- Esta modelización es fácil de implementar en los equipos generadores de huecos que se comercializan actualmente.

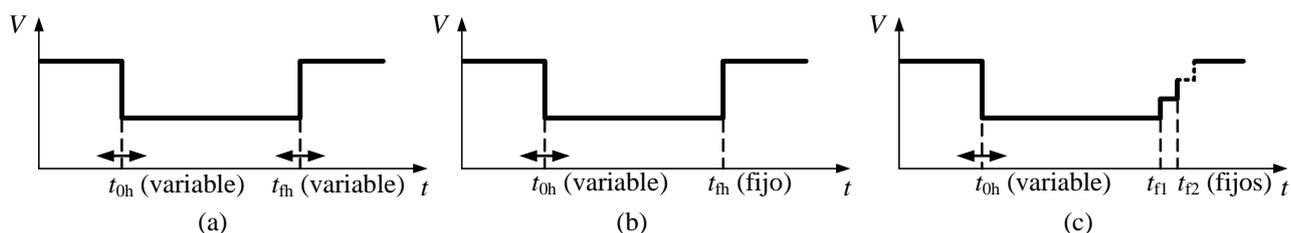


Figura 8.3: Distintas posibilidades de modelizar un hueco de tensión. Los gráficos se corresponden con el valor eficaz de la tensión durante el evento. (a) Hueco modelado abrupto, el cual se produce en cualquier instante; (b) Hueco modelado abrupto, cuya recuperación de la tensión tiene lugar en un tiempo t_{fh} fijo; (c) Hueco modelado discreto (recuperación de la tensión por etapas).

Cabe notar que la agrupación de los huecos de tensión en cinco tipologías, según se comentó en el subapartado anterior, es válida siempre que el hueco se modele con instantes de recuperación fijos [Figura 8.3(b) o Figura 8.3(c)]. No obstante, si los huecos se modelizan de acuerdo con el modelo de la Figura 8.3(a) (recuperación abrupta de la tensión en un instante de tiempo arbitrario) tan sólo es suficiente estudiar tres tipologías de hueco: A, C y F. Esto es debido a que no existen distintos subtipos para los huecos A y F cuando el instante t_{in} es arbitrario. A pesar de que este no es un enfoque realista sobre el modelado de los huecos de tensión, es el adoptado comúnmente en la literatura.

8.6.3. Considerando las componentes abc de las tensiones

Considérense los huecos C y D, las tensiones transformadas de los cuales presentan el mismo comportamiento temporal, y ténganse en cuenta las expresiones analíticas para el cálculo de las componentes abc de las tensiones de la red (8.23). En la Tabla 8.7 se recoge una comparativa entre los fasores (obtenidos como la suma de los correspondientes fasores de componente directa e inversa) y entre la evolución temporal de las tensiones de fase para ambos huecos.

Expresiones analíticas	Hueco C ($\xi = 0$)		Hueco D ($\xi = 1$)	
	Fasor	Evolución temporal	Fasor	Evolución temporal
$v_a(t) = \sqrt{2} \cdot [V_1 \cdot \cos(\omega \cdot t) + V_2 \cdot \cos(\omega \cdot t + \xi \cdot 180^\circ)]$				
$v_b(t) = \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \xi \cdot 180^\circ + \frac{2\pi}{3}\right) \right]$				
$v_c(t) = \sqrt{2} \cdot \left[V_1 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) + V_2 \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \xi \cdot 180^\circ - \frac{2\pi}{3}\right) \right]$				

Tabla 8.7: Huecos C y D: expresiones analíticas, fasores y evolución temporal de las tensiones de fase. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

En la Tabla 8.7 se observa que el comportamiento temporal de las componentes abc de las tensiones de los huecos C y D es distinto. Por lo tanto, se concluye que la simplificación en el estudio de huecos en cinco tipologías (según el subapartado anterior) es válida si se trabaja con las variables transformadas. En variables reales (componentes abc) no se cumple la similitud entre los efectos producidos por las parejas de huecos agrupados.

Cabe decir que el hecho de que las parejas de huecos A_1-A_2 , A_4-A_5 , C-D, F_1-F_2 y G_1-G_2 produzcan el mismo efecto en las variables transformadas (tensiones, corrientes o flujos), implica que las magnitudes de la carga estudiada que se puedan obtener por medio de dichas variables también presentarán idéntico comportamiento: potencia instantánea, potencia reactiva instantánea, velocidad mecánica, ángulo mecánico, par electromagnético, pérdidas, rendimiento... En el subapartado 8.7.1 se comprueba este efecto para el generador de inducción trifásico.

Como se ha comprobado en este subapartado, el comportamiento temporal de las componentes abc de las variables (tensiones, corrientes o flujos) es distinto para las parejas de huecos agrupados. Por lo tanto, si el dispositivo se controla frente a huecos de tensión, para que lo comentado anteriormente sea válido el control se debe realizar en variables transformadas y no en variables de fase (componentes abc).

8.6.4. Simplificación en el estudio de los huecos de tensión

Teniendo en cuenta el estudio desarrollado en el presente apartado, se puede concluir que de las catorce tipologías de huecos de tensión discretos de la literatura (según *M. H. J. Bollen* [24]: A_1 , A_2 , A_3 , A_4 , A_5 , B, C, D, E_1 , E_2 , F_1 , F_2 , G_1 y G_2), es suficiente contemplar cinco de ellas, dado que las siguientes parejas de huecos causan el mismo efecto sobre la carga estudiada: A_1-A_2 , A_4-A_5 , C-D, F_1-G_1 y F_2-G_2 . Por lo tanto, cuando se desee estudiar el efecto de los huecos de tensión sobre un dispositivo eléctrico, se propone considerar únicamente las siguientes tipologías: A_1 , A_4 , C, F_1 y F_2 . Esto es cierto siempre que no exista componente *homopolar* de las tensiones (si la carga está conectada en estrella aislada o en triángulo) y se deben cumplir las siguientes condiciones:

- Las variables transformadas del dispositivo en referencia sincronismo y régimen permanente equilibrado deben ser constantes. No obstante, también sería válido si se utilizara cualquier otra referencia para la obtención de las variables transformadas, siempre que se cumpla la condición anterior en la referencia sincronismo.
- Si el dispositivo está controlado (véase el ejemplo del subapartado 8.7.2), su control se tiene que realizar en variables transformadas (en cualquier referencia). La simplificación no es válida si el control se realiza en variables abc .

Cabe notar que se simplifica considerablemente el estudio del efecto de los huecos de tensión sobre los dispositivos eléctricos que cumplen las anteriores condiciones, ya que se reduce el número de simulaciones o de ensayos de laboratorio. En efecto, considerando las cinco tipologías propuestas, se están contemplando las catorce tipologías de la literatura.

8.7. Validación del estudio para otros tipos de carga

Con el fin de validar el estudio desarrollado en el presente capítulo se simula el comportamiento dinámico de tres cargas distintas que se someten a huecos de tensión: un generador de inducción trifásico, un inversor trifásico en fuente de tensión con interruptores controlados y un rectificador trifásico a diodos. Para ello, se adopta el segundo enfoque comentado en el apartado 8.3, es decir, no se considera la influencia del transformador, por lo que cada hueco de tensión presenta sus propios instantes de recuperación de la tensión (mostrados en la Tabla 3.2 del Capítulo 3).

Todos los huecos simulados en este apartado se modelizan discretos y presentan una profundidad $h = 0.1$ y una duración $\Delta t = 2.5T$. Por simplicidad, se considera que los huecos son simétricos con respecto a la fase a. Además, se supone que $\alpha_a = 0^\circ$ y que $\Psi_0 = \alpha_a$.

8.7.1. Generador de inducción trifásico

Se considera un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla de 2.3 MW de potencia nominal utilizado en un aerogenerador de velocidad fija. Sus parámetros se han obtenido de *J. Pedra et al.* [66] y se muestran en la Tabla 8.8.

Parámetro	Símbolo	Valor
Potencia nominal	P_n	2.3 MW
Tensión nominal	U_n	690 V
Factor de potencia nominal	$\cos(\varphi_n)$	0.887
Corriente nominal	I_n	2169.67 A
Frecuencia nominal	f_n	50 Hz
Velocidad de giro nominal	ω_n	1512 rpm
Par nominal	Γ_n	14.747 kN·m
Momento de inercia	J	372.862 kg·m ²
Pares de polos	\wp	2
Resistencia del estator	R_s	1.160 mΩ
Resistencia del rotor	R_r	1.409 mΩ
Inductancia de dispersión del estator	L_{sd}	0.067 mH
Inductancia de dispersión del rotor	L_{rd}	0.067 mH
Inductancia magnetizante	M	2.133 mH

Tabla 8.8: Parámetros del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla. Fuente: *J. Pedra et al.* [66].

Al tratarse de una máquina de jaula de ardilla, su modelo dinámico es exactamente el mismo que el de la máquina de inducción doblemente alimentada pero considerando nulas las tensiones del rotor. Por lo tanto al considerar $v_{rf} = 0$ en las ecuaciones (6.2), resulta:

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{rf} \\ 0 &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \\ \Gamma_m - \Gamma_{res} &= J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \\ \omega_m &= \frac{d\theta_m}{dt} \end{aligned} \right\} \quad (8.43)$$

donde el par resistente en el funcionamiento como generador, Γ_{res} , es negativo y se supone que es de valor constante e igual al par nominal de la máquina (Tabla 8.8). El par electromagnético viene dado por (4.104):

$$\Gamma_m = \wp \cdot 2 \cdot M \cdot \text{Im} \{ i_{sf} \cdot i_{rf}^* \} \quad (8.44)$$

Por otro lado, teniendo en cuenta que en la máquina de inducción trifásica de jaula de ardilla tan sólo existe alimentación por su estator, las potencias instantánea y reactiva instantánea intercambiadas con la red se calculan por medio de las siguientes expresiones (obtenidas de la Tabla 4.5 y de la Tabla 4.6 del Capítulo 4):

$$\begin{aligned} p &= 2 \cdot \text{Re} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \\ q &= \frac{2}{\omega_s} \cdot \left[\text{Re} \left\{ v_{sf} \cdot \left(\frac{di_{sf}}{dt} \right)^* \right\} + \omega_s \cdot \text{Im} \{ v_{sf} \cdot i_{sf}^* \} \right] \end{aligned} \quad (8.45)$$

En las siguientes figuras se muestra la evolución temporal de las variables del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos: módulo y ángulo de la tensión del estator transformada, $|v_{sf}|$ y $\alpha_{v_{sf}}$, en la Figura 8.4; módulo y ángulo de la corriente del estator transformada, $|i_{sf}|$ y $\alpha_{i_{sf}}$, en la Figura 8.5; módulo y ángulo de la corriente del rotor transformada, $|i_{rf}|$ y $\alpha_{i_{rf}}$, en la Figura 8.6; y finalmente, par electromagnético, Γ_m , potencia instantánea, p , y potencia reactiva instantánea, q , en la Figura 8.7. Todos los resultados se muestran en por unidad, por lo que se dividen entre los correspondientes valores nominales mostrados en la Tabla 8.8. Por lo que respecta al módulo de las tensiones y corrientes transformadas, éstas se dividen entre $\sqrt{3/2} \cdot V_n$ y $\sqrt{3/2} \cdot I_n$, respectivamente, como se indica en el Apéndice C.

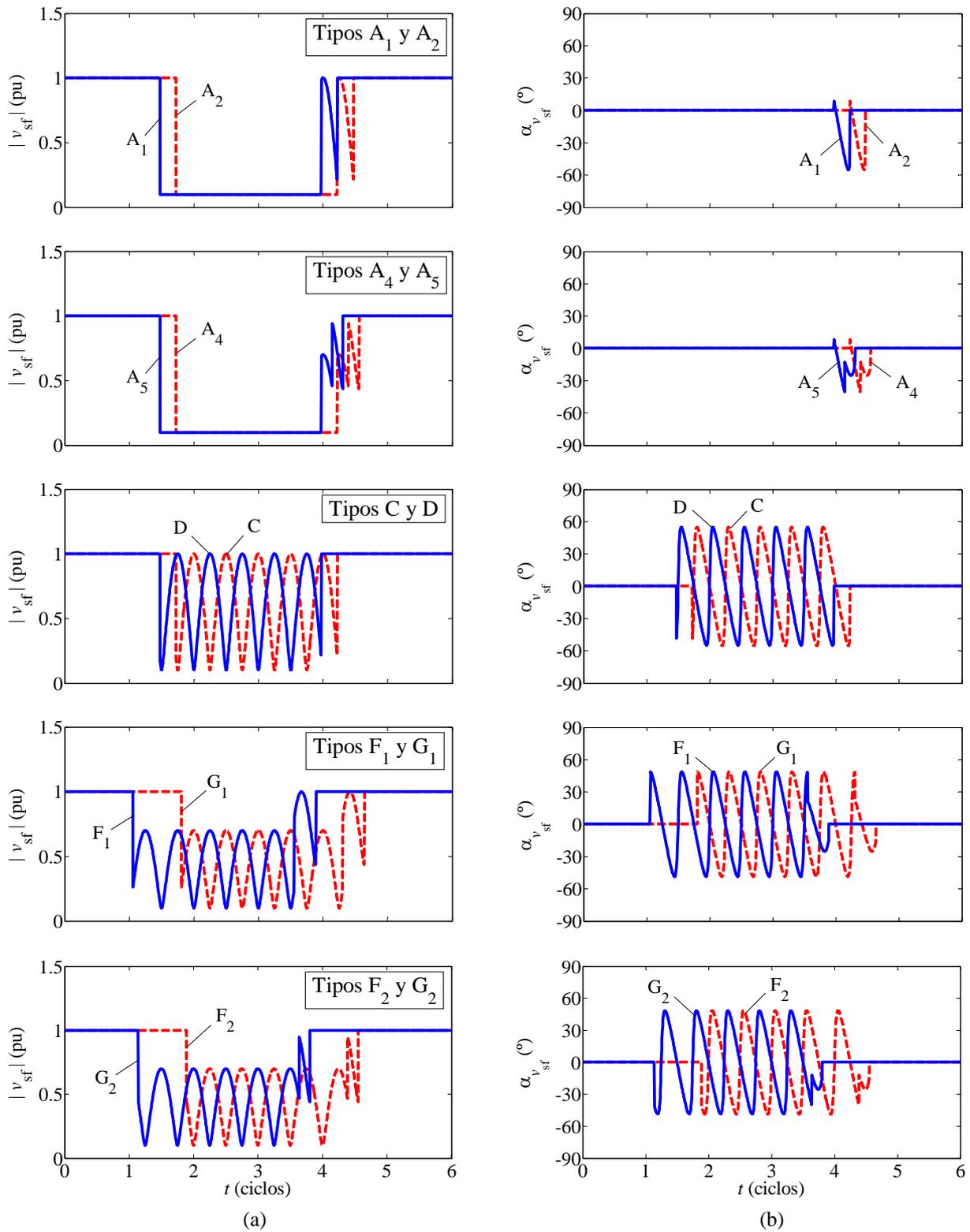


Figura 8.4: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la tensión del estator transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

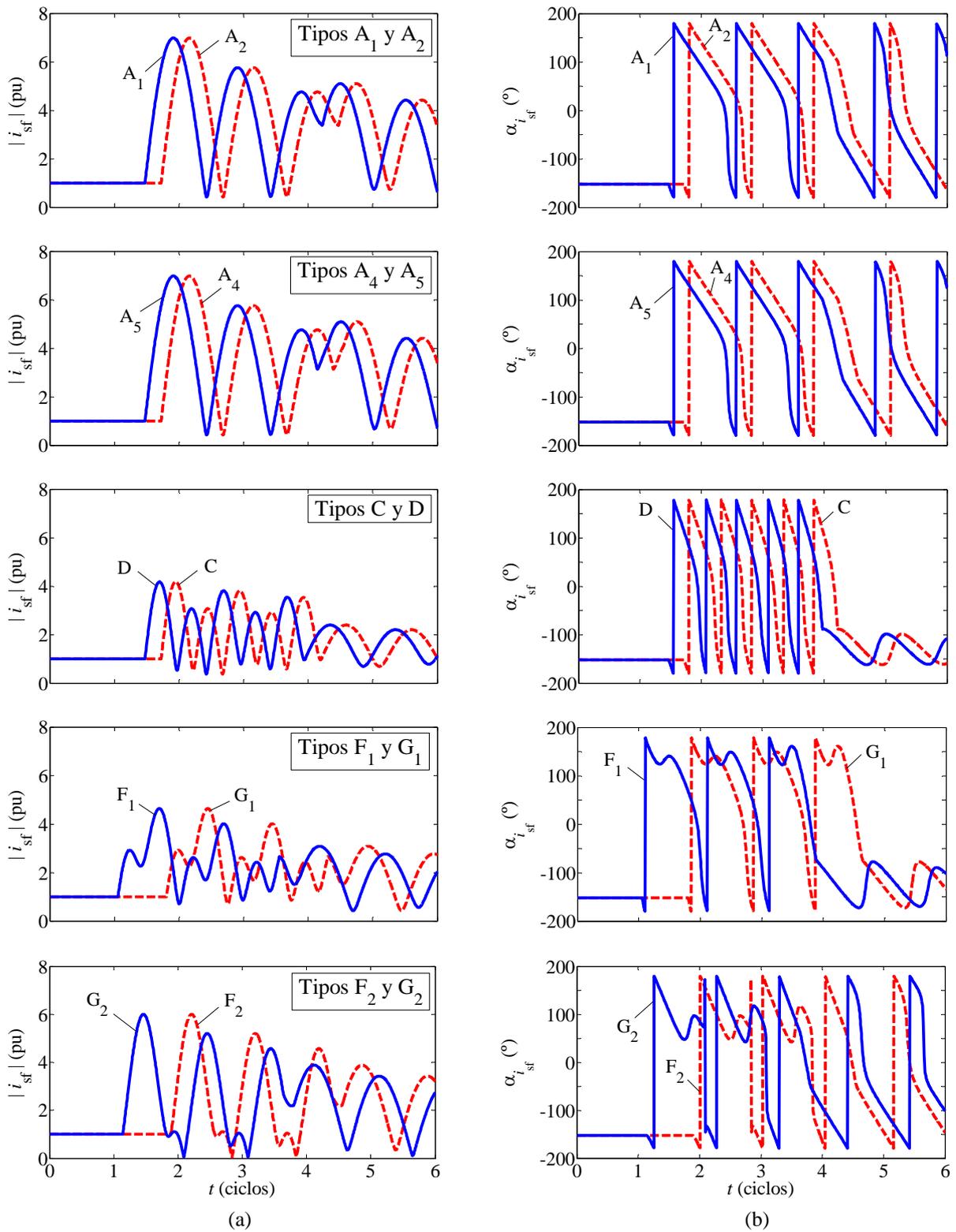


Figura 8.5: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente del estator transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

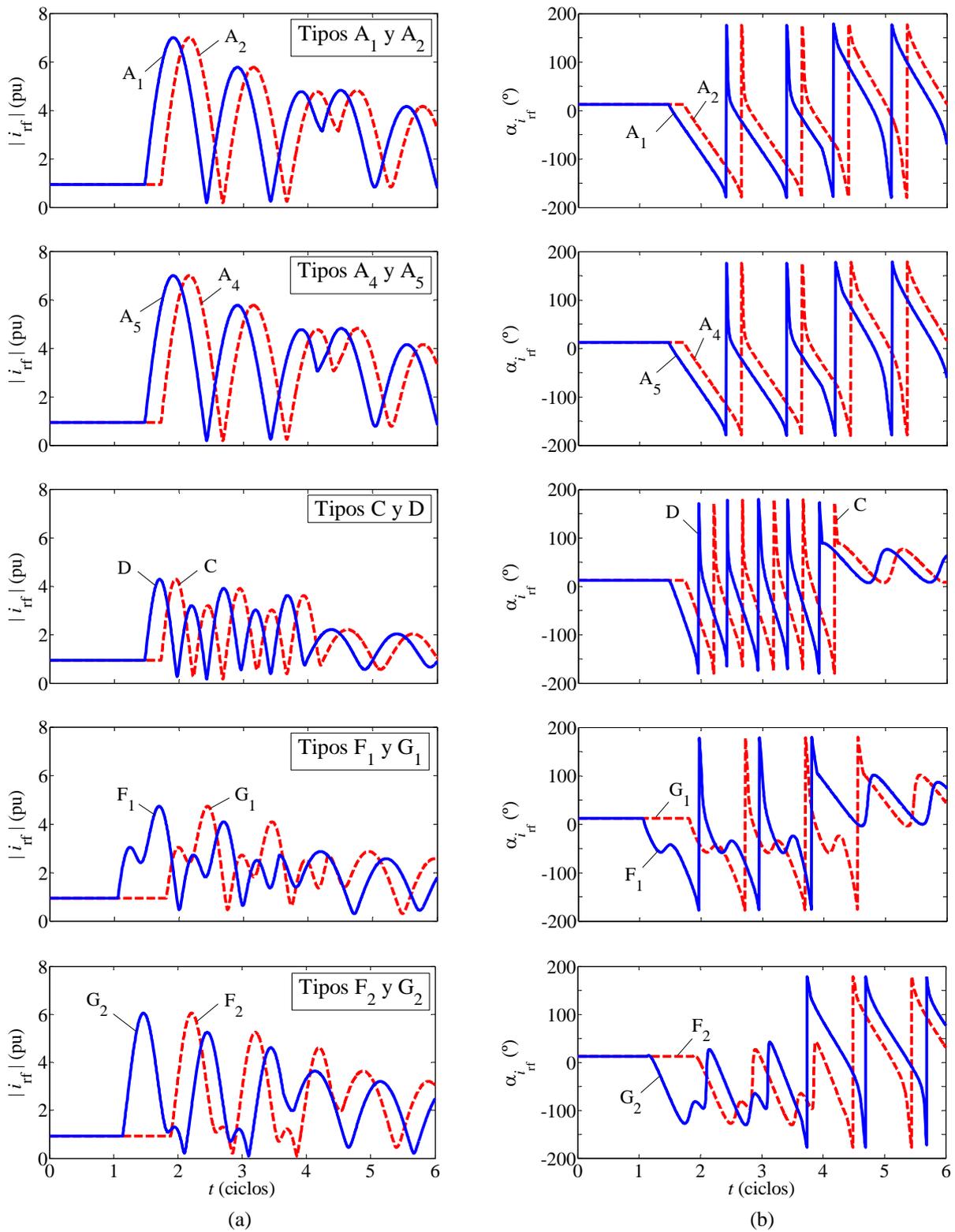


Figura 8.6: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente del rotor transformada de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

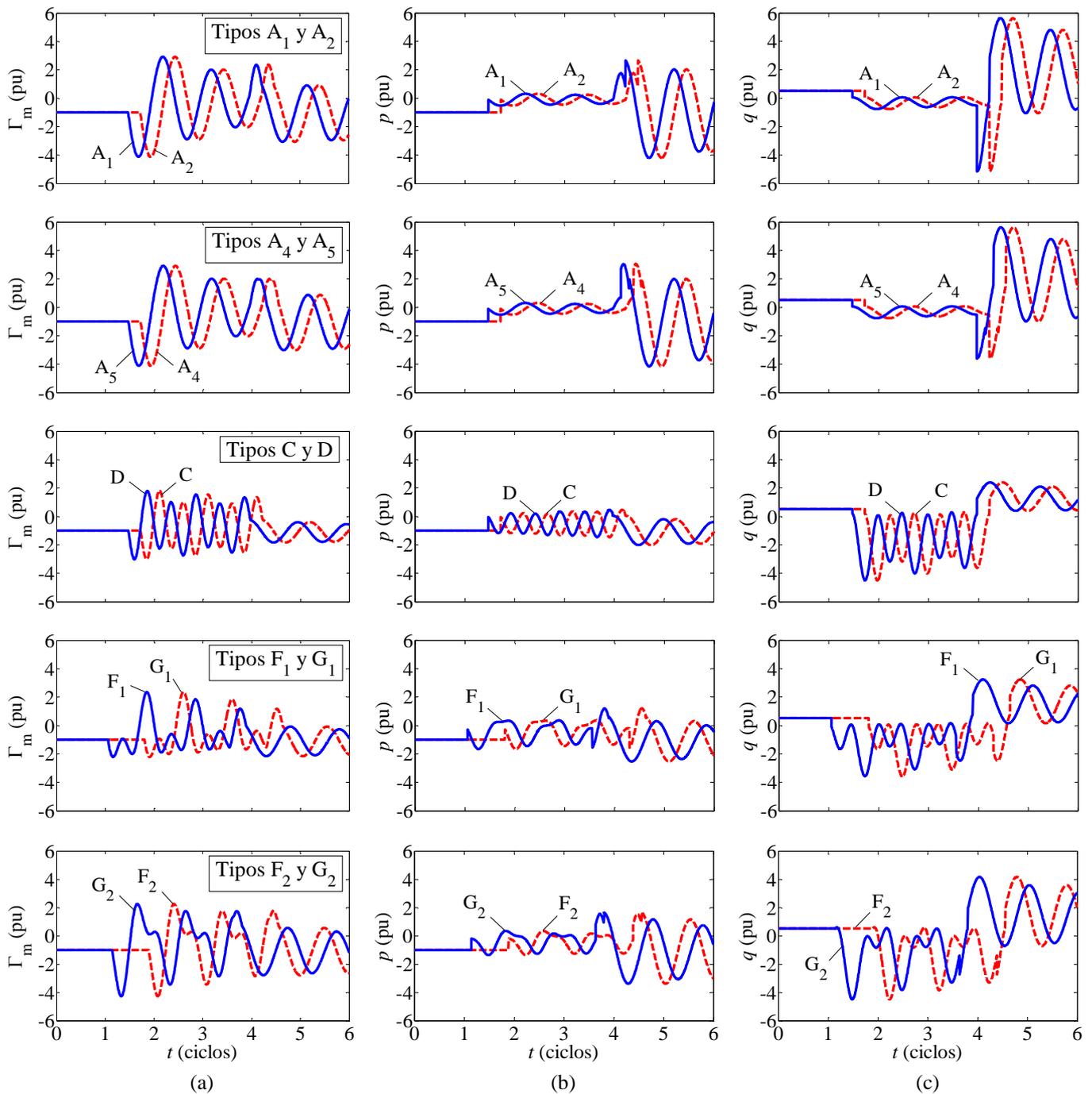


Figura 8.7: Evolución temporal del par electromagnético (a), de la potencia instantánea (b) y de la potencia reactiva instantánea (c) de un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

De los resultados mostrados en las figuras anteriores se observa que el comportamiento dinámico de las tensiones y corrientes transformadas en referencia sincronismo, así como de las magnitudes calculadas a partir de estas variables transformadas (como el par electromagnético o las potencias instantáneas) correspondientes a las parejas de huecos agrupados es el mismo pero desplazado en el tiempo. Por lo tanto, se cumplen las igualdades dadas en (8.32).

Cabe notar que los resultados mostrados en las figuras anteriores se han obtenido considerando la referencia sincronismo para la obtención de las variables transformadas. No obstante, el estudio presentado en este capítulo es válido para cualquier otra referencia, como la referencia fija al estator o la referencia fija al rotor.

Aplicando la transformación de Ku compuesta (4.63), se obtienen las variables transformadas de Ku del estator (x_{s0} , x_{sf} y x_{sb}) y del rotor (x_{r0} , x_{rf} y x_{rb}) de la máquina eléctrica:

$$\begin{bmatrix} x_{s0} \\ x_{sf} \\ x_{sb} \\ x_{r0} \\ x_{rf} \\ x_{rb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 & 0 & 0 & 0 \\ e^{-j\cdot\Psi} & a \cdot e^{-j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{-j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ e^{j\cdot\Psi} & a^2 \cdot e^{j\cdot\Psi} & a \cdot e^{j\cdot\Psi} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 0 & 0 & e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \\ 0 & 0 & 0 & e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a^2 \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} & a \cdot e^{j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} x_{sa} \\ x_{sb} \\ x_{sc} \\ x_{ra} \\ x_{rb} \\ x_{rc} \end{bmatrix} \quad (8.46)$$

Considerando únicamente la componente *forward*, ésta se obtiene por medio de:

$$\begin{aligned} x_{sf} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j\cdot\Psi} \cdot (x_{sa} + a \cdot x_{sb} + a^2 \cdot x_{sc}) \\ x_{rf} &= \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j\cdot(\Psi-\varphi\cdot\theta_m)} \cdot (x_{ra} + a \cdot x_{rb} + a^2 \cdot x_{rc}) \end{aligned} \quad (8.47)$$

En función de la referencia escogida, los ángulos Ψ y $\Psi - \varphi \cdot \theta_m$ serán distintos. Si se utiliza la referencia fija al estator, se cumple:

$$\Psi = 0 \quad \Rightarrow \quad \Psi - \varphi \cdot \theta_m = -\varphi \cdot \theta_m \quad (8.48)$$

Si se escoge la referencia fija al rotor, las relaciones son:

$$\Psi - \varphi \cdot \theta_m = 0 \quad \Rightarrow \quad \Psi = \varphi \cdot \theta_m \quad (8.49)$$

Mientras que si la referencia considerada es la referencia sincronismo, se tiene:

$$\Psi = \int \omega_s dt = \omega_s \cdot t + \Psi_0 \quad \Rightarrow \quad \Psi - \varphi \cdot \theta_m = \omega_s \cdot t + \Psi_0 - \varphi \cdot \theta_m \quad (8.50)$$

En la Tabla 8.9 se muestran las expresiones de las variables transformadas de Ku (8.47) para las distintas referencias, teniendo en cuenta las relaciones anteriores (8.48)-(8.50).

Referencia	Variable del estator	Variable del rotor
Estator	$x_{sf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (x_{sa} + a \cdot x_{sb} + a^2 \cdot x_{sc})$	$x_{rf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{j \cdot \varphi \cdot \theta_m} \cdot (x_{ra} + a \cdot x_{rb} + a^2 \cdot x_{rc})$
Rotor	$x_{sf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j \cdot \varphi \cdot \theta_m} \cdot (x_{sa} + a \cdot x_{sb} + a^2 \cdot x_{sc})$	$x_{rf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (x_{ra} + a \cdot x_{rb} + a^2 \cdot x_{rc})$
Sincronismo	$x_{sf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j \cdot (\omega_s \cdot t + \Psi_0)} \cdot (x_{sa} + a \cdot x_{sb} + a^2 \cdot x_{sc})$	$x_{rf} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot e^{-j \cdot (\omega_s \cdot t + \Psi_0 - \varphi \cdot \theta_m)} \cdot (x_{ra} + a \cdot x_{rb} + a^2 \cdot x_{rc})$

Tabla 8.9: Obtención de las variables transformadas de Ku de una máquina eléctrica en las distintas referencias.

Comparando las expresiones mostradas en la Tabla 8.9 se obtienen las relaciones entre las variables transformadas en las distintas referencias, las cuales se muestran en la Figura 8.8. Cabe notar que estas relaciones son válidas tanto para las variables del estator como para las variables del rotor de la máquina eléctrica.

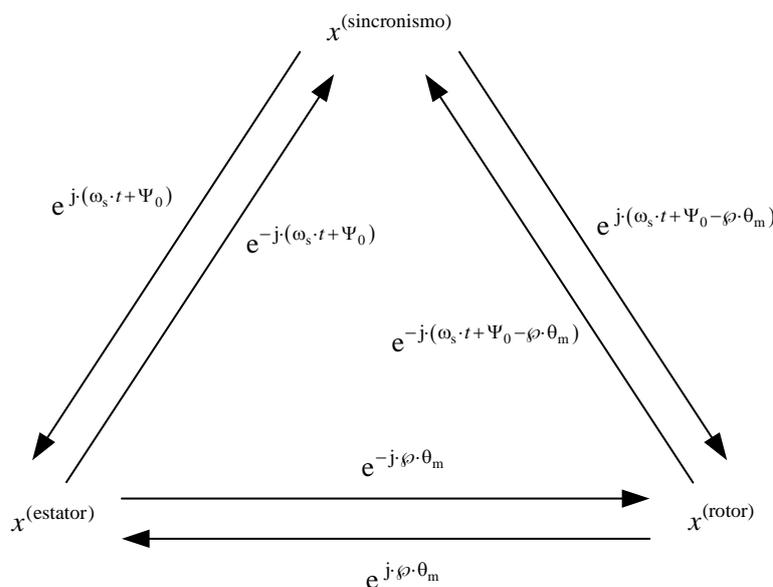


Figura 8.8: Relaciones entre las variables transformadas en las distintas referencias.

Teniendo presente las relaciones dadas en la Figura 8.8, se obtienen las variables transformadas (tensión del estator, corriente del estator y corriente del rotor) del generador de inducción trifásico en referencia fija al estator y en referencia fija al rotor. Los resultados se muestran en la Figura 8.9 (módulo de las variables transformadas) y en la Figura 8.10 (ángulo de las variables transformadas). Cabe notar que el par electromagnético, la potencia instantánea y la potencia reactiva instantánea no se han representado, ya que su comportamiento dinámico, mostrado en la Figura 8.7, es el mismo independientemente de la referencia que se haya escogido para la obtención de las variables transformadas.

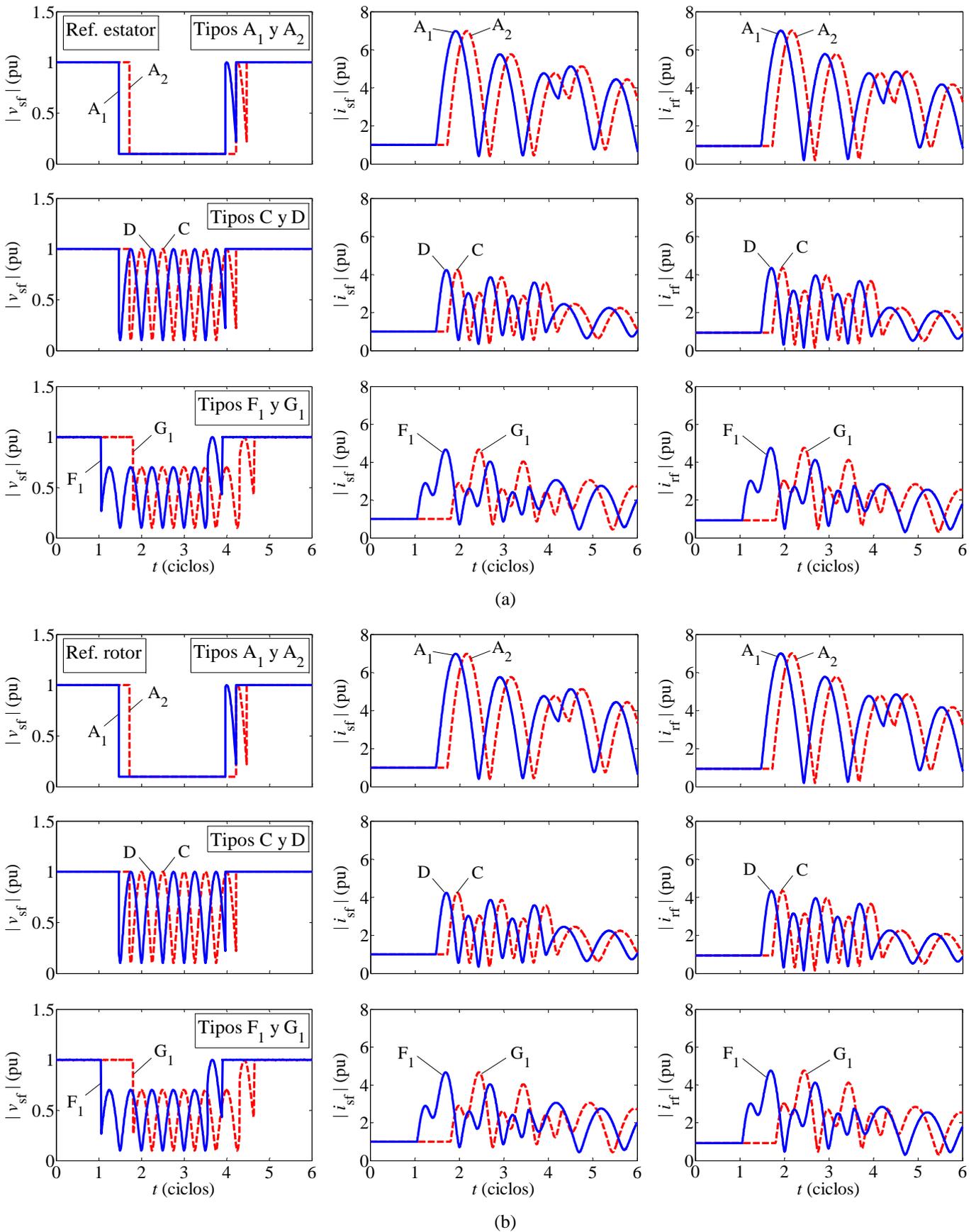


Figura 8.9: Evolución temporal del módulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.
 (a) Variables transformadas en referencia fija al estator; (b) Variables transformadas en referencia fija al rotor.

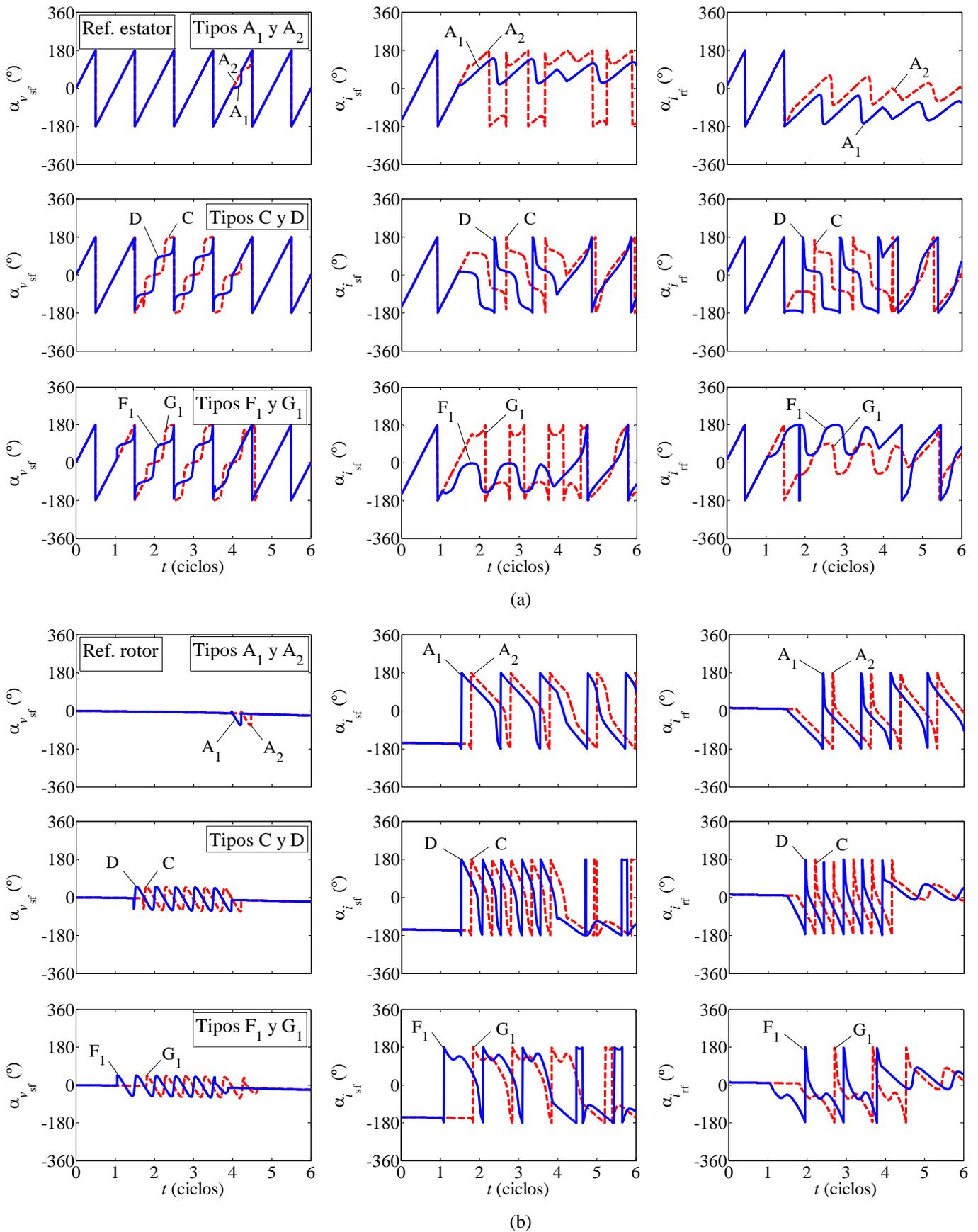


Figura 8.10: Evolución temporal del ángulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.
 (a) Variables transformadas en referencia fija al estator; (b) Variables transformadas en referencia fija al rotor.

En las figuras anteriores se observa que el módulo de las variables transformadas (Figura 8.9) no depende de la referencia escogida, mientras que el ángulo (Figura 8.10) sí que varía con la referencia.

Comparando los ángulos de la Figura 8.10 con los de la Figura 8.5 y con los de la Figura 8.6 se observa que para las parejas de huecos agrupados, la evolución temporal del ángulo de las variables transformadas es la misma si se trabaja en referencia sincronismo, pero varía si se utilizan otras referencias. Cabe decir que aunque los ángulos mostrados en la Figura 8.10(b) (referencia fija al rotor) parecen idénticos, en realidad no lo son, ya que los valores pre-hueco no son exactamente constantes, sino que presentan la pulsación de las corrientes del rotor, de valor muy pequeño ($\omega_r = 2.51$ rad/s). Donde se observa una clara diferencia es en la evolución temporal del ángulo de las variables transformadas en referencia fija al estator [Figura 8.10(a)].

En vista a las observaciones anteriores se podría concluir que el estudio desarrollado en el presente capítulo es válido únicamente si se trabaja con las variables transformadas en referencia sincronismo, ya que ésta es la única referencia en la que se obtienen unos valores constantes en régimen permanente, dando lugar a una idéntica evolución temporal del módulo y del ángulo de las variables transformadas para las parejas de huecos agrupados. No obstante, esto no es cierto, ya que lo que realmente importa es el ángulo relativo de las variables y no su ángulo absoluto. Es este ángulo relativo el que influye en el cálculo del par electromagnético, así como de las potencias instantánea y reactiva instantánea. Como se ha comentado antes, estas magnitudes no dependen de la referencia escogida e incluso también se podrían calcular en variables reales (sin transformar), con lo que se deduce que el ángulo relativo de las variables transformadas correspondiente a las parejas de huecos agrupados es el mismo.

Existen dos opciones para representar el ángulo de estas magnitudes transformadas y comprobar su igualdad para las parejas de huecos propuestos. La primera opción es elegir el ángulo de una magnitud como referencia, por ejemplo la tensión v_f y representar el ángulo del resto de magnitudes con respecto al ángulo de esta magnitud de referencia ($\alpha_{i_{sf}} - \alpha_{v_{sf}}$, $\alpha_{i_{rf}} - \alpha_{v_{sf}}$, ...). La segunda opción es trabajar con los ángulos correspondientes a la referencia sincronismo. Teniendo en cuenta las expresiones de la Figura 8.8, se tiene:

$$\begin{aligned}\alpha^{(\text{sincronismo})} &= \alpha^{(\text{estator})} - (\omega_s \cdot t + \Psi_0) \\ \alpha^{(\text{sincronismo})} &= \alpha^{(\text{rotor})} - (\omega_s \cdot t + \Psi_0 - \varphi \cdot \theta_m)\end{aligned}\tag{8.51}$$

Considerando esta segunda opción, se obtienen los resultados mostrados en la Figura 8.11. Se observa que la evolución temporal del ángulo de las variables transformadas es idéntica para las parejas de huecos agrupados.

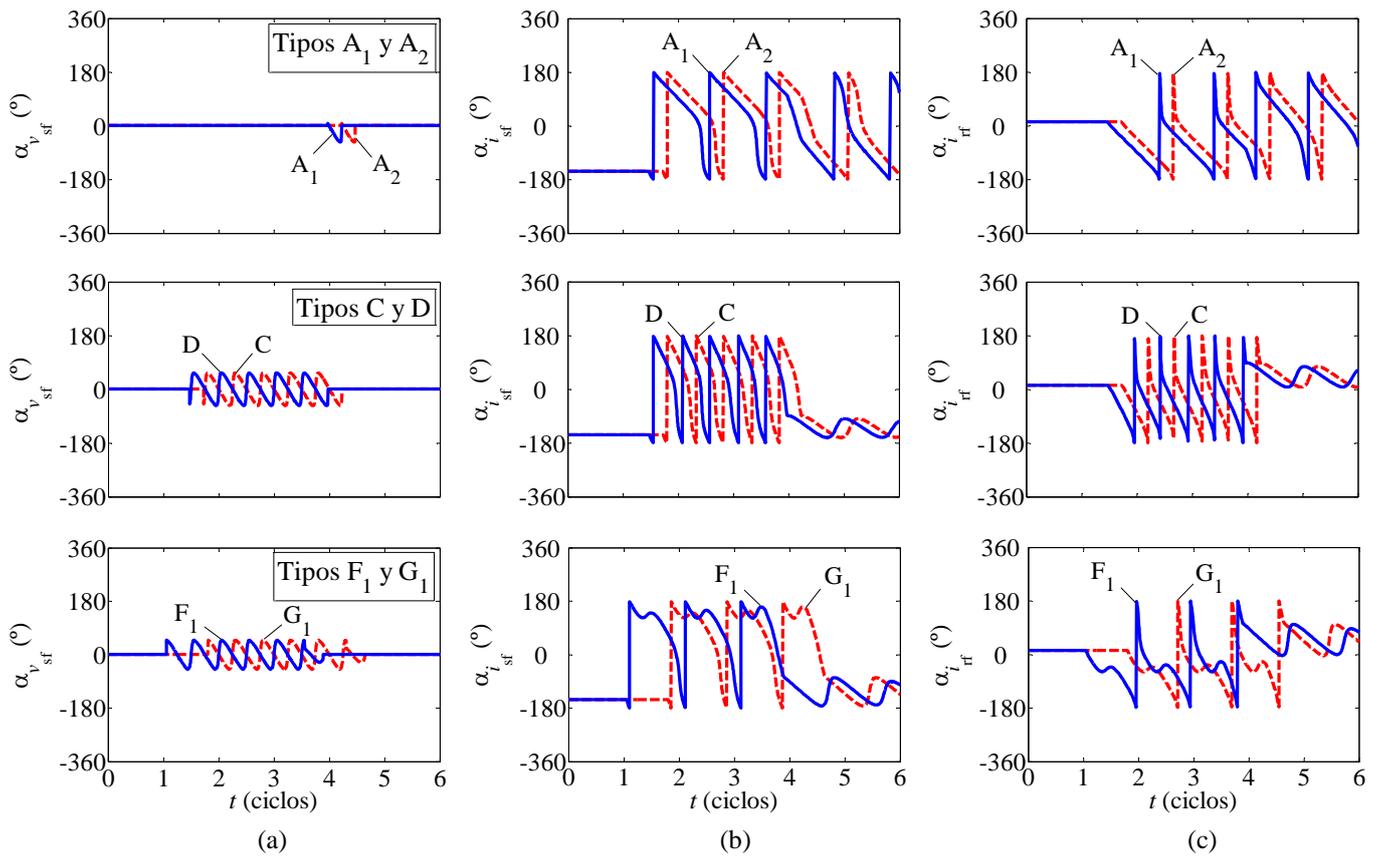


Figura 8.11: Evolución temporal del ángulo de las variables transformadas del generador de inducción trifásico de jaula de ardilla sometido a huecos de tensión discretos. El ángulo representado (en referencia sincronismo) se ha obtenido a partir de las variables transformadas en referencia fija al estator y de las variables transformadas en referencia fija al rotor. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$. (a) Tensión del estator transformada; (b) Corriente del estator transformada; (c) Corriente del rotor transformada.

En conclusión, los efectos que producen las siguientes parejas de huecos: A_1 - A_2 , A_4 - A_5 , C-D, F_1 - G_1 y F_2 - G_2 sobre las variables transformadas es el mismo en cualquier referencia, y se cumple para cualquier magnitud que se pueda expresar en base a éstas, como el par electromagnético, la potencia activa, la potencia reactiva, el rendimiento, las pérdidas...). El estudio se ha validado para el generador de inducción trifásico de jaula de ardilla, pero también es válido para la máquina síncrona trifásica o para cualquier otra máquina eléctrica en la que las variables transformadas en referencia sincronismo sean constantes en régimen permanente equilibrado.

8.7.2. Inversor trifásico con interruptores controlados

Como ya se ha comentado varias veces, y como se comprobará con el ejemplo del subapartado 8.7.3 (rectificador a diodos), el estudio desarrollado en el presente capítulo es válido si las variables transformadas del dispositivo eléctrico, utilizando la referencia sincronismo, son constantes en régimen permanente equilibrado. En el caso de los dispositivos controlados, como un inversor trifásico en fuente de tensión, se tiene que cumplir una condición adicional: el control del dispositivo se tiene que realizar en variables transformadas (en cualquier referencia). No sería válido si el control se realizara en variables abc ya que se ha comprobado en el subapartado 8.6.3 que la evolución temporal de las componentes abc de las variables depende del tipo de hueco.

En la Figura 8.12 se muestra el esquema de control básico de un inversor trifásico [67]. El control ilustrado no es específico para el funcionamiento frente a huecos de tensión y se realiza en la referencia sincronismo. Cabe decir que no se ha implementado un sistema de control con prestaciones específicas frente a huecos de tensión ya que el objetivo de este subapartado es indicar que el funcionamiento de este dispositivo frente a los huecos agrupados es idéntico. Algunos inversores de la literatura incorporan un control para el funcionamiento frente a huecos de tensión desequilibrados (o asimétricos) en el que se obtiene la tensión *directa* y la *inversa* de la red mediante la transformación de la tensión de la red en referencia sincronismo con la tensión *directa* ($\Psi = \omega \cdot t + \Psi_0$) y con la tensión *inversa* ($\Psi = -2 \cdot \omega \cdot t + \Psi_0$), como por ejemplo en *O. Gomis-Bellmunt et al.* [68]. Como ya se ha comentado, los resultados de este capítulo son válidos para cualquier referencia y por lo tanto también para la referencia sincronismo para la tensión *inversa*, por lo que dichos inversores se comportarán de la misma manera, por ejemplo, frente a un hueco tipo C que frente a un hueco tipo D.

Obsérvese que el control se realiza en variables transformadas de *Park* (componentes dq de las corrientes), aunque los resultados de la simulación se muestran en variables transformadas de *Ku* para que los resultados sean más evidentes. El control de las corrientes transformadas, i_d e i_q , se realiza de forma independientemente por medio de unos controladores PI (proporcional-integral) cuyas ganancias han sido obtenidas por medio de la técnica conocida como control del modelo interno o IMC (del inglés, *internal model control*), desarrollada en [69]. Las ganancias de los controladores PI junto con el resto de las características del inversor trifásico considerado se muestran en la Tabla 8.10.

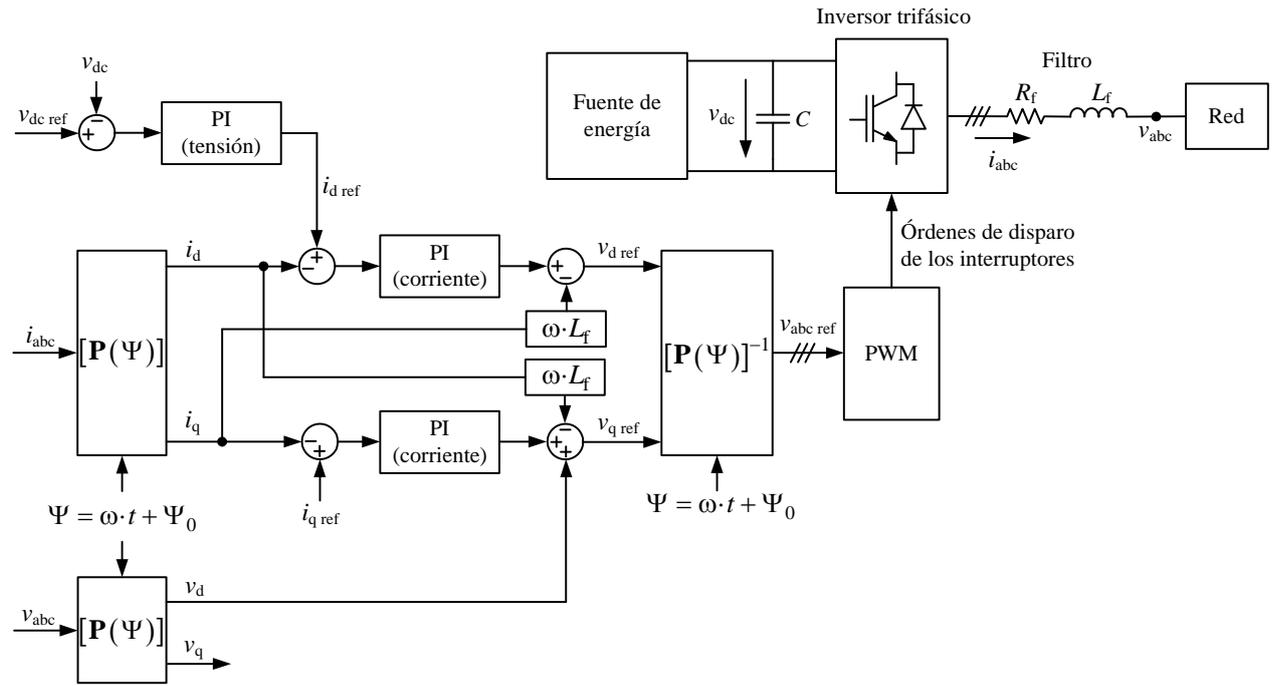


Figura 8.12: Control en referencia sincronismo de un inversor trifásico en fuente de tensión frente a huecos de tensión.

Característica	Símbolo	Valor
Potencia nominal del inversor	S_n	2.5 MVA
Tensión nominal del inversor	U_n	690 V
Corriente nominal del inversor	I_n	2091.85 A
Frecuencia de conmutación	f_c	3 kHz
Resistencia del filtro	R_f	0 Ω
Inductancia del filtro	L_f	0.49 mH
Capacidad del condensador del bus de continua	C	20 mF
Tensión nominal del bus de continua	V_{dc}	1500 V
Ganancia del controlador proporcional de corriente	$K_{p,c}$	0.54
Ganancia del controlador integral de corriente	$K_{i,c}$	302
Ganancia del controlador proporcional de tensión	$K_{p,v}$	24
Ganancia del controlador integral de tensión	$K_{i,v}$	4800

Tabla 8.10: Características del inversor trifásico considerado.

La fuente de energía de la Figura 8.12 correspondería a un equipo de generación distribuida, como por ejemplo un generador fotovoltaico o un aerogenerador. En la simulación del inversor de la Figura 8.12, el elemento generador de energía se ha modelado por medio de una fuente de corriente constante de valor $I_{dc} = 500$ A.

Cabe decir que la estrategia de control del inversor de la Figura 8.12 cumple un doble objetivo. Por un lado, se desea mantener constante la tensión en el bus de continua con el fin de transmitir toda la potencia activa entregada por la fuente de energía a la red eléctrica. Por tanto, el valor de referencia del bus de continua se corresponde con la tensión nominal del mismo:

$$v_{dc \text{ ref}} = V_{dc} = 1500 \text{ V} \quad (8.52)$$

Por otro lado, el inversor también se controla con el fin de entregar a la red una determinada potencia reactiva, de acuerdo a un factor de potencia establecido. Esto se consigue con el control de la corriente en *cuadratura*. El valor de referencia de esta corriente es, por tanto, la corriente de régimen permanente correspondiente a una determinada potencia reactiva. Su valor es:

$$i_{q \text{ ref}} = -952.71 \text{ A} \quad (8.53)$$

A continuación se muestra el procedimiento para obtener este valor de corriente, así como el de la corriente *directa* de régimen permanente.

Las corrientes i_d e i_q que el inversor inyecta a la red en régimen permanente equilibrado se obtienen a partir de la potencia activa, P , y de la potencia reactiva, Q , que se desea que el inversor entregue a la red eléctrica en condiciones de régimen permanente equilibrado. Estas potencias se calculan por medio de las siguientes expresiones:

$$\begin{aligned} P &= v_d \cdot i_d + v_q \cdot i_q \\ Q &= v_q \cdot i_d - v_d \cdot i_q \end{aligned} \quad (8.54)$$

En condiciones de régimen permanente equilibrado se tiene un sistema trifásico de tensiones de secuencia *directa* dado por:

$$\begin{aligned} v_a &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos(\omega \cdot t + \alpha_a) \\ v_b &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_c &= \sqrt{2} \cdot V \cdot \cos\left(\omega \cdot t + \alpha_a + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (8.55)$$

donde V es el valor eficaz de la tensión y α_a es el ángulo de la tensión de la fase a.

Si se aplica la transformación de *Park* (4.111) en referencia sincronismo ($\Psi = \omega \cdot t + \Psi_0$):

$$\mathbf{P}(\Psi) = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega \cdot t + \Psi_0) & \cos\left(\omega \cdot t + \Psi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega \cdot t + \Psi_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\omega \cdot t + \Psi_0) & -\text{sen}\left(\omega \cdot t + \Psi_0 - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\omega \cdot t + \Psi_0 + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \quad (8.56)$$

a las tensiones (8.55), se obtienen las tensiones transformadas de *Park* de régimen permanente:

$$\begin{aligned} v_0 &= 0 \\ v_d &= \sqrt{3} \cdot V \cdot \cos(\alpha_a - \Psi_0) \\ v_q &= \sqrt{3} \cdot V \cdot \text{sen}(\alpha_a - \Psi_0) \end{aligned} \quad (8.57)$$

Si se orienta con respecto de la tensión v_d , es decir, si se considera que $\Psi_0 = \alpha_a$, la componente en *cuadratura* es igual a cero ($v_q = 0$). Por lo tanto, las potencias activa y reactiva dadas en (8.54) se reescriben como:

$$\begin{aligned} P &= v_d \cdot i_d \Rightarrow i_d = \frac{P_{\text{ref}}}{v_d} \\ Q &= v_d \cdot i_q \Rightarrow i_q = \frac{Q_{\text{ref}}}{v_d} \end{aligned} \quad (8.58)$$

De las expresiones (8.58) se deduce que la corriente i_d se utiliza para controlar la potencia activa, mientras que la potencia reactiva se controla por medio de la corriente i_q .

Se supone que las consignas (o valores de referencia) de potencia activa y reactiva son:

$$\begin{aligned} P_{\text{ref}} &= -2 \text{ MW} \\ Q_{\text{ref}} &= -0.66 \text{ MVAR} \end{aligned} \quad (8.59)$$

donde se ha considerado que la consigna de potencia activa es igual a la potencia nominal (activa) del inversor y la consigna de potencia reactiva se corresponde a un factor de potencia de 0.95. Se observa que las consignas de potencia son negativas, ya que se trata de potencias entregadas a la red eléctrica.

Por otro lado, el valor de la tensión v_d de régimen permanente equilibrado se obtiene al sustituir $V = 690/\sqrt{3}$ y $\Psi_0 = \alpha_a$ en (8.57), obteniéndose:

$$v_d = \sqrt{3} \cdot V \cdot \cos(\alpha_a - \Psi_0) = 690 \text{ V} \quad (8.60)$$

Finalmente, sustituyendo los valores de las consignas de las potencias activa y reactiva (8.59) y el valor de la tensión v_d de régimen permanente (8.60) en (8.58) se obtienen los valores de régimen permanente equilibrado de las corrientes i_d e i_q :

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{P_{\text{ref}}}{v_d} = -2898.55 \text{ A} \\ i_q &= \frac{Q_{\text{ref}}}{v_d} = -952.71 \text{ A} \end{aligned} \quad (8.61)$$

donde el valor de la corriente i_q de régimen permanente se corresponde con el valor de referencia de dicha corriente (8.53), utilizado en el control del inversor trifásico (Figura 8.12).

En la Figura 8.13 se muestra la evolución temporal del módulo y del ángulo de la corriente transformada en referencia sincronismo, $|i_f|$ y α_{i_f} , que inyecta el inversor a la red eléctrica. Esta corriente resulta de aplicar la relación (4.156), obtenida en el Capítulo 4, a las componentes dq de las corrientes, con el fin de obtener la componente *forward* de las mismas:

$$i_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (i_d + j \cdot i_q) \quad (8.62)$$

Los resultados de la Figura 8.13 muestran que pese a que el inversor trifásico es una carga no lineal, el control ha permitido que las corrientes transformadas en referencia sincronismo sean constantes en régimen permanente. Por ello, el comportamiento durante el hueco de tensión es idéntico para las parejas de huecos agrupados, pero desplazado en el tiempo.

Nótese que en la Figura 8.13 se han mostrado los resultados correspondientes a la simulación de un inversor real, es decir, teniendo en cuenta la apertura y el cierre de los interruptores controlados (modelo completo). Por este motivo, las gráficas presentan un cierto rizado. El rizado desaparece si el inversor se modeliza con un modelo promediado, en el que se desprecia la conmutación de los interruptores. Los resultados con esta simplificación se muestran en la Figura 8.14, en la que se observa que el comportamiento dinámico de la corriente transformada en referencia sincronismo es el mismo que el mostrado en la Figura 8.13, aunque al no aparecer rizado en la señal se aprecia claramente la similitud entre la evolución temporal del módulo y del ángulo de las corrientes transformadas para las parejas de huecos agrupados. En consecuencia, del mismo modo que sucede con el generador de inducción trifásico (subapartado 8.7.1), se cumplen las igualdades dadas en (8.32).

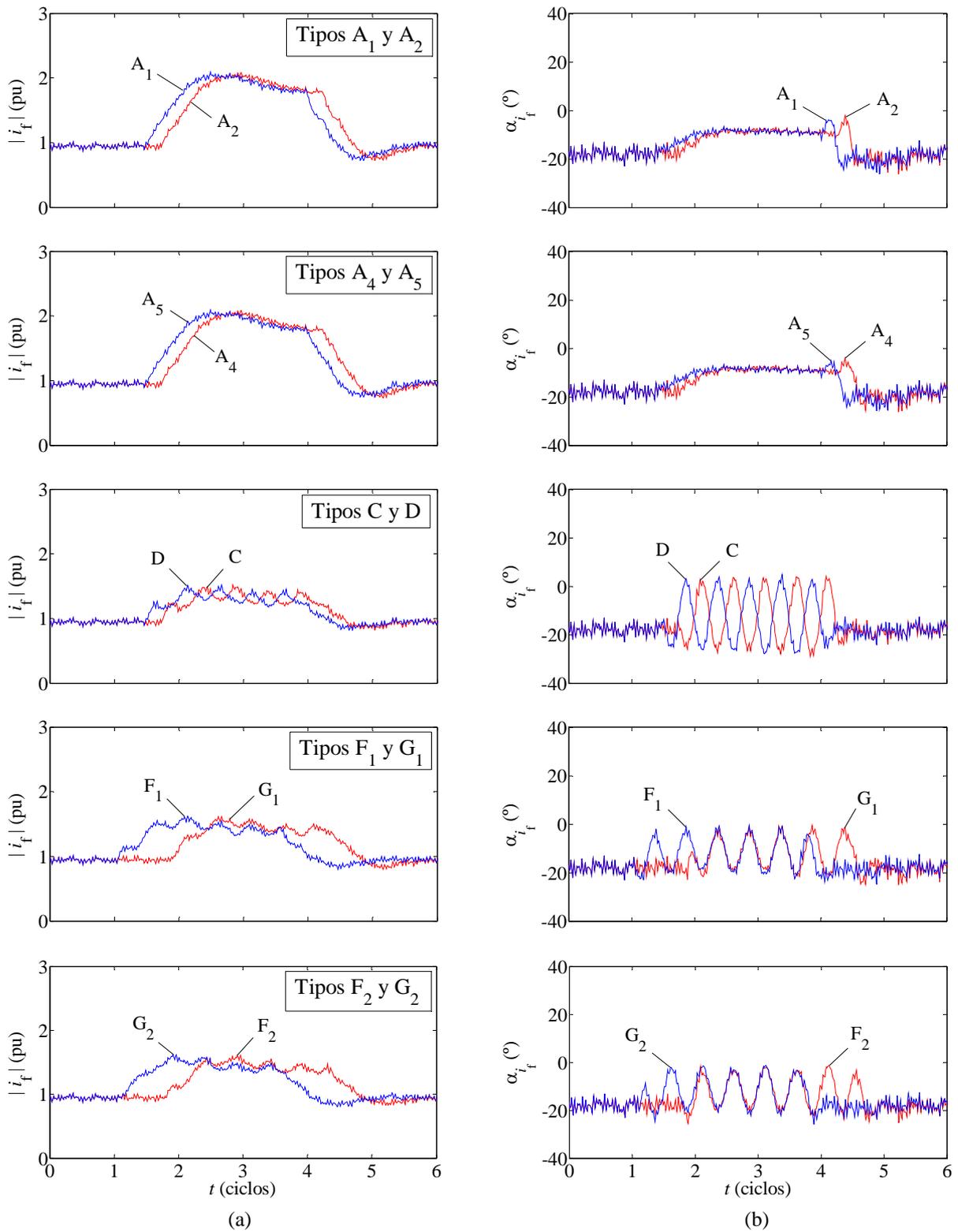


Figura 8.13: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo completo), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos.

Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

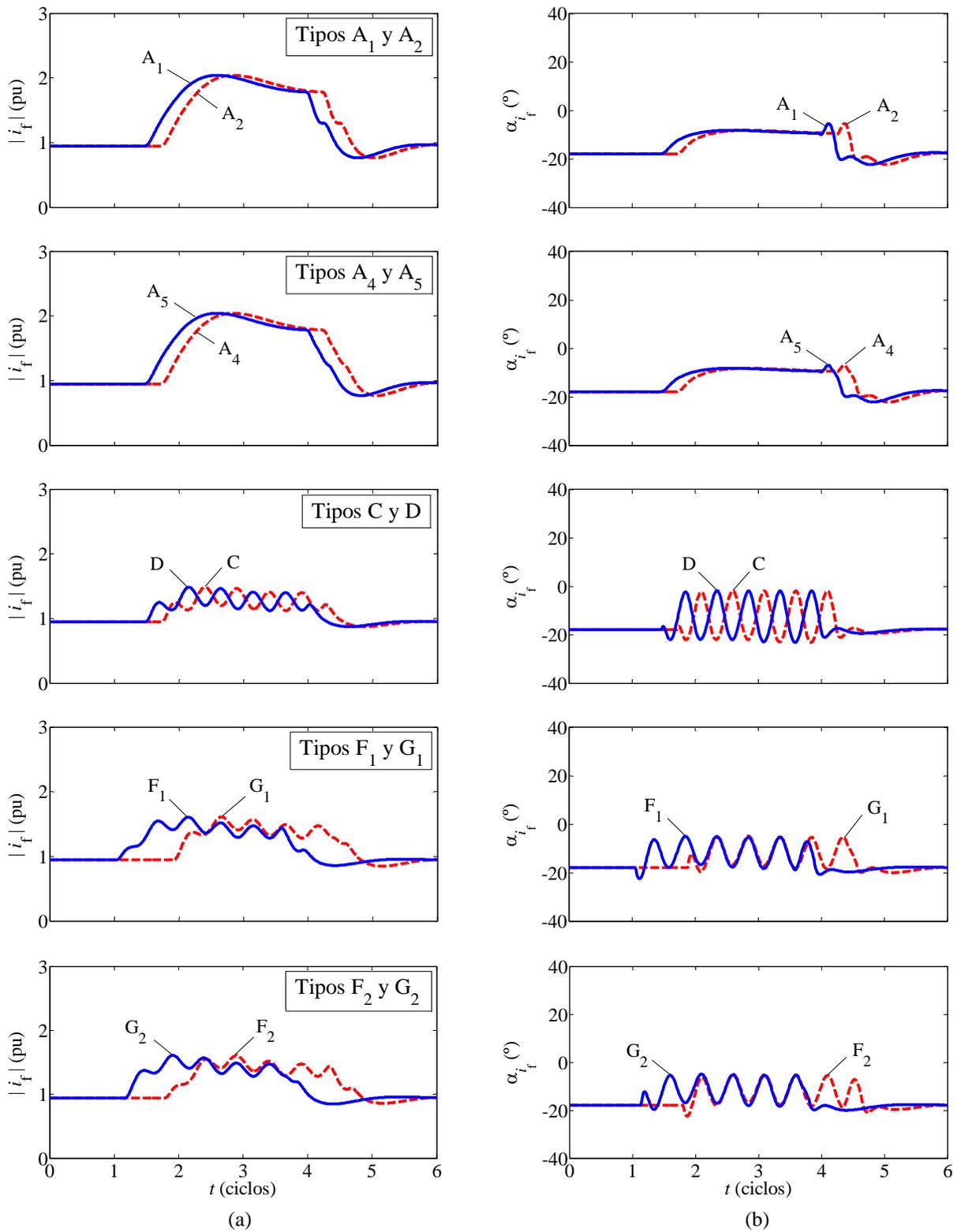


Figura 8.14: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo promediado), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

En la simulación del inversor de la Figura 8.12 también se podría realizar la hipótesis de que la tensión del bus de continua es constante. Esto sería válido, por ejemplo, si la capacidad del condensador del bus de continua fuera mucho mayor que la considerada (Tabla 8.10), o bien si la potencia entregada a la red por el inversor trifásico fuera pequeña, por ejemplo del orden del 10 % de su potencia nominal.

Se considera la segunda opción, la cual se correspondería, por ejemplo, a la situación en que un aerogenerador (fuente de energía mostrada en la Figura 8.12) extrae una potencia del viento correspondiente al 10 % de su potencia nominal. Este sería el caso correspondiente al del punto de trabajo 3 del aerogenerador equipado con la máquina de inducción doblemente alimentada de la presente tesis doctoral. En esta situación se consideran las siguientes consignas de potencia activa y reactiva que entrega el inversor a la red en condiciones de régimen permanente equilibrado:

$$\begin{aligned} P_{\text{ref}} &= -0.2 \text{ MW} \\ Q_{\text{ref}} &= -0.12 \text{ MVar} \end{aligned} \quad (8.63)$$

donde el valor de potencia reactiva se corresponde a un factor de potencia de 0.85.

Las corrientes de régimen permanente correspondientes a estas consignas de potencia se calculan por medio de (8.58):

$$\begin{aligned} i_d &= \frac{P_{\text{ref}}}{v_d} = -289.85 \text{ A} \\ i_q &= \frac{Q_{\text{ref}}}{v_d} = -179.64 \text{ A} \end{aligned} \quad (8.64)$$

Cabe notar que en el caso de suponer que la tensión v_{dc} es constante, no se aplica control sobre esta variable, por lo que teniendo en cuenta la Figura 8.12 la corriente de referencia $i_{d\text{ref}}$ no viene impuesta por el control de v_{dc} , sino que se corresponde con su valor de régimen permanente (8.64).

En la Figura 8.15 se representa la evolución temporal del módulo y del ángulo de la corriente transformada en referencia sincronismo, $|i_f|$ y α_{i_f} , que inyecta el inversor a la red eléctrica, asumiendo que se entrega a la red el 10% de la potencia (activa) nominal del inversor. Los resultados se corresponden con los del inversor en el que se tiene en cuenta la conmutación de los interruptores controlados (modelo completo). Si no se tiene en cuenta la conmutación (modelo promediado), se obtienen los resultados mostrados en la Figura 8.16. En ambas figuras se observa que la evolución temporal del módulo y del ángulo de la corriente transformada es la misma para las parejas de huecos agrupados, lo cual se aprecia con más claridad en el modelo del inversor promediado (Figura 8.16).

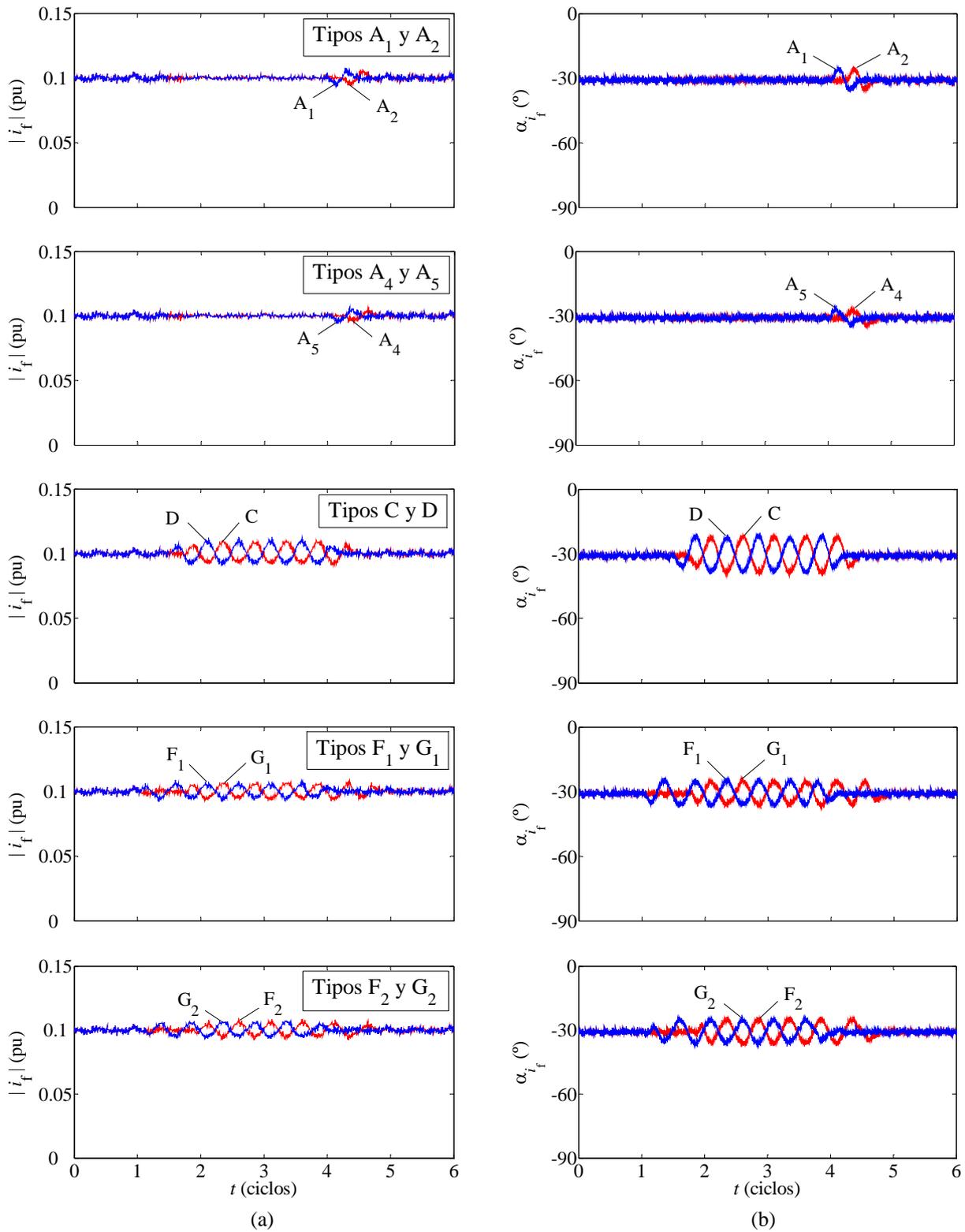


Figura 8.15: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo completo), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. La tensión del bus de continua se asume constante. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

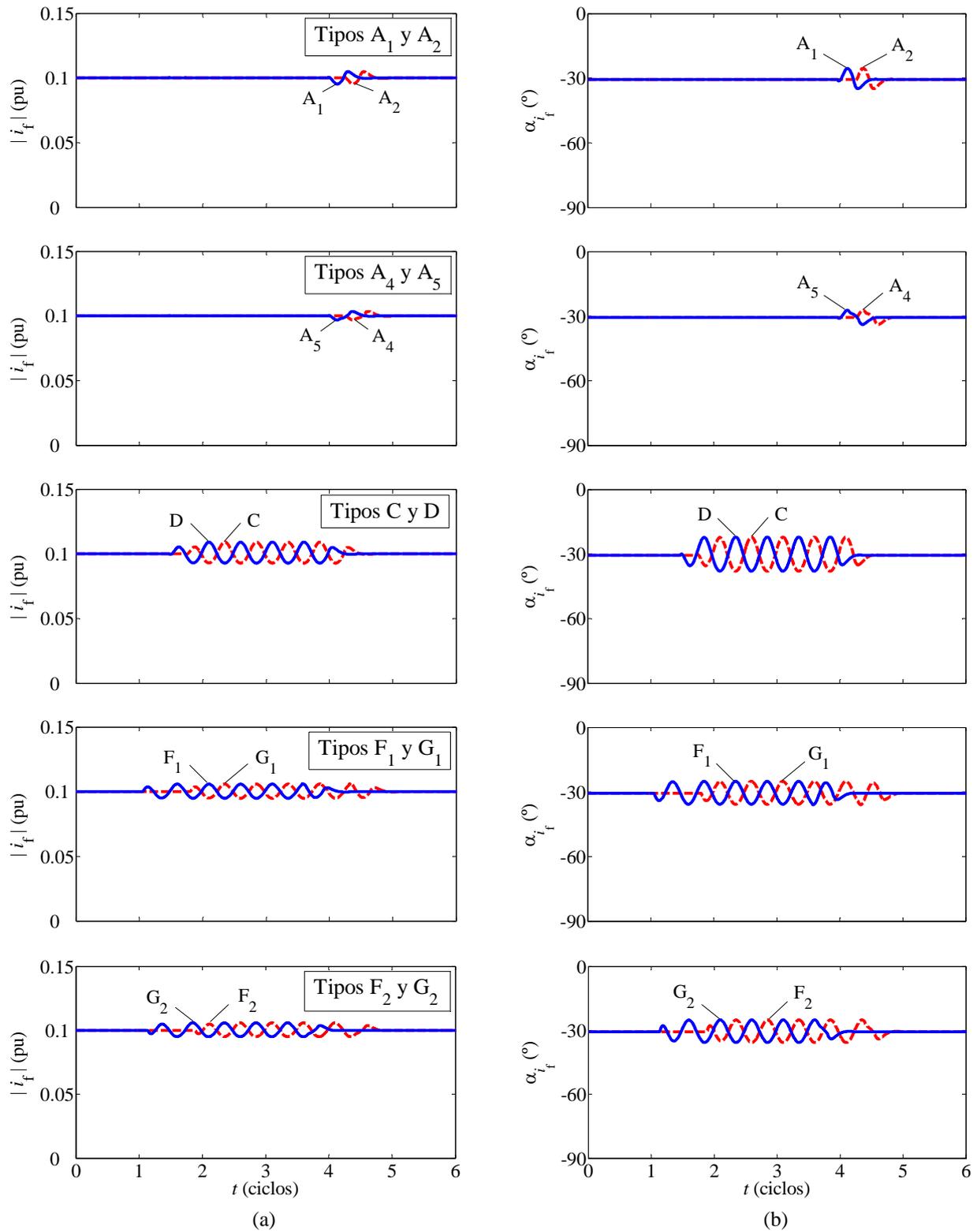


Figura 8.16: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada inyectada a la red eléctrica por el inversor trifásico (modelo promediado), cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. La tensión del bus de continua se asume constante. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

8.7.3. Rectificador trifásico a diodos

Se considera un rectificador trifásico a diodos con una inductancia L en el lado de alterna. El bus de continua está compuesto por un condensador C en paralelo con una carga simbolizada por una fuente de corriente constante I_{dc} . El circuito equivalente se muestra en la Tabla 8.11. La red eléctrica se simboliza por medio de tres fuentes de tensión senoidales, una para cada fase. En la Tabla 8.11 también se muestran los parámetros del rectificador estudiado, los cuales se han obtenido de *J. Pedra et al.* [70].

Parámetros	Circuito equivalente
Lado de alterna: $L = 1.9 \text{ mH}$ Tensión de red: 400 V (tensión de línea)	
Bus de continua: $C = 1.6 \text{ mF}$ $I_{dc} = 18.5 \text{ A}$	

Tabla 8.11: Parámetros y circuito equivalente de un rectificador trifásico a diodos alimentando a una carga simbolizada por una fuente de corriente constante. Fuente: *J. Pedra et al.* [70].

En la Figura 8.17 se muestra la evolución temporal del módulo y del ángulo de la corriente transformada en referencia sincronismo, $|i_f|$ y α_{i_f} , que es absorbida por el rectificador a diodos. Esta corriente resulta de aplicar la transformación de *Ku* (4.58) en referencia sincronismo a las corrientes $i_a(t)$, $i_b(t)$ e $i_c(t)$ mostradas en la Tabla 8.11.

En dicha figura se observa que la evolución temporal de la corriente transformada correspondiente a las parejas de huecos agrupados está desfasada en el tiempo. No obstante, su comportamiento dinámico no es exactamente el mismo. Esto es debido a que la corriente transformada en el régimen pre-hueco (condiciones de régimen permanente equilibrado) no es constante, pese a haber utilizado la referencia sincronismo. Esto significa que si el hueco se inicia en distintos instantes de tiempo, el punto de onda de la corriente transformada correspondiente a estos instantes variará, como se observa claramente en los detalles de la Figura 8.17(a), lo cual conlleva a un comportamiento distinto durante el hueco y también una vez éste finaliza, ya que lo hará en puntos de onda distintos.

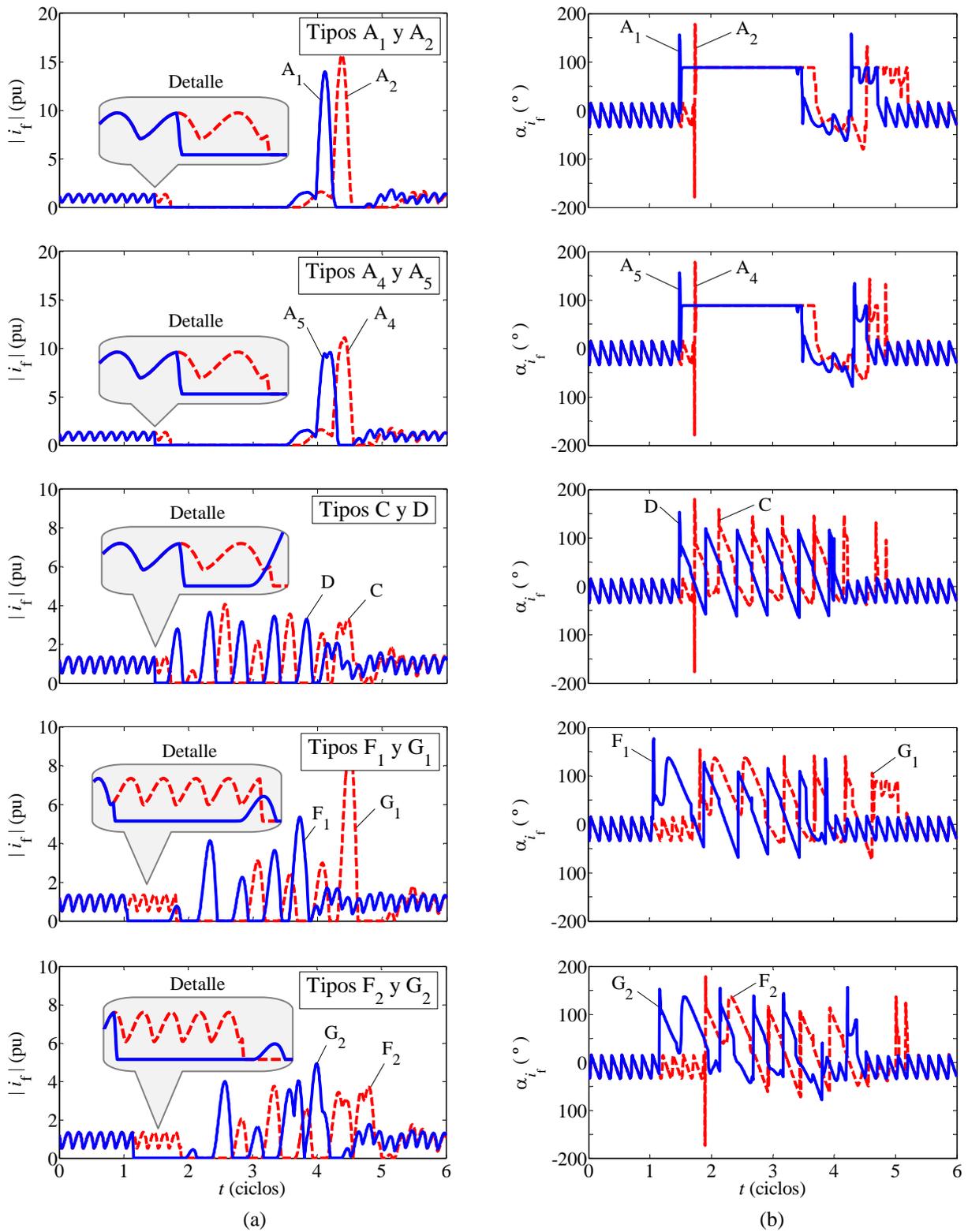


Figura 8.17: Evolución temporal del módulo (a) y del ángulo (b) de la corriente transformada consumida por el rectificador trifásico a diodos cuando éste se somete a huecos de tensión discretos. Parámetros de los huecos: $h = 0.1$, $\Delta t = 2.5T$ y $\psi = 80^\circ$.

8.8. Sumario

En este capítulo se ha propuesto una agrupación de los huecos de tensión discretos en tan sólo cinco tipologías: A_1 , A_4 , C , F_1 y F_2 . Esta simplificación implica que el número de simulaciones o de ensayos de laboratorio de un equipo sometido a huecos de tensión se reduce, ya que considerando estos cinco huecos se están contemplando implícitamente las catorce tipologías de la literatura.

El estudio se ha realizado de forma analítica y se ha validado por medio de la simulación de tres dispositivos sometidos a huecos de tensión: un generador de inducción trifásico de jaula de ardilla, un inversor trifásico controlado y un rectificador trifásico a diodos.

La agrupación propuesta es válida para cualquier carga conectada en estrella aislada o en triángulo, es decir, si no existe componente *homopolar* de las tensiones y siempre que sus variables transformadas en referencia sincronismo sean constantes en régimen permanente equilibrado (aunque se puede trabajar en cualquier referencia). En el caso de los dispositivos controlados se debe cumplir una condición adicional: su control se tiene que realizar en variables transformadas (en cualquier referencia); no sería válido si el control se realizara en variables *abc*, ya que se ha comprobado la evolución temporal de las componentes *abc* de las variables del dispositivo depende del tipo de hueco.

Además, se ha comprobado que no solamente son idénticas las evoluciones temporales de las corrientes y de las tensiones transformadas de la carga estudiada, sino también las de cualquier otra magnitud de la misma que se pueda expresar en función de sus tensiones o corrientes transformadas, como el par electromagnético, la potencia instantánea, la potencia reactiva instantánea, la velocidad mecánica, las pérdidas, etc.

Capítulo 9. Conclusiones y trabajos futuros

9.1. Conclusiones

En la presente tesis doctoral se ha realizado un estudio del efecto que los huecos de tensión producen sobre el generador de inducción doblemente alimentado, que es la máquina eléctrica más comúnmente utilizada en los actuales aerogeneradores de velocidad variable. Una vez finalizada la tesis, las conclusiones a las que se ha llegado se pueden definir en base a las aportaciones realizadas:

- Sobre los huecos de tensión:
 - Se ha obtenido el modelo matemático de todas las tipologías de huecos de tensión en su forma fasorial, sus expresiones temporales y sus componentes simétricas, considerando tanto una recuperación de la tensión abrupta como discreta (por etapas).
 - Se ha propuesto una agrupación de los huecos de tensión con recuperación por etapas: de las catorce tipologías de la literatura, se ha comprobado que tan sólo es necesario estudiar el efecto que causan cinco de ellas sobre el equipo conectado a la red. Ello supone una reducción en el número de simulaciones así como en el número de ensayos de laboratorio de un equipo sometido a huecos de tensión. La simplificación es válida siempre que no exista componente *homopolar* en las tensiones y que las variables transformadas en referencia sincronismo sean constantes en régimen permanente equilibrado, aunque también es válido si se utilizan otras referencias para la obtención de las variables transformadas. Si el dispositivo se controla frente a huecos de tensión, su control se tiene que realizar en variables transformadas.

- Sobre el modelado del generador de inducción doblemente alimentado:
 - Modelo dinámico: se ha obtenido el modelo dinámico del generador de inducción doblemente alimentado tanto en variables transformadas de *Park* (componentes *directa* y en *cuadratura*) como en variables transformadas de *Ku* (componente *forward*), para las tres referencias más comúnmente utilizadas en el estudio de las máquinas eléctricas: referencia fija al estator, referencia fija al rotor y referencia sincronismo, siendo la última la considerada para el estudio analítico desarrollado en la tesis.

- Modelo de régimen permanente: se ha deducido a partir del modelo en variables transformadas de Ku en referencia sincronismo, considerando el ángulo mecánico inicial, que en la literatura se asume nulo, y que es necesario para determinar el ángulo de los fasores de las variables del rotor.
- Sobre el estudio del régimen permanente del generador:
 - Se han considerado distintas potencias generadas, que tienen asociadas diferentes velocidades de giro, según la curva de potencia óptima del aerogenerador. El punto de trabajo más desfavorable se corresponde con la situación en que el generador entrega a la red su potencia nominal.
 - Se ha obtenido el *Jacobiano* del sistema de ecuaciones que definen el régimen permanente del generador, para su posterior resolución por medio del algoritmo de resolución de *Newton-Raphson*.
- Sobre el estudio del régimen transitorio del generador sometido a huecos de tensión:
 - Se ha comprobado que si el generador no se controla frente a huecos de tensión aparecen unos picos de corriente en el rotor de la máquina que son perjudiciales para el convertidor del lado de rotor.
 - Para facilitar el análisis se ha propuesto la siguiente estrategia de control del generador sometido a huecos de tensión: la corriente del rotor transformada mediante Ku , en referencia sincronismo, se supone constante e igual a su valor de régimen permanente durante todo el evento. Esto ha permitido resolver analíticamente el transitorio eléctrico del generador, lo cual ha ayudado a entender el comportamiento dinámico del mismo:
 - Se ha utilizado el modelo dinámico del generador en variables transformadas de Ku , en referencia sincronismo, obteniéndose las expresiones analíticas, tanto para los huecos simétricos como para los asimétricos, de la corriente del estator transformada, i_{sf} , y de la tensión del rotor transformada, v_{rf} . A partir de esta última se ha definido el módulo de la tensión del rotor, $v_{r\text{ mod}}(t)$, que equivale a la tensión del rotor requerida para controlar la corriente del rotor.

- Sobre la influencia de los parámetros del hueco:
 - Se ha comprobado que los efectos del hueco de tensión sobre el generador son periódicos con la duración del hueco.
 - Además, existe una duración que produce los efectos más severos (los mayores valores de pico en las variables estudiadas) y que es propia de cada hueco. Esto no se contempla en los actuales códigos de red.
 - Se han obtenido las situaciones en las que se puede controlar la corriente del rotor, mediante la representación en gráficas tridimensionales de la influencia de la duración del hueco y de la potencia generada sobre la tensión requerida para controlar la corriente del rotor. Se ha observado que si el hueco de tensión se modeliza discreto, la corriente del rotor se puede controlar para la práctica totalidad de los huecos de tensión.
 - Se ha observado que los huecos simétricos son más severos que los asimétricos, ya que producen los mayores valores de pico en las variables estudiadas.

9.2. Trabajos futuros

A partir de la presente tesis doctoral se podrían derivar las siguientes líneas de investigación:

- Estudiar las limitaciones en el control en función de la potencia finita del convertidor del lado de rotor considerando un control menos idealizado que el propuesto en la tesis (corriente del rotor constante en referencia sincronismo). Se trataría de comprobar si los resultados obtenidos en la presente tesis doctoral (duraciones más desfavorables de los huecos, severidad de los mismos...) se cumplen para un control más complejo. También se podría determinar si la potencia necesaria para llevar a cabo el control es menor que en el caso idealizado, donde se ha asumido que el convertidor se dimensiona tal que su potencia es igual a la potencia nominal del generador.
- Estudiar el efecto de los parámetros del generador sobre el comportamiento dinámico del mismo cuando se somete a huecos de tensión. Por ejemplo, se podría realizar una comparativa entre los resultados de simulación de un generador de potencia nominal del orden del MW, como el estudiado en la presente tesis, con los resultados obtenidos en el ensayo en el laboratorio de un prototipo de potencia nominal del orden del kW.
- Estudiar el efecto de los huecos de tensión en el generador de inducción doblemente alimentado considerando la influencia de la impedancia de la red.

Capítulo 10. Referencias bibliográficas

- [1] J. Bendl, M. Chomát y L. Schreier, “Adjustable-speed operation of doubly fed machines in pumped storage power plants,” *Ninth International Conference on Electrical Machines and Drives*, Canterbury, Reino Unido, Septiembre de 1999, pp. 223-227.
- [2] H. Akagi y H. Sato, “Control and performance of a doubly-fed induction machine intended for a flywheel energy storage system,” *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 17, núm. 1, pp. 109-116, Enero de 2002.
- [3] W. Leonhard, *Control of Electrical Drives*. 3ª Edición. Berlín: Springer-Verlag, 2001.
- [4] T. Ackermann, *Wind Power in Power Systems*. Chichester: John Wiley & Sons, 2005.
- [5] European Wind Energy Association (EWEA), “Wind energy – The facts. Part I: technology,” Informe técnico, Marzo de 2009. Disponible en línea: <http://www.ewea.org/>
- [6] Gamesa, “Gamesa G90 – 2.0 MW,” Especificaciones técnicas del producto, Noviembre de 2009. Disponible en línea: <http://www.gamesa.es/>
- [7] Enercon GmbH, “Construction of world’s most powerful wind turbines in progress in Emden,” Noticias de Enercon GmbH, Febrero de 2008. Disponible en línea: <http://www.enercon.de/>
- [8] R. Pena, J. C. Clare y G. M. Asher, “Doubly fed induction generator using back-to-back PWM converters and its application to variable-speed wind-energy generation,” *IEE Proceedings – Electric Power Applications*, vol. 143, núm. 3, pp. 231-241, Mayo de 1996.
- [9] A. Petersson, “Analysis, modeling and control of doubly-fed induction generators for wind turbines,” Tesis doctoral, Department of Energy and Environment, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia, Abril de 2005.
- [10] European Wind Energy Association (EWEA), “Large scale integration of wind energy in the European power supply: analysis, issues and recommendations,” Informe técnico, Diciembre de 2005. Disponible en línea: <http://www.ewea.org/>
- [11] Eltra & Elkraft, “Vindmøller tilsluttet net med spændinger under 100 kV. Teknisk forskrift for vindmøllers egenskaber og regulering,” Código de red, Mayo de 2004. Disponible en línea: <http://www.energinet.dk/>
- [12] E.On Netz GmbH, “Netzanschlussregeln. Hoch- und höchstspannung,” (Versión en inglés: Grid code. High and extra high voltage), Código de red, Abril de 2006. Disponible en línea: <http://www.eon-netz.com/>
- [13] Red Eléctrica de España (REE), “P.O. 12.3 – Requisitos de respuesta frente a huecos de tensión de las instalaciones eólicas,” Código de red, Octubre de 2006. Disponible en línea: <http://www.ree.es/>

- [14] C. Abbey y G. Joos, "Effect of low voltage ride through (LVRT) characteristic on voltage stability," *IEEE Power Engineering Society General Meeting*, San Francisco, EE.UU., Junio de 2005, vol. 2, pp. 1901-1907.
- [15] J. Morren y S. W. H. de Haan, "Ridethrough of wind turbines with doubly-fed induction generator during a voltage dip," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, núm. 2, pp. 435-441, Junio de 2005.
- [16] G. Michalke, "Variable speed wind turbines – Modelling, control, and impact on power systems," Tesis doctoral, Department for Renewable Energies, Technische Universität Darmstadt, Darmstadt, Alemania, Abril de 2008.
- [17] J. López, P. Sanchis, X. Roboam y L. Marroyo, "Dynamic behavior of the doubly fed induction generator during three-phase voltage dips," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 22, núm. 3, pp. 709-717, Septiembre de 2007.
- [18] J. López, E. Gubía, P. Sanchis, X. Roboam y L. Marroyo, "Wind turbines based on doubly fed induction generator under asymmetrical voltage dips," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, núm. 1, pp. 321-330, Marzo de 2008.
- [19] S. Chondrogiannis y M. Barnes, "Specification of rotor side voltage source inverter of a doubly-fed induction generator for achieving ride-through capability," *IET Renewable Power Generation*, vol. 2, núm. 3, pp. 139-150, Septiembre de 2008.
- [20] J. Hu y Y. He, "DFIG wind generation systems operating with limited converter rating considered under unbalanced network conditions – Analysis and control design," *Renewable Energy*, vol. 36, núm. 2, pp. 829-847, Febrero de 2011.
- [21] J. Pedra, L. Sáinz, F. Córcoles y L. Guasch, "Symmetrical and unsymmetrical voltage sag effects on three-phase transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, núm. 2, pp. 1683-1691, Abril de 2005.
- [22] J. Pedra, L. Sáinz y F. Córcoles, "Effects of symmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors," *Electric Power Systems Research*, vol. 77, núm. 12, pp. 1672-1680, Octubre de 2007.
- [23] J. Pedra, F. Córcoles y L. Sáinz, "Effects of unsymmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors," *IET Generation, Transmission & Distribution*, vol. 1, núm. 5, pp. 769-775, Septiembre de 2007.
- [24] M. H. J. Bollen, "Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 18, núm. 4, pp. 1376-1381, Octubre de 2003.
- [25] IEEE Std. 1100-2005, *IEEE Recommended Practice for Powering and Grounding Electronic Equipment*. IEEE, Diciembre de 2005.
- [26] IEC 61000-1-1, *Electromagnetic Compatibility (EMC), Part 1: General, Section 1: Application and Interpretation of Fundamental Definitions and Terms*. IEC, Mayo de 1992.

- [27] M. H. J. Bollen, *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. Nueva York: IEEE Press, 2000.
- [28] IEEE Std. 1159-2009, *IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality*. IEEE, Junio de 2009.
- [29] R. C. Dugan, M. F. McGranaghan, S. Santoso y H. W. Beaty, *Electrical Power Systems Quality*. 2ª Edición. Nueva York: McGraw Hill, 2003.
- [30] L. Guasch, F. Córcoles, J. Pedra y L. Sáinz, "Effects of symmetrical voltage sags on three-phase three-legged transformers," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, núm. 2, pp. 875-883, Abril de 2004.
- [31] L. Guasch, F. Córcoles y J. Pedra, "Effects of symmetrical and unsymmetrical voltage sags on induction machines," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, núm. 2, pp. 774-782, Abril de 2004.
- [32] UNE-EN 50160, *Características de la Tensión Suministrada por las Redes Generales de Distribución*. AENOR, Marzo de 2011.
- [33] EN-50160, *Voltage Characteristics of Electricity Supplied by Public Electricity Networks*. CENELEC, Abril de 2010.
- [34] M. H. J. Bollen, G. Olguin y M. Martins, "Voltage dips at the terminals of wind power installations," *Wind Energy*, vol. 8, núm. 3, pp. 307-318, Julio/Septiembre de 2005.
- [35] L. Guasch, "Efectos de los huecos de tensión en las máquinas de inducción y en los transformadores trifásicos," Tesis doctoral, Departament d'Enginyeria Elèctrica, Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, España, Enero de 2006.
- [36] G. D. Marques, "Comparison of active damping systems for the doubly-fed induction generator," *IEEE Region 8 International Conference on Computational Technologies in Electrical and Electronics Engineering*, Novosibirsk, Rusia, Julio de 2008, pp. 194-199.
- [37] L. Zhang y M. H. J. Bollen, "Characteristics of voltage dips (sags) in power systems," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 15, núm. 2, pp. 827-832, Abril de 2000.
- [38] C. L. Fortescue, "Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks," *AIEE Transactions*, vol. 37, no. 2, pp. 1027-1140, Julio de 1918.
- [39] O. Waszynczuk, D. Yi-Min y P. C. Krause, "Theory and comparison of reduced order models of induction machines," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-104, núm. 3, pp. 598-606, Marzo de 1985.
- [40] J. B. Ekanayake, L. Holdsworth y N. Jenkins, "Comparison of 5th order and 3rd order machine models for doubly fed induction generator (DFIG) wind turbines," *Electric Power Systems Research*, vol. 67, núm. 3, pp. 207-215, Diciembre de 2003.
- [41] A. Feijóo, J. Cidrás y C. Carrillo, "A third order model for the doubly-fed induction machine," *Electric Power Systems Research*, vol. 56, núm. 2, pp. 121-127, Noviembre de 2000.

- [42] A. Petersson, T. Thiringer, L. Harnefors y T. Petru, "Modeling and experimental verification of grid interaction of a DFIG wind turbine," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 20, núm. 4, pp. 878-886, Diciembre de 2005.
- [43] R. H. Park, "Two-reaction theory of synchronous machines. Generalized method of analysis – Part I," *AIEE Transactions*, vol. 48, núm. 3, pp. 716-727, Julio de 1929.
- [44] Y. H. Ku, "Transient analysis of A-C. machinery," *AIEE Transactions*, vol. 48, núm. 3, pp. 707-714, Julio de 1929.
- [45] Y. H. Ku, "Rotating-field theory and general analysis of synchronous and induction machines," *Proceedings of the IEE – Part IV: Institution Monographs*, vol. 99, núm. 4, pp. 410-428, Diciembre de 1952.
- [46] P. C. Krause, O. Wasynczuk y S. D. Sudhoff, *Analysis of Electric Machinery and Drive Systems*. 2ª Edición. Nueva York: IEEE Press, 2002.
- [47] J. G. Slootweg, H. Polinder y W. L. Kling, "Representing wind turbine electrical generating systems in fundamental frequency simulations," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 18, núm. 4, pp. 516-524, Diciembre de 2003.
- [48] J. Pedra y M. Salichs, "Estudio de las transformaciones matriciales aplicadas a la máquina de inducción," *II Jornadas Hispano-Lusas de Ingeniería Eléctrica*, Coimbra, Portugal, Julio de 1991, pp. 98-105.
- [49] H. Akagi, E. H. Watanabe y M. Aredes, *Instantaneous Power Theory and Applications to Power Conditioning*. Nueva Jersey: IEEE Press, 2007.
- [50] J. G. Slootweg, H. Polinder y W. L. Kling, "Initialization of wind turbine models in power system dynamics simulations," *IEEE Porto Power Tech Conference*, Porto, Portugal, Septiembre de 2001, vol. 4, pp. 1-6.
- [51] J. F. Medina y A. Feijóo, "Calculating steady-state operating conditions for doubly-fed induction generator wind turbines," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 25, núm. 2, pp. 922-928, Mayo de 2010.
- [52] P. Kundur, *Power System Stability and Control*. Nueva York: McGraw-Hill, 1994.
- [53] S. Heier, *Grid Integration of Wind Energy Conversion Systems*. 2ª Edición. Chichester: John Wiley & Sons, 2006.
- [54] P. M. Anderson y A. Bose, "Stability simulation of wind turbine systems," *IEEE Transactions on Power Apparatus and Systems*, vol. PAS-102, núm. 12, pp. 3791-3795, Diciembre de 1983.
- [55] V. Akhmatov, "Analysis of dynamic behaviour of electric power systems with large amount of wind power," Tesis doctoral, Department of Electric Power Engineering, Technical University of Denmark, Kgs. Lyngby, Dinamarca, Abril de 2003.
- [56] J. L. Rodríguez, J. C. Burgos y S. Arnalte, *Sistemas Eólicos de Producción de Energía Eléctrica*. Madrid: Editorial Rueda S. L., 2003.

- [57] E. Koutroulis y K. Kalaitzakis, "Design of a maximum power tracking system for wind-energy-conversion applications," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, núm. 2, pp. 486-494, Abril de 2006.
- [58] E. Muljadi y C. P. Butterfield, "Pitch-controlled variable-speed wind turbine generation," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 37, núm. 1, pp. 240-246, Enero/Febrero 2001.
- [59] F. Córcoles y J. Pedra, "Algorithm for the study of voltage sags on induction machines," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 14, núm. 4, pp. 959-968, Diciembre de 1999.
- [60] S. M. Mueen, Md. H. Ali, R. Takahashi, T. Murata, J. Tamura, Y. Tomaki, A. Sakahara y E. Sasano, "Comparative study on transient stability analysis of wind turbine generator system using different drive train models," *IET Renewable Power Generation*, vol. 1, núm. 2, pp. 131-141, Junio de 2007.
- [61] F. Blaabjerg y Z. Chen, *Power Electronics for Modern Wind Turbines*. Estados Unidos: Morgan & Claypool, 2006.
- [62] D. G. Holmes y T. A. Lipo, *Pulse Width Modulation for Power Converters: Principles and Practice*. Nueva Jersey: IEEE Press, 2003.
- [63] M. Bongiorno, "On control of grid-connected voltage source converters – Mitigation of voltage dips and subsynchronous resonances," Tesis doctoral, Department of Energy and Environment, Chalmers University of Technology, Göteborg, Suecia, Septiembre de 2007.
- [64] M. Braun, *Differential Equations and Their Applications*. 4ª Edición. Nueva York: Springer-Verlag, 1993.
- [65] European Wind Energy Association (EWEA), "How a wind turbine comes together?" *Wind Directions*, Enero/Febrero de 2007, pp. 32-33. Disponible en línea: <http://www.ewea.org/>
- [66] J. Pedra, F. Córcoles, Ll. Monjo, S. Bogarra y A. Rolán, "On fixed-speed WT generator modeling for rotor speed stability studies," *IEEE Transactions on Power Systems*, pendiente de publicación.
- [67] F. Blaabjerg, R. Teodorescu, M. Liserre y A. V. Timbus, "Overview of control and grid synchronization for distributed power generation systems," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 53, núm. 5, pp. 1398-1409, Octubre de 2006.
- [68] O. Gomis-Bellmunt, A. Junyent-Ferré, A. Sumper y J. Bergas-Jané, "Ride-through control of a doubly fed induction generator under unbalanced voltage sags," *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 23, núm. 4, pp. 1036-1045, Diciembre de 2008.
- [69] L. Harnerfors y H. P. Nee, "Model-based current control of AC machines using the internal model control method," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 34, núm. 1, pp. 133-141, Enero/Febrero de 1998.
- [70] J. Pedra, F. Córcoles y F. J. Suelves, "Effects of balanced and unbalanced voltage sags on VSI-fed adjustable-speed drives," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, núm. 1, pp. 224-233, Enero de 2005.

Anexos

Anexo A. Características del generador de inducción doblemente alimentado

En la presente tesis doctoral se estudia un generador de inducción doblemente alimentado de 2 MW de potencia nominal. Esta es un valor típico para los modernos aerogeneradores, cuyo rango oscila entre los 2 MW y los 3 MW [5]. No obstante, ya existen en el mercado prototipos de aerogeneradores cuyas potencias nominales varían entre los 5 y los 6 MW [7], con una clara tendencia al aumento de dicha potencia en los próximos años.

Para el caso que concierne a la tesis, se ha escogido el generador de inducción doblemente alimentado cuyas características se han adaptado de *J. G. Slootweg et al.* [47] y se muestran en la Tabla A.1.

Característica	Símbolo	Valor
Potencia nominal	P_n	2 MW
Tensión nominal	U_n	690 V
Corriente nominal	I_n	1673.5 A
Frecuencia nominal	f_n	50 Hz
Pares de polos	φ	2
Rango de velocidades	ω_m	900-1900 rpm
Resistencia del estator	R_s	2.380 m Ω
Resistencia del rotor	R_r	2.380 m Ω
Inductancia de dispersión del estator	L_{sd}	0.076 mH
Inductancia de dispersión del rotor	L_{rd}	0.061 mH
Inductancia magnetizante	M	2.273 mH
Constante de inercia	H_g	0.5 s

Tabla A.1: Características del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la tesis.
Fuente: *J. G. Slootweg et al.* [47].

Anexo B. Características de la turbina eólica

La turbina eólica estudiada en la presente tesis doctoral presenta una potencia nominal de 2 MW. Las características de la turbina se han adaptado de *J. G. Slootweg et al.* [47] y se muestran en la Tabla B.1.

Característica	Símbolo	Valor
Potencia nominal	P_n	2 MW
Radio del rotor eólico (longitud del álabe)	R_t	37.5 m
Velocidad de giro mínima	$\omega_{t \text{ mín}}$	9 rpm
Velocidad de giro máxima	$\omega_{t \text{ máx}}$	19 rpm
Velocidad de giro nominal	$\omega_{t n}$	18 rpm
Velocidad nominal del viento	$v_{w n}$	12 m/s
Relación de transmisión del tren de engranajes	r_t	1:100
Constante de inercia	H_t	2.5 s

Tabla B.1: Características de la turbina eólica estudiada en la tesis. Fuente: *J. G. Slootweg et al.* [47].

Por otro lado, las constantes que permiten calcular el coeficiente de potencia, según (5.2) y (5.3), también se han obtenido de *J. G. Slootweg et al.* [47] y se corresponden con la turbina estudiada en la tesis. Estos coeficientes se muestran en la Tabla B.2.

c_1	c_2	c_3	c_4	c_5	c_6	c_7	c_8	c_9
0.73	151	0.58	0.002	2.14	13.2	18.4	-0.02	-0.003

Tabla B.2: Constantes para el cálculo del coeficiente de potencia de la turbina. Fuente: *J. G. Slootweg et al.* [47].

Anexo C. El sistema por unidad

C.1. Magnitudes base

Las magnitudes físicas se pueden expresar en función de sus unidades (en el sistema internacional de unidades o SI) o comparadas con una magnitud de referencia. En el sistema *por unidad* o pu, todas las magnitudes físicas se muestran referidas a sus *magnitudes base*. Para ello, se debe dividir la magnitud deseada entre el valor base correspondiente, dando lugar a la magnitud *reducida*. Si a posteriori se desea obtener la magnitud en unidades del SI, se debe realizar el proceso inverso, es decir, multiplicar la magnitud reducida por su valor base.

Para definir un sistema por unidad se deben seleccionar las magnitudes base, que generalmente son la potencia base, S_b , la tensión base, U_b y la frecuencia base, f_b . Normalmente se suelen escoger como magnitudes base los valores nominales de la máquina eléctrica, es decir:

- Potencia base = potencia nominal:

$$S_b = S_n \quad (C.1)$$

- Tensión base = tensión nominal:

$$U_b = U_n \quad (C.2)$$

- Frecuencia base = frecuencia nominal:

$$f_b = f_n \quad (C.3)$$

Cabe notar que la tensión nominal de la máquina, U_n , es una tensión de línea. Por lo tanto, si se desea trabajar con la tensión base por fase, V_b , se debe utilizar la siguiente expresión:

$$V_b = \frac{U_b}{\sqrt{3}} = \frac{U_n}{\sqrt{3}} \quad (C.4)$$

En función de las tres magnitudes anteriores, se definen las restantes magnitudes base:

➤ Corriente base:

$$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_b} \quad (\text{C.5})$$

➤ Pulsación base:

$$\omega_b = 2 \cdot \pi \cdot f_b \quad (\text{C.6})$$

➤ Impedancia base:

$$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b} \quad (\text{C.7})$$

➤ Inductancia base:

$$L_b = \frac{Z_b}{\omega_b} \quad (\text{C.8})$$

➤ Flujo base:

$$\Phi_b = L_b \cdot I_b \quad (\text{C.9})$$

➤ Par base:

$$\Gamma_b = \frac{S_b}{\omega_b / \wp} \quad (\text{C.10})$$

C.2. Reducción de las variables eléctricas

C.2.1. Valores instantáneos y variables sin transformar

Si se desea que en condiciones nominales los valores máximos instantáneos de tensiones y corrientes reducidas valgan 1 pu, entonces la tensión y la corriente base, que se corresponden con los valores de tensión y corriente nominal de la máquina, se deben multiplicar por $\sqrt{2}$. Por lo tanto, los valores reducidos de las componentes *abc* de las tensiones de fase instantáneas y de las corrientes instantáneas son:

$$v_{abc(pu)}(t) = \frac{v_{abc}(t)}{\sqrt{2} \cdot V_n} \quad ; \quad i_{abc(pu)}(t) = \frac{i_{abc}(t)}{\sqrt{2} \cdot I_n} \quad (C.11)$$

siendo V_n la tensión nominal de fase de la máquina, que resulta de dividir entre $\sqrt{3}$ su tensión nominal de línea:

$$V_n = \frac{U_n}{\sqrt{3}} \quad (C.12)$$

C.2.2. Valores instantáneos y variables de *Ku*

Si se trabaja con las variables instantáneas transformadas mediante *Ku*, las magnitudes de tensión y corriente base se deben multiplicar por un coeficiente distinto al utilizado para reducir las variables en componentes *abc* (C.11).

En régimen permanente equilibrado, las tensiones de alimentación del estator de la máquina eléctrica forman un sistema de tensiones simétrico y equilibrado de secuencia *directa*, esto es:

$$\begin{aligned} v_{sa} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa}) \\ v_{sb} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa} - \frac{2\pi}{3}\right) \\ v_{sc} &= \sqrt{2} \cdot V_s \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \alpha_{sa} + \frac{2\pi}{3}\right) \end{aligned} \quad (C.13)$$

donde ω_s es la pulsación eléctrica de las tensiones del estator, V_s es la tensión eficaz y α_{sa} es el ángulo de la tensión de la fase a del estator o el ángulo del fasor de la tensión del estator, φ_{V_s} .

Las componentes transformadas por medio de la transformación de Ku [44]-[45], se calculan de la siguiente manera (considerando la referencia sincronismo):

$$\begin{bmatrix} v_{s0} \\ v_{sf} \\ v_{sb} \end{bmatrix} = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\omega_s t} & a \cdot e^{-j\omega_s t} & a^2 \cdot e^{-j\omega_s t} \\ e^{j\omega_s t} & a^2 \cdot e^{j\omega_s t} & a \cdot e^{j\omega_s t} \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{C.14})$$

Se considera tan sólo la componente *forward* (f) dado que ésta es igual a la componente *backward* (b) conjugada y la componente *homopolar* (0) es nula, porque la alimentación del estator es simétrica y equilibrada. La componente *forward* de la tensión del estator es:

$$v_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} \cdot (v_{sa} + a \cdot v_{sb} + a^2 \cdot v_{sc}) \quad (\text{C.15})$$

Si las tensiones (C.13) se expresan según la relación:

$$\cos(x) = \frac{e^{j \cdot x} + e^{-j \cdot x}}{2} \quad (\text{C.16})$$

y se sustituyen en (C.15), se obtiene:

$$v_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \cdot e^{j \cdot \alpha_{sa}} = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot V_s \quad (\text{10.1})$$

donde se observa que en las condiciones impuestas (régimen permanente, alimentación senoidal simétrica y equilibrada y referencia sincronismo), la componente *forward* de la tensión del estator coincide con el fasor de la tensión v_{sa} multiplicado por una constante. El mismo razonamiento se aplica para obtener la componente *forward* de las tensiones del rotor y de las corrientes del estator y del rotor. En todos los casos se obtiene el coeficiente $\sqrt{3/2}$. Por lo tanto, los valores reducidos de las tensiones de fase instantáneas y de las corrientes instantáneas transformadas mediante Ku son:

$$v_{f(\text{pu})}(t) = \frac{v_f(t)}{\sqrt{3/2} \cdot V_n} \quad ; \quad i_{f(\text{pu})}(t) = \frac{i_f(t)}{\sqrt{3/2} \cdot I_n} \quad (\text{C.17})$$

C.2.3. Valores instantáneos y variables de *Park*

Del mismo modo que en el caso anterior, cuando se trabaja con las variables transformadas de *Park* las magnitudes de tensión y corriente base se deben multiplicar por un coeficiente distinto al utilizado para reducir las variables en componentes *abc* (C.11).

El estator de la máquina se alimenta por medio del sistema de tensiones trifásicas senoidales, equilibradas y de secuencia *directa* (C.13). Las componentes transformadas de estas tensiones mediante *Park* [43], se obtienen de la siguiente manera (considerando la referencia sincronismo):

$$\begin{bmatrix} v_{s0} \\ v_{sd} \\ v_{sq} \end{bmatrix} = \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \begin{bmatrix} \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} & \frac{1}{\sqrt{2}} \\ \cos(\omega_s \cdot t) & \cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & \cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \\ -\text{sen}(\omega_s \cdot t) & -\text{sen}\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) & -\text{sen}\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} v_{sa} \\ v_{sb} \\ v_{sc} \end{bmatrix} \quad (\text{C.18})$$

Cabe notar que la componente *homopolar* (0) es nula porque la alimentación del estator es simétrica y equilibrada. Las componentes *directa* (d), y en *cuadratura* (q), por su parte, se calculan por medio de:

$$\begin{aligned} v_{sd} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[v_{sa} \cdot \cos(\omega_s \cdot t) + v_{sb} \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) + v_{sc} \cdot \cos\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \\ v_{sq} &= \sqrt{\frac{2}{3}} \cdot \left[-v_{sa} \cdot \text{sen}(\omega_s \cdot t) - v_{sb} \cdot \text{sen}\left(\omega_s \cdot t - \frac{2\pi}{3}\right) - v_{sc} \cdot \text{sen}\left(\omega_s \cdot t + \frac{2\pi}{3}\right) \right] \end{aligned} \quad (\text{C.19})$$

Sustituyendo (C.13) en (C.19) y operando, se obtiene:

$$v_{sd} = \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \cos(\alpha_{sa}) \quad ; \quad v_{sq} = \sqrt{3} \cdot V_s \cdot \text{sen}(\alpha_{sa}) \quad (\text{C.20})$$

En consecuencia, el fasor de tensión del estator resulta:

$$\underline{V}_s = V_s \cdot [\cos(\alpha_{sa}) + j \cdot \text{sen}(\alpha_{sa})] = \frac{1}{\sqrt{3}} \cdot (v_{sd} + j \cdot v_{sq}) \quad (\text{C.21})$$

El mismo razonamiento se aplica para obtener la componente *directa* y en *cuadratura* de las tensiones del rotor y de las corrientes del estator y del rotor. En todos los casos se obtiene el coeficiente $\sqrt{3}$. Por lo tanto, los valores reducidos de las tensiones de fase instantáneas y de las corrientes instantáneas transformadas mediante *Park* son:

$$\begin{aligned} v_{d(\text{pu})}(t) &= \frac{v_d(t)}{\sqrt{3} \cdot V_n} & ; & & v_{q(\text{pu})}(t) &= \frac{v_q(t)}{\sqrt{3} \cdot V_n} \\ i_{d(\text{pu})}(t) &= \frac{i_d(t)}{\sqrt{3} \cdot I_n} & ; & & i_{q(\text{pu})}(t) &= \frac{i_q(t)}{\sqrt{3} \cdot I_n} \end{aligned} \quad (\text{C.22})$$

C.3. Reducción de la ecuación mecánica

Si la ecuación mecánica de la máquina eléctrica:

$$\Gamma_m - \Gamma_{res} = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \quad (C.23)$$

se divide por las magnitudes base correspondientes, se tiene:

$$\frac{\Gamma_m}{\Gamma_b} - \frac{\Gamma_{res}}{\Gamma_b} = J \cdot \frac{d\omega_m}{dt} \cdot \frac{1}{\frac{S_b}{\omega_b / \wp} \cdot \frac{\omega_b}{\omega_b}} \quad (C.24)$$

resultando:

$$\Gamma_{m(pu)} - \Gamma_{res(pu)} = \frac{J}{\frac{S_b}{\omega_b^2 / \wp}} \cdot \frac{d(\omega_m / \omega_b)}{dt} \quad (C.25)$$

Operando, se obtiene la ecuación mecánica expresada en función de las magnitudes reducidas:

$$\Gamma_{m(pu)} - \Gamma_{res(pu)} = J_{(pu)} \cdot \frac{1}{\omega_b} \cdot \frac{d\omega_{m(pu)}}{dt} \quad (C.26)$$

En vez de utilizar el momento de inercia, J , se puede utilizar la constante de inercia, H . La relación entre ambos parámetros viene dada por la siguiente expresión [55]:

$$H = \frac{1}{2} \cdot \frac{J \cdot \omega_b^2}{S_b \cdot \wp^2} \quad (C.27)$$

Comparando la expresión (C.27) con el término que multiplica a la derivada en (C.25), se obtiene:

$$\Gamma_{m(pu)} - \Gamma_{res(pu)} = 2 \cdot \wp \cdot H \cdot \frac{d\omega_{m(pu)}}{dt} \quad (C.28)$$

C.4. Magnitudes base y magnitudes reducidas del generador de inducción doblemente alimentado estudiado

Los valores de potencia base, S_b , tensión base, U_b , y frecuencia base, f_b , del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la presente tesis doctoral se corresponden con sus valores nominales, los cuales se muestran en el Anexo A. A partir de estos valores base y aplicando las expresiones (C.5)... (C.10) se obtienen las restantes magnitudes base que permiten expresar todas las magnitudes de la máquina eléctrica en por unidad. En la Tabla C.1 se muestran las magnitudes base consideradas.

Magnitud base	Expresión	Valor
Potencia base	$S_b = P_n$	2 MW
Tensión base	$U_b = U_n$	690 V
Frecuencia base	$f_b = f_n$	50 Hz
Corriente base	$I_b = \frac{S_b}{\sqrt{3} \cdot U_b}$	1673.5 A
Pulsación base	$\omega_b = 2 \cdot \pi \cdot f_b$	314.16 rad/s
Impedancia base	$Z_b = \frac{U_b^2}{S_b}$	0.238 Ω
Inductancia base	$L_b = \frac{Z_b}{\omega_b}$	0.758 mH
Flujo base	$\Phi_b = L_b \cdot I_b$	1.793 Wb
Par base	$\Gamma_b = \frac{S_b}{\omega_b / \wp}$	12.732 kN·m

Tabla C.1: Magnitudes base utilizadas para obtener las magnitudes reducidas (en pu) del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la tesis.

Las resistencias e inductancias del generador de inducción doblemente alimentado estudiado en la presente tesis doctoral, cuyos valores se muestran en el Anexo A, se pueden expresar en por unidad. Para ello, se deben dividir dichos parámetros por las correspondientes magnitudes base (impedancia base e inductancia base) mostradas en la Tabla C.1, obteniéndose los parámetros reducidos de la Tabla C.2.

Parámetro del generador	Símbolo	Valor (en unidades del SI)	Valor (en pu)
Resistencia del estator	R_s	2.380 mΩ	0.01 pu
Resistencia del rotor	R_r	2.380 mΩ	0.01 pu
Inductancia de dispersión del estator	L_{sd}	0.076 mH	0.10 pu
Inductancia de dispersión del rotor	L_{rd}	0.061 mH	0.08 pu
Inductancia magnetizante	M	2.273 mH	3.0 pu

Tabla C.2: Parámetros en unidades del SI y en pu del generador de inducción doblemente alimentado considerado.

Los valores instantáneos de la tensión de fase y de la corriente del generador de inducción doblemente alimentado se reducen como se muestra en el apartado C.2. El resultado se muestra en la Tabla C.3, en la que aparecen los valores reducidos según se trabaje con las componentes *abc* o con las variables transformadas de *Ku* o de *Park*.

Variable instantánea	Componentes abc	Variables de <i>Ku</i>	Variables de <i>Park</i>
Tensión	$v_{abc(pu)}(t) = \frac{v_{abc}(t)}{\sqrt{2} \cdot V_n}$	$v_{f(pu)}(t) = \frac{v_f(t)}{\sqrt{3/2} \cdot V_n}$	$v_{d(pu)}(t) = \frac{v_d(t)}{\sqrt{3} \cdot V_n}$ $v_{q(pu)}(t) = \frac{v_q(t)}{\sqrt{3} \cdot V_n}$
Corriente	$i_{abc(pu)}(t) = \frac{i_{abc}(t)}{\sqrt{2} \cdot I_n}$	$i_{f(pu)}(t) = \frac{i_f(t)}{\sqrt{3/2} \cdot I_n}$	$i_{d(pu)}(t) = \frac{i_d(t)}{\sqrt{3} \cdot I_n}$ $i_{q(pu)}(t) = \frac{i_q(t)}{\sqrt{3} \cdot I_n}$

Tabla C.3: Reducción de los valores instantáneos de las variables estudiadas del generador de inducción doblemente alimentado.

Por lo que respecta al valor reducido del par electromagnético, éste se obtiene mediante:

$$\Gamma_{m(pu)}(t) = \frac{\Gamma_m(t)}{\Gamma_b} \quad (C.29)$$

Finalmente, la potencias instantánea y reactiva instantánea intercambiadas entre el generador y la red eléctrica se pueden obtener en por unidad por medio de:

$$p_{(pu)}(t) = \frac{p(t)}{S_b} \quad ; \quad q_{(pu)}(t) = \frac{q(t)}{S_b} \quad (C.30)$$

Por último, cabe decir que todos los resultados de la presente tesis doctoral se muestran en por unidad. No obstante, en toda la tesis se ha omitido el subíndice (pu) por brevedad.

Anexo D. Modelo del generador de inducción doblemente alimentado en MATLAB y en PSpice

Los resultados de la presente tesis doctoral correspondientes al comportamiento dinámico del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión, han sido obtenidos a partir de las expresiones analíticas mostradas en el Capítulo 6. Estos resultados se han validado por medio de la integración numérica de las ecuaciones diferenciales que describen el comportamiento dinámico del generador con el programa informático MATLAB y también mediante el programa de simulación de circuitos PSpice. En el presente anexo se muestran los modelos del generador de inducción doblemente alimentado utilizados en ambos programas. En estos modelos no se ha tenido en cuenta la componente *homopolar* ya que los devanados del generador de inducción doblemente alimentado se conectan en triángulo o en estrella aislada (sin neutro).

Para inicializar la simulación de sendos modelos se asume que el generador se encuentra en condiciones de régimen permanente eléctrico y mecánico antes de producirse la falta, por lo que el paso previo a la simulación es el estudio del régimen permanente de la máquina, para las distintas potencias generadas, tal y como se desarrolla en el Capítulo 5.

En la presente tesis doctoral se considera que el hueco de tensión es de tan corta duración (entre 100 y 120 ms) que se puede asumir que la velocidad mecánica es aproximadamente constante durante todo el evento. Esta es una suposición aceptable ya que en el estudio desarrollado por *L. Guasch et al.* [31], se comprueba que la pérdida de velocidad en la máquina de inducción sujeta a un hueco de tensión de una duración de 110 ms está en torno al 1 %. En consecuencia, la ecuación mecánica del generador no se tiene en cuenta y el modelo dinámico del mismo queda resumido a sus ecuaciones eléctricas, que son las que se utilizan en este anexo para mostrar el modelo del generador en MATLAB y en PSpice.

D.1. Modelo en MATLAB

En MATLAB se ha programado el modelo eléctrico del generador de inducción doblemente alimentado en variables transformadas de Ku (componente *forward*) en referencia sincronismo, el cual se obtuvo en el Capítulo 4, ecuación (4.147):

$$\left. \begin{aligned} v_{sf} &= \left[R_s + L_s \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{sf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{rf} \\ v_{rf} &= \left[R_r + L_r \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left(\frac{d}{dt} + j \cdot g \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} \end{aligned} \right\} \quad (D.1)$$

D.1.1. Modelo sin controlar la corriente del rotor

Con el fin de resolver el sistema de ecuaciones (D.1) mediante MATLAB, se requiere expresarlo en la forma de ecuación de estado, es decir:

$$\frac{dx}{dt} = \mathbf{A} \cdot \mathbf{x} + \mathbf{B} \cdot \mathbf{u} \quad (D.2)$$

siendo \mathbf{x} el vector de las variables de estado y \mathbf{u} el vector de las excitaciones. Si el generador no se controla frente a huecos de tensión, entonces las tensiones transformadas del estator, v_{sf} , y del rotor, v_{rf} , hacen el papel de excitaciones, mientras que las variables de estado son las corrientes transformadas del estator, i_{sf} , y del rotor, i_{rf} .

Para expresar las ecuaciones (D.1) en la forma (D.2), el primer paso es escribir el sistema de ecuaciones en forma matricial:

$$\begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{rf} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s & j \cdot \omega_s \cdot M \\ j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M & R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix} \cdot \frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} \quad (D.3)$$

A continuación, despejando de (D.3) el vector de derivadas de las corrientes, se tiene:

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} = - \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} R_s + j \cdot \omega_s \cdot L_s & j \cdot \omega_s \cdot M \\ j \cdot g \cdot \omega_s \cdot M & R_r + j \cdot g \cdot \omega_s \cdot L_r \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} L_s & M \\ M & L_r \end{bmatrix}^{-1} \cdot \begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{rf} \end{bmatrix} \quad (D.4)$$

Y operando, se llega al siguiente sistema de ecuaciones, escrito en la forma de ecuación de estado (D.2):

$$\frac{d}{dt} \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} = \mathbf{A} \cdot \begin{bmatrix} i_{sf} \\ i_{rf} \end{bmatrix} + \mathbf{B} \cdot \begin{bmatrix} v_{sf} \\ v_{rf} \end{bmatrix} \quad (\text{D.5})$$

donde \mathbf{A} y \mathbf{B} son las siguientes matrices:

$$\mathbf{A} = \frac{1}{L_r \cdot L_s - M^2} \cdot \begin{bmatrix} -L_r \cdot R_s + j \cdot \omega_s \cdot (g \cdot M^2 - L_r \cdot L_s) & M \cdot [R_r + j \cdot L_r \cdot \omega_s \cdot (g - 1)] \\ M \cdot [R_s + j \cdot L_s \cdot \omega_s \cdot (1 - g)] & -L_s \cdot R_r + j \cdot \omega_s \cdot (M^2 - g \cdot L_r \cdot L_s) \end{bmatrix} \quad (\text{D.6})$$

$$\mathbf{B} = \frac{1}{L_r \cdot L_s - M^2} \cdot \begin{bmatrix} L_r & -M \\ -M & L_s \end{bmatrix}$$

Finalmente, el sistema de ecuaciones (D.5), formado por dos ecuaciones diferenciales ordinarias con coeficientes constantes y en variables complejas, se resuelve por integración numérica mediante el programa MATLAB, obteniéndose las soluciones de las variables de estado (corrientes transformadas del estator y del rotor).

D.1.2. Modelo con control de la corriente del rotor

En la presente tesis doctoral se considera la siguiente estrategia de control del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión: el convertidor del lado de rotor permite mantener constante la corriente del rotor transformada, i_{rf} , en su valor de régimen permanente, durante todo el evento. En este caso, el papel de las excitaciones pasa a ser de la tensión del estator, v_{sf} y de la corriente del rotor, i_{rf} . Por este motivo, la ecuación de estado se obtiene directamente al aislar la derivada de i_{sf} de la primera ecuación de (D.1), teniendo en cuenta que la derivada de i_{rf} es nula (al ser ésta una constante), dando lugar a la siguiente expresión:

$$\frac{di_{sf}}{dt} = - \left(\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s \right) \cdot i_{sf} + \frac{1}{L_s} (v_{sf} - j \cdot \omega_s \cdot M \cdot i_{rf}) \quad (\text{D.7})$$

Se observa que la expresión (D.7) se corresponde con la ecuación diferencial (6.19), que fue resuelta de forma analítica en el Capítulo 6. En este caso, dicha ecuación se resuelve por integración numérica mediante MATLAB, obteniéndose la solución de la corriente del estator transformada, i_{sf} .

Una vez conocida la corriente i_{sf} , la tensión del rotor transformada, v_{rf} , que en el caso de controlar la corriente del rotor es una incógnita, se obtiene al sustituir (D.7) en la primera ecuación de (D.1), dando lugar a la siguiente expresión:

$$v_{rf} = \left[R_r + j \cdot \omega_s \cdot \left(g \cdot L_r - \frac{M^2}{L_s} \right) \right] \cdot i_{rf} + M \cdot \left[-\frac{R_s}{L_s} + j \cdot \omega_s \cdot (g - 1) \right] \cdot i_{sf} + \frac{M}{L_s} \cdot v_{sf} \quad (\text{D.8})$$

que se corresponde con la expresión analítica (6.39), obtenida en el Capítulo 6.

D.2. Modelo en PSpice

PSpice es un programa de simulación de circuitos que no permite trabajar con números complejos. Por este motivo, se implementan los circuitos correspondientes al modelo eléctrico de la máquina en variables transformadas de *Park*, en referencia sincronismo, el cual se obtuvo en el Capítulo 4, ecuación (4.149):

$$\left. \begin{aligned}
 v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} + M \cdot \frac{di_{rd}}{dt} - L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sq} - M \cdot \omega_s \cdot i_{rq} \\
 v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + M \cdot \frac{di_{rq}}{dt} + L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sd} + M \cdot \omega_s \cdot i_{rd} \\
 v_{rd} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rq} - M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sq} \\
 v_{rq} &= \left(R_r + L_r \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rd} + M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sd}
 \end{aligned} \right\} \quad (D.9)$$

Si se desean obtener las variables transformadas de *Ku* (componente *forward*) a partir de las de *Park* se aplica la relación (4.156), obtenida en el Capítulo 4:

$$x_f = \frac{1}{\sqrt{2}} \cdot (x_d + j \cdot x_q) \quad (D.10)$$

donde x es la variable de interés (tensión, corriente o flujo).

D.2.1. Modelo sin controlar la corriente del rotor

En la Figura D.1 se muestra el modelo en PSpice del generador de inducción doblemente alimentado sin controlar la corriente del rotor. Los circuitos mostrados se corresponden con las ecuaciones eléctricas (D.9). Los componentes de dichos circuitos son los siguientes:

- Resistencias e inductancias:
 - RS y RR: resistencias del estator y del rotor, respectivamente.
 - LS y LR: inductancias del estator y del rotor, respectivamente. Los circuitos del estator y del rotor están acoplados magnéticamente por medio del coeficiente de acoplamiento, K , entre las bobinas de ambos circuitos.

- Fuentes de tensión continua:
 - VRD_PERM y VRQ_PERM: componentes *directa* y en *cuadratura*, respectivamente, de la tensión del rotor. Al no controlar la corriente del rotor, estas tensiones constantes hacen el papel de excitación en el circuito eléctrico del rotor.
 - VSD, VRD, VSQ y VRQ: presentan una tensión nula, ya que se utilizan como amperímetros para conocer la corriente que circula por los circuitos en los que están conectados.

- Fuentes de tensión controladas por tensión:
 - ESD y ESQ: componentes *directa* y en *cuadratura*, respectivamente, de las tensiones del estator. Se obtienen al aplicar la transformación de *Park* a las componentes *abc* de las tensiones del estator.
 - EPSD y EPSQ: se corresponden con la componente *directa* y en *cuadratura*, respectivamente, de los flujos del estator multiplicadas por ω_s , que es la pulsación de las corrientes del estator.
 - EPRD y EPRQ: se corresponden con la componente *directa* y en *cuadratura*, respectivamente, de los flujos del rotor, multiplicadas por $G\omega_s$, donde G es el deslizamiento mecánico.

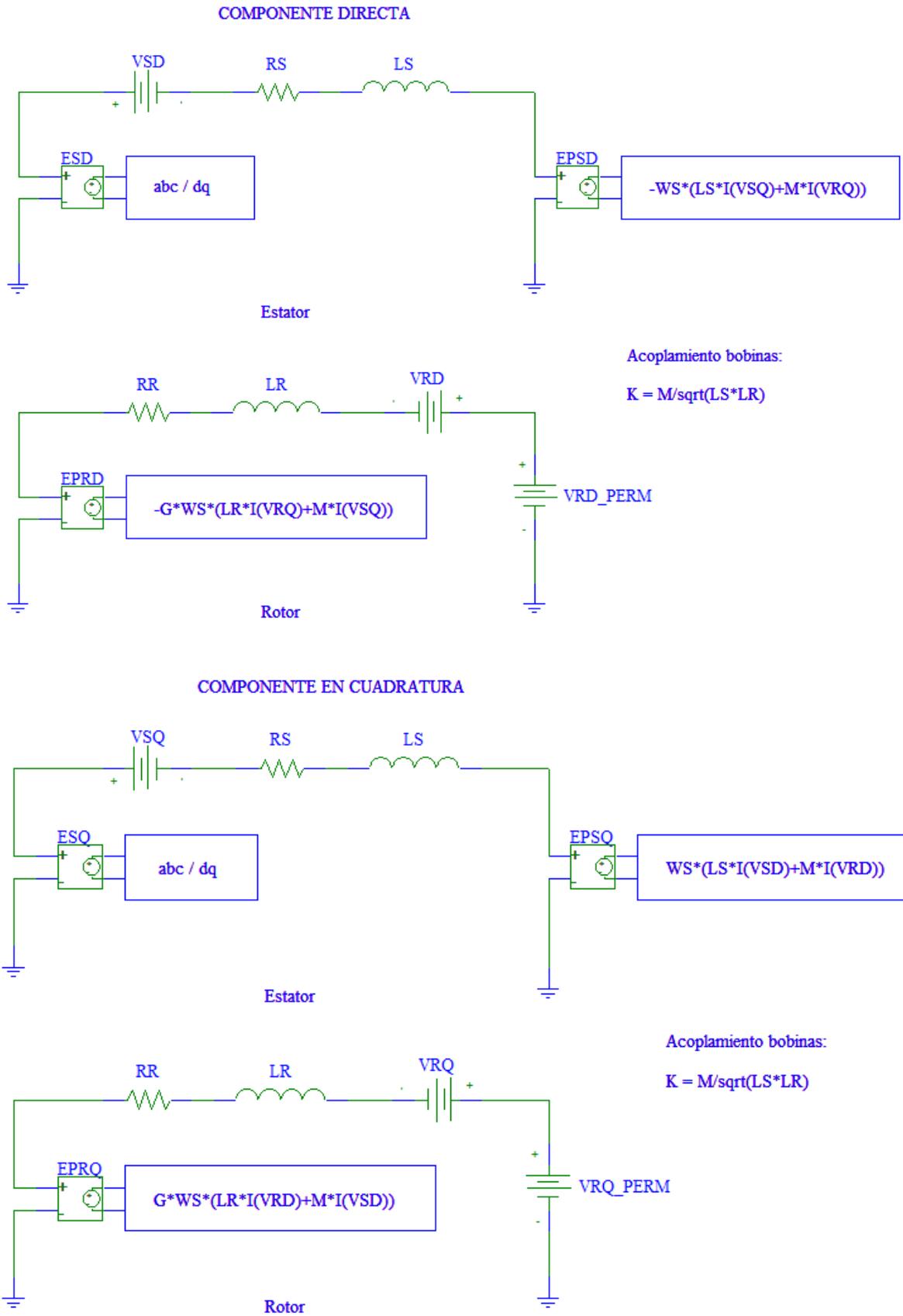


Figura D.1: Modelo en PSpice del generador de inducción doblemente alimentado sin controlar la corriente del rotor.

D.2.2. Modelo con control de la corriente del rotor

En la presente tesis doctoral se adopta la estrategia de control de mantener constante la corriente del rotor en referencia sincronismo. Por lo tanto, si en el sistema de ecuaciones (D.9) se anulan las derivadas de i_{rd} y de i_{rq} se obtiene el modelo eléctrico del generador de inducción doblemente alimentado en variables transformadas de *Park*, controlando la corriente del rotor:

$$\left. \begin{aligned}
 v_{sd} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sd} - L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sq} - M \cdot \omega_s \cdot i_{rq} \\
 v_{sq} &= \left(R_s + L_s \cdot \frac{d}{dt} \right) \cdot i_{sq} + L_s \cdot \omega_s \cdot i_{sd} + M \cdot \omega_s \cdot i_{rd} \\
 v_{rd} &= R_r \cdot i_{rd} + M \cdot \frac{di_{sd}}{dt} - L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rq} - M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sq} \\
 v_{rq} &= R_r \cdot i_{rq} + M \cdot \frac{di_{sq}}{dt} + L_r \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{rd} + M \cdot g \cdot \omega_s \cdot i_{sd}
 \end{aligned} \right\} \quad (D.11)$$

En la Figura D.2 se muestra el modelo en PSpice correspondiente a las ecuaciones eléctricas (D.11). Se observa que la única diferencia con el modelo de la Figura D.1 es que las fuentes de tensión constantes VRD_PERM y VRQ_PERM se han substituido por las fuentes de corriente constantes IRD_PERM e IRQ_PERM, ya que la estrategia de control seleccionada impone que las componentes *directa* y en *cuadratura* de la corriente del rotor transformada son constantes.

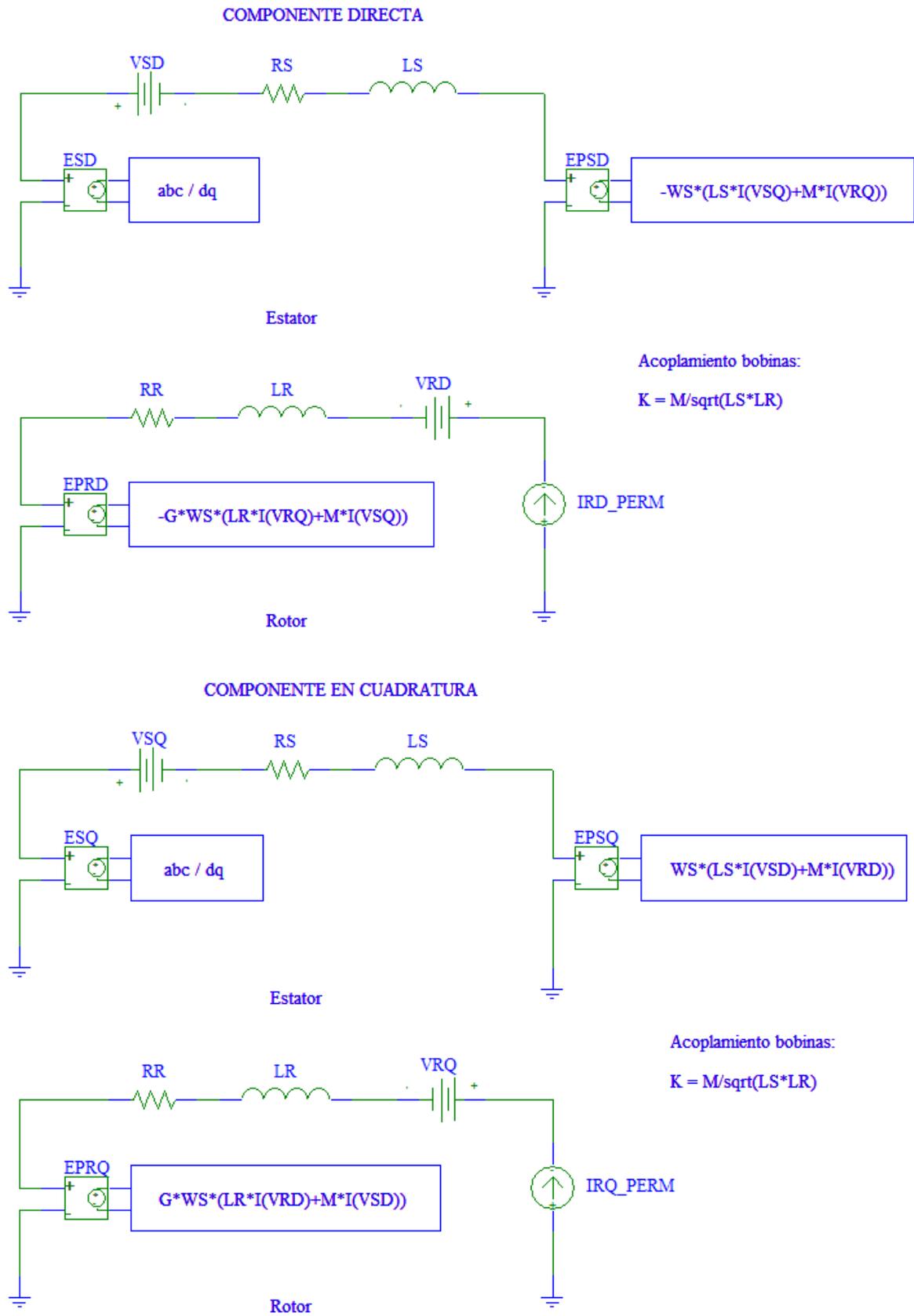


Figura D.2: Modelo en PSpice del generador de inducción doblemente alimentado controlando la corriente del rotor.

Anexo E. Publicaciones derivadas de la tesis

La realización de la presente tesis doctoral ha permitido la redacción de cuatro artículos científicos, dos de los cuales han sido enviados a revistas con índice de impacto y los otros dos están en proceso de redacción:

➤ Artículos enviados a revistas con índice de impacto:

- A. Rolán, F. Córcoles y J. Pedra, “Doubly fed induction generator subject to symmetrical voltage sags,” *IEEE Transactions on Energy Conversion*, vol. 26, núm. 4, pp. 1219-1229, Diciembre de 2011. Se estudia analíticamente el comportamiento del generador de inducción doblemente alimentado sometido a huecos de tensión simétricos. También se analiza el efecto de la recuperación discreta de la tensión.
- A. Rolán, F. Córcoles y J. Pedra, “Behaviour of the doubly-fed induction generator exposed to unsymmetrical voltage sags,” *IET Electric Power Applications* (enviado a la revista el 5 de agosto de 2011; revisado el 14 de octubre de 2011). Ídem que el anterior, pero considerando que el generador se somete a huecos de tensión asimétricos.

➤ Artículos en proceso de redacción:

- A. Rolán, J. Pedra y F. Córcoles, “Symmetrical and unsymmetrical voltage sag effects on doubly-fed induction generators”. Se trata de un estudio exhaustivo, considerando todo el rango posible de duraciones y profundidades del hueco, mediante el cual se analiza el efecto de todos los huecos de tensión (simétricos y asimétricos) sobre el generador de inducción doblemente alimentado. También se comparan y se contrastan los resultados obtenidos entre los huecos modelados abruptos y discretos.
- A. Rolán, F. Córcoles, J. Pedra y Ll. Monjo, “On the testing of equipments exposed to sags”. Se propone una agrupación de todos los huecos de tensión discretos en cinco tipologías. Dicho estudio se valida por medio de la simulación de distintos dispositivos eléctricos sometidos a huecos de tensión.

A continuación se adjuntan los dos artículos que han sido enviados a las revistas científicas.

Doubly Fed Induction Generator Subject to Symmetrical Voltage Sags

Alejandro Rolán, Felipe Córcoles, and Joaquín Pedra, *Member, IEEE*

Abstract—The aim of this paper is to analyze the dynamic behavior of the doubly fed induction generator (DFIG) subject to symmetrical voltage sags caused by three-phase faults. A simple control algorithm is considered and assumed ideal: the rotor current $i_{r,f}$ in the synchronous reference frame is kept constant. This hypothesis allows the electrical transient to be solved analytically, providing a comprehensive description of DFIG behavior under symmetrical sags. The fault-clearing physics of symmetrical sags is also analyzed. That is, the fault is cleared in the successive natural fault-current zeros, leading to a voltage recovery in one, two, or three steps. This clearing process, called *discrete* fault clearing in this paper, results in a more accurate sag modeling than the *abrupt* or instantaneous fault clearing (the usual modeling in the literature). The fault-clearing process has a strong influence on the rotor voltage required to control the rotor current after fault clearing. To compare the effects of both *abrupt* and *discrete* sags, different wind turbine (WT) operating points, which determine different generated powers, are considered. This study helps in the understanding of WT fault ride-through capability.

Index Terms—Doubly fed induction generator (DFIG), fault clearing, fault ride-through capability, symmetrical voltage sag.

I. INTRODUCTION

THE most commonly used concept for variable-speed wind turbines (WTs) is based on the doubly fed induction generator (DFIG) [1]. Fig. 1 shows the basic scheme of this configuration, whose main advantage is that the converter handles a fraction (about 30%) of the total generated power.

In order to meet current grid codes, variable-speed WTs must achieve fault ride-through capability, i.e., they must remain connected to the electrical grid when faults occur. Consequently, knowledge of the effects of voltage sags on DFIG dynamic behavior is the first step to ensure electricity supply continuity.

Although DFIG behavior under voltage sags has been widely studied in the literature, only few studies focus on sizing the rotor-side converter to overcome grid faults and enhancing fault ride-through capability. For example, Chondrogiannis and Barnes [2] present an analytical study to size the rotor-side

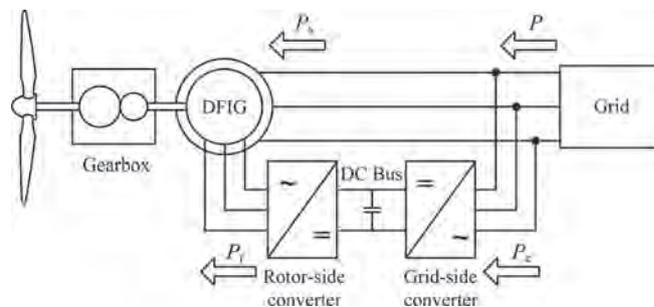


Fig. 1. Scheme of a DFIG-based WT. Motor sign convention.

converter to improve symmetrical sag ride-through capability assuming that the active and reactive powers are controlled during the fault, and Hu and He [3] study the unsymmetrical sag effects considering the rotor-side converter limits.

The analytical approach in this study is based on the assumption that the rotor current $i_{r,f}$ in the synchronous reference frame can be kept constant during and after the fault. It allows the electrical transient to be solved analytically, providing a comprehensive description of DFIG behavior. The voltage limit of the rotor-side converter is considered to discuss if the rotor current can be effectively controlled. The analytical expressions were validated by the numerical integration of the system equations with a MATLAB ode solver and the PSpice circuit simulator.

Furthermore, two approaches for the modeling of sags caused by faults are compared in this paper. The first one, known as *abrupt* recovery sag, is the widely accepted model in the technical literature, where it is assumed that the voltage is abruptly recovered in all faulted phases. The second one, i.e., *discrete* recovery sag, considers the fault-clearing physics in order to recover the voltage in different steps depending on the number of faulted phases [4]. The first studies in the literature about the influence of fault clearing were carried out in [5]–[7] for three-phase transformers and induction motors, showing that the fault-clearing process has a strong influence on the behavior of such devices, smoothing the sag effects. It is also true in DFIG behavior under symmetrical sags, where the *abrupt* recovery sags overestimate the severity of sag events, as shown in this study.

Finally, the influence of the generated power, i.e., the WT operating point influence, is also taken into account to compare the effects caused by symmetrical sags.

II. VOLTAGE SAG CHARACTERIZATION

A voltage sag is defined as a decrease in the rms voltage between 0.1 and 0.9 pu for durations from 0.5 cycles to 1 min [8].

Manuscript received April 11, 2011; accepted June 12, 2011. Date of publication July 22, 2011; date of current version November 23, 2011. This work was supported by the Ministerio de Ciencia e Innovación of Spain under the Project ENE2008-06588-C04-03 and Project ENE2009-10274. Paper no. TEC-00170-2011.

A. Rolán is with the Department of Electrical Engineering, ETSEIAT-UPC, 08222 Terrassa, Barcelona, Spain (e-mail: alejandro.rolan@upc.edu).

F. Córcoles and J. Pedra are with the Department of Electrical Engineering, ETSEIB-UPC, 08028 Barcelona, Spain (e-mail: corcoles@ee.upc.edu; pedra@ee.upc.edu).

Color versions of one or more of the figures in this paper are available online at <http://ieeexplore.ieee.org>.

Digital Object Identifier 10.1109/TEC.2011.2160397

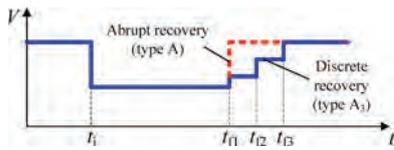


Fig. 2. Evolution of the rms voltage during a symmetrical sag caused by a three-phase-to-ground fault. Dotted line: sag modeled with *abrupt* voltage recovery, or type A sag. Solid line: sag modeled with three-step voltage recovery (*discrete*), or type A₃ sag.

This paper deals with voltage sags caused by three-phase faults (symmetrical voltage sags).

Voltage sags are characterized by four parameters [9], namely, duration Δt , depth h , fault current angle ψ , and typology. Moreover, no phase-angle jump is considered.

In this paper, two approaches for the modeling of sags caused by faults are compared. The first one, the most common in the literature, assumes that faults are cleared instantaneously in all affected phases, i.e., voltage recovery is modeled *abrupt*. This approach is used in Sections VI and VII. However, voltage recovery is influenced by the fault-clearing physics because the voltage recovers in the natural fault-current zeros. This leads to a voltage recovery in one, two, or three steps, that is, to a *discrete* recovery sag [4]. This approach is used in Section VIII. Fig. 2 shows the rms voltage waveform pattern of a sag caused by a three-phase-to-ground fault modeled with *abrupt* and *discrete* voltage recovery. t_{f1} is the instant when the first phase of the circuit breaker clears the fault, and t_{f2} and t_{f3} are the instants when the second and third phases of the circuit breaker clear the fault. Finally, both models (*abrupt* and *discrete*) are compared in Section IX.

III. DFIG DYNAMIC MODEL

In the literature, DFIG dynamic equations are usually written in *Park* variables (*dq* components) [10]. In this paper, the *Ku* transformation [11], [12] is preferred because the equations are written in a more compact form as the *forward* component (*f* component) is a complex notation of the *dq* components [12]. The relation between the *Park* and *Ku* components is given in Appendix I.

When using the *Ku* transformation in the synchronous reference frame and considering the motor sign convention, the DFIG dynamic equations are

$$\begin{aligned} v_{sf} &= [R_s + L_s(p + j\omega_s)] i_{sf} + M(p + j\omega_s) i_{rf} \\ v_{rf} &= [R_r + L_r(p + js\omega_s)] i_{rf} + M(p + js\omega_s) i_{sf} \\ \Gamma_m &= 2\varphi M \text{Im}(i_{sf} i_{rf}^*) \quad s = \frac{(\omega_s - \varphi\omega_m)}{\omega_s} \end{aligned} \quad (1)$$

where subscripts s and r stand for the stator and the rotor, respectively, subscript f stands for the *forward* component of the transformed variable, φ is the number of pole pairs, p is the time differential operator d/dt , Γ_m is the electromagnetic torque, s is the mechanical slip, ω_m is the generator speed, and $\omega_s = 2\pi f_s$ is the pulsation of the stator voltages (f_s is the frequency of the stator voltages, and $T = 1/f_s$ is the period).

TABLE I
2 MW DFIG-BASED WT CHARACTERISTICS (ADAPTED FROM [13])

GENERATOR NOMINAL VALUES		GENERATOR SPEED		POLE PAIRS			
U_n (line voltage)	f_n	ω_m	p				
690 V	50 Hz	900-1900 rpm	2				
GENERATOR PARAMETERS IN PU ($S_b = 2$ MW, $U_b = 690$ V, $f_b = 50$ Hz)							
R_s	R_r	X_{st}	X_{rl}	X_m	Inertia constant		
0.01	0.01	0.1	0.08	3.0	0.5 s		
WIND TURBINE PARAMETERS							
Nominal power	Blade radius	Min. speed	Max. speed	Nominal speed	Nominal wind speed	Gear box ratio	Inertia constant
2 MW	37.5 m	9 rpm	19 rpm	18 rpm	12 m/s	1:100	2.5 s

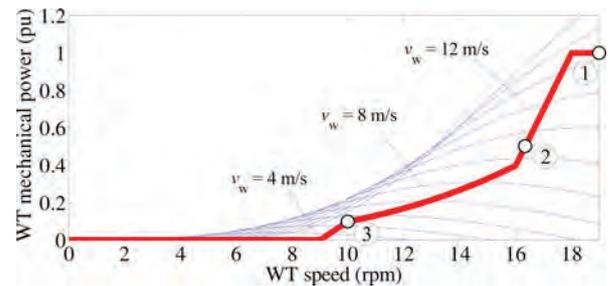


Fig. 3. Steady-state WT mechanical power (thick line) for different values of the wind speed (thin lines). 1, 2, and 3 are the operating points studied in the paper.

The total instantaneous power $p(t)$ exchanged between the WT and the grid is obtained as

$$\begin{aligned} p(t) &= p_s(t) + p_c(t) = p_s(t) + p_r(t) \\ &= 2 \text{Re}(v_{sf} i_{sf}^*) + 2 \text{Re}(v_{rf} i_{rf}^*) \end{aligned} \quad (2)$$

where the converter losses are neglected ($p_c = p_r$, Fig. 1).

IV. DFIG-BASED WT CHARACTERISTICS

The 2 MW DFIG-based WT characteristics are shown in Table I. This educational data, as well as the coefficients c_p used to obtain the power coefficient of the WT, were adapted from [13]. The resulting steady-state WT mechanical power versus the WT speed for different wind speeds is represented in Fig. 3. The influence of the total generated power P (which depends on the wind speed, v_w) on DFIG behavior is discussed in Section IX, where the three operating points in Fig. 3 are studied:

- 1) Point 1: rated power ($v_w = 12$ m/s, $s = -0.27$).
- 2) Point 2: 0.5 times the rated power ($v_w = 9.3$ m/s, $s = -0.09$).
- 3) Point 3: 0.1 times the rated power ($v_w = 5.45$ m/s, $s = 0.33$).

V. DFIG VARIABLES OF INTEREST

The variables of interest are the abc phase components and the *forward* components of the voltages and currents, as well as the total instantaneous power. The pu values of these variables are obtained by referring them to the base values ($S_b = 2$ MW,

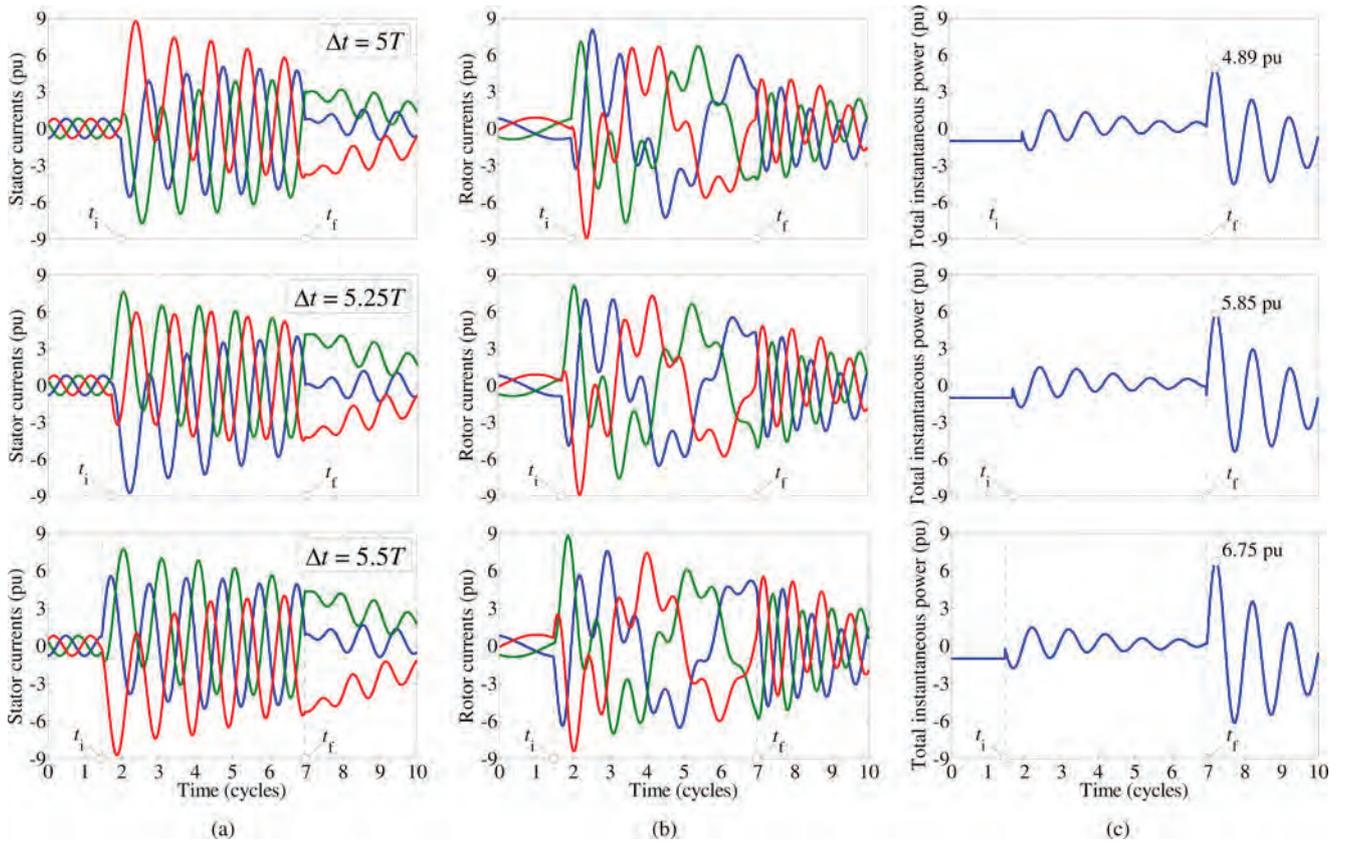


Fig. 4. Influence of sag duration ($\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$, and $\Delta t = 5.5T$) on the dynamic behavior of the DFIG with no control on the rotor current. *Abrupt* recovery sag characteristics: $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$. WT operating point 1: P_n and $s = -0.27$. (a) Stator currents, (b) rotor currents, and (c) total instantaneous power.

$$U_b = 690 \text{ V}, I_b = S_b / (\sqrt{3}U_b) = 1673.5 \text{ A):}$$

$$\begin{aligned} v_{abc \text{ pu}}(t) &= \frac{v_{abc}(t)}{\sqrt{2}V_b} & v_{f \text{ pu}}(t) &= \frac{v_f(t)}{\sqrt{3}/2V_b} \\ i_{abc \text{ pu}}(t) &= \frac{i_{abc}(t)}{\sqrt{2}I_b} & i_{f \text{ pu}}(t) &= \frac{i_f(t)}{\sqrt{3}/2I_b} & p_{\text{pu}}(t) &= \frac{p(t)}{S_b} \end{aligned} \quad (3)$$

where $V_b = U_b / \sqrt{3} = 398.4 \text{ V}$ is the per-phase base voltage and $\sqrt{3}/2$ is the relation between the steady-state *forward* components in the synchronous reference frame and the steady-state phasors (see Appendix I for more details). In the remainder of this paper, subscript pu is omitted for brevity.

VI. DFIG WITH NO CONTROL ON ROTOR CURRENT UNDER SYMMETRICAL SAGS WITH *Abrupt* RECOVERY

Fig. 4 illustrates the dynamic behavior of the DFIG stator currents [see Fig. 4(a)], rotor currents [see Fig. 4(b)], and total instantaneous power [see Fig. 4(c)] when subject to a symmetrical sag with *abrupt* recovery and three different durations: $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$, and $\Delta t = 5.5T$. There is no control on the rotor current (i.e., the transformed rotor voltage $v_{r,f}$ in the synchronous reference frame is constant and equals the prefault

steady-state value) and the WT operates at point 1 (P_n and $s = -0.27$). Two observations can be made from the figure results.

- 1) The rotor current peaks that appear in a DFIG subject to symmetrical sags cannot be tolerated by the converter (the peaks are 9 pu in the examples). Therefore, a control strategy on the rotor current is needed to avoid or mitigate these peaks.
- 2) The most severe peaks in the total instantaneous power occur when sag duration is $\Delta t = 5.5T$, while the least severe peaks appear for $\Delta t = 5T$. This consideration is not only true when there is no control on the rotor current, but also when it is controlled, as shown in the next section.

VII. DFIG WITH CONTROLLED ROTOR CURRENT UNDER SYMMETRICAL SAGS WITH *Abrupt* RECOVERY

Fig. 4 shows that noticeable rotor current peaks appear in a DFIG subject to *abrupt* recovery sags if there is no control on the rotor current. As these peaks cannot be tolerated by the converter, the DFIG control must avoid or mitigate them.

A simple control algorithm is considered in this paper: the current $i_{r,f}$ (rotor current in the synchronous reference frame) is kept constant at its prefault steady-state value. The control is, moreover, assumed ideal, which means that the controlled variable $i_{r,f}$ is adjusted instantaneously to satisfy the set point requirement, i.e., $i_{r,f}$ is kept constant during the entire

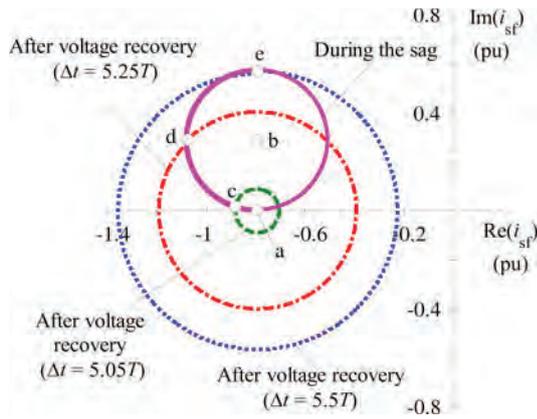


Fig. 5. Dynamic behavior of the DFIG with controlled rotor current. Locus of the transformed stator current under three abrupt recovery sags with different durations ($\Delta t = 5.05T$, $\Delta t = 5.25T$, $\Delta t = 5.5T$). Sags characteristics: $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$. WT operating point 1: P_n and $s = -0.27$.

event. Although this control strategy is not an optimal control, it allows the electrical transient to be solved analytically (see Appendix II), providing an excellent tool for the comprehension of DFIG dynamic behavior subject to sags.

Throughout this section, it is assumed that the WT operates at point 1 ($P = P_n$ and $s = -0.27$) with unity stator power factor, where the prefault steady-state values are $v_{sf} = 1$ pu, $v_{rf} = -0.27 - j0.04$ pu, $i_{sf} = -0.79$ pu, $i_{rf} = 0.82 - j0.34$ pu, and $p = -1$ pu. The minus sign in i_{sf} and p means that the active power is delivered to the grid, according to the motor sign convention.

A. Transformed Stator Current Analytical Solution

The analytical solution of the transformed stator current i_{sf} before, during, and after the sag is developed in Appendix II and summarized in (23)–(25). The final expressions are

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t \leq t_i) \\ i_{sf} &= \underline{K}_1 e^{-(R_s/L_s)(t-t_i)} e^{-j\omega_s(t-t_i)} + \frac{v_{sfh} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t_i \leq t \leq t_f) \\ i_{sf} &= \underline{K}_2 e^{-(R_s/L_s)(t-t_f)} e^{-j\omega_s(t-t_f)} + \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t \geq t_f) \end{aligned} \quad (4)$$

where v_{sf} is the transformed stator voltage before the sag, $v_{sfh} = hv_{sf}$ is the transformed stator voltage during the sag, i_{rf} is the steady-state transformed rotor current, t_i is the instant when the sag begins, t_f is the instant when the sag ends, and \underline{K}_1 and \underline{K}_2 are the following complex constants:

$$\begin{aligned} \underline{K}_1 &= \frac{v_{sf} - v_{sfh}}{R_s + j\omega_s L_s} \\ \underline{K}_2 &= \underline{K}_1 [e^{-(R_s/L_s)(t_f-t_i)} e^{-j\omega_s(t_f-t_i)} - 1]. \end{aligned} \quad (5)$$

Next, the behavior of the DFIG subject to symmetrical sags is analyzed by (4). Fig. 5 shows the locus (real part versus

imaginary part) of the transformed stator current i_{sf} for three different sag durations ($\Delta t = 5.05T$, $\Delta t = 5.25T$, and $\Delta t = 5.5T$). The dynamic behavior of i_{sf} can be explained with the help of points a–e in Fig. 5.

- 1) Point a: the prefault steady-state current i_{sf} is at point a. This current is given by the first equation of (4). The sag begins at t_i and current i_{sf} at this moment equals its prefault steady-state value, $i_{sf}(t_i)$.
- 2) Point b: current i_{sf} at point a, $i_{sf}(t_i)$, evolves into a spiral (magenta solid line in Fig. 5) centered at point b. Current i_{sf} at point b is the steady-state current imposed by the voltage sag v_{sfh} . The damping of the spiral is the exponential term in the second equation of (4). This exponential term contains the pulsation ω_s , which means that the transformed stator current is rotating at ω_s during the sag.
- 3) Point c: if the fault is cleared when i_{sf} is at point c, a small transient occurs in current i_{sf} after fault clearing (green dashed line in Fig. 5). This is because i_{sf} at point c is close to the prefault steady-state value (point a).
- 4) Point d: if the fault is cleared when i_{sf} is at point d, a severe transient occurs in current i_{sf} after fault clearing (red dashed-dotted line in Fig. 5). This is because i_{sf} at point d is far enough from the prefault steady-state value (point a).
- 5) Point e: if the fault is cleared when i_{sf} is at point e, the most severe transient occurs in current i_{sf} after fault clearing (blue dotted line in Fig. 5). This is because i_{sf} at point e is at the farthest point from the prefault steady-state value (point a).

As can be seen in Fig. 5, the most unfavorable voltage recovery instant corresponds to point e, while the most favorable voltage recovery instant corresponds to point c (or to any other point located in the vicinity of point a).

Current i_{sf} evolves into a new spiral after fault clearing, as can be deduced from the third equation of (4), until reaching the prefault steady-state value (point a).

Fig. 6 shows the dynamic behavior of the most relevant DFIG variables (the stator currents and the rotor voltages) for sags with durations $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$, and $\Delta t = 5.5T$. These cases correspond to the three cases analyzed in Fig. 5.

Fig. 6(a) shows the locus of current i_{sf} . This figure illustrates the behavior described in Fig. 5 again, where the worst situation occurs when sag duration is $\Delta t = 5.5T$ because the transformed stator current $i_{sf}(t_f)$ at the voltage recovery instant is located at the farthest position from the prefault steady-state value, $i_{sf}(t_i)$.

Fig. 6(b) shows the temporal evolution of the transformed stator current i_{sf} and of the abc phase currents i_{sabc} . It is observed that the dynamic behavior of the transformed stator current during the sag is identical for all sag durations. However, the behavior after voltage recovery is different for different sag durations. In the first case, $\Delta t = 5T$, there is a small fluctuation in the real and imaginary parts of current i_{sf} . In the second case, $\Delta t = 5.25T$, large fluctuations occur. The third case, $\Delta t = 5.5T$, exhibits the most severe fluctuations. These dynamic responses are in accordance with the previous remarks in Figs. 5 and 6(a): if sag duration is $\Delta t = 5T$, the sag ends when current

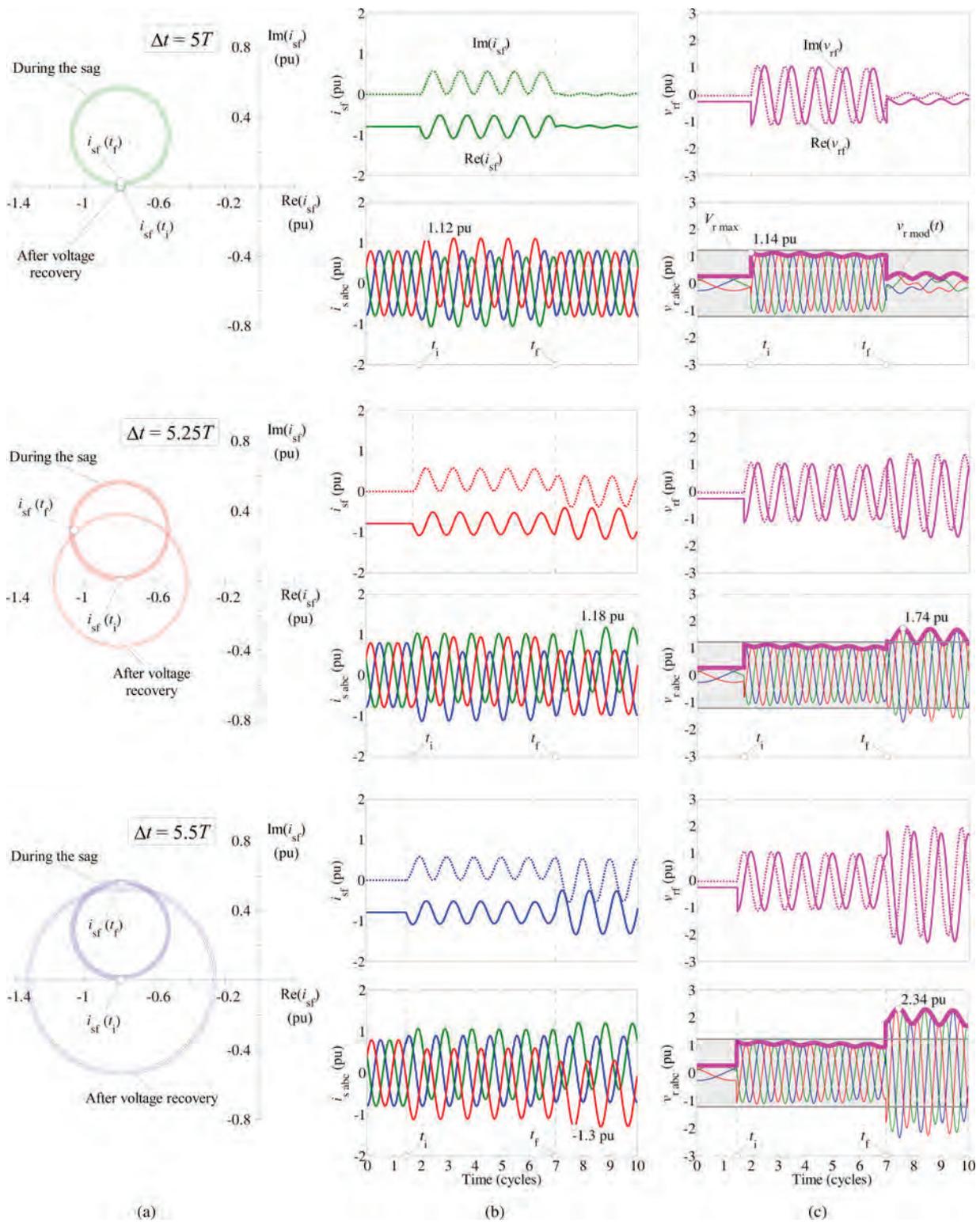


Fig. 6. Influence of sag duration on the dynamic behavior of the DFIG with controlled rotor current. *Abrupt* recovery sag characteristics: $h = 0.1$, $\psi = 80^\circ$, and durations $\Delta t = 5T$, $\Delta t = 5.25T$, and $\Delta t = 5.5T$. WT operating point 1: P_n and $s = -0.27$. (a) Locus of the transformed stator current, (b) transformed and abc phase components of the stator currents, and (c) transformed and abc phase components of the rotor voltages. The shaded area corresponds to the situations where the rotor current can be controlled.

$i_{sf}(t_f)$ is close to the prefault steady-state value $i_{sf}(t_i)$. Then, the fluctuation in the current is small. However, if sag duration

increases, $i_{sf}(t_f)$ is farther from the prefault steady-state value, causing a large fluctuation.

B. Transformed Rotor Voltage Analytical Solution

Appendix II also includes the analytical solution of the transformed rotor voltage v_{rf} before, during, and after the sag (26). It is used in Fig. 6(c) to represent the temporal evolution of the real and imaginary parts of v_{rf} and of the abc phase components of the rotor voltages v_{rabc} . This solution assumes that the generator speed ω_m does not change significantly during the fault (around 100 ms). The figure also shows the voltage limit V_{rmax} of the rotor-side converter (defined in Appendix III), which is obtained by considering that the rotor-side converter power is 100% of the DFIG rated power. This should not pose a problem as the converter cost only accounts for 5% of the total WT cost [14]. Therefore, this increase in the cost should be of minor importance if WT fault ride-through capability is enhanced.

Fig. 6(c) also illustrates the modulus of the instantaneous rotor voltage, defined as

$$\begin{aligned} v_{r\text{mod}}(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} |v_{rf}(t)| \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{v_{ra}^2(t) + v_{rb}^2(t) + v_{rc}^2(t)} \\ v_{r\text{mod pu}}(t) &= |v_{rf\text{pu}}(t)| \\ &= \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{v_{ra\text{pu}}^2(t) + v_{rb\text{pu}}^2(t) + v_{rc\text{pu}}^2(t)} \quad (6) \end{aligned}$$

where $v_{ra}(t)$, $v_{rb}(t)$, and $v_{rc}(t)$ are the instantaneous rotor phase voltages. The pu values of $v_{rf}(t)$, $v_{ra}(t)$, $v_{rb}(t)$, and $v_{rc}(t)$ are calculated according to (3), and the base value for $v_{r\text{mod}}(t)$ is $\sqrt{2}V_b$. The usefulness of $v_{r\text{mod}}(t)$ is that it represents the rotor voltage required to maintain the current i_{rf} constant, i.e., when $v_{r\text{mod}}(t)$ satisfies

$$v_{r\text{mod}}(t) \leq V_{r\text{max}} \quad (7)$$

the current i_{rf} can be kept constant or, in general, the rotor current can be controlled. For brevity, the modulus of the instantaneous rotor voltage, $v_{r\text{mod}}(t)$, is shortened as *mod* rotor voltage in the remainder of this work.

Fig. 6(c) shows that (7) is satisfied during the sag, but it is not always satisfied after fault clearing. Current i_{rf} can be controlled and kept constant if $\Delta t = 5T$. However, if sag duration increases, current i_{rf} cannot be controlled after fault clearing because the rotor-side converter requires a higher voltage than its voltage limit, $\Delta t = 5.5T$ being the most unfavorable duration.

C. (Abrupt Recovery) Sag Duration Periodicity Influence

Abrupt recovery sags with durations different from those shown in this paper, but still periodic durations, produce quasi-identical effects because (4) is poorly damped. Then, the most unfavorable (*abrupt* recovery) sag durations (with the rotor current control used in this study) can be written in the form $\Delta t = nT + 0.5T$, where $n = 0, 1, 2, \dots$. In the authors' knowledge,

TABLE II
DISCRETE SAG FAULT-CLEARING INSTANTS (ADAPTED FROM [4])

Type	First recovery (ωt_{f1})	Second recovery (ωt_{f2})	Third recovery (ωt_{f3})
A ₁	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 90^\circ$	—
A ₂	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 90^\circ$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 180^\circ$	—
A ₃	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 60^\circ$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 120^\circ$
A ₄	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 90^\circ$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 150^\circ$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 210^\circ$
A ₅	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 60^\circ$	$n 360^\circ - \alpha_s + \psi + 120^\circ$

Notes: - $n = 0, 1, 2, \dots$
- α_s = phase angle of phase-a voltage
- ψ = fault current angle (equal for all sag types)

the duration periodicity effect is also produced when there is no control on the rotor current.

VIII. DFIG UNDER SYMMETRICAL SAGS WITH Discrete RECOVERY

In Sections VI and VII, it is assumed that faults are cleared instantaneously in all affected phases, i.e., sags are modeled *abrupt*. The *abrupt* symmetrical sag is denoted as type A. In the remaining sections of this paper, it is assumed that faults are cleared in one, two, or three steps, i.e., sags are modeled *discrete*. There are different ways to fully clear the same type of fault. As far as symmetrical sags are concerned, these possibilities are classified into five cases [4], denoted as A₁, A₂, A₃, A₄, and A₅, which are shown in Table II (adapted from [4]). Fig. 2 shows the rms voltage waveform pattern of a type A (*abrupt*) sag and a type A₃ (*discrete*) sag.

It should be noted that types A₃ and A₅ only differ in the *homopolar*-sequence components, which means that their effects are identical if the fault occurs at a different voltage level from which the DFIG is connected to, or if the DFIG is ungrounded. Since DFIG windings are ungrounded (they are isolated wye or delta connected), type A₃ is chosen. Furthermore, sags with two-step voltage recovery (types A₁ and A₂) cause similar effects on DFIG behavior and the same is true for types A₃ and A₄ (three-step recovery sags). Thus, only types A₁ and A₃ are considered to study such effects.

In order to clarify the *discrete* recovery effects on DFIG behavior, Fig. 7(a) shows the locus (real part versus imaginary part) of the transformed stator current i_{sf} , considering *discrete* recovery sag types A₁ and A₃. The sag duration in this figure is the most unfavorable duration for *abrupt* recovery sags, i.e., $\Delta t = 5.5T$. The WT operates at point 1 (P_n and $s = -0.27$). The behavior in Fig. 7 is similar to that upon occurrence of *abrupt* recovery sags (see Fig. 6): the current evolves into a damped spiral when the fault begins and develops into another damped spiral when the fault is effectively cleared. However, as the fault is cleared in two or three steps, the development from the first to the second spiral is not *abrupt*, but in two or three steps, respectively. This causes the second spiral to be smaller in a *discrete* recovery sag [see Fig. 7(a)] than in an *abrupt* recovery sag [see Fig. 6(a)]. As a result, the stator current peaks [see Fig. 7(b)] and the rotor voltage peaks [see Fig. 7(c)] are smaller

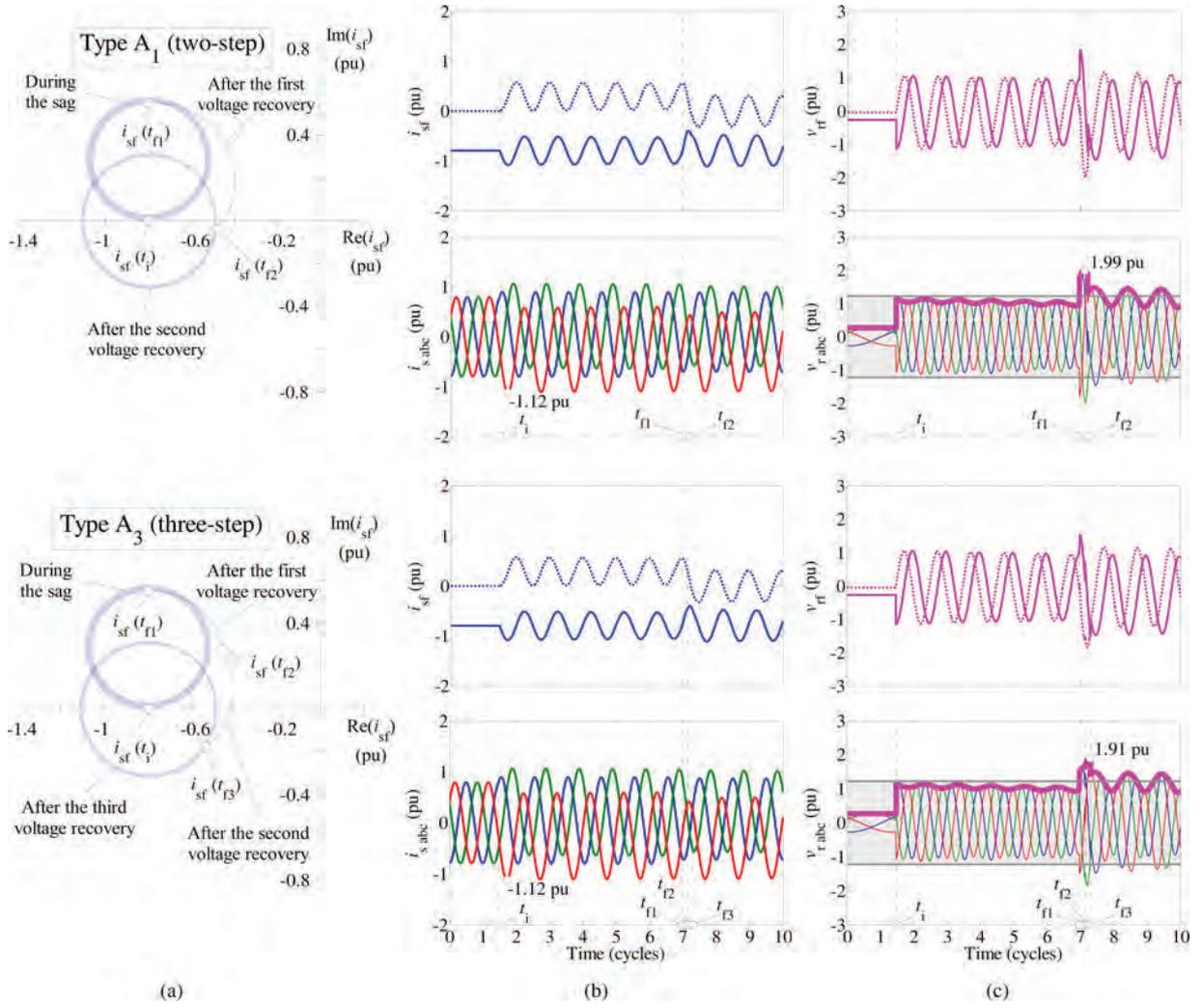


Fig. 7. DFIG subject to a two-step recovery sag (type A₁) and a three-step recovery sag (type A₃). Sags characteristics: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ and $\psi = 80^\circ$. WT operating point 1: P_n and $s = -0.27$. (a) Locus of the transformed rotor current, (b) transformed and abc phase components of the stator currents, and (c) transformed and abc components of the rotor voltages. The shaded area corresponds to the situations where the rotor current can be controlled.

than for the *abrupt* recovery sag. To obtain v_{rf} and $v_{r,abc}$ in Fig. 7(c), it is assumed that the generator speed ω_m does not change significantly during the fault (around 100 ms).

These examples suggest that the increase in the number of recovery steps smoothes the sag effects. In fact, the maximum value of the rotor voltage is lower in the type A₃ sag (three-step recovery sag) than in the type A₂ sag (two-step recovery sag), and this effect is always repeated for all the three WT operating points.

As concluded in the previous section, Fig. 6 shows that the rotor current cannot be controlled for a deep ($h = 0.1$) type A sag, i.e., for a deep sag with *abrupt* recovery, because the rotor voltage required to maintain constant the transformed rotor current is higher than the rotor-side converter voltage limit, $V_{r,max}$. On the contrary, Fig. 7 illustrates that the rotor current can be controlled if the same deep ($h = 0.1$) sag is modeled with *discrete* recovery, i.e., types A₁ and A₃, because the required rotor voltage fluctuates around $V_{r,max}$ after fault clearing. Strictly speaking, there is a short time interval during fault clearing where rotor current cannot be controlled as a peak higher than

$V_{r,max}$ appears in the required rotor voltage. Note also that the stator current peaks are always less pronounced for the *discrete* recovery cases than for the *abrupt* recovery case.

Thus, this example demonstrates that the severe effects of *abrupt* recovery sags are less pronounced when the fault-clearing physics is considered, i.e., when the sag is modeled *discrete*.

IX. SITUATIONS WHERE THE ROTOR CURRENT CAN BE CONTROLLED IN BOTH *Abrupt* AND *Discrete* SAGS

The peaks of the stator current and the peaks of the modulus of the instantaneous rotor voltage can be chosen to compare the effects of both *abrupt* and *discrete* symmetrical sags on the DFIG behavior. These peak values are referred to the base values ($S_b = 2$ MW, $U_b = 690$ V, $I_b = S_b / (\sqrt{3}U_b) = 1673.5$ A)

$$i_{s,peak,pu} = \frac{i_{s,peak}}{\sqrt{2}I_b} = \frac{\max\{|i_{sa}(t)|, |i_{sb}(t)|, |i_{sc}(t)|\}}{\sqrt{2}I_b}$$

$$v_{r,mod,peak,pu} = \frac{v_{r,mod,peak}}{\sqrt{2}V_b} = \frac{\max\{v_{r,mod}(t)\}}{\sqrt{2}V_b} \quad (8)$$

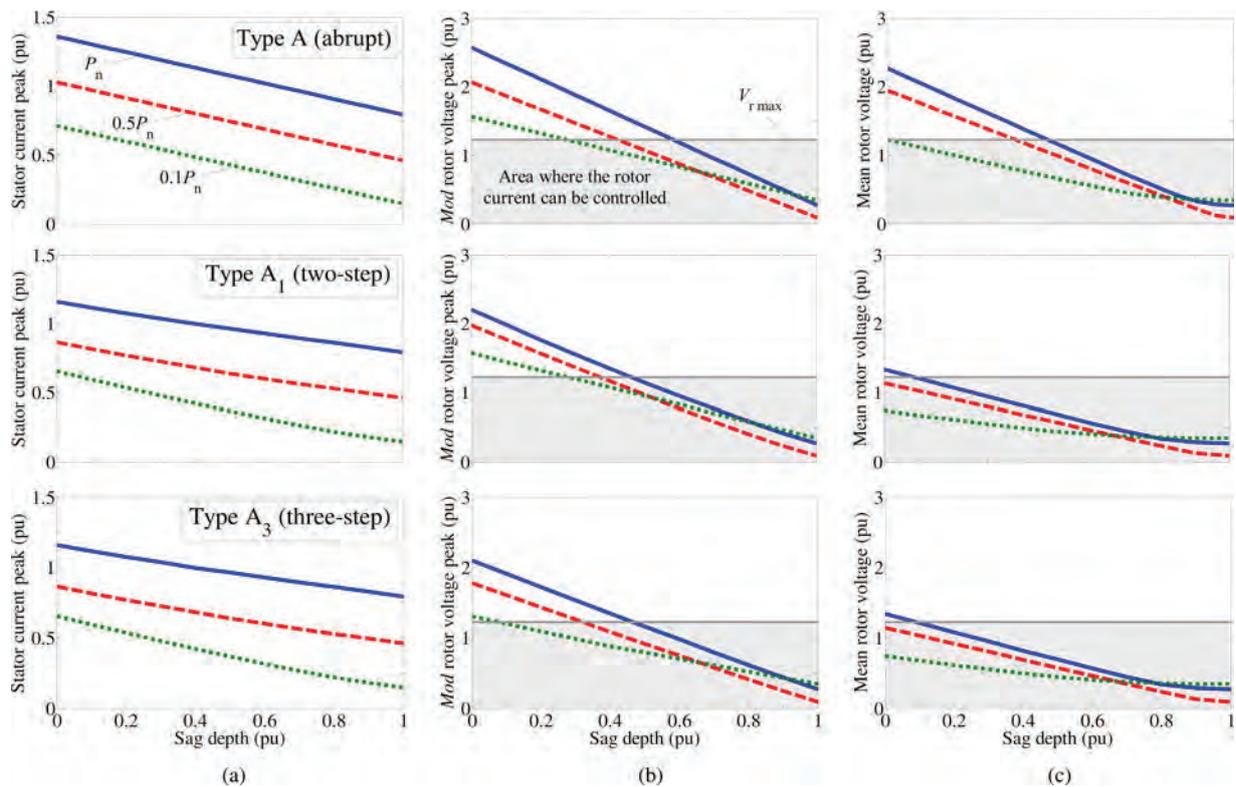


Fig. 8. Depth influence on DFIG behavior. *Abrupt* recovery sags (type A) and *discrete* recovery sags (types A₁ and A₃). Sags characteristics: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ and $\psi = 80^\circ$. (a) Stator current peak, (b) *mod* rotor voltage peak, and (c) mean rotor voltage. WT operating points: 1 (P_n , solid line), 2 ($0.5P_n$, dashed line), and 3 ($0.1P_n$, dotted line). The shaded area corresponds to the situations where the rotor current can be controlled.

where $i_{sa}(t)$, $i_{sb}(t)$, and $i_{sc}(t)$ are the abc phase components of the stator currents, and $v_{r\text{mod}}(t)$ is the modulus of the abc instantaneous rotor voltage (*mod* rotor voltage), defined in (6).

Furthermore, in order to analyze if the rotor current can be controlled after fault clearing, the mean value of the *mod* rotor voltage is chosen as another variable to characterize DFIG behavior. This mean value is defined as follows:

$$v_{r\text{mean}} = \frac{1}{T} \int_{t_1}^{t_1+T} v_{r\text{mod}}(t) dt$$

$$v_{r\text{mean pu}} = \frac{v_{r\text{mean}}}{\sqrt{2}V_b}. \quad (9)$$

The mean value of the *mod* rotor voltage is evaluated at the first period after the *mod* rotor voltage is maximum. Instant t_1 is chosen as $t_1 = t_{vr\text{max}} + T/2$ ($t_{vr\text{max}}$ is the instant when the *mod* rotor voltage is maximum). This mean value is shortened as mean rotor voltage in the remainder of this paper.

Fig. 8 illustrates the influence of sag depth h on the stator current peak, the *mod* rotor voltage peak, and the mean rotor voltage for types A, A₁, and A₃ for the most unfavorable duration according to the previous results, i.e., $\Delta t = 5.5T$.¹ In this

figure, the three WT operating points illustrated in Fig. 3 are considered, which correspond to different generated powers.

Fig. 8(b) shows that the rotor current in types A₁ and A₃ can be controlled (it can also be controlled during the fault-clearing instants) if $h > 0.45$, while for *abrupt* recovery sags it is only accomplished when $h > 0.6$. In these situations, the peak value of $v_{r\text{mod}}(t)$ is always below the rotor-side converter voltage limit, $V_{r\text{max}}$. Apart, it is observed that if the WT operates at different points, these limits are different. For example, when the sag is *abrupt* and WT operates at points 2 and 3, the rotor current can be controlled if $h > 0.4$ and $h > 0.3$, respectively, while if a three-step recovery sag is considered (type A₃), these limits are extended $h > 0.3$ for WT operating point 2 and $h > 0.1$ for point 3.

Moreover, Fig. 8(c) confirms that in *discrete* recovery sags $v_{r\text{mean}}$ is lower than in *abrupt* recovery sags. Thus, the rotor current can be controlled for *discrete* recovery sags with $h > 0.1$ (for any WT operating point) except for the short time interval during fault clearing when a peak higher than $V_{r\text{max}}$ appears in $v_{r\text{mod}}(t)$. In contrast, in *abrupt* cases the rotor current can only be controlled if $h > 0.5$.

Then, it can be concluded that *discrete* recovery sags are less severe than *abrupt* recovery sags, because they let more possible situations where the rotor current can be controlled. Apart, the WT generated power also has an important influence on these situations, being the WT operating point 1 the most unfavorable one, and point 3 the most favorable one.

¹Extensive simulations not included in this paper demonstrate that (with the rotor current control used in this work) the most unfavorable durations for types A₁ and A₃ are $\Delta t = 5.7T$ and $\Delta t = 5.6T$, respectively. However, the differences between considering $\Delta t = 5.5T$ and $\Delta t = 5.7T$ for type A₁, and $\Delta t = 5.5T$ and $\Delta t = 5.6T$ for type A₃, are less than 2%.

X. CONCLUSION

An analytical study of the dynamic behavior of the DFIG subject to symmetrical voltage sags is presented. This study helps understand WT fault ride-through capability.

The assumption that the rotor current i_{rf} in the synchronous reference frame is kept constant makes it possible to obtain an analytical expression for the dynamic stator currents and required rotor voltages. The analytical approach provides a comprehensive description of sag effects on the stator currents and rotor voltages.

The study shows that sag effects on DFIG behavior are periodic with sag duration. Furthermore, there is a duration which produces the most severe effects (in the idealized rotor current control used in this paper, the most severe effects on DFIG behavior can be written in the form $\Delta t = nT + mT$, $n = 0, 1, 2, \dots$, and $m = 0.5, 0.7$, or 0.6 for types A, A₁ and A₃, respectively).

Sag modeling and its influence on the estimation of sag event effects are also discussed in this paper. When a sag is modeled *abrupt*, the rotor voltages required after fault clearing to maintain a constant current i_{rf} are higher than the rotor-side converter voltage limit. Consequently, this current cannot be controlled. However, this effect is smoothed if fault-clearing physics is considered, i.e., if sag is modeled *discrete*. This is because the successive voltage recovery steps smooth the rotor voltage effects. As a consequence, the rotor current in almost all *discrete* sags can be controlled once the fault is cleared. As the *discrete* recovery sag is a more accurate model than the *abrupt* one (which is the usual modeling in the technical literature), it can be concluded that *abrupt* models overestimate the severity of sag events.

In conclusion, it is important to consider the following three items when analyzing other nonidealized controls for the DFIG rotor current: 1) to study the possible duration periodicity effect; 2) to find the sag duration that produces the most severe effects; and 3) to consider a *discrete* model for the sag.

APPENDIX I

RELATION BETWEEN ABC PHASE COMPONENTS AND TRANSFORMED COMPONENTS

The original Ku transformation is defined in [11] and [12]. In this paper, it is used in the normalized or power-invariant form

$$[K(\Psi)] = \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & e^{j\Psi} & e^{-j\Psi} \\ 1 & a^2 e^{j\Psi} & a e^{-j\Psi} \\ 1 & a e^{j\Psi} & a^2 e^{-j\Psi} \end{bmatrix} \quad (10)$$

where $a = e^{j2\pi/3}$ and Ψ is the transformation angle. This matrix relates the abc phase components of a three-phase system to the Ku transformed components, namely, *homopolar* (0), *forward* (f), and *backward* (b). In the case of the induction machine, the transformation angle for the stator variables is Ψ_s , while the transformation angle for the rotor variables is $\Psi_r = \Psi_s - \varphi\theta_m$, where θ_m is the rotor mechanical angle. Then

$$\begin{aligned} [x_{sabc}] &= [K(\Psi_s)][x_{s0fb}] \\ [x_{rabc}] &= [K(\Psi_s - \varphi\theta_m)][x_{r0fb}] \end{aligned} \quad (11)$$

$$\begin{aligned} [x_{s0fb}] &= [K(\Psi_s)]^{-1}[x_{sabc}] \\ [x_{r0fb}] &= [K(\Psi_s - \varphi\theta_m)]^{-1}[x_{rabc}] \end{aligned} \quad (12)$$

where x stands for the variable of interest (voltage, current, or flux). The stator transformation angle in the synchronous reference frame is $\Psi_s = \omega_s t$. Note that when the rotor mechanical speed is constant, the rotor transformation angle is simplified as $\Psi_r = \Psi_s - \varphi\theta_m = \omega_s t - (\varphi\omega_m t + \varphi\theta_{m0}) = s\omega_s t - \varphi\theta_{m0}$, being θ_{m0} the rotor mechanical angle at $t = 0$.

To study the DFIG behavior by means of the transformed Ku variables, two considerations are important. First, no *homopolar* components are present because the stator and rotor windings are isolated wye or delta connected. Second, as the *backward* components equal the complex conjugate of the *forward* components, only the *forward* components are studied [12]. Thus, the abc phase stator and rotor variables (currents, voltages, or fluxes) are obtained by applying (11)

$$\begin{aligned} x_{sa} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(e^{j\omega_s t} x_{sf}), & x_{ra} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(e^{j(\omega_s t - \varphi\theta_m)} x_{rf}) \\ x_{sb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(a^2 e^{j\omega_s t} x_{sf}), & x_{rb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(a^2 e^{j(\omega_s t - \varphi\theta_m)} x_{rf}) \\ x_{sc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(a e^{j\omega_s t} x_{sf}), & x_{rc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re}(a e^{j(\omega_s t - \varphi\theta_m)} x_{rf}). \end{aligned} \quad (13)$$

On the other hand, the transformed Ku variables (*forward* component) are obtained by applying (12)

$$\begin{aligned} x_{sf} &= \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} (x_{sa} + ax_{sb} + a^2 x_{sc}) \\ x_{rf} &= \frac{e^{-j(\omega_s t - \varphi\theta_m)}}{\sqrt{3}} (x_{ra} + ax_{rb} + a^2 x_{rc}). \end{aligned} \quad (14)$$

The *forward* component of the stator voltages is

$$v_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} (v_{sa} + av_{sb} + a^2 v_{sc}) \quad (15)$$

where v_{sa} , v_{sb} , and v_{sc} are the abc stator per-phase voltages. When these voltages are sinusoidal and form a set of balanced voltages (as is the case of the prefault voltages), v_{sf} is also related to the stator per-phase voltage phasor \underline{V}_s just as the sinusoidal steady-state values of i_{sf} , v_{rf} , and i_{rf} are related to the corresponding phasors \underline{I}_s , \underline{V}_r , and \underline{I}_r

$$v_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{V}_s \quad i_{sf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{I}_s \quad v_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{V}_r \quad i_{rf} = \sqrt{\frac{3}{2}} \underline{I}_r. \quad (16)$$

The Ku *forward* component is related to the *Park dq* components as follows [12]:

$$x_d = \sqrt{2} \operatorname{Re}(x_f) \quad x_q = \sqrt{2} \operatorname{Im}(x_f) \quad (17)$$

where subscripts d and q stand for the *direct* and *quadrature* components of the *Park* transformation, respectively.

APPENDIX II

ANALYTICAL STUDY OF A DFIG UNDER
Abrupt SYMMETRICAL SAGS

A. Transformed Stator Current Analytical Solution

Consider that the control imposes a constant rotor current i_{rf} in the synchronous reference frame; then, $p i_{rf} = 0$ in (1), which results in

$$\begin{aligned} v_{sf} &= [R_s + L_s(p + j\omega_s)] i_{sf} + j\omega_s M i_{rf} \\ v_{rf} &= (R_r + js\omega_s L_r) i_{rf} + M(p + js\omega_s) i_{sf}. \end{aligned} \quad (18)$$

The current i_{sf} is obtained from the first equation of (18)

$$p i_{sf} = \frac{1}{L_s} [v_{sf} - (R_s + j\omega_s L_s) i_{sf} - j\omega_s M i_{rf}] \quad (19)$$

which is a first-order linear differential equation with constant coefficients and complex variables. Its analytical solution can be obtained as the sum of the homogeneous and particular solutions [15]. The homogeneous solution $i_{sf \text{ homog}}$ is the solution of (19) with $v_{sf} = 0$ and $i_{rf} = 0$, while the particular solution $i_{sf \text{ part}}$ is the steady-state solution of (19), i.e., the solution of (19) with $p i_{sf} = 0$. Then, the complete solution of (19) results in

$$\begin{aligned} i_{sf} &= i_{sf \text{ homog}} + i_{sf \text{ part}} \\ &= \underline{K} e^{-(R_s/L_s)t} e^{-j\omega_s t} + \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s}. \end{aligned} \quad (20)$$

The complex constant \underline{K} is calculated by considering the initial condition $i_{sf}(t_0) = i_{sf0}$ for $t = t_0$, resulting in

$$\underline{K} = \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \right) e^{(R_s/L_s)t_0} e^{j\omega_s t_0}. \quad (21)$$

By replacing (21) in (20) and grouping terms, we have

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \right) e^{-(R_s/L_s)(t-t_0)} e^{-j\omega_s(t-t_0)} \\ &+ \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \end{aligned} \quad (22)$$

which is the solution of differential equation (19), i.e., the *forward* component of the DFIG stator current when the current i_{rf} is kept constant. This equation is valid for the three states of an *abrupt* sag event: before the sag, during the sag, and after *abrupt* voltage recovery. Terms i_{sf0} , t_0 , and v_{sf} of (22) are different for the three states.

1) *State 1: Before the Sag* ($t \leq t_i$): The DFIG is assumed to be in electrical and mechanical steady-state conditions before the sag begins (at $t = t_i$). The transformed stator current can be calculated from the steady-state expression of (22)

$$i_{sf} = \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \quad (t \leq t_i). \quad (23)$$

2) *State 2: During the Sag* ($t_i \leq t \leq t_f$): The sag begins at t_i , which is the initial instant t_0 for State 2. During this state, the *forward* component of the stator voltage is $h v_{sf}$, which is renamed v_{sfh} to simplify the notation. The initial current i_{sf0} is the steady-state current (23). By introducing these three

conditions in (22), we have

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \left(\frac{v_{sf} - v_{sfh}}{R_s + j\omega_s L_s} \right) e^{-(R_s/L_s)(t-t_i)} e^{-j\omega_s(t-t_i)} \\ &+ \frac{v_{sfh} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \quad (t_i \leq t \leq t_f). \end{aligned} \quad (24)$$

3) *State 3: Abrupt Voltage Recovery* ($t \geq t_f$): The sag recovers instantaneously (at the same time in the three phases) at t_f , which is the initial instant t_0 for State 3. From this instant, the stator voltage v_{sf} remains at the prefault steady-state value. The initial current i_{sf0} for State 3 is the stator current of (24) evaluated at instant t_f . By introducing these three conditions in (22), we have

$$\begin{aligned} i_{sf} &= \left(\frac{v_{sf} - v_{sfh}}{R_s + j\omega_s L_s} \right) [e^{-(R_s/L_s)(t_f-t_i)} e^{-j\omega_s(t_f-t_i)} - 1] \\ &\times [e^{-(R_s/L_s)(t-t_f)} e^{-j\omega_s(t-t_f)}] + \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \\ &\quad (t \geq t_f). \end{aligned} \quad (25)$$

B. Transformed Rotor Voltage Analytical Solution

By replacing (19) in the second equation of (18), we obtain

$$\begin{aligned} v_{rf} &= \left(R_r + js\omega_s L_r - \frac{j\omega_s M^2}{L_s} \right) i_{rf} + \frac{M}{L_s} v_{sf} \\ &+ \left[js\omega_s M - \frac{M}{L_s} (R_s + j\omega_s L_s) \right] i_{sf} \end{aligned} \quad (26)$$

which is the analytical solution of the *forward* component of the rotor voltages. This expression provides the required rotor voltage to maintain the current i_{rf} constant.

The analytical expressions were validated with numerical models of the DFIG developed with MATLAB and PSpice.

It should be noted that the analytical expressions are valid even if the generator speed ω_m varies during the fault. Note that, unlike i_{sf} , v_{rf} depends on ω_m as it depends on the mechanical slip $s = (\omega_s - \wp\omega_m)/\omega_s$.

C. Analytical Equations for Discrete Recovery Sags

The previous DFIG equations correspond to the *abrupt* recovery sag model. The respective DFIG equations for the *discrete* recovery sag model are not included for brevity but can be obtained in a similar way bearing in mind that types A₁ and A₃ sag events include four and five different states, respectively. Also, the stator voltage between the instants when the first and last phases of the circuit breaker clear the fault (i.e., between the instants t_{f1} and t_{f2} in type A₁, and t_{f1} and t_{f3} in type A₂, see Table II and Fig. 2) is unsymmetrical. This means that voltage v_{sf} is not constant, but of the form $v_{sf} = v_{sf1} + v_{sf2} e^{-j2\omega_s t}$.

APPENDIX III

ROTOR-SIDE CONVERTER VOLTAGE LIMIT

The maximum amplitude of the per-phase fundamental voltage that can be generated by the rotor-side converter is [3]

$$V_{r\max} = m \frac{V_{dc}}{2} \quad (27)$$

where m is the modulation index and V_{dc} is the dc-link voltage. Considering the space vector modulation technique ($m = 1.15$) and a dc-link voltage of 1200 V, a maximum amplitude of $V_{r\max} = 690$ V or 1.22 pu is obtained. It should be remarked that the rotor-side converter power is assumed to be 100% of DFIG rated power. This is an acceptable assumption as the converter cost is around 5% of the total WT system cost [14].

REFERENCES

- [1] European Wind Energy Association. (2009, Feb.). *Wind Energy—The Facts. Part I: Technology*, Tech. Rep. [Online]. Available: <http://www.ewea.org/>
- [2] S. Chondrogiannis and M. Barnes, "Specification of rotor side voltage source inverter of a doubly-fed induction generator for achieving ride-through capability," *IET Renew. Power Gen.*, vol. 2, no. 3, pp. 139–150, Sep. 2008.
- [3] J. Hu and Y. He, "DFIG wind generation systems operating with limited converter rating considered under unbalanced network conditions—Analysis and control design," *Renew. Energy*, vol. 36, no. 2, pp. 829–847, Feb. 2011.
- [4] M. H. J. Bollen, "Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 18, no. 4, pp. 1376–1381, Oct. 2003.
- [5] J. Pedra, L. Sáinz, F. Córcoles, and L. Guasch, "Symmetrical and unsymmetrical voltage sag effects on three-phase transformers," *IEEE Trans. Power Delivery*, vol. 20, no. 2, pp. 1683–1691, Apr. 2005.
- [6] J. Pedra, L. Sáinz, and F. Córcoles, "Effects of symmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors," *Elec. Power Syst. Res.*, vol. 77, no. 12, pp. 1672–1680, Oct. 2007.
- [7] J. Pedra, F. Córcoles, and L. Sáinz, "Effects of unsymmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors," *IET Gener. Transm. Distrib.*, vol. 1, no. 5, pp. 769–775, Sep. 2007.
- [8] *IEEE Recommended Practice for Monitoring Electric Power Quality*. IEEE Std. 1159-2009, IEEE, 2009.
- [9] M. H. J. Bollen, *Understanding Power Quality Problems: Voltage Sags and Interruptions*. New York: Wiley, 2000.
- [10] R. H. Park, "Two-reaction theory of synchronous machines—Part I: Generalized method of analysis," *AIEE Trans.*, vol. 48, pp. 716–727, Jul. 1929.
- [11] Y. H. Ku, "Transient analysis of AC machinery," *AIEE Trans.*, vol. 48, pp. 707–714, Jul. 1929.
- [12] Y. H. Ku, "Rotating-field theory and general analysis of synchronous and induction machines," *Proc. IEE—Part IV: Instit. Monogr.*, vol. 99, no. 4, pp. 410–428, Dec. 1952.
- [13] J. G. Sloopweg, H. Polinder, and W. L. Kling, "Representing wind turbine electrical generating systems in fundamental frequency simulations," *IEEE Trans. Energy Convers.*, vol. 18, no. 4, pp. 516–524, Dec. 2003.
- [14] European Wind Energy Association. (2007, Jan./Feb.). "How a wind turbine comes together?" *Wind Directions*, pp. 32–33. [Online]. Available: <http://www.ewea.org/>
- [15] M. Braun, *Differential Equations and Their Applications*, 3rd ed. New York: Springer-Verlag, 1991.



Alejandro Rolán was born in Sabadell, Spain, in 1985. He received the B.S. degree in industrial engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 2007. He is currently working toward the Ph.D. degree in electrical engineering from Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya.

Since 2008, he has been Assistant Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya.



Felipe Córcoles was born in Almansa, Spain, in 1964. He received the B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1990 and 1998, respectively.

Since 1992, he has been Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya. His research interest lies in the areas of electric machines and power system quality.



Joaquín Pedra (S'85–M'88) was born in Barcelona, Spain in 1957. He received his B.S. degree in industrial engineering and the Ph.D. degree in engineering from the Universitat Politècnica de Catalunya, Barcelona, Spain, in 1979 and 1986, respectively.

Since 1985, he has been Professor in the Electrical Engineering Department of the Universitat Politècnica de Catalunya. His research interest lies in the areas of power system quality and electrical machines.

Behaviour of the doubly-fed induction generator exposed to unsymmetrical voltage sags

A. Rolán¹, F. Córcoles² and J. Pedra²

¹ Department of Electrical Engineering, ETSEIAT-UPC, Colom 1, Terrassa-Barcelona 08222, Spain.

² Department of Electrical Engineering, ETSEIB-UPC, Av. Diagonal 647, Barcelona 08028, Spain.

E-mails: alejandro.rolan@upc.edu, corcoles@ee.upc.edu, pedra@ee.upc.edu

Abstract: This paper analyzes the dynamic behaviour of the doubly-fed induction generator exposed to unsymmetrical voltage sags, providing insights into wind turbine fault ride-through capability. The sags are assumed to be caused by faults. An analytical approach assuming that the rotor-side converter can keep constant the rotor current in the synchronous reference frame during the event is used. The voltage limit of the rotor-side converter is also considered in order to determine the situations where the rotor current can be controlled. The effects of sags on grid-connected equipments depend on the sag characteristics (duration and depth), but also on the fault clearing process. In this process, the fault is not cleared instantaneously, as in the case of *abrupt* sags (which is the usual approach in the literature), but in the successive natural fault-current zeros, leading to a voltage recovery in several steps known as *discrete* sags. The effects of both *abrupt* and *discrete* sags on the doubly-fed induction generator behaviour are compared. This comparison reveals that the *discrete* clearing process smoothes the sag effects on the generator.

1 Introduction

Current grid codes require that wind turbines (WTs) remain connected during sag events, thus ensuring electricity supply continuity. This is known as WT fault ride-through (FRT) capability. In DFIG-based WTs (Fig. 1a), this requirement can be met by: (1) use of an active crowbar, and (2) operation of the rotor-side converter during the sag in order to control, if possible, the involved large rotor currents.

In order to validate whether the control strategy of the rotor-side converter allows riding-through sags effectively, a realistic study should consider the voltage and current limits of the converter. An accurate sag modelling (sag modelled with voltage recovery in the natural fault-current zeros of faulted phases, or *discrete* sag) should also be taken into account, as the most common approach in the literature (sag modelled with simultaneous fault clearance in all faulted phases or *abrupt* sag) may overestimate sag severity. Finally, as extensive studies of all possible cases (different sag depth, duration, typology, but also different WT operating points) should be made, the use of analytical models is welcome. These models are useful tools to understand DFIG dynamic behaviour, thus providing insights into its FRT capability.

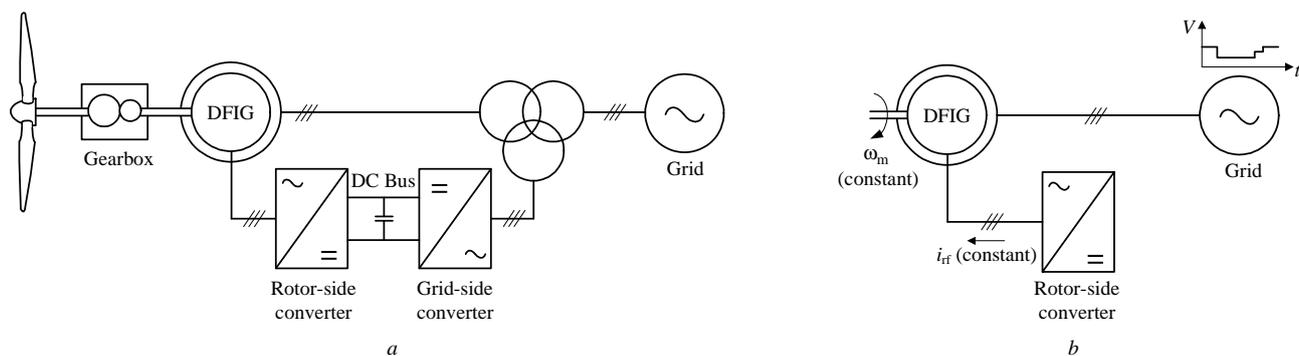


Fig. 1 DFIG-based WT

a Basic scheme in the literature

b Scheme with the simplifications considered in the present paper

Only a few studies in the literature regarding DFIG-based WTs under sags are analytical. An analytical approach to calculate the induced rotor overvoltage peak in the voltage drop instant is presented in [1-2], when there is no still a specific control on the rotor current. In contrast, [3] proposes a control strategy and takes advantage of a machine analytical dynamic model to calculate the rotor voltage peak required to overcome the fault event. There are also few articles that focus on sizing the converter to overcome grid faults, such as [4] and [5-6] for symmetrical and unsymmetrical sag events, respectively. Finally, no studies are available on the effect of voltage recovery on DFIGs. The first studies on the influence of fault clearing were conducted for three-phase transformers and induction motors in [7-9], and showed that the fault clearing process smoothes the sag effects.

This paper discusses the following topics:

(a) Analytical study of the DFIG under unsymmetrical sags: the analytical expressions for both transformed stator current and rotor voltage are obtained. This study considers a simple control algorithm: the rotor-side converter can keep constant the rotor current in the synchronous reference frame, i_{rf} . It is also assumed that the mechanical speed cannot change significantly during the event, as sags occur during a short time interval (around 100 ms).

(b) Voltage limit of the rotor-side converter: the maximum amplitude of the fundamental per-phase voltage which can be generated by the rotor-side converter is considered in order to discuss whether the rotor current can be effectively controlled.

(c) Fault clearing physics: the effects of both *abrupt* and *discrete* sags on the DFIG are compared, showing that *abrupt* sag severity can be smoothed if sags are modelled *discrete*.

The simulation model is shown in Fig. 1b, where the two assumptions in (a) are highlighted. The figure also illustrates the profile of the rms voltages as seen by the stator terminals. These voltages are modelled with a controlled three-phase voltage source, which was calculated by considering the following elements:

- The ideal switch breaker operation, as it determines the recovery voltage instants.
- The influence of the connections of the transformers which are located between the faulted point and the stator terminals (including the three-winding transformer in Fig. 1a), as they determine the shape of the sag as seen by the stator terminals. For example, only sags without zero-sequence voltages are considered as Dy and Yd transformers eliminate the zero-sequence voltages.

The analytical results obtained in this paper were validated with two alternative numerical integration tools: a MATLAB ode solver and the PSpice circuits simulator.

2 Sag characterization, classification and modelling

2.1 Sag characterization and classification

Sags are characterized by four parameters [10], namely duration (Δt), depth (h), fault current angle (ψ) and typology.

Table 1 shows the sags classification, obtained from [10], which includes the fault causing the sag, the phasor diagram and expressions, and the sequence components (Appendix 2). From this table, the following three points must be considered:

(1) Type A is not considered in this paper, as only unsymmetrical sags are studied.

(2) As the influence of the connections of the transformers (mainly Dy or Yd connected) located between the WT and the faulted point are considered in the analysis, the grid *zero*-sequence voltage has no influence on DFIG behaviour. Moreover, the faults at the stator terminals are seen without *zero*-sequence voltage by the machine, as the stator windings are delta or isolated wye connected. Then, type B can be considered as a particular case of type D: type D with $h = 1/3 \dots 1$ contains the same *positive*- and *negative*-sequence voltages as type B with $h = 0 \dots 1$. Moreover, types E and G have the same *positive*- and *negative*-sequence voltages. As a result, types B and E are not studied in this paper.

The unsymmetrical sag types studied in this paper are therefore C, D, F and G.

Table 1 Sags types (obtained from [10]): faults of origin, phasors and sequence components

Type	Fault of origin	Phasor diagram	Phasor expressions	Zero-sequence	Positive-sequence	Negative-sequence
A	3-phases or 3-phases-to-ground		$\underline{V}_a = h\underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)h\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)h\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$	$\underline{V}_{0A} = 0$	$\underline{V}_{1A} = h\underline{V}$	$\underline{V}_{2A} = 0$
B	1-phase-to-ground		$\underline{V}_a = h\underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)\underline{V}$	$\underline{V}_{0B} = -\frac{1-h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{1B} = \frac{2+h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{2B} = -\frac{1-h}{3}\underline{V}$
C	2-phases or 1-phase-to-ground after a Dy transformer		$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$	$\underline{V}_{0C} = 0$	$\underline{V}_{1C} = \frac{1+h}{2}\underline{V}$	$\underline{V}_{2C} = \frac{1-h}{2}\underline{V}$
D	2-phases after a Dy transformer or 1-phase-to-ground after two Dy transformers		$\underline{V}_a = h\underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)h\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)h\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)\underline{V}$	$\underline{V}_{0D} = 0$	$\underline{V}_{1D} = \frac{1+h}{2}\underline{V}$	$\underline{V}_{2D} = -\frac{1-h}{2}\underline{V}$
E	2-phases-to-ground		$\underline{V}_a = \underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)h\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)h\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$	$\underline{V}_{0E} = \frac{1-h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{1E} = \frac{1+2h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{2E} = \frac{1-h}{3}\underline{V}$
F	2-phases-to-ground after a Dy transformer		$\underline{V}_a = h\underline{V}$ $\underline{V}_b = -(1/2)h\underline{V} - j[(2+h)/\sqrt{12}]\underline{V}$ $\underline{V}_c = -(1/2)h\underline{V} + j[(2+h)/\sqrt{12}]\underline{V}$	$\underline{V}_{0F} = 0$	$\underline{V}_{1F} = \frac{1+2h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{2F} = -\frac{1-h}{3}\underline{V}$
G	2-phases-to-ground after two Dy transformers		$\underline{V}_a = [(2+h)/3]\underline{V}$ $\underline{V}_b = -[(2+h)/6]\underline{V} - j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$ $\underline{V}_c = -[(2+h)/6]\underline{V} + j(\sqrt{3}/2)h\underline{V}$	$\underline{V}_{0G} = 0$	$\underline{V}_{1G} = \frac{1+2h}{3}\underline{V}$	$\underline{V}_{2G} = \frac{1-h}{3}\underline{V}$

2.2 Sag modelling

There are different ways to fully clear faults involving more than two fault currents. Regarding unsymmetrical sags, all the possibilities are classified into nine cases in [11], denoted as B, C, D, E₁, E₂, F₁, F₂, G₁ and G₂.

As faults are cleared by the circuit breaker in the natural fault-current zeros, unsymmetrical faults involving two fault currents, i.e., 1-phase-to-ground or 2-phase faults, are cleared instantaneously (or abruptly) in the affected phases. This is the case of types B, C and D, which can be modelled as either *abrupt* or *discrete* sags.

In contrast, unsymmetrical faults involving three fault currents (i.e., 2-phase-to-ground faults) are cleared in two steps, leading to a *discrete* voltage recovery. Furthermore, these faults can be fully cleared in two different ways. For example, types E₁ and E₂ differ in the faulted phase whose current first reaches zero: E_{1a} evolves into a B_c sag type, while E_{2a} evolves into a B_b sag type, as shown in Table 2, [11]. Something similar is true for types F₁ and F₂, and for types G₁ and G₂. As seen in the next sections, DFIG behaviour for sag types F₁ and F₂ (or for types G₁ and G₂) of the same duration is different because of the different involved recovery sequences and the different fault-clearing instants.

Table 2 Discrete fault-clearing instants of unsymmetrical sags (adapted from [11])

Type	Sequence of sags	First recovery (ωt_{f1})	Second recovery (ωt_{f2})
B _a	—	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi - 90^\circ$	—
C _a	—	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi$	—
D _a	—	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi - 90^\circ$	—
E _{1a}	E _{1a} → B _c	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 30^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$
E _{2a}	E _{2a} → B _b	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi - 150^\circ$
F _{1a}	F _{1a} → C _c [*]	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi - 120^\circ$
F _{2a}	F _{2a} → C _b [*]	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 60^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 120^\circ$
G _{1a}	G _{1a} → D _c [*]	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 30^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$
G _{2a}	G _{2a} → D _b [*]	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi + 150^\circ$	$n 180^\circ - \alpha_a + \psi - 150^\circ$

Notes:

- α_a = phase angle of phase-a voltage
- ψ = fault current angle (equal for all sag types)
- Sag types B_a, C_a, D_a,... denote that phasors \underline{V}_b and \underline{V}_c are symmetrical with respect to phase a.
- Sag types B_b, C_b, D_b,... denote that phasors \underline{V}_a and \underline{V}_c are symmetrical with respect to phase b.
- Sag types B_c, C_c, D_c,... denote that phasors \underline{V}_a and \underline{V}_b are symmetrical with respect to phase c.
- Sag types C^{*} and D^{*} are identical to sag types C and D, but restricted to $h = 1/3 \dots 1$ (instead of $h = 0 \dots 1$).
- The instants correspond to voltages expressed with a cosine function. If a sine function is used, the instants must be increased by 90°.

Finally, these sags can be approximated by modelling them with *abrupt* voltage recovery in all affected phases. For example, Fig. 2 shows the rms voltage waveform pattern of an unsymmetrical sag caused by a 2-phase-to-ground fault (which is associated with sag types E₁ or E₂), modelled with *abrupt* and *discrete* voltage recoveries.

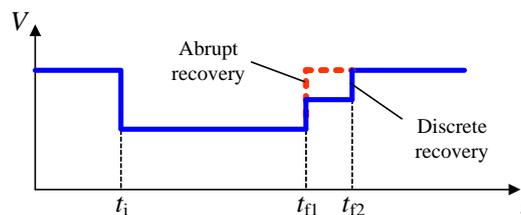


Fig. 2 Evolution of the rms voltage during an unsymmetrical sag caused by a two-phase-to-ground fault. Dotted line: sag modelled with abrupt voltage recovery. Solid line: sag modelled with two-step voltage recovery (discrete)

The sag starts at t_i . The *discrete* recovery sag is characterized by instants t_{f1} and t_{f2} when the first and the second phase of the circuit breaker clear the fault respectively. These instants depend on the fault current angle, ψ , and on the type of fault, as shown in Table 2. The *abrupt* recovery sag is characterized by instant t_{f1} because it is assumed (in an approximate way) that both phases of the circuit breaker clear the fault abruptly. Instant t_{f1} is renamed as t_f for the *abrupt* recovery sags.

In summary, unsymmetrical sag types B, C and D can be modelled either *discrete* or *abrupt* (as both models are identical) while sag types E₁, E₂, F₁, F₂, G₁ and G₂ must be modelled *discrete* or (in an approximate way) *abrupt*. This paper deals with both sag models:

- (1) Sags with *abrupt* voltage recovery are used in Sections 6 and 7.
- (2) Sags with *discrete* voltage recovery are used in Section 8, where there is also a comparison between both models (*abrupt* and *discrete*).

3 DFIG dynamic model

Although the DFIG dynamic equations are usually written in *Park* variables (dq components) in the literature [12], in this paper the *Ku* transformation [13] is preferred because the equations are written in a more compact form as the *forward* component (f component) is a complex notation of the dq components. The relation between the *Park* and *Ku* components is given in Appendix 1.

When using the *Ku* transformation in the synchronous reference frame (see Appendix 1) and considering the motor sign convention, the DFIG dynamic equations are

$$\begin{aligned} v_{sf} &= [R_s + L_s (p + j\omega_s)] i_{sf} + M (p + j\omega_s) i_{rf} \\ v_{rf} &= [R_r + L_r (p + js\omega_s)] i_{rf} + M (p + js\omega_s) i_{sf} \\ \Gamma_m &= 2\varphi M \operatorname{Im}(i_{sf} i_{rf}^*) \quad s = (\omega_s - \varphi\omega_m)/\omega_s, \end{aligned} \quad (1)$$

where subscripts s and r stand for the stator and the rotor, subscript f stands for the *forward* component of the transformed variable, φ is the number of pole pairs, p is the time differential operator d/dt, Γ_m is the electromagnetic torque, s is the slip, ω_m is the generator speed and $\omega_s = 2\pi f_s$ is the pulsation of the stator voltages (f_s is the frequency of the stator voltages, and $T = 1/f_s$ is the period).

4 DFIG-based WT characteristics

The characteristics of the chosen 2 MW DFIG-based WT are shown in Table 3 (adapted from [14]). From these characteristics the generated power for any wind speed (or for any generator speed) is obtained. Throughout this study it is assumed that the WT extracts the rated power, P_n , from the wind, which corresponds to a slip $s = -0.27$, with unity stator power factor. The pre-fault steady-state values for this operating point are $v_{sf} = 1$ pu, $v_{rf} = -0.27 - j0.04$ pu, $i_{sf} = -0.79$ pu, $i_{rf} = 0.82 - j0.34$ pu and $\Gamma_m = -0.80$ pu. The minus sign in i_{sf} and Γ_m means that the active power is delivered to the grid, according to the motor sign convention.

Table 3 2 MW DFIG-based WT characteristics (adapted from [14])

Generator nominal values		Generator speed		Pole pairs			
U_n (line voltage)	f_n	ω_m		p			
690 V	50 Hz	900-1900 rpm		2			
Generator parameters in pu ($S_b = 2$ MW, $U_b = 690$ V, $f_b = 50$ Hz)							
R_s	R_r	X_{sl}	X_{rl}	X_m	Inertia constant		
0.01	0.01	0.10	0.08	3.0	0.5 s		
WT parameters							
Nominal power	Blade radius	Min. speed	Max. speed	Nominal speed	Nominal wind speed	Gear box ratio	Inertia constant
2 MW	37.5 m	9 rpm	19 rpm	18 rpm	12 m/s	1:100	2.5 s

5 DFIG variables of interest

The variables of interest in determining DFIG sensitivity to sags are the abc phase components and the *forward* component of the voltages and currents, as well as the electromagnetic torque. These three variables are used to evaluate the impact of the sag on the drive train. The pu values of these variables are referred to the base values $S_b = 2$ MW, $U_b = 690$ V, $I_b = S_b / (\sqrt{3}U_b) = 1673.5$ A, $\Gamma_b = S_b / (\omega_b / \rho) = 12.73$ kNm (where $\omega_b = 2\pi f_b = 100\pi$ rad/s):

$$\begin{aligned}
 v_{abc \text{ pu}}(t) &= \frac{v_{abc}(t)}{\sqrt{2}V_b} & i_{abc \text{ pu}}(t) &= \frac{i_{abc}(t)}{\sqrt{2}I_b} & \Gamma_{m \text{ pu}}(t) &= \frac{\Gamma_m(t)}{\Gamma_b} \\
 v_{f \text{ pu}}(t) &= \frac{v_f(t)}{\sqrt{3/2}V_b} & i_{f \text{ pu}}(t) &= \frac{i_f(t)}{\sqrt{3/2}I_b}
 \end{aligned} \tag{2}$$

where $V_b = U_b / \sqrt{3} = 398.4$ V is the per-phase base voltage and $\sqrt{3/2}$ is the relation between the steady-state *forward* components in the synchronous reference frame and the steady-state phasors (see Appendix 2 for more details). In the remaining of the paper, subscript pu is omitted for brevity.

6 DFIG with no control on rotor current exposed to abrupt recovery unsymmetrical sags

Fig. 3 illustrates the DFIG stator currents (Fig. 3a), rotor currents (Fig. 3b) and electromagnetic torque (Fig. 3c) when exposed to unsymmetrical sags with *abrupt* recovery whose duration is $\Delta t = 5.5T$. There is no control on the rotor current (i.e., the transformed rotor voltage in the synchronous reference frame, v_{rf} , is constant and equals the pre-fault steady-state value). Two observations can be made from the figure results:

(1) The rotor current peaks that appear in a DFIG exposed to unsymmetrical sags cannot be tolerated by the converter. In order to avoid or mitigate these peaks, a control strategy on the rotor current is used.

(2) Different unsymmetrical sag types with a specific duration (in the examples, $\Delta t = 5.5T$) have effects of different severity. Sag types F_2 and G_2 seem to be the most severe ones, as the peak values of the represented variables are the largest ones. This consideration is not only true when the rotor current is not controlled, but also when it is controlled, as shown in the next section.

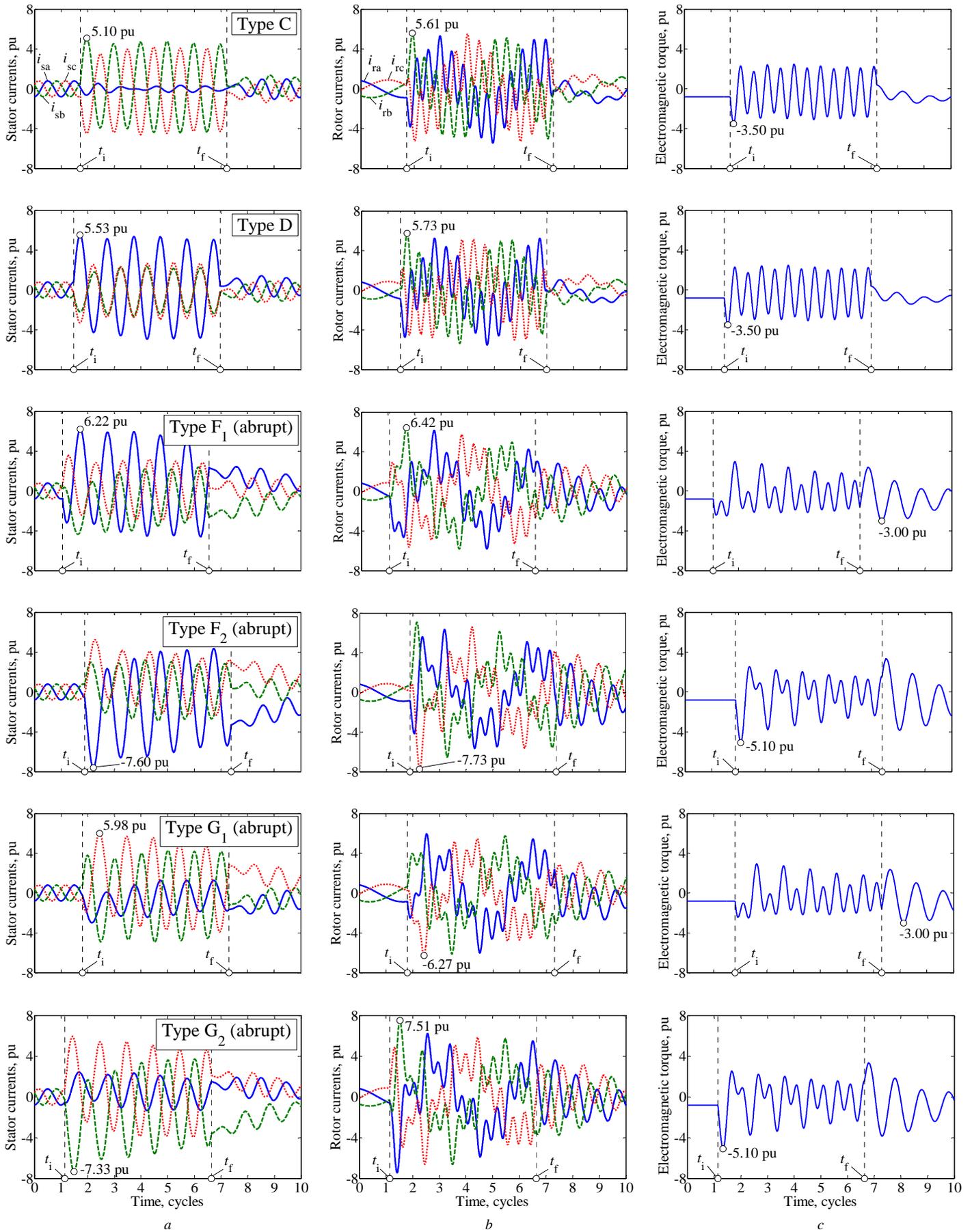


Fig. 3 DFIG with no control on rotor current exposed to sag types modelled with abrupt recovery. Sag characteristics: $\Delta t = 5.5T$, $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$
 a Stator currents
 b Rotor currents
 c Electromagnetic torque

7 DFIG with controlled rotor current exposed to abrupt recovery unsymmetrical sags

As the noticeable rotor current peaks in Fig. 3 caused by the lack of control on rotor current cannot be tolerated by the converter, a passive or active crowbar, or the operation of the converter is necessary to avoid or mitigate these large currents. In this paper, it is assumed that the rotor-side converter operates in order to control the rotor current. The considered control algorithm is simple: current i_{rf} (rotor current in the synchronous reference frame) is kept constant at its pre-fault steady-state value. The control is, moreover, assumed ideal, i.e., the controlled variable (i_{rf}) is adjusted instantaneously to satisfy the set point requirement. That is, i_{rf} is kept constant during the entire event.

The non-optimal control strategy chosen for simplicity purposes provides an analytical solution for the complicated phenomenon of the DFIG electrical transient (see Appendix 3). This solution is used to determine whether the rotor current can be effectively controlled during the sag by considering the converter limits. The study gives an insight into converter dimensioning and it is also an excellent tool to understand the dynamic behaviour of the DFIG when exposed to sags.

7.1 Transformed stator current analytical solution

The analytical solution of the transformed stator current, i_{sf} , before, during and after the sag is calculated in Appendix 3 and summarized in (33), (34) and (35). These analytical expressions are repeated here:

$$\begin{aligned}
 i_{sf} &= \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t \leq t_i) \\
 i_{sf} &= \underline{K}_1 e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_i)} e^{-j\omega_s(t-t_i)} + \underline{K}_3 e^{-j2\omega_s t} + \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t_i \leq t \leq t_f) \\
 i_{sf} &= \underline{K}_2 e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_f)} e^{-j\omega_s(t-t_f)} + \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} & (t \geq t_f),
 \end{aligned} \tag{3}$$

where v_{sf} is the transformed stator voltage before the sag, and \underline{K}_1 , \underline{K}_2 and \underline{K}_3 are the following complex constants:

$$\begin{aligned}
 \underline{K}_1 &= \frac{v_{sf} - v_{sf1}}{R_s + j\omega_s L_s} - \underline{K}_3 e^{-j2\omega_s t_i} & \underline{K}_3 &= \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} \\
 \underline{K}_2 &= \underline{K}_1 \left[e^{-(R_s/L_s)(t_f-t_i)} e^{-j\omega_s(t_f-t_i)} - 1 \right] + \underline{K}_3 \left(e^{-j2\omega_s t_f} - e^{-j2\omega_s t_i} \right),
 \end{aligned} \tag{4}$$

and where, $v_{sf1} = \sqrt{3/2} \underline{V}_1$ and $v_{sf2} = \sqrt{3/2} \underline{V}_2^*$, and \underline{V}_1 , \underline{V}_2 are the sequence voltages of the stator during the sag (Appendix 2).

Fig. 4 and Fig. 5 show the loci (real part versus imaginary part) of current i_{sf} for all unsymmetrical sags with three different durations: $\Delta t = 5T$ (Fig. 4a and Fig. 5a), $\Delta t = 5.25T$ (Fig. 4b and Fig. 5b) and $\Delta t = 5.5T$ (Fig. 4c and Fig. 5c).

Let's consider, for example, the locus of sag types C and D corresponding to a sag duration $\Delta t = 5.25T$, Fig. 4b, which will help us explain the behaviour of i_{sf} , together with (3):

The sag begins at t_i , and current i_{sf} at this moment equals its pre-fault steady-state value, which is given by the

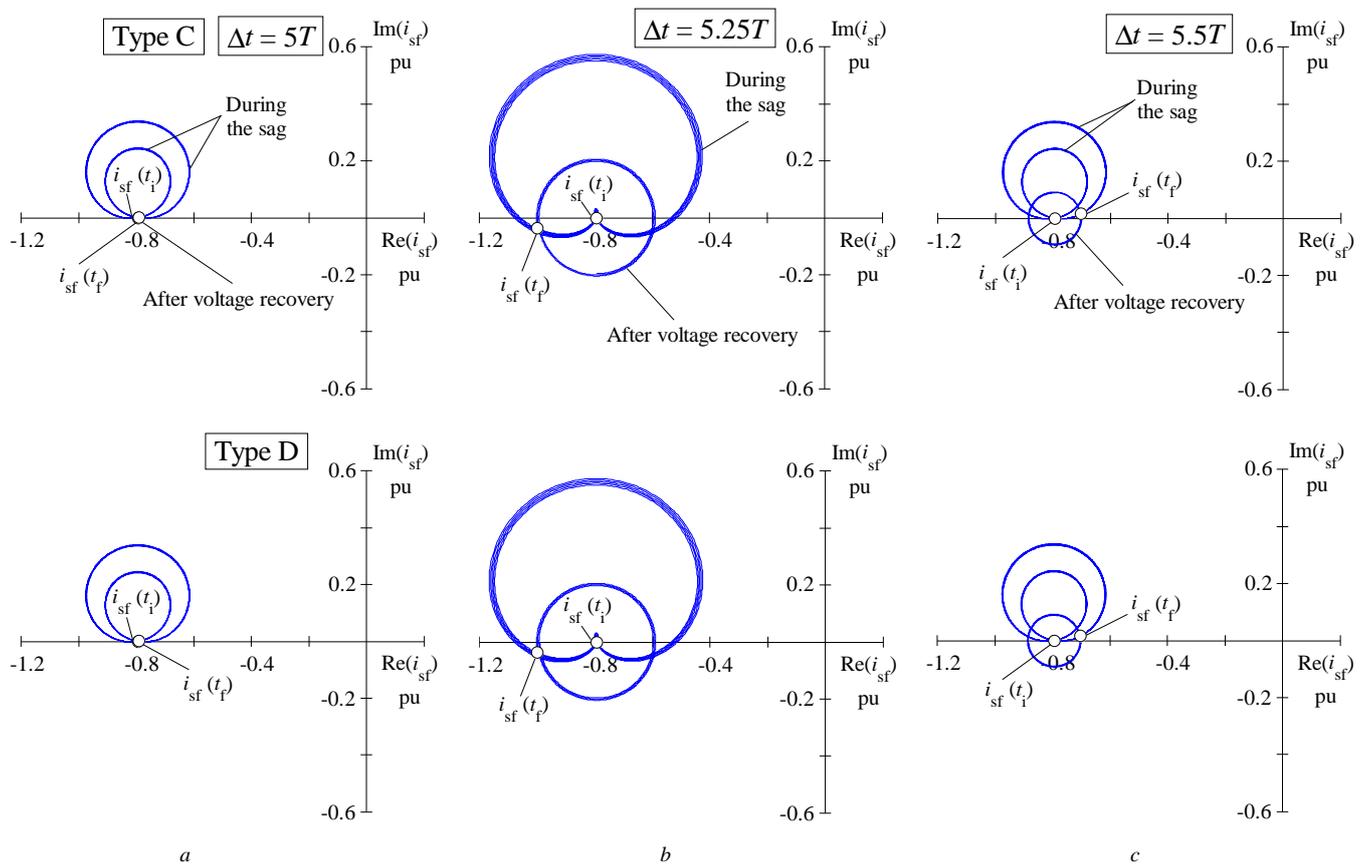


Fig. 4 Sag duration influence on the locus of the current i_{sf} for sag types C and D. Sag characteristics: $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$

- a $\Delta t = 5T$
 b $\Delta t = 5.25T$
 c $\Delta t = 5.5T$

first equation of (3). This corresponds to point $i_{sf}(t_i)$ in Fig. 4b. Once the sag starts, current i_{sf} evolves into a non-regular circle because of the inclusion of the ω_s and $2\omega_s$ pulsation terms in the second equation of (3). This non-regular circle is repeated every cycle.

When the fault is abruptly cleared at t_f , current i_{sf} is located at point $i_{sf}(t_f)$ in Fig. 4b. When the fault is cleared, this current evolves into a spiral shape (i.e., into a curve which rotates around a central point, getting progressively closer to it), rotating at the ω_s pulsation term [as can be deduced from the exponential term with ω_s in the third equation of (3)] until reaching the pre-fault steady-state value at point $i_{sf}(t_i)$. For this reason, this spiral after voltage recovery is centred at this point.

Three observations can be made from the results of Fig. 4 and Fig. 5:

- (1) For a specific duration, the shape of the locus of current i_{sf} is different for each sag type, and so is the locus of i_{sf} for sag types F_1 and F_2 (also for types G_1 and G_2) because of the combined influence of the following two factors: different fault clearing instants and sequence of sags during voltage recovery (Table 2). Note also that the shape of the locus of current i_{sf} is identical in the following pairs of sags: C-D, F_1 - G_1 and F_2 - G_2 .
- (2) Different sag durations lead to different loci of current i_{sf} during the sag.
- (3) When the fault is cleared, current i_{sf} always evolves into a spiral curve (as there is no negative-sequence component in the post-fault stator voltages) whose amplitude depends on the sag duration.

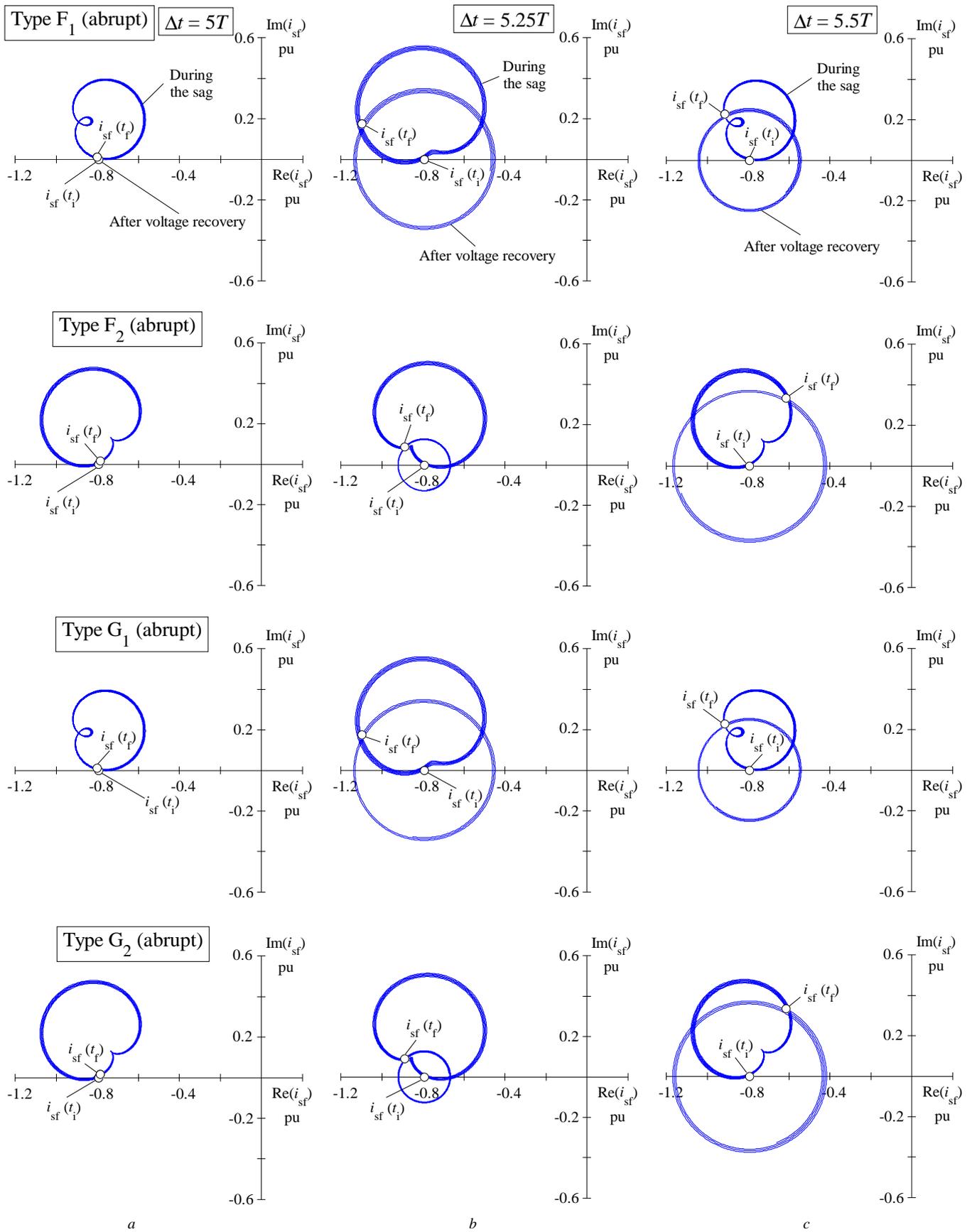


Fig. 5 Sag duration influence on the locus of the current i_{sf} for sag types F_1 , F_2 , G_1 and G_2 modelled with abrupt recovery. Sag characteristics: $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$
 a $\Delta t = 5T$
 b $\Delta t = 5.25T$
 c $\Delta t = 5.5T$

Fig. 4 and Fig. 5 show that sag duration influences DFIG behaviour. For any sag type, it is apparent that some durations are more unfavourable than others (with the rotor current control used in this work). Furthermore, sags with different durations from the ones shown in this paper, but still periodic durations, produce quasi-identical effects because (3) is poorly damped. Due to space limitations, sag duration is not studied in this paper.

7.2 Transformed rotor voltage analytical solution

Appendix 3 includes the analytical solution of the transformed rotor voltage, v_{rf} , before, during and after the sag. This analytical solution is used in Fig. 6b to represent the time evolution of the abc rotor voltages. The figure also shows the voltage limit of the rotor-side converter, $V_{r \max}$, defined in Appendix 4 by considering that the rated power of the rotor-side converter is 100 % of DFIG rated power. This should not pose a problem as the converter cost only accounts for 5 % of the total WT cost [15]. Therefore, this increase in the cost should be of minor importance if WT FRT capability is enhanced.

Fig. 6b also illustrates the modulus of the instantaneous rotor voltage, defined as

$$\begin{aligned} v_{r \text{ mod}}(t) &= \frac{2}{\sqrt{3}} |v_{rf}(t)| = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{v_{ra}^2(t) + v_{rb}^2(t) + v_{rc}^2(t)} \\ v_{r \text{ mod pu}}(t) &= |v_{rf \text{ pu}}(t)| = \sqrt{\frac{2}{3}} \sqrt{v_{ra \text{ pu}}^2(t) + v_{rb \text{ pu}}^2(t) + v_{rc \text{ pu}}^2(t)}, \end{aligned} \quad (5)$$

where $v_{ra}(t)$, $v_{rb}(t)$ and $v_{rc}(t)$ are the instantaneous rotor phase voltages. The pu values of $v_{rf}(t)$, $v_{ra}(t)$, $v_{rb}(t)$ and $v_{rc}(t)$ are calculated according to (2), where $\sqrt{2}V_b$ is the base value for $v_{r \text{ mod}}(t)$. This variable represents the rotor voltage required to control current i_{rf} according to a desired control law. As in this paper i_{rf} is assumed to be kept constant, $v_{r \text{ mod}}(t)$ represents the rotor voltage required to maintain this condition, i.e., when $v_{r \text{ mod}}(t)$ satisfies

$$v_{r \text{ mod}}(t) \leq V_{r \max}, \quad (6)$$

current i_{rf} can be kept constant or, in general, the rotor current can be controlled. For brevity, the modulus of the instantaneous rotor voltage, $v_{r \text{ mod}}(t)$, is shortened as *mod* rotor voltage in the remaining of this work.

7.3 Electromagnetic torque analytical expression

Fig. 6c illustrates the time evolution of the electromagnetic torque. The analytical expression for calculating the torque under unsymmetrical sags can be obtained from (1) considering the expression (3) for i_{sf} and the assumed constant value for current i_{rf} :

$$\Gamma_m = 2\mathcal{G}M \operatorname{Im} \left[\left(\frac{K_1}{L_s} e^{-\frac{R_s}{L_s}(t-t_i)} e^{-j\omega_s(t-t_i)} + K_3 e^{-j2\omega_s t} + \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \right) i_{rf}^* \right] \quad (t_i \leq t \leq t_f). \quad (7)$$

It is observed that because of the exponential term with $2\omega_s t$, the torque pulsates at double the fundamental frequency during unsymmetrical sags. This is consistent with the results in Fig. 6c.

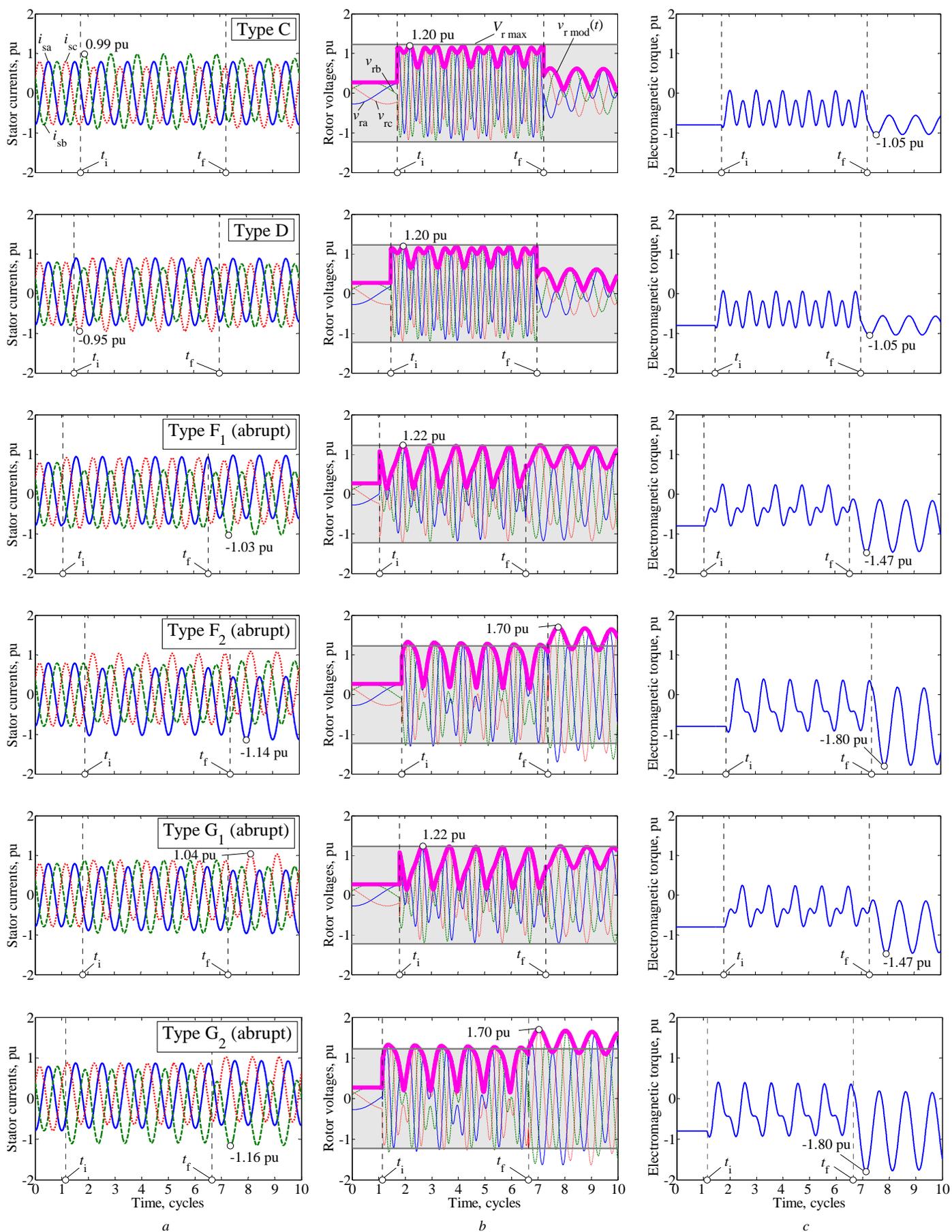


Fig. 6 DFIG exposed to sag types modelled with abrupt recovery. Sag characteristics: $\Delta t = 5.5T$, $h = 0.1$ and $\psi = 80^\circ$. The shaded area corresponds to the situations where the rotor current can be controlled

- a Stator currents
- b Rotor currents
- c Electromagnetic torque

7.4 Final remarks on abrupt sags

From the results on *abrupt* sags in this section, we can state that:

(1) Except for sag types F_2 and G_2 after voltage recovery, current i_{rf} can be controlled for all sag types because $v_{r\text{mod}}(t) \leq V_{r\text{max}}$. Next section shows that the required post-fault overvoltage in $v_{r\text{mod}}(t)$ for types F_2 and G_2 is smoothed if the physics of fault clearing is considered.

(2) It is confirmed that sag types F_2 and G_2 are the most severe sags, as they produce the largest peak values on the DFIG variables, as pointed out in the previous subsection.

(3) A DFIG exposed to sag types C or D exhibits identical dynamic behaviours in the transformed variables (i_{sf} and v_{rf}), but they are delayed in time domain, leading to similar dynamic behaviour in abc variables ($i_{s\text{abc}}$ and $v_{r\text{abc}}$). This is also true for types F_1 and G_1 and types F_2 and G_2 , as the loci of current i_{sf} also illustrate (Fig. 4 and Fig. 5).

8 Fault clearing influence on DFIG behaviour

In this section, faults are assumed to be cleared in different steps, i.e., sags are modelled *discrete*. As seen in the previous section, the behaviour of the DFIG exposed to *abrupt* sag types G_1 and G_2 , and to sag types F_1 and F_2 is similar. Therefore, in order to explain the fault clearing influence on DFIG behaviour, only sag types F_1 and F_2 are considered.

Fig. 7a shows the loci of current i_{sf} for sag types F_1 and F_2 (modelled *abrupt* and *discrete*). The behaviour in Fig. 7a for *abrupt* recovery sags is described in the previous section (Fig. 5c). The during-sag behaviour in the *discrete* sag is identical to that of the *abrupt* case. However, as the fault is cleared in two steps (instants t_{f1} and t_{f2}), the spiral curve after fault clearing is smaller than in an *abrupt* sag, Fig. 7a. As a result, the stator current and the rotor voltage peaks are also smaller than in the *abrupt* case (Fig. 7b and Fig. 7c).

Fig. 7c shows that the current i_{rf} can be controlled for *discrete* recovery sags because the required rotor voltage, $v_{r\text{mod}}(t)$, is smaller than the rotor-side converter voltage limit, $V_{r\text{max}}$, according to (6), even after fault clearance.

F_2 is the most severe type among all *discrete* sags, just like F_2 is the most severe type among all *abrupt* sags (as concluded in the previous section). Although the spiral curve after fault clearing is smaller than in the *abrupt* case, there is a short time interval during fault clearing where the rotor current cannot be controlled.

In conclusion, the severe effects of *abrupt* recovery sags are smoothed when the physics of fault clearing is considered, i.e., when the sag is modelled *discrete*.

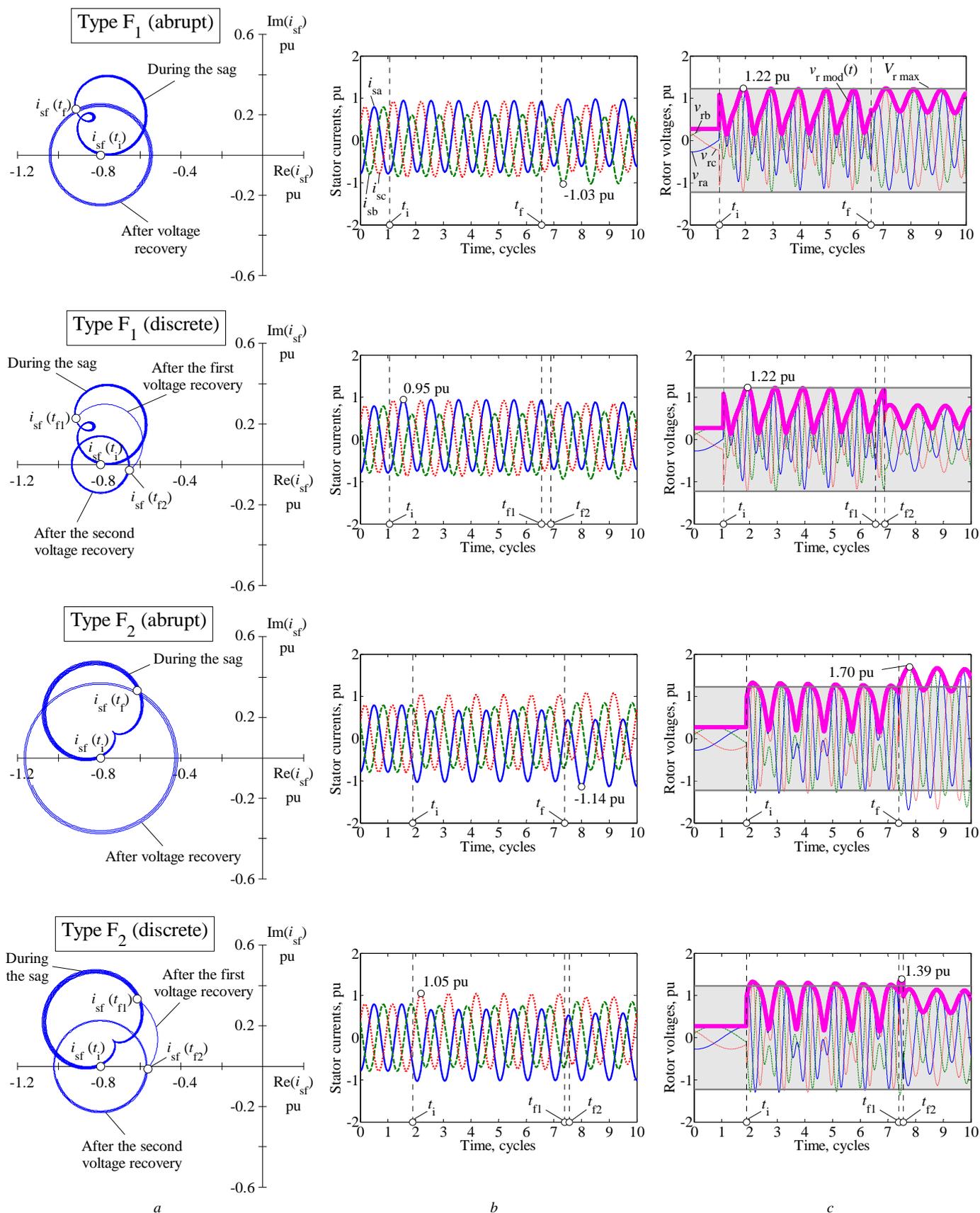


Fig. 7 DFIG exposed to sag types F_1 and F_2 modelled with abrupt and discrete recoveries. Sag characteristics: $h = 0.1$, $\Delta t = 5.5T$ and $\psi = 80^\circ$. The shaded area corresponds to the situations where the rotor current can be controlled

- a Locus of the transformed stator current
- b Stator currents
- c Rotor voltages

9 Conclusions

An analytical study of the dynamic behaviour of the DFIG exposed to unsymmetrical voltage sags is presented. This analysis helps in the understanding of WT fault ride-through capability.

The assumption that the rotor current in the synchronous reference frame, i_{rf} , is kept constant makes it possible to obtain an analytical expression for the dynamic stator currents and required rotor voltages. The analytical approach not only provides a comprehensive description of sag effects on the stator currents and rotor voltages but also determines whether the rotor current can be effectively controlled during the sag by considering the converter limits, giving an insight into converter dimensioning.

Sag modelling and its influence on DFIG behaviour are also discussed. *Discrete* recovery sag modelling is more accurate than *abrupt* recovery sag modelling (the usual approach in the literature). The results reveal that *discrete* recovery sags are less severe than *abrupt* recovery sags because the successive voltage recovery steps smooth the effects, which means that *abrupt* models overestimate the severity of sag events.

The study also shows that the effects of sag types C and D are very similar and this is also true for sag types F_1 and G_1 and for sag types F_2 and G_2 . The last sag types have the most severe effects. Rotor currents can be controlled during the sag and after voltage recovery, except for sag types F_2 and G_2 when modelled *abrupt*. If these sags occur, the rotor voltage required to control the rotor currents after voltage recovery is higher than the rotor-side converter voltage limit. However, the predicted effects are smoothed if the physics of fault clearing is considered. Then, a *discrete* model for sags should be considered when analyzing the behaviour of the DFIG under such disturbances.

The sag duration influence on DFIG behaviour has been observed. When analyzing other control strategies for the DFIG rotor current, it is recommended to study the sag duration effect, and the possible sag duration periodicity effect in order to detect which duration produces the most severe effects.

The knowledge obtained in the present study could be a first step for the future design of control algorithms for fast reduction of current i_{rf} during sags, while maintaining controllability over the DFIG during the entire event.

10 Acknowledgements

The authors acknowledge the financial support of the Ministry of Science and Innovation of Spain through the projects ENE2008-06588-C04-03 and ENE2009-10274.

11 References

- 1 López, J., Sanchis, P., Roboam, X., Marroyo, L.: 'Dynamic behavior of the doubly fed induction generator during three-phase voltage dips', *IEEE Trans. Energy Conv.*, 2007, **22**, (3), 709-717
- 2 López, J., Gubía, E., Sanchis, P., Roboam, X., Marroyo, L.: 'Wind turbines based on doubly fed induction generator under asymmetrical voltage dips', *IEEE Trans. Energy Conv.*, 2008, **23**, (1), 321-330

- 3 Lima, F. K. A., Luna, A., Rodriguez, P., Watanabe, E. H., Blaabjerg, F., 'Rotor voltage dynamics in the doubly fed induction generator during grid faults', *IEEE Trans. Power Elec.*, 2010, **25**, (1), pp. 118-130
- 4 Chondrogiannis, S., Barnes, M.: 'Specification of rotor side voltage source inverter of a doubly-fed induction generator for achieving ride-through capability', *IET Renew. Power Gen.*, 2008, **2**, (3), pp. 139-150
- 5 Hu, J., He, Y.: 'DFIG wind generation systems operating with limited converter rating considered under unbalanced network conditions – Analysis and control design', *Renew. Energy*, 2011, **36**, (2), pp. 829-847
- 6 Gomis-Bellmunt, O., Junyent-Ferré, A., Sumper, A., Sudrià-Andreu, A., Mata, M., Sala, M.: 'Control of a doubly-fed induction generator under unbalanced conditions considering the converter limits', *13th European Conf. on Power Elec. and Appl.*, Barcelona, Spain, September 2009, pp. 1-8
- 7 Pedra, J., Sáinz, L., Córcoles, F., Guasch, L.: 'Symmetrical and unsymmetrical voltage sag effects on three-phase transformers', *IEEE Trans. Power Deliv.*, 2005, **20**, (2), pp. 1683-691
- 8 Pedra, J., Sáinz, L., Córcoles, F.: 'Effects of symmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors', *Elec. Power Syst. Res.*, 2007, **77**, (12), pp. 1672-1680
- 9 Pedra, J., Córcoles, F., Sáinz, L.: 'Effects of unsymmetrical voltage sags on squirrel-cage induction motors', *IET Gener. Transm. Distrib.*, 2007, **1**, (5), pp. 769-775
- 10 Bollen, M.H.J.: 'Understanding power quality problems: voltage sags and interruptions' (IEEE Press, New York, 2000)
- 11 Bollen, M.H.J.: 'Voltage recovery after unbalanced and balanced voltage dips in three-phase systems', *IEEE Trans. Power Deliv.*, 2003, **18**, (4), pp. 1376-1381
- 12 Park, R.H.: 'Two-reaction theory of synchronous machines - generalized method of analysis, Part I', *AIEE Trans.*, 1929, **48**, pp. 716-727
- 13 Ku, Y.H.: 'Rotating-field theory and general analysis of synchronous and induction machines', *Proc. IEE - Part IV: Institution Monog.*, 1952, **99**, (4), pp. 410-428
- 14 Slootweg, J.G., Polinder, H., Kling, W.L.: 'Representing wind turbine electrical generating systems in fundamental frequency simulations', *IEEE Trans. Energy Convers.*, 2003, **18**, (4), pp. 516-524
- 15 European Wind Energy Association: 'How a wind turbine comes together?', *Wind Direct.*, 2007, pp. 32-33.
- 16 Fortescue, C.L.: 'Method of symmetrical co-ordinates applied to the solution of polyphase networks'. *34th Annual Convention of the AIEE*, Atlantic City, New Jersey, USA, June 1918, pp. 1027-1140
- 17 Braun, M.: 'Differential equations and their applications' (Springer-Verlag, New York, 1975, 4th edn. 1993)

12 Appendix 1: abc phase components and transformed components

12.1 *Ku* transformation

The original *Ku* transformation is defined in [13]. In this paper the normalized (or power-invariant) form is used:

$$\begin{aligned}
 [\mathbf{K}(\Psi)] &= \frac{1}{\sqrt{3}} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ e^{-j\Psi} & a e^{-j\Psi} & a^2 e^{-j\Psi} \\ e^{j\Psi} & a^2 e^{j\Psi} & a e^{j\Psi} \end{bmatrix} \\
 [\mathbf{K}(\Psi)]^{-1} &= [\mathbf{K}(\Psi)]^T{}^*,
 \end{aligned} \tag{8}$$

where $a = e^{j2\pi/3}$ and Ψ is the transformation angle. This matrix relates the abc phase components of a three-phase

system to the transformed Ku components, namely *zero* (0), *forward* (f) and *backward* (b). In the case of the induction machine, the transformation angle for the stator variables is Ψ_s , while the transformation angle for the rotor variables is $\Psi_r = \Psi_s - \wp\theta_m$, where θ_m is the rotor mechanical angle. Then,

$$\begin{bmatrix} x_{sabc} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}(\Psi_s)] \begin{bmatrix} x_{s0fb} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{rabc} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}(\Psi_s - \wp\theta_m)] \begin{bmatrix} x_{r0fb} \end{bmatrix} \quad (9)$$

$$\begin{bmatrix} x_{s0fb} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}(\Psi_s)]^{-1} \begin{bmatrix} x_{sabc} \end{bmatrix} \quad \begin{bmatrix} x_{r0fb} \end{bmatrix} = [\mathbf{K}(\Psi_s - \wp\theta_m)]^{-1} \begin{bmatrix} x_{rabc} \end{bmatrix}, \quad (10)$$

where x stands for the variable of interest (voltage, current or flux). The stator transformation angle in the synchronous reference frame is $\Psi_s = \omega_s t$. Note that when the rotor mechanical speed is constant, the rotor transformation angle is simplified as $\Psi_r = \Psi_s - \wp\theta_m = \omega_s t - (\wp\omega_m t + \wp\theta_{m0}) = s\omega_s t - \wp\theta_{m0}$, where s is the slip and θ_{m0} the rotor mechanical angle at $t = 0$.

To study DFIG behaviour by means of the transformed Ku variables, two important points must be kept in mind. Firstly, no *zero* components are present because the stator and rotor windings are delta or isolated wye connected. Secondly, as the *backward* components equal the complex conjugate of the *forward* components, only the *forward* components are studied [13]. Thus, the abc phase stator and rotor variables (currents, voltages or fluxes) are obtained by applying (9)

$$\begin{aligned} x_{sa} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(e^{j\omega_s t} x_{sf} \right) & x_{ra} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(e^{j(\omega_s t - \wp\theta_m)} x_{rf} \right) \\ x_{sb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(a^2 e^{j\omega_s t} x_{sf} \right) & x_{rb} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(a^2 e^{j(\omega_s t - \wp\theta_m)} x_{rf} \right) \\ x_{sc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(a e^{j\omega_s t} x_{sf} \right) & x_{rc} &= \frac{2}{\sqrt{3}} \operatorname{Re} \left(a e^{j(\omega_s t - \wp\theta_m)} x_{rf} \right). \end{aligned} \quad (11)$$

Inversely, the transformed Ku variables (*forward* component) are obtained by applying (10)

$$x_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} (x_{sa} + ax_{sb} + a^2 x_{sc}) \quad x_{rf} = \frac{e^{-j(\omega_s t - \wp\theta_m)}}{\sqrt{3}} (x_{ra} + ax_{rb} + a^2 x_{rc}). \quad (12)$$

12.2 Relation between the transformed Ku components and Park components

The Ku forward component is related to the *Park direct* and *quadrature* (dq) components as follows [13]:

$$x_d = \sqrt{2} \operatorname{Re}(x_f) \quad x_q = \sqrt{2} \operatorname{Im}(x_f). \quad (13)$$

13 Appendix 2: sequence components of unbalanced voltages

13.1 Fortescue transformation

The *Fortescue* transformation is used to simplify the study of unbalanced voltages by transforming them into three sets of balanced voltages, i.e., obtaining their sequence components. It is defined as [16]

$$[\mathbf{F}] = \frac{1}{3} \begin{bmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{bmatrix} \quad [\mathbf{F}]^{-1} = 3[\mathbf{F}]^* . \quad (14)$$

The relation between the abc phase components and the sequence components of the DFIG stator voltages is given by

$$[\underline{V}_{012}] = [\mathbf{F}][\underline{V}_{s\ abc}] \quad [\underline{V}_{s\ abc}] = [\mathbf{F}]^{-1}[\underline{V}_{012}] , \quad (15)$$

where subscript 012 stands for the *zero-*, *positive-* and *negative-*sequence components of the real abc phase components, expressed as

$$\begin{aligned} v_{sa} &= \sqrt{2}V_{sa} \cos(\omega_s t + \phi_{V_{sa}}) \rightarrow \underline{V}_{sa} = V_{sa} e^{j\phi_{V_{sa}}} \\ v_{sb} &= \sqrt{2}V_{sb} \cos(\omega_s t + \phi_{V_{sb}}) \rightarrow \underline{V}_{sb} = V_{sb} e^{j\phi_{V_{sb}}} \\ v_{sc} &= \sqrt{2}V_{sc} \cos(\omega_s t + \phi_{V_{sc}}) \rightarrow \underline{V}_{sc} = V_{sc} e^{j\phi_{V_{sc}}} . \end{aligned} \quad (16)$$

13.2 Transformed stator voltage during unsymmetrical sags

The transformed stator voltage (*forward* component), v_{sf} , is obtained by applying (12):

$$v_{sf} = \frac{e^{-j\omega_s t}}{\sqrt{3}} (v_{sa} + a v_{sb} + a^2 v_{sc}) . \quad (17)$$

Substituting (16) in (17) and operating, we have

$$v_{sf} = v_{sf1} + v_{sf2} e^{-j2\omega_s t} , \quad (18)$$

where v_{sf1} and v_{sf2} are

$$\begin{aligned} v_{sf1} &= \frac{1}{\sqrt{6}} (V_{sa} e^{j\phi_{V_{sa}}} + a V_{sb} e^{j\phi_{V_{sb}}} + a^2 V_{sc} e^{j\phi_{V_{sc}}}) \\ v_{sf2} &= \frac{1}{\sqrt{6}} (V_{sa} e^{-j\phi_{V_{sa}}} + a V_{sb} e^{-j\phi_{V_{sb}}} + a^2 V_{sc} e^{-j\phi_{V_{sc}}}) . \end{aligned} \quad (19)$$

By comparing (19) with the resulting expression when substituting (16) in (15), we obtain

$$v_{sf1} = \sqrt{3/2} \underline{V}_1 \quad v_{sf2} = \sqrt{3/2} \underline{V}_2^* . \quad (20)$$

where \underline{V}_1 and \underline{V}_2 are the sequence voltages, as shown in Table 1 for all sag types.

13.3 Balanced steady-state expressions

If the stator voltages (16) form a set of balanced voltages (as is the case of the pre- and post-fault voltages), there is no *negative-*sequence voltage, i.e., $v_{sf2} = 0$ and \underline{V}_1 equals the per-phase steady-state phasor, \underline{V}_s . Then,

$$v_{sf} = \sqrt{3/2} \underline{V}_s = \sqrt{3/2} V_s e^{j\phi_{V_s}} . \quad (21)$$

Following the same procedure, the pre-fault transformed rotor voltage, v_{rf} , and the transformed stator and rotor

currents, i_{sf} and i_{rf} , are related to the corresponding phasors \underline{V}_r , \underline{I}_s , and \underline{I}_r in balanced sinusoidal steady-state as

$$v_{rf} = \sqrt{3/2}V_r \quad i_{sf} = \sqrt{3/2}I_s \quad i_{rf} = \sqrt{3/2}I_r. \quad (22)$$

14 Appendix 3: analytical study of the DFIG exposed to abrupt unsymmetrical sags

14.1 Transformed stator current analytical solution

As the control imposes a constant value for the rotor current in the synchronous reference frame, i_{rf} , by substituting $p i_{rf} = 0$ in (1), we obtain current i_{sf} as

$$p i_{sf} = \frac{1}{L_s} \left[v_{sf1} + v_{sf2} e^{-j2\omega_s t} - (R_s + j\omega_s L_s) i_{sf} - j\omega_s M i_{rf} \right], \quad (23)$$

where the expression (18) for voltage v_{sf} is considered.

Note that (23) is a first-order linear differential equation with constant coefficients and complex variables. Its analytical solution can be obtained as the sum of the homogeneous and particular solutions [17]. The homogeneous solution, $i_{sf \text{ homog}}$, is the solution of (23) with $v_{sf} = v_{sf1} + v_{sf2} e^{-j2\omega_s t} = 0$ and $i_{rf} = 0$, which results in

$$i_{sf \text{ homog}} = \underline{K} e^{-(R_s/L_s)t} e^{-j\omega_s t}. \quad (24)$$

The particular solution, $i_{sf \text{ part}}$, which can be expressed as

$$i_{sf \text{ part}} = i_{sf \text{ part1}} + i_{sf \text{ part2}} e^{-j2\omega_s t}, \quad (25)$$

is the steady-state solution of (23). The term $i_{sf \text{ part1}}$ in (25) is calculated as follows:

$$\frac{d i_{sf \text{ part1}}}{dt} = 0 = \frac{1}{L_s} \left[v_{sf1} - (R_s + j\omega_s L_s) i_{sf \text{ part1}} - j\omega_s M i_{rf} \right], \quad (26)$$

which results in

$$i_{sf \text{ part1}} = \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s}, \quad (27)$$

whereas the term $i_{sf \text{ part2}}$ in (25) is obtained as follows:

$$\begin{aligned} \frac{d(i_{sf \text{ part2}} e^{-j2\omega_s t})}{dt} &= -j2\omega_s i_{sf \text{ part2}} e^{-j2\omega_s t} \\ &= \frac{1}{L_s} \left[v_{sf2} e^{-j2\omega_s t} - (R_s + j\omega_s L_s) i_{sf \text{ part2}} e^{-j2\omega_s t} \right] \end{aligned} \quad (28)$$

which results in

$$i_{sf \text{ part2}} = \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s}. \quad (29)$$

Thus, the complete solution of (23) is

$$\begin{aligned}
 i_{sf} &= i_{sf \text{ homog}} + i_{sf \text{ part}} \\
 &= \underline{K} e^{-(R_s/L_s)t} e^{-j\omega_s t} + \left(\frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} + \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t} \right).
 \end{aligned} \quad (30)$$

The complex constant \underline{K} is calculated by considering the initial condition $i_{sf}(t_0) = i_{sf0}$ for $t = t_0$, resulting in

$$\underline{K} = \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t_0} \right) e^{(R_s/L_s)t_0} e^{j\omega_s t_0}. \quad (31)$$

By replacing (31) in (30) and grouping terms, we have

$$\begin{aligned}
 i_{sf} &= \left(i_{sf0} - \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \right. \\
 &\quad \left. - \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t_0} \right) e^{-(R_s/L_s)(t-t_0)} e^{-j\omega_s(t-t_0)} \\
 &\quad + \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t} + \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s},
 \end{aligned} \quad (32)$$

which is the solution of the differential equation (23), i.e., the transformed stator current when the current i_{rf} is kept constant. This equation is valid for the three states of an *abrupt* sag event: before the sag, during the sag and after *abrupt* voltage recovery. Terms i_{sf0} , t_0 , v_{sf1} and v_{sf2} of (32) are different for the three states.

1) State 1: before the sag ($t \leq t_i$)

The DFIG is assumed to be in electrical and mechanical steady-state conditions before the sag begins (at $t = t_i$, see Fig. 2). Then, the stator voltages form a set of balanced voltages such that there is no *negative*-sequence voltage, i.e., $v_{sf2} = 0$ and the *positive*-sequence voltage is the pre-fault steady-state value, $v_{sf1} = v_{sf}$, calculated by (21). The current i_{sf} can therefore be calculated from the steady-state expression of (32):

$$i_{sf} = \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \quad (t \leq t_i). \quad (33)$$

2) State 2: during the sag ($t_i \leq t \leq t_f$)

The sag begins at t_i , which is the initial instant, t_0 , for State 2. During this state, the voltage v_{sf} is calculated by (18). The initial current, i_{sf0} , is the steady-state current (33). By introducing these three conditions in (32), we have

$$\begin{aligned}
 i_{sf} &= \left(\frac{v_{sf} - v_{sf1}}{R_s + j\omega_s L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t_i} \right) e^{-(R_s/L_s)(t-t_i)} e^{-j\omega_s(t-t_i)} \\
 &\quad + \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t} + \frac{v_{sf1} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \quad (t_i \leq t \leq t_f).
 \end{aligned} \quad (34)$$

3) State 3: *abrupt* voltage recovery ($t \geq t_f$)

The sag recovers instantaneously (at the same time in all faulted phases) at t_f (see Fig. 2), which is the initial instant, t_0 , for State 3. From this instant, the stator voltage remains at the pre-fault steady-state value, i.e., there is no *negative*-sequence voltage ($v_{sf2} = 0$) and the *positive*-sequence voltage is the pre-fault steady-state value, $v_{sf1} = v_{sf}$, calculated by (21). The initial current, i_{sf0} , for State 3 is the stator current of (34) evaluated at instant t_f .

By introducing these three conditions in (32), we have

$$\begin{aligned}
 i_{sf} = & \left[\left(\frac{v_{sf} - v_{sf1}}{R_s + j\omega_s L_s} - \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t_f} \right) e^{-(R_s/L_s)(t-t_f)} e^{-j\omega_s(t-t_f)} \right. \\
 & \left. + \frac{v_{sf2}}{R_s - j\omega_s L_s} e^{-j2\omega_s t_f} + \frac{v_{sf1} - v_{sf}}{R_s + j\omega_s L_s} \right] e^{-(R_s/L_s)(t-t_f)} e^{-j\omega_s(t-t_f)} \\
 & + \frac{v_{sf} - j\omega_s M i_{rf}}{R_s + j\omega_s L_s} \quad (t \geq t_f).
 \end{aligned} \tag{35}$$

14.2 Transformed rotor voltage analytical solution

By replacing (23) in the second equation of (1), and considering that $p i_{rf} = 0$, we obtain

$$\begin{aligned}
 v_{rf} = & \left(R_r + js\omega_s L_r - \frac{j\omega_s M^2}{L_s} \right) i_{rf} + \frac{M}{L_s} (v_{sf1} + v_{sf2} e^{-j2\omega_s t}) \\
 & + \left[js\omega_s M - \frac{M}{L_s} (R_s + j\omega_s L_s) \right] i_{sf},
 \end{aligned} \tag{36}$$

which is the analytical solution of the transformed rotor voltage. This expression provides the rotor voltage required to maintain current i_{rf} constant.

The previous analytical expressions were validated with numerical models of the DFIG developed with MATLAB and PSpice.

14.3 Assumption of constant generator speed

The expressions (33) to (35) for calculation of i_{sf} , the expression (36) for v_{rf} , and the expressions (11) for $i_{s abc}$, $v_{r abc}$ and $i_{r abc}$ are valid although the generator speed, ω_m , varies during the fault. The calculation of i_{sf} and $i_{s abc}$ does not depend on ω_m , while the calculation of v_{rf} , $v_{r abc}$ and $i_{r abc}$ does. For simplicity purposes, v_{rf} , $v_{r abc}$ and $i_{r abc}$ are always calculated in this paper assuming that ω_m does not change appreciably during the fault (around 100 ms).

14.4 Analytical equations for the discrete recovery sags

The previous DFIG equations correspond to the *abrupt* recovery sag model. These equations are also valid for *discrete* sags with one-step voltage recovery, i.e., sag types C and D. In the case of sags with two-step voltage recovery, i.e., types F₁, F₂, G₁ and G₂, the respective equations are not included for brevity but can be obtained similarly bearing in mind that the events include four different states: before the sag (steady-state), during the sag, after the first voltage recovery and after the second voltage recovery.

15 Appendix 4: rotor-side converter voltage limit

The maximum amplitude of the fundamental per-phase voltage which can be generated by the rotor-side converter is [5]

$$V_{r \max} = mV_{dc}/2, \quad (37)$$

where m is the modulation index and V_{dc} is the dc-link voltage. Considering the space vector modulation technique ($m = 1.15$) and a dc-link voltage of 1200 V, a maximum amplitude of $V_{r \max} = 690$ V or 1.22 pu is obtained.



DEPARTAMENT D'ENGINYERIA ELÈCTRICA



UNIVERSITAT POLITÈCNICA DE CATALUNYA