

ADVERTIMENT. La consulta d'aquesta tesi queda condicionada a l'acceptació de les següents condicions d'ús: La difusió d'aquesta tesi per mitjà del servei TDX (www.tesisenxarxa.net) ha estat autoritzada pels titulars dels drets de propietat intel·lectual únicament per a usos privats emmarcats en activitats d'investigació i docència. No s'autoritza la seva reproducció amb finalitats de lucre ni la seva difusió i posada a disposició des d'un lloc aliè al servei TDX. No s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant al resum de presentació de la tesi com als seus continguts. En la utilització o cita de parts de la tesi és obligat indicar el nom de la persona autora.

ADVERTENCIA. La consulta de esta tesis queda condicionada a la aceptación de las siguientes condiciones de uso: La difusión de esta tesis por medio del servicio TDR (www.tesisenred.net) ha sido autorizada por los titulares de los derechos de propiedad intelectual únicamente para usos privados enmarcados en actividades de investigación y docencia. No se autoriza su reproducción con finalidades de lucro ni su difusión y puesta a disposición desde un sitio ajeno al servicio TDR. No se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al resumen de presentación de la tesis como a sus contenidos. En la utilización o cita de partes de la tesis es obligado indicar el nombre de la persona autora.

WARNING. On having consulted this thesis you're accepting the following use conditions: Spreading this thesis by the TDX (www.tesisenxarxa.net) service has been authorized by the titular of the intellectual property rights only for private uses placed in investigation and teaching activities. Reproduction with lucrative aims is not authorized neither its spreading and availability from a site foreign to the TDX service. Introducing its content in a window or frame foreign to the TDX service is not authorized (framing). This rights affect to the presentation summary of the thesis as well as to its contents. In the using or citation of parts of the thesis it's obliged to indicate the name of the author

TESIS DOCTORAL

Estudio del circuito simetrizador
Steinmetz en sistemas con polución
armónica



Alumno: Manuel Caro Huertas

Director: Luis Sainz Sapera

Fecha: Octubre - 2009

A mis padres

AGRADECIMIENTOS

En primer lugar, deseo mostrar mi agradecimiento a Luis Sainz, director de esta Tesis Doctoral, por su gran ayuda en estos años de trabajo.

También quiero expresar mi agradecimiento a África Cortés y, en general, a mis compañeros de IDOM, por su valioso apoyo.

Tampoco puedo olvidar la comprensión de mis padres, familiares y amigos.

Por último, agradezco al proyecto DPI2006-02157 el soporte económico que ha aportado.

SUMARIO

SUMARIO.....	V
LISTA DE FIGURAS	VI
LISTA DE TABLAS.....	VII
NOMENCLATURA	VIII
1. INTRODUCCIÓN	2
1.1. PREFACIO	2
1.2. ANTECEDENTES.....	2
1.3. OBJETIVOS.....	5
1.4. ESTRUCTURA DE LA TESIS.....	5
2. DISEÑO DEL CIRCUITO SIMETRIZADOR O CIRCUITO STEINMETZ.....	8
3. RESONANCIAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO EN PRESENCIA DEL CIRCUITO STEINMETZ.....	12
3.1. RESONANCIAS VISTAS POR LAS CARGAS NO LINEALES	13
3.2. RESONANCIAS VISTAS POR LA RED.....	16
4. CONCLUSIONES	22
4.1. APORTACIONES	22
4.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN	23
5. REFERENCIAS	26
5.1. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	26
5.2. ARTÍCULOS PUBLICADOS	27
APÉNDICE: ANÁLISIS ARMÓNICO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS	29
ANEXO: PUBLICACIONES INCLUIDAS EN LA TESIS	35

LISTA DE FIGURAS

<i>Figura 1. Esquema simplificado de circuito de tracción de alta velocidad</i>	<i>2</i>
<i>Figura 2. Sistema estudiado: (a) Esquema de conexión del sistema de tracción (b) Circuito simplificado del sistema de tracción (c) Simetrización de la carga de tracción</i>	<i>3</i>
<i>Figura 3. Descomposición en componentes simétricas</i>	<i>8</i>
<i>Figura 4. Conexión del circuito Steinmetz en la red</i>	<i>12</i>
<i>Figura 5. Sistema estudiado desde el punto de vista de la carga no lineal.....</i>	<i>14</i>
<i>Figura 6. Respuesta frecuencial del sistema visto desde la carga (línea continua $d_c=1$; línea discontinua $d_c=0.5$)</i>	<i>14</i>
<i>Figura 7. Sistema estudiado desde el punto de vista de la red.....</i>	<i>17</i>
<i>Figura 8. Respuesta frecuencial del sistema visto desde la red</i>	<i>18</i>
<i>Figura 9. Admitancia medida en laboratorio Y_{AAK} para los casos 1 y 2</i>	<i>20</i>
<i>Figura 10. Estudio de la respuesta frecuencial del sistema</i>	<i>30</i>

LISTA DE TABLAS

<i>Tabla 1. Frecuencias de resonancia serie obtenidas para los casos 1 y 2 mediante los métodos analíticos.....</i>	<i>20</i>
<i>Tabla 2. Tipologías de estudio de sistemas trifásicos con cargas no lineales</i>	<i>32</i>

NOMENCLATURA

j	Unidad imaginaria.
a	Número complejo de módulo unitario y argumento de $2\pi/3$.
k	Orden de armónico.
k_s	Resonancia serie.
$k_{s,an1,2,3}$	Aproximación de resonancia serie mediante expresión analítica 1, 2, 3.
$\varepsilon_{an1,2,3}$	Error de la aproximación de resonancia serie mediante expresión 1, 2, 3.
k_p	Resonancia paralelo.
ω	Pulsación.
\underline{Z}_S	Impedancia de la red.
R_S	Resistencia de la red.
X_S	Reactancia de la red.
\underline{Z}_L	Impedancia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
\underline{Y}_L	Admitancia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
R_L	Resistencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
X_L	Reactancia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
FP_L	Factor de potencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
\underline{Z}_1	Impedancia 1 del circuito Steinmetz.
\underline{Y}_1	Admitancia de la impedancia 1 del circuito Steinmetz.
X_1	Reactancia de la impedancia 1 del circuito Steinmetz.
\underline{Z}_2	Impedancia 2 del circuito Steinmetz.
\underline{Y}_2	Admitancia de la impedancia 2 del circuito Steinmetz.
X_2	Reactancia de la impedancia 2 del circuito Steinmetz.
d_c	Parámetro de pérdida de capacidad del condensador del circuito Steinmetz.
x_r	Reactancia de la red normalizada a la resistencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz.
r_L	Resistencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz normalizada a la reactancia de la red.
x_1	Reactancia de la impedancia 1 del circuito Steinmetz normalizada a la reactancia de la red.
x_2	Reactancia de la impedancia 2 del circuito Steinmetz normalizada a la reactancia de la red.
\underline{Z}_P	Impedancia de la carga lineal trifásica.
\underline{Y}_P	Admitancia de la carga lineal trifásica.
R_P	Resistencia de la carga lineal trifásica.
X_P	Reactancia de la carga lineal trifásica.
$I_{A,B,C}$	Corriente que circula por las fases A, B, C.
$I_{AB,BC,CA}$	Corriente que circula por la carga conectada entre las fases AB, BC, CA.
$\underline{U}_{A,B,C}$	Tensión simple de las fases A, B, C.

$\underline{U}_{AB,BC,CA}$	Tensión compuesta entre las fases AB, BC, CA.
$\underline{I}_{0,1,2}$	Componentes simétricas (homopolar, directa e inversa) de la corriente $\underline{I}_{A,B,C}$.
$\underline{U}_{0,1,2}$	Componentes simétricas (homopolar, directa e inversa) de la tensión $\underline{U}_{A,B,C}$.
\underline{m}_I	Factor de desequilibrio de las corrientes.
\underline{m}_U	Factor de desequilibrio de las tensiones.
\underline{F}	Matriz de transformación de Fortescue-Stokvis.
\underline{Z}_{Bk}	Matriz de impedancias del sistema.
$\underline{Z}_{AA,\dots,CC}$	Impedancias equivalentes del sistema entre las fases AA, ... , CC.
\underline{Y}_{Bk}	Matriz de admitancias del sistema.
$\underline{Y}_{AA,\dots,CC}$	Admitancias equivalentes del sistema entre las fases AA, ... , CC.
\underline{U}_k	Vector de tensiones.
\underline{I}_k	Vector de corrientes.
$\underline{Z}_{D1,2,3k}$	Impedancia de la carga conectada en triángulo entre las fases AB, BC, CA.
$\underline{Z}_{Y1,2,3k}$	Impedancia de la carga conectada en estrella en la fase A, B, C y el neutro N.
$I_{A,B,Ck}^{TP}$	Corriente inyectada por la carga no lineal trifásica en la fase A, B, C.
$I_{A,B,Ck}^{SP}$	Corriente inyectada por la carga no lineal monofásica en la fase A, B, C.
S_B	Potencia base.
U_B	Tensión base.

Capítulo 1: Introducción

1. INTRODUCCIÓN

1.1. PREFACIO

La mayor parte de los sistemas eléctricos de potencia son trifásicos, es decir, cuentan con tres fases por las que circula corriente alterna. Para que estos sistemas funcionen de manera adecuada es deseable que trabajen de forma equilibrada, es decir, que por las tres fases circulen corrientes del mismo valor eficaz y desfasadas entre sí 120° en sentido directo.

Cuando se conectan cargas monofásicas de gran potencia entre dos fases de un sistema trifásico, se producen desequilibrios en la corriente que circula por este sistema. Esta situación indeseable puede mejorarse mediante la conexión de unas reactancias de valor adecuado que, formando un triángulo con la carga monofásica, hacen que las corrientes consumidas por el conjunto sean equilibradas. Dicho conjunto suele conocerse como circuito Steinmetz. Sin embargo, esta solución no presenta solamente ventajas, ya que la interacción de estas reactancias con las impedancias existentes en el sistema, puede dar lugar a la aparición de resonancias a unas determinadas frecuencias.

Si el sistema eléctrico en cuestión tiene conectadas cargas no lineales, que son aquellas que consumen corrientes no senoidales (dispositivos electrónicos, lámparas de descarga, hornos de arco...), la inyección de componentes armónicas de corriente que introducen estas cargas en la red podría coincidir con las frecuencias de resonancia, originando distorsiones armónicas elevadas en la tensión del sistema.

Esta Tesis Doctoral pretende estudiar analizar la aparición de estas resonancias con el fin de poder evitar esta problemática.

1.2. ANTECEDENTES

Los sistemas eléctricos de tracción de alta velocidad, en general, son cargas monofásicas, no lineales, fluctuantes en el tiempo, integradas en la red de suministro y que operan con tensión alterna de 25 kV y 50 Hz.

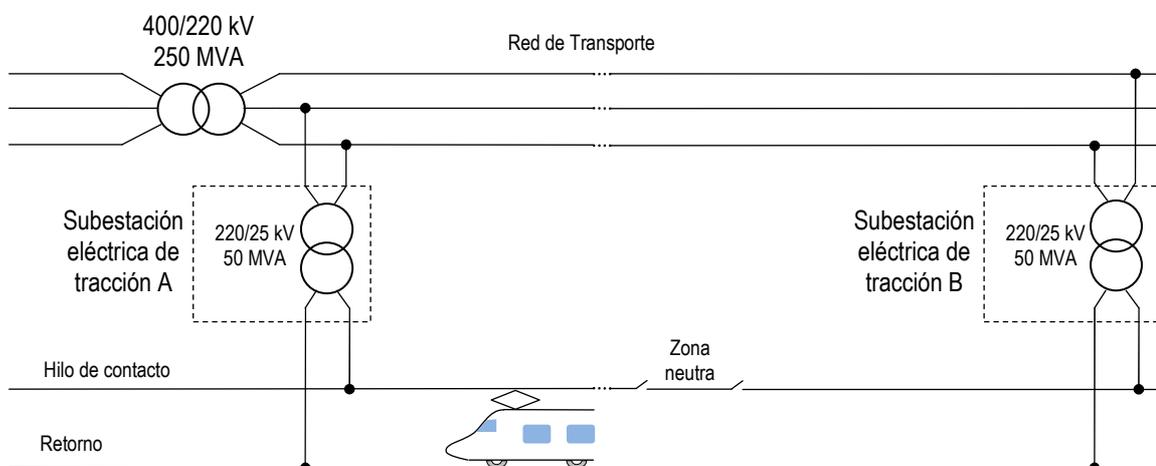


Figura 1. Esquema simplificado de circuito de tracción de alta velocidad

La Figura 1 muestra de manera simplificada el sistema de electrificación ferroviaria de alta velocidad más habitual. Cada subestación eléctrica de tracción está unida a la red de transporte de 400 kV ó 220 kV (o a la red de distribución de 132 kV, en algunos casos) y 50 Hz [1,2] y cuenta con uno o dos transformadores con características de tensión y potencia que podrían ser las indicadas en la figura. Si se simplifica el sistema de electrificación ferroviaria de alta velocidad de 2x25 kV y no se consideran los autotransformadores intermedios, o se considera directamente el sistema de electrificación 1x25 kV, las subestaciones están constituidas por transformadores monofásicos cuyo secundario alimenta las cargas de tracción a 25 kV a través de la línea aérea de contacto y el circuito de retorno (carril-terreno, o en algunos casos el feeder de retorno). La Figura 2a muestra de forma simplificada el esquema de conexión más común en los sistemas eléctricos de tracción el cual ha sido presentado en la Figura 1 y donde la carga de tracción es alimentada de la red a través de un transformador monofásico. De todos los aspectos que deben tenerse en cuenta en el diseño de estas instalaciones, debe ponerse un especial énfasis en la presencia de desequilibrios y de distorsiones armónicas en las corrientes consumidas [3-7].

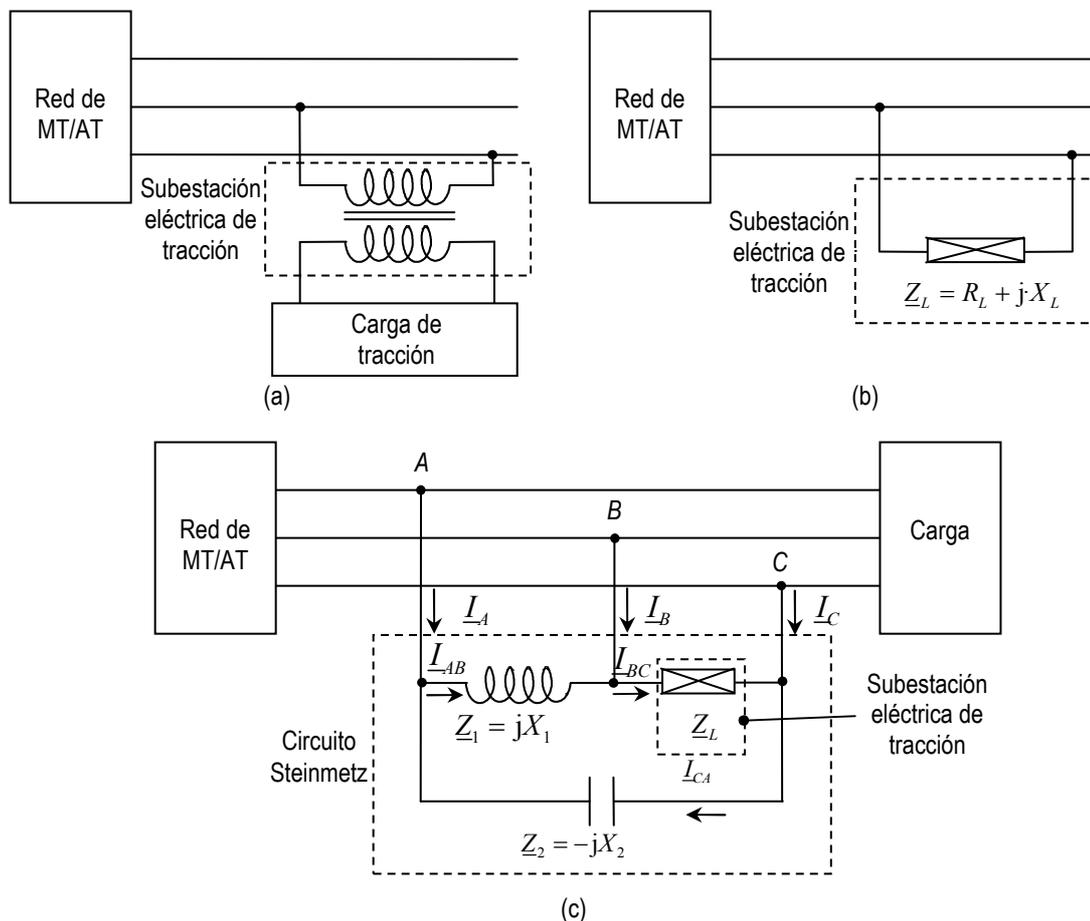


Figura 2. Sistema estudiado: (a) Esquema de conexión del sistema de tracción (b) Circuito simplificado del sistema de tracción (c) Simetrización de la carga de tracción

El hecho de consumir corrientes desequilibradas produce caídas de tensión diferentes en cada fase y, en consecuencia, un desequilibrio en las tensiones, lo que perjudica la calidad del suministro eléctrico [8,9]. Además, estas condiciones de desequilibrio originan componentes de corriente inversa que son indeseables ya que dan lugar a pérdidas adicionales y posibles daños en

los sistemas eléctricos de potencia [10-12]. El grado de desequilibrio tanto de tensiones como de intensidades se suele cuantificar con el factor de desequilibrio que es la relación entre la componente inversa y directa de la magnitud estudiada, $m_U = U_2/U_1$ y $m_I = I_2/I_1$. Las instalaciones que se conectan a la Red de Transporte no pueden superar los límites de emisión de desequilibrios de tensión fijados por [13], que son de $m_U \leq 0.7 \%$ para valoraciones en el rango de minutos y $m_U \leq 1 \%$ para valoraciones en el rango de segundos. Así, existen diversos métodos para reducir el desequilibrio de estos sistemas tales como disponer de una red de distribución trifásica de elevada potencia de cortocircuito (reduciendo así las caídas de tensión y por tanto los desequilibrios en dicha tensión), el reparto equilibrado de las subestaciones de tracción entre las tres fases (Figura 1), la utilización de conexiones especiales de transformadores (por ejemplo la conexión Scott) y la utilización de sistemas de equilibrado conectados junto a la carga monofásica [4,8]. El reparto equilibrado de las subestaciones a lo largo de la red (Figura 1) es el método más extendido en tracción ferroviaria aunque es poco efectivo en períodos de baja circulación de trenes (si sólo hay un tren que pasa de una zona a otra, simplemente transfiere su carga de una subestación a otra y por tanto el desequilibrio se va desplazando entre fases, [5]) y es aconsejable que la potencia de cortocircuito de la red sea elevada. Así, en algunas ocasiones, para reducir el desequilibrio se recurre a los otros métodos mencionados (transformadores especiales o sistemas de equilibrado). Es común, para simplificar el estudio de estos métodos de simetrización, considerar ideal el transformador monofásico que alimenta la carga de tracción y representar dicha carga a partir de su impedancia equivalente a la frecuencia fundamental, $\underline{Z}_L = R_L + j \cdot X_L$, la cual se determina con su demanda de potencia [6,8,14], Figura 2b. En general, la utilización de sistemas de equilibrado conectados junto a la carga monofásica consiste en la conexión de ciertas reactancias (normalmente una reactancia inductiva y una capacitiva) formando un triángulo con la carga monofásica. Este conjunto, integrado por la carga monofásica y las reactancias simetrizadoras comúnmente es conocido como circuito Steinmetz el cual se muestra en la Figura 2c, [6,7,14,15]. En dicha figura se consideran todas las variables y componentes del circuito a la frecuencia fundamental.

El diseño del circuito Steinmetz se basa en la obtención de las reactancias que simetrizan la corriente consumida por la carga monofásica. En general, la obtención de expresiones analíticas que faciliten estos valores puede realizarse por dos procedimientos [6,14,15]. Así, partiendo de la hipótesis simplificativa del equilibrio de la tensión de alimentación, se pueden obtener expresiones sencillas del valor de estas reactancias. Mientras que, si se realiza un diseño exacto, es necesario recurrir a métodos numéricos de optimización. En general, los valores de las reactancias simetrizadoras deberían variar para adaptarse a la fluctuación del régimen de la carga monofásica. Desafortunadamente, los condensadores y las bobinas, son elementos fijos. Sin embargo, la introducción de los interruptores de estado sólido gracias al desarrollo de la electrónica de potencia de los últimos años y de los bancos de condensadores formados de escalones, permiten que estas reactancias puedan variar [16].

Por otro lado, las corrientes armónicas generadas por las cargas no lineales, cada vez más numerosas, pueden dar lugar a distorsión en la tensión de alimentación, lo que representa un empeoramiento de la calidad de suministro [17-19]. La presencia de armónicos en los sistemas

eléctricos de potencia puede producir efectos no deseables, por lo que existen limitaciones impuestas por la normativa a los niveles de contenido armónico [20]. Por este motivo, el incremento de las cargas no lineales en la red hace que deba estudiarse el comportamiento del circuito Steinmetz en condiciones no senoidales. En este sentido, deben localizarse las resonancias que pueden aparecer entre los condensadores de dicho circuito y el resto de inductancias del sistema con el fin de poder evitar problemas al conectar las reactancias simetrizadoras.

Finalmente, mencionar que frente a los estudios determinísticos anteriores también es importante analizar estadísticamente tanto el problema del diseño del circuito Steinmetz como la respuesta frecuencial del sistema en presencia de dicho circuito con el objetivo de tener en consideración las posibles variaciones estocásticas de los parámetros del sistema.

1.3. OBJETIVOS

Frente a todo lo presentado anteriormente los objetivos del presente trabajo se centran en el análisis de las posibles resonancias que pueden aparecer entre el circuito Steinmetz y el sistema eléctrico en el que éste se encuentra conectado. En particular, se analizan tanto las resonancias paralelo “vistas” desde las cargas no lineales conectadas al sistema y que se establecen entre la reactancia de la red al que se conecta el circuito Steinmetz y el condensador de dicho circuito, como las resonancias serie “vistas” desde la red y que se establece entre su reactancia, el condensador del circuito Steinmetz y las cargas lineales conectadas. Las primeras tienen especial interés cuando existen cargas no lineales inyectando componentes armónicas de corriente en el sistema, pues pueden dar lugar a distorsiones importantes en la tensión de alimentación y las segundas cuando existe una red distorsionada, pues pueden dar lugar a amplificación de las corrientes armónicas consumidas que lleva a distorsiones importantes en la tensión de suministro de los consumos.

También se considera interesante, y por tanto es otro objetivo del estudio realizado, contemplar en los estudios anteriores la influencia de la posible pérdida de la capacidad de la batería de condensadores del circuito Steinmetz en la localización de las resonancias.

1.4. ESTRUCTURA DE LA TESIS

El trabajo se ha estructurado de la siguiente forma:

- **Capítulo 2:** Se ha presentado brevemente el diseño del circuito Steinmetz introduciendo las expresiones básicas de dicho diseño y que posteriormente serán necesarias para el desarrollo del trabajo.
- **Capítulo 3:** Se introduce el objetivo de la tesis, es decir, el estudio desarrollado sobre la localización de las resonancias que aparecen entre el circuito Steinmetz y el sistema, presentándose un resumen global de los resultados y la discusión de los mismos.
- **Capítulo 4:** En este capítulo se extraen las conclusiones finales de la tesis analizándose las aportaciones de la misma y las futuras líneas de investigación a seguir sobre el tema desarrollado.

Para completar el trabajo expuesto en la tesis, se dedicará un **Apéndice** a presentar un estudio sobre la determinación de las impedancias equivalentes en sistemas trifásicos y su análisis frecuencial, el cual ha sido el origen de los estudios desarrollados sobre la localización de las resonancias en presencia del circuito Steinmetz.

Para finalizar, se adjunta una copia de los trabajos publicados en forma de **Anexo**.

Capítulo 2: Diseño del circuito simetrizador o circuito Steinmetz

2. DISEÑO DEL CIRCUITO SIMETRIZADOR O CIRCUITO STEINMETZ

En el diseño de los sistemas eléctricos de potencia, se supone un cierto grado de equilibrio entre las diferentes fases. De esta forma, se aprovecha más eficientemente la capacidad de los elementos que constituyen estos sistemas (líneas, transformadores...).

Sin embargo, cuando se conectan cargas monofásicas de consumo importante en un sistema eléctrico de potencia, como es el caso de los sistemas de tracción ferroviaria de alta velocidad, el régimen de funcionamiento pasa a ser desequilibrado. Para evitar esta situación no deseable, se puede equilibrar dicho consumo conectando dos reactancias formando un triángulo con la carga monofásica, este conjunto es conocido como circuito Steinmetz (Figura 2c). Las reactancias, con un consumo despreciable de potencia activa, pueden hacer que las corrientes absorbidas por el conjunto sean equilibradas.

El diseño de este circuito se realiza utilizando el método de las componentes simétricas. Según este método, cualquier terna de tensiones o corrientes alternas, $\underline{M}_{A,B,C}$, puede descomponerse en tres componentes: \underline{M}_0 que forma parte de una terna homopolar, \underline{M}_1 que forma parte de una terna de fasores equilibrada y de secuencia directa y \underline{M}_2 que forma parte de una terna de fasores equilibrada y de secuencia inversa, Figura 3.

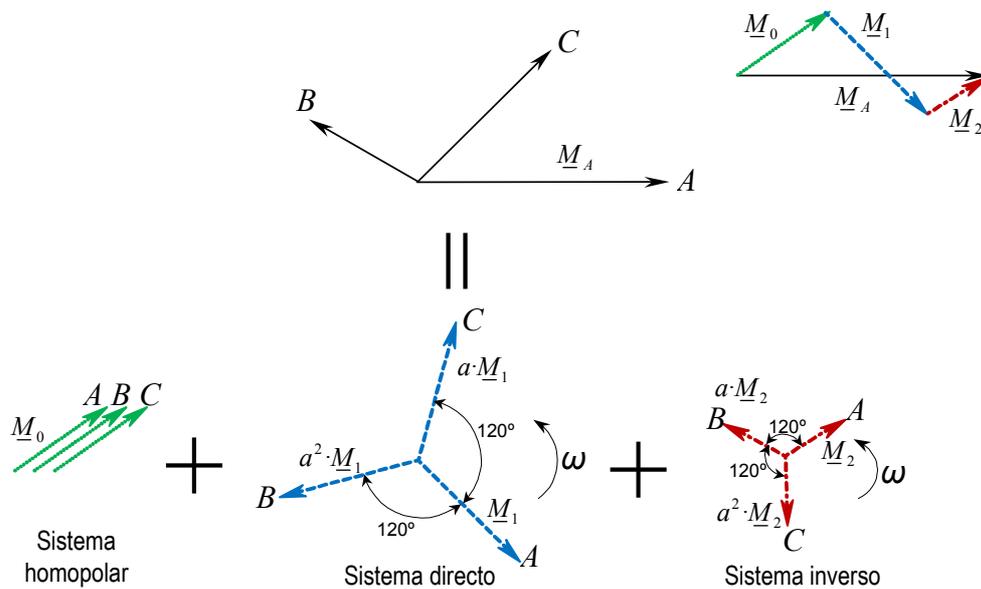


Figura 3. Descomposición en componentes simétricas

Esta descomposición se puede escribir de la siguiente manera:

$$\begin{aligned}\underline{M}_A &= \underline{M}_{0A} + \underline{M}_{1A} + \underline{M}_{2A} \\ \underline{M}_B &= \underline{M}_{0B} + \underline{M}_{1B} + \underline{M}_{2B} = \underline{M}_{0A} + a^2 \cdot \underline{M}_{1A} + a \cdot \underline{M}_{2A} \\ \underline{M}_C &= \underline{M}_{0C} + \underline{M}_{1C} + \underline{M}_{2C} = \underline{M}_{0A} + a \cdot \underline{M}_{1A} + a^2 \cdot \underline{M}_{2A}\end{aligned}\quad (2.1)$$

donde $a = e^{j \cdot 2\pi/3} = -1/2 + j \cdot \sqrt{3}/2$.

Si (2.1) se escribe en forma matricial, se obtiene la siguiente expresión:

$$\underline{M}_{ABC} = \underline{F} \cdot \underline{M}_{012} \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{M}_A \\ \underline{M}_B \\ \underline{M}_C \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{M}_0 \\ \underline{M}_1 \\ \underline{M}_2 \end{pmatrix} \quad (2.2)$$

donde se ha simplificado la notación sustituyendo \underline{M}_{sA} por \underline{M}_s , con $s = 0, 1, 2$. Esta descomposición se puede entender como un cambio de referencia, que suele conocerse como transformación de Fortescue-Stokvis. Por otro lado, para obtener la terna de componentes simétricas de una terna de fasores dada, se debe aplicar la transformación inversa de (2.2), con lo que se obtiene la siguiente expresión:

$$\underline{M}_{012} = \underline{F}^{-1} \cdot \underline{M}_{ABC} \Rightarrow \begin{pmatrix} \underline{M}_0 \\ \underline{M}_1 \\ \underline{M}_2 \end{pmatrix} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a^2 & a \\ 1 & a & a^2 \end{pmatrix}^{-1} \begin{pmatrix} \underline{M}_A \\ \underline{M}_B \\ \underline{M}_C \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{M}_A \\ \underline{M}_B \\ \underline{M}_C \end{pmatrix} \quad (2.3)$$

Conocidas las componentes simétricas y tal como ya se ha mencionado en la introducción, se define el factor de desequilibrio de la terna de fasores $\underline{M}_{A,B,C}$ como la relación entre la componente inversa y la directa, es decir

$$\underline{m}_M = 100 \cdot \frac{\underline{M}_2}{\underline{M}_1} = m_M \angle \eta_M \quad (2.4)$$

el cual permite cuantificar el grado de desequilibrio de dichos fasores $\underline{M}_{A,B,C}$.

Así, en el diseño del circuito Steinmetz, después de determinar las componentes simétricas de las corrientes consumidas por el conjunto formado por la carga monofásica y las reactancias, se impone que el factor de desequilibrio de dichas corrientes sea nulo (es decir, que la componente inversa de las corrientes consumidas por el conjunto sea nula). En este sentido, a partir de la Figura 2c y trabajando con la componente fundamental, si se aplican las leyes de Kirchhoff y la transformación de Fortescue-Stokvis (2.3), se determina la expresión de las corrientes de secuencia directa, inversa y homopolar, \underline{I}_1 , \underline{I}_2 e \underline{I}_0 ,

$$\begin{pmatrix} \underline{I}_0 \\ \underline{I}_1 \\ \underline{I}_2 \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{I}_A \\ \underline{I}_B \\ \underline{I}_C \end{pmatrix} = \frac{1}{3} \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & a^2 \\ 1 & a^2 & a \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 1 & 0 & -1 \\ -1 & 1 & 0 \\ 0 & -1 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \frac{1}{\underline{Z}_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{\underline{Z}_L} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{\underline{Z}_2} \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \underline{U}_{AB} \\ \underline{U}_{BC} \\ \underline{U}_{CA} \end{pmatrix} \quad (2.5)$$

Y a partir de las componentes simétricas de las corrientes se calcula su factor de desequilibrio:

$$\begin{aligned} \underline{m}_1 &= \frac{\underline{I}_2}{\underline{I}_1} = \frac{\underline{I}_A + a^2 \underline{I}_B + a \underline{I}_C}{\underline{I}_A + a \underline{I}_B + a^2 \underline{I}_C} = \\ &= \frac{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_1 (1 - a^2) + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_L (a^2 - a) + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_2 (a - 1)}{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_1 (1 - a) + \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_L (a - a^2) + \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_2 (a^2 - 1)} \\ &= \frac{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_1 + a^2 \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_L + a \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_2}{\underline{U}_{AB} \cdot \underline{Y}_1 + a \underline{U}_{BC} \cdot \underline{Y}_L + a^2 \underline{U}_{CA} \cdot \underline{Y}_2} \cdot \frac{1 - a^2}{1 - a} \end{aligned} \quad (2.6)$$

siendo

$$\underline{Y}_L = \frac{1}{\underline{Z}_L} = \frac{1}{R_L + jX_L} \quad ; \quad \underline{Y}_1 = \frac{1}{\underline{Z}_1} = \frac{1}{jX_1} \quad ; \quad \underline{Y}_2 = \frac{1}{\underline{Z}_2} = \frac{1}{-jX_2} \quad (2.7)$$

En este punto, el diseño del circuito Steinmetz, es decir la determinación de las reactancias que simetrizan la corriente consumida por la carga monofásica o que anulan su factor de desequilibrio puede realizarse por dos métodos [6,14,15].

En el primer método se parte de la hipótesis simplificativa de tener una alimentación equilibrada ($\underline{U}_{BC} = a^2 \cdot \underline{U}_{AB}$ y $\underline{U}_{CA} = a \cdot \underline{U}_{AB}$) y (2.6) se reescribe como

$$\underline{m}_1 = \frac{I_2}{I_1} = \sqrt{\frac{\left\{ \sqrt{3} \left(\frac{1}{X_2} + \frac{1}{X_1} \right) - \frac{2FP_L^2}{R_L} \right\}^2 + \left\{ \frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} + \frac{2FP_m FP_L^2}{R_L} \right\}^2}{4 \left\{ \left(\frac{FP_L^2}{R_L} \right)^2 + \left(\frac{1}{X_2} - \frac{1}{X_1} + \frac{2FP_m FP_L^2}{R_L} \right)^2 \right\}}} \quad (2.8)$$

Finalmente, imponiendo que el factor de desequilibrio \underline{m}_1 sea nulo se obtiene que el valor de las reactancias simetrizadoras del circuito Steinmetz debe ser, [15],

$$\left. \begin{aligned} X_1 &= \frac{\sqrt{3}(R_L^2 + X_L^2)}{R_L + \sqrt{3}X_L} = \frac{\sqrt{3}R_L}{FP_L^2(1 + \sqrt{3}FP_m)} \\ X_2 &= -\frac{\sqrt{3}(R_L^2 + X_L^2)}{R_L - \sqrt{3}X_L} = \frac{\sqrt{3}R_L}{FP_L^2(1 - \sqrt{3}FP_m)} \end{aligned} \right\} \quad \text{donde } FP_m = \sqrt{\frac{1}{FP_L^2} - 1} \quad (2.9)$$

siendo FP_L el factor de potencia de la impedancia monofásica $\underline{Z}_L = R_L + j \cdot X_L$. Se observa que solo para $FP_L > \sqrt{3}/2$ se obtienen resultados válidos pues $X_2 > 0$.

En el segundo se considera que, en general, la tensión que alimenta al circuito Steinmetz no es equilibrada por lo que su diseño exacto debe contemplar esta circunstancia. En este caso, el diseño debe realizarse mediante un procedimiento de optimización, ya que la corriente consumida, depende de la tensión suministrada, [15]. En [15], se realiza un estudio para comprobar la validez del método de diseño aproximado cuando existen desequilibrios en la tensión de alimentación. En el estudio, se realizan barridos paramétricos que caracterizan el error del método de diseño aproximado de cada una de las reactancias en función del desequilibrio que exista en la tensión de alimentación y del factor de potencia de la carga monofásica.

Capítulo 3: Resonancias en el sistema eléctrico en presencia del circuito Steinmetz

3. RESONANCIAS EN EL SISTEMA ELÉCTRICO EN PRESENCIA DEL CIRCUITO STEINMETZ

Tal como se ha presentado en el capítulo 2, en un sistema eléctrico donde existen consumos monofásicos importantes, como pueden ser las subestaciones eléctricas de tracción de alta velocidad, suelen conectarse bancos de condensadores e inductancias que, formando un triángulo con la carga monofásica, logran equilibrar el consumo de ésta. Por otro lado, es conocido que en cualquier sistema eléctrico donde coexisten reactancias inductivas y capacitivas, pueden aparecer resonancias que se manifiestan por valores excesivamente elevados (resonancias paralelo) o excesivamente bajos (resonancias serie) de ciertas impedancias equivalentes del sistema. Estas resonancias, pueden tener efectos muy negativos sobre el sistema, sobretodo cuando existen cargas no lineales conectadas a la red o cuando la alimentación está distorsionada. Así, el elevado valor de las impedancias presente en las resonancias paralelo puede dar lugar a valores importantes de distorsión armónica en la tensión ante la inyección de intensidades armónicas por parte de las cargas no lineales mientras que el reducido valor de las impedancias presente en las resonancias serie puede amplificar las corrientes armónicas consumidas desde la red contaminada provocando valores importantes de distorsión armónica de la tensión en bornes de los consumos. Un exhaustivo análisis sobre la determinación de las impedancias equivalentes en sistemas eléctricos trifásicos y diversos ejemplos de circuitos, entre los que estaba el circuito Steinmetz, donde se estudiaba la localización de estas resonancias fue desarrollado en [21] y se presenta brevemente en el Apéndice. Este estudio fue el primero que apuntó la problemática existente al conectar el circuito Steinmetz a una red en presencia de armónicos.

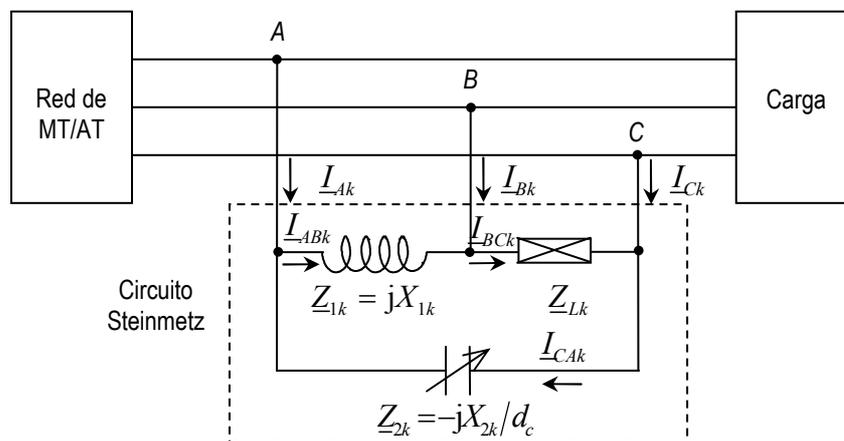


Figura 4. Conexión del circuito Steinmetz en la red

El objetivo del presente apartado es la localización de las posibles resonancias que aparecen en el sistema eléctrico de la Figura 4 donde el circuito Steinmetz se conecta a la red y que es una generalización del circuito de la Figura 2c considerando las componentes armónicas (subíndice k). Además, en los condensadores que forman parte del circuito Steinmetz, se ha introducido el parámetro, $d_c \in]0, 1]$, que permitirá caracterizar la pérdida de capacidad de los condensadores. De esta forma, cuando d_c tenga como valor la unidad, la batería de condensadores tendrá su valor de diseño, mientras que cuando el parámetro d_c sea inferior a la unidad representará que se han perdido

algunos escalones de la batería de condensadores debido al fallo de algún elemento o a la fusión de la protección de algún escalón. Se puede observar que el parámetro d_c aparece en el denominador de \underline{Z}_{2k} ; esto se debe a que se trata de una pérdida de la capacidad, y la reactancia de una batería de condensadores es inversamente proporcional a su capacidad, $X_2/d_c = 1/(C_2 \cdot d_c \cdot \omega)$.

Según cuál sea el origen de la distorsión armónica, bien las cargas no lineales o bien la distorsión de la red, la localización de las resonancias se plantea de forma diferente. Cuando la fuente principal de distorsión armónica del sistema son las cargas no lineales, debe estudiarse la respuesta frecuencial “vista” desde dichas cargas y se deben localizar las posibles resonancias paralelo entre las reactancias de la red y el circuito Steinmetz; mientras que cuando se da el caso de una red distorsionada, el análisis de la respuesta frecuencial del sistema debe realizarse desde la red y se deben localizar las posibles resonancias serie entre las reactancias de la red, el circuito Steinmetz y las cargas lineales conectadas. El primer caso ha sido estudiado en [22-24] mientras que el estudio del segundo caso se ha estudiado en [25,26] y en [27]. A continuación se introducen ambos casos de forma breve presentando los resultados más relevantes obtenidos en las referencias anteriores.

3.1. RESONANCIAS VISTAS POR LAS CARGAS NO LINEALES

Todo el trabajo correspondiente a este apartado se inició en [21] y ha sido desarrollado en las referencias [22-24]. En [22] se localizaron las resonancias paralelo vistas desde las cargas no lineales de forma gráfica y a partir de expresiones obtenidas numéricamente. En [23], apoyándose en el trabajo desarrollado en [21] y en [22], se completó el estudio localizándose las resonancias a partir del análisis de la matriz de impedancias equivalente del sistema. En este caso, las expresiones que permiten localizar dichas resonancias no fueron obtenidas numéricamente sino a partir del trabajo analítico con la matriz de impedancias \underline{Z}_{Bk} del sistema (inversa de la matriz de admitancias) por lo que dependen directamente de los parámetros de dicho sistema. Finalmente, en [24] se amplió el estudio desarrollado en [23] localizándose las resonancias cuando se produce una pérdida de la capacidad en los condensadores respecto a su valor de diseño obtenido con (2.9). Los resultados numéricos y analíticos obtenidos en [22-24] fueron contrastados con medidas experimentales desarrolladas en el laboratorio. Considerando la Figura 4, todos los estudios comentados anteriormente se realizan analizándose la matriz de impedancias \underline{Z}_{Bk} del sistema equivalente “visto” desde la carga no lineal, Figura 5. En dicha figura se ha generalizado la nomenclatura de todas las variables y componentes del circuito utilizando el subíndice k para considerar la presencia de distorsiones armónicas, así $\underline{Z}_{Sk} = R_S + j \cdot k \cdot X_S$, $\underline{Z}_{Lk} = R_L + j \cdot k \cdot X_L$, $\underline{Z}_{1k} = j \cdot k \cdot X_1$ y $\underline{Z}_{2k} = -j \cdot X_2 / (d_c \cdot k)$ con $k = 1, 3, 5 \dots$ representan las impedancias fundamental y armónicas de la red, carga monofásica y reactancias compensadoras. Además, tal y como ya se ha mencionado, en los condensadores que forman parte del circuito Steinmetz se ha introducido el parámetro, $d_c \in]0, 1]$, que permitirá caracterizar la pérdida de capacidad de los condensadores.

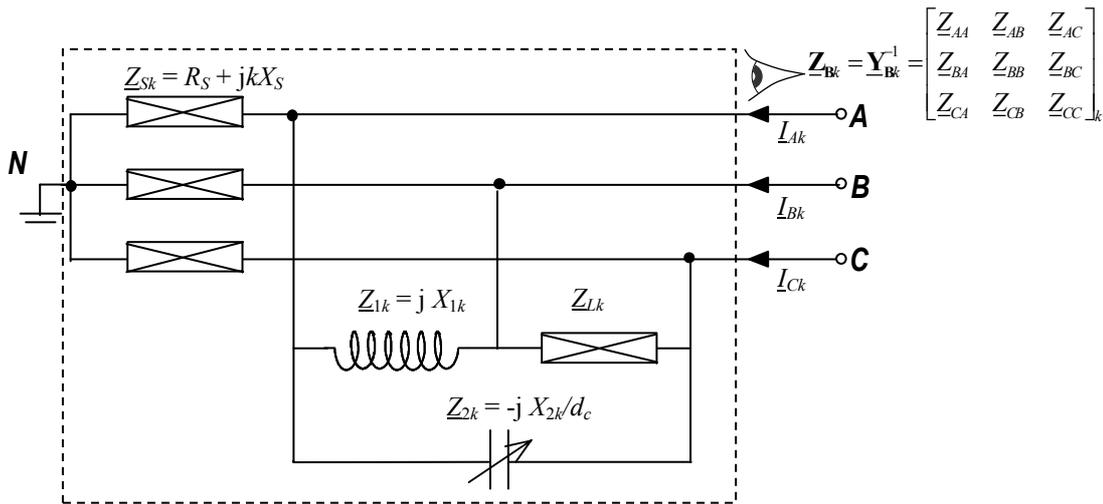


Figura 5. Sistema estudiado desde el punto de vista de la carga no lineal

Para ilustrar el problema, en la Figura 6 se muestran los resultados de un ejemplo. En concreto, se presentan las impedancias equivalentes de las fases entre las que está el condensador del circuito Steinmetz conectado a la red. Estas gráficas de la respuesta frecuencial corresponden a medidas tomadas en el laboratorio siendo los parámetros del sistema $Z_{S1} = 0.0219 + j \cdot 0.0493$ (pu) para la impedancia de la red, y $R_L = 1.368$ (pu) y $FP_L = 1$ para la carga monofásica (valores base: $S_B = 2.7$ kVA y $U_B = 230$ V). Considerando la carga monofásica conectada, las reactancias simetrizadoras diseñadas mediante (2.9) son $X_1 = X_2 = 2.372$ (pu). En la Figura 6 se representa en línea continua la respuesta frecuencial del sistema con los valores de diseño ($d_c = 1.0$) y en línea discontinua la respuesta frecuencial del sistema cuando se ha producido una pérdida del 50% de la capacidad de la batería de condensadores ($d_c = 0.5$).

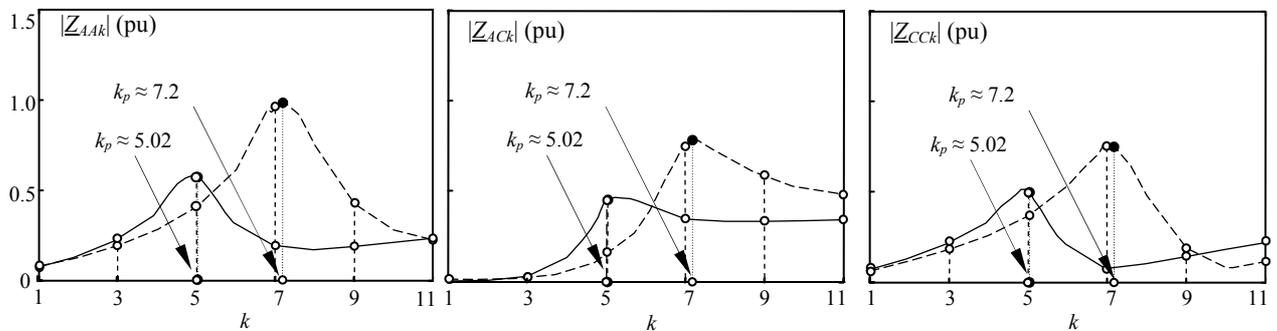


Figura 6. Respuesta frecuencial del sistema visto desde la carga (línea continua $d_c=1$; línea discontinua $d_c=0.5$)

Se comprueba que, en el caso del sistema con los valores de diseño, la resonancia paralelo k_p tiene un valor de 5.02, que es muy próxima al 5º armónico. Cuando se produce la pérdida de escalones en la batería de condensadores, se observa como esta resonancia paralelo, k_p se desplaza a 7.2, valor muy próximo al 7º armónico. Este análisis revela que pueden presentarse problemas en la distorsión armónica de la tensión si las cargas no lineales que se conecten a este sistema inyectan armónicos de estos órdenes.

En [23], se observa que si se desprecia la componente resistiva de la impedancia de la red y de la inductancia del circuito Steinmetz y se tiene en cuenta que las reactancias simetrizadoras se

calculan a partir de (2.9), la matriz de impedancia del sistema depende de las siguientes variables: X_S , R_L , FP_L y k . Considerando $d_c = 1$ y tras hacer una normalización respecto a R_L para eliminar una variable, se observa que la resonancia del sistema coincide con el mínimo del determinante de la matriz \underline{Z}_{Bk} . Después de simplificar algunos términos de la expresión del determinante y buscar el mínimo del mismo se obtiene que la resonancia paralelo puede localizarse con la expresión

$$k_p = \sqrt{\frac{G_1 FP_m + 4FP_L G_2 + \sqrt{G_3 FP_m + G_4}}{3x_r FP G_5}}$$

$$G_1 = 36FP_L^2 x_r^2 + 14\sqrt{3}FP_L^2 x_r + 12(FP_L^2 + 1),$$

$$G_2 = 3\sqrt{3}FP_L^2 x_r^2 - (4FP_L^4 + 7.5FP_L^2 - 10.5)x_r - \sqrt{3}(FP_L^2 - 1),$$

$$G_3 = 216\sqrt{3}FP_L^5 x_r^4 + FP_L^3 (144FP_L^4 - 612FP_L^2 + 756)x_r^3 + FP_L^3 (128\sqrt{3}FP_L^4 - 534\sqrt{3}FP_L^2 + 438\sqrt{3})x_r - \lambda(192FP_L^6 - 505FP_L^5 + 564FP_L^2 - 252)x_r + FP_L (24\sqrt{3}FP_L^4 - 48\sqrt{3}FP_L^2 + 24\sqrt{3}), \quad (3.1)$$

$$G_4 = FP_L^4 (-216FP_L^2 + 324)x_r^4 + \sqrt{3}FP_L^4 (48FP_L^4 - 540FP_L^2 + 504)x_r^3 + FP_L^2 (256FP_L^8 - 768FP_L^6 + 1254FP_L^4 - 1383FP_L^2 + 657)x_r^2 - \sqrt{3}FP_L^2 (64FP_L^6 - 280FP_L^4 + 384FP_L^2 - 168)x_r - 24FP_L^6 + 84FP_L^4 - 96FP_L^2 + 36,$$

$$G_5 = (4FP_L^2 - 3)(9FP_L^2 x_r^2 + 12FP_L FP_m x_r - 4(FP_L^2 - 1)),$$

donde $FP_m = ((1/FP_L)^2 - 1)^{1/2}$ y $x_r = X_S/R_L$.

Si se aplica la expresión obtenida al sistema al que hace referencia la Figura 6, se puede predecir que la frecuencia de resonancia es $k_p = 4.95$, para el sistema con los valores de diseño. Si se compara esta predicción con los resultados experimentales se observa que la simplificación de haber despreciado la componente resistiva de la impedancia de la red, R_S , en la obtención analítica de (3.1) prácticamente no afecta a la predicción que se realiza con la fórmula. De hecho, en [23] se demuestra que el hecho de despreciar tanto la componente resistiva de la impedancia de la red como la componente resistiva de la inductancia del circuito Steinmetz no influye notablemente en la localización de la resonancia. La presencia de estas resistencias únicamente afecta a la disminución del valor de las impedancias de \underline{Z}_{Bk} en la frecuencia de resonancia.

En [22] se obtuvieron expresiones para determinar el valor del ratio x_r que da lugar a la resonancia para los armónicos 5°, 7° y 11°. Estas expresiones se obtuvieron mediante métodos numéricos para cualquier factor de potencia dentro del rango de estudio:

$$x_{rk} = \left(E_{1k} + E_{2k} FP_L + E_{3k} FP_L^2 \right)^{-1} \quad 0.88 \leq FP_L \leq 0.965$$

$$x_{rk} = \left(F_{1k} FP_L e^{FP_L F_{2k}} \right)^{-1} \quad 0.965 < FP_L \leq 1 \quad (3.2)$$

donde $k = 5, 7$ y 11 , y los parámetros E_{1k} , E_{2k} , E_{3k} , F_{1k} y F_{2k} se calcularon mediante el ajuste de las curvas que se habían obtenido numéricamente de las expresiones de \underline{Z}_{Bk} . Los valores de estos parámetros se reflejan en la tabla II de [22].

Con la expresión (3.2), se puede hacer una predicción de la resonancia mostrada en la Figura 6, ya que ésta es próxima al 5° armónico. Aplicando (3.2) y considerando los valores de la tabla II de [22], se obtiene que el valor del ratio x_{rk} que provoca una resonancia en el 5° armónico es

$x_{r5} = 0.0397$. Conocido el valor de este ratio, puede calcularse la reactancia de la red de alimentación $X_S = 0.0397 \cdot 1.368 = 0.0543$ pu. Se observa que esta reactancia es muy próxima a la de la red de alimentación del ejemplo.

Tomando [23] como punto de partida, en [24] se avanzó un paso más, considerando la posibilidad de deterioro de la batería de condensadores en la predicción de la resonancia paralelo, k_p , mediante la introducción del parámetro d_c . El procedimiento seguido para llegar a la obtención de la fórmula del valor de k_p en función de los parámetros del sistema es similar al seguido en [23] y que ha sido descrito previamente. El resultado que se obtiene es:

$$k_{p,FP_L} = \sqrt{\frac{G_{1,FP_L} + \sqrt{G_{2,FP_L}}}{d_c x_r G_{3,FP_L}}}, \text{ donde}$$

$$G_{1,FP_L=1} = 12\sqrt{3}x_r^2 - 4x_r d_c,$$

$$G_{2,FP_L=1} = 108x_r^4 + 12d_c \sqrt{3}x_r^3 + 16d_c^2 x_r^2,$$

$$G_{3,FP_L=1} = 27x_r^2,$$

$$G_{1,FP_L=0.95} = 27.96x_r^2 - (2.09d_c - 10.72)x_r + 1,$$

$$G_{2,FP_L=0.95} = 195.51x_r^4 + (14.62d_c + 149.94)x_r^3 +$$

$$+ (4.37d_c^2 + 12.81d_c + 42.83)x_r^2 + (2.10d_c + 5.39)x_r + 0.25,$$

$$G_{3,FP_L=0.95} = 14.12x_r^2 + 6.18x_r + 0.67,$$

$$G_{1,FP_L=0.9} = 27.86x_r^2 - (0.69d_c - 15.74)x_r + 2.17,$$

$$G_{2,FP_L=0.9} = 194.08x_r^4 + (4.87d_c + 219.32)x_r^3 +$$

$$+ (0.48d_c^2 + 6.29d_c + 92.31)x_r^2 + (1.52d_c + 17.14)x_r + 1.18,$$

$$G_{3,FP_L=0.9} = 4.72x_r^2 + 3.05x_r + 0.49. \quad (3.3)$$

Aplicando esta nueva expresión al sistema al que hace referencia la Figura 6, se puede predecir que la frecuencia de resonancia es $k_p = 4.95$, para el sistema con los valores de diseño y $k_p = 7.06$ para el caso del sistema con disminución de capacidad en las baterías de condensadores. Nuevamente, se observa que estos valores son muy próximos a los que se obtienen en las mediciones experimentales.

En [24] (ver Figura 8 de la citada referencia) se comprobó la validez de las expresiones analíticas obtenidas midiendo las resonancias paralelo del circuito de la Figura 5 con $\underline{Z}_{S1} = 0.0219 + j \cdot 0.0493$ pu, $R_L = 1.368$ pu y diferentes valores del factor de potencia de la carga monofásica FP_L y de pérdida de capacidad de la batería de condensadores d_c y comparándolos con los resultados obtenidos analíticamente a partir de (3.3).

3.2. RESONANCIAS VISTAS POR LA RED

El estudio de las resonancias que aparecen en el sistema vistas por la red de alimentación y considerando los valores de diseño del circuito Steinmetz (es decir que no hay pérdida de condensadores en el circuito) ha sido desarrollado en [25,26]. En [25] se inició el estudio localizándose las resonancias serie vistas desde la red de forma numérica y gráfica. En [26], apoyándose en el

trabajo desarrollado en [25], se completó el estudio localizándose las resonancias a partir del análisis de la matriz de admitancias del sistema. En este caso, las expresiones que permiten localizar dichas resonancias no fueron obtenidas numéricamente sino a partir del trabajo analítico con la matriz de admitancias \underline{Y}_{Bk} del sistema por lo que dependen directamente de los parámetros de dicho sistema. Además, en [27] se ha ampliado el estudio desarrollado en [26] localizándose las resonancias cuando se produce una pérdida de la capacidad en los condensadores respecto a su valor de diseño obtenido con (2.9). Los resultados numéricos y analíticos obtenidos en [25-27] han sido contrastados con medidas experimentales desarrolladas en el laboratorio. Considerando la Figura 4, todos los estudios comentados anteriormente se realizan analizándose la matriz de admitancias \underline{Y}_{Bk} del sistema equivalente “vista” desde la red, Figura 7. En dicha figura se ha generalizado la nomenclatura de todas las variables y componentes del circuito utilizando el subíndice k para considerar la presencia de distorsiones armónicas, así $\underline{Z}_{Sk} = R_S + j \cdot k \cdot X_S$, $\underline{Z}_{Lk} = R_L + j \cdot k \cdot X_L$, $\underline{Z}_{1k} = j \cdot k \cdot X_1$, $\underline{Z}_{2k} = -j \cdot X_2 / (k \cdot d_c)$ y $\underline{Z}_{Pk} = R_P + j \cdot k \cdot X_P$ con $k = 1, 3, 5 \dots$ representan las impedancias fundamental y armónicas de la red, la carga monofásica, las reactancias compensadoras y la carga lineal. Además, tal y como ya se ha mencionado, en los condensadores que forman parte del circuito Steinmetz se ha introducido el parámetro, $d_c \in]0, 1]$, que permitirá caracterizar la pérdida de capacidad de los condensadores.

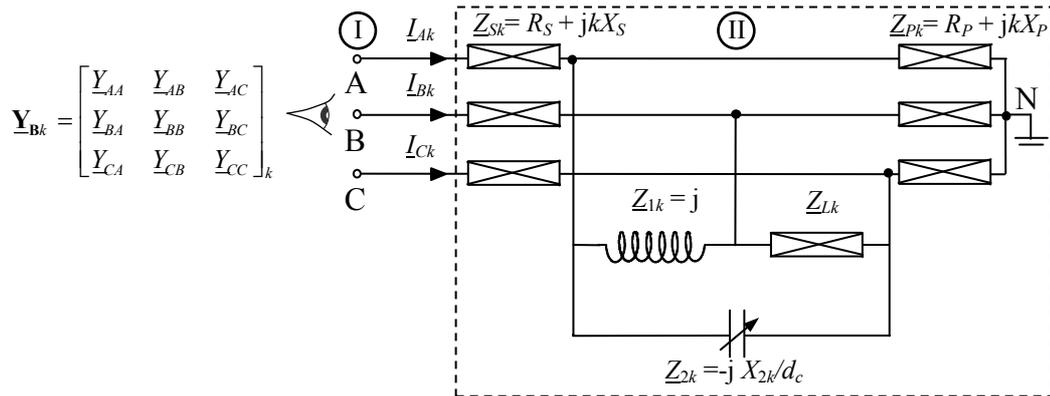


Figura 7. Sistema estudiado desde el punto de vista de la red

Para ilustrar el problema, en la Figura 8 se muestran los resultados de un ejemplo. En concreto, se presentan las admitancias equivalentes de las fases entre las que está el condensador del circuito Steinmetz conectado a la red. Estas gráficas de la respuesta frecuencial corresponden a medidas tomadas en el laboratorio siendo los parámetros del sistema $\underline{Z}_{S1} = 0.076 + j \cdot 0.154$ (pu) para la impedancia de la red, y $R_L = 1.464$ (pu) y $FP_L = 0.95$ para la carga monofásica (valores base: $S_B = 500$ VA y $U_B = 100$ V). Considerando la carga monofásica conectada, las reactancias simetrizadoras diseñadas mediante (2.9) son $X_1 = 1.790$ (pu) y $X_2 = 6.523$ (pu). La resistencia de la inductancia que forma el circuito Steinmetz es de 1.340 (pu). Las características de la carga lineal conectada son $Z_{p1} = 30.788$ (pu) y su factor de potencia es 0.95. Las curvas con trazo continuo representan las admitancias del sistema con los valores de diseño, mientras que las curvas con trazo discontinuo hacen referencia a las admitancias del sistema cuando los condensadores del circuito Steinmetz han perdido el 50% de su capacidad, es decir, con un valor del parámetro d_c de 0.5.

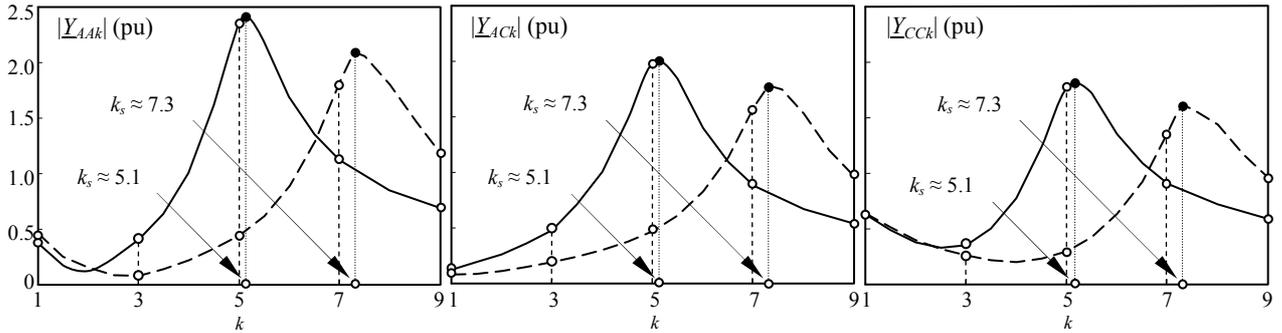


Figura 8. Respuesta frecuencial del sistema visto desde la red

Se comprueba que, en el caso del sistema con los valores de diseño, la resonancia serie k_s tiene un valor de 5.1, que es muy próximo al 5º armónico. Cuando se produce la pérdida de escalones en la batería de condensadores, se observa como esta resonancia serie, k_s , se desplaza a 7.3, valor muy próximo al 7º armónico. Este análisis revela que, si la tensión de alimentación está distorsionada, se pueden amplificar las corrientes del quinto o séptimo armónico consumidas desde la red presentándose problemas en las distorsión armónica de la tensión en bornes del circuito Steinmetz y de las cargas (ver ejemplo de la Sección III en [26] y [27]).

En [27], se observa que si se desprecia la componente resistiva de la impedancia de la red y de la inductancia del circuito Steinmetz, se tiene en cuenta que las reactancias simetrizadoras se calculan a partir de (2.9) y se considera el parámetro d_c , la matriz de admitancias del sistema depende de las siguientes variables: X_S , R_L , FP_L , $|Z_{P1}|$, FP_P , d_c y k . Siguiendo el mismo procedimiento que en [26], es decir, tras hacer una normalización respecto a X_S para eliminar una variable y comprobar que la impedancia de la carga lineal se puede despreciar en el estudio, se observa que la resonancia del sistema coincide con el mínimo del determinante de la matriz \underline{Y}_{Bk} . Después de simplificar algunos términos de la expresión del determinante y buscar el mínimo del mismo se obtiene que la resonancia serie puede localizarse con la expresión:

$$k_{s,an1} = \sqrt{\frac{-G_1 + \sqrt{G_1^2 - 4 \cdot G_2}}{2}} \quad (3.4)$$

donde

$$\begin{aligned} G_1 &= \frac{4 \cdot H_2 H_1 + 2 \cdot H_3^2}{3 \cdot H_1^2}, \\ G_2 &= \frac{H_2^2 + 2 \cdot H_4 H_3}{3 \cdot H_1^2}, \\ H_1 &= r_L \cdot FP_m \cdot (2x_1 + 3) + 3x_1, \\ H_2 &= -x_2 \cdot (x_1 \cdot (r_L \cdot FP_m + 2) + 2r_L \cdot FP_m + 3) / d_c, \\ H_3 &= -r_L \cdot (2x_1 + 3), \quad H_4 = x_2 \cdot r_L \cdot (x_1 + 2) / d_c, \\ x_1 &= \frac{X_1}{X_S} = \frac{r_L \sqrt{3}}{FP_L^2 (1 + \sqrt{3} FP_m)}, \quad x_2 = \frac{X_2}{X_S} = \frac{r_L \sqrt{3}}{FP_L^2 (1 - \sqrt{3} FP_m)}, \quad r_L = \frac{R_L}{X_S}. \end{aligned} \quad (3.5)$$

Además, de forma similar a lo realizado en [26], se observa que el mínimo valor del determinante puede aproximarse por los pasos por cero de las partes real e imaginaria de dicho

determinante, y se encuentran dos expresiones aproximadas pero más sencillas que (3.4) para localizar la resonancia.

$$\begin{aligned} k_{s,an2} &= \sqrt{\frac{-H_2}{H_1}} = \sqrt{\frac{x_2(x_1(r_L FP_m + 2) + 2r_L FP_m + 3)}{d_c(r_L FP_m(2x_1 + 3) - 3x_1)}} \\ k_{s,an3} &= \sqrt{\frac{-H_4}{H_3}} = \sqrt{\frac{x_2(x_1 + 2)}{d_c(2x_1 + 3)}} \end{aligned} \quad (3.6)$$

Tal como se analiza en [27], la expresión de $k_{s,an2}$ es una aproximación correcta cuando el factor de potencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz, FP_L , es diferente de la unidad mientras que $k_{s,an3}$ es una aproximación correcta cuando el factor de potencia es igual a uno.

En [26], se siguió el procedimiento anterior considerando que los condensadores del circuito Steinmetz tienen su valor de diseño (2.9) y se obtuvieron las expresiones (3.4) y (3.6) para el caso particular $d_c = 1$, es decir imponiendo $d_c = 1$ en (3.4) y (3.6). En este sentido, se ha preferido presentar en el documento las expresiones obtenidas en [27] (aun no formando parte del compendio de artículos) porque el procedimiento desarrollado en [27] es idéntico al desarrollado en [26] y los resultados obtenidos permiten localizar las resonancias de una forma más general.

Si se aplican las expresiones obtenidas al sistema al que hace referencia la Figura 8, se puede predecir que las frecuencias de resonancia obtenidas analíticamente son $k_{s,an1} = 4.94$, $k_{s,an2} = 4.99$, $k_{s,an3} = 4.69$, para el sistema con los valores de diseño y $k_{s,an1} = 7.03$, $k_{s,an2} = 7.06$, $k_{s,an3} = 6.63$ para el caso del sistema con disminución de la mitad de capacidad en las baterías de condensadores. Se observa que los valores de $k_{s,an1}$ y $k_{s,an2}$ son muy próximos a los que se obtienen en las mediciones experimentales mientras que el valor de $k_{s,an3}$ no lo es (hay que recordar que en el ejemplo $FP_L = 0.95$).

En [26], se han realizado mediciones en laboratorio introduciendo variaciones en las características del circuito Steinmetz o de la carga lineal Z_P y se ha analizado la respuesta frecuencial del sistema estudiándose el error que introducen las expresiones (3.4) y (3.6) para $d_c = 1$. Todos los resultados obtenidos en [26] se podrían haber calculado de forma aproximada a partir de los gráficos propuestos en [25].

En [27], se han realizado mediciones en laboratorio de dos casos concretos de parámetros del sistema en los que se varía la capacidad del circuito Steinmetz desde su valor de diseño hasta un 25% de su valor nominal. Los valores de los parámetros del sistema de estos casos (con valores base $S_B = 500$ VA y $U_B = 100$ V) son los que se muestran a continuación:

- Caso 1:
 - Impedancia de la red: $Z_{S1} = 0.076 + j \cdot 0.154$ (pu).
 - Circuito Steinmetz: $R_L = 1.464$ (pu) y $FP_L = 0.95$ y reactancias simetrizadoras calculadas según (2.9) con valor $X_1 = 1.790$ (pu) y $X_2 = 6.523$ (pu).
 - Carga lineal trifásica: $Z_{P1} = 30.788$ (pu) y su factor de potencia es 0.95.
- Caso 2: Los parámetros de este caso son iguales a los del anterior, salvo para el factor de potencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz, FP_L que tiene como valor la unidad. En este caso, los valores de las reactancias simetrizadoras son $X_1 = X_2 = 2.535$ (pu).

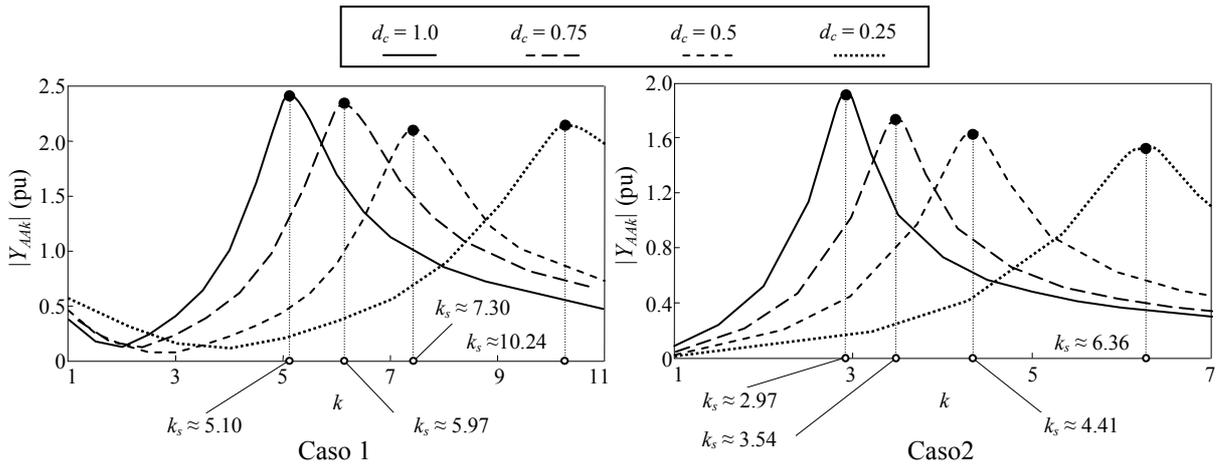


Figura 9. Admitancia medida en laboratorio $|Y_{AAk}|$ para los casos 1 y 2

En la Figura 9 se muestra la respuesta frecuencial del sistema para los casos presentados.

Aplicando las expresiones (3.4) y (3.6) se puede localizar la frecuencia de resonancia serie para cada valor de d_c en cada uno de los casos. Los valores obtenidos y los errores cometidos en cada caso se muestran en la Tabla 1.

		d_c	1.0	0.75	0.5	0.25
Caso 1	$k_{s, an1}$		4.94	5.72	7.03	9.96
	$\epsilon_{an1} (\%)$		2.94	4.19	3.70	2.73
	$k_{s, an2}$		4.99	5.76	7.06	9.98
	$\epsilon_{an2} (\%)$		2.16	3.52	3.29	2.54
	$k_{s, an3}$		4.69	5.41	6.63	9.37
	$\epsilon_{an3} (\%)$		8.04	9.38	9.18	8.50
Caso 2	$k_{s, an1}$		2.98	3.45	4.32	6.25
	$\epsilon_{an1} (\%)$		0.34	2.54	2.04	1.73
	$k_{s, an2}$		3.46	3.99	4.90	6.92
	$\epsilon_{an2} (\%)$		16.50	12.71	11.11	8.81
	$k_{s, an3}$		2.91	3.36	4.11	5.81
	$\epsilon_{an3} (\%)$		2.02	5.08	6.80	8.65

Tabla 1. Frecuencias de resonancia serie obtenidas para los casos 1 y 2 mediante los métodos analíticos.

En los ejemplos analizados se observa que la estimación que proporciona $k_{s, an1}$ en todos los casos es bastante exacta mientras que las localizaciones de resonancia serie que proporcionan $k_{s, an2}$ y $k_{s, an3}$ solamente son aceptables para valores del factor de potencia de la carga monofásica del circuito Steinmetz, FP_L , inferiores o iguales a la unidad, respectivamente (es decir, $k_{s, an2}$ se podría utilizar para localizar la resonancia del Caso 1 y $k_{s, an3}$ la resonancia del Caso 2).

Capítulo 4: Conclusiones

4. CONCLUSIONES

4.1. APORTACIONES

En la presente Tesis Doctoral, que está basada en un compendio de publicaciones, se ha analizado el comportamiento armónico de un sistema eléctrico cuando se conecta el circuito simetrizador Steinmetz y se han realizado las siguientes aportaciones:

El primer bloque de la Tesis Doctoral se centra en el estudio de las resonancias paralelo “vistas” desde los dispositivos no lineales en presencia del circuito Steinmetz.

- Inicialmente, y aunque no se incluye en el compendio de artículos por estar publicado antes del inicio de los estudios de doctorado, en [21], se estableció el procedimiento de análisis de las impedancias del sistema y la localización de posibles resonancias apuntándose el problema de las resonancias paralelo en presencia del circuito Steinmetz.
- En [22], como continuación del estudio iniciado en [21], además de estudiar la aparición de estas resonancias paralelo, se analizó numéricamente el problema obteniéndose expresiones que permiten localizar dichas resonancias. En particular, se obtuvieron expresiones que permiten predecir los valores de impedancia de cortocircuito de la red susceptibles de dar lugar problemas de resonancias al conectar el circuito Steinmetz.
- En [23], se obtuvieron por procedimientos analíticos expresiones que permiten la localización de la resonancia paralelo en función de los parámetros del sistema.
- Finalmente, en [24], se completo el estudio iniciado en [23] localizándose las resonancias en el caso de producirse una pérdida de capacidad en la batería de condensadores del circuito Steinmetz.

El segundo bloque de la Tesis Doctoral se centra en el estudio de las resonancias serie “vistas” desde la red en presencia del circuito Steinmetz.

- En [25] se obtuvieron de forma numérica una serie de curvas que permiten la predicción de dichas resonancias en función de los parámetros del sistema.
- En [26] se emplean métodos analíticos que dan lugar a la obtención de expresiones que permiten localizar la resonancia serie en función de los parámetros del sistema.
- Finalmente, y aunque no se incluya en el compendio de artículos por no estar actualmente aceptado, en [27] se completó el estudio iniciado en [26] localizándose las resonancias en el caso de producirse una pérdida de capacidad en la batería de condensadores del circuito Steinmetz.

Las conclusiones obtenidas para ambos tipos de resonancias en los estudios realizados son las siguientes:

- La conexión del circuito Steinmetz en un sistema eléctrico provoca la aparición de resonancias en las fases entre las que está conectado el condensador las cuales pueden

deteriorar la calidad del suministro eléctrico. En particular, las resonancias paralelo pueden dar lugar a valores elevados de la distorsión armónica de la tensión en presencia de cargas no lineales y las resonancias serie pueden amplificar las corrientes armónicas consumidas desde redes contaminadas dando lugar finalmente a tensiones armónicas distorsionadas en bornes de los consumos.

- Estas resonancias dependen fundamentalmente de las reactancias de cortocircuito del sistema y de la impedancia de la carga lineal monofásica del circuito Steinmetz y pueden localizarse peligrosamente a frecuencias bajas (150, 250 y 350 Hz) cuanto menor sea la impedancia de la carga respecto a la reactancia de cortocircuito (ver Figura 5 en [23] y Figura 4 en [26] en relación a las resonancias paralelo y serie, respectivamente).
- Las pérdidas de capacidad en el condensador del circuito Steinmetz desplaza las resonancias hacía frecuencias mayores (ver Figuras 5 y 8 en [24] y Figuras 9 y 12 en [27] o ejemplos de la Figura 8 y Figura 9 de la presente Tesis Doctoral en relación a las resonancias paralelo y serie, respectivamente).

4.2. FUTURAS LÍNEAS DE INVESTIGACIÓN

Las posibles líneas de investigación que han ido surgiendo en el desarrollo de la presente tesis son las siguientes:

Relacionadas con el Capítulo 2 de la tesis, donde se ha presentado, en función de las variables del sistema, el valor de las reactancias del circuito Steinmetz que permiten anular el factor de desequilibrio de las corrientes consumidas por dicho circuito ($\underline{m}_1 = 0$) es decir simetrizar las corrientes consumidas,

- Se debería completar el estudio del diseño del circuito Steinmetz iniciado en [15], mejorando la caracterización del error entre los métodos aproximado y exacto utilizados para la determinación de las reactancias simetrizadoras y se debería analizar la influencia de la variación de los parámetros antes mencionados en el factor de desequilibrio de las corrientes \underline{m}_1 (2.6).
- Se debería estudiar el comportamiento aleatorio de las reactancias del circuito Steinmetz, X_1 y X_2 , y analizar la desviación del factor de desequilibrio de la corriente consumida por el conjunto respecto a su valor nulo en función de las variaciones estocásticas de los parámetros que las caracterizan (es decir, conocidas las densidades de probabilidad de dichos parámetros obtener la función densidad de probabilidad de las reactancias y de la desviación del factor de desequilibrio).

Relacionadas con el Capítulo 3 de la tesis, donde se han localizado las resonancias paralelo y serie del sistema en presencia del circuito Steinmetz,

- Actualmente, se está trabajando en intentar unificar los estudios y las expresiones que permiten localizar ambas resonancias así como obtener datos de sistemas reales sobre los que aplicar los resultados analíticos obtenidos. Se prevé poder realizar, en un plazo no

excesivamente largo, un artículo que englobaría los estudios de los apartados 3.1 y 3.2 y los aplicaría a datos reales (p. ej. los obtenidos en [6]).

- Se deberían analizar las resonancias considerando que la carga eléctrica de tracción se puede comportar como un dispositivo contaminante (es decir, no lineal). En este caso el modelo armónico de la carga monofásica que representa el subsistema de tracción en la Figura 2c sería una fuente de corriente armónica y la localización de las resonancias a partir de las matrices de admitancias o impedancias debería ser revisado.
- Por último, la posible variación estocástica de los parámetros de los sistemas presentados en la Figura 5 y en la Figura 7 (es decir, X_S , R_L y FP_L) aconseja realizar un estudio estadístico de la localización de las resonancias del sistema. En este sentido, y considerando las expresiones presentadas en el capítulo 3 que permiten localizar las resonancias de forma determinista, como trabajo de investigación futuro se deberían analizar el valor de dichas frecuencias de resonancia en función del comportamiento estocástico de los parámetros que caracterizan el sistema a estudio (es decir, conocidas las densidades de probabilidad de dichos parámetros obtener la función densidad de probabilidad de las frecuencias de resonancia).

Capítulo 5: Referencias

5. REFERENCIAS

5.1. REFERENCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] Segura, B., Alvira, D., y Soto, F., "Calidad de onda en la red de transporte. Influencia del tren de alta velocidad.," *Energía: Revista de Ingeniería Energética*, vol. 178, 2004, págs. 99-103.
- [2] Gestor de Infraestructuras Ferroviarias. Dirección de Explotación, "La electrificación en alta velocidad," Edición 2, 2002.
- [3] Capasso, A., "Analytical study of the series resonance of power electric systems with the steinmetz circuit," *Proceedings of the 8th IEEE Int. Conf. on Harmonics and Quality of Power (ICHQP)*, 1998, págs. 647-652.
- [4] Hill, R. J., "Electric railway traction. Part3: Traction power supplies," *Power Engineering Journal*, vol. 8 ,n. 6, 1994, págs. 275-286.
- [5] Marczewski, J. J., "IEEE working group on system and equipment considerations for traction. Utility interconnection issues," *IEEE Power Engineering Society Summer Meeting*, vol. 1, 1999, págs. 439-444.
- [6] Barnes, R. y Wonk, T. K., "Unbalance and harmonic studies for the Channel Tunnel railway system," *IEE Proceedings B. Electric Power Applications*, vol. 138 ,n. 2, 1991, págs. 41-50.
- [7] Howroyd, D. C., "Public supply disturbances from AC traction," *Proceedings of the International Conference on Main Line Railway Electrification*, 1989, págs. 260-264.
- [8] Chen, T-H., "Criteria to estimate the voltage unbalances due to high-speed railway demands," *IEEE Transactions on Power Systems*, vol. 9 ,n. 3, 1994, págs. 1672-1678.
- [9] Chen, T-H. y Kuo, K-Y., "Analysis on the voltage unbalance due to high-speed railway demands," *Proceedings of the International Conference on Energy Management and Power Delivery*, 1995, págs. 657-661.
- [10] Lee, S. Y. y Wu, C. J., "On-line reactive power compensation schemes for unbalanced three-phase four wire distribution feeders," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 4 n. 8, 1993, págs. 1958-1965.
- [11] Sobral, S. T., "Interference between faulted power circuits and communication circuits or pipelines-simplification using the decoupled method," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 6, 1991, págs. 1599-1606.
- [12] Czarnecki, L. S., "Compensators with thyristors switched inductors operated under degraded power quality: performance and its improvement," *PQA' 95 Fourth International Conference on Power Quality: Applications and Perspectives*, 1995.
- [13] R.E.E., "Instalaciones conectadas a la red de Transporte: Requisitos mínimos de diseño y equipamiento," Feb. 2003.
- [14] Mayer, D. y Kropik, P., "New approach to symmetrization of three-phase networks," *Journal of Electrical Engineering*, vol. 56 ,n. 5-6, 2005, págs. 156-161.
- [15] Jordi, O., Sainz, L., y Chindris, M., "Steinmetz system design under unbalanced conditions," *ETEP*, vol. 12, n. 4, 2002, págs. 283-290.

- [16] Chindris, M., Cziker, A., y Stefanescu, S., "Fuzzy logic controller for Steinmetz symmetrizing circuitry with variable reactor," *Power Tech Proceedings IEEE*, vol. 2, 2001, págs. 233-238.
- [17] Heydt, G. T., "Electric power quality," West LaFayette, Indiana: Stars in a Circle Publications, 1990.
- [18] Arrillaga, J. y Arnold, C. P., *Computer analysis of power systems*, Chichester: John Wiley & Sons, 1990.
- [19] Fuchs, E. F. y Masoum, A. S., *Power quality in power systems and electrical machines*, Elviesier/Academy Press, 2008.
- [20] CENELEC, IEC 61000-3-6, Part 3-6: Limits – Assessment of emission limits for the connection of distorting installations to MV, HV and EHV power systems, 2008.

5.2. ARTÍCULOS PUBLICADOS

- [21] Sainz, L., Caro, M., y Pedra, J., "Study of electric system harmonic response," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 19, n. 2, 2004, págs. 868-874.
- [22] Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Steinmetz circuit influence on the electric system harmonic response," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 20, n. 2, 2005, págs. 1143-1156.
- [23] Caro, M., Sainz, L., y Pedra, J., "Study of the power system harmonic response in the presence of the Steinmetz circuit," *Electric Power System Research*, vol. 20, n. 20, 2006, págs. 1055-1063.
- [24] Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Influence of the Steinmetz circuit capacitor failure on the electric system harmonic response," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 22, n. 2, 2007, págs. 960-967.
- [25] Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Background voltage distortion influence on the power electric systems in the presence of the Steinmetz circuit," *Electric Power System Research*, vol. 79, n. 1, 2009, págs. 161-169.
- [26] Sainz, L., Caro, M., y Caro, E., "Analytical study of the series resonance of power electric systems with the Steinmetz circuit," *IEEE Transactions on Power Delivery*, vol. 34, n. 4, 2009, págs. 2090-2098.
- [27] Sainz, L., Caro, M., y Caro, E., "Influence of the Steinmetz circuit capacitor failure on the series resonance of networks," *IEEE Transactions on Power Delivery*, 2009 (en revisión).

Apéndice: Análisis armónico de sistemas eléctricos

APÉNDICE: ANÁLISIS ARMÓNICO DE SISTEMAS ELÉCTRICOS

Para realizar estudios sobre los sistemas eléctricos en régimen permanente cuando éstos presentan formas de onda no senoidales se puede recurrir a métodos basados en el estudio del dominio temporal o utilizar métodos basados en la descomposición armónica. En general, estos últimos son los más utilizados ya que permiten obtener resultados precisos con operaciones relativamente sencillas. Estos métodos se basan en la teoría desarrollada por Fourier según la cual, toda señal periódica de una determinada frecuencia puede descomponerse en la suma de una serie de señales senoidales cuya frecuencia es múltiplo de la frecuencia de la señal periódica estudiada o frecuencia fundamental.

Estos métodos permiten realizar el estudio de los sistemas eléctricos de forma independiente para cada frecuencia; teniendo en cuenta que los valores de las impedancias de estos sistemas pueden variar en función de la frecuencia; creciendo proporcionalmente a la misma en el caso de las inductancias o inversamente proporcional en el caso de las capacitancias.

Para realizar el estudio armónico de un sistema deben considerarse, por una parte, las impedancias o admitancias de forman parte de este sistema. Estas impedancias o admitancias pueden ordenarse formando una matriz de impedancias o admitancias, que será función de la frecuencia.

Además, debe tenerse en cuenta el tipo de cargas no lineales que forman parte del sistema, así como el espectro de corrientes consumido por éstas. Estas corrientes pueden representarse como un vector de intensidades que será función de la frecuencia.

De esta manera, para analizar el sistema, debe tenerse en cuenta la interacción entre estas impedancias y estas corrientes, que, aplicando la ley de Ohm es:

$$\underline{U}_k = \underline{Z}_{Bk} \cdot \underline{I}_k = \underline{Y}_{Bk}^{-1} \cdot \underline{I}_k \quad (5.1)$$

donde \underline{U}_k es el vector de tensiones de todos los nudos de la red, \underline{I}_k es el vector de corrientes inyectadas en los nudos de la red y \underline{Y}_{Bk} es la matriz de admitancias equivalente del sistema.

El sistema que se va a estudiar, el cual se ha representado en la Figura 10, contará con un modelo simplificado de la red de alimentación, que quedará caracterizada por la impedancia equivalente \underline{Z}_{Sk} de la red, la cual se considerará igual en las tres fases. Se ha previsto que a esta red se puedan conectar diferentes cargas lineales, que podrán agruparse y ser modelizadas como una carga en triángulo (\underline{Z}_{D1k} , \underline{Z}_{D2k} , y \underline{Z}_{D3k}) y una carga en estrella con el neutro conectado (\underline{Z}_{Y1k} , \underline{Z}_{Y2k} , y \underline{Z}_{Y3k}). Además de estas cargas lineales, también se ha previsto que en el sistema puedan conectarse cargas no lineales, que podrán agruparse y ser modelizadas como una carga trifásica sin neutro, la cual se caracterizará por las corrientes armónicas que consuma (\underline{I}_{Ak}^{TP} , \underline{I}_{Bk}^{TP} y \underline{I}_{Ck}^{TP}), y por un conjunto de cargas monofásicas conectadas entre fase y neutro, que también quedarán caracterizadas por estas corrientes (\underline{I}_{Ak}^{SP} , \underline{I}_{Bk}^{SP} y \underline{I}_{Ck}^{SP}).

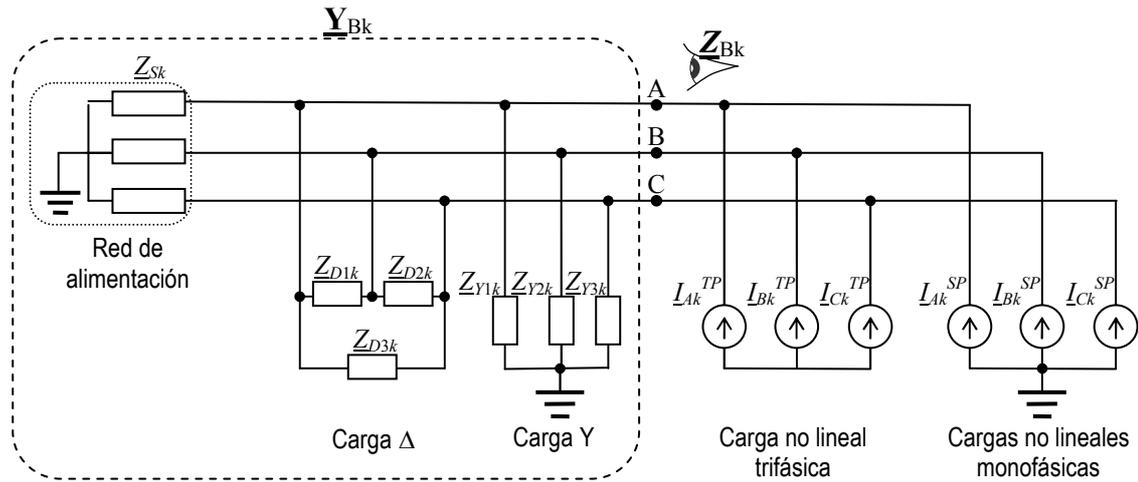


Figura 10. Estudio de la respuesta frecuencial del sistema

En [21] se estudia este sistema y se analizan las posibles estructuras que pueden presentar las matrices de admitancias del sistema en función de las configuraciones de las cargas lineales y, a partir de estas matrices, analiza las matrices de impedancias dependiendo del dispositivo no lineal a considerar en el estudio frecuencial.

En primer lugar, deben estudiarse las diferentes formas que puede adoptar la matriz de admitancias del sistema en función del tipo de cargas lineales que estén conectadas al mismo. De forma general, esta matriz se puede escribir de la siguiente manera.

$$\underline{Y}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{AC} \\ \underline{Y}_{BA} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} \\ \underline{Y}_{CA} & \underline{Y}_{CB} & \underline{Y}_{CC} \end{bmatrix}_k \quad (5.2)$$

donde,

$$\begin{aligned} \underline{Y}_{AAk} &= \frac{1}{\underline{Z}_{Sk}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D1k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D3k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{Y1k}} \\ \underline{Y}_{BBk} &= \frac{1}{\underline{Z}_{Sk}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D1k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D2k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{Y2k}} \\ \underline{Y}_{CCk} &= \frac{1}{\underline{Z}_{Sk}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D2k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{D3k}} + \frac{1}{\underline{Z}_{Y3k}} \\ \underline{Y}_{ABk} &= \underline{Y}_{BAk} = -\frac{1}{\underline{Z}_{D1k}} \\ \underline{Y}_{BCk} &= \underline{Y}_{CBk} = -\frac{1}{\underline{Z}_{D2k}} \\ \underline{Y}_{CAk} &= \underline{Y}_{ACk} = -\frac{1}{\underline{Z}_{D3k}} \end{aligned} \quad (5.3)$$

Si se estudian las diferentes combinaciones de cargas lineales, se observa que pueden presentarse cinco casos distintos:

- *Conexión de Δ desequilibrado (+Y desequilibrada + Δ equilibrado + Y equilibrada)*: En este caso, todos los elementos de la matriz de admitancias serían diferentes.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_{AB} & \underline{Y}_{AC} \\ \underline{Y}_{BA} & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_{BC} \\ \underline{Y}_{CA} & \underline{Y}_{CB} & \underline{Y}_{CC} \end{bmatrix}_k \quad (5.4)$$

- *Conexión de Y desequilibrada + Δ equilibrado (+ Y equilibrada)*: En este caso, los elementos que no están en la diagonal son iguales.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & \underline{Y}_N & \underline{Y}_N \\ \underline{Y}_N & \underline{Y}_{BB} & \underline{Y}_N \\ \underline{Y}_N & \underline{Y}_N & \underline{Y}_{CC} \end{bmatrix}_k \quad (5.5)$$

- *Conexión de Y desequilibrada (+ Y equilibrada)*: En este caso, los elementos que no están en la diagonal son nulos.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_{AA} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_{CC} \end{bmatrix}_k \quad (5.6)$$

- *Conexión de Δ equilibrado (+ Y equilibrada)*: En este caso, los elementos de la diagonal son iguales y los de fuera de la diagonal también lo son.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_M & \underline{Y}_N & \underline{Y}_N \\ \underline{Y}_N & \underline{Y}_M & \underline{Y}_N \\ \underline{Y}_N & \underline{Y}_N & \underline{Y}_M \end{bmatrix}_k \quad (5.7)$$

- *Conexión de Y equilibrada*: En este caso, los elementos de la diagonal son iguales y los de fuera de la diagonal son nulos.

$$\underline{\mathbf{Y}}_{Bk} = \begin{bmatrix} \underline{Y}_M & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Y}_M & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Y}_M \end{bmatrix}_k \quad (5.8)$$

En estos cinco casos de conexión de cargas lineales se han indicado entre paréntesis algunos tipos de cargas que, tanto si se encuentran conectadas como si no, no influyen en la forma que adquiere la matriz de admitancias.

Por otra parte, estudiando las cargas no lineales del sistema, se observa que se pueden presentar los tres casos siguientes:

- *Existencia de cargas no lineales trifásicas con alimentación equilibrada*: En este caso, las corrientes armónicas consumidas cumplen las siguientes relaciones:

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Bk}^{TP} &= a^2 \cdot \underline{I}_{Ak}^{TP}, \quad \underline{I}_{Ck}^{TP} = a \cdot \underline{I}_{Ak}^{TP} & k = 1, 7, \dots \\ \underline{I}_{Bk}^{TP} &= a \cdot \underline{I}_{Ak}^{TP}, \quad \underline{I}_{Ck}^{TP} = a^2 \cdot \underline{I}_{Ak}^{TP} & k = 5, 11, \dots \\ \underline{I}_{Ak}^{TP} &= \underline{I}_{Bk}^{TP} = \underline{I}_{Ck}^{TP} = 0 & k = 3, 9, \dots \end{aligned} \quad (5.9)$$

- *Existencia de cargas no lineales trifásicas con alimentación desequilibrada:* En este caso, no se cumplen las relaciones anteriores, teniendo las corrientes consumidas la única particularidad de que su suma es nula, ya que el neutro no está conectado.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Ak}^{TP}, \underline{I}_{Bk}^{TP}, \underline{I}_{Ck}^{TP} \quad k = 1, 3, 5, \dots \\ \underline{I}_{Ak}^{TP} + \underline{I}_{Bk}^{TP} + \underline{I}_{Ck}^{TP} = 0 \end{aligned} \quad (5.10)$$

- *Existencia de cargas no lineales monofásicas:* En este caso, las corrientes armónicas consumidas no cuentan con ninguna particularidad.

$$\begin{aligned} \underline{I}_{Ak}^{SP}, \underline{I}_{Bk}^{SP}, \underline{I}_{Ck}^{SP} \quad k = 1, 3, 5, \dots \\ \underline{I}_{Ak}^{SP} + \underline{I}_{Bk}^{SP} + \underline{I}_{Ck}^{SP} \neq 0 \end{aligned} \quad (5.11)$$

Si se analizan los posibles casos de matrices de impedancias que pueden presentarse, considerando los tipos de cargas no lineales que puede haber en el sistema, tal y como se hizo en [21], se obtienen 11 combinaciones posibles de sistemas de cara al estudio del análisis armónico. Estos casos son los que se presentan en la Tabla 2.

Tipo de carga lineal	Tipo de carga no lineal		
	Carga trifásica con alimentación equilibrada	Carga trifásica con alimentación desequilibrada	Carga monofásica entre fase y neutro
Δ desequilibrado (+Y desequilibrada + Δ equilibrado + Y equilibrada)	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{AC} \\ \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{BC} \\ \underline{Z}_{AC} & \underline{Z}_{BC} & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{AC} \\ \underline{Z}_{AB} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{BC} \\ \underline{Z}_{AC} & \underline{Z}_{BC} & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$
Y desequilibrada + Δ equilibrado (+Y equilibrada)		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{N} \\ \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{N} \\ \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{N} \\ \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{BB} & \underline{Z}_{N} \\ \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{N} & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$
Y desequilibrada (+ Y equilibrada)		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_{AA} & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_{BB} & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_{CC} \end{bmatrix}_k$
Δ equilibrado (+ Y equilibrada)	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_M & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_M \end{bmatrix}_k$		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_M & \underline{Z}_N & \underline{Z}_N \\ \underline{Z}_N & \underline{Z}_M & \underline{Z}_N \\ \underline{Z}_N & \underline{Z}_N & \underline{Z}_M \end{bmatrix}_k$
Y equilibrada	$\begin{bmatrix} \underline{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_M & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_M \end{bmatrix}_k$		$\begin{bmatrix} \underline{Z}_M & 0 & 0 \\ 0 & \underline{Z}_M & 0 \\ 0 & 0 & \underline{Z}_M \end{bmatrix}_k$

Tabla 2. Tipologías de estudio de sistemas trifásicos con cargas no lineales

En la Tabla 2 se observa que hay algunas celdas que se han sombreado en gris y que representan combinaciones de cargas lineales y no lineales que no pueden tener lugar.

El caso de carga lineal formada por Δ *desequilibrado* conectada en un sistema con una *carga no lineal trifásica con alimentación equilibrada*, a priori, podría parecer un caso no posible, ya que la carga desequilibrada produciría desequilibrios en la caída de tensión de la red y la alimentación de la carga no lineal dejaría de ser equilibrada. Sin embargo, este caso corresponde a la conexión del circuito Steinmetz en compañía de una carga trifásica. El circuito Steinmetz puede considerarse como una carga conectada en triángulo y con impedancias diferentes entre las distintas fases. Sin embargo, si está bien diseñado tiene la particularidad, de consumir corrientes equilibradas a la frecuencia fundamental y, por tanto, no provoca desequilibrios en la tensión de alimentación de la carga no lineal.

Anexo: Publicaciones incluidas en la Tesis

ANEXO: PUBLICACIONES INCLUIDAS EN LA TESIS

- Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Steinmetz circuit influence on the electric system harmonic response," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 20, n. 2, 2005, págs. 1143-1156.
Índice de impacto (2005): 0.479
- Caro, M., Sainz, L., y Pedra, J., "Study of the power system harmonic response in the presence of the Steinmetz circuit," Electric Power System Research, vol. 20, n. 20, 2006, págs. 1055-1063.
Índice de impacto (2006): 0.393
- Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Influence of the Steinmetz circuit capacitor failure on the electric system harmonic response," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 22, n. 2, 2007, págs. 960-967.
Índice de impacto (2007): 0.857
- Sainz, L., Pedra, J., y Caro, M., "Background voltage distortion influence on the power electric systems in the presence of the Steinmetz circuit," Electric Power System Research, vol. 79, n. 1, 2009, págs. 161-169.
Índice de impacto (2008): 0.952
- Sainz, L., Caro, M., y Caro, E., "Analytical study of the series resonance of power electric systems with the Steinmetz circuit," IEEE Transactions on Power Delivery, vol. 34, n. 4, 2009, págs. 2090-2098.
Índice de impacto (2008): 1.289