



**CONTROL ROBUSTO DE CONVERTIDORES CONMUTADOS DE CC/CC
MEDIANTE DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES
Carlos Andres Torres Pinzón**

Dipòsit Legal: T.1213-2012

ADVERTIMENT. L'accés als continguts d'aquesta tesi doctoral i la seva utilització ha de respectar els drets de la persona autora. Pot ser utilitzada per a consulta o estudi personal, així com en activitats o materials d'investigació i docència en els termes establerts a l'art. 32 del Text Refós de la Llei de Propietat Intel·lectual (RDL 1/1996). Per altres utilitzacions es requereix l'autorització prèvia i expressa de la persona autora. En qualsevol cas, en la utilització dels seus continguts caldrà indicar de forma clara el nom i cognoms de la persona autora i el títol de la tesi doctoral. No s'autoritza la seva reproducció o altres formes d'explotació efectuades amb finalitats de lucre ni la seva comunicació pública des d'un lloc aliè al servei TDX. Tampoc s'autoritza la presentació del seu contingut en una finestra o marc aliè a TDX (framing). Aquesta reserva de drets afecta tant als continguts de la tesi com als seus resums i índexs.

ADVERTENCIA. El acceso a los contenidos de esta tesis doctoral y su utilización debe respetar los derechos de la persona autora. Puede ser utilizada para consulta o estudio personal, así como en actividades o materiales de investigación y docencia en los términos establecidos en el art. 32 del Texto Refundido de la Ley de Propiedad Intelectual (RDL 1/1996). Para otros usos se requiere la autorización previa y expresa de la persona autora. En cualquier caso, en la utilización de sus contenidos se deberá indicar de forma clara el nombre y apellidos de la persona autora y el título de la tesis doctoral. No se autoriza su reproducción u otras formas de explotación efectuadas con fines lucrativos ni su comunicación pública desde un sitio ajeno al servicio TDR. Tampoco se autoriza la presentación de su contenido en una ventana o marco ajeno a TDR (framing). Esta reserva de derechos afecta tanto al contenido de la tesis como a sus resúmenes e índices.

WARNING. Access to the contents of this doctoral thesis and its use must respect the rights of the author. It can be used for reference or private study, as well as research and learning activities or materials in the terms established by the 32nd article of the Spanish Consolidated Copyright Act (RDL 1/1996). Express and previous authorization of the author is required for any other uses. In any case, when using its content, full name of the author and title of the thesis must be clearly indicated. Reproduction or other forms of for profit use or public communication from outside TDX service is not allowed. Presentation of its content in a window or frame external to TDX (framing) is not authorized either. These rights affect both the content of the thesis and its abstracts and indexes.

**CONTROL ROBUSTO DE CONVERTIDORES
CONMUTADOS CC/CC MEDIANTE DESIGUALDADES
MATICIALES LINEALES**

TESIS DOCTORAL

Carlos Andrés Torres Pinzón



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Carlos Andrés Torres Pinzón

CONTROL ROBUSTO DE CONVERTIDORES
CONMUTADOS CC/CC MEDIANTE DESIGUALDADES
MATRICIALES LINEALES

TESIS DOCTORAL

Director
Dr. Ramon Leyva Grasa

Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica



UNIVERSITAT ROVIRA I VIRGILI

Tarragona
2012



Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica
Escola Tècnica Superior d'Enginyeria
Edifici L-1, 3a planta despatx 334
Avda. Paisos Catalans, 26
Campus Sescelades
43007 Tarragona SPAIN
Tel.: + 34 977558520
Fax: + 34 977559605

Ramon Leyva Grasa profesor titular del Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática de la Universidad Rovira i Virgili.

HAGO CONSTAR:

Que el presente trabajo titulado "Control Robusto de Convertidores Conmutados de CC/CC mediante Desigualdades Matriciales Lineales", presentado por Carlos Andrés Torres Pinzón para la obtención del título de Doctor, ha sido realizado bajo mi dirección en el Departamento de Ingeniería Electrónica, Eléctrica y Automática de esta Universidad y que cumple todos los requisitos para poder optar a dicho título.

Tarragona, 12 de Junio, 2012.

El director de la Tesis.

.....
Ramon Leyva Grasa, PhD.

A mis padres Fidel y Yolanda, mis hermanos, mis sobrinos, mi padrino Luciano y a mi novia Mónica Rodas.

Agradecimientos

En primer lugar a Dios, por ayudarme a culminar este trabajo, brindándome la fuerza y la fé suficiente en momentos difíciles.

A mi familia, por siempre darme el apoyo incondicional en la construcción de mis sueños. A mi padre Fidel, por sus palabras sabias, de nunca desfallecer en la búsqueda de mis objetivos. A mi madre Yolanda, por toda su comprensión, admiración y amor. A mis hermanos Fidel, Norma, Javier, Diego y Mayla, por sus palabras de aliento y cariño en esta travesía. A mis sobrinos Diego, Samuel y Laura, que desde su pequeña inocencia siempre me brindaron todo su amor. A mis cuñados Jairo y Jimena, por sus palabras de apoyo y de buena energía. A mi padrino Luciano, que más que un guía profesional, espiritual y amigo, ha sido, es y será un segundo padre para mí. A mi novia Mónica P. Rodas, por toda su comprensión, admiración, paciencia, alegrías y amor en esta travesía; gracias por vivir esto conmigo.

A mi director de tesis, Ramon Leyva Grasa, por su paciencia, disponibilidad y aporte en la construcción de este trabajo.

Al doctor Carlos Olalla, por sus sabios consejos al inicio de este trabajo.

A mis compañeros de doctorado durante el transcurso de la tesis, Harrynson Ramírez Murillo, Carlos Alberto Restrepo, Freddy Flores Bahamonde, Julián Peláez, Eliana Arango, Mauricio Muñoz y Sandra Castaño, gracias por su apoyo, compañía y consejos. A los chicos del laboratorio en especial a Josep María del Bosque por brindarme su colaboración y experiencia en la construcción de los prototipos.

A mi segunda familia en Tarragona, Carlos Montoya, Natalia Cortés, Valeria Montoya, Jordi Pretel, Gemma Fuentes, José Luis Tobal, Xavi Mora, Freddy Flores, Sylvia Méndez, Harrynson Ramírez y a todos que durante este tiempo me han brindado su cariño, comprensión y apoyo, de verdad mil y mil gracias, los llevo y los llevaré en el corazón.

En el campo profesional quiero agradecer en mi primer lugar a mi padrino Luciano, por su apoyo, confianza y experiencia en mi formación como ingeniero electricista. Al ingeniero Alfonso Alzate por sus sabios consejos personales y profesionales en mi formación como ingeniero y magíster. Al rector Luis Enrique Arango Jiménez de la Universidad Tecnológica de Pereira, por su colaboración en el arranque de este logro. Al Dr. Javier Calvente por sus consejos y conocimientos al inicio del doctorado.

Al Dr. Luis Martínez Salamero por brindarme la oportunidad de realizar el doctorado,

por su ayuda y sus sabios consejos, y a todo el personal del Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica de la Universitat Rovira i Virgili que de una u otra forma hicieron parte en la construcción de esta tesis.

Mil gracias.

CONTROL ROBUSTO DE CONVERTIDORES CONMUTADOS CC/CC MEDIANTE DESIGUALDADES MATRICIALES LINEALES

por

Carlos Andrés Torres Pinzón

Departament d'Enginyeria Electrònica, Elèctrica i Automàtica
Universitat Rovira i Virgili
Tarragona, 2012

Resumen

El direccionamiento de esta tesis ha sido enfocada hacia el análisis, diseño e implementación analógica de estrategias de control robusto mediante desigualdades matriciales lineales para el mejoramiento de la dinámica de los convertidores conmutados de CC/CC. Para este fin se han abordado estrategias de control lineal robusto y control difuso T-S considerando modelos inciertos politópicos y bilineales de los convertidores conmutados.

El procedimiento general de la síntesis de los controladores LMIs desarrollados en esta tesis consiste en encontrar las ganancias de realimentación que maximice el rechazo a perturbaciones satisfaciendo especificaciones transitorias y limitación sobre el esfuerzo de control, considerando la existencia de incertidumbres.

La tesis está organizada en 5 capítulos, de acuerdo a la siguiente distribución: En el Capítulo 1 se hace una introducción al contenido de la tesis, presentando la motivación, el estado del arte, los objetivos y la estructura de la tesis. Además, se hace una revisión de los modelos matemáticos de los convertidores para el diseño de los lazos de control. En el Capítulo 2 se abordará los aspectos básicos del control LMI como precedente teórico para el diseño de los controladores de los capítulos posteriores. En el capítulo 3 se presenta el diseño de controladores robustos LMIs para la regulación de voltaje de convertidores conmutados de CC/CC en cascada. En particular, se presenta dos controladores robustos para convertidores de dos etapas en cascada. El primero consiste de un controlador monovariable, el cual proporciona la misma señal de control para los dos interruptores del convertidor, mientras que el segundo consiste de un controlador multivariable, que entrega dos señales de control independientes para cada interruptor. En el Capítulo 4 se estudia e implementa un enfoque de diseño de controladores difusos LMIs para la regulación del voltaje de salida de convertidores básicos de CC/CC bilineales, garantizando la estabilidad y unas determinadas prestaciones en un rango de operación mucho más amplio alrededor del punto de equilibrio. Finalmente, en el Capítulo 5 se presentarán las conclusiones de la tesis así como las futuras líneas de investigación.

Director de Tesis: Dr. Ramon Leyva Grasa, Universitat Rovira i Virgili

Índice general

1	Introducción	1
1.1	Antecedentes de los convertidores conmutados de CC/CC	1
1.2	Motivación y estado del arte	5
1.2.1	Control no lineal en convertidores conmutados de CC/CC	6
1.2.2	Control lineal robusto en convertidores conmutados de CC/CC	8
1.2.3	Control basado en lógica difusa en convertidores conmutados de CC/CC	13
1.3	Objetivos y estructura de la tesis	15
1.4	Modelado de convertidores conmutados de CC/CC	17
1.4.1	Modelado en el espacio de estado	18
1.4.2	Modelado promediado en el espacio de estado	20
1.4.3	Modelado en pequeña señal y régimen estacionario	21
1.4.4	Modelos de convertidores conmutados de CC/CC básicos	23
1.4.5	Modelo de convertidores conmutados de CC/CC en cascada	34
2	Control basado en desigualdades matriciales lineales	47
2.1	Nociones teóricas	48
2.1.1	Definición de una desigualdad matricial lineal	49
2.1.2	Análisis de estabilidad según Lyapunov	51
2.1.3	Técnicas para convertir desigualdades matriciales no lineales en LMIs	54
2.1.4	Control por realimentación de estados usando LMIs	56
2.1.5	Diseño de controladores robustos usando LMIs	59
2.2	Formulación de otras restricciones LMI	62
2.2.1	Formulación LMI para el diseño de control H_∞	63
2.2.2	Formulación LMI para ubicación de polos	65

2.2.3	Formulación LMI para la restricción en la entrada de control	66
2.3	Ejemplo de diseño	68
2.3.1	Modelo incierto del convertidor boost	68
2.3.2	Procedimiento de síntesis	71
2.3.3	Simulaciones y resultados experimentales	72
3	Control basado en LMIs para convertidores de CC/CC en cascada	77
3.1	Introducción	79
3.2	Control LMI de un convertidor buck en cascada	80
3.2.1	Modelo promediado lineal del convertidor buck en cascada	81
3.2.2	Modelo incierto del convertidor buck en cascada	86
3.2.3	Síntesis del controlador y simulaciones	89
3.3	Control LMI de un convertidor boost en cascada	95
3.3.1	Modelo promediado lineal del convertidor boost en cascada	95
3.3.2	Modelo incierto del convertidor boost en cascada	100
3.3.3	Síntesis del controlador y simulaciones	102
3.3.4	Resultados experimentales	106
3.4	Conclusiones	110
4	Control difuso basado en LMIs para convertidores de CC/CC	111
4.1	Nociones Teóricas	113
4.1.1	Modelo difuso Takagi-Sugeno (T-S)	119
4.1.2	Compensación distribuida paralela (CDP)	128
4.1.3	Condiciones de estabilidad para sistemas difusos T-S	129
4.1.4	Formulaciones de diseño LMI para el control difuso T-S	132
4.2	Control difuso T-S LMI de convertidores de CC/CC básicos	135
4.2.1	Control difuso T-S LMI de un convertidor buck-boost	136
4.2.2	Control difuso T-S LMI de un convertidor boost	140
4.3	Conclusiones	149
5	Conclusiones de la tesis y futuras líneas de investigación	151
5.1	Contribuciones de la Tesis	151
5.2	Futuras líneas de investigación	153

Bibliografia

155

Índice de figuras

1-1	Diagrama de bloques de un regulador conmutado de CC/CC	2
1-2	Ilustración de los modos de conducción de un convertidor	3
1-3	Forma de onda del vector de entrada $u(t)$ durante un período T_s	19
1-4	Circuito esquemático de un convertidor buck	24
1-5	Convertidor buck durante T_{on}	24
1-6	Convertidor buck durante T_{off}	24
1-7	Simulación en lazo abierto del convertidor buck	27
1-8	Circuito esquemático de un convertidor boost	27
1-9	Convertidor boost durante T_{off}	28
1-10	Convertidor boost durante T_{on}	28
1-11	Simulación en lazo abierto del convertidor boost	30
1-12	Circuito esquemático de un convertidor buck-boost	31
1-13	Convertidor buck-boost durante T_{on}	31
1-14	Convertidor buck-boost durante T_{off}	31
1-15	Simulación en lazo abierto del convertidor buck-boost	33
1-16	Circuito esquemático de un convertidor buck-buck	34
1-17	Convertidor buck-buck durante (T_{on}, T_{on})	34
1-18	Convertidor buck-buck durante (T_{on}, T_{off})	35
1-19	Convertidor buck-buck durante (T_{off}, T_{on})	35
1-20	Convertidor buck-buck durante (T_{off}, T_{off})	35
1-21	Simulación en lazo abierto del convertidor buck-buck	40
1-22	Circuito esquemático de un convertidor boost-boost	40
1-23	Convertidor boost-boost durante (T_{on}, T_{on})	41
1-24	Convertidor boost-boost durante (T_{on}, T_{off})	41

1-25	Convertidor boost-boost durante (T_{off}, T_{on})	41
1-26	Convertidor boost-boost durante (T_{off}, T_{off})	42
1-27	Simulación en lazo abierto del convertidor boost-boost	45
2-1	Función de Lyapunov Ejemplo 2.1.1	53
2-2	Esquema de un sistema descrito en variables de estado	57
2-3	Esquema de control por realimentación de variables de estado	58
2-4	Representación gráfica de la incertidumbre politópica	61
2-5	Región de ubicación de polos $S(\alpha, \theta, r)$	66
2-6	Circuito esquemático de un convertidor boost	68
2-7	Respuesta simulada y experimental del convertidor boost bajo $i_o(t)$	74
2-8	Respuesta simulada y experimental del convertidor boost bajo $\tilde{v}_g(t)$	75
3-1	Circuito esquemático de un convertidor buck en cascada	81
3-2	Respuesta del convertidor buck-buck bajo perturbaciones de i_o con \mathbf{F}_{multi}	93
3-3	Respuesta del convertidor buck-buck bajo perturbaciones de i_o con \mathbf{F}_{mono}	93
3-4	Respuesta del convertidor buck-buck frente a variaciones de V_g con \mathbf{F}_{multi}	94
3-5	Respuesta del convertidor buck-buck frente a variaciones de V_g con \mathbf{F}_{mono}	94
3-6	Circuito esquemático de un convertidor boost en cascada	95
3-7	Respuesta del convertidor boost-boost bajo perturbaciones de i_o con \mathbf{F}_{mono}	104
3-8	Respuesta del convertidor boost-boost bajo perturbaciones de i_o con \mathbf{F}_{multi}	104
3-9	Respuesta del convertidor boost-boost frente a variaciones de V_g con \mathbf{F}_{mono}	105
3-10	Respuesta del convertidor boost-boost frente a variaciones de V_g con \mathbf{F}_{multi}	105
3-11	Diagrama circuital del convertidor boost en cascada	106
3-12	Diagrama circuital del controlador monovariante	107
3-13	Respuesta experimental convertidor boost-boost bajo i_o con \mathbf{F}_{mono}	107
3-14	Diagrama circuital del controlador multivariante	108
3-15	Respuesta experimental convertidor boost-boost bajo i_o con \mathbf{F}_{multi}	108
3-16	Respuesta experimental convertidor boost-boost bajo \tilde{v}_g con \mathbf{F}_{mono}	109
3-17	Respuesta experimental convertidor boost-boost bajo \tilde{v}_g con \mathbf{F}_{multi}	109
4-1	Diagrama genérico de un sistema difuso	117
4-2	Estructura total del modelo difuso Takagi-Sugeno	120

4-3	Representación difusa del convertidor buck-boost basado en 4 reglas	124
4-4	Gráficas de modelos: conmutado, difuso y bilineal del convertidor buck-boost	125
4-5	Gráficas de modelos: conmutado, difuso y bilineal del convertidor boost . . .	128
4-6	Región de ubicación de polos $S(\alpha)$	134
4-7	Circuito esquemático del convertidor buck-boost con el CDTS-LMI	139
4-8	Respuesta convertidor buck-boost bajo i_o con CDTS-LMI y CLR-LMI	140
4-9	Respuesta convertidor buck-boost bajo \tilde{v}_g con CDTS-LMI y CLR-LMI	140
4-10	Respuesta convertidor boost bajo i_o con CDTS-LMI y CLR-LMI	143
4-11	Respuesta convertidor boost bajo \tilde{v}_g con CDTS-LMI y CLR-LMI	143
4-12	Diagrama circuital del convertidor boost con el CDTS-LMI	145
4-13	Fotografía del prototipo del convertidor boost	146
4-14	Diagrama circuital para la determinación de las $\eta_Q(\delta(t))$ y los $h_i(\delta(t))$	146
4-15	Fotografía de la placa para la determinación de las $\eta_Q(\delta(t))$ y los $h_i(\delta(t))$. . .	147
4-16	Diagrama circuital controlador difuso T-S total	147
4-17	Fotografía de la placa del controlador difuso T-S total	148
4-18	Respuesta experimental convertidor boost bajo i_o con CDTS-LMI y CLR-LMI	148
4-19	Respuesta experimental convertidor boost bajo \tilde{v}_g con CDTS-LMI y CLR-LMI	149

Índice de tablas

1.1	Parámetros del convertidor buck	26
1.2	Parámetros del convertidor boost	29
1.3	Parámetros del convertidor buck-boost	33
1.4	Parámetros del convertidor buck-buck	38
1.5	Parámetros del convertidor boost-boost	44
2.1	Parámetros del convertidor boost	71
2.2	Parámetros del controlador del convertidor boost	71
3.1	Parámetros del convertidor buck-buck	89
3.2	Parámetros de los controladores del convertidor buck-buck	91
3.3	Parámetros del convertidor boost-boost	102
3.4	Parámetros de los controladores del convertidor boost-boost	103
4.1	Parámetros del convertidor buck-boost	136
4.2	Parámetros del controlador del convertidor buck-boost	137
4.3	Parámetros del convertidor boost	141
4.4	Parámetros del controlador del convertidor boost	142

Glosario

Notaciones

$x(t)$	Variable de tiempo continuo
$\bar{x}(t)$	Variable promediada
X	Variable en estado estacionario
\tilde{x}	Variable incremental
\mathbb{R}	Conjunto de números reales
\mathbb{R}^n	Conjunto de vectores reales de dimensión n
$\mathbb{R}^{n \times m}$	Conjunto de matrices de dimensión $n \times m$
\mathbf{M}^\top	Traspuesta de la matriz \mathbf{M}
$\det(\mathbf{M})$	Determinante de la matrix \mathbf{M}
$\text{rang}(\mathbf{M})$	Rango de la matrix \mathbf{M}
\mathbb{I}	Matriz identidad de dimensión apropiada
$\Re(\cdot)$	Parte real de un número complejo
$\Im(\cdot)$	Parte imaginaria de un número complejo
j	Unidad imaginaria pura
$ \cdot $	Valor absoluto
$\ \cdot\ _2$	Norma Euclidiana / Norma H_2
$\ \cdot\ _\infty$	Norma H_∞
C_o	Envolvente Convexa

Unidades

V	voltio
A	amperio
W	vatio
Ω	ohmio
H	henrio
F	faradio
s	segundo
Hz	hercio
dB	decibelio

Acrónimos

ANFIS	Sistema de Inferencia Neuro-Difusa
CDP	Compensación Distribuida Paralela
CLR-LMI	Control Lineal Robusto LMI
CDTS-LMI	Control Difuso T-S LMI
LMI	Desigualdades Matriciales Lineales
LQR	Regulador Cuadrático Linear
LTI	Lineal Invariante en el Tiempo
LTV	Lineal Variante en el Tiempo
MCC	Modo de Conducción Continuo
MCD	Modo de Conducción Discontinuo
MIMO	Múltiple Entrada Múltiple Salida
ODE	Ecuación Diferencial Ordinaria
OA	Amplificador Operacional
PI	Acción Proporcional-Integral
PID	Acción Proporcional-Integral-Derivativa
PWM	Modulación por Ancho de Pulso
RMS	Valor Medio Cuadrático
SDP	Programación Semidefinida
SISO	Simple Entrada Simple Salida

Capítulo 1

Introducción

En este capítulo se hace una introducción al contenido de la tesis, presentando la motivación, el estado del arte, los objetivos y la estructura de la tesis. Además, se hace una revisión básica del modelado de los convertidores conmutados de CC/CC, los cuales serán punto de partida para el diseño de los lazos de control basados en desigualdades matriciales lineales que se estudiarán en los capítulos posteriores.

1.1. Antecedentes de los convertidores conmutados de CC/CC

Los convertidores conmutados de CC/CC son circuitos electrónicos de potencia utilizados con el propósito de adaptar fuentes de energía continua no reguladas a determinados requerimientos de carga en diferentes aplicaciones [1]. Estas fuentes de energía pueden ser baterías, pilas de combustible, paneles solares ó simplemente energía de la red eléctrica rectificadas. En años anteriores, el suministro de energía de una fuente continua a una carga, se realizaba de manera controlada a través del convertidor de CC/CC lineal ó regulador lineal, el cual es un circuito que basa su conversión de potencia en la presencia de un elemento semiconductor trabajando en modo lineal [2]. La principal desventaja de este tipo de circuito es la baja eficiencia en las aplicaciones de potencia, aunque represente una alternativa simple para la conversión de energía. Los convertidores conmutados de CC/CC son una opción más eficiente frente al regulador lineal, ya que pueden proporcionar un rendimiento elevado para tensiones de entrada y de salida diferentes.

En la actualidad, las aplicaciones de los convertidores conmutados de CC/CC han ido incrementándose debido a las necesidades de los sistemas eléctricos y de diferentes equipos

electrónicos de disponer de reguladores de tensión eficientes. Algunas de estas aplicaciones van desde equipos de telecomunicación e informática hasta equipos de fuentes de energía renovables.

Los reguladores conmutados de CC/CC se encuentran estructurados por una etapa de potencia de entrada, una entrada de control y una etapa de potencia de salida. La entrada de control permite procesar la potencia de entrada de manera que se pueda obtener la potencia deseada en la salida. Concretamente, los reguladores de CC/CC son dispositivos que entregan un voltaje de salida continuo regulado $v_o(t)$ con una magnitud mayor o menor que el voltaje de entrada no regulado V_g , posiblemente con polaridad inversa ó con aislamiento galvánico entre la de entrada y la salida [1].

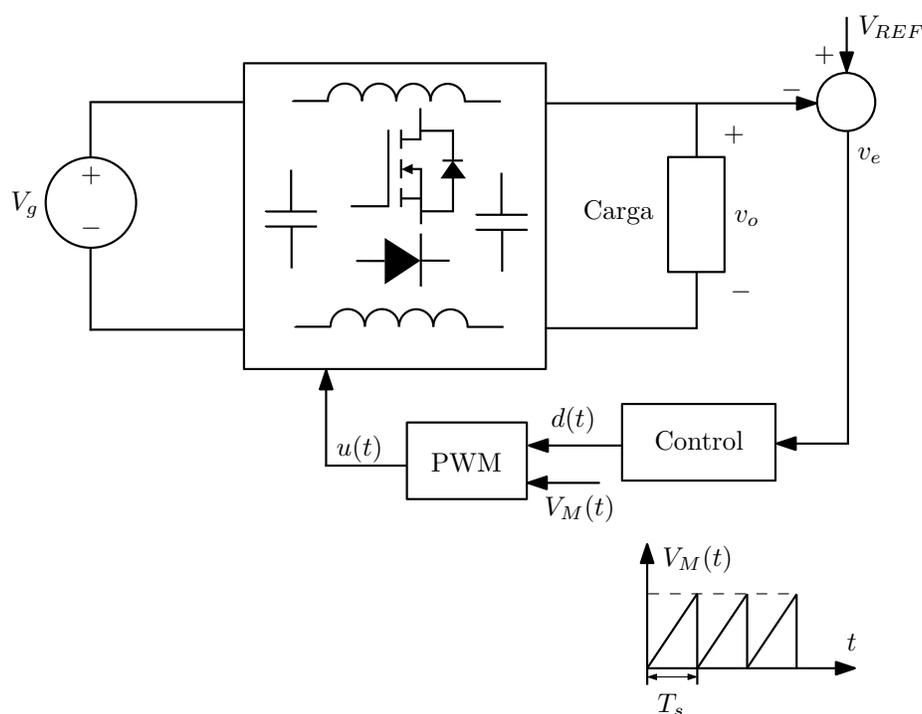


Figura 1-1: Diagrama de bloques de un regulador conmutado de CC/CC

Los convertidores conmutados se encuentran formados por conmutadores y elementos almacenadores de energía concretamente inductores y condensadores, tal como se muestra en la Figura 1-1. Estos últimos juegan un papel importante dentro de los convertidores, ya que idealmente no consumen energía y además permiten suavizar el comportamiento pulsante originado por la acción de conmutación. Además, los elementos conmutadores son

dispositivos que absorben poca potencia durante sus estados de operación de completamente abierto y completamente cerrado (on/off). Cuando el conmutador se encuentra completamente abierto, la no circulación de corriente a través de él, hace que la pérdida de energía sea prácticamente sea cero; luego cuando el conmutador se encuentra completamente cerrado, una baja caída de tensión sobre sus terminales, provoca una pérdida de energía muy pequeña. Ésta es la razón por la cual los convertidores conmutados de CC/CC se consideran circuitos de alta eficiencia.

La regulación de voltaje en los convertidores de CC/CC se logra procesando el error de la tensión de la salida $v_e(t)$, mediante un controlador cuya salida constituye la entrada de control $d(t)$ de un modulador por ancho de pulsos (PWM). La comparación entre la señal $d(t)$ y una señal diente de sierra V_M establece la acción de conmutación $u(t)$ de periodo constante T_s .

Existen en los convertidores dos principales modos de operación: el Modo de Conducción Continua (MCC) y el Modo de Conducción Discontinua (MCD). La operación en MCC se presenta cuando la corriente del inductor en estado estable del convertidor es mayor que cero durante un período T_s . Mientras que la operación en MCD ocurre si la corriente en el inductor es cero en algún instante del período T_s [1]. Ambos modos de conducción son mostrados en la Figura 1-2.

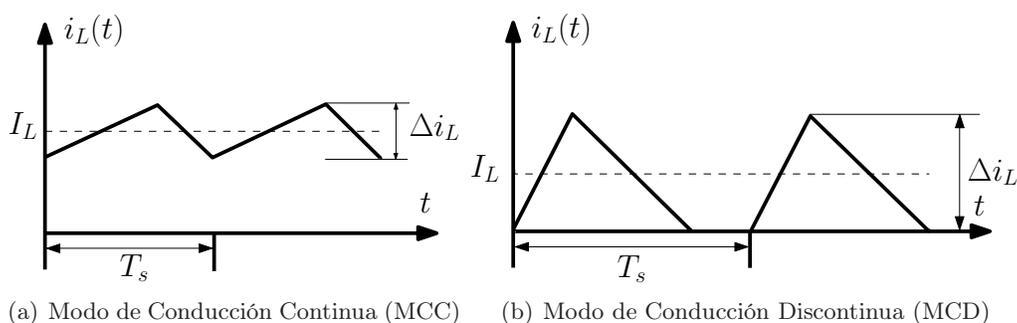


Figura 1-2: Ilustración de los modos de conducción de un convertidor

En la literatura existen diferentes topologías de convertidores conmutados de CC/CC, que permiten elevar, reducir ó elevar/reducir el voltaje de alimentación V_g para obtener un voltaje de salida v_o [3-5]. Sin embargo, para asegurar un comportamiento dinámico frente a perturbaciones de carga o de línea y de esta manera mantener la regulación del voltaje de

salida en un valor deseado (V_{REF}), es necesario la adición de lazos de control. En concreto la adición de lazos de control permitirá eliminar errores de estado estacionario, maximizar el ancho de banda del sistema y garantizar un correcto amortiguamiento de la respuesta transitoria [1, 3].

Los convertidores conmutados CC/CC son circuitos que se caracterizan por tener una dinámica compleja debido a que son plantas de naturaleza no lineal y estructura variable, generalmente son de fase no mínima, lo que dificulta aún más el diseño del control. Dichos diseños se basan en la representación dinámica de los convertidores conmutados, la cual puede ser descrita por un modelo lineal a tramos o un modelo continuo promediado [3]. El modelo lineal a tramos es una descripción exacta de la dinámica de los convertidores que depende de la posición de los elementos de conmutación a lo largo de su ciclo de operación, mientras que el modelo continuo promediado es una aproximación de la dinámica del convertidor que desestima el rizado de conmutación. Este modelo continuo promediado puede ser obtenido mediante la aplicación de la técnica de promediación en el espacio de estado propuesta por Middlebrook y Cuk en [6]. A partir de esta técnica el análisis de la dinámica de los convertidores se puede predecir por expresiones mucho más sencillas que las obtenidas por representaciones del modelo lineal a tramos. Hoy en día, esta técnica es adoptada por muchos investigadores como referencia para el análisis y control de convertidores conmutados.

Comúnmente, el diseño de los lazos de control en los convertidores conmutados de CC/CC se realiza en la mayor parte de los casos mediante las conocidas técnicas de control lineal [1,2]. El uso de estas técnicas solo puede garantizar la estabilidad y unas determinadas prestaciones en una pequeña región alrededor del punto de equilibrio, ya que perturbaciones de gran señal pueden deteriorar el transitorio de la tensión de salida o incluso desestabilizar el sistema. Debido a ello, en la literatura se han encontrado diversos estudios que comparan diferentes técnicas de control convencional con estrategias de control no lineal y control robusto para la regulación de los convertidores conmutados, con el propósito de garantizar la estabilidad en un amplio rango de operación, tal y como se presentan en las referencias [3,7-11]. Autores como Leyva en [3,11] y Arteaga en [8], aplican técnicas de control no lineal a los convertidores conmutados, permitiéndoles tener un comportamiento dinámico estable en

un amplio rango de condiciones de operación frente a perturbaciones de carga y de línea. Por otra parte, estrategias de control robusto aplicadas a convertidores conmutados de CC/CC se han analizado y verificado en trabajos como los de Olalla et al. en [9, 10], donde derivan unas leyes de control basada en funciones de Lyapunov formuladas mediante la técnica de desigualdades matriciales lineales (LMI) [12].

La teoría de control robusto incorpora explícitamente la incertidumbre en el modelado, el análisis y la síntesis a los sistemas de control, obteniendo de esta manera controles que aseguren unas prestaciones a pesar de la existencia de dicha incertidumbre. Sin embargo, la aplicación del control robusto en convertidores conmutados CC/CC se encuentra aún en un estado incipiente de desarrollo.

El estudio y verificación de estrategias de control robusto es de sumo interés y se aborda en detalle en esta tesis, por lo que el presente trabajo revisará estrategias de control robusto basado en desigualdades matriciales lineales, concretamente, el control por realimentación de estados para sistemas MIMO y el control difuso basado en modelos. Extendiendo de este modo los trabajos previos sobre el control LMI de convertidores conmutados de CC/CC.

1.2. Motivación y estado del arte

Los convertidores conmutados de CC/CC como se ha mencionado son circuitos claves en el campo de la electrónica de potencia debido a su alta eficiencia, bajo costo y reducido tamaño. Estos requerimientos pueden lograrse con buenos diseños estáticos, diferentes topologías [13] o con adecuadas leyes de control [9–11]. Una buena ley de control en los convertidores conmutados debe predecir y satisfacer requerimientos tales como, (i) mantener una regulación estable del voltaje de salida (ii) maximizar el ancho de banda del sistema en lazo cerrado, así como (iii) cumplir ciertas especificaciones dinámicas, en cuanto a: tasa de decaimiento, tiempo de establecimiento, amortiguamiento, rechazo a perturbaciones y esfuerzo de control.

La complejidad de la dinámica de los convertidores conmutados debida a su naturaleza no lineal, estructura variable, incertidumbres paramétricas, entre otras descripciones, ha llevado a que diseñadores de control utilicen con gran frecuencia las clásicas teorías de

realimentación lineal [1], las cuales pueden provocar en algunos casos un funcionamiento inadecuado ó comportamientos inestables ya que no tienen en cuenta las no linealidades del convertidor.

El análisis y diseño de lazos de control se hace más difícil cuando comportamientos dinámicos complejos aparecen. Por esta razón, durante los últimos años algunos investigadores han ido explorando diferentes técnicas de control que tienen en cuenta las no linealidades y parámetros de incertidumbre en los convertidores conmutados de CC/CC, tratando de dar solución a los problemas de control, anteriormente mencionados.

De esta manera, con el propósito de conocer más detalladamente enfoques de control avanzado aplicados a los convertidores conmutados, a continuación se presenta una pequeña revisión de los antecedentes de algunas estrategias de control de reguladores conmutados de CC/CC.

1.2.1. Control no lineal en convertidores conmutados de CC/CC

Durante las últimas décadas, se han desarrollado diferentes enfoques de controladores no lineales y han sido aplicados en los convertidores conmutados de CC/CC, con el propósito de mejorar las prestaciones dinámicas en este tipo de sistemas. Estrategias tales como: linealización por realimentación, control basado en pasividad, control en modo deslizamiento, entre otras, han sido utilizadas para el control de los convertidores conmutados. Algunos de los primeros trabajos sobre el diseño de control no lineal en convertidores conmutados de CC/CC pueden ser encontrados en los estudios de Sira-Ramírez en [14] y Majó et al. en [15]. Ellos aplican la técnica linealización por realimentación en la regulación de los convertidores conmutados boost y Cuk, respectivamente. Sin embargo, en dichos trabajos no consideran incertezas en los parámetros y la saturación en el ciclo de trabajo del convertidor, limitando la región de operación del control. Una década después, Leyva en [3], aplica linealización entrada-salida y entrada-estado en convertidores de fase mínima y no mínima, adicionando una función integral para asegurar un error en estado estacionario cero.

Otro importante enfoque de control no lineal aplicado a los convertidores es el control basado en pasividad, el cual es una técnica que requiere del conocimiento de todos los parámetros del convertidor incluyendo el voltaje de entrada y la resistencia de carga. Trabajos

como los de Sanders et al. en [16] y Sira-Ramírez et al. en [17], analizan y comprueban propiedades de pasividad en la regulación de salida de convertidores básicos PWM mediante simulaciones. En [16], los autores proponen una estrategia basada en funciones de Lyapunov, las cuales permiten al convertidor asegurar estabilidad sobre un rango amplio de condiciones de operación. Mientras que en [17], los autores proponen una estrategia basada en un esquema de inyección de amortiguamiento aplicada a través de retroalimentación dinámica no lineal. Un par de años después, el trabajo de Leyva et al. en [11], propone un control integral basado en pasividad que satisface la estabilidad global de un convertidor boost considerando una posible saturación de ciclo de trabajo. Además, éste trabajo presenta resultados experimentales mediante prototipos eficientes que verifican las predicciones teóricas. Más recientemente, en [18], Leyva et al. proponen otro interesante e importante enfoque de control no lineal basado en pasividad para convertidores conmutados de orden superior, el cual asegura, error de estado estacionario cero a pesar de incertidumbres en los parámetros del convertidor y suficiente grado de libertad para satisfacer las especificaciones transitorias del convertidor, así como la robustez de la solución de control.

La estrategia de control en modo deslizamiento es otra técnica que juega un rol muy importante en el control no lineal de los convertidores conmutados de CC/CC. Entre las características más importantes cabe mencionar la robustez frente a las perturbaciones que cumplen con las "matching conditions" [19], respuesta dinámica rápida y su capacidad de reducir en un grado el orden de la dinámica cuando el sistema se encuentra en régimen deslizante. Existen diversos trabajos en la aplicación de la regulación del voltaje de salida de convertidores conmutados, entre los que se encuentran como referencia básica los artículos de Sira-Ramírez en [20] y Fossas et al. en [21]. Estos trabajos aplican superficies de deslizamiento lineales sobre convertidores de CC/CC, los cuales solo garantizan estabilidad local a pesar de la naturaleza no lineal del controlador. En la actualidad, la investigación sobre el control en modo deslizamiento para convertidores conmutados, se centra en el estudio de superficies de conmutación no lineales que garanticen estabilidad en un amplio dominio de operación, y además en la fácil implementación práctica de controladores a frecuencias de conmutación elevadas.

La utilización de la teoría de estabilidad de Lyapunov hace parte de otra importante

línea de investigación dentro del control de convertidores conmutados, esto ha permitido que investigaciones como [22], donde los autores proponen una ley de control no lineal el cual garantiza estabilidad global para un convertidor Cuk, centren su trabajo en la aplicación de dicha teoría. Esta teoría de Lyapunov será punto de partida de algunos apartados de esta tesis.

Vale la pena señalar que la lista de referencias sobre la aplicación de control no lineal en convertidores conmutados de CC/CC es demasiado extensa, sin embargo, hoy en día varios problemas siguen impidiendo el uso de estas técnicas en situaciones reales. Entre las principales desventajas de los controladores no lineales se encuentra la complejidad de la ley de control y su implementación. Otro enfoque al problema del control avanzado de convertidores ha conducido a los investigadores a incorporar robustez en controladores con implementaciones sencillas.

1.2.2. Control lineal robusto en convertidores conmutados de CC/CC

En el campo de los convertidores de CC/CC las estrategias de control por realimentación lineal de estado o de salida son las más aplicadas debido a su facilidad de análisis e implementación. Técnicas como el control en modo de tensión y control en modo de corriente, son unas de las más utilizadas en el control lineal de convertidores [1]. El diseño de este tipo de técnicas se basan en los métodos de respuesta en frecuencia y del lugar geométrico de las raíces, los cuales forman parte del núcleo de la teoría de control clásica, cuyas características, márgenes de fase y de ganancia, ancho de banda y ganancia en continua, permitirán satisfacer un conjunto más o menos arbitrario de requerimientos de desempeño [23].

Existen en la literatura gran cantidad de trabajos sobre este tipo de estrategias lineales aplicadas a los convertidores de CC/CC, desde sus inicios hasta el día de hoy. Trabajos como los de Calvente et al. en [24], Capel et al. en [25], Suntio et al. en [26], Garcera et al. en [27] y Leyva-Ramos et al. en [28], son algunas de las referencias que presentan el diseño de reguladores con técnicas de control lineal.

En los enfoques convencionales éstos controladores son comúnmente diseñados considerando una linealización del modelo en un punto de operación, el cual solo asegurará un buen comportamiento para variaciones de pequeña señal. Las no linealidades inherentes de

los convertidores de potencia hacen que las técnicas de control basadas en modelos lineales tengan una validez restringida, ya que un diseño de controladores que no tengan en cuenta las no linealidades y parámetros de incertidumbre en los convertidores, pueden deteriorar la salida o provocar comportamientos no deseados en presencia de perturbaciones de gran señal. Por tal motivo, con el objetivo de superar las limitaciones de los controladores lineales convencionales, estrategias de control robusto han ido introduciéndose poco a poco en el campo de los convertidores conmutados. A diferencia del control no lineal y el control lineal convencional, el control robusto permite considerar un mínimo de prestaciones frente a incertezas en los convertidores de CC/CC. Durante las últimas décadas algunos investigadores han adaptado con éxito en el campo de los convertidores las siguientes técnicas de control robusto:

- Método LQG/LTR (Lineal Cuadrático Gaussiano/Recuperación de la Función de Transferencia en la Lazo Abierto)
- Método Síntesis μ
- Método H_∞
- Método QFT (Teoría de Realimentación Cuantitativa)
- Método LQR (Regulador Lineal Cuadrático)
- Método LMI (Desigualdad Matricial Lineal)

En el método lineal cuadrático LQG/LTR, vale la pena mencionar la referencia [29] en el cual analizan y demuestran mediante simulación la síntesis de control para un convertidor resonante serie-paralelo, donde se puede apreciar una rápida recuperación de salida de tensión frente a perturbaciones de carga y de línea.

En el enfoque síntesis μ , algunos de los primeros trabajos aplicados a los convertidores conmutados pueden ser encontrados en las referencias [30–32]. En [30] los autores proponen el enfoque síntesis para evaluar la robustez de un regulador de voltaje PI convencional diseñado para un convertidor buck-boost con incertidumbres no paramétricas. Luego en [31], los autores proponen un diseño de un controlador para un convertidor boost, en el cual las

incertidumbres del sistema están incluidas en el procedimiento de la síntesis, adicionando de esta manera una medida cuantificable de robustez. Mientras que en [32], proponen un controlador robusto basado en síntesis con incertidumbres no paramétricas para un convertidor resonante paralelo. Sin embargo, ninguna de las anteriores referencias muestra resultados experimentales que verifiquen las predicciones teóricas.

Posteriormente, otra técnica de gran uso en el campo de la electrónica de potencia es el control H_∞ . El diseño de esta técnica de control consiste básicamente en la minimización de una determinada función de coste, como por ejemplo el nivel de atenuación de una perturbación externa, formulada en el dominio de la frecuencia. Trabajos como los de Naim et al. en [33] y Vidal-Idiarte et al. en [34], constituyen una buena alternativa de control en el convertidor boost, los cuales muestran una buena similitud entre los resultados de simulación y los experimentales.

La estrategia de control QFT constituye otro método de diseño en el control robusto de convertidores conmutados. Esta estrategia de diseño en el dominio de la frecuencia utiliza la carta de Nichols con el propósito de lograr el diseño robusto deseado con cotas dadas en la incerteza de la planta [35]. En las últimas décadas, autores como Jacobson et al. en [36], Yeong-Hwa et al. en [37] y Wu et al. en [38] han aplicado el método QFT en el control de convertidores conmutados. Más recientemente en [39], Olalla et al. proponen una alternativa de control robusto QFT a la regulación del convertidor buck, el cual permite describir adecuadamente incertidumbres paramétricas y no paramétricas en ambos modos de conducción (MCC y MCD) del circuito conmutado. A diferencia de las referencias mencionadas anteriormente, este trabajo presenta cambios en el punto de operación del convertidor y demuestra la exactitud del diseño mediante resultados experimentales.

El enfoque LQR es otro importante método lineal cuadrático aplicado en el campo de los convertidores conmutados. Esta estrategia de control consiste en la optimización de una función de costo o índice de funcionamiento donde el diseñador puede ponderar la trayectoria del estado y la evolución de la entrada obteniéndose unas prestaciones deseadas de la acción de control con el propósito de encontrar comportamientos apropiados en régimen transitorio y régimen estable. Algunos de los trabajos sobre el control LQR en convertidores conmutados pueden ser encontrados en [40–42]. En [40] y [41], los autores proponen el diseño

de un controlador LQR para la regulación de salida de un convertidor básico Cuk, en el que la selección de los índices de funcionamiento se realiza mediante la ubicación de polos. Mientras que en [42], los autores proponen una estrategia LQR para un convertidor buck a partir de una función de costo derivada de un controlador inicial deducido por métodos frecuenciales. En los anteriores trabajos, los autores analizan y derivan los controladores LQR a partir de la ecuación de Ricatti. Sin embargo, los controladores LQR clásicos expuestos anteriormente, no aseguran comportamientos robustos fuera de las condiciones nominales, ya que no pueden tener en cuenta sistemas de incertidumbre. Recientemente en [9], Olalla et al. proponen un control LQR para convertidores conmutados inciertos optimizando el índice de funcionamiento mediante LMIs. El esquema de control se obtiene mediante un modelo convexo de la dinámica del convertidor considerando incertidumbre en los parámetros. Este aprovechamiento permite considerar cambios en las condiciones de operación del convertidor, garantizando de esta manera una estabilidad robusta. A partir de un prototipo experimental boost, los autores verifican la exactitud del enfoque propuesto.

Muchos problemas en la teoría de sistemas lineales y control robusto pueden ser formulados como optimización convexa mediante desigualdades matriciales lineales [12]. El control LMI, es una estrategia que permite dar una solución asegurando el cumplimiento de un gran número de requisitos de diseño, donde las técnicas clásicas fallan en la obtención de una solución analítica. Esta técnica de control proporciona una solución numérica que puede ser obtenida a través de modernos algoritmos de optimización con el fin de asegurar el cumplimiento de las restricciones de control y de esta manera determinar las ganancias del controlador. A diferencia de los métodos de control LQG, síntesis μ , H_∞ y LQR mencionados anteriormente, el control basado en LMIs no necesita funciones de ponderación para especificar el comportamiento requerido y aproximar las funciones transitorias. Además, el control LMI permite optimizar los parámetros del convertidor automáticamente, contrario al control QFT que necesita ser optimizado de forma manual. Este hecho ha llevado a que algunos autores apliquen el control LMI en el campo de los convertidores conmutados de CC/CC [10, 43–45]. En [43] y [44], Montagner et al. proponen el diseño de un control por realimentación de estado robusto para convertidores conmutados de CC/CC de fase mínima (buck), considerando condiciones simples LMIs las cuales garantizan estabilidad del sistema

en lazo cerrado y rechazo de perturbaciones. Sin embargo, estos trabajos no describen ningún prototipo experimental y solo verifican la efectividad del método propuesto mediante simulaciones. Posteriormente, Olalla et al. en [10] presentan el diseño de una ley de control por realimentación de estado robusta basada en LMIs para reguladores conmutados de CC/CC de fase no mínima (boost). Este método de control tiene en cuenta las incertidumbres y las no linealidades del convertidor, las cuales son modeladas como un polítopo convexo, permitiendo de esta manera a las limitaciones LMIs garantizar robustamente un cierto nivel de rechazo de perturbaciones y una región de ubicación de polos específica. A diferencia de [43] y [44], Olalla et al. presentan medidas experimentales precisas de un prototipo boost, el cual muestra una perfecta concordancia con las limitaciones de diseño a pesar de las incertidumbres. Más recientemente, Olalla et al. en [45] proponen otro potente enfoque LMI para el control de un regulador boost, el cual permite considerar incertidumbre en el convertidor y asegurar su estabilidad entre diferentes puntos de operación, gracias a la inclusión de la dinámica bilineal. La exactitud de este enfoque es verificada por medio de un prototipo experimental, el cual muestra una buena similitud con las predicciones teóricas.

A pesar de que existen trabajos recientes sobre el control robusto de convertidores conmutados de CC/CC basado en LMIs, este enfoque de control aún se encuentra en una etapa de desarrollo. La formulación LMI en la síntesis de control puede contar con varios requerimientos de diseño y criterios de optimización, como por ejemplo: restricción en la ubicación de polos, un nivel de rechazo a perturbaciones y limitación en el esfuerzo del control. Estas limitaciones pueden ser combinadas de acuerdo a los requerimientos y características del convertidor y además pueden ser extendidas para tratar las incertezas y no linealidades del convertidor, siempre y cuando se mantenga la formulación del diseño del control como un problema convexo.

Este hecho, ha conducido a los investigadores en el campo de la electrónica de potencia a seguir explorando en el diseño de métodos de control LMIs con el propósito de encontrar una síntesis de mayor robustez y de sencilla implementación.

1.2.3. Control basado en lógica difusa en convertidores conmutados de CC/CC

El control basado en lógica difusa, desde su aparición a principios de los 70, ha sido ampliamente utilizado en diferentes campos de la ingeniería. Desde entonces, algunos procesos industriales lo han considerado y aplicado exitosamente. Gracias a los principios establecidos por Lofti Zadeh en [46], sobre la teoría de los conjuntos difusos y la inferencia difusa asociada a dichos conjuntos, los sistemas de control difuso sientan sus bases como una nueva rama de la ingeniería de control. Los sistemas difusos son esquemas que se plantean sobre la base del conocimiento obtenido de un proceso o por un experto, que permite modelar los modos imprecisos en un entorno de incertidumbre mediante un conjunto de reglas, las que a la vez pueden sintetizarse en una base de reglas difusas. Los primeros enfoques de control en lógica difusa fueron tratados con procesos complejos usando estrategias de control basados en la experiencia humana, el cual no había sido posible llevar a un lenguaje matemático. De esta manera, el control difuso se usa para convertir reglas lingüísticas fijadas por un operador humano dentro de una estrategia de control automático, técnica que se conoce como control difuso basado en heurísticas [47]. El primer trabajo sobre esta técnica de control fue propuesto por Mamdani en [48], el cual describe un experimento sobre la síntesis lingüística de un controlador para el modelo de una planta industrial. Esta estrategia de control es de gran utilidad cuando el modelo de un sistema físico no es posible de obtener o cuando es demasiado complejo para propósitos de control. En algunas referencias de la literatura este tipo de técnica también es referida como control difuso tipo Mamdani.

El diseño de sistemas de control difuso en el campo de la electrónica de potencia se inició a principios de la década de los 90. Uno de los primeros trabajos sobre el control difuso fue realizado por Ueno et al. en [49], el cual presentan el diseño de una síntesis de control PID usando inferencia difusa para la regulación de voltaje de un convertidor conmutado Cuk. En este trabajo, Ueno et al. analizan y demuestran mediante simulación la efectividad del controlador difuso PID comparándolo con la aplicación de un controlador PID convencional en presencia de perturbaciones de carga y de línea. Luego, Wang et al. en [50] y Raviraj et al. en [51] comparan a través de simulaciones los resultados del diseño de un control PID difuso con los resultados de un control en modo de corriente y control en modo deslizamien-

to para la regulación de convertidores conmutados básicos (buck, boost y buck-boost). En ambos trabajos, la aplicación del controlador difuso muestra un comportamiento transitorio más rápido y un error de estado estacionario menor que las otras dos técnicas de control utilizadas. Otro enfoque de control difuso aplicado al control de convertidores conmutados de CC/CC es la aplicación de algoritmos ANFIS (Sistema de Inferencia Neuro-Difusa Adaptiva), el cual están basados en técnicas de aprendizaje aplicadas en el entrenamiento de redes neuronales. En la aplicación de este tipo técnica neuro-difusa, vale la pena mencionar los estudios realizados por Gomariz et al. en [52] y [53], donde aproximan leyes de control no lineal en convertidores conmutados buck bidireccionales. Más recientemente, autores como Vidal-Idiarte et al. en [54], He et al. en [55] y Linping et al. en [56], presentan el diseño controladores difusos basados en heurísticas para convertidores conmutados de CC/CC, con implementaciones experimentales de alto rendimiento. Sin embargo, una de las desventajas significativas en la aplicación de las técnicas difusas anteriormente mencionadas, se encuentra en la dificultad de predecir comportamientos transitorios robustos del sistema en lazo cerrado, ya que sólo pueden ser analizados a través de numerosas pruebas y simulaciones.

Este hecho, ha llevado a un gran número de investigadores a mostrar un especial interés por el control difuso basado en modelos, en diferentes áreas de la ingeniería [57–59]. Específicamente, ésta técnica difusa consiste en la combinación de los métodos de análisis de la teoría de control convencional, basados en el modelo del sistema, con la teoría difusa, estrategia que ha logrado convertirse en una solución para complejos diseños de control no lineal. El enfoque difuso basado en modelos comienza con la construcción del correspondiente modelo difuso Takagi-Sugeno (T-S) del sistema no lineal [57]. Esta representación difusa T-S es descrita por reglas IF-THEN las cuales representan relaciones entrada-salida lineales de la planta no lineal. Una vez las reglas difusas son obtenidas con submodelos lineales, se obtiene el diseño del control utilizando la técnica conocida como Compensación Distribuida Paralela (CDP), en donde cada regla de control se diseña a partir de la correspondiente regla del modelo difuso T-S [58]. El análisis de estabilidad es llevado a cabo usando funciones de Lyapunov sobre el sistema en lazo cerrado, las cuales son formuladas dentro de desigualdades matriciales lineales (LMIs).

En el campo de los convertidores conmutados de CC/CC, las primeras referencias se

encuentran en los trabajos de Kuang et al. en [60] y Lan et al. en [61]. En [60], Kuang et al. proponen un controlador difuso T-S integral basado en LMIs para la regulación voltaje de un convertidor conmutado básico buck y un convertidor conmutado buck de transición de voltaje cero (ZVT), el cual garantiza estabilidad exponencial en un amplio dominio de operación. Mediante prototipos experimentales Kuang et al. demuestran una buena similitud con las predicciones teóricas. Posteriormente en [61], Lan et al. presentan una metodología de diseño de control difuso para un convertidor conmutado boost asegurando estabilidad de gran señal. Concretamente, mediante la teoría de Lyapunov adoptan condiciones suficientes de estabilidad formuladas en términos de LMIs considerando incertidumbre en los parámetros. Además proponen condiciones de relajación en las funciones de pertenencia con el fin de aliviar el conservatismo¹ del enfoque propuesto. Sin embargo, este trabajo no describe ningún prototipo experimental y solo verifica la efectividad del método propuesto para un convertidor boost mediante simulaciones.

De acuerdo a las referencias mencionadas anteriormente, vale la pena notar que este enfoque de control difuso en el campo de los convertidores conmutados se encuentra todavía en una etapa incipiente. Puesto que aún, son pocos los trabajos reportados en la literatura que presentan desarrollo de prototipos experimentales en la aplicación del control difuso basado en modelos. Además, éste método de control puede ser usado en diferentes convertidores de fase no mínima y de orden superior bajo diferentes requerimientos de diseño, puesto que todavía se encuentran aspectos importantes por investigar.

1.3. Objetivos y estructura de la tesis

El objetivo principal de esta tesis es analizar, diseñar e implementar analógicamente estrategias de control robusto utilizando desigualdades matriciales lineales en el mejoramiento de la dinámica de los convertidores conmutados de CC/CC. En la consecución de dicho objetivo se tendrán en cuenta los antecedentes previamente descritos. La tesis se organiza de la siguiente forma.

El capítulo 2 revisa los aspectos básicos del control LMI entre ellos, la definición del con-

¹Un enfoque con alto grado de conservatismo limita el desempeño del sistema provocando comportamientos no deseados.

cepto de LMI, el cual será usado para el diseño de controladores robustos de los convertidores conmutados de CC/CC. También, se enuncian lemas importantes, como el complemento de Schur, los cuales se utilizan en la formulación de problemas de control mediante LMIs. Luego, se describe la formulación de los requerimientos de diseño a utilizar en los controladores robustos, tales como: rechazo a perturbaciones, localización de polos en lazo cerrado y limitación en el esfuerzo de control. Dichos requerimientos tendrán las incertidumbres mediante una representación politópica. Además, se mostrará un ejemplo de diseño de un controlador LMI para un convertidor conmutado básico. Este capítulo no representa en sí, una contribución destacable de esta tesis, pero los conceptos de diseño LMIs presentados en él serán utilizados en los capítulos posteriores, donde se extenderá la metodología a convertidores con más de una entrada, o para tener en cuenta los términos bilineales.

El capítulo 3 presenta el diseño de controladores robustos LMIs para la regulación de voltaje de convertidores conmutados de CC/CC de orden superior. Específicamente, el objetivo de éste capítulo es adaptar el método LMI para el control por realimentación de variables de estados de convertidores de CC/CC en cascada, asegurando el cumplimiento de requerimientos de diseño en estabilidad, ubicación de los polos en lazo cerrado y esfuerzo de control, como a su vez maximizando el nivel de rechazo a perturbaciones. En particular, se presenta dos controladores robustos para convertidores de dos etapas en cascada. El primer controlador consiste de un controlador monovariante, el cual proporciona la misma señal de control para los dos interruptores del convertidor. Mientras que el segundo controlador que es multivariante, entrega dos señales de control independientes para cada interruptor. Ambos controladores tienen en cuenta incertidumbre en los parámetros modelados mediante representación politópica. Gracias al desarrollo de las herramientas computacionales y técnicas de optimización, estas estrategias de control pueden ser de gran interés en otras topologías de orden superior con simples ó múltiples entradas y comportamiento dinámicos complejos, ya que permiten a diferencia de un control clásico asegurar un elevado conjunto de prestaciones simultáneamente.

El capítulo 4 describe un enfoque de diseño de controladores difusos para la regulación de voltaje de salida de convertidores básicos de CC/CC. Dicho enfoque expresa mediante LMI las reglas difusas basadas en modelos [57]. En un control difuso basado en modelos, las

reglas difusas tienen en cuenta la representación dinámica de la planta, a diferencia de un control difuso tipo Mamdani donde las reglas son heurísticas. En este capítulo se diseñan las leyes de control por realimentación de estado que garantizan de una manera robusta las prestaciones deseadas. El análisis de estabilidad y las especificaciones de funcionamiento, específicamente: "la tasa de decaimiento, el tiempo de establecimiento, el amortiguamiento, el rechazo a perturbaciones y el esfuerzo de control", se formulan mediante LMIs. En este capítulo se compara este enfoque en el campo de los convertidores conmutados frente a los controladores LMI no difusos. Una de las ventajas, a priori, de la estrategia de control difusa basada en modelos se encuentra en que, puede garantizar la estabilidad y unas determinadas prestaciones en un rango de operación mucho más amplio alrededor del punto de equilibrio. El capítulo comienza con la construcción del modelo Takagi-Sugeno de los convertidores conmutados, el cual es derivado a partir de su correspondiente modelo bilineal. Luego, con la ayuda de la técnica compensación distribuida paralela y bajo condiciones de diseño LMIs se deducen los controladores difusos.

Finalmente, El capítulo 5 presenta las conclusiones de la tesis y las futuras líneas de investigación sugeridas.

1.4. Modelado de convertidores conmutados de CC/CC

En esta sección se presentan los modelos promediados, bilineales y lineales de los convertidores conmutados utilizados en esta tesis. En primer lugar, describiremos el proceso básico del modelado dinámico de los convertidores mediante la representación en el espacio de estado. Posteriormente, mediante la técnica de promediación en el espacio de estado se aproximará la dinámica de los convertidores desestimando el rizado de conmutación y, finalmente a partir de la dinámica promediada se obtendrán los modelos bilineales y lineales considerando variaciones lentas en las variables de estado y ciclo de trabajo. En todos los casos, los modelos se verifican mediante simulaciones exactas.

1.4.1. Modelado en el espacio de estado

La representación en el espacio de estado brinda un modo compacto y conveniente para el modelamiento de los sistemas físicos incluyendo los convertidores conmutados. Esta representación describe los sistemas dinámicos mediante un conjunto de ecuaciones diferenciales ordinarias de primer orden en variables de estado, cuya solución se puede considerar como una trayectoria en el espacio [23]. Entre las ventajas más significantes de este método, cabe mencionar la capacidad de ser aplicable a sistemas: multivariantes, no lineales y con parámetros variantes e invariantes en el tiempo. Además, es de gran utilidad para analizar y estudiar mediante simulaciones los comportamientos en régimen permanente y transitorio de los sistemas dinámicos.

El modelado de los convertidores conmutados en general, se encuentra constituido por etapas de potencia lineales a tramos, derivadas de los estados de los elementos conmutadores que los conforman. Cada estado de operación obtenido por una acción de conmutación durante un período constante T_s , puede ser representado por la forma general del modelo en el espacio de estado dada por la ecuación [23]:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) &= C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) &= C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (1.1)$$

donde $x(t)$ es el vector de las variables de estado $\in \mathbb{R}^n$, $w(t)$ es el vector de entradas de perturbación $\in \mathbb{R}^l$, $u(t)$ es el vector de entradas $\in \mathbb{R}^m$, $z(t)$ es el vector de salidas controladas $\in \mathbb{R}^q$ y $y(t)$ es el vector de salidas medibles $\in \mathbb{R}^r$. Las dimensiones del sistema de matrices se definen como: $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_w \in \mathbb{R}^{n \times l}$, $B_u \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_z \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $D_{zw} \in \mathbb{R}^{q \times l}$, $D_{zu} \in \mathbb{R}^{q \times m}$, $C_y \in \mathbb{R}^{r \times n}$, $D_{yw} \in \mathbb{R}^{r \times l}$, $D_{yu} \in \mathbb{R}^{r \times m}$. Para esta sección, el vector de las salidas controladas $z(t)$ no es de interés.

Para el caso de un convertidor con un solo conmutador trabajando en MCC, las ecua-

ciones en el espacio de estado que describen el comportamiento dinámico son las siguientes

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1x(t) + B_{w_1}w(t) \\ y(t) = C_{y_1}x(t) + D_{yw_1}w(t) \end{cases} \quad \text{para } 0 \leq t \leq T_{on} \text{ donde } u = 1 \quad (1.2)$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_2x(t) + B_{w_2}w(t) \\ y(t) = C_{y_2}x(t) + D_{yw_2}w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{on} \leq t \leq T_s \text{ donde } u = 0$$

donde cada modo de operación obedece al encendido (on) y al apagado (off) del conmutador durante un tiempo T_{on} y T_{off} , respectivamente. Este conjunto de ecuaciones cambiantes son manejadas por una señal binaria $u(t)$, la cual es controlada por un modulador por ancho de pulso (PWM), cuyo período de conmutación T_s es igual a la suma de T_{on} y T_{off} , tal como se muestra en la Figura 1-3. En consecuencia, la ecuación (1.2) puede ser expresada en forma compacta en términos de la señal binaria $u(t)$, como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_1x(t) + B_{w_1}w(t)]u(t) + [A_2x(t) + B_{w_2}w(t)](1 - u(t)) \\ y(t) = [C_{y_1}x(t) + D_{yw_1}w(t)]u(t) + [C_{y_2}x(t) + D_{yw_2}w(t)](1 - u(t)) \end{cases} \quad (1.3)$$

Ésta representación obedece al modelo conmutado en el espacio de estado de un convertidor de CC/CC con un solo conmutador.

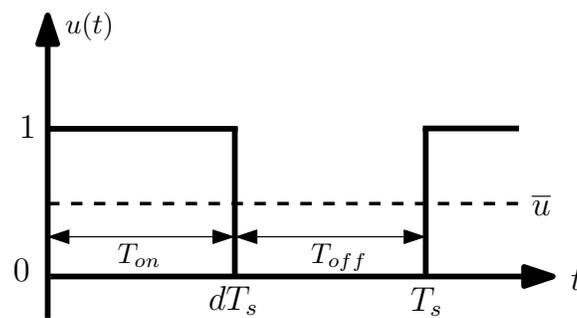


Figura 1-3: Forma de onda del vector de entrada $u(t)$ durante un período T_s

La fracción de tiempo en el cual el conmutador permanece en la posición de encendido (on) durante un período respecto a la duración del periodo T_s , se conoce como el ciclo de

trabajo d , el cual matemáticamente se expresa a continuación, así como su complementario:

$$d = \frac{T_{on}}{T_s} \quad d' = \frac{T_{off}}{T_s} = 1 - d \quad (1.4)$$

A continuación, se describirá el proceso básico del modelado promediado en el espacio de estado de los convertidores conmutados PWM.

1.4.2. Modelado promediado en el espacio de estado

En el campo de la electrónica de potencia, la representación en el espacio de estado y la técnica de promediación, han sido enfoques dominantes para el análisis y control de convertidores conmutados [1]. La unificación de estas dos principales técnicas ha permitido describir aproximadamente las etapas de potencia de los convertidores conmutados mediante la representación de un simple modelo equivalente. Este tratamiento unificado denominado modelamiento promediado en el espacio de estado, a diferencia de otras técnicas de aproximación, presenta la simplicidad y disponibilidad de herramientas adecuadas para la simulación y utilización de métodos de diseño de control [6].

El método promediado en el espacio de estado proporciona un modelo de baja frecuencia del comportamiento dinámico del convertidor, desestimando el rizado de conmutación y cualquier otra dinámica rápida. Sin embargo, ésta técnica permite obtener información adecuada acerca de la operación en estado estable y estabilidad del correspondiente punto de equilibrio del convertidor. Además, el modelo permite realizar el seguimiento de cambios en las variables de estado, cambios en las entradas de control y estudios de robustez ante la variación de los parámetros de los componentes.

El comportamiento conmutado de los convertidores de CC/CC, se puede aproximar por un modelo promediado en el espacio de estado, siempre y cuando el período de conmutación sea constante y suficientemente pequeño comparado con las constantes de tiempo de los circuitos en cada modo de operación [6]. De esta manera, para el caso del modelo conmutado de la ecuación (1.3), la dinámica promediada en el espacio de estado se obtiene reemplazando la señal binaria $u(t)$ por su respectivo ciclo de trabajo $d(t)$ y las variables de estado por sus valores promedios durante un período de conmutación T_s . Por tanto, el resultado de éste

proceso de promediación es escrito como

$$\begin{cases} \dot{\bar{x}}(t) = A\bar{x}(t) + B_w\bar{w}(t) \\ \bar{y}(t) = C_y\bar{x}(t) + D_{yw}\bar{w}(t) \end{cases} \quad (1.5)$$

donde $\bar{x}(t)$ es el vector de estado promediado, $\bar{w}(t)$ el vector de perturbación promediado, $\bar{y}(t)$ el vector de salida promediado y A , B_w , C_y y D_{yw} son las matrices equivalentes del promediado del sistema conmutado, las cuales se definen como

$$\begin{aligned} A &= A_1d + A_2d' & B_w &= B_{w_1}d + B_{w_2}d' \\ C_y &= C_{y_1}d + C_{y_2}d' & D_{yw} &= D_{yw_1}d + D_{yw_2}d' \end{aligned} \quad (1.6)$$

En la siguiente subsección, a partir del modelo promediado se obtendrán los modelos bilineales y lineales considerando variaciones lentas en las variables de estado, entradas de perturbación, salidas del convertidor y ciclo de trabajo.

1.4.3. Modelado en pequeña señal y régimen estacionario

A partir del modelo promediado en el espacio de estado de la ecuación (1.5), se puede obtener el modelo linealizado del convertidor conmutado considerando pequeñas variaciones, es decir:

$$\begin{aligned} \bar{x}(t) &= X + \tilde{x}(t) \\ \bar{w}(t) &= W + \tilde{w}(t) \\ d(t) &= D + \tilde{d}(t) \\ \bar{y}(t) &= Y + \tilde{y}(t) \end{aligned} \quad (1.7)$$

donde X , W , D y Y representan los valores en régimen estacionario y \tilde{x} , \tilde{w} , \tilde{d} y \tilde{y} representan las variaciones incrementales sobre el punto de equilibrio del vector de estado, vector de perturbación, ciclo de trabajo y vector de salida, respectivamente.

Con el fin de obtener el modelo dinámico en pequeña señal y el valor del vector de estado en régimen estacionario, se sustituye la ecuación (1.7) dentro de la ecuación (1.5), el cual

produce:

$$\left\{ \begin{array}{l} \frac{d}{dt}(X + \tilde{x}) = [A_2 + (A_1 - A_2)(D + \tilde{d})](X + \tilde{x}) + [B_{w_2} + (B_{w_1} - B_{w_2})(D + \tilde{d})](W + \tilde{w}) \\ (Y + \tilde{y}) = [C_{y_2} + (C_{y_1} - C_{y_2})(D + \tilde{d})](X + \tilde{x}) + [D_{yw_2} + (D_{yw_1} - D_{yw_2})(D + \tilde{d})](W + \tilde{w}) \end{array} \right. \quad (1.8)$$

De esta manera, separando la parte de régimen estacionario y la parte incremental, la ecuación (1.8) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\begin{aligned} \tilde{x} &= [A_2 + (A_1 - A_2)D]\tilde{x} + [A_1 - A_2]\tilde{x}\tilde{d} + [(A_1 - A_2)X + (B_{w_1} - B_{w_2})W]\tilde{d} + \\ &\quad + [B_{w_2} + (B_{w_1} - B_{w_2})D]\tilde{w} + (B_{w_1} - B_{w_2})\tilde{w}\tilde{d} \end{aligned} \quad (1.9)$$

$$0 = [A_2 + (A_1 - A_2)D]X + [B_{w_2} + (B_{w_1} - B_{w_2})D]W \quad (1.10)$$

$$\begin{aligned} \tilde{y} &= [C_{y_2} + (C_{y_1} - C_{y_2})D]\tilde{x} + [C_{y_1} - C_{y_2}]\tilde{x}\tilde{d} + [(C_{y_1} - C_{y_2})X + (D_{yw_1} - D_{yw_2})W]\tilde{d} + \\ &\quad + [D_{yw_2} + (D_{yw_1} - D_{yw_2})D]\tilde{w} + (D_{yw_1} - D_{yw_2})\tilde{w}\tilde{d} \end{aligned} \quad (1.11)$$

$$Y = [C_{y_2} + (C_{y_1} - C_{y_2})D]X + [D_{yw_2} + (D_{yw_1} - D_{yw_2})D]W \quad (1.12)$$

siendo las representaciones de las ecuaciones (1.9) y (1.11) el modelo bilineal incremental del modelo promediado (1.5). A partir de (1.10), se obtendrá el valor del vector de estado en régimen estacionario, el cual es dado por:

$$X = -[A_2 + (A_1 - A_2)D]^{-1}[B_{w_2} + (B_{w_1} - B_{w_2})D]W \quad (1.13)$$

Con el propósito de aproximar el modelo de pequeña señal, se considera que los valores incrementales son insignificantes en comparación con los valores en régimen estacionario, es decir:

$$\frac{\tilde{x}}{X} \ll 1 \quad \frac{\tilde{d}}{D} \ll 1 \quad (1.14)$$

Por lo tanto, utilizando la aproximación (1.14), se desprecia el término bilineal $\tilde{x}\tilde{d}$ de las ecuaciones (1.9) y (1.11), obteniéndose de esta forma el modelo lineal del convertidor de

CC/CC con un solo conmutador, el cual corresponde con la siguiente expresión

$$\begin{cases} \tilde{x}(t) &= A\tilde{x}(t) + B_w\tilde{w}(t) + B_u\tilde{d}(t) \\ \tilde{y}(t) &= C_y\tilde{x}(t) + D_{yw}\tilde{w}(t) + D_{yd}\tilde{d}(t) \end{cases} \quad (1.15)$$

donde

$$\begin{aligned} A &= [A_2 + (A_1 - A_2) D] & B_w &= [B_{w_2} + (B_{w_1} - B_{w_2}) D] \\ B_u &= [(A_1 - A_2) X + (B_{w_1} - B_{w_2}) W] & C_y &= [C_{y_2} + (C_{y_1} - C_{y_2}) D] \\ D_{yw} &= [D_{yw_2} + (D_{yw_1} - D_{yw_2}) D] & D_{yd} &= [(C_{y_1} - C_{y_2}) X + (D_{yw_1} - D_{yw_2}) W] \end{aligned}$$

Dicha expresión representa el modelo de pequeña señal del convertidor conmutado de CC/CC trabajando en MCC.

1.4.4. Modelos de convertidores conmutados de CC/CC básicos

En esta subsección se presentan los modelos promediados y linealizados de los convertidores conmutados buck, boost y buck-boost trabajando en MCC, considerando las resistencias parásitas del inductor, condensador e interruptor suficientemente pequeñas. A partir de los circuitos esquemáticos de los convertidores en cada modo de operación y con la ayuda de las leyes de Kirchhoff's se obtienen las expresiones dinámicas promediadas en espacio de estado para cada convertidor. Luego, basado en el modelo promediado y considerando pequeñas variaciones en las variables de estado, entradas de perturbación, salidas del convertidor y ciclo de trabajo, se determina fácilmente los modelos de pequeña señal. Finalmente, mediante el uso de simulaciones adecuadas se verifican la validez de los modelos.

Modelo del convertidor buck

En la Figura 1-4 se muestra el circuito esquemático de un convertidor reductor (buck), donde $v_g(t)$ es el voltaje de entrada, $i_o(t)$ es la perturbación de corriente de carga y $v_o(t)$ es el voltaje de salida. La resistencia R modela la carga del convertidor, mientras L y C representan los valores de inductancia y capacitancia, respectivamente. En las Figuras 1-5 y 1-6 se muestran los circuitos correspondientes a las posiciones T_{on} ($u = 1$) y T_{off} ($u = 0$).

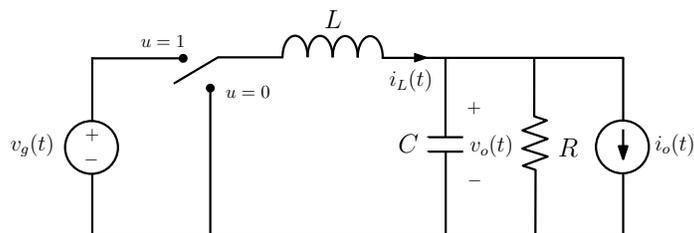


Figura 1-4: Circuito esquemático de un convertidor buck

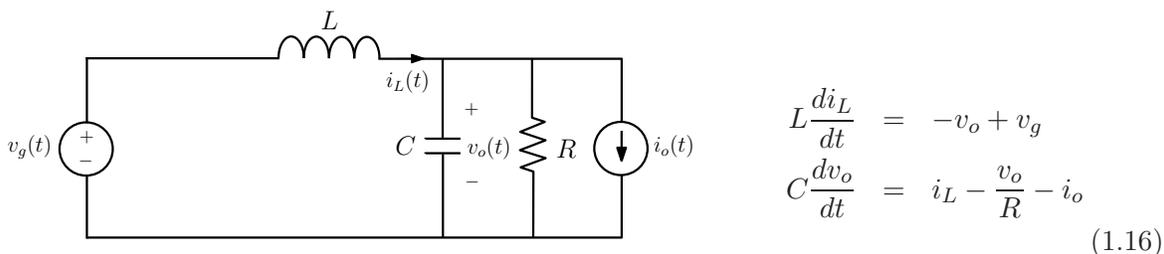


Figura 1-5: Convertidor buck durante T_{on}

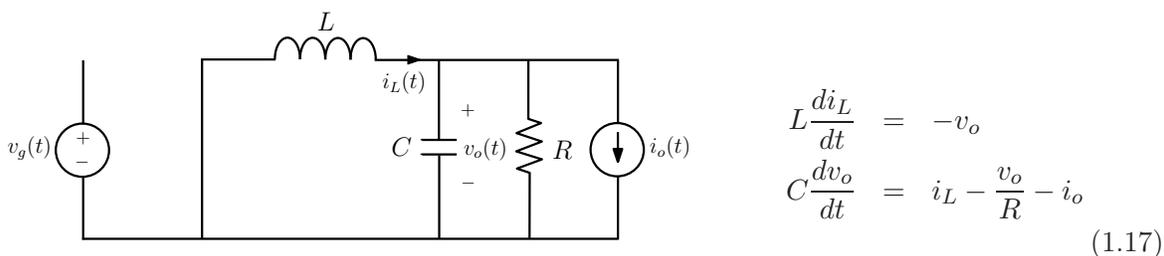


Figura 1-6: Convertidor buck durante T_{off}

Las ecuaciones diferenciales (1.16) y (1.17) describen el comportamiento dinámico del convertidor durante T_{on} y T_{off} respectivamente, el cual pueden ser escritas en forma del espacio de estado de la siguiente forma

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_{w_1} w(t) \\ y(t) = C_{y_1} x(t) + D_{y_{w_1}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{on} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_{w_2} w(t) \\ y(t) = C_{y_2} x(t) + D_{y_{w_2}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{off} \quad (1.18)$$

donde $x(t)$ es el vector de las variables de estado, $w(t)$ el vector de las entradas de perturbación y $y(t)$ la salida del convertidor.

$$\begin{aligned}
 x(t) &= \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} & w(t) &= \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_o(t) \end{bmatrix} & y(t) &= v_o(t) \\
 A_1 = A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_{w_1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} & B_{w_2} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} & C_{y_1} = C_{y_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \\
 D_{yw_1} &= [0] & D_{yw_2} &= [0]
 \end{aligned} \tag{1.19}$$

El vector de estado $x(t)$ consiste de la corriente en el inductor $i_L(t)$ y el voltaje en el condensador $v_o(t)$. Por otra parte, se asume que el vector W en equilibrio sólo contiene el valor constante de la tensión de entrada, es decir

$$W = \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix} \tag{1.20}$$

Por lo tanto, a partir de la ecuación (1.13), el vector de estado en régimen estacionario del convertidor buck será:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g D}{R} \\ V_g D \end{bmatrix} \tag{1.21}$$

Efectivamente, basado en la ecuación (1.15) y teniendo en cuenta las expresiones (1.19) y (1.21), las matrices del modelo de pequeña señal del convertidor buck son

$$\begin{aligned}
 A &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_u &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L} \\ 0 \end{bmatrix} & B_w &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \\
 C_y &= \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} & D_{yw} &= [0] & D_{yd} &= [0]
 \end{aligned} \tag{1.22}$$

A continuación, mediante simulación realizada en SIMULINK se muestra una comparación del modelo promediado y del modelo conmutado.

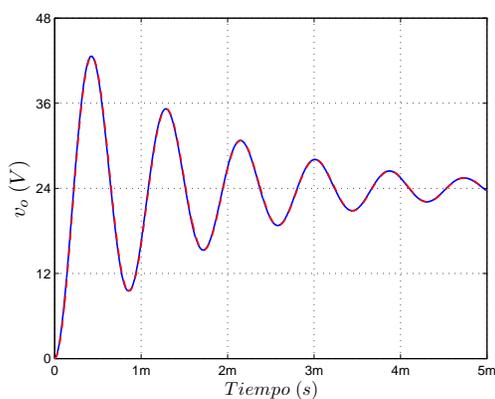
Simulación del convertidor buck

En este apartado se presenta la comparación del modelo promediado y el modelo conmutado durante un arranque del convertidor desde condiciones iniciales nulas. Los valores de los parámetros del convertidor que se han considerado se muestran en la Tabla 1.1.

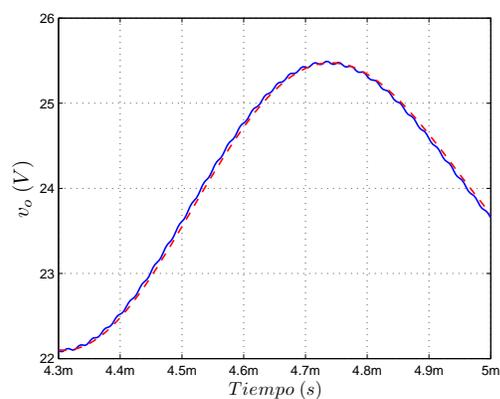
Tabla 1.1: Parámetros del convertidor buck

Parámetro	Valor
V_g	48 V
$v_o(V_{ref})$	24 V
L	110 μH
C	170 μF
R	5 Ω
D	0.5
T_s	10 μs

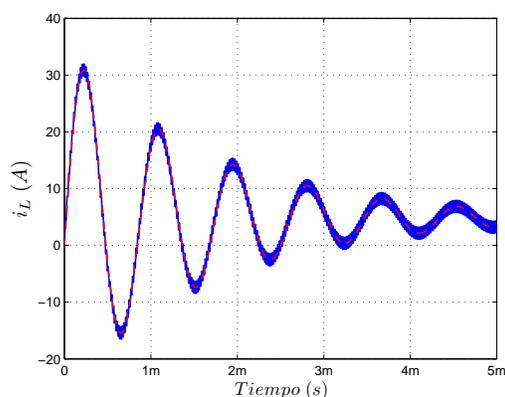
La Figura 1-7 muestra la respuesta transitoria del voltaje de salida $v_o(t)$ y la corriente en el inductor $i_L(t)$ durante el arranque del convertidor. Puede observarse que los dos modelos simulados presentan una correcta concordancia entre ellos.



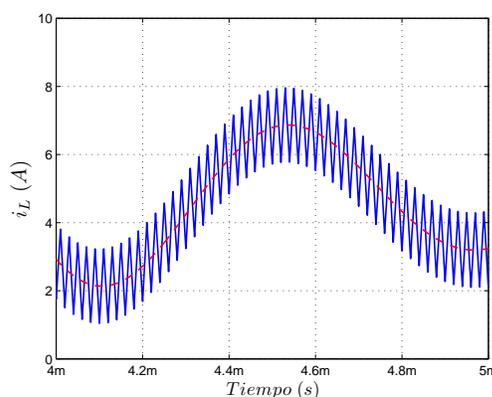
(a) Voltaje $v_o(t)$



(b) Detalle del voltaje $v_o(t)$



(c) Corriente $i_L(t)$



(d) Detalle de la corriente $i_L(t)$

Figura 1-7: Simulación en lazo abierto de las variables de estado del convertidor buck utilizando un modelo promediado y conmutado

En el siguiente apartado se presenta el modelo del convertidor conmutado boost.

Modelo del convertidor boost

El mismo procedimiento utilizado para obtener el modelo promediado y linealizado del apartado anterior, se aplica al convertidor conmutado boost. Este circuito de potencia eleva y regula el voltaje de salida $v_o(t)$ de una fuente de voltaje primaria $v_g(t)$. La Figura 1-8 muestra el circuito esquemático de un convertidor boost.

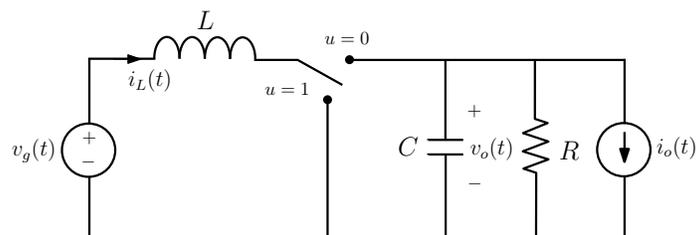
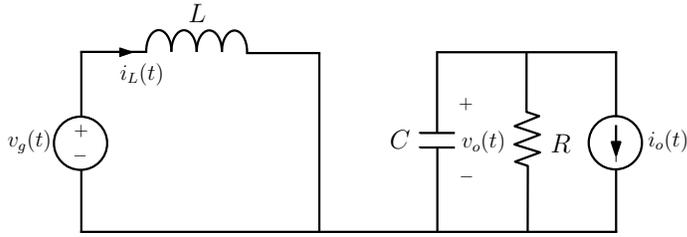


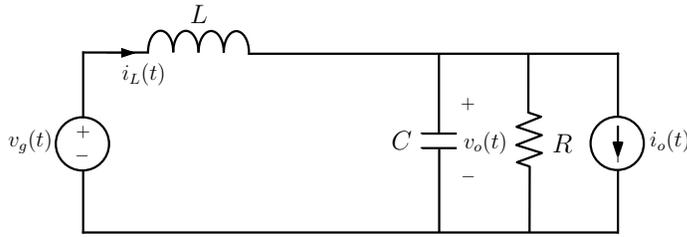
Figura 1-8: Circuito esquemático de un convertidor boost

Los circuitos correspondientes a las posiciones T_{on} y T_{off} se muestran en las Figuras 1-10 y 1-9, respectivamente.



$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} &= v_g \\ C \frac{dv_o}{dt} &= -\frac{v_o}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.23)$$

Figura 1-9: Convertidor boost durante T_{off}



$$\begin{aligned} L \frac{di_L}{dt} &= -v_o + v_g \\ C \frac{dv_o}{dt} &= i_L - \frac{v_o}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.24)$$

Figura 1-10: Convertidor boost durante T_{on}

Las expresiones dinámicas (1.24) y (1.23) del convertidor boost, pueden ser representados al igual que en (1.18) como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_{w_1} w(t) \\ y(t) = C_{y_1} x(t) + D_{y_{w_1}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{on} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_{w_2} w(t) \\ y(t) = C_{y_2} x(t) + D_{y_{w_2}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{off} \quad (1.25)$$

donde

$$\begin{aligned} x(t) &= \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} & w(t) &= \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_o(t) \end{bmatrix} & y(t) &= v_o(t) \\ A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L} \\ \frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_{w_1} = B_{w_2} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} & C_{y_1} = C_{y_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \\ D_{y_{w_1}} &= [0] & D_{y_{w_2}} &= [0] \end{aligned} \quad (1.26)$$

Del mismo modo que en el apartado anterior, se asume que el vector de perturbación sólo contiene el valor constante de la tensión de entrada, por lo tanto a partir de la ecuación

(1.13), el vector de estado en régimen estacionario del convertidor boost será:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'^2 R} \\ \frac{V_g}{D'} \end{bmatrix} \quad (1.27)$$

donde $D' = 1 - D$ es el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario.

Basados en (1.26) y en (1.27), las matrices del modelo de pequeña señal del convertidor boost son

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D' L} \\ -\frac{V_g}{D'^2 RC} \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad (1.28)$$

$$C_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{yw} = [0] \quad D_{yd} = [0]$$

En el siguiente apartado se realiza una comparación entre el modelo promediado y el modelo conmutado del convertidor boost.

Simulación del convertidor boost

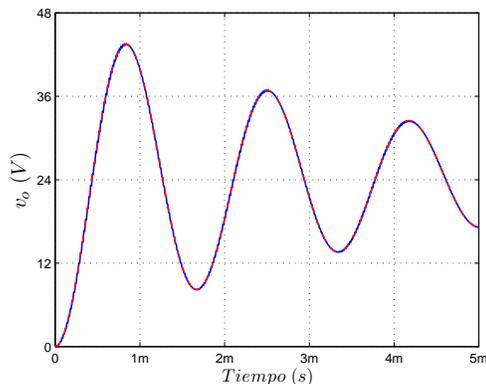
En este apartado se muestra unas gráficas comparativas del modelo promediado y del modelo conmutado del convertidor boost simulados mediante SIMULINK. Los valores de los parámetros considerados del convertidor se muestran en la Tabla 1.2.

Tabla 1.2: Parámetros del convertidor boost

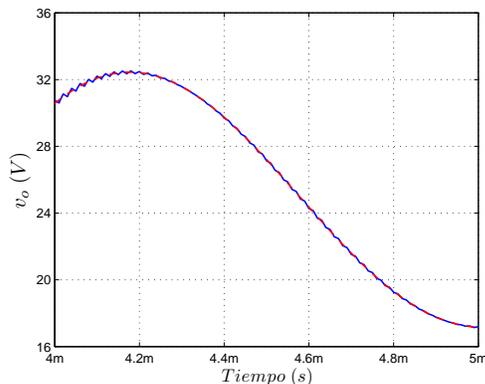
Parámetro	Valor
V_g	12 V
$v_o(V_{ref})$	24 V
L	88 μH
C	200 μF
R	10 Ω
D'	0.5
T_s	10 μs

La Figura 1-11 ilustra la simulación transitoria del convertidor boost durante el arranque. Dicha figura muestra el voltaje de salida $v_o(t)$ y la corriente en el inductor $i_L(t)$. Al igual que en el caso del convertidor buck, la comparación entre el modelo promediado y el modelo

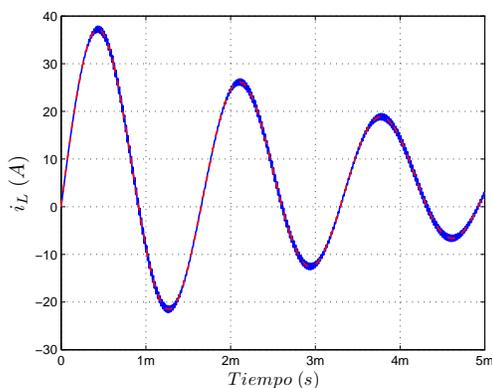
conmutado presenta una correcta concordancia.



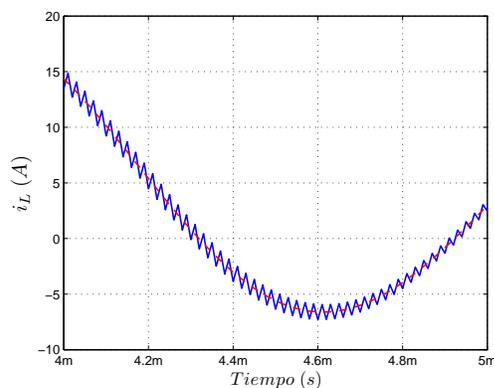
(a) Voltaje $v_o(t)$



(b) Detalle del voltaje $v_o(t)$



(c) Corriente $i_L(t)$



(d) Detalle de la corriente $i_L(t)$

Figura 1-11: Simulación en lazo abierto de las variables de estado del convertidor boost utilizando un modelo promediado y conmutado

A continuación se presenta el modelo del convertidor conmutado buck-boost.

Modelo del convertidor buck-boost

La Figura 1-12 muestra un convertidor reductor-elevador (buck-boost), el cual es un circuito de potencia que reduce ó eleva el voltaje de salida $v_o(t)$ de una fuente de voltaje primaria $v_g(t)$. En las Figuras 1-13 y 1-14 se muestran los circuitos correspondientes a las posiciones T_{on} y T_{off} respectivamente.

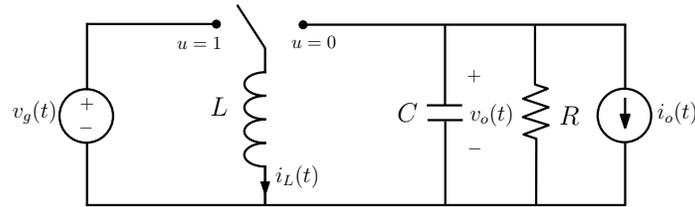


Figura 1-12: Circuito esquemático de un convertidor buck-boost

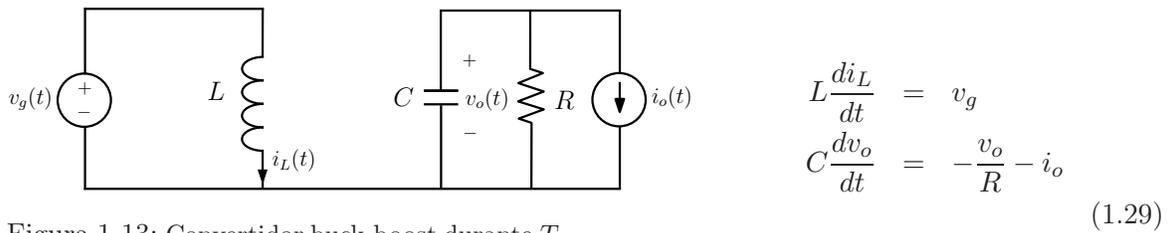


Figura 1-13: Convertidor buck-boost durante T_{on}

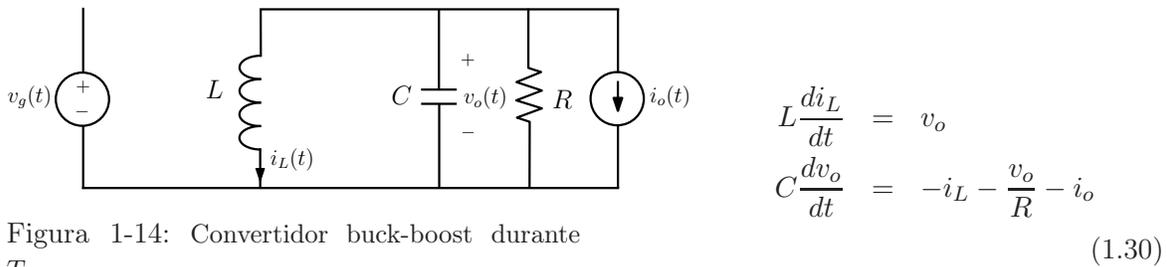


Figura 1-14: Convertidor buck-boost durante T_{off}

El comportamiento del convertidor buck-boost durante T_{on} y T_{off} representados por las ecuaciones (1.29) y (1.30), puede ser expresado de la siguiente forma

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_{w_1} w(t) \\ y(t) = C_{y_1} x(t) + D_{y_{w_1}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{on} \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_{w_2} w(t) \\ y(t) = C_{y_2} x(t) + D_{y_{w_2}} w(t) \end{cases} \quad \text{para } T_{off} \quad (1.31)$$

donde

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_L(t) \\ v_o(t) \end{bmatrix} \quad w(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_o(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = v_o(t)$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad A_2 = \begin{bmatrix} 0 & \frac{1}{L} \\ -\frac{1}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_{w_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad B_{w_2} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix}$$

$$C_{y_1} = C_{y_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \quad D_{yw_1} = [0] \quad D_{yw_2} = [0] \quad (1.32)$$

Siguiendo la ecuación (1.13) y basado en (1.20), el vector de estado en régimen estacionario del convertidor buck-boost será:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g D}{R D'^2} \\ -\frac{V_g D}{D'} \end{bmatrix} \quad (1.33)$$

De esta manera teniendo en cuenta (1.32) y (1.33), las matrices del modelo de pequeña señal del convertidor buck-boost son

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{D'}{L} \\ -\frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D' L} \\ \frac{V_g D}{D'^2 RC} \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \quad (1.34)$$

$$C_y = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{yw} = [0] \quad D_{yd} = [0]$$

Del mismo que en los apartados anteriores, a continuación se realiza una comparación entre el modelo promediado y el modelo conmutado del convertidor buck-boost.

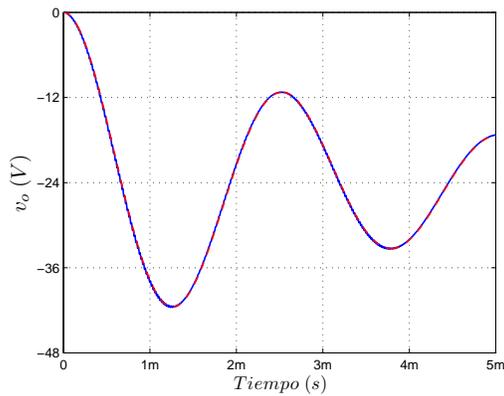
Simulación del convertidor buck-boost

La Figura 1-15 muestra unas gráficas comparativas del modelo promediado y del modelo conmutado del convertidor buck-boost durante el arranque. Dichas gráficas ilustran el voltaje de salida $v_o(t)$ y la corriente en el inductor $i_L(t)$ del convertidor. Los valores de los parámetros elegidos del convertidor se muestran en la Tabla 1.3. La comparación entre el modelo promediado y el modelo conmutado presenta una correcta concordancia.

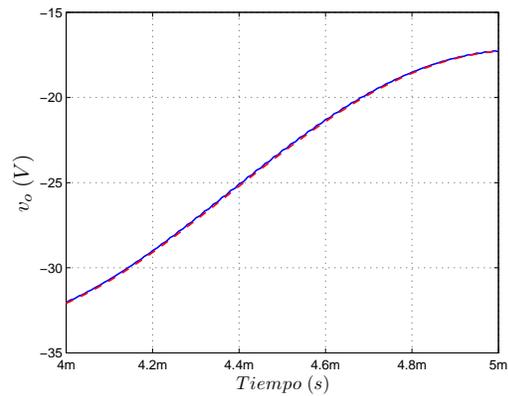
En la siguiente subsección se presentan los modelos de los convertidores conmutados de CC/CC buck y boost en cascada.

Tabla 1.3: Parámetros del convertidor buck-boost

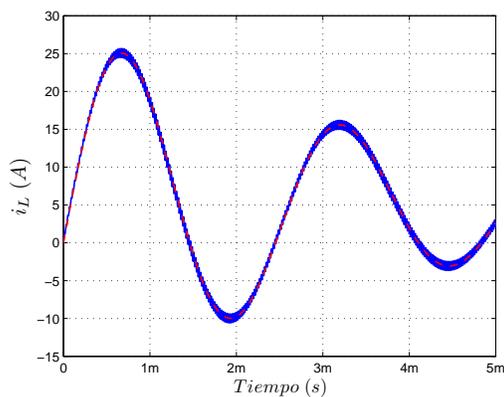
Parámetro	Valor
V_g	24 V
$v_o(V_{ref})$	-24 V
L	200 μH
C	200 μF
R	10 Ω
D'	0.5
T_s	10 μs



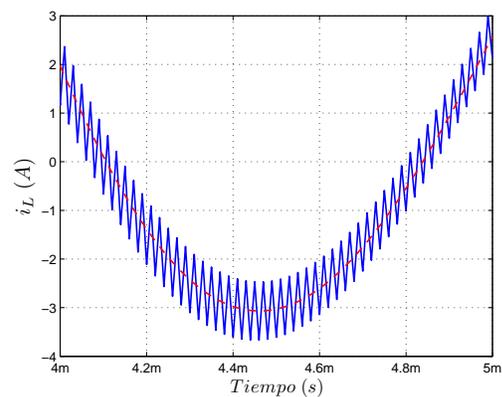
(a) Voltaje $v_o(t)$



(b) Detalle del voltaje $v_o(t)$



(c) Corriente $i_L(t)$



(d) Detalle de la corriente $i_L(t)$

Figura 1-15: Simulación en lazo abierto de las variables de estado del convertidor buck-boost utilizando un modelo promediado y conmutado

1.4.5. Modelo de convertidores conmutados de CC/CC en cascada

En esta subsección se presentan los modelos promediados y linealizados de los convertidores conmutados buck y boost en cascada trabajando en MCC. Al igual que en la subsección anterior, las resistencias parásitas del inductor, condensador e interruptor se consideran suficientemente pequeñas.

Modelo del convertidor buck-buck

En la Figura 1-16 se muestra el circuito esquemático de un convertidor buck en cascada, donde $v_g(t)$ es el voltaje de entrada, $i_o(t)$ es la perturbación de corriente de carga y $v_{o1}(t)$ y $v_{o2}(t)$ son los voltajes de salida. La resistencia R modela la carga del convertidor, mientras L_1, L_2 y C_1, C_2 representan los valores de las inductancias y capacitancias, respectivamente.

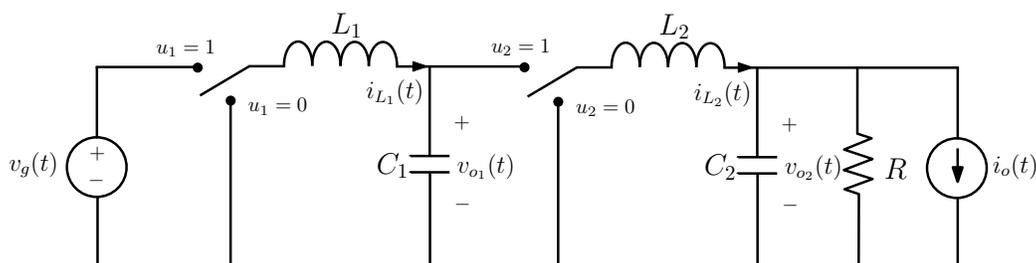


Figura 1-16: Circuito esquemático de un convertidor buck-buck

En las Figuras 1-17, 1-18, 1-19 y 1-20 se muestran los circuitos correspondientes a las posiciones de conmutación (T_{on}, T_{on}) , (T_{on}, T_{off}) , (T_{off}, T_{on}) y (T_{off}, T_{off}) respectivamente.

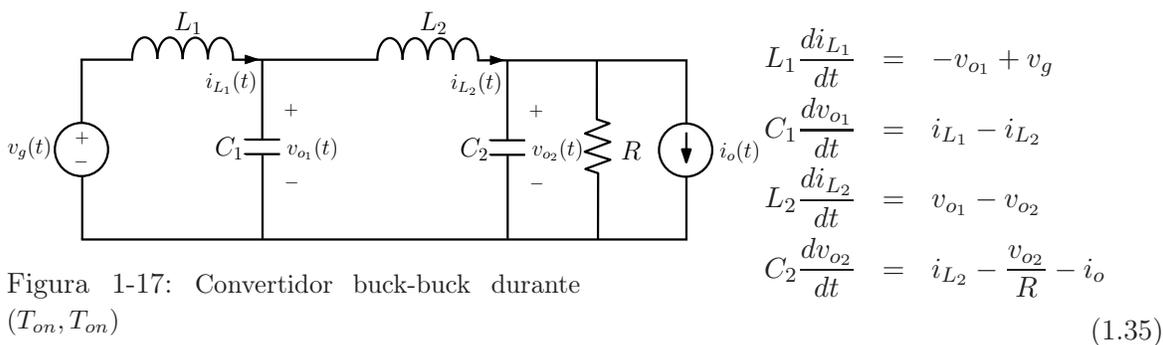


Figura 1-17: Convertidor buck-buck durante (T_{on}, T_{on})

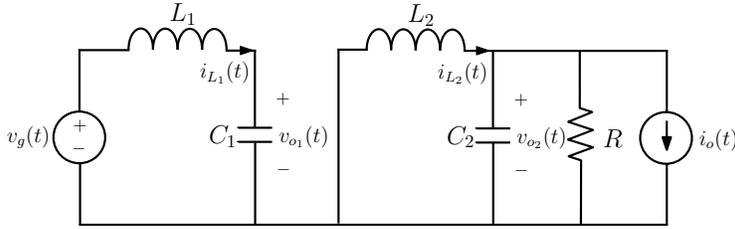


Figura 1-18: Convertidor buck-buck durante (T_{on}, T_{off})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -v_{o_1} + v_g \\ C_1 \frac{dv_{o_1}}{dt} &= i_{L_1} \\ L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} &= -v_{o_2} \\ C_2 \frac{dv_{o_2}}{dt} &= i_{L_2} - \frac{v_{o_2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.36)$$

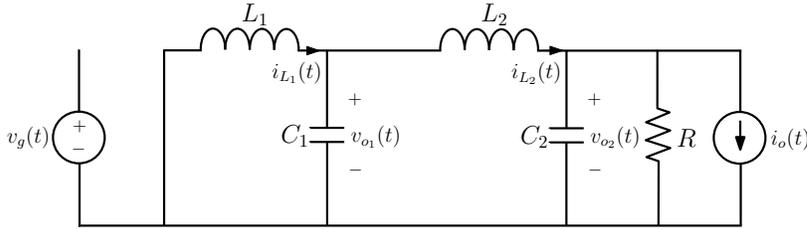


Figura 1-19: Convertidor buck-buck durante (T_{off}, T_{on})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -v_{o_1} \\ C_1 \frac{dv_{o_1}}{dt} &= i_{L_1} - i_{L_2} \\ L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} &= v_{o_1} - v_{o_2} \\ C_2 \frac{dv_{o_2}}{dt} &= i_{L_2} - \frac{v_{o_2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.37)$$

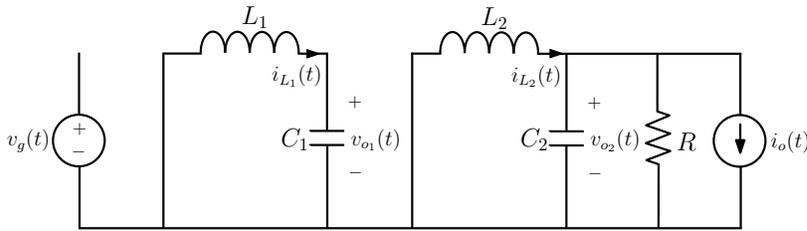


Figura 1-20: Convertidor buck-buck durante (T_{off}, T_{off})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L_1}}{dt} &= -v_{o_1} \\ C_1 \frac{dv_{o_1}}{dt} &= i_{L_1} \\ L_2 \frac{di_{L_2}}{dt} &= -v_{o_2} \\ C_2 \frac{dv_{o_2}}{dt} &= i_{L_2} - \frac{v_{o_2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.38)$$

Las ecuaciones diferenciales (1.35)-(1.38) describen el comportamiento dinámico del convertidor buck-buck, el cual pueden ser escritas en forma del espacio de estado de la siguiente manera

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_{w_1} w(t) \\ y(t) = C_{y_1} x(t) + D_{y w_1} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{on}, T_{on}) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_{w_2} w(t) \\ y(t) = C_{y_2} x(t) + D_{y w_2} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{on}, T_{off}) \\ \begin{cases} \dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_{w_3} w(t) \\ y(t) = C_{y_3} x(t) + D_{y w_3} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{off}, T_{on}) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_{w_4} w(t) \\ y(t) = C_{y_4} x(t) + D_{y w_4} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{off}, T_{off}) \end{cases} \quad (1.39)$$

donde

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{L_1}(t) \\ v_{o_1}(t) \\ i_{L_2}(t) \\ v_{o_2}(t) \end{bmatrix} \quad w(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_o(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} v_{o_1}(t) \\ v_{o_2}(t) \end{bmatrix}$$

$$\begin{aligned} A_1 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_1} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_1} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_1} &= [0] \\ \\ A_2 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_2} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_2} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_2} &= [0] \\ \\ A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_3} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_3} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_3} &= [0] \\ \\ A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_4} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_4} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_4} &= [0] \end{aligned} \tag{1.40}$$

En consecuencia, la expresión (1.39) puede ser compactada en términos de la señales binarias

$u_1(t)$ y $u_2(t)$, es decir:

$$\left\{ \begin{array}{l} \dot{x}(t) = [A_1x(t) + B_{w_1}w(t)]u_1(t)u_2(t) + [A_2x(t) + B_{w_2}w(t)]u_1(t)(1 - u_2(t)) + \\ \quad [A_3x(t) + B_{w_3}w(t)](1 - u_1(t))u_2(t) + [A_4x(t) + B_{w_4}w(t)](1 - u_1(t))(1 - u_2(t)) \\ y(t) = [C_{y_1}x(t) + D_{yw_1}w(t)]u_1(t)u_2(t) + [C_{y_2}x(t) + D_{yw_2}w(t)]u_1(t)(1 - u_2(t)) + \\ \quad [C_{y_3}x(t) + D_{yw_3}w(t)](1 - u_1(t))u_2(t) + [C_{y_4}x(t) + D_{yw_4}w(t)](1 - u_1(t))(1 - u_2(t)) \end{array} \right. \quad (1.41)$$

Este modelo conmutado, al igual que en (1.5), puede ser aproximado usando la técnica de promediación en el espacio de estado reemplazando las señales binarias $u_1(t)$ y $u_2(t)$ por sus respectivos ciclos de trabajo $d_1(t)$ y $d_2(t)$ y las variables de estado por sus correspondientes valores promedios durante el período de conmutación. Por lo tanto, sustituyendo (1.40) en la expresión (1.41), el resultado de este proceso de promediación puede ser escrito como:

$$\dot{\bar{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{d_2}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{d_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \bar{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{d_1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \bar{w}(t)$$

$$\bar{y}(t) = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 & 1 \end{bmatrix} \bar{x}(t) \quad (1.42)$$

De esta manera, siguiendo el mismo procedimiento de la subsección 1.4.3, el modelo de pequeña señal y el vector de estado en régimen estacionario del convertidor buck-buck será:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{D_2}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{D_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} & 0 \\ 0 & -\frac{V_g D_1 D_2}{RC_1} \\ 0 & \frac{V_g D_1}{L_2} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \tilde{d}(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \tilde{w}(t) \quad (1.43)$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1}(t) \\ \tilde{v}_{o_1}(t) \\ \tilde{i}_{L_2}(t) \\ \tilde{v}_{o_2}(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{d}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1(t) \\ \tilde{d}_2(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix}$$

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g D_1 D_2^2}{R} \\ V_g D_1 \\ \frac{V_g D_1 D_2}{R} \\ V_g D_1 D_2 \end{bmatrix} \quad (1.44)$$

En el siguiente apartado se muestra una comparación del modelo promediado y conmutado del convertidor buck-buck.

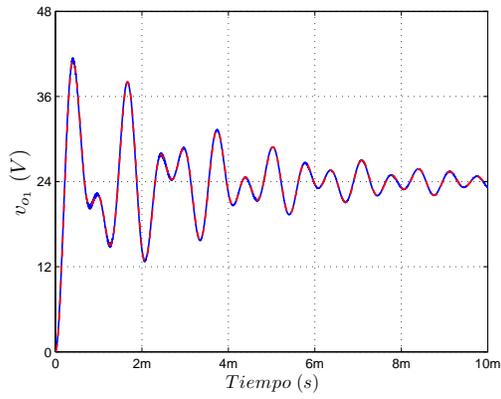
Simulación del convertidor buck-buck

En este apartado se presenta la comparación del modelo promediado y el modelo conmutado durante un arranque del convertidor buck-buck. Los valores de los parámetros del convertidor se muestran en la Tabla 1.4. La Figura 1-21 muestra la respuesta transitoria

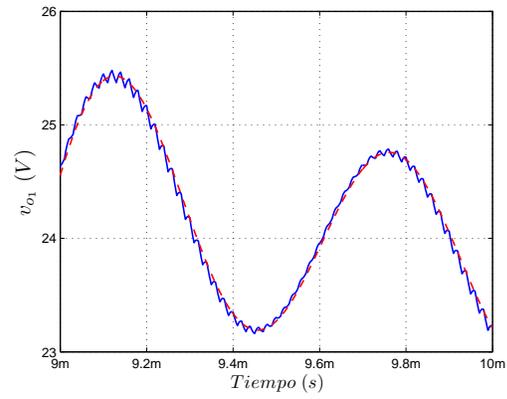
Tabla 1.4: Parámetros del convertidor buck-buck

Parámetro	Valor
V_g	48 V
$v_o(V_{ref})$	12 V
L_1, L_2	110 μH
C_1, C_2	170 μF
R	5 Ω
D'	0.5
T_s	10 μs

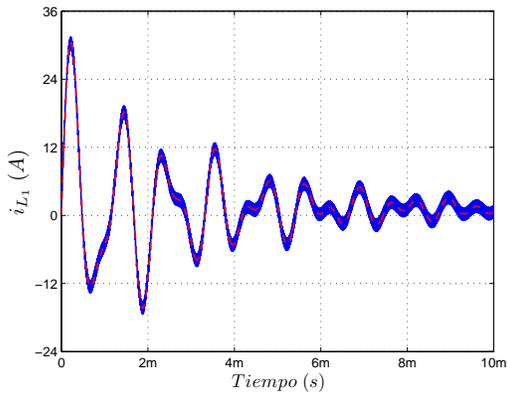
del convertidor buck-buck durante el arranque. Las formas de onda ilustradas en la figura corresponden a las corrientes de los inductores L_1 y L_2 y a los voltajes de los condensadores C_1 y C_2 .



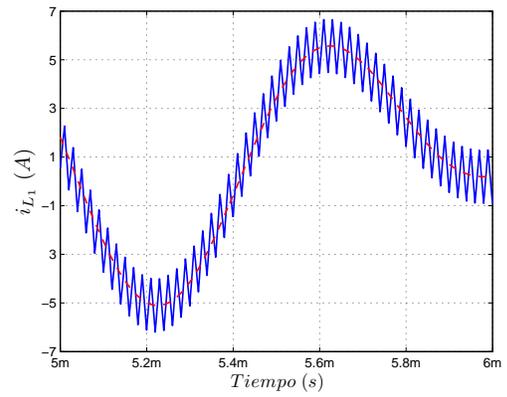
(a) Voltaje $v_{o1}(t)$



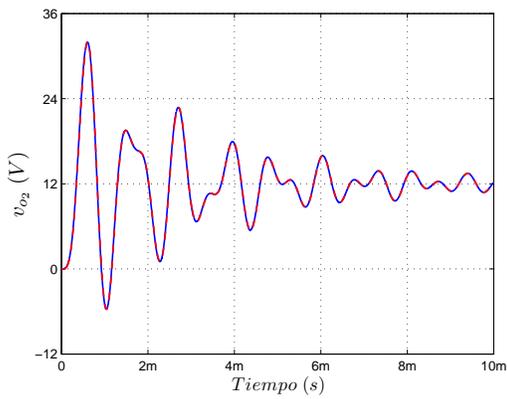
(b) Detalle del voltaje $v_{o1}(t)$



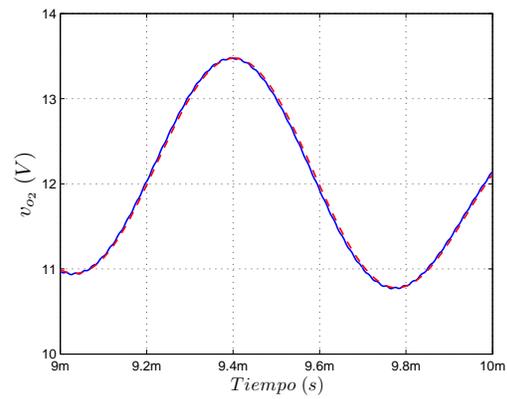
(c) Corriente $i_{L1}(t)$



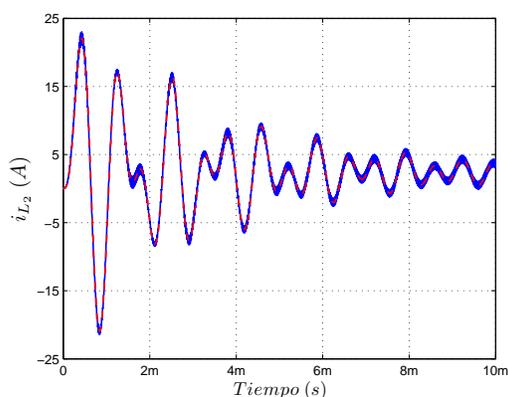
(d) Detalle de la corriente $i_{L1}(t)$



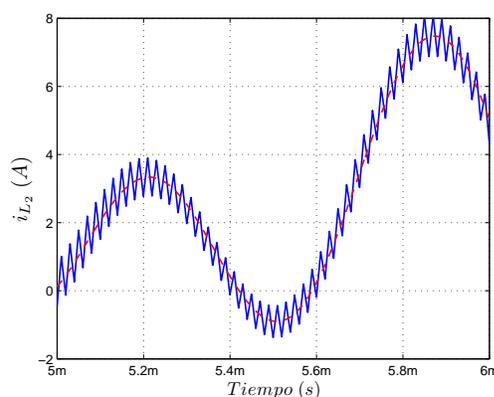
(e) Voltaje $v_{o2}(t)$



(f) Detalle del voltaje $v_{o2}(t)$



(g) Corriente $i_{L_2}(t)$



(h) Detalle de la corriente $i_{L_2}(t)$

Figura 1-21: Simulación en lazo abierto de las variables de estado del convertidor buck-buck utilizando un modelo promediado y conmutado

Puede observarse en todas las variables de estado una correcta concordancia entre los dos modelos simulados.

En el siguiente apartado se presenta el modelo del convertidor boost-boost.

Modelo del convertidor boost-boost

En la Figura 1-22 se muestra el circuito esquemático de un convertidor boost con dos etapas en cascada, donde $v_g(t)$ es el voltaje de entrada, $i_o(t)$ es la perturbación de corriente de carga y $v_{o_1}(t)$ y $v_{o_2}(t)$ son los voltajes de salida. De igual manera que en el caso del convertidor buck-buck, la resistencia R modela la carga del convertidor, L_1, L_2 y C_1, C_2 representan los valores de las inductancias y capacitancias, respectivamente.

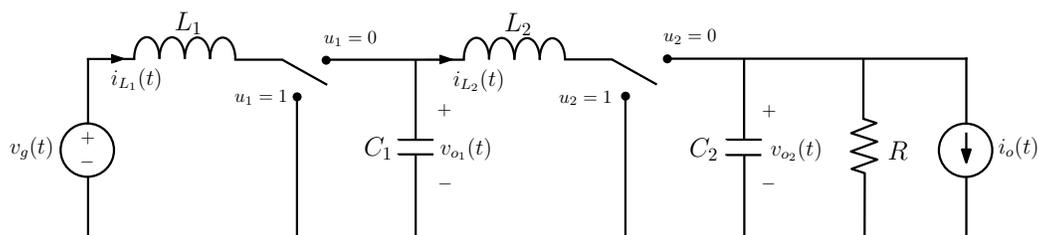


Figura 1-22: Circuito esquemático de un convertidor boost-boost

Las Figuras 1-23, 1-24, 1-25 y 1-26 muestran los circuitos correspondientes a las posiciones

de conmutación (T_{on}, T_{on}) , (T_{on}, T_{off}) , (T_{off}, T_{on}) y (T_{off}, T_{off}) respectivamente.

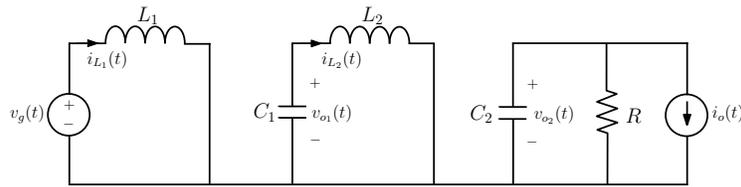


Figura 1-23: Convertidor boost-boost durante (T_{on}, T_{on})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= v_g \\ C_1 \frac{dv_{o1}}{dt} &= -i_{L2} \\ L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= v_{o1} \\ C_2 \frac{dv_{o2}}{dt} &= -\frac{v_{o2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.45)$$

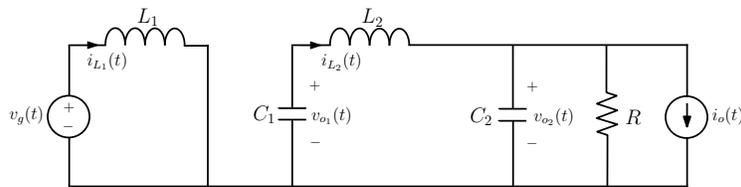


Figura 1-24: Convertidor boost-boost durante (T_{on}, T_{off})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= v_g \\ C_1 \frac{dv_{o1}}{dt} &= -i_{L2} \\ L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= v_{o1} - v_{o2} \\ C_2 \frac{dv_{o2}}{dt} &= i_{L2} - \frac{v_{o2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.46)$$

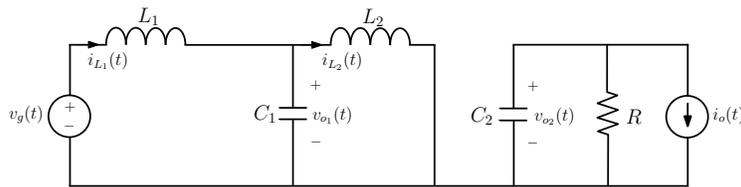


Figura 1-25: Convertidor boost-boost durante (T_{off}, T_{on})

$$\begin{aligned} L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= -v_{o1} + v_g \\ C_1 \frac{dv_{o1}}{dt} &= i_{L1} - i_{L2} \\ L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= v_{o1} \\ C_2 \frac{dv_{o2}}{dt} &= -\frac{v_{o2}}{R} - i_o \end{aligned} \quad (1.47)$$

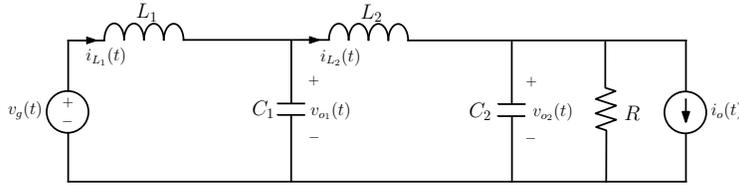


Figura 1-26: Convertidor boost-boost durante (T_{off}, T_{off})

$$\begin{aligned}
 L_1 \frac{di_{L1}}{dt} &= -v_{o1} + v_g \\
 C_1 \frac{dv_{o1}}{dt} &= i_{L1} - i_{L2} \\
 L_2 \frac{di_{L2}}{dt} &= v_{o1} - v_{o2} \\
 C_2 \frac{dv_{o2}}{dt} &= i_{L2} - \frac{v_{o2}}{R} - i_o
 \end{aligned} \tag{1.48}$$

La representación en el espacio de estado de las ecuaciones (1.45)-(1.48), son caracterizadas de la siguiente manera

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_1 x(t) + B_{w_1} w(t) \\ y(t) = C_{y_1} x(t) + D_{y_{w_1}} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{on}, T_{on}) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_2 x(t) + B_{w_2} w(t) \\ y(t) = C_{y_2} x(t) + D_{y_{w_2}} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{on}, T_{off})$$

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_3 x(t) + B_{w_3} w(t) \\ y(t) = C_{y_3} x(t) + D_{y_{w_3}} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{off}, T_{on}) \quad \begin{cases} \dot{x}(t) = A_4 x(t) + B_{w_4} w(t) \\ y(t) = C_{y_4} x(t) + D_{y_{w_4}} w(t) \end{cases} \text{ para } (T_{off}, T_{off}) \tag{1.49}$$

donde

$$x(t) = \begin{bmatrix} i_{L1}(t) \\ v_{o1}(t) \\ i_{L2}(t) \\ v_{o2}(t) \end{bmatrix} \quad w(t) = \begin{bmatrix} v_g(t) \\ i_o(t) \end{bmatrix} \quad y(t) = \begin{bmatrix} v_{o1}(t) \\ v_{o2}(t) \end{bmatrix}$$

$$A_1 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad B_{w_1} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad C_{y_1} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \quad D_{y_{w_1}} = [0]$$

$$A_2 = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \quad B_{w_2} = \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \quad C_{y_2} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T \quad D_{y_{w_2}} = [0]$$

$$\begin{aligned}
 A_3 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_3} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_3} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_3} &= [0] \\
 A_4 &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} & B_{w_4} &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} & C_{y_4} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \end{bmatrix}^T & D_{yw_4} &= [0]
 \end{aligned} \tag{1.50}$$

Seguindo el modelo conmutado (1.41) y realizando el mismo procedimiento del apartado anterior, el vector de estado estacionario y el modelo de pequeña señal del convertidor boost-boost será:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{RD_1'^2 D_2'^2} \\ \frac{V_g}{D_1'} \\ \frac{V_g}{RD_1' D_2'^2} \\ \frac{V_g}{D_1' D_2'} \end{bmatrix} \tag{1.51}$$

$$\tilde{\hat{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D_1'}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{D_1'}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{D_2'}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{D_2'}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1 D_1'} & 0 \\ -\frac{V_g}{RC_1 D_1'^2 D_2'^2} & 0 \\ 0 & \frac{V_g}{L_2 D_1' D_2'} \\ 0 & -\frac{V_g}{RC_2 D_1' D_2'^2} \end{bmatrix} \tilde{d}(t) + \begin{bmatrix} \frac{1}{L_1} & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C_2} \end{bmatrix} \tilde{w}(t) \tag{1.52}$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1}(t) \\ \tilde{v}_{o_1}(t) \\ \tilde{i}_{L_2}(t) \\ \tilde{v}_{o_2}(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{d}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1(t) \\ \tilde{d}_2(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix}$$

En el siguiente apartado se muestra una comparación del modelo promediado y conmutado del convertidor boost-boost.

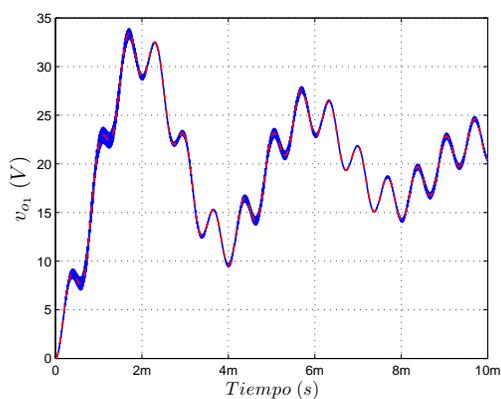
Simulación del convertidor boost-boost

Al igual que con el convertidor buck-buck, se ha realizado una comparación del modelo promediado y el modelo conmutado durante el arranque. Las gráficas de las simulaciones se muestran en la Figura 1-27. Los valores de los parámetros del convertidor se muestran en la Tabla 1.5.

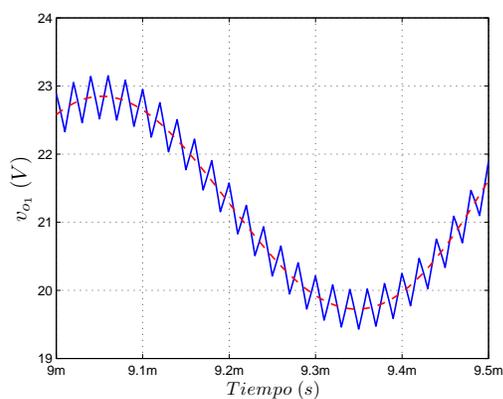
Tabla 1.5: Parámetros del convertidor boost-boost

Parámetro	Valor
V_g	10 V
$v_o(V_{ref})$	40 V
L_1, L_2	150 μH
C_1, C_2	110 μF
R	20 Ω
D'	0.5
T_s	10 μs

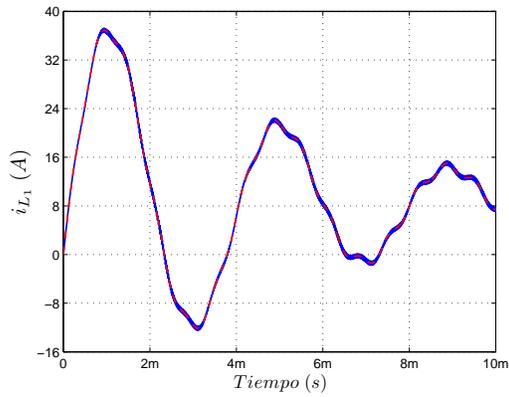
Las formas de onda ilustradas en la Figura 1-27 corresponden a las variables de estado del convertidor boost-boost $x(t) = [i_{L_1} \ v_{o_1} \ i_{L_2} \ v_{o_2}]$.



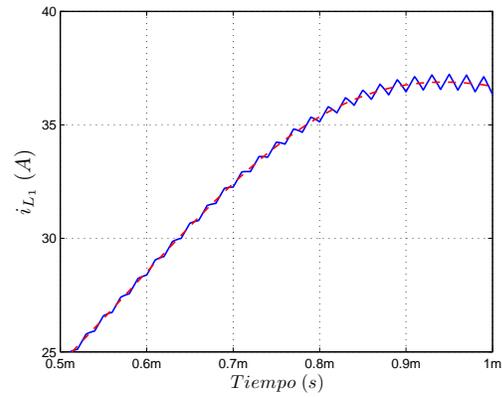
(a) Voltaje $v_{o_1}(t)$



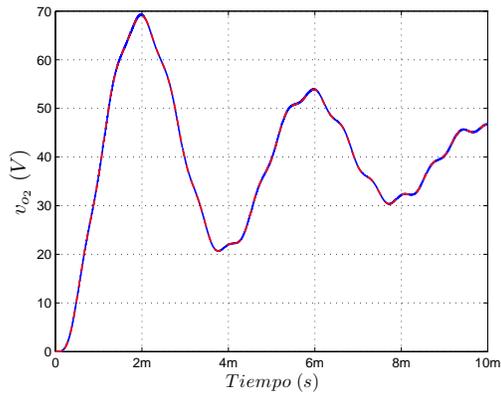
(b) Detalle del voltaje $v_{o_1}(t)$



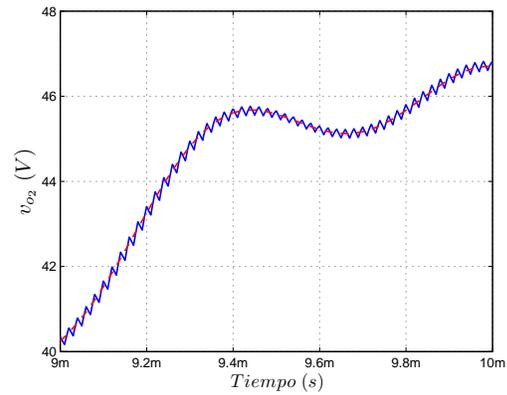
(c) Corriente $i_{L_1}(t)$



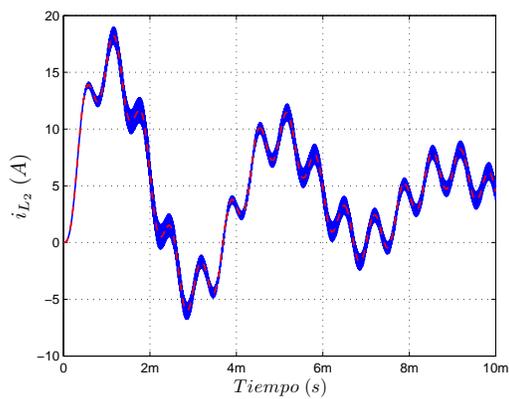
(d) Detalle de la corriente $i_{L_1}(t)$



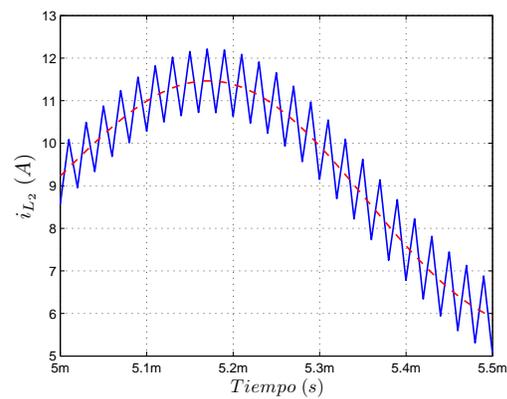
(e) Voltaje $v_{o_2}(t)$



(f) Detalle del voltaje $v_{o_2}(t)$



(g) Corriente $i_{L_2}(t)$



(h) Detalle de la corriente $i_{L_2}(t)$

Figura 1-27: Simulación en lazo abierto de las variables de estado del convertidor boost-boost utilizando un modelo promediado y conmutado

Es claramente observable, a partir de la Figura 1-27, que las simulaciones del modelo promediado y el modelo conmutado presentan una correcta concordancia.

Este capítulo ha abordado los antecedentes de los convertidores conmutados de CC/CC, la motivación, el estado del arte, los objetivos y la estructura de la tesis. Además, se ha revisado los modelos conmutados, promediados y lineales de los convertidores conmutados de CC/CC trabajando en MCC, teniendo en cuenta las entradas de control, las entradas de perturbación y las salidas de los convertidores.

En el siguiente capítulo, se revisarán las nociones teóricas de la técnica de control basado en desigualdades matriciales lineales, así como importantes lemas que permiten expresar relaciones dinámicas como LMIs, fundamentales en la formulación de los requerimientos de diseño a utilizar en los controladores robustos.

Capítulo 2

Control basado en desigualdades matriciales lineales

El diseño de controladores basados en LMIs consiste en la elección de varios requerimientos de diseño expresados como restricciones que deben cumplir y así como una función de optimización que asegure un buen desempeño dinámico en una planta. Además dicha metodología permite fácilmente la existencia de incertidumbres lo que conlleva a la obtención de una ley de control robusta. Gracias al progreso de potentes herramientas computacionales y técnicas de optimización convexa [62], muchos problemas de control que no tenían solución analítica, hoy en día pueden ser resueltos numéricamente.

El control basado en LMIs es una alternativa atractiva y potente en el ámbito de la electrónica de potencia, ya que permite satisfacer requerimientos dinámicos de los convertidores de CC/CC, tales como: especificaciones transitorias, nivel de rechazo a perturbaciones y estabilidad robusta. Este enfoque puede ser aplicado a convertidores con entradas de control simples ó múltiples a partir de su representación en el espacio de estado.

En este capítulo se hace una pequeña revisión de las desigualdades matriciales lineales y las técnicas de optimización convexa asociadas, las cuales son la base del análisis y síntesis de los controladores LMIs. El presente capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 2.1 se revisarán las nociones teóricas de la técnica de control basado en desigualdades matriciales lineales, así como importantes lemas que permiten expresar relaciones dinámicas

como LMIs. Por ejemplo, el complemento Schur permite expresar la desigualdad de Riccati como una LMI. Posteriormente, en la sección 2.2 se detalla la definición y formulación de los requerimientos habituales de diseño en los controladores, tales como: rechazo a perturbaciones, localización de polos en lazo cerrado y limitación en el esfuerzo de control. Además, se tendrá en cuenta la representación politópica de incertidumbres que se utiliza para dar robustez al diseño. Finalmente en la sección 2.3 se desarrolla un ejemplo de diseño de control LMI para un convertidor boost garantizando un cierto nivel de rechazo a perturbaciones, una región dada de ubicación de polos y limitación en el esfuerzo de control.

2.1. Nociones teóricas

El uso de las LMIs en el análisis de los sistemas dinámicos se remonta a más de 100 años [12]. La historia comienza alrededor del año de 1890, cuando Lyapunov publicó su trabajo en el cual formula el estudio de estabilidad de sistemas dinámicos a través de una desigualdad matricial. En la década de los años 40's, Lur'e, Postnikov y otros investigadores aplican el método de Lyapunov formulados a través de estas desigualdades en algunos problemas prácticos de la ingeniería, especialmente en el problema de la estabilidad de ciertos sistemas dinámico no lineales [63]. En un principio, las desigualdades que permitían estudiar la estabilidad de un sistema se resolvían analíticamente, lo que limitaba la aplicación de esta técnica solo a sistemas de orden reducido. Posteriormente en los años 60's, investigadores como Yakubovich [64], Popov [65], Kalman [66] entre otros, lograron encontrar la solución de las LMIs que surgieron en el problema de Lur'e a simples criterios gráficos, usando lo que se conoce como el lema real positivo (PR) [12]. Este resultado puede ser aplicado a sistemas de alto orden, pero desafortunadamente no puede extenderse a sistemas con más de una no linealidad. Alrededor del año 1970, se conoció que la LMI del lema real positivo podría también resolverse a través de la solución de una ecuación de Riccati. De esta manera, en la década de los años setenta los investigadores contaban ya con varios métodos para resolver tipos especiales de LMIs entre los que se encontraban: métodos directos (solo aplicables a sistemas de bajo orden), método gráficos (como el criterio del círculo) y métodos basados en resolver ecuaciones lineales de Lyapunov o de Riccati (cuya resolución

era conocida) [12]. Sin embargo, tanto los métodos gráficos como los métodos analíticos no tenían la consideración simultánea de un gran número de parámetros de diseño. Un gran avance ocurrió años después, cuando las LMIs fueron formuladas como problemas de optimización convexa, este hecho permitió resolver varias LMIs de manera fiable facilitando así el diseño a partir de dicho enfoque. Autores como Pyatnitskii y Skorodinskii en [67], fueron algunos de los primeros investigadores en formular la búsqueda de una función de Lyapunov como un problema de optimización convexa. Un límite importante que permitió avanzar en la resolución eficiente de LMIs, fue la aparición de métodos de punto interior a raíz del trabajo de Karmarkar [68]. De igual fue Nesterov [69], quien extiende el algoritmo de punto interiores presentado por Karmarkar para optimización lineal y optimización convexa. Actualmente, muchos problemas de control robusto de sistemas lineales pueden ser formulados como problemas de optimización convexa mediante LMIs. Numéricamente, estos problemas de optimización pueden ser solucionados eficientemente a través de potentes algoritmos implementados en varios toolboxes de MATLAB [62, 70].

2.1.1. Definición de una desigualdad matricial lineal

Una desigualdad matricial lineal es una restricción de la forma

$$F(p) = F_o + \sum_{i=1}^m p_i F_i > 0 \quad (2.1)$$

donde $p \in \mathbb{R}^m$ es la variable de decisión o variable de optimización y $F_i = F_i^T \in \mathbb{R}^{n \times n}$ son matrices simétricas conocidas.

El símbolo de la desigualdad “ $>$ ” de (2.1) indica la condición de *definida positiva*, que significa que todos los autovalores de $F(p)$ son positivos. También se pueden encontrar LMIs con la forma $F(p) \geq 0$, que representa la condición de *semidefinida positiva*, donde todos los autovalores de $F(p)$ son mayores o iguales a cero. En caso contrario, $F(p)$ es definida negativa y semidefinida negativa, si $-F(p)$ es definida positiva y semidefinida positiva, respectivamente.

Es fácil demostrar que el conjunto de soluciones de la LMI (2.1) es convexo, ya que satisface la condición de convexidad tal y como se muestra a continuación:

Un conjunto \mathcal{F} es convexo sobre p , es decir $\mathcal{F} = \{p \in \mathbb{R}^m | F(p) > 0\}$, si se verifica que $\forall (p_1, p_2) \in \mathcal{F}, \vartheta p_1 + (1 - \vartheta)p_2 \in \mathcal{F}, \forall \vartheta \in [0, 1]$.

$$\begin{aligned}
 F(\vartheta p_1 + (1 - \vartheta)p_2) &= F_o + \sum_{i=1}^m (\vartheta p_{1_i} + (1 - \vartheta)p_{2_i}) F_i \\
 F(\vartheta p_1 + (1 - \vartheta)p_2) &= F_o + \vartheta \sum_{i=1}^m p_{1_i} F_i + (1 - \vartheta) \sum_{i=1}^m p_{2_i} F_i \\
 F(\vartheta p_1 + (1 - \vartheta)p_2) &= \vartheta F_o + (1 - \vartheta)F_o + \vartheta \sum_{i=1}^m p_{1_i} F_i + (1 - \vartheta) \sum_{i=1}^m p_{2_i} F_i \\
 F(\vartheta p_1 + (1 - \vartheta)p_2) &= \vartheta F(p_1) + (1 - \vartheta)F(p_2)
 \end{aligned} \tag{2.2}$$

Como $\vartheta > 0$ y $(1 - \vartheta) > 0$ y $F(p_1) > 0, F(p_2) > 0$, entonces

$$\vartheta F(p_1) + (1 - \vartheta)F(p_2) > 0 \tag{2.3}$$

Por lo tanto una desigualdad matricial lineal es una restricción convexa.

Un sistema basado en múltiples LMIs puede ser considerado como un conjunto de LMIs simples, como en el caso:

$$\left. \begin{array}{l} F_1(p) > 0 \\ F_2(p) > 0 \\ \vdots \\ F_k(p) > 0 \end{array} \right\} \iff F(p) = \mathbf{diag} \{F_1(p), \dots, F_k(p)\} \tag{2.4}$$

donde $\mathbf{diag} \{F_1(p), \dots, F_k(p)\}$ representa una matriz por bloques, cuya diagonal está compuesta por $F_1(p), \dots, F_k(p)$. Por lo tanto, la convexidad se conserva cuando se tienen múltiples LMIs.

Existen en la literatura gran variedad de problemas tratados con LMIs en diversas aplicaciones, la clase de problemas tratados en esta tesis se basan en el enfoque conocido como programación semidefinida (SDP). Este enfoque se define como una minimización de un

objetivo lineal, sujeto a una restricción LMI, es decir

$$\begin{aligned} & \text{minimizar} && c^T p \\ & \text{sujeto a} && F(p) \geq 0 \end{aligned} \tag{2.5}$$

donde $c \in \mathbb{R}^m$ y F es una función afín de p . Un caso especial de programación semidefinida, es el problema de factibilidad, el cual tiene la siguiente forma:

$$\text{Hallar } p \text{ satisfaciendo } F(p) \geq 0 \tag{2.6}$$

En este problema no interesa una solución óptima, sino solo encontrar un conjunto solución que cumpla con la restricción establecida.

El programa semidefinido (2.5) es un problema de optimización convexa, ya que el objetivo es lineal y el conjunto de restricciones, es decir, $\{p \mid p \in \mathbb{R}^m, F(p) \geq 0\}$, es convexo. Gracias a las propiedades de convexidad, encontrar la solución óptima para un problema factible está garantizado mediante algoritmos de puntos interior.

2.1.2. Análisis de estabilidad según Lyapunov

En mecánica clásica un sistema es estable si su energía total se reduce continuamente, hasta alcanzar un estado de equilibrio. Así, el análisis de estabilidad según Lyapunov consiste en encontrar una función escalar que como en el caso de la energía de un sistema mecánico sea decreciente continuamente a medida que evolucionen hasta llegar a un punto de equilibrio donde no se reduce más. En el caso de sistemas dinámicos lineales dicha función escalar se puede realizar mediante funciones cuadráticas.

Dado un sistema lineal invariante en el tiempo (LTI),

$$\dot{x}(t) = Ax(t) \quad x(0) = x_o \tag{2.7}$$

donde $x(t)$ es el vector de estado $\in \mathbb{R}^n$ y A una matriz constante $\in \mathbb{R}^{n \times n}$, se dice que el

sistema (2.7) es asintóticamente estable, es decir

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} x(t) = 0 \quad \forall x_0 \quad (2.8)$$

si existe una función de Lyapunov cuadrática $V(x(t)) = x(t)^T \mathbf{P}x(t)$ tal que:

$$V(x(t)) = x(t)^T \mathbf{P}x(t) > 0 \quad (2.9)$$

$$\dot{V}(x(t)) = (\dot{x}(t)^T \mathbf{P}x(t) + x(t)^T \mathbf{P}\dot{x}(t)) < 0 \quad (2.10)$$

a lo largo de las trayectorias del sistema.

Sustituyendo (2.7) en (2.10), se obtiene:

$$\begin{aligned} \dot{V}(x(t)) &= \left[(Ax(t))^T \mathbf{P}x(t) + x(t)^T \mathbf{P}(Ax(t)) \right] < 0 \\ \dot{V}(x(t)) &= x(t)^T (A^T \mathbf{P} + \mathbf{P}A) x(t) < 0 \end{aligned} \quad (2.11)$$

De esta manera, el sistema (2.7) es asintóticamente estable si existe una matriz simétrica \mathbf{P} definida positiva, para el cual el término $\dot{V}(x(t)) < 0$. Dado que la función $V(x(t))$ es cuadrática, esta condición es denominada como estabilidad cuadrática.

El anterior resultado puede ser establecido mediante el siguiente teorema.

Teorema 2.1.1. *Una condición suficiente para que el sistema definido por (2.7) sea asintóticamente estable, es que exista una matriz simétrica definida positiva \mathbf{P} , es decir, $\mathbf{P} = \mathbf{P}^T > 0$, tal que*

$$A^T \mathbf{P} + \mathbf{P}A < 0 \quad (2.12)$$

Este teorema trata solo un problema de factibilidad LMI en $\mathbf{P} > 0$, ya que no considera ningún objetivo a ser optimizado. Vale la pena tener en cuenta, que (2.12) es factible si y solo si la matriz constante A es estable, es decir, todos los autovalores de A tienen parte real negativa [71].

Ejemplo 2.1.1. *Considere el sistema lineal definido por (2.7), donde $A = \begin{bmatrix} -0.5 & 5 \\ -1 & -0.5 \end{bmatrix}$, y el siguiente problema de factibilidad:*

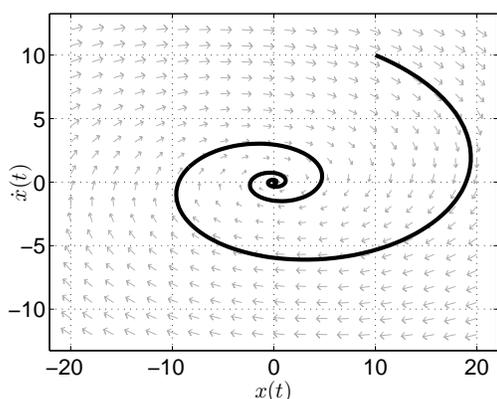
$$\begin{array}{l} \text{Encontrar } \mathbf{P} \\ \text{sujeto a } \left\{ \begin{array}{l} A^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A < 0 \\ \mathbf{P} > 0 \end{array} \right. \end{array} \quad (2.13)$$

Se muestra que el sistema es factible, ya que

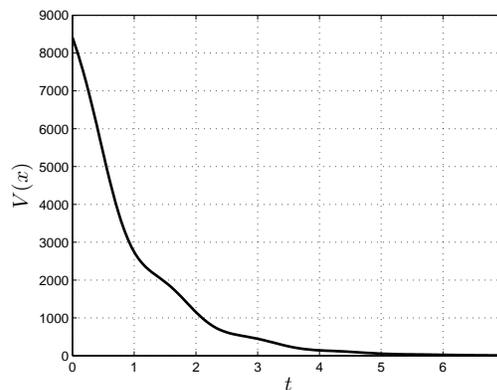
$$\mathbf{P} = \begin{bmatrix} 14.6160 & 2.4177 \\ 2.4177 & 64.7280 \end{bmatrix} \quad Re(\lambda(\mathbf{P})) = \begin{bmatrix} 14.4996 \\ 64.8444 \end{bmatrix} > 0 \quad (2.14)$$

donde $Re(\lambda(\mathbf{P}))$ representa los autovalores de la matriz simétrica definida positiva \mathbf{P} . Cabe mencionar, que este valor de \mathbf{P} no es la única solución que satisface la condición (2.13).

La Figura 2-1 muestra la trayectoria de evolución de los estados y la función de Lyapunov $V(x)$ del sistema con una condición inicial $x(0) = (10, 10)^T$. Puede observarse que la trayectoria del sistema converge al origen y que la función de Lyapunov $V(x)$ decrece a lo largo del tiempo, lo que implica que el sistema es asintóticamente estable.



(a) Trayectoria del sistema con $x(0) = (10, 10)^T$



(b) Función de Lyapunov sobre la trayectoria con $x(0) = (10, 10)^T$

Figura 2-1: Funcion de Lyapunov para el sistema lineal del Ejemplo 2.1.1

2.1.3. Técnicas para convertir desigualdades matriciales no lineales en LMIs

Las siguientes técnicas, entre las que se encuentran lemas y definiciones, serán de gran utilidad en el desarrollo de los enfoques de control LMI presentados en esta tesis.

Transformaciones de Congruencia y Semejanza

Las transformaciones de congruencia y semejanza son dos de las herramientas más comunes en el manejo de las desigualdades matriciales, las cuales pueden ser enunciadas mediante las siguientes definiciones [7].

Definición 2.1.1. *Dos matrices A y B de $n \times n$ son semejantes si existe una matriz invertible P de $n \times n$ tal que $B = P^{-1}AP$.*

Entre las principales propiedades de las matrices semejantes se encuentran en que comparten: el mismo *rango*, el mismo *determinante*, la misma *traza*, los mismos *valores propios* y los mismos *polinomios característicos*.

Definición 2.1.2. *Dos matrices A y B de $n \times n$ son congruentes si existe una matriz regular P de $n \times n$ tal que $B = P^TAP$.*

Las matrices congruentes presentan el mismo rango.

Complemento Schur's

Un importante resultado dentro de la teoría de LMI es el complemento de Schur. El principal uso del complemento de Schur's es transformar una clase de desigualdades matriciales no lineales, que aparecen regularmente en la teoría de control, en desigualdades matriciales lineales. La fórmula del complemento Schur's dice que las siguientes LMIs son equivalentes

$$\left\{ \begin{array}{l} \Phi_{22} < 0 \\ \Phi_{11} - \Phi_{12}\Phi_{22}^{-1}\Phi_{12}^T \end{array} \right. \Leftrightarrow \left[\begin{array}{cc} \Phi_{11} & \Phi_{12} \\ \Phi_{12}^T & \Phi_{22} \end{array} \right] < 0 \quad (2.15)$$

Ejemplo 2.1.2. *Considere la desigualdad matricial tipo LQR (desigualdad de Riccati)*

$$A^T P + PA + PBR^{-1}B^T P + Q \leq 0, \quad \text{con } R > 0 \quad (2.16)$$

donde $P > 0$ es la matriz variable y las matrices Q y R constantes. Mediante la aplicación del complemento de Schur's, la desigualdad de Riccati se convierte en

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + Q & PB \\ \star & -R \end{bmatrix} \leq 0 \quad (2.17)$$

donde el símbolo \star representa el término requerido para hacer la expresión simétrica, en este caso $\star = BP^T$.

Procedimiento S

El procedimiento S (S -procedure) es un método que permite combinar varias desigualdades cuadráticas dentro de una simple desigualdad, generalmente con algún conservatismo. En otras palabras, este método transforma una restricción cuadrática en un problema lineal resoluble, añadiendo variables auxiliares. Una forma general del procedimiento S se introduce a continuación.

Sean las funciones cuadráticas F_0, \dots, F_q de la variable $x \in \mathbb{R}^n$

$$F_i(x) \triangleq x^T A_i x + 2b_o x + c_o, \quad i = \{0, 1, \dots, q\} \quad (2.18)$$

donde A_i son matrices simétricas. Luego, considerando la siguiente condición sobre F_0, \dots, F_q :

$$F_0(x) \geq 0, \quad \forall x \text{ tal que } F_i(x) \geq 0, \quad i = \{1, 2, \dots, q\} \quad (2.19)$$

La condición (2.19) tiene solución siempre y cuando existan escalares τ_i tales que

$$F_0(x) - \sum_{i=1}^q \tau_i F_i(x) \geq 0; \quad \tau_i > 0 \quad (2.20)$$

Los escalares τ_i son las nuevas variables auxiliares.

Este resultado se basa en lema- S enunciado y demostrado por Yakubovich, en [72].

Ejemplo 2.1.3. *Un ejemplo ilustrativo, tomado de [12], consiste en encontrar una matriz P tal que*

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} A^T P + PA & PB \\ \star & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} < 0 \quad (2.21)$$

siempre que $x \neq 0$ y z satisfaga la restricción

$$(z^T z \leq x^T C^T C x) \quad (2.22)$$

La desigualdad (2.22) es equivalente a

$$(x^T C^T C x - z^T z \geq 0) \quad (2.23)$$

o

$$\begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix}^T \begin{bmatrix} C^T C & 0 \\ 0 & I \end{bmatrix} \begin{bmatrix} x \\ z \end{bmatrix} \geq 0 \quad (2.24)$$

Las restricciones (2.20) y (2.24) pueden ser combinadas con el procedimiento S para producir la LMI

$$\begin{bmatrix} A^T P + PA + \tau C^T C & PB \\ \star & -\tau I \end{bmatrix} < 0 \quad (2.25)$$

con $P > 0$ y $\tau \geq 0$

2.1.4. Control por realimentación de estados usando LMIs

En las técnicas clásicas de control se considera como única variable de realimentación la salida del sistema, haciendo uso del concepto de función de transferencia. Sin embargo, en muchas aplicaciones, además de la salida del sistema, es posible contar con variables adicionales para realizar el control.

Los sistemas lineales invariantes en el tiempo (LTI) pueden ser representados por una ecuación diferencial ordinaria con parámetros constantes, a partir de la cual, al aplicar la transformada de Laplace con condiciones iniciales nulas, se obtiene la función de transferencia del sistema. Esta ecuación diferencial también puede ser representada como un conjunto

de ecuaciones diferenciales de primer orden conocido como representación de estados o modelo en variables de estado del sistema [23].

La técnica de realimentación de estado parte de una representación del sistema en variables de estado, es decir, el sistema LTI mostrado en el Capítulo 1 (1.1):

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = Ax(t) + B_w w(t) + B_u u(t) \\ z(t) = C_z x(t) + D_{zw} w(t) + D_{zu} u(t) \\ y(t) = C_y x(t) + D_{yw} w(t) + D_{yu} u(t) \end{cases} \quad (2.26)$$

Dicha representación permite no sólo observar las variables de entrada $u(t)$ y la salida $y(t)$, sino también un conjunto de variables que proporcionan toda la información dinámica de la planta, es decir $x(t)$. Además en el modelo se consideran el vector de perturbaciones $w(t)$, el vector de salidas controladas $z(t)$ y el vector de salidas medibles $y(t)$. La Figura 2-2, muestra una representación esquemática de un sistema mediante variables de estado, donde no se considera $z(t)$ ni $w(t)$.

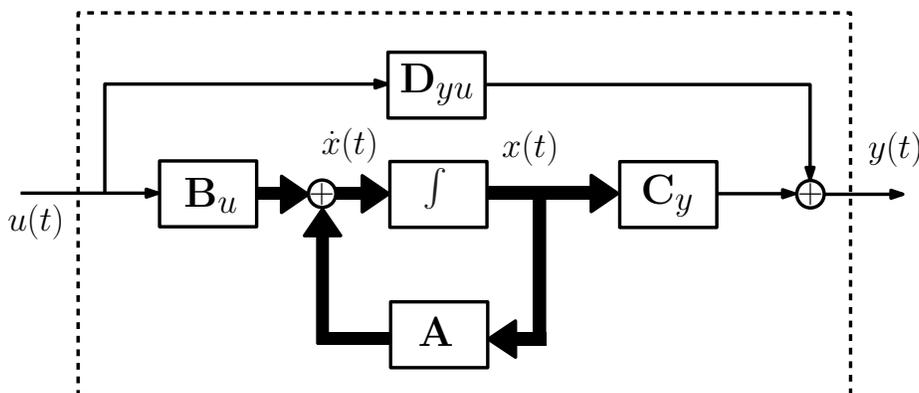


Figura 2-2: Esquema de un sistema descrito en variables de estado

Considerando que todas las variables de estado son medibles y que están disponibles para realimentación, la ley de control de la forma

$$u(t) = \mathbf{F}x(t) \quad (2.27)$$

donde \mathbf{F} es el vector de ganancias de realimentación que ponderan cada una de las variables de estado, se denomina realimentación de estado. Mediante el control por realimentación

de estado se podrán colocar los polos del sistema en cualquier lugar del plano complejo sin restricciones. La Figura 2-3 muestra el esquema de control por realimentación de estado.

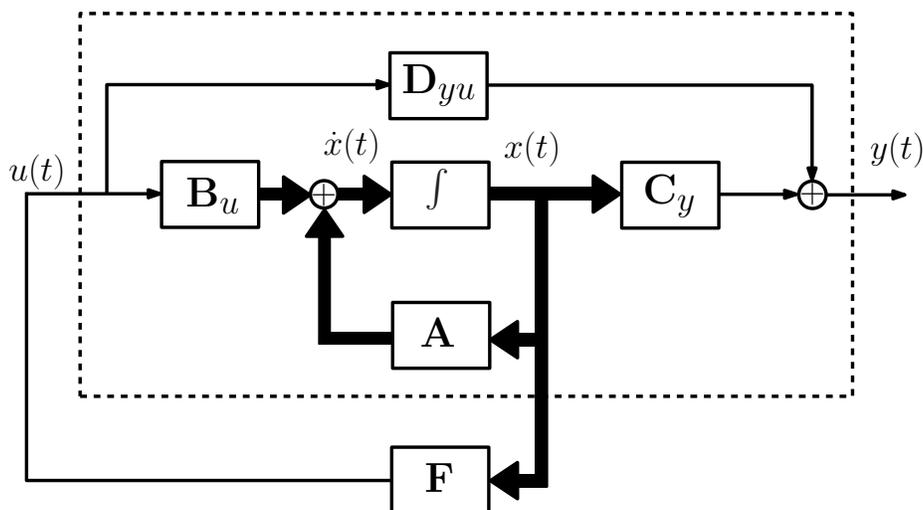


Figura 2-3: Esquema de control por realimentación de variables de estado

Sustituyendo la ley de control (2.27) en el modelo LTI (2.26), el comportamiento dinámico del sistema en lazo cerrado se describe por la ecuación:

$$\dot{x}(t) = (A + B_u \mathbf{F}) x(t) \quad (2.28)$$

siendo los autovalores de la matriz $(A + B_u \mathbf{F})$ los polos deseados en lazo cerrado.

Si el sistema es controlable, puede determinarse un vector de ganancias de realimentación de estados que ubique los polos en cualquier lugar deseado [23]. La noción de controlabilidad de un sistema está asociada con la posibilidad de hacer que las variables de estado de un sistema tomen cualquier valor deseado, sin importar cuales sean las condiciones iniciales, en un tiempo finito. Para determinar si un sistema es o no controlable, con $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y $B_u \in \mathbb{R}^{n \times m}$, se construye la matriz de controlabilidad definida como

$$M = \begin{bmatrix} B_u & AB_u & A^2 B_u & \dots & A^{n-1} B_u \end{bmatrix} \quad (2.29)$$

donde si y solo si $\text{rang}(M) = n$ y $\det(M) \neq 0$ el sistema dinámico es controlable.

Para el caso del sistema realimentado (2.28), la condición de estabilidad asintótica de

Lyapunov del Teorema 2.1.1, se puede realizar a través del estudio de la siguiente desigualdad matricial:

$$(A + B_u \mathbf{F})^T \mathbf{P} + \mathbf{P} (A + B_u \mathbf{F}) < 0 \quad (2.30)$$

o

$$A^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A + \mathbf{F}^T B_u^T \mathbf{P} + \mathbf{P} B_u \mathbf{F} < 0 \quad (2.31)$$

Puede observarse que esta desigualdad (2.31) no corresponde a una LMI, ya que contiene la multiplicación de las variables \mathbf{P} y \mathbf{F} , lo que produce una desigualdad bilineal. Por tal motivo, con el fin de reescribir (2.31) de forma lineal, es necesario multiplicar ambos lados de la desigualdad por \mathbf{P}^{-1} , es decir:

$$\begin{aligned} \mathbf{P}^{-1} [A^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A + \mathbf{F}^T B_u^T \mathbf{P} + \mathbf{P} B_u \mathbf{F}] \mathbf{P}^{-1} < 0 \\ \mathbf{P}^{-1} A^T + A \mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}^{-1} \mathbf{F}^T B_u^T + B_u \mathbf{F} \mathbf{P}^{-1} < 0 \end{aligned} \quad (2.32)$$

definiendo $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ y $\mathbf{Y} = \mathbf{F} \mathbf{P}^{-1} = \mathbf{F} \mathbf{W}$, la desigualdad (2.32) puede ser reescrita como

$$\mathbf{W} A^T + A \mathbf{W} + \mathbf{Y}^T B_u^T + B_u \mathbf{Y} < 0 \quad (2.33)$$

siendo $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T > 0$.

De esta manera, puede obtenerse un vector de ganancias \mathbf{F} que estabilice el sistema (2.28), si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que cumpla con la condición (2.33).

2.1.5. Diseño de controladores robustos usando LMIs

La teoría de control robusto se basa en el análisis y síntesis de sistemas controlados bajo la presencia de incertidumbres y señales de perturbación. Las técnicas para el diseño de este tipo de controladores depende del tipo de incertidumbre que pueden sufrir los sistemas. Entre las causas que pueden generar incertidumbres en los sistemas, se encuentran factores tales como, (i) modificaciones en el punto de trabajo de la planta o en el modelo nominal del sistema, (ii) dinámica no lineal no considerada, (iii) dinámica de alta frecuencia no modelada e (iv) imprecisiones en los parámetros.

En general, de acuerdo a los factores anteriormente mencionados, las incertidumbres se pueden clasificar en estructuradas (paramétricas) y no estructuradas. Las incertidumbres estructuradas modelan las variaciones de los parámetros durante el funcionamiento del sistema. Mientras que las incertidumbres no estructuradas consisten en componentes dinámicos omitidos en el modelo lineal o en variaciones del comportamiento dinámico durante el funcionamiento del sistema.

En esta tesis solo se trata con incertidumbres estructuradas formuladas mediante la representación de modelos politópicos.

La representación de estos sistemas puede ser vista como la extensión de sistemas LTIs (2.26) con matrices dependientes linealmente de parámetros inciertos, es decir

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= A(\rho)x(t) + B_w(\rho)w(t) + B_u(\rho)u(t) \\ z(t) &= C_z(\rho)x(t) + D_{zw}(\rho)w(t) + D_{zu}(\rho)u(t) \\ y(t) &= C_y(\rho)x(t) + D_{yw}(\rho)w(t) + D_{yu}(\rho)u(t) \end{cases} \quad (2.34)$$

donde $\rho = (\rho_1, \dots, \rho_{n_\rho})$ es el vector de agrupación de n_ρ parámetros inciertos del sistema. Cada parámetro incierto ρ_i se encuentra limitado entre un valor mínimo y un valor máximo $[\rho_{i_{min}}, \rho_{i_{max}}]$. Las posibles combinaciones de los valores mínimos y máximos del vector ρ define un polítopo convexo con 2^{n_ρ} vértices $\{v_1, \dots, v_L\}$, que puede ser representado mediante la siguiente combinación convexa

$$\rho \in C_0 \{v_1, \dots, v_L\} = \left\{ \sum_{i=1}^L \vartheta_i v_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^L \vartheta_i = 1 \right\} \quad (2.35)$$

donde C_0 es la envolvente convexa del conjunto de vértices $\in \mathbb{R}^{n_\rho}$.

Cuando la dependencia es lineal sobre ρ , el sistema de matrices $S(\rho)$ se puede representar mediante el siguiente polítopo convexo

$$S(\rho) \in C_0 \{\zeta_1, \dots, \zeta_L\} = \left\{ \sum_{i=1}^L \vartheta_i \zeta_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^L \vartheta_i = 1 \right\} \quad (2.36)$$

siendo

$$S(\rho) = \begin{bmatrix} A(\rho) & B_w(\rho) & B_u(\rho) \\ C_z(\rho) & D_{zw}(\rho) & D_{zu}(\rho) \\ C_y(\rho) & D_{yw}(\rho) & D_{yu}(\rho) \end{bmatrix} \quad (2.37)$$

donde los vértices ζ_i corresponden a la imágenes v_i , es decir $\zeta_i = S(v_i)$. La Figura 2-4 muestra una representación gráfica del sistema politópico.

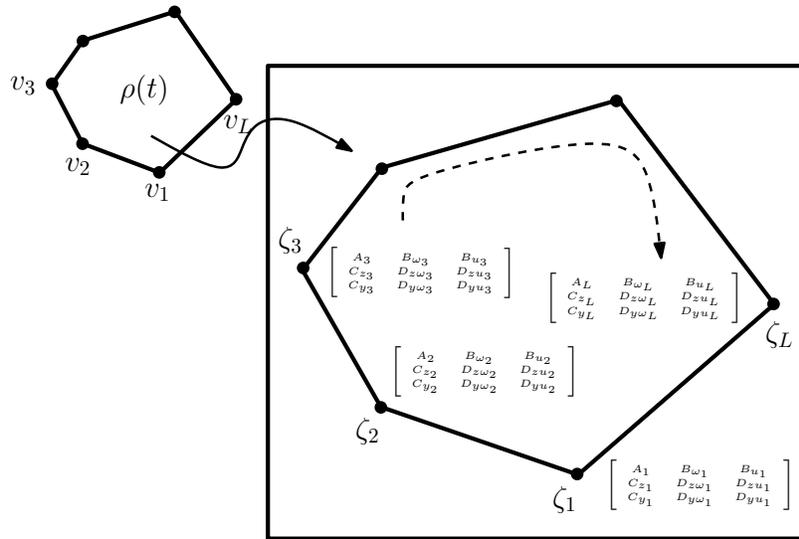


Figura 2-4: Representación gráfica de la incertidumbre politópica

Al igual que para el caso de un sistema LTI, las funciones de Lyapunov pueden ser utilizadas en el análisis de estabilidad y en el diseño de controladores de sistemas con parámetros inciertos. El siguiente Teorema presenta una condición suficiente LMI, basada sobre el resultado (2.34), para la estabilidad robusta de controladores de sistemas con parámetros variantes en el tiempo descritos mediante la representación politópica (2.36).

Teorema 2.1.2. *Una condición suficiente para que el sistema definido por (2.34) sea asintóticamente estable para algunas ganancias de realimentación \mathbf{F} , es que exista una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} , es decir, $\mathbf{W} = \mathbf{W}^T > 0$, tal que*

$$\mathbf{W}A_i^T + A_i\mathbf{W} + \mathbf{Y}^TB_{u_i}^T + B_{u_i}\mathbf{Y} \quad i = 1, \dots, L \quad (2.38)$$

siendo $\mathbf{F} = \mathbf{Y}\mathbf{W}^{-1}$.

En adición a la estabilidad, restricciones tales como: rechazo a perturbaciones, ubicación de polos en lazo cerrado y limitación en el esfuerzo de control, pueden ser tenidas en cuenta en el diseño de las ganancias de realimentación \mathbf{F} , para asegurar un apropiado comportamiento dinámico del sistema. Estas restricciones son estudiadas en la siguiente sección.

2.2. Formulación de otras restricciones LMI

Durante las dos últimas décadas, múltiples condiciones LMIs han sido desarrolladas para el análisis y diseño de sistemas de control, con el propósito de mejorar las prestaciones dinámicas de los sistemas controlados. La síntesis de control H_∞ , es uno de los primeros enfoques tratados como un problema de optimización convexa formulado mediante LMIs [73]. Este enfoque de control, el cual se basa en la norma H_∞ , garantiza un mínimo nivel de atenuación entre una perturbación de entrada y la salida regulada de un sistema. Sin embargo, la síntesis H_∞ no asegura un comportamiento transitorio adecuado del sistema en lazo cerrado, por lo que es deseable tener en cuenta otras limitaciones adicionales: por ejemplo, la ubicación de los polos para lograr una respuesta transitoria satisfactoria. Dado que las técnicas LMIs permiten considerar el cumplimiento de varios requerimientos de diseño, trabajos como los Chilali et al. en [73], presentan una condición de ajuste simultáneo de diseño H_∞ con una región de ubicación de polos en lazo cerrado, el cual tienen en cuenta incertidumbres paramétricas descritas por modelos politópicos. Este resultado ha sido ampliamente utilizado como punto de partida de otras investigaciones que se basan en la búsqueda y combinación de otras restricciones de diseño formuladas en términos de LMIs, entre las que se encuentran limitaciones de saturación .

El objetivo de esta sección es presentar los detalles de las restricciones LMIs para el diseño de los controladores robustos que se abordará en la presente tesis. Para este fin, la sección se organiza de la siguiente manera: en la subsección 2.2.1 se presenta el concepto y formulación LMI para el diseño de control H_∞ . Luego, en la subsección 2.2.2 se introduce un conjunto de condiciones LMIs para la ubicación de los polos en lazo cerrado, teniendo en cuenta una mínima tasa de decaimiento (decay rate), un mínimo factor de amortiguamiento

y una máxima frecuencia natural. Finalmente en la subsección 2.2.3 se detalla la definición y formulación para la limitación del esfuerzo de control.

2.2.1. Formulación LMI para el diseño de control H_∞

Considerando el sistema LTI (2.26) en lazo cerrado

$$\begin{cases} \dot{x}(t) &= (A + B_u \mathbf{F}) x(t) + B_w w(t) \\ z(t) &= (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) x(t) + D_{zw} w(t) \end{cases} \quad (2.39)$$

La manera de asegurar un mínimo nivel de atenuación de una perturbación externa $w(t)$ sobre la salida controlada $z(t)$, se logra determinando la máxima ganancia RMS (Root Mean Square) o norma H_∞ de la función de transferencia del sistema realimentado $H(s)$ de $w(t)$ a $z(t)$; es decir:

$$\|H(s)\|_\infty = \sup_{\|w(t)\|_{L_2} \neq 0} \frac{\|z\|_{L_2}}{\|w\|_{L_2}} < \gamma \quad (2.40)$$

donde $\|\cdot\|_\infty$ y $\|\cdot\|_2$ representan la norma infinito y la norma euclidiana respectivamente.

El equivalente en el dominio de la frecuencia de la restricción (2.40) corresponde a [12]:

$$\sup_{\omega} |H(j\omega)| < \gamma \quad (2.41)$$

siendo $H(j\omega) = (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) [j\omega I - (A + B_u \mathbf{F})]^{-1} B_w + D_{zw}$.

Esto interpreta que a cualquier frecuencia la ganancia de la señal de perturbación no será más grande que γ . Las restricciones (2.40) y (2.41) se cumplen si existe una función de Lyapunov $V(x) = x^T \mathbf{P} x$ que satisfaga la siguiente desigualdad [12]

$$\frac{d}{dt} V(x) + z^T z - \gamma^2 w^T w \leq 0 \quad (2.42)$$

con $\mathbf{P} > 0$ y $\gamma > 0$. La validez de la desigualdad (2.42) se demuestra en [12].

Sustituyendo la ecuación (2.39) en la desigualdad (2.42) se obtiene:

$$\begin{aligned} & [(A + B_u \mathbf{F})x + B_w w]^T \mathbf{P}x + x^T \mathbf{P}[(A + B_u \mathbf{F})x + B_w w] + [(C_z + D_{zu} \mathbf{F})x + D_{zw} w] \times \\ & \quad [(C_z + D_{zu} \mathbf{F})x + D_{zw} w]^T - \gamma^2 w^T w \leq 0 \end{aligned} \quad (2.43)$$

Organizando la desigualdad (2.43) y aplicando el lema real acotado (bounded-real lemma) descrito en [12, pág 26], la desigualdad matricial puede ser reescrita de la siguiente manera

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} (A + B_u \mathbf{F})^T \mathbf{P} + \mathbf{P}(A + B_u \mathbf{F}) \\ + (C_z + D_{zu} \mathbf{F})^T (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) \\ B_w^T \mathbf{P} + D_{zw}^T (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) \end{pmatrix} & \mathbf{P}B_w + (C_z + D_{zu} \mathbf{F})^T D_{zw} \\ & -\gamma^2 I + D_{zw}^T D_{zw} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.44)$$

Utilizando el complemento de Schur's (subsección 2.1.3) para (2.44) y multiplicando luego ambos lados de la desigualdad por \mathbf{P}^{-1} , se obtiene:

$$\begin{aligned} & \mathbf{P}^{-1} (A + B_u \mathbf{F})^T + (A + B_u \mathbf{F}) \mathbf{P}^{-1} + \mathbf{P}^{-1} (C_z + D_{zu} \mathbf{F})^T (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) \mathbf{P}^{-1} \\ & - \left[B_w + \mathbf{P}^{-1} (C_z + D_{zu} \mathbf{F})^T D_{zw} \right] \left[-\gamma^2 I + D_{zw} D_{zw}^T \right]^{-1} \left[B_w^T + D_{zw}^T (C_z + D_{zu} \mathbf{F}) \mathbf{P}^{-1} \right] < 0 \end{aligned} \quad (2.45)$$

Al igual que se hizo en el subsección 2.1.3, definiendo las variables $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$, $\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{W}$ y aplicando nuevamente el complemento de Schur's, la desigualdad (2.45) puede ser reescrita de la siguiente forma:

$$\begin{bmatrix} \begin{pmatrix} \mathbf{A}\mathbf{W} + \mathbf{W}\mathbf{A}^T + B_u \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T + \\ + (\mathbf{W}C_z^T + \mathbf{Y}^T D_{zu}^T) (C_z \mathbf{W} + D_{zu} \mathbf{Y}) \\ B_w^T + D_{zw}^T (C_z \mathbf{W} + D_{zu} \mathbf{Y}) \end{pmatrix} & B_w + (\mathbf{W}C_z^T + \mathbf{Y}^T D_{zu}^T) D_{zw} \\ & -\gamma^2 I + D_{zw}^T D_{zw} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.46)$$

Esta desigualdad puede ser expresada como

$$\begin{bmatrix} \mathbf{A}\mathbf{W} + \mathbf{W}\mathbf{A}^T + B_u \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T & B_w \\ B_w^T & -\gamma \mathbb{I} \end{bmatrix} + \frac{1}{\gamma} \begin{bmatrix} (\mathbf{W}C_z^T + \mathbf{Y}^T D_{zu}^T) \\ D_{zu}^T \end{bmatrix} \begin{bmatrix} (C_z \mathbf{W} + D_{zu} \mathbf{Y}) & D_{zw} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.47)$$

Utilizando de nuevo el complemento de Schur's sobre la desigualdad (2.47), se puede obtener la restricción H_∞ para los sistemas en lazo cerrado, el cual se establece mediante el siguiente

teorema.

Teorema 2.2.1. *El sistema definido por (2.39) es asintóticamente estable para algunas ganancias de realimentación F y $\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} < \gamma$ si existe una matriz simétrica definida positiva W tal que*

$$\begin{bmatrix} A\mathbf{W} + \mathbf{W}A^T + B_u\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T & B_w & \mathbf{W}C_z^T + \mathbf{Y}^T D_{zu}^T \\ & B_w^T & -\gamma\mathbb{I} & \mathbf{0} \\ C_z\mathbf{W} + D_{zu}\mathbf{Y} & \mathbf{0} & -\gamma\mathbb{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (2.48)$$

donde $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ y $F = \mathbf{Y}\mathbf{W}^{-1}$

Este resultado es fácilmente extensible a sistemas inciertos descritos por modelos poli-tópicos [10, 73].

2.2.2. Formulación LMI para ubicación de polos

La ubicación de los polos en lazo cerrado es otra importante restricción a considerar para el buen funcionamiento transitorio de los sistemas dinámicos. Esta condición consiste en forzar la ubicación de los polos en una región del plano complejo ($x \pm jy$), tal y como se observa en la Figura 2-5, que asegure una mínima tasa de decaimiento α , un mínimo factor de amortiguamiento $\zeta = \cos(\theta)$ y una máxima frecuencia natural $\omega_o = r \sin(\theta)$. Por lo tanto, esta región $S(\alpha, \theta, r)$ limita el sobrepaso máximo, el tiempo de elevación y el tiempo de establecimiento.

El siguiente Teorema, adaptado de [73], corresponde a la restricción LMI para la ubicación de polos en lazo cerrado en la región $S(\alpha, \theta, r)$.

Teorema 2.2.2. *Los polos en lazo cerrado del sistema (2.39) se ubican en la región $S(\alpha, \theta, r)$ si existe una matriz simétrica definida positiva W tal que*

- *Restricción para la tasa de decaimiento α*

$$A\mathbf{W} + \mathbf{W}A^T + B_u\mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T + 2\alpha\mathbf{W} < \mathbf{0} \quad (2.49)$$

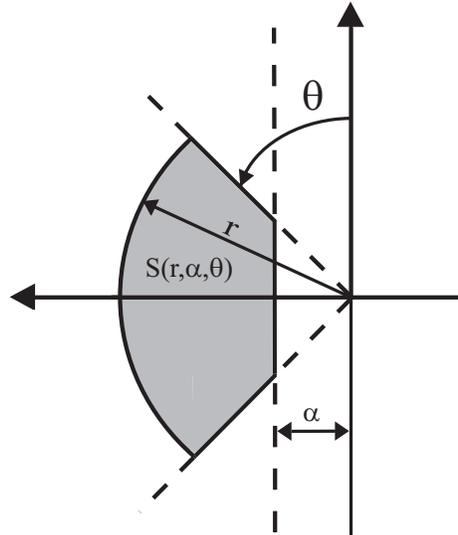


Figura 2-5: Región de ubicación de polos $S(\alpha, \theta, r)$

- *Restricción para la limitación del factor de amortiguamiento ζ*

$$\begin{bmatrix} \cos \theta (A \mathbf{W} + \mathbf{W}A^T + B_u \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T) & \sin \theta (A \mathbf{W} - \mathbf{W}A_i^T + B_u \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T B_u^T) \\ \sin \theta (-A \mathbf{W} + \mathbf{W}A^T - B_u \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T) & \cos \theta (A \mathbf{W} + \mathbf{W}A^T + B_u \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_u^T) \end{bmatrix} < 0 \quad (2.50)$$

- *Restricción para la limitación de la frecuencia natural ω_o*

$$\begin{bmatrix} -r \mathbf{W} & \mathbf{W}A^T + \mathbf{Y}^T B_u^T \\ A \mathbf{W} + B_u \mathbf{Y} & -r \mathbf{W} \end{bmatrix} < 0 \quad (2.51)$$

siendo $\mathbf{F} = \mathbf{Y}\mathbf{W}^{-1}$.

Una explicación detallada de las restricciones LMIs (2.49)-(2.51) y su extensión a sistemas inciertos puede ser encontrada en [73].

2.2.3. Formulación LMI para la restricción en la entrada de control

En el diseño de sistemas controlados, generalmente no se tiene en cuenta condiciones que limiten los valores de la señal de entrada. Para el caso del control por realimentación de estados sujeto al cumplimiento de las restricciones descritas anteriormente, un valor

excesivo de las componentes de \mathbf{F} podría saturar la entrada de control, empeorando las prestaciones de funcionamiento previstas. Por esta razón, se introduce una nueva restricción LMI que restringe el esfuerzo de control; es decir, $\|u(t)\|_2 \leq \mu$ a lo largo de una trayectoria para alguna condición desde $x(0)$ que se encuentre dentro de un elipsoide $x(0)^T \mathbf{P} x(0)$. El siguiente teorema establece el cumplimiento de la restricción.

Teorema 2.2.3. [12] *Asumiendo que la condición inicial $x(0)$ del sistema (2.39) es conocida, la restricción de acotamiento del esfuerzo de control $\|u(t)\|_2 \leq \mu$ es aplicada en todo tiempo $t \geq 0$ si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que satisfaga las siguientes LMIs*

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & \mathbf{W} \end{bmatrix} \geq 0, \quad (2.52)$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & \mu^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0$$

donde $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ y $\mathbf{Y} = \mathbf{F}\mathbf{W}$.

Dada las condiciones LMIs descritas anteriormente, el procedimiento de la síntesis de control robusto consiste en encontrar la ganancia de realimentación \mathbf{F} que garantice un mínimo nivel de atenuación entre la perturbación de entrada y la salida regulada, es decir, minimizando el parámetro γ en la restricción (2.48), satisfaciendo las restricciones de ubicación de polos en la región $S(\alpha, \theta, r)$ (2.49)-(2.51) y la restricción sobre el esfuerzo de control (2.52), para cada vértice ζ_i de la representación politópica del modelo (2.39). De esta manera, el procedimiento de la síntesis de control se puede expresar por medio del siguiente algoritmo de optimización:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \gamma \quad \text{sujeto a} \\ & \mathbf{W}, \mathbf{Y} \\ & (2.48), (2.49), (2.50), (2.51), \text{ y } (2.52) \\ & \forall \{\zeta_i\}, \quad i = 1, \dots, L \end{aligned} \quad (2.53)$$

En la siguiente sección, se desarrolla un ejemplo de diseño de un control robusto LMI para un convertidor conmutado boost.

2.3. Ejemplo de diseño

En esta sección, se presenta un ejemplo de control robusto aplicado al problema de regulación de voltaje de un convertidor conmutado boost, basado en el método de síntesis (2.53) propuesto en la sección anterior. En la primera parte de la sección se obtiene un modelo de parámetros inciertos del convertidor a través de una representación politópica tal y como se describió en la subsección 2.1.5. Posteriormente, a partir de los valores de los parámetros del convertidor, el modelo incierto y las restricciones LMIs (2.48)-(2.52) se determina numéricamente el vector de ganancias de realimentación de estados \mathbf{F} gracias a la utilización de algoritmos basados en métodos de puntos de interior [62]. Finalmente, se muestran los resultados y las ventajas del controlador LMI, mediante simulaciones y verificación experimental.

2.3.1. Modelo incierto del convertidor boost

En esta subsección, se introduce la representación politópica de incertidumbres del convertidor conmutado boost. La Figura 2-6 muestra el circuito esquemático del bien conocido convertidor boost [1], el cual es un circuito capaz de elevar y regular el voltaje de salida de una fuente de energía primaria. Tal y como se describió en el Capítulo 1, $v_o(t)$ es el voltaje de salida, $i_o(t)$ es la perturbación de corriente de carga y $v_g(t)$ es el voltaje de entrada, el cual se considera constante V_g . La resistencia R modela la carga del convertidor, mientras L y C representan los valores de inductancia y capacitancia, respectivamente. El vector de estado está compuesto por $i_L(t)$, el cual representa la corriente en el inductor y por $v_o(t)$, el cual representa el voltaje en el condensador. Estas variables son sensadas y disponibles para efectos de realimentación.

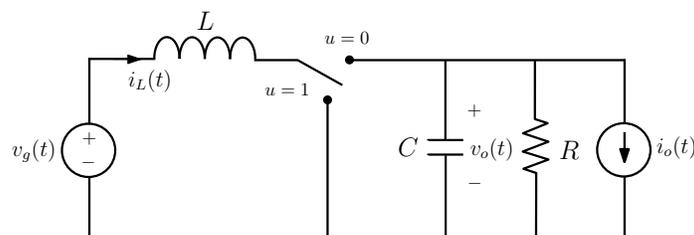


Figura 2-6: Circuito esquemático de un convertidor boost

Asumiendo que el convertidor opera en modo de conducción continua (MCC) y además con una frecuencia de conmutación mucho más grande que las frecuencias naturales del convertidor y que las resistencias parásitas son despreciables, el sistema de matrices de la representación en el espacio de estado del modelo de pequeña señal para el convertidor boost, el cual se muestra en el Capítulo 1, puede ser escrito como:

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{v}_o(t) \end{bmatrix} & \tilde{w}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} & \tilde{u}(t) &= [\tilde{d}(t)] \\ X &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'^2 R} \\ \frac{V_g}{D'} \end{bmatrix} & W &= \begin{bmatrix} V_g \\ 0 \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} & B_u &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} \\ -\frac{V_g}{D'^2 RC} \end{bmatrix} & B_w &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (2.54)$$

$$C_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 \end{bmatrix} \quad D_{yw} = [0] \quad D_{yd} = [0]$$

donde $D' = 1 - D$ es el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario.

Con el objetivo de asegurar error de estado estacionario cero en el voltaje de salida $v_o(t)$, se adiciona una nueva variable de estado $x_3(t)$ correspondiente a la función integral

$$x_3(t) = \int_0^t (v_o(\tau) - V_{ref}) d\tau \quad (2.55)$$

donde V_{ref} es el voltaje de referencia. Esta nueva variable fuerza a que $v_o(t) \rightarrow V_{ref}$ cuando $t \rightarrow \infty$.

De esta manera, teniendo en cuenta la variable adicional, el modelo aumentado del convertidor boost puede ser escrito como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B_w\tilde{w}(t) + B_u\tilde{d}(t) \quad (2.56)$$

donde

$$A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} & 0 \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} \\ -\frac{V_g}{D'^2 RC} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} 0 \\ -\frac{1}{C} \\ 0 \end{bmatrix}$$

Puesto que algunos parámetros del convertidor son inciertos, algunos términos de la expresión (2.56) son conocidos únicamente dentro de un cierto rango de operación. De este modo, con el objetivo de asegurar que los requerimientos de control sean obtenidos para algún valor de parámetros, se define un vector ρ que agrupa los términos inciertos de manera que las matrices A y B_u tengan una dependencia lineal respecto a estos parámetros ρ . Posteriormente, tal y como se describió en la subsección 2.1.5, se define un polítopo convexo que contenga todos los posibles valores de las matrices dinámicas $A(\rho)$ y $B_u(\rho)$.

En este contexto, se considera que la carga R y el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario D' son los parámetros inciertos del convertidor. Las matrices A y B_u del modelo son las únicas que dependen sobre los parámetros inciertos R y D' . Sin embargo, puede observarse que estas matrices no son linealmente dependientes de los parámetros inciertos, lo que lleva a que se definan dos nuevas variables inciertas con el propósito de mantener una dependencia lineal [10]. Por lo tanto, el vector de parámetros inciertos ρ se define como:

$$\rho = \left\{ \frac{1}{R}, D', \frac{1}{D'}, \frac{1}{D'^2 R} \right\} \quad (2.57)$$

Por consiguiente, los posibles valores de ρ definen un polítopo de $L = 2^4$ vértices $\{v_1, \dots, v_{16}\}$ tal que sus coordenadas son limitadas por:

$$\begin{aligned} \rho_1 \in [\rho_{1_{min}}, \rho_{1_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{R_{max}}, \frac{1}{R_{min}} \right\} \\ \rho_2 \in [\rho_{2_{min}}, \rho_{2_{max}}] &= \{D'_{min}, D'_{max}\} \\ \rho_3 \in [\rho_{3_{min}}, \rho_{3_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{D'_{max}}, \frac{1}{D'_{min}} \right\} \\ \rho_4 \in [\rho_{4_{min}}, \rho_{4_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{D'_{max}{}^2 R_{max}}, \frac{1}{D'_{min}{}^2 R_{min}} \right\} \end{aligned} \quad (2.58)$$

De esta manera, el sistema de matrices $S(\rho) = [A(\rho), B_u(\rho)]$ está incluido dentro del polítopo convexo $C_0 \{\zeta_1, \dots, \zeta_{16}\}$.

Vale la pena señalar, que a pesar de que este modelo tiene dos parámetros inciertos, el vector ρ tiene cuatro dimensiones tal que el sistema de matrices $S(\rho)$ sea linealmente dependiente respecto a ρ . Este procedimiento involucra cierto grado de conservatismo pero asegurará la robustez del control.

2.3.2. Procedimiento de síntesis

Tal y como se mencionó en la sección 2.2, el objetivo de la síntesis de control es encontrar un vector de ganancias de realimentación \mathbf{F} que minimice la norma H_∞ (γ) satisfaciendo las restricciones de ubicación de polos y la restricción en el esfuerzo de control para todos los vértices del modelo politópico. Los valores del conjunto de parámetros del convertidor se muestran en la Tabla 2.1.

Tabla 2.1: Parámetros del convertidor boost

Parámetro	Valor
V_g	12 V
$v_o(V_{ref})$	24 V
L	88 μH
C	200 μF
R	[10, 50] Ω
D'	[0.3, 0.95]
T_s	5 μs

La carga nominal del convertidor es igual a $R = 10 \Omega$, mientras el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario es igual a $D' = 0.5$. Los valores de los parámetros (α, θ, r, μ) para el diseño del controlador de acuerdo a las expresiones (2.48)-(2.52) se especifican en la Tabla 2.2.

Tabla 2.2: Parámetros del controlador del convertidor boost

θ	25°
α	450 s^{-1}
μ	17
r	$\frac{2\pi f_s}{10} \frac{rad}{s}$

Para el primer requerimiento de diseño, la máxima tasa de decaimiento α que se escogió es de 450, el cual corresponde con un tiempo máximo de establecimiento de $4*(1/450)$ s. Seguidamente, Como coeficiente de amortiguamiento, se seleccionó un $\theta = 25^\circ$, que corresponde a un un mínimo factor de amortiguamiento de $\zeta = 0.4$. Este valor asegura que las oscilaciones no sean excesivas. Luego, para limitar los polos dentro de un rango de frecuencias válido del modelo promediado, r es escogido como 1/10 de la frecuencia de conmutación [10, 73]. Finalmente, con el fin de limitar la señal de control en el rango $[-D, 1 - D]$, se estableció un $\mu = 17$, ya que por medio de simulaciones se pudo observar la no saturación del ciclo de trabajo, en diversos transitorios que partían desde el arranque del convertidor.

Una vez que se establecen (α, θ, r, μ) , se obtiene el controlador robusto LMI resolviendo el algoritmo de optimización (2.53) para el modelo politópico (2.58), a través del toolbox LMI de MATLAB [62]. Obteniéndose el siguiente vector de ganancias de realimentación \mathbf{F}

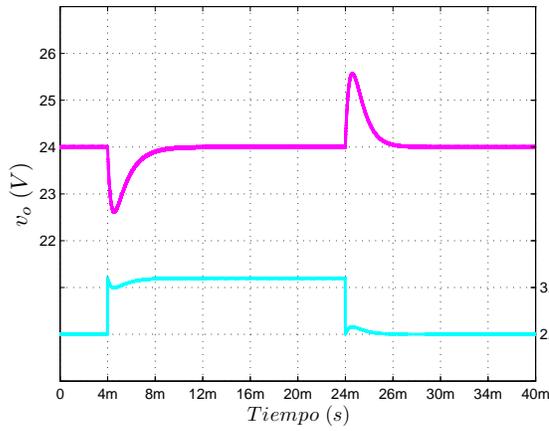
$$\mathbf{F} = \begin{bmatrix} -0.4564 & -0.5153 & 611.7906 \end{bmatrix} \quad (2.59)$$

Este controlador asegura una mínima ganancia H_∞ del voltaje de salida con respecto a la perturbación de corriente de salida de $\gamma = 2.2982$ (7.2278 dB).

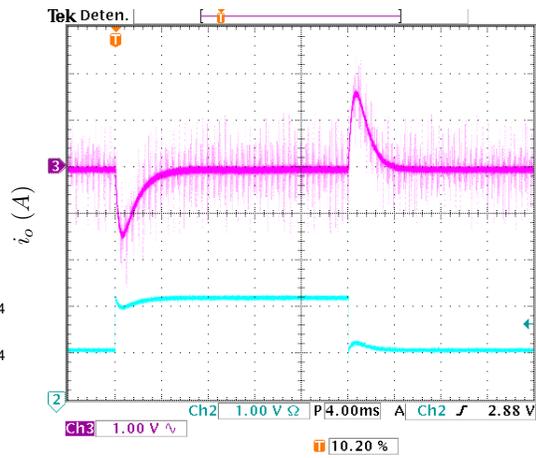
2.3.3. Simulaciones y resultados experimentales

Con el fin de verificar el comportamiento dinámico del convertidor boost bajo la ley de control $\tilde{d} = \mathbf{F}\tilde{x}$, a continuación se ilustran simulaciones numéricas realizadas mediante PSIM así como la correspondiente verificación experimental, en presencia de perturbaciones de la corriente de salida y del voltaje de entrada.

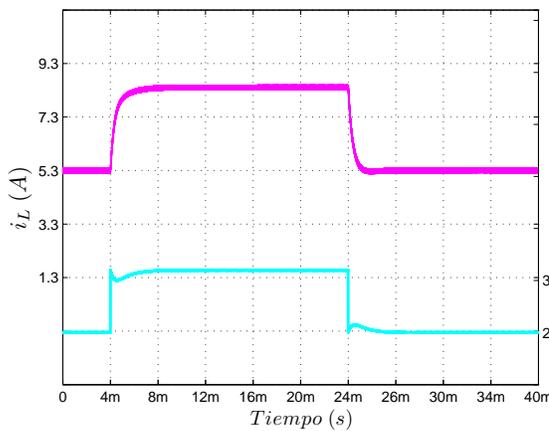
En la Figura 2-7 se muestran las formas de onda del voltaje de salida v_o , la corriente en el inductor i_L , la integral del error de salida x_3 y el ciclo de trabajo d , para cambios en la corriente de carga de 2.4 A a 3.6 A en $t = 4$ ms y luego retornando a 2.4 A en $t = 24$ ms. Puede observarse que el controlador regula suavemente el voltaje de salida v_o en 24 V luego de un corto período transitorio. También se puede observar que el ciclo de trabajo no excede los límites del intervalo $[0, 1]$.



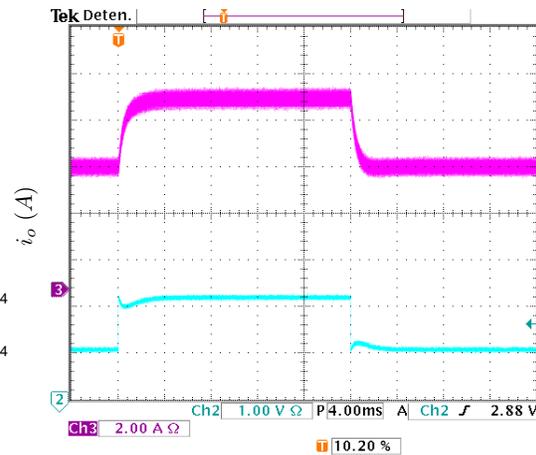
(a) v_o simulado



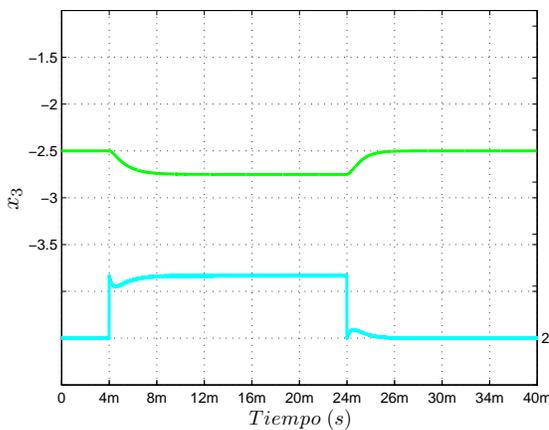
(b) v_o experimental



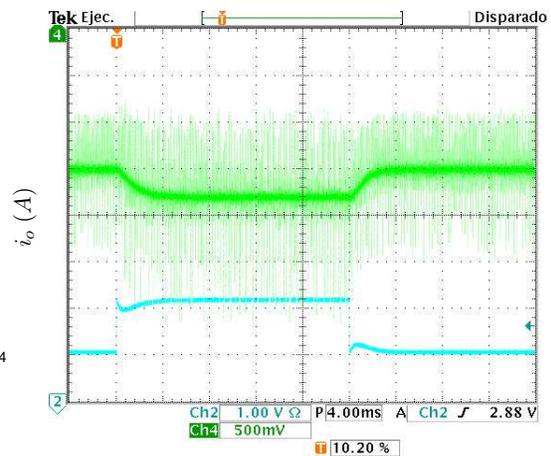
(c) i_L simulado



(d) i_L experimental



(e) x_3 simulado



(f) x_3 experimental

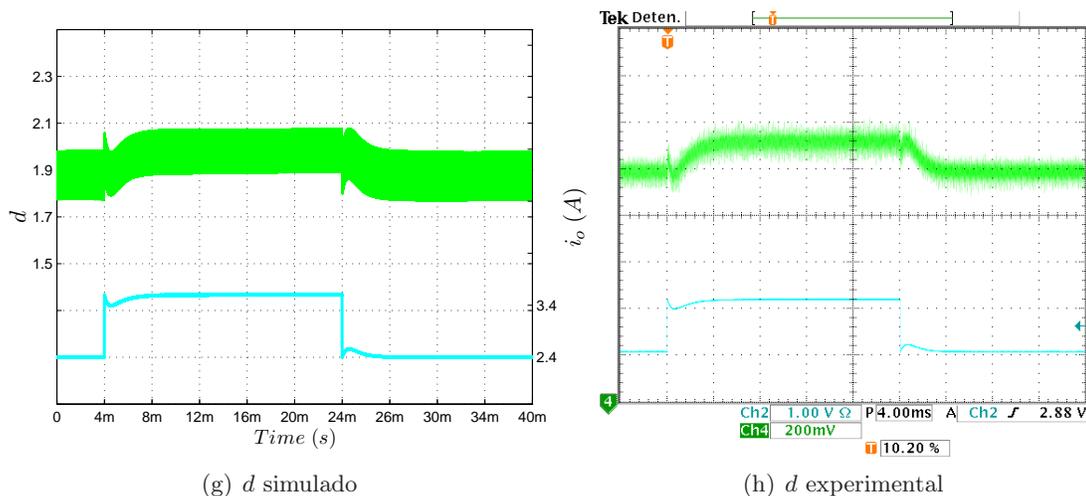
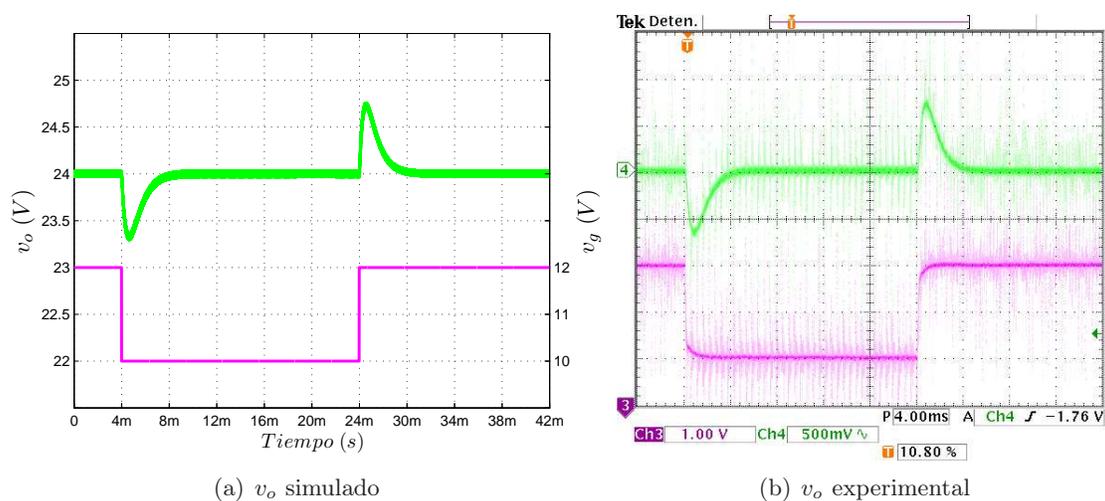
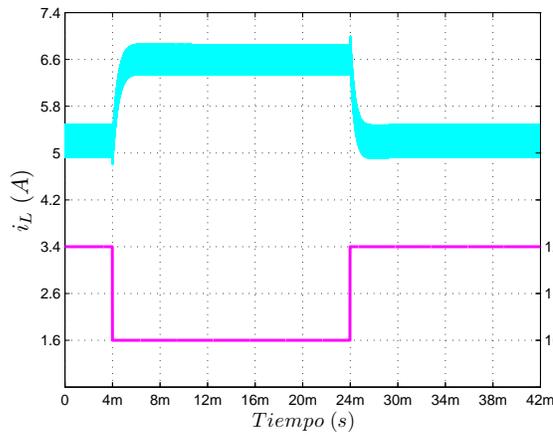


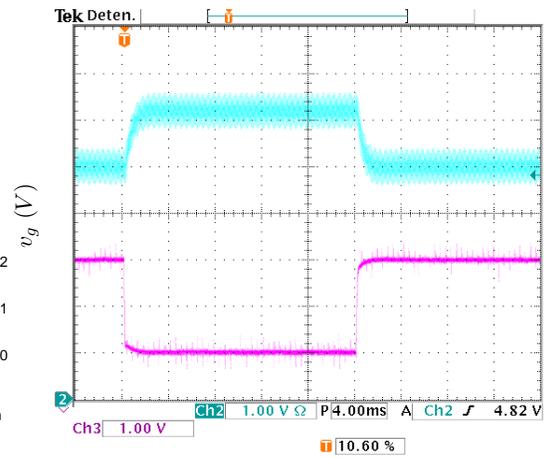
Figura 2-7: Respuesta simulada y experimental del convertidor boost bajo una perturbación de corriente de salida de 1.2 A

Vale la pena destacar que las respuestas presentan una tasa de decaimiento aproximadamente de $\alpha = 1000$, la cual es mayor que la mínima tasa garantizada ($\alpha = 450$). Por otra parte, el coeficiente de amortiguamiento corresponde a un valor mayor que el establecido en la Tabla 2.2, tal como cabía esperar.

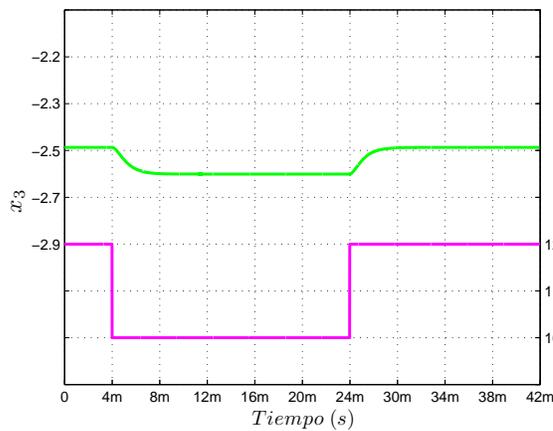




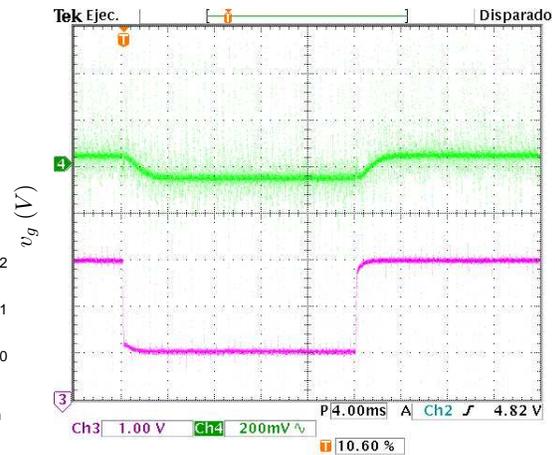
(c) i_L simulado



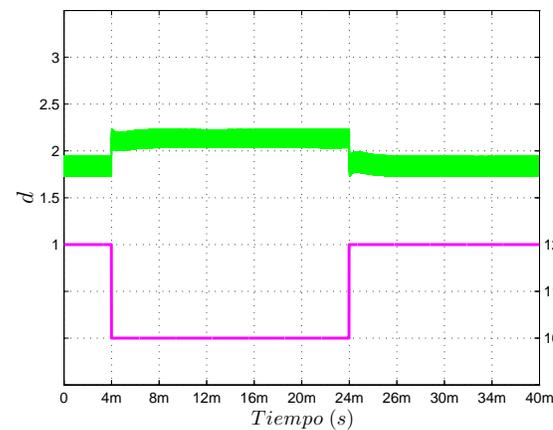
(d) i_L experimental



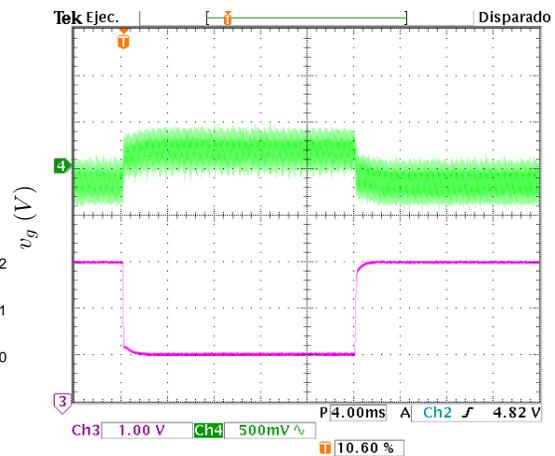
(e) x_3 simulado



(f) x_3 experimental



(g) d simulado



(h) d experimental

Figura 2-8: Respuesta simulada y experimental del convertidor boost bajo una variación en el voltaje de entrada de 2 V

Similarmente, en la Figura 2-8 se muestran las formas de onda de las variables de estado y el ciclo de trabajo cuando el voltaje de entrada presenta cambios: primero en $t = 4 \text{ ms}$, éste disminuye de 12 V a 10 V y luego, en $t = 24 \text{ ms}$, éste retorna a 12 V. Una vez más, puede observarse que el controlador presenta un comportamiento robusto, ya que cumple con las prestaciones previstas tanto de tiempo de establecimiento y relación de amortiguamiento.

En este capítulo se han presentado las nociones básicas y la metodología de diseño de un control robusto por realimentación de estados basado en desigualdades matriciales lineales. Esta metodología de diseño se aplicó con éxito al modelo incierto de un convertidor de fase no mínima, como lo es el convertidor boost, además mediante simulaciones numéricas realizadas en PSIM y verificación experimental se pudo corroborar su validez.

En el siguiente capítulo, se presentará el diseño de controladores robustos LMIs para la regulación de voltaje de convertidores conmutados de CC/CC en cascada.

Capítulo 3

Control basado en desigualdades matriciales lineales para convertidores de CC/CC en cascada

Los convertidores conmutados de CC/CC básicos, tal y como se describió en el Capítulo 1, son dispositivos ampliamente utilizados para la adaptación de fuentes de energía continua no reguladas a determinados requerimientos de carga, sin embargo cuando las relaciones entre el voltaje de salida y el voltaje de entrada son demasiados grandes o pequeños, estos circuitos presentan limitaciones prácticas [74]. Ésta es la razón por la cual otras topologías se usan cuando se requieren amplios rangos de conversión de energía continua. Una de las alternativas que proporciona altas relaciones de conversión son las topologías en cascada [75–77]. Las topologías en cascada, son topologías multietapa es decir formadas por dos o más etapas de convertidores básicos conectados en cascada, donde cada etapa está controlada por su respectivo ciclo de trabajo. Por lo tanto, los convertidores multietapa son inherentemente sistemas multivariables, lo que implica una complejidad en el control [74, 75]. No obstante, con el fin de simplificar la implementación del controlador, algunos autores han aplicado estrategias de control donde los ciclos de trabajo son iguales para todas las etapas del convertidor [28, 74, 78], logrando de esta manera convertir estas topologías en sistemas monovariables.

En los últimos años, el control basado en desigualdades matriciales lineales se ha utilizado de manera satisfactoria para el control de convertidores de CC/CC básicos en el problema de regulación de voltaje salida [10, 43–45]. Sin embargo, esta estrategia de control de gran robustez aún no ha sido aplicada a topologías más complejas como es el caso de los convertidores en cascada. Con este propósito, este capítulo presenta el diseño de dos controladores robustos LMI para convertidores con dos etapas en cascada siendo fácilmente extensible a más etapas en cascada. El primer controlador LMI que se presenta en este capítulo consiste en una ley por realimentación de estados monovariante, el cual proporciona la misma señal de control para las dos etapas del convertidor. Este controlador asegura limitaciones en la ubicación de los polos y en el esfuerzo de control optimizando a su vez un cierto nivel de rechazo a perturbaciones, tiene en cuenta además la incertidumbre de ciertos parámetros del convertidor. El segundo controlador presentado consiste de una ley por realimentación de estados multivariante, en el cual la señal de control es independiente en cada etapa del convertidor. Como en el caso anterior, este controlador multivariante tiene en cuenta las mismas incertidumbres, limitaciones y función de optimización. El presente capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 3.1 se hace una pequeña introducción sobre los convertidores en cascada. Posteriormente, en la sección 3.2 se presenta el diseño de un controlador robusto LMI monovariante y multivariante para la regulación de voltaje de un convertidor conmutado buck en cascada. Ambos controladores garantizan un cierto nivel de rechazo a perturbaciones, una región dada de ubicación de polos y limitación en el esfuerzo de control. Además, en esta sección se muestran algunas simulaciones de ambos controladores donde se verifica la validez del procedimiento de diseño mediante PSIM. Luego en la sección 3.3, se presenta el mismo procedimiento de la sección 3.2, esta vez para el caso de un convertidor conmutado boost en cascada, donde se demuestra la validez del procedimiento de diseño a través de resultados experimentales. Finalmente, en la sección 3.4 se presentan las principales conclusiones de este capítulo.

3.1. Introducción

Durante las últimas décadas, dado el creciente desarrollo de la industria tecnológica en aplicaciones como: la aeronáutica, la informática, las comunicaciones, equipos de energía renovables, la industria del automóvil entre otras, se ha creado la necesidad de disponer de circuitos electrónicos con mayores relaciones de conversión tanto para la elevación como para la reducción de voltajes. La aplicación de convertidores conmutados de CC/CC básicos, en la conversión de niveles de tensión, se encuentra limitada debido a las características de operación del tiempo de encendido y apagado de los dispositivos de conmutación. Una operación cercana a los límites del ciclo de trabajo en este tipo de circuitos puede provocar deterioro en las señales de voltaje de salida, corriente en el inductor y, por ende, en la señal de control [76]. No obstante, una posible alternativa para la aplicación de este tipo de convertidores se encuentra en la utilización de transformadores, tal y como se muestra en [80], sin embargo el uso de transformadores podría implicar picos de tensión, en algunos casos peligrosos, que además limitan la eficiencia y provocan ruido no deseado [81, 82].

Tal y como se mencionó al inicio del capítulo, los convertidores conmutados de CC/CC en cascada son una alternativa eficaz a las topologías básicas, en especial cuando no se requiere aislamiento. Un ejemplo de estas topologías es el convertidor conmutado de CC/CC buck en cascada, donde su relación de conversión viene dada por el producto de los ciclos de trabajo de cada etapa. Los convertidores de CC/CC buck en cascada son una buena elección para la reducción de tensión de rango amplio, como por ejemplo los nuevos circuitos integrados y microprocesadores, que necesitan ser alimentados con niveles de tensión entre 3.3 V y 1.5 V partiendo de niveles de tensión mucho mayores [78]. Además, la tendencia se dirige hacia que los circuitos integrados sean alimentados por niveles de tensión todavía menores. Otro ejemplo de las topologías en cascada es el convertidor conmutado de CC/CC boost, el cual se utiliza cuando se requieren grandes elevaciones de tensión, como por ejemplo en ciertas aplicaciones de energía renovables (paneles solares y pilas de combustibles) donde el voltaje de las fuentes renovables son muy bajas y requieren de una salida de voltaje alta [77]. Los equipos de comunicaciones portátiles, son otro ejemplo del uso de los convertidores boost en cascada, ya que han incrementado el nivel tensión demandado de baterías de 1.2 V o 2.4 V

a niveles mayores o iguales a 12 V [83].

Por otra parte, dado el grado complejidad de la dinámica de los convertidores conmutados en cascada, el análisis y diseño de lazos de control puede ser difícil a medida que el número de etapas se incrementa. Por esta razón, en la literatura son pocos los trabajos en que se aborda en el control multivariable de convertidores en cascada [84,85]. Este hecho ha llevado a que algunos autores apliquen estrategias de control monovariantes a los convertidores de CC/CC en cascada, simplificando de esta manera la implementación del control [81,86].

Cómo se muestra en este capítulo, una alternativa al control de convertidores de CC/CC en cascada es el control basado en desigualdades matriciales lineales. Esta moderna estrategia de control, aplicada previamente a convertidores conmutados de una sola etapa [10,45], ofrece una solución que puede cumplir con un gran número de requisitos de diseño, además de muchas variables, donde las técnicas clásicas no permiten obtener una solución analítica [12] (Capítulo 2). Esta técnica permite considerar además un modelo de incertidumbres lo que conlleva a la obtención de una ley de control robusta.

Aunque existen algunos trabajos sobre el control monovariante y multivariable de convertidores en cascada, aún no se conoce ningún trabajo sobre el control robusto de convertidores en cascada basado en desigualdades matriciales lineales.

3.2. Control LMI de un convertidor buck en cascada

Como primer ejemplo de diseño, esta sección presenta dos controladores LMI robustos para la regulación de voltaje de salida de un convertidor buck en cascada incierto. El primer controlador consiste en una ley monovariante, el cual considera el mismo ciclo de trabajo para los dos etapas del convertidor, y el segundo controlador en una ley multivariable, que considera ciclos de trabajo independientes en cada etapa del convertidor. Ambos controladores aseguran el cumplimiento de requerimientos de diseño sobre la estabilidad, la ubicación de los polos en lazo cerrado y el esfuerzo de control, optimizando el rechazo de perturbaciones en la corriente de carga. De esta manera, en la primera parte de la sección se hace una pequeña revisión del modelo promediado lineal monovariante y multivariable del convertidor, basado en los modelos presentados en 1.4.5. Luego, se introducirá la representación

politópica de incertidumbres de un convertidor buck de dos etapas, para cada caso. Posteriormente, dado los valores del convertidor y los parámetros del controlador, se determinan las ganancias de realimentación de estados \mathbf{F}_{mono} y \mathbf{F}_{multi} de los controladores LMI mono-variable y multivariable, respectivamente, a través del algoritmo de optimización (2.53) con sus correspondientes modelos politópicos. Finalmente, se muestran algunas simulaciones que verifican la eficacia de los controladores propuestos.

3.2.1. Modelo promediado lineal del convertidor buck en cascada

En esta subsección, se presentan los modelos promediados lineales para el caso mono-variable y multivariable del convertidor buck en cascada, que se usarán posteriormente en la deducción de los modelos inciertos del convertidor. En la Figura 3-1 se muestra el circuito esquemático del convertidor buck en cascada, donde $v_{o_1}(t)$ y $v_{o_2}(t)$ son los voltajes de salida, $i_o(t)$ es la perturbación corriente de carga y v_g es el voltaje de entrada. La resistencia R modela la carga nominal del convertidor, mientras L_1 , L_2 , C_1 , y C_2 representan los valores de las inductancias y las capacitancias, respectivamente. Las variables de estado son las corrientes en las inductancias i_{L_1} y i_{L_2} y los voltajes en los condensadores v_{o_1} y v_{o_2} ; de esta manera, el vector de estado corresponde a $[i_{L_1}, v_{o_1}, i_{L_2}, v_{o_2}]$.

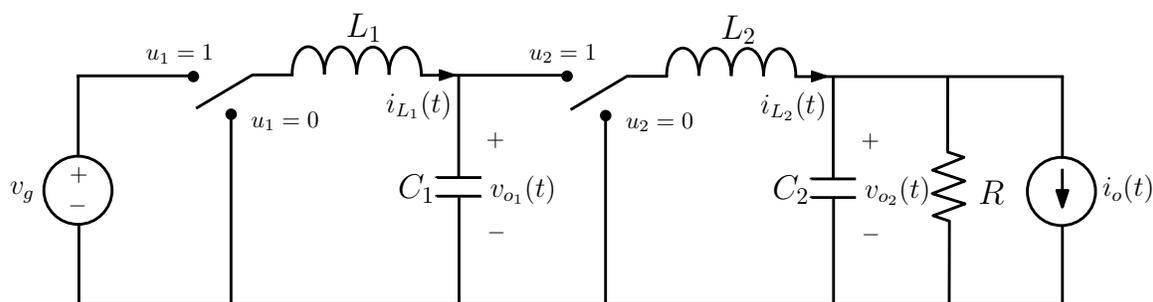


Figura 3-1: Circuito esquemático de un convertidor buck en cascada

Las señales binarias u_1 y u_2 que encienden y apagan los interruptores de cada etapa del convertidor, se controlan por medio de un modulador de frecuencia constante $1/T_s$. Los tiempos T_{on_1} y T_{off_1} son los intervalos en el cual el interruptor de la primera etapa permanece cerrado ($u_1 = 1$) y abierto ($u_1 = 0$), respectivamente. De igual manera, se usa la misma convención para T_{on_2} ($u_2 = 1$) y T_{off_2} ($u_2 = 0$) del interruptor de la segunda etapa. El

período de conmutación cumple que $T_s = T_{on1} + T_{off1} = T_{on2} + T_{off2}$, donde las relaciones $d_1 = T_{on1}/T_s$ y $d_2 = T_{on2}/T_s$ son los ciclos de trabajo del primer y segundo interruptor, respectivamente. Se asume que el convertidor opera en modo de conducción continua (MCC) y que las resistencias parásitas son despreciables.

El modelo conmutado del convertidor buck en cascada, el cual es mostrado en el Capítulo 1 (1.4.5), puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = [A_1x(t) + B_{w_1}w(t)]u_1(t)u_2(t) + [A_2x(t) + B_{w_2}w(t)]u_1(t)(1 - u_2(t)) + \\ [A_3x(t) + B_{w_3}w(t)](1 - u_1(t))u_2(t) + [A_4x(t) + B_{w_4}w(t)](1 - u_1(t))(1 - u_2(t)) \end{cases} \quad (3.1)$$

Por tanto, esta forma compacta de la dinámica del convertidor, puede ser escrita mediante la siguiente expresión:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{u_2}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{u_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1}u_1 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{i_o}{C_2} \end{bmatrix} \quad (3.2)$$

Posteriormente, el modelo conmutado puede ser aproximado usando la técnica de promediación en el espacio de estado, reemplazando las señales binarias u_1 y u_2 por sus respectivos ciclos de trabajo d_1 y d_2 y las variables de estado por sus respectivos valores promedios durante el período de conmutación T_s [1,6]. A continuación, se presenta el modelo promediado lineal monovariante del convertidor buck en cascada.

Modelo promediado lineal monovariante

Con el fin de obtener el modelo linealizado de la dinámica promediada del convertidor alrededor de un punto de equilibrio, tal y como se mostró en el Capítulo 1 (1.4.3), se considera variaciones lentas en los ciclos de trabajo $d_1(t)$ y $d_2(t)$, las variables de estado $x(t)$ y el vector

de perturbaciones $w(t)$ alrededor de sus respectivos valores en estado estacionario, es decir:

$$\begin{aligned} d_1(t) &= D_1 + \tilde{d}_1(t) \\ d_2(t) &= D_2 + \tilde{d}_2(t) \\ x(t) &= X + \tilde{x}(t) \\ w(t) &= W + \tilde{w}(t) \end{aligned} \quad (3.3)$$

donde D_1 , D_2 , X y W representan los valores en régimen estacionario y \tilde{d}_1 , \tilde{d}_2 , \tilde{x} y \tilde{w} representan las variaciones incrementales de los ciclos de trabajo, las variables de estado y el vector de perturbaciones, respectivamente

Sin embargo, con el propósito de presentar un modelo lineal monovariante, se considera el mismo ciclo de trabajo para las dos etapas del convertidor, es decir $d = d_1 = d_2$. Además, solo se tendrá en cuenta una sola señal de salida controlada, que corresponde con el voltaje en el condensador v_{o2} . También, con el fin de asegurar un error de salida cero en estado estacionario, se utiliza una variable de estado adicional x_5 teniendo en cuenta la integral del error del voltaje de salida, esto es:

$$x_5 = \int_0^\tau (v_{o2}(\tau) - V_{ref}) d\tau \quad (3.4)$$

Por otra parte, se considera como única señal de perturbación una corriente de salida adicional $i_o(t)$. De este modo, el modelo promediado lineal monovariante del convertidor buck en cascada puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) &= A^{mono}\tilde{x}(t) + B_w^{mono}\tilde{w}(t) + B_u^{mono}\tilde{d}(t) \\ \tilde{z}(t) &= C_z^{mono}\tilde{x}(t) + D_{zw}^{mono}\tilde{w}(t) + D_{zu}^{mono}\tilde{d}(t) \end{cases} \quad (3.5)$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L1}(t) \\ \tilde{v}_{o1}(t) \\ \tilde{i}_{L2}(t) \\ \tilde{v}_{o2}(t) \\ \tilde{x}_5(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{z}(t) = [\tilde{v}_{o2}(t)]$$

$$A^{mono} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{D}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{D}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u^{mono} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ -\frac{V_g D^2}{C_1 R} \\ \frac{V_g D}{L_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w^{mono} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \\ 0 \end{bmatrix} \\
 C_z^{mono} = [0 \ 0 \ 0 \ 1 \ 0] \quad D_{zu}^{mono} = [0] \quad D_{zw}^{mono} = [0] \quad (3.6)$$

y los valores en régimen estacionario del convertidor monovariante son:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g D^3}{R} \\ V_g D \\ \frac{V_g D^2}{R} \\ V_g D^2 \\ 0 \end{bmatrix} \quad W = [V_g] \quad (3.7)$$

En el siguiente apartado, se presenta el modelo promediado lineal multivariable del convertidor buck en cascada.

Modelo promediado lineal multivariable

Siguiendo el mismo procedimiento del apartado anterior, en el modelo promediado lineal multivariable del convertidor buck en cascada, se considera una señal de control independiente para cada etapa del convertidor, es decir, una entrada múltiple, que corresponde con el vector $\tilde{d} = [\tilde{d}_1 \ \tilde{d}_2]$. En este modelo se tienen en cuenta dos señales de salidas controladas, correspondientes a los voltajes en los condensadores \tilde{v}_{o1} y \tilde{v}_{o2} , los cuales se pueden expresar como:

$$\tilde{v}_{o1} = v_{o1} - \frac{V_{ref}}{D_2} \quad \tilde{v}_{o2} = v_{o2} - V_{ref} \quad (3.8)$$

Con el objetivo de cumplir con error de estado estacionario cero en las salidas del convertidor, se adicionan dos nuevas variables de estado x_5 y x_6 , que corresponden con las

siguientes funciones integrales:

$$x_5 = \int_0^\tau \left(v_{o1}(\tau) - \frac{V_{ref}}{D_2} \right) d\tau \quad x_6 = \int_0^\tau (v_{o2}(\tau) - V_{ref}) d\tau \quad (3.9)$$

Por lo tanto, los voltajes de salida en régimen permanente se pueden expresar como:

$$v_{o1} = \frac{V_{ref}}{D_2} = V_g D_1 \quad v_{o2} = V_{ref} = V_g D_1 D_2 \quad (3.10)$$

donde D_1 y D_2 son los ciclos de trabajo en estado estacionario para la primera y segunda etapa del convertidor, respectivamente. De esta manera, el modelo promediado lineal multivariable del convertidor buck en cascada, obtenido a partir de (3.2), puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A^{multi} \tilde{x}(t) + B_w^{multi} \tilde{w}(t) + B_u^{multi} \tilde{d}(t) \\ \tilde{z}(t) = C_z^{multi} \tilde{x}(t) + D_{zw}^{multi} \tilde{w}(t) + D_{zu}^{multi} \tilde{d}(t) \end{cases} \quad (3.11)$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L1}(t) \\ \tilde{v}_{o1}(t) \\ \tilde{i}_{L2}(t) \\ \tilde{v}_{o2}(t) \\ \tilde{x}_5(t) \\ \tilde{x}_6(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{z}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{o1}(t) \\ \tilde{v}_{o2}(t) \end{bmatrix}$$

$$A^{multi} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{1}{C_1} & 0 & -\frac{D_2}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{D_2}{L_2} & 0 & -\frac{1}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{1}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u^{multi} = \begin{bmatrix} \frac{V_{ref}}{L_1 D_1 D_2} & 0 \\ 0 & -\frac{V_{ref}}{RC_1} \\ 0 & \frac{V_{ref}}{L_2 D_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$B_w^{multi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad C_z^{multi} = \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T \quad D_{zu}^{multi} = \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} \quad D_{zw}^{multi} = [0] \quad (3.12)$$

y los valores en régimen estacionario del convertidor multivariable son:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g D_1 D_2^2}{R} \\ V_g D_1 \\ \frac{V_g D_1 D_2}{R} \\ V_g D_1 D_2 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix} \quad (3.13)$$

En la siguiente subsección, se presentarán los modelos inciertos del convertidor buck en cascada, tanto para el modelo monovariable como para el modelo multivariable.

3.2.2. Modelo incierto del convertidor buck en cascada

Un importante objetivo en la teoría de control robusto se encuentra en el modelado de las incertumbres de un sistema. La representación de incertidumbres a través de modelos politópicos, tal y como se describió en el Capítulo 2 (2.1.5), es una técnica capaz de representar de manera fácil y adecuada las incertidumbres de un sistema a partir de su modelo nominal, permitiendo diseñar un controlador en un dominio amplio de operación [12, 73]. Algunos de los parámetros dentro del conjunto de matrices de un sistema (2.34), pueden ser de tipo incierto o variante en el tiempo. Para el caso de los modelos del convertidor buck en cascada descritos en la subsección anterior y, tal como se verá en los siguiente apartados, solo las matrices A y B_u dependerán de parámetros inciertos. Estos parámetros pueden ser agrupados dentro de un vector ρ , de tal manera que las matrices A y B_u tenga dependencia lineal respecto a ellos. Luego, se define un polígono convexo (2.36) que contenga todos los posibles valores del sistema de matrices $S(\rho) = [A(\rho), B_u(\rho)]$. A continuación, se presenta el

modelo incierto monovariable del convertidor buck en cascada.

Modelo incierto monovariable

En el modelo monovariable se considera como parámetros inciertos la carga R y el ciclo de trabajo en régimen estacionario D . Cabe mencionar que todos los otros parámetros del modelo se consideran conocidos.

Con el objetivo de que las matrices A^{mono} y B_u^{mono} definidas en (3.6), cumplan con una dependencia lineal con respecto a los parámetros inciertos, se define una nueva variable incierta D^2/R . De esta manera, el vector de parámetros inciertos ρ se define como:

$$\rho = \left\{ \frac{1}{R}, D, \frac{D^2}{R} \right\} \quad (3.14)$$

Por lo tanto, los posibles valores de ρ definen un polítopo de $L = 2^3$ vértices $\{v_1, \dots, v_8\}$, que contiene los valores del conjunto del sistema incierto $S(\rho) = [A^{mono}(\rho), B_u^{mono}(\rho)]$. El rango de valores para cada parámetro incierto se considera contenido en los siguientes intervalos:

$$\begin{aligned} \rho_1 \in [\rho_{1_{min}}, \rho_{1_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{R_{max}}, \frac{1}{R_{min}} \right\} \\ \rho_2 \in [\rho_{2_{min}}, \rho_{2_{max}}] &= \{D_{min}, D_{max}\} \\ \rho_3 \in [\rho_{3_{min}}, \rho_{3_{max}}] &= \left\{ \frac{D_{max}^2}{R_{max}}, \frac{D_{min}^2}{R_{min}} \right\} \end{aligned} \quad (3.15)$$

Por consiguiente, el polítopo que contiene todos los valores de ρ puede ser expresado por la siguiente combinación:

$$\rho \in C_0 \{v_1, \dots, v_8\} = \left\{ \sum_{i=1}^8 \vartheta_i v_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^8 \vartheta_i = 1 \right\} \quad (3.16)$$

Y, debido a la dependencia lineal respecto a ρ , $S(\rho)$ está contenido por el siguiente polítopo convexo:

$$[A^{mono}(\rho), B_u^{mono}(\rho)] \in C_0 \{\zeta_1, \dots, \zeta_8\} = \left\{ \sum_{i=1}^8 \vartheta_i \zeta_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^8 \vartheta_i = 1 \right\} \quad (3.17)$$

donde los vértices ζ_i corresponde a la imagen de v_i , es decir $\zeta_i = [A^{mono}(v_i), B_u^{mono}(v_i)]$, (Ver Figura 2-4).

La adición de otros parámetros inciertos dentro del modelo del convertidor puede provocar un grado de conservatismo mayor, lo que podría causar en cierto caso, la infactibilidad de los requerimientos de control para el sistema de matrices $S(\rho)$. A continuación, se presenta el modelo incierto multivariable para el convertidor buck en cascada.

Modelo incierto multivariable

En el modelo multivariable se considera que la carga R y el ciclo de trabajo en régimen estacionario D_1 son los parámetros inciertos del convertidor. La no selección del ciclo de trabajo en régimen estacionario D_2 como parámetro incierto del convertidor, obedece al hecho, a que se considera que éste término no depende del valor del voltaje de entrada V_g , dado que se fuerza un valor en régimen estacionario para v_{o1} y v_{o2} igual a $v_{o1} = \frac{V_{ref}}{D_2}$ y $v_{o2} = V_{ref}$, tal y como se mostró en (3.10). De esta manera, el vector de parámetros inciertos ρ se define como:

$$\rho = \left\{ \frac{1}{R}, \frac{1}{D_1} \right\} \quad (3.18)$$

donde

$$\begin{aligned} \rho_1 \in [\rho_{1_{min}}, \rho_{1_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{R_{max}}, \frac{1}{R_{min}} \right\} \\ \rho_2 \in [\rho_{2_{min}}, \rho_{2_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{D_{1_{max}}}, \frac{1}{D_{1_{min}}} \right\} \end{aligned} \quad (3.19)$$

Debido a que las matrices A^{multi} y B_u^{multi} del convertidor dependen linealmente respecto a los parámetros inciertos $1/R$ y $1/D_1$, se puede definir un polítopo de $L = 2^2$ vértices $\{v_1, \dots, v_4\}$ que contenga todos los posibles valores de las matrices inciertas $S(\rho) = [A^{multi}(\rho), B_u^{multi}(\rho)]$. Por lo tanto, el polítopo convexo definido por el conjunto de vértices ζ_i se expresa como:

$$\left[A^{multi}(\rho), B_u^{multi}(\rho) \right] \in C_0 \{ \zeta_1, \zeta_2, \zeta_3, \zeta_4 \} = \left\{ \sum_{i=1}^4 \vartheta_i \zeta_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^4 \vartheta_i = 1 \right\} \quad (3.20)$$

Vale la pena señalar, que todos los otros parámetros del modelo se consideran conocidos.

En la siguiente subsección, se presentará el procedimiento de síntesis del controlador para la regulación de voltaje del convertidor buck en cascada.

3.2.3. Síntesis del controlador y simulaciones

En esta subsección, se describe el procedimiento y los resultados del control robusto basado en LMIs aplicado al modelo monovariable (3.5) y al modelo multivariable (3.11) del convertidor buck en cascada, teniendo en cuenta sus correspondientes modelos inciertos (3.15) y (3.19), respectivamente. Los valores del conjunto de parámetros del convertidor se muestran en la Tabla 3.1, donde la carga nominal del convertidor es igual a 1Ω y los ciclos de trabajo en régimen estacionario son iguales a 0.5.

Tabla 3.1: Parámetros del convertidor buck-buck

Parámetro	Valor	Valor Nominal
R	$[1, 2] \Omega$	1Ω
D, D_1	$[0.39, 0.55]$	0.5
V_g	$12 V$	-
$v_o(V_{ref})$	$3 V$	-
L_1, L_2	$100 \mu H$	-
C_1, C_2	$88 \mu F$	-
f_s	120 kHz	-

El procedimiento de síntesis, al igual como se mencionó en el Capítulo 2 (2.53), consiste en encontrar los vectores de ganancias de realimentación \mathbf{F}_{mono} y \mathbf{F}_{multi} que garanticen una adecuada norma H_∞ entre la perturbación de corriente de salida i_o y las salidas reguladas v_{o_i} , de tal manera que aseguren un mínimo nivel de rechazo de perturbación γ . Además, la síntesis satisface especificaciones dinámicas, tales como: una mínima tasa de decaimiento, un mínimo factor de amortiguamiento y una máxima frecuencia natural, las cuales son de un especial interés en los convertidores conmutados de CC/CC. Éste conjunto de res-

tricciones aseguran la ubicación de los polos en lazo cerrado dentro de la región $S(\alpha, \theta, r)$. También, el procedimiento de síntesis considera una restricción que limita el esfuerzo de control del convertidor. Por consiguiente, dadas estas restricciones, el método de síntesis para los controladores robustos LMI monovariable y multivariable, puede ser resumido mediante el siguiente algoritmo de optimización:

minimizar γ *sujeito a*

\mathbf{W}, \mathbf{Y}

$$\begin{bmatrix} A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T & B_w & \mathbf{W} C_z^T + \mathbf{Y}^T D_{zu}^T \\ B_w^T & -\gamma \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ C_z \mathbf{W} + D_{zu} \mathbf{Y} & \mathbf{0} & -\gamma \mathbb{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T + 2\alpha \mathbf{W} < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} \cos \theta (A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T) & \sin \theta (A_i \mathbf{W} - \mathbf{W} A_i^T + B_{u_i} \mathbf{Y} - \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T) \\ \sin \theta (-A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T - B_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T) & \cos \theta (A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_{u_i} \mathbf{Y} + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T) \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} -r \mathbf{W} & \mathbf{W} A_i^T + \mathbf{Y}^T B_{u_i}^T \\ A_i \mathbf{W} + B_{u_i} \mathbf{Y} & -r \mathbf{W} \end{bmatrix} < \mathbf{0}$$

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & \mathbf{W} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0} \quad ; \quad \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{Y}^T \\ \mathbf{Y} & \mu^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq \mathbf{0}$$

(3.21)

Para todos los vértices ζ_i del modelo incierto, es decir, $\forall i = 1, \dots, L$.

La solución de este algoritmo puede ser fácilmente llevada a cabo a través de métodos estándar de punto interior implementados en Matlab [62]. El uso de éstos métodos garantiza una solución óptima y rápida cuando el problema es factible, y en caso contrario, éstos detectan rápidamente la inviabilidad.

Como valores de los parámetros (α, θ, r, μ) para el diseño de los controladores, se seleccionaron las magnitudes que se muestran en la Tabla 3.3.

Tabla 3.2: Parámetros de los controladores del convertidor buck-buck

θ	25°
α	1000 s^{-1}
μ	8
r	$\frac{2\pi f_s}{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Con el objetivo de garantizar una rápida tasa de decaimiento, luego de realizar algunas pruebas con diferentes valores, el parámetro α que se escogió es de 1000, el cual corresponde con un tiempo máximo de establecimiento de $4 * (1/1000) \text{ s}$. Seguidamente, para un mínimo coeficiente de amortiguamiento de $\zeta = 0.4$, se seleccionó un $\theta = 25^\circ$. Luego, para limitar los polos dentro de un rango de frecuencias válido del modelo promediado, r es escogido como $1/10$ de la frecuencia de conmutación [10, 73]. Finalmente, para limitar la señal de control, se estableció un $\mu = 8$.

Una vez que los valores de los parámetros del convertidor y el controlador se han definido, el siguiente paso es determinar un mínimo nivel de rechazo de perturbación γ bajo el conjunto de restricciones (3.21), tal que a partir de los valores de \mathbf{W} y \mathbf{Y} encontrados, se recupere el vector de ganancias de realimentación $\mathbf{F} = \mathbf{Y}\mathbf{W}^{-1}$.

De esta manera, para el caso monovariante, el vector de ganancias de realimentación obtenido es el siguiente:

$$\mathbf{F}_{mono} = \begin{bmatrix} -1.2304 & -1.0031 & 0.7607 & 0.3972 & -1231.9 \end{bmatrix} \quad (3.22)$$

Este controlador asegura una ganancia H_∞ del voltaje de salida con respecto a la perturbación de corriente de salida de $\gamma = 6.3$, el cual equivale a 15.98 dB. En un caso general, la ley monovariante correspondiente que produce el ciclo de trabajo será:

$$\tilde{d}(t) = \mathbf{F}_{mono}(1)\tilde{i}_{L_1}(t) + \mathbf{F}_{mono}(2)\tilde{v}_{o_1}(t) + \mathbf{F}_{mono}(3)\tilde{i}_{L_2}(t) + \mathbf{F}_{mono}(4)\tilde{v}_{o_2}(t) + \mathbf{F}_{mono}(5)\tilde{x}_5(t) \quad (3.23)$$

Por otra parte, para el caso multivariante, el vector de ganancias de realimentación obtenido

corresponde a:

$$\mathbf{F}_{multi} = \begin{bmatrix} -0.2341 & -0.1727 & -0.0313 & -0.0115 & -202.2250 & -304.5456 \\ 0.0075 & -0.0281 & -0.1357 & -0.0088 & 140.9789 & -338.8990 \end{bmatrix} \quad (3.24)$$

Este controlador asegura un mínimo nivel de rechazo de perturbación de $\gamma = 1.1873$, que corresponde con un valor de 1.49 dB. Vale destacar que la gamma en este caso es mejor que en el caso monovariable. Para este caso, la ley equivalente que genera cada ciclo de trabajo del convertidor viene dada por:

$$\begin{aligned} \tilde{d}_1(t) &= \mathbf{F}_{multi}(1,1)\tilde{i}_{L_1}(t) + \mathbf{F}_{multi}(1,2)\tilde{v}_{o_1}(t) + \mathbf{F}_{multi}(1,3)\tilde{i}_{L_2}(t) + \mathbf{F}_{multi}(1,4)\tilde{v}_{o_2}(t) + \\ &\quad + \mathbf{F}_{multi}(1,5)\tilde{x}_5(t) + \mathbf{F}_{multi}(1,6)\tilde{x}_6(t) \\ \tilde{d}_2(t) &= \mathbf{F}_{multi}(2,1)\tilde{i}_{L_1}(t) + \mathbf{F}_{multi}(2,2)\tilde{v}_{o_1}(t) + \mathbf{F}_{multi}(2,3)\tilde{i}_{L_2}(t) + \mathbf{F}_{multi}(2,4)\tilde{v}_{o_2}(t) + \\ &\quad + \mathbf{F}_{multi}(2,5)\tilde{x}_5(t) + \mathbf{F}_{multi}(2,6)\tilde{x}_6(t) \end{aligned} \quad (3.25)$$

A continuación, se muestran algunas simulaciones realizadas en PSIM, del comportamiento dinámico del circuito conmutado de la Figura 3-1 en presencia de una perturbación de corriente de salida y de una perturbación en el voltaje de entrada para los dos controladores propuestos.

Las Figuras 3-2 y 3-3 muestran las formas de onda de los voltajes de salida v_{o_1} y v_{o_2} del convertidor, en presencia de una perturbación en la corriente de salida controlados por las leyes monovariable (3.23) y multivariable (3.25). En ambas figuras, la carga del convertidor es inicialmente el valor nominal $R = 1 \Omega$. En $t = 4 \text{ ms}$, el convertidor responde a los cambios en la corriente de carga de 3 A a 5 A y luego, en $t = 24 \text{ ms}$, este retorna a 3 A. Se puede observar que los controladores regulan el voltaje de salida v_{o_2} en 3 V después de un corto período transitorio. También, vale destacar que el controlador multivariable presenta un menor sobrepaso durante la perturbación de corriente, con respecto al controlador monovariable.

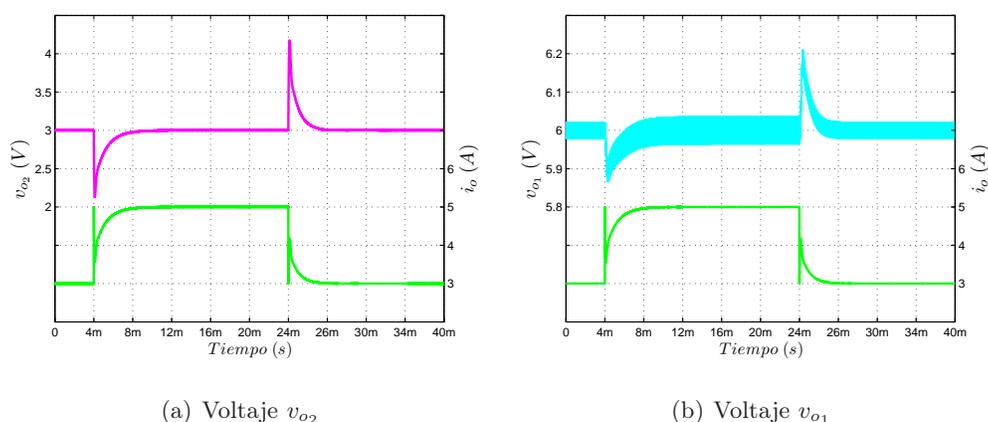


Figura 3-2: Respuesta del convertidor buck-buck en presencia de perturbaciones de carga con el controlador multivariable LMI

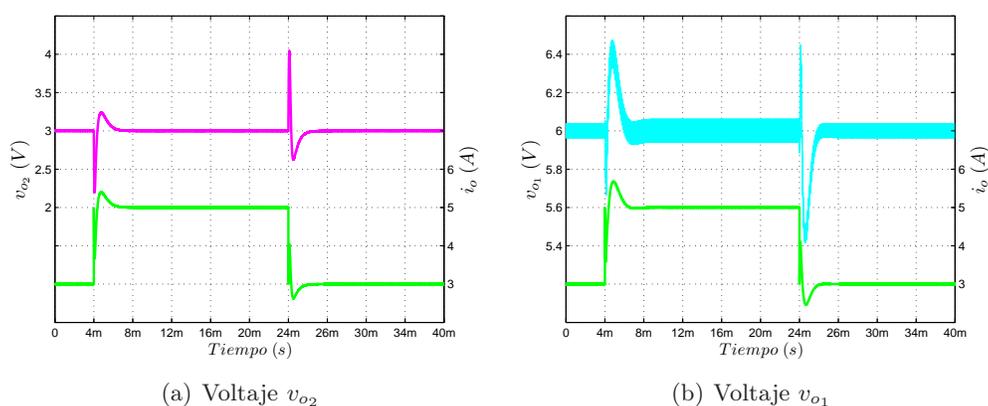


Figura 3-3: Respuesta del convertidor buck-buck en presencia de perturbaciones de carga con el controlador monovariable LMI

Al igual que en el caso de la perturbación anterior, las Figuras 3-4 y 3-5 ilustran las respuestas de los voltajes de salida v_{o1} y v_{o2} cuando el voltaje de entrada tiene cambios: primero en $t = 4 \text{ ms}$, este disminuye de 12 V a 10 V y luego, en $t = 24 \text{ ms}$, este retorna a 12 V . También, se puede observar que las respuestas de los voltajes de salida, para ambos controladores, presentan tasas de decaimiento ligeramente mayores que el mínimo garantizado ($\alpha = 1000$). Cabe notar que al igual que en el caso de la perturbación de corriente, la respuesta del controlador multivariable presenta menor sobrepaso. Por otra parte, para los dos casos de perturbación el coeficiente de amortiguamiento en los dos controladores

propuestos es mayor que 0.4.

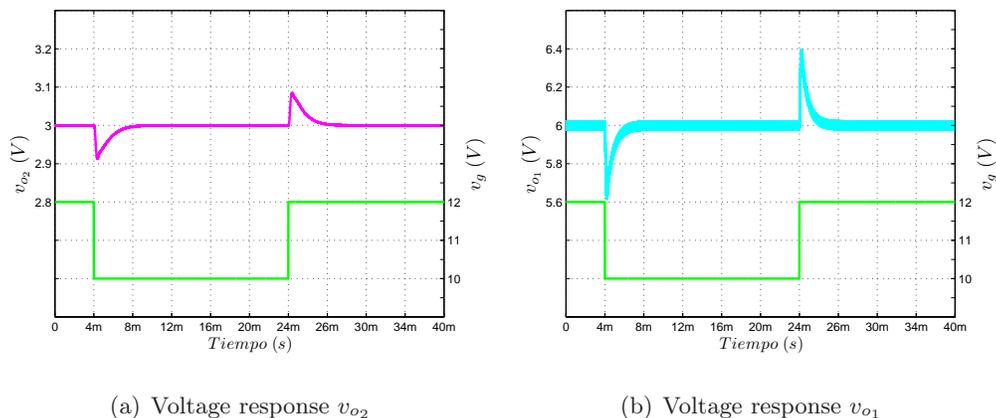


Figura 3-4: Respuesta del convertidor buck-buck en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador multivariable LMI

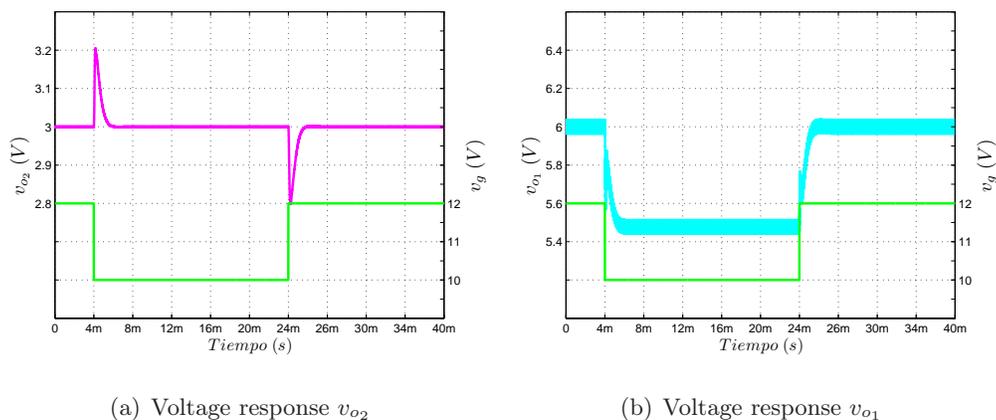


Figura 3-5: Respuesta del convertidor buck-buck en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador monovariable LMI

En la siguiente sección, se presentará el diseño de dos controladores LMI para el caso de un convertidor boost en cascada.

3.3. Control LMI de un convertidor boost en cascada

Al igual que en la sección anterior, en este apartado se presenta el diseño de dos controladores robustos LMI para la regulación de voltaje de salida de un convertidor boost en cascada incierto, basados en la solución del algoritmo de optimización (3.21). Con este propósito, la sección se organiza de la siguiente forma. En la subsección 3.3.1 se presentan los modelos promediados lineales monovariantes y multivariantes del convertidor boost en cascada. Seguidamente, en la subsección 3.3.2 se realiza la representación politópica de incertumbres de un convertidor boost de dos etapas, para cada caso. Posteriormente, en la subsección 3.3.3, se determinan las ganancias de las leyes de realimentación estáticas $\tilde{d}(t) = \mathbf{F}_{mono}\tilde{x}(t)$ y $\begin{bmatrix} \tilde{d}_1(t) \\ \tilde{d}_2(t) \end{bmatrix} = \mathbf{F}_{multi}\tilde{x}(t)$ del convertidor, a partir de los modelos inciertos establecidos para un conjunto de parámetros y dado el algoritmo de optimización (3.21). Luego, se verifica mediante PSIM la eficacia de ambos controladores. Finalmente, en la sección 3.3.4 se muestran resultados experimentales que comprueban la validez de los diseños propuestos.

3.3.1. Modelo promediado lineal del convertidor boost en cascada

En esta subsección, se presentan los modelos promediados lineales del convertidor boost en cascada, tanto para el caso monovariante como para el multivariante. En la Figura 3-6 se muestra el circuito esquemático del convertidor boost en cascada, siguiendo la misma notación del Capítulo 1. Las variables de estado corresponden a las corrientes en las inductancias i_{L_1} y i_{L_2} y los voltajes en los condensadores v_{o_1} y v_{o_2} .

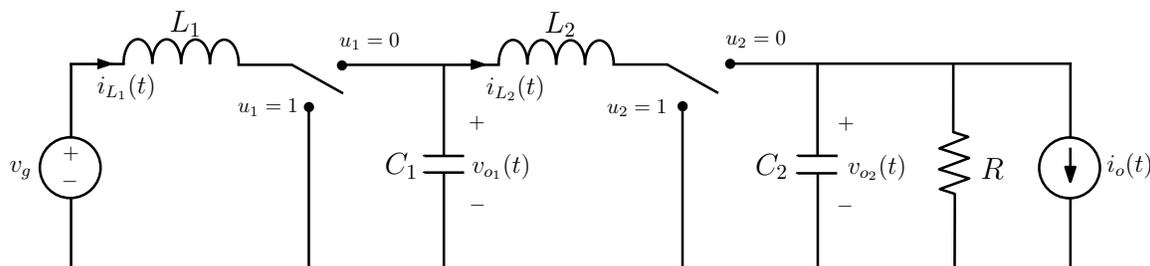


Figura 3-6: Circuito esquemático de un convertidor boost en cascada

Una vez más, se asume que el convertidor opera en modo de conducción continua (MCC) y que las resistencias parásitas son despreciables.

El modelo conmutado del convertidor boost en cascada, el cual se analizó en el Capítulo 1 (1.4.5), puede ser escrito de forma compacta como:

$$\dot{x}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{1-u_1}{L_1} & 0 & 0 \\ \frac{1-u_1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{1-u_2}{L_2} \\ 0 & 0 & \frac{1-u_2}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} \end{bmatrix} x(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{L_1} \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{i_o}{C_2} \end{bmatrix} \quad (3.26)$$

Al igual que en el caso del convertidor buck-buck, el modelo conmutado puede ser aproximado usando la técnica de promediación en el espacio de estado. A continuación, se presenta el modelo promediado lineal monovariante del convertidor boost en cascada.

Modelo promediado lineal monovariante

Tal como se mencionó en el apartado 3.2.1, en el modelo lineal monovariante se considera el mismo ciclo de trabajo para las dos etapas del convertidor ($d = d_1 = d_2$), donde se tiene en cuenta además una sola señal de salida controlada, que corresponde con el voltaje en el condensador v_{o_2} .

Una vez más, con el propósito de asegurar un error de salida cero en estado estacionario, se utiliza una variable de estado adicional x_5 que tiene en cuenta la integral del error del voltaje de salida, tal como se muestra a continuación:

$$x_5 = \int_0^\tau (v_{o_2}(\tau) - V_{ref}) d\tau \quad (3.27)$$

De esta manera, el voltaje de salida en régimen permanente se puede expresar como:

$$v_{o_2} = V_{ref} = \frac{V_g}{D'^2} \quad (3.28)$$

donde $D' = 1 - D$ es el ciclo de trabajo complementario en estado estacionario para las dos etapas del convertidor.

También, se considera como única señal de perturbación una corriente de salida adicional $i_o(t)$. Por lo tanto, el modelo promediado lineal monovariante del convertidor boost en

cascada puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \tilde{x}(t) = A^{mono}\tilde{x}(t) + B_w^{mono}\tilde{w}(t) + B_u^{mono}\tilde{d}(t) \\ \tilde{z}(t) = C_z^{mono}\tilde{x}(t) + D_{zw}^{mono}\tilde{w}(t) + D_{zu}^{mono}\tilde{d}(t) \end{cases} \quad (3.29)$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1}(t) \\ \tilde{v}_{o_1}(t) \\ \tilde{i}_{L_2}(t) \\ \tilde{v}_{o_2}(t) \\ \tilde{x}_5(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{z}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{v}_{o_2}(t) \end{bmatrix}$$

$$A^{mono} = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L_1} & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D'}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{D'}{L_2} & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D'}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u^{mono} = \begin{bmatrix} \frac{V_{ref}D'}{L_1} \\ -\frac{V_{ref}D^2}{RC_1D'^2} \\ \frac{V_{ref}}{L_2} \\ -\frac{V_{ref}}{RC_2D'} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w^{mono} = \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$C_z^{mono} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D_{zu}^{mono} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad D_{zw}^{mono} = \begin{bmatrix} 0 \end{bmatrix} \quad (3.30)$$

y los valores en régimen estacionario del convertidor monovariante son:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{RD'^4} \\ \frac{V_g}{D'} \\ \frac{V_g}{RD'^2} \\ \frac{V_g}{D'^2} \\ 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix} \quad (3.31)$$

En el siguiente apartado, se presenta el modelo promediado lineal multivariable del convertidor boost en cascada.

Modelo promediado lineal multivariable

En el modelo promediado lineal multivariable del convertidor boost en cascada, al igual que se hizo en el apartado 3.2.1, se considera una señal de control independiente para cada etapa del convertidor, es decir, $\tilde{d} = \begin{bmatrix} \tilde{d}_1 & \tilde{d}_2 \end{bmatrix}$. Además, también se tienen en cuenta dos señales de salidas controladas, correspondientes a los voltajes en los condensadores \tilde{v}_{o_1} y \tilde{v}_{o_2} , los cuales se pueden expresar como:

$$\tilde{v}_{o_1} = v_{o_1} - D'_2 V_{ref} \quad \tilde{v}_{o_2} = v_{o_2} - V_{ref} \quad (3.32)$$

Con el objetivo de asegurar error de estado estacionario cero en los voltajes de salida, se adicionan dos nuevas variables de estado x_5 y x_6 , que fuerzan a que $v_{o_1}(t) \rightarrow D'_2 V_{ref}$ y $v_{o_2}(t) \rightarrow V_{ref}$ cuando $t \rightarrow \infty$. Estas nuevas variables corresponden con las siguientes funciones integrales:

$$x_5 = \int_0^t (v_{o_1}(\tau) - D'_2 V_{ref}) d\tau \quad x_6 = \int_0^t (v_{o_2}(\tau) - V_{ref}) d\tau \quad (3.33)$$

donde V_{ref} es el voltaje de referencia.

De esta manera, los voltajes de salida en régimen permanente se pueden expresar como:

$$v_{o_1} = D'_2 V_{ref} = \frac{V_g}{D'_1} \quad v_{o_2} = V_{ref} = \frac{V_g}{D'_1 D'_2} \quad (3.34)$$

donde $D'_1 = 1 - D_1$ y $D'_2 = 1 - D_2$ son los ciclos de trabajo complementarios en estado estacionario para la primera y segunda etapa del convertidor, respectivamente.

Por lo tanto, el modelo promediado lineal multivariable del convertidor boost en cascada, derivado a partir de (3.26), puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) &= A^{multi} \tilde{x}(t) + B_w^{multi} \tilde{w}(t) + B_u^{multi} \tilde{d}(t) \\ \dot{\tilde{z}}(t) &= C_z^{multi} \tilde{x}(t) + D_{zw}^{multi} \tilde{w}(t) + D_{zu}^{multi} \tilde{d}(t) \end{cases} \quad (3.35)$$

donde

$$\begin{aligned}
 \tilde{x}(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_{L_1}(t) \\ \tilde{v}_{o_1}(t) \\ \tilde{i}_{L_2}(t) \\ \tilde{v}_{o_2}(t) \\ \tilde{x}_5(t) \\ \tilde{x}_6(t) \end{bmatrix} & \tilde{w}(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} & \tilde{z}(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{v}_{o_1}(t) \\ \tilde{v}_{o_2}(t) \end{bmatrix} \\
 A^{multi} &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'_1}{L_1} & 0 & 0 & 0 & 0 \\ \frac{D'_1}{C_1} & 0 & -\frac{1}{C_1} & 0 & 0 & 0 \\ 0 & \frac{1}{L_2} & 0 & -\frac{D'_2}{L_2} & 0 & 0 \\ 0 & 0 & \frac{D'_2}{C_2} & -\frac{1}{RC_2} & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 & 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 & 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} & B_u^{multi} &= \begin{bmatrix} \frac{V_{ref} D'_2}{L_1} & 0 \\ -\frac{V_{ref}}{RC_1 D'_1 D'_2} & 0 \\ 0 & \frac{V_{ref}}{L_2} \\ 0 & -\frac{V_{ref}}{RC_2 D'_2} \\ 0 & 0 \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\
 B_w^{multi} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \\ -\frac{1}{C_2} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} & C_z^{multi} &= \begin{bmatrix} 0 \\ 1 \\ 0 \\ 1 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}^T & D_{zu}^{multi} &= \begin{bmatrix} 0 & 0 \end{bmatrix} & D_{zw}^{multi} &= [0] & (3.36)
 \end{aligned}$$

y los valores en régimen estacionario del convertidor multivariable son:

$$X = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{RD_1'^2 D_2'^2} \\ \frac{V_g}{D_1'} \\ \frac{V_g}{RD_1' D_2'^2} \\ \frac{V_g}{D_1' D_2'} \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \quad W = \begin{bmatrix} V_g \end{bmatrix} \quad (3.37)$$

En la siguiente subsección, se presentarán los modelos inciertos del convertidor boost en cascada, para los modelos monovariable y multivariable, respectivamente.

3.3.2. Modelo incierto del convertidor boost en cascada

Siguiendo el mismo procedimiento mostrado en el apartado 3.2.2 para el caso del convertidor buck de dos etapas, en esta subsección se presenta la representación politópica de incertidumbres de los modelos monovariante y multivariante del convertidor boost en cascada.

Modelo incierto monovariante

En este modelo se considera como parámetros inciertos del convertidor la carga R y el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario D' . Sin embargo, debido a que las matrices A^{mono} y B_u^{mono} definidas en (3.30), no dependen linealmente sobre éstos parámetros inciertos, se define dos nuevas variables inciertas $1/(RD')$ y $1/(RD'^2)$, con el propósito de asegurar una dependencia lineal de las matrices del sistema con respecto a los parámetros inciertos. De esta manera, el vector de parámetros inciertos ρ se define como:

$$\rho = \left\{ \frac{1}{R}, D', \frac{1}{RD'}, \frac{1}{RD'^2} \right\} \quad (3.38)$$

Por lo tanto, los posibles valores de ρ permiten definir un polítopo de $L = 2^4$ vértices $\{v_1, \dots, v_{16}\}$, de tal manera que sus coordenadas se encuentran limitadas por los siguientes intervalos:

$$\begin{aligned} \rho_1 \in [\rho_{1_{min}}, \rho_{1_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{R_{max}}, \frac{1}{R_{min}} \right\} \\ \rho_2 \in [\rho_{2_{min}}, \rho_{2_{max}}] &= \{D'_{min}, D'_{max}\} \\ \rho_3 \in [\rho_{3_{min}}, \rho_{3_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{D'_{max}R_{max}}, \frac{1}{D'_{min}R_{min}} \right\} \\ \rho_4 \in [\rho_{4_{min}}, \rho_{4_{max}}] &= \left\{ \frac{1}{D'^2_{max}R_{max}}, \frac{1}{D'^2_{min}R_{min}} \right\} \end{aligned} \quad (3.39)$$

Así el sistema de matrices $S(\rho) = [A^{mono}(\rho), B_u^{mono}(\rho)]$ está contenido dentro del siguiente

polígono convexo:

$$[A^{mono}(\rho), B_u^{mono}(\rho)] \in C_0 \{\zeta_1, \dots, \zeta_{16}\} = \left\{ \sum_{i=1}^{16} \vartheta_i \zeta_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^{16} \vartheta_i = 1 \right\} \quad (3.40)$$

siendo ζ_i los vértices del polígono que corresponde con $[A^{mono}(v_i), B_u^{mono}(v_i)]$.

Cabe señalar que la adición de las nuevas variables inciertas produce un nuevo modelo incierto de tipo relajado, que a su vez conduce al aumento del conservatismo en los requerimientos del sistema de matrices $S(\rho)$ [10]. Además, se considera que todos los otros parámetros del modelo son conocidos.

A continuación, se presenta el modelo incierto multivariable para el convertidor boost en cascada.

Modelo incierto multivariable

En este modelo se considera que la carga R y el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario D'_1 son los parámetros inciertos del convertidor boost de dos etapas. Cabe tener en cuenta, al igual que en el caso del buck en cascada, que siempre se considera el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario $D'_2 = 0.5$, dado que se asume que éste no depende del valor del voltaje de entrada V_g . Esto se debe a que se fuerza un valor en régimen estacionario para v_{o1} y v_{o2} , como se muestra en la ecuación (3.34). Por lo tanto D'_2 no se considera parámetro incierto del convertidor.

De esta manera, el vector de parámetros inciertos ρ se define como:

$$\rho = \left\{ \frac{1}{R}, \frac{1}{D'_1}, \frac{1}{RD'_1} \right\} \quad (3.41)$$

donde

$$\begin{aligned} \rho_1 \in [\rho_{1min}, \rho_{1max}] &= \left\{ \frac{1}{R_{max}}, \frac{1}{R_{min}} \right\} \\ \rho_2 \in [\rho_{2min}, \rho_{2max}] &= \left\{ D'_{1min}, D'_{1max} \right\} \end{aligned}$$

$$\rho_3 \in [\rho_{3_{min}}, \rho_{3_{max}}] = \left\{ \frac{1}{R_{max}D'_{1_{max}}}, \frac{1}{R_{min}D'_{1_{min}}} \right\} \quad (3.42)$$

Así que el sistema de matrices $S(\rho) = [A^{multi}(\rho), B_u^{multi}(\rho)]$ del modelo multivariable define el siguiente polígono convexo

$$\left[A^{multi}(\rho), B_u^{multi}(\rho) \right] \in C_0 \{ \zeta_1, \dots, \zeta_8 \} = \left\{ \sum_{i=1}^8 \vartheta_i \zeta_i, \vartheta_i > 0, \sum_{i=1}^8 \vartheta_i = 1 \right\} \quad (3.43)$$

Una vez más, se considera que todos los otros parámetros del modelo se conocen.

En la siguiente subsección, se presentará el procedimiento de síntesis del controlador para la regulación de voltaje del convertidor boost en cascada.

3.3.3. Síntesis del controlador y simulaciones

Al igual que se hizo en la subsección 3.2.3, en este apartado se presenta el procedimiento y los resultados del control robusto basado en LMIs aplicado al modelo monovariable (3.29) y al modelo multivariable (3.35) del convertidor boost en cascada, teniendo en cuenta sus correspondientes modelos inciertos (3.39) y (3.43), respectivamente. Los valores del conjunto de parámetros del convertidor se muestran en la Tabla 3.3, donde la carga nominal del convertidor es igual a 20Ω y los ciclos de trabajo complementarios en régimen estacionario iguales a 0.5.

Tabla 3.3: Parámetros del convertidor boost-boost

Parámetro	Valor	Valor Nominal
R	$[10, 50] \Omega$	20Ω
D, D_1	$[0.4, 0.6]$	0.5
V_g	10 V	-
$v_o(V_{ref})$	40 V	-
L_1, L_2	150 μH	-
C_1, C_2	110 μF	-
T_s	8.33 μs	-

Una vez más, el objetivo de la síntesis es minimizar γ mientras se satisface las restricciones

en la ubicación de polos (α, θ, r) y la restricción en el esfuerzo de control para todos los vértices del modelo politópico, como se resume en el algoritmo (3.21). Los valores de los parámetros (α, θ, r, μ) para el diseño de los controladores se especifican en la Tabla 3.4.

Tabla 3.4: Parámetros de los controladores del convertidor boost-boost

θ	25°
α	300 s^{-1}
μ	15
r	$\frac{2\pi f_s}{10} \frac{\text{rad}}{\text{s}}$

Dados los valores de los parámetros del convertidor y de los controladores, se obtienen los vectores de ganancias de realimentación \mathbf{F}_{mono} y \mathbf{F}_{multi} , resolviendo el algoritmo de optimización (3.21) para los correspondientes modelos politópicos, través del toolbox LMI de MATLAB [62].

De esta manera, para el caso monovariante, se ha obtenido el siguiente vector de ganancias de realimentación:

$$\mathbf{F}_{mono} = \begin{bmatrix} -0.1359 & 0.1760 & -0.0661 & -0.1359 & -64.8178 \end{bmatrix} \quad (3.44)$$

Este controlador asegura una ganancia H_∞ del voltaje de salida con respecto a la perturbación de corriente de salida de $\gamma = 3.51$, el cual equivale a 10.9 dB.

De la misma forma, para el caso multivariante, el vector de ganancias de realimentación obtenido corresponde a:

$$\mathbf{F}_{multi} = \begin{bmatrix} -0.1893 & -0.0540 & -0.0218 & -0.1611 & -12.5137 & -108.4642 \\ 0.0355 & 0.0411 & -0.0714 & 0.0272 & 51.9310 & 8.2799 \end{bmatrix} \quad (3.45)$$

Este controlador asegura un mínimo nivel de rechazo de perturbación equivalente al inverso de $\gamma = 2.31$, que corresponde con un valor de 7.2 dB

De acuerdo a los valores de ganancia H_∞ , se puede observar que el controlador multivariante presenta un mejor comportamiento con respecto al monovariante, tal como se

observará en las siguientes simulaciones.

La Figura 3-7 ilustra las formas de onda de la corriente de salida i_o y los voltajes v_{o1} y v_{o2} del convertidor monovariante, controlados por la ganancia (3.44). La forma de onda inferior muestra un cambio en la corriente de salida i_o de 2 A a 2.5 A en $t = 4 \text{ ms}$, y la transición opuesta en $t = 24 \text{ ms}$. Tal como se esperaba, ambos tiempos de establecimientos se encuentran por debajo de 13.3 ms , que corresponde con la mínima tasa de decaimiento fijada en la Tabla 3.4. De igual manera los coeficientes de amortiguamiento, satisfacen el límite de diseño seleccionado.

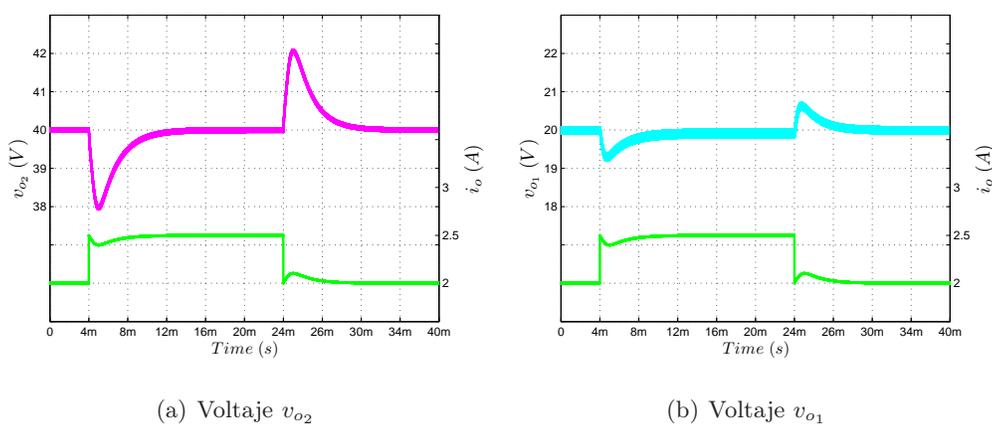


Figura 3-7: Respuesta del convertidor boost-boost en presencia de perturbaciones de carga con el controlador monovariante LMI

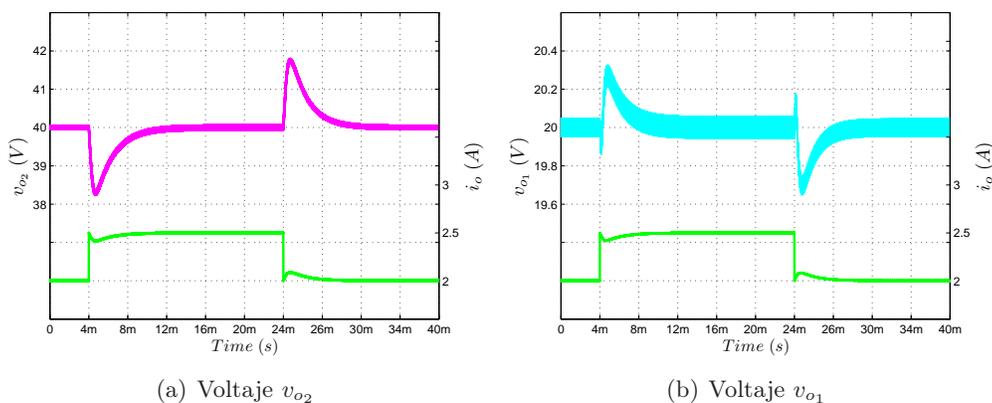


Figura 3-8: Respuesta del convertidor boost-boost en presencia de perturbaciones de carga con el controlador multivariable LMI

La misma perturbación de corriente i_o se aplica al convertidor boost en cascada multi-variable controlado por la ganancia (3.45), tal como se muestra en la Figura 3-8. Se puede apreciar en la formas de onda que el tiempo de establecimiento una vez más se encuentra dentro del límite de diseño escogido. Además, se puede observar que el rechazo de perturbación es mejor que el de la Figura 3-7.

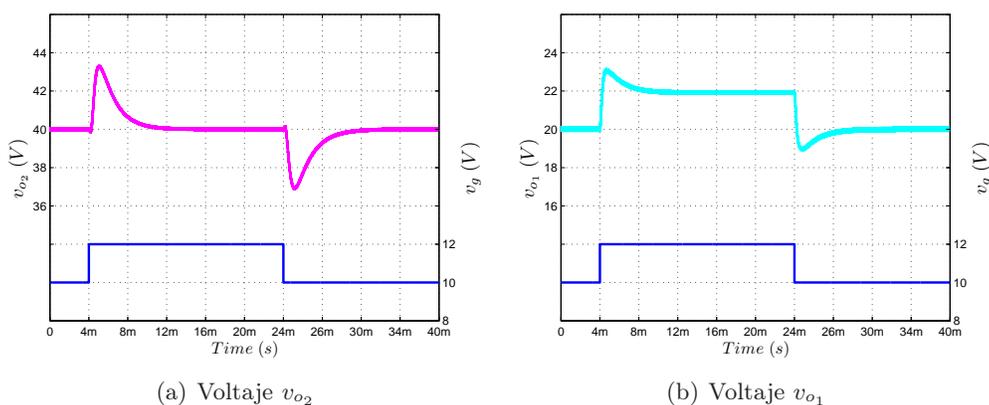


Figura 3-9: Respuesta del convertidor boost-boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador monovariante LMI

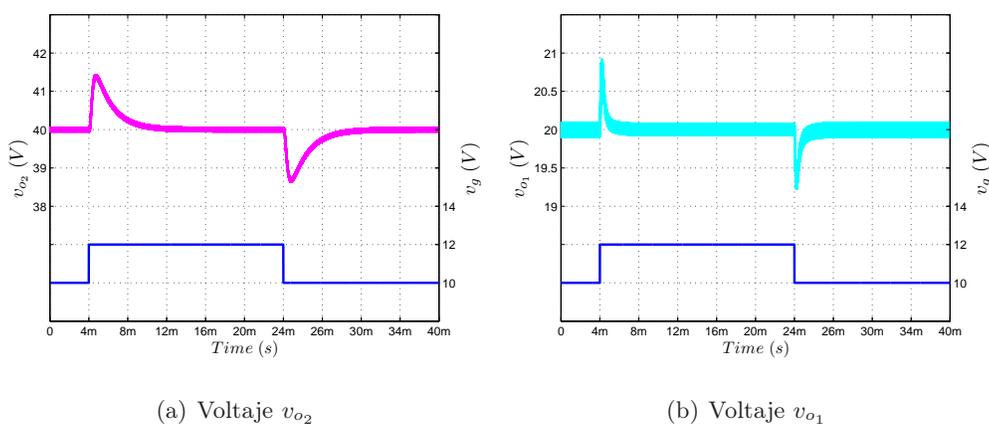


Figura 3-10: Respuesta del convertidor boost-boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador multivariable LMI

Las Figuras 3-9 y 3-10 muestran las respuestas de los voltajes de salida v_{o1} y v_{o2} para una variación del voltaje de entrada en los casos monovariante y multivariable, respectivamente. Los cambios en el voltaje de entrada v_g se realizan de 10 V a 12 V en $t = 4 \text{ ms}$, retornando

luego a 10 V en $t = 24 \text{ ms}$. Una vez más, las formas de onda cumplen con las características de funcionamiento esperadas de tiempo de establecimiento y coeficiente de amortiguamiento. También, puede observarse que el rechazo de perturbación es mejor en el caso multivariable.

A continuación, mediante implementaciones experimentales se corroboran los resultados de las simulaciones anteriores.

3.3.4. Resultados experimentales

Con el propósito de verificar las predicciones teóricas de los controladores robusto LMI monovariante y multivariable de la subsección anterior, se implementó un prototipo experimental de 80 W del convertidor boost en cascada acorde con los valores de la Tabla 3.4. La Figura 3-11 muestra el diagrama circuital del prototipo con la estructura del controlador por realimentación de estados, donde se puede apreciar que las medidas de las corrientes i_{L_1} y i_{L_2} se realizan a través de las resistencias shunt R_{s_1} y R_{s_2} , respectivamente, con valores iguales a 10 mΩ; además se utilizó dos amplificadores diferenciales INA139. Los detalles de la implementación de los controladores \mathbf{F}_{mono} (3.44) y \mathbf{F}_{multi} (3.45) se muestran en la Figuras 3-12 y 3-14, respectivamente. Ambos circuitos de control se implementaron con amplificadores operacionales OPA4131 y circuitos reguladores de PWM UC3524. Cabe señalar que la implementación del controlador multivariable es mucho más compleja, ya que requiere adicionalmente 4 amplificadores operacionales y un UC3524; además en el caso multivariable se requiere sincronizar los dos reguladores PWM.

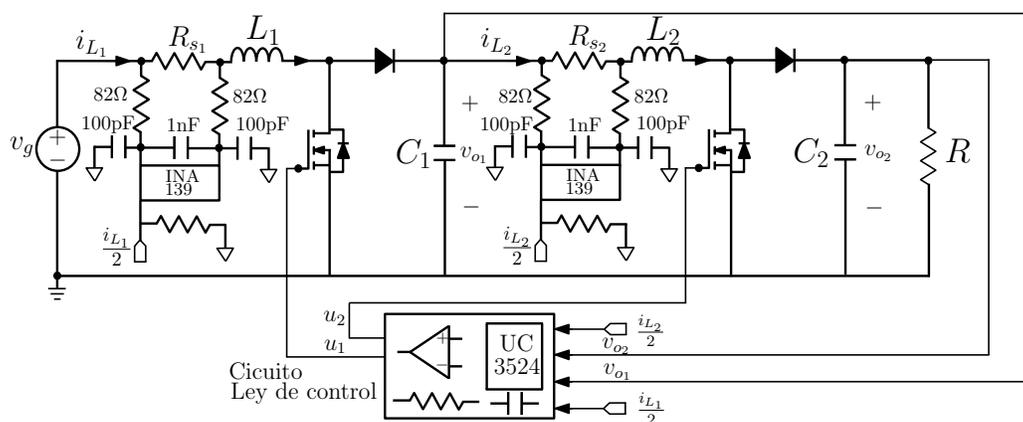


Figura 3-11: Diagrama circuital del convertidor boost en cascada

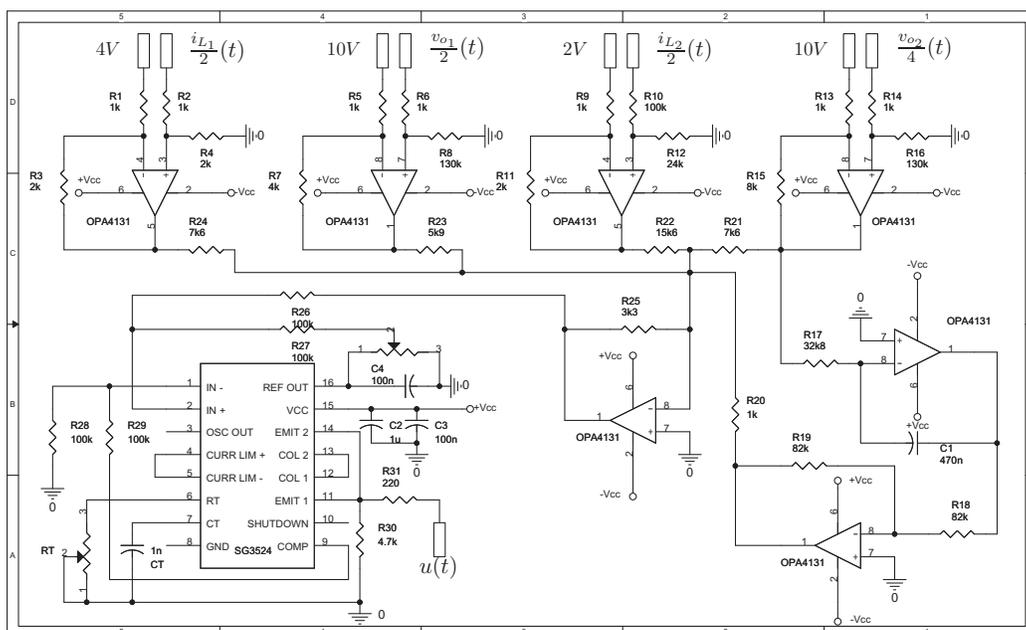
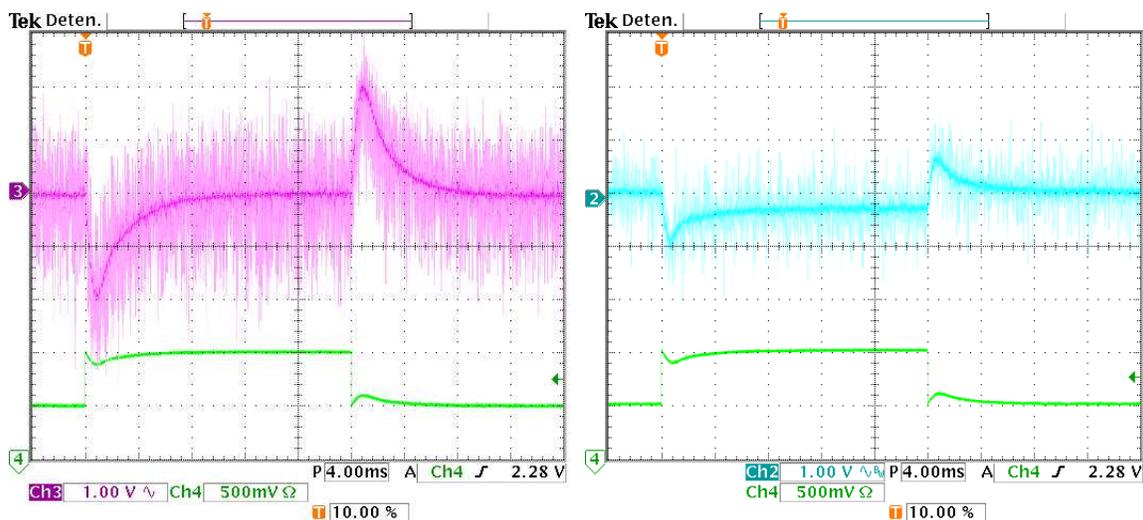


Figura 3-12: Diagrama circuital del controlador monovariable



(a) Voltaje v_{o_2}

(b) Voltaje v_{o_1}

Figura 3-13: Respuesta experimental del convertidor boost-boost en presencia de una perturbación de 0.5 A con el controlador monovariable LMI

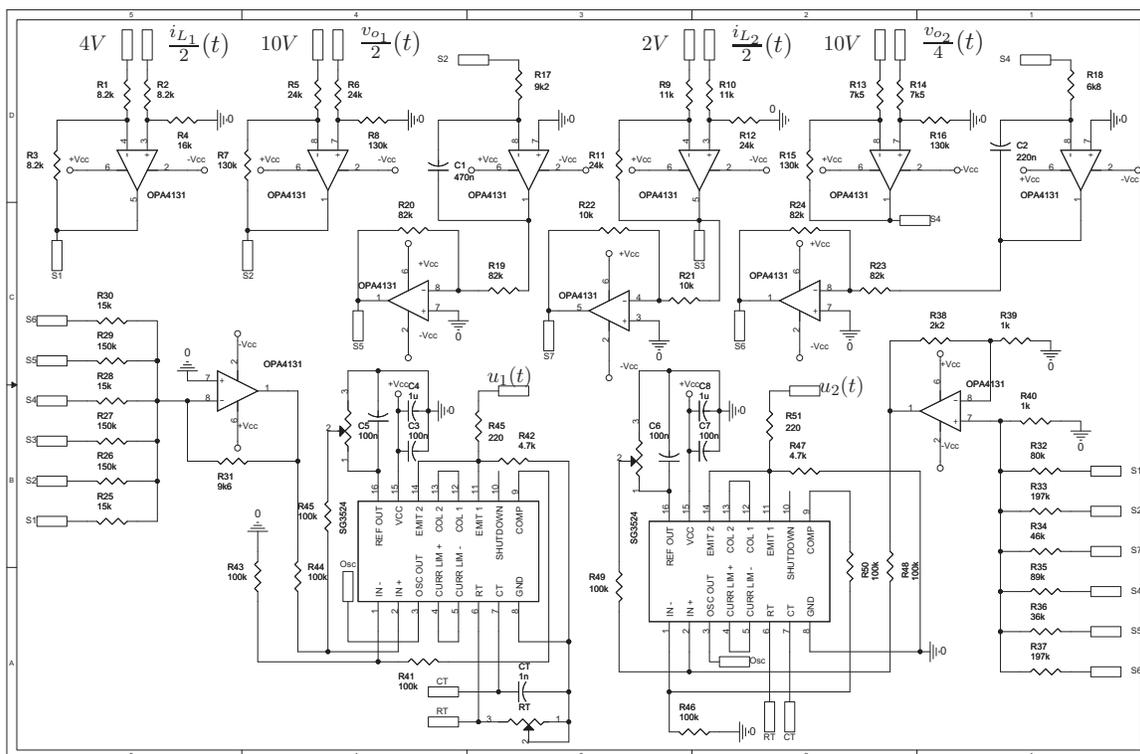
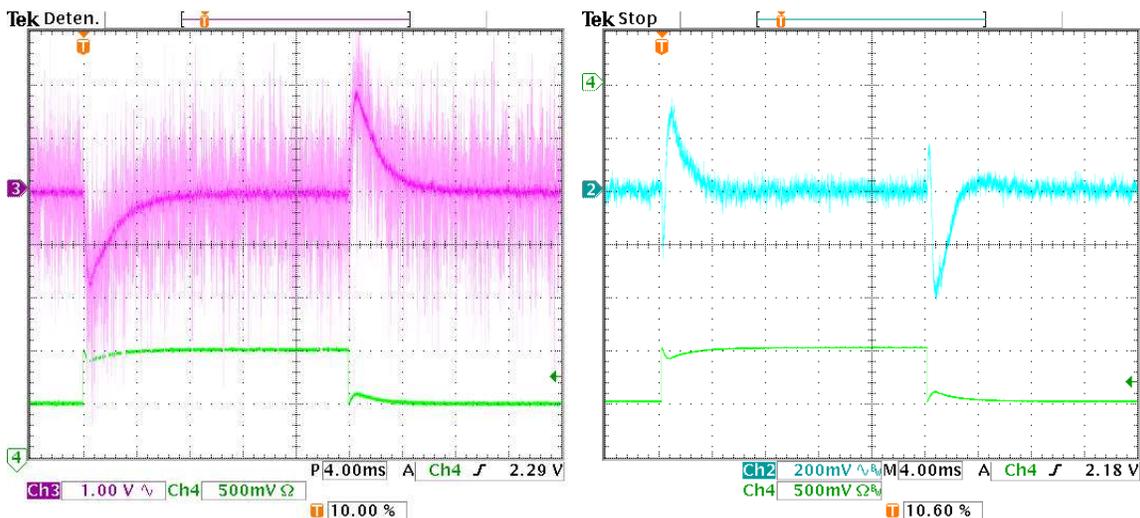


Figura 3-14: Diagrama circuital del controlador multivariable



(a) Voltaje v_{o2}

(b) Voltaje v_{o1}

Figura 3-15: Respuesta experimental del convertidor boost-boost en presencia de una perturbación de 0.5 A con el controlador LMI multivariable

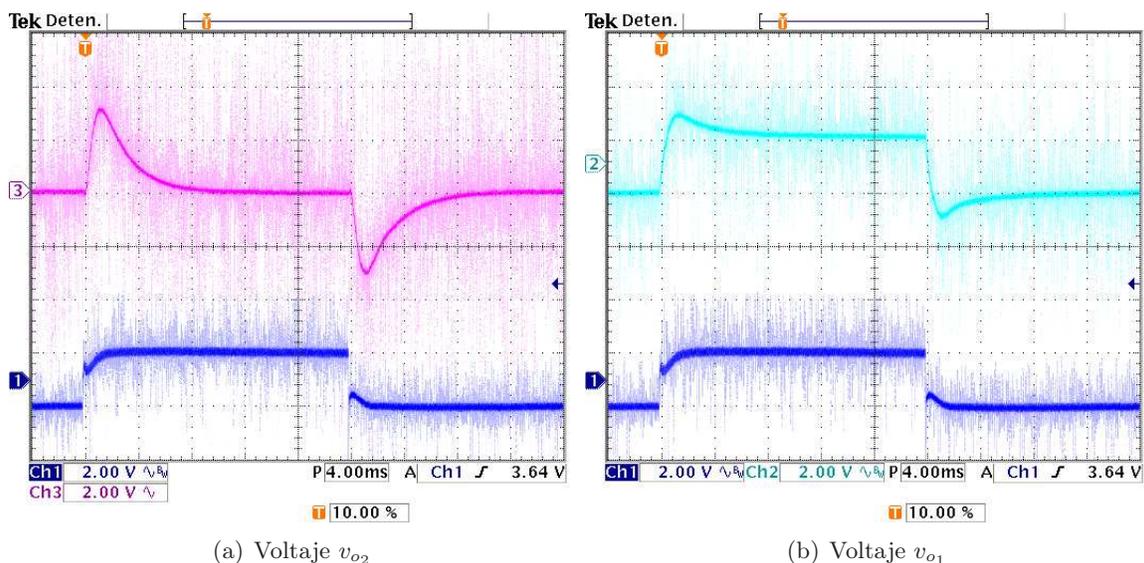


Figura 3-16: Respuesta experimental del convertidor boost-boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador LMI monovariable

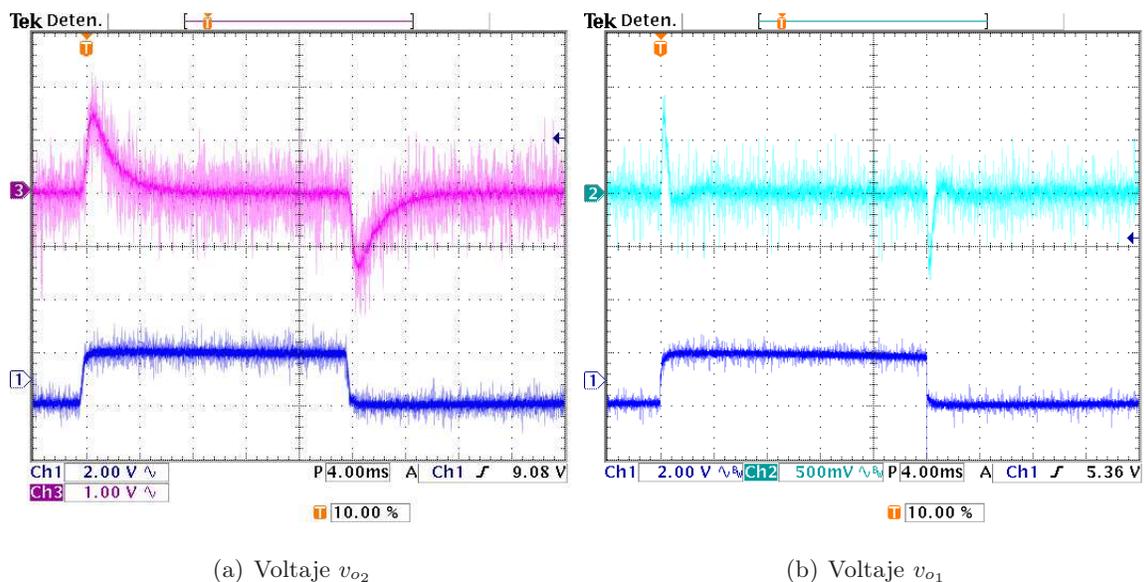


Figura 3-17: Respuesta experimental del convertidor boost-boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con el controlador LMI multivariable

Las Figuras 3-13 y 3-15 muestran las respuestas transitorias de los voltajes de salida en presencia de una perturbación de corriente de carga de 0.5 A. Se puede observar una perfecta correspondencia entre los resultados de las simulaciones presentados en Figuras 3-7

y 3-8. Los cambios de corriente en la carga en el prototipo se llevaron a cabo por medio de un interruptor controlado por voltaje.

De manera similar, en las Figuras 3-16 y 3-17 se muestran las formas de onda de los voltajes de salida v_{o1} y v_{o2} de los controladores monovariante y multivariante, respectivamente, frente a cambios en el voltaje de entrada de 10 V a 12 V. Estos resultados presentan una muy buena precisión con respecto a las formas de onda de las simulaciones de las Figuras 3-9 y 3-10.

3.4. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado el diseño de dos controladores por realimentación de estados robustos basados en LMIs para la regulación de voltaje de convertidores conmutados de CC/CC en cascada. Para las síntesis de control se tuvo en cuenta requerimientos de estabilidad cuadrática, ubicación de los polos en lazo cerrado y esfuerzo de control, maximizando a su vez el rechazo de perturbación de la corriente de salida. Además, en ambas leyes se consideraron incertidumbres paramétricas a través de una representación politópica, donde los resultados experimentales permitieron corroborar unas buenas características de funcionamiento frente a perturbaciones en la corriente de salida y variaciones en el voltaje de entrada. Se pudo observar que el controlador multivariante presenta mejor comportamiento dinámico, ya que presenta mejor rechazo de perturbación, sin embargo su implementación es un poco más compleja.

El aporte principal de este capítulo se centra en el diseño de estrategias robustas LMI monovariante y multivariante en convertidores en cascada. Se desconoce de trabajos basados en esta técnica en convertidores en cascada, por ello se trata de una contribución novedosa de la cual se ha verificado y corroborado su eficacia.

Capítulo 4

Control difuso basado en desigualdades matriciales lineales para convertidores de CC/CC

En las últimas décadas, la aplicación de la lógica difusa en los sistemas de control ha atraído la atención de numerosos investigadores y técnicos en procesos industriales. Los sistemas difusos nacen del intento de transferir órdenes lingüísticas a los procesos de decisión [102]. Entre las características sobresalientes del control difuso, se encuentra la capacidad de manejar conceptos inciertos o ambiguos, basados en un soporte matemático que permite extraer conclusiones cuantitativas a partir de un conjunto de observaciones llamados antecedentes, y reglas cualitativas llamado base del conocimiento. El propósito del control difuso es diseñar un controlador bien ajustado a un proceso aprovechando el conocimiento humano, superando los controles basados en desarrollos analíticos del problema de control, que eran muy restrictivos. Específicamente, el control difuso suministra un algoritmo que convierte la experiencia humana representada mediante una estrategia lingüística de decisión, en una estrategia de control automático. Es por ello, que ésta metodología puede ser muy útil cuando los procesos son bastantes complejos para sus análisis mediante técnicas convencionales, o cuando las fuentes disponibles de información son interpretadas en forma inexacta o incierta.

Sin embargo, a pesar de las ventajas que presenta el control basado en lógica difusa, la

carencia de herramientas para la predicción de estabilidad y robustez de los sistemas en lazo cerrado, han generado ciertas críticas en el campo del control automático. En los últimos años, el diseño de controladores difusos, más exactamente los basados en modelos Takagi-Sugeno (T-S), ha registrado avances significativos gracias a la teoría de las Desigualdades Matriciales Lineales (LMIs) y al análisis de estabilidad de Lyapunov [57, 58]. Los modelos difusos T-S representan el comportamiento dinámico de un sistema no lineal a través de una interpolación convexa de modelos lineales locales, donde las funciones de interpolación son funciones de pertenencia difusa [59]. Esta representación T-S se ha caracterizado por ser un enfoque más analítico que el resto de modelos difusos. Debido a ello, trabajos como los de Sugeno et al. en [98], lograron establecer un procedimiento de diseño de controladores difusos a partir de un modelo difuso T-S, mediante la técnica que denominaron Compensación Distribuida Paralela (CDP). Dicha metodología inicialmente carecía de un análisis de estabilidad, lo que llevó a que autores como Tanaka et al. en [96, 99], realizaran un análisis de estabilidad mediante la aplicación de funciones Lyapunov formuladas como LMIs. El desarrollo de potentes herramientas computacionales y técnicas de optimización, como se ha mencionado en capítulos anteriores, permite también resolver diseños de controladores difusos basados en LMIs.

En ingeniería de control, se ha catalogado el control difuso LMI, también llamado control difuso basado en modelos (CDBM), como un enfoque efectivo y sistemático para el control de sistemas altamente no lineales, ya que permite asegurar estabilidad y unas determinadas prestaciones sobre una amplia región de operación [58, 89, 100]. Recientemente, esta estrategia de control se ha utilizado con éxito en el ámbito de la electrónica de potencia, más precisamente en el control de convertidores conmutados de CC/CC [60, 61, 101]. No obstante, la aplicación del CDBM en convertidores de CC/CC se encuentra todavía en un estado de desarrollo, ya que son pocas las investigaciones reportadas en la literatura sobre la aplicación de esta síntesis de control. Por esta razón, este capítulo presenta una metodología simple del CDBM para la regulación de voltaje de convertidores conmutados de CC/CC básicos, asegurando el cumplimiento de limitaciones tales como: la tasa de decaimiento y el esfuerzo de control garantizando a su vez un mínimo nivel de atenuación entre una perturbación de corriente de carga y el voltaje de salida regulado. A diferencia de los trabajos mencionados

anteriormente, éste capítulo tiene en cuenta la saturación en el ciclo de trabajo y se describe la implementación del control a través de amplificadores operacionales estándar. El presente capítulo se organiza de la siguiente manera. En la sección 4.1 se revisarán algunas nociones teóricas del CDBM, en el que se abordará: la construcción de modelos difusos T-S y las formulaciones de requerimientos de diseño LMIs teniendo en cuenta el concepto de CDP. Luego en la sección 4.2 se presentan dos ejemplos de diseño de control difuso LMI para el problema de regulación del voltaje de salida de los convertidores buck-boost y boost, garantizando un cierto nivel de rechazo a perturbaciones, una tasa de decaimiento y limitación en el esfuerzo de control. Además, en esta sección se presenta una comparación del controlador propuesto frente a un controlador LMI no difuso. Para el caso del convertidor boost, mediante la implementación de un prototipo experimental se corrobora la validez del procedimiento. Finalmente, en la sección 4.3 se presentan las principales conclusiones del capítulo.

4.1. Nociones Teóricas

La inteligencia humana tiene la capacidad de procesar simultáneamente una gran cantidad de información y tomar decisiones eficaces frente a situaciones particulares, incluso si la información de entrada y las acciones consecuentes no se definen con precisión. Los mecanismos de toma de decisiones del pensamiento humano representan un modelo perfecto, que los científicos e ingenieros intentan imitar para la solución práctica de diversos problemas técnicos y no técnicos. Los resultados de diversas investigaciones relacionadas con la idea de la frase anterior han dado paso al desarrollo de numerosos procedimientos denominados métodos de inteligencia artificial. Estos métodos incluyen algoritmos tales como: redes neuronales artificiales, algoritmos de lógica difusa, algoritmos genéticos o evolutivos y sistemas expertos entre otros.

La lógica difusa es un proceso matemático que permite representar y manipular datos que no se pueden definir en forma precisa por la incertidumbre que poseen. Dicha metodología, tal y como se mencionó en 1.2.3, se fundamenta en los principios de Lofti Zadeh [46], el cual

aplicó la lógica multivalente¹ a la teoría de los conjuntos, estableciendo la posibilidad de que los elementos pudieran tener diferentes grados de pertenencia a un conjunto.

En la vida diaria existe una gran cantidad de situaciones caracterizadas por un cierto grado de ambigüedad cuya descripción incluye términos y expresiones, del tipo “pequeño”, “medio”, “alto”, o “bastante alto”, que pueden ser tratados como conjuntos difusos. El concepto de la teoría de los conjuntos difusos puede ser utilizada en el modelamiento de sistemas difusos basados en reglas, donde las relaciones entre las variables se representan por medio de reglas difusas **IF-THEN** y mecanismos de inferencia. Las reglas o leyes difusas **IF-THEN** tienen la forma general:

$$\mathbf{IF} \langle \textit{Antecedente} \rangle \mathbf{THEN} \langle \textit{Consecuente} \rangle \quad (4.1)$$

donde en el $\langle \textit{Antecedente} \rangle$ está la condición o condiciones que se debe cumplir por la o las variables involucradas y en el $\langle \textit{Consecuente} \rangle$ está la acción a realizar si se cumple lo planteado en el antecedente. Cuando se tienen varias variables de acuerdo a la naturaleza del problema se pueden encadenar los diferentes antecedentes y consecuentes con conectores basados en los utilizados en la lógica clásica.

Los Sistemas de Inferencia Difusa (FIS) son una forma de representar conocimientos y datos inexactos en forma similar a cómo lo hace el pensamiento humano [46]. Un FIS define una correspondencia no lineal entre una o varias variables de entrada y una variable de salida, estableciendo una base desde la cual pueden tomarse decisiones o definir patrones [102].

Los conjuntos difusos pueden ser representados matemáticamente como un conjunto de pares ordenados de la forma:

$$A = [(u, \eta_A(u)) | u \in U] \quad (4.2)$$

donde $\eta_A(u)$ se denomina función de pertenencia del conjunto difuso A, el cual otorga a cada elemento del Universo de Discurso² U un grado de pertenencia entre 0 y 1 ($\eta_A(u) : U \rightarrow [0, 1]$).

Las funciones de pertenencia en los conjuntos clásicos pueden tomar sólo dos valores,

¹En lógica, una lógica multivalente es un cálculo proposicional en el que hay más de dos valores de verdad.

²En lógica difusa el dominio de valores que puede tomar una variable se denomina Universo de Discurso.

cero o uno, mientras que la función de pertenencia de un conjunto difuso es una función continua en el intervalo $[0,1]$. Lo anterior se puede resumir en la siguiente definición.

Definición 4.1.1. *Un conjunto difuso A en el universo de discurso U se caracteriza por una función de pertenencia $\eta_A(u)$ que toma valores entre $[0, 1]$.*

Muchas de las definiciones sobre los conjuntos difusos son una extensión de los conceptos básicos de los conjuntos clásicos, sin embargo algunos de ellos son propios de la teoría de los conjuntos difusos. A continuación se describe algunas definiciones básicas asociadas a los elementos de los conjuntos difusos.

Definición 4.1.2. *El **soporte** de un conjunto difuso A en el universo de discurso U es un conjunto definido que contiene todos los elementos de U que tienen valor de pertenencia diferente de cero en A , es decir,*

$$\text{soporte}(A) = [u \in U | \eta_A(u) > 0] \quad (4.3)$$

donde $\text{soporte}(A)$, denota el soporte del conjunto difuso A . Si el soporte de un conjunto difuso está vacío, se le denomina conjunto difuso vacío. Por otra parte, si un conjunto difuso cuyo soporte es un único punto en U , con un valor de pertenencia igual a uno, se le denomina **singleton** difuso.

Al igual que en el caso de la teoría clásica de conjuntos, las tres operaciones básicas: unión, intersección y complemento de los conjuntos difusos se pueden definir con respecto al cálculo de sus funciones de pertenencia.

Definición 4.1.3. *Sean M_1 y M_2 dos conjuntos difusos en U , con funciones de pertenencia η_{M_1} y η_{M_2} , respectivamente, las operaciones básicas: unión, intersección y complemento, se definen como [46]:*

$$\begin{aligned} \eta_{M_1} \cup \eta_{M_2}(u) &= \max \{ \eta_{M_1}, \eta_{M_2} \} \\ \eta_{M_1} \cap \eta_{M_2}(u) &= \min \{ \eta_{M_1}, \eta_{M_2} \} \end{aligned} \quad (4.4)$$

$$\eta_{\bar{M}_1} = 1 - \eta_{M_1} \quad \eta_{\bar{M}_2} = 1 - \eta_{M_2} \quad (4.5)$$

Definición 4.1.4. Sean U y V dos conjuntos clásicos arbitrarios. El producto cartesiano de U y V , denotado por $U \times V$, es el conjunto no difuso (u, v) tal que $u \in U$ y $v \in V$,

$$U \times V = \{(u, v) | u \in U \text{ y } v \in V\} \quad (4.6)$$

El orden en que aparecen U y V es importante, ya que si $U \neq V$, entonces $U \times V \neq V \times U$. En general el producto cartesiano de n conjuntos no difusos arbitrarios U_1, U_2, \dots, U_n denotado por $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, es el conjunto no difuso de todas las n -tuplas (u_1, \dots, u_n) tal que $u_i \in U_i$ para $i \in 1, 2, \dots$, es decir:

$$U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n = \{(u_1, \dots, u_n) | u_1 \in U_1, u_2 \in U_2, \dots, u_n \in U_n\} \quad (4.7)$$

Una relación (no difusa) entre conjuntos (no difusos) U_1, U_2, \dots, U_n es un subconjunto del producto cartesiano $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$, esto es, si se utiliza $Q(U_1, U_2, \dots, U_n)$ para representar una relación entre U_1, U_2, \dots, U_n entonces

$$Q(U_1, U_2, \dots, U_n) \subset U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \quad (4.8)$$

Definición 4.1.5. Una relación difusa es un conjunto difuso definido en el producto cartesiano de conjuntos clásicos U_1, U_2, \dots, U_n . Con el esquema de representación (4.2) una relación difusa Q en $U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n$ se define como el conjunto difuso:

$$Q = \{(u_1, u_2, \dots, u_n), \eta_Q(u_1, u_2, \dots, u_n) | (u_1, u_2, \dots, u_n) \in U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n\} \quad (4.9)$$

donde $\eta_Q : U_1 \times U_2 \times \dots \times U_n \rightarrow [0, 1]$

Generalmente, una regla difusa **IF-THEN** es una relación difusa, que puede ser expresada como una implicación difusa $A \rightarrow B$, es decir:

$$\mathbf{IF} \ x \ is \ A \ \mathbf{THEN} \ y \ is \ B \quad (4.10)$$

donde A y B son variables lingüísticas definidas por conjuntos difusos en los universos X e Y . Además, una implicación difusa refleja la forma de realizar un razonamiento difuso aproximado [103, 104].

Los sistemas difusos han demostrado ser una herramienta atractiva y poderosa para el modelado y control de sistemas complejos, dado a su capacidad de producir resultados exactos a partir de datos imprecisos. En general los sistemas difusos, como se muestra en la Figura 4-1, se compone de cinco elementos básicos: una base de reglas, una base de datos, un mecanismo de inferencia, una interfaz de fusificación y una interfaz de defusificación.

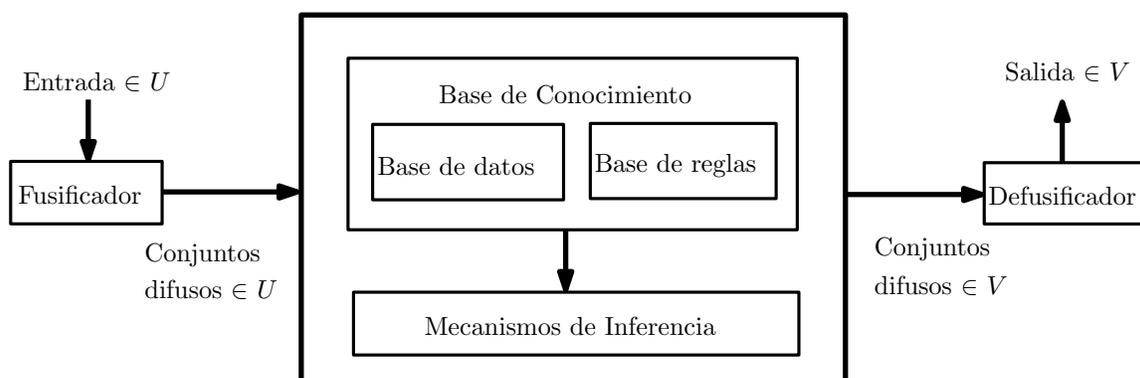


Figura 4-1: Diagrama genérico de un sistema difuso

- La **base de reglas** consiste de un conjunto de reglas difusas **IF-THEN**, tal que:

$$R_i : \mathbf{IF} \ \delta_1 \text{ is } M_{i1} \text{ and } \dots \text{ and } \delta_j \text{ is } M_{ji} \ \mathbf{THEN} \ y \text{ is } B_i \quad (4.11)$$

donde R_i es el número de reglas, $\delta = [\delta_1, \delta_2, \dots, \delta_j]^T \in \mathbb{R}^j$ y y son las variables lingüísticas de entrada y salida definidas en el espacio de entrada $U = U_1 \times U_2 \times \dots \times U_j$ y en el espacio de salida V , respectivamente; y $M_{1i}, M_{2i}, \dots, M_{ji}$ son los conjuntos difusos de las variables lingüísticas anteriores.

- La **base de datos** define las funciones de pertenencia de los conjuntos difusos usados en las reglas difusas.
- El **mecanismo de inferencia**, también llamado razonamiento aproximado, es la una unidad que proporciona el valor de salida evaluando las reglas que componen el sistema

difuso.

- La interfaz de **fusificación** es un proceso que se encarga de transformar las entradas en grados de equivalencia con los valores lingüísticos.
- La interfaz de **defusificación** transforma los resultados de la inferencia en un salida precisa.

En la literatura se consideran dos tipos principales de modelos difusos:

1. Modelo Difuso tipo Mamdani
2. Modelo Difuso tipo Takagi-Sugeno T-S

El modelo difuso tipo Mamdani fue el primer modelo, bajo el cual se desarrollo el primer controlador difuso [48]. En este modelo se utilizan conjuntos difusos en el antecedente y en el consecuente de cada regla. Un caso especial del modelo Mamdani, es cuando el consecuente es de tipo singleton, es decir, un número real [59]. Por otra parte, el modelo tipo T-S es una estructura difusa que tiene la capacidad de representar sistemas no lineales a través de sistemas lineales simples, ya que en el consecuente de cada regla se define una combinación lineal o una función lineal de las variables de entrada. A diferencia del modelo tipo Mamdani, el modelo T-S no considera defusificador, ya que cada regla tiene una salida exacta. En algunas ocasiones en la literatura, el modelo T-S es referido como el modelo Takagi-Sugeno-Kang (TSK) [57].

El análisis de estabilidad de los sistemas difusos, como se ha mencionado al inicio del capítulo, siempre ha sido un factor de discusión en el campo del control automático. En el caso de los modelos difusos Mamdani, se registran algunos estudios sobre la estabilidad de controladores difusos de éste tipo, donde no se consideran las propiedades de los modelos difusos de los sistemas a controlar [107–110]. Dichos trabajos se fundamentan en técnicas de la teoría clásica de estabilidad no lineal, aplicadas al conjunto sistema(no difuso)-controlador difuso, donde el controlador se considera como una ley de control no lineal. Algunas de éstas técnicas hacen referencia al análisis en el plano fase, el criterio del círculo, el criterio de conicidad, en otras. Sin embargo, aún no existe una teoría robusta en el análisis de estabilidad con respecto a sistemas difusos tipo Mamdani.

En la teoría clásica de control, el análisis de estabilidad de un controlador se fundamenta en la dinámica del modelo. Esto significa que los métodos de análisis de estabilidad y los resultados de la teoría de sistema no lineales, como el método de Lyapunov pueden ser aplicados a los sistemas difusos T-S, ya que éstos aproximan de manera adecuada modelos no lineales. Como se ha mencionado en apartados anteriores, gracias al avance de técnicas de optimización convexa, el análisis de estabilidad de controladores difusos basados en modelos T-S ha despertado gran interés tanto en la comunidad académica como en la industrial en la última década. Actualmente, el control difuso basado en modelos se ha convertido en un área de gran relevancia para la solución de problemas de control en sistemas no lineales en diferentes líneas de investigación.

A continuación, se considera el modelo difuso T-S para el diseño de controladores difusos basados en modelos.

4.1.1. Modelo difuso Takagi-Sugeno (T-S)

La construcción de un modelo matemático que describa la dinámica de un sistema a estudiar no es nada fácil, ya que se deben incluir todas las características relevantes asociadas a la dinámica del sistema. Normalmente, el modelo matemático es complejo por las no linealidades que posee, lo que hace indispensable una buena aproximación [57]. El modelo difuso T-S es una metodología de modelado que considera la dinámica de un sistema lo más real al modelo exacto, mediante la implementación de varios modelos lineales. Cada modelo lineal corresponde a una regla del tipo **IF-THEN**, donde en el antecedente está la condición y en el consecuente el modelo lineal que la cumple. Este modelo difuso propuesto por Takagi y Sugeno en [95], se describe por reglas difusas tipo **IF-THEN** que representan relaciones entrada-salida lineales locales de un sistema no lineal. La principal característica del modelo difuso T-S se encuentra en la forma de expresar las dinámicas locales de cada implicación difusa (regla) por un modelo lineal. El modelo difuso total del sistema se logra por la mezcla o ponderación difusa de los modelos lineales. Autores como Tanaka y Sugeno en [96], fueron los primeros investigadores en aplicar este concepto en el campo del control no lineal, los cuales utilizaron el método directo de Lyapunov para analizar la estabilidad de los sistemas difusos T-S.

El objetivo de esta subsección es dar una descripción general de la herramienta matemática utilizada en este capítulo para la construcción de modelos difusos, necesaria en el diseño de los controladores difusos basados en modelos. La figura 4-2 muestra el modelo de un sistema no lineal como una agrupación de modelos lineales, descritos por reglas difusas **IF–THEN**, las cuales representan localmente las relaciones entrada salida de un sistema [95], siendo de la forma:

R_i : **If** δ_1 is M_{i1} and...and δ_j is M_{ji} **Then**

$$\begin{cases} \dot{x}(t) = A_i x(t) + B_{u_i} u(t) \\ y(t) = C_{y_i} x(t) + D_{y u_i} u(t) \end{cases} \quad i = 1, 2, \dots, r \quad (4.12)$$

Donde r representa el número de reglas de inferencia, M_{ij} son los conjuntos difusos, $x(t) \in \mathbb{R}^n$ es el vector de las variables de estado, $u(t) \in \mathbb{R}^m$ es el vector de entrada, $A_i \in \mathbb{R}^{n \times n}$, $B_{u_i} \in \mathbb{R}^{n \times m}$, $C_{y_i} \in \mathbb{R}^{q \times n}$, $D_{y u_i} \in \mathbb{R}^{q \times m}$ son las matrices del i -ésimo submodelo lineal, y $\delta_1, \dots, \delta_j$ el vector de variables accesibles³ o variables de programación [58].

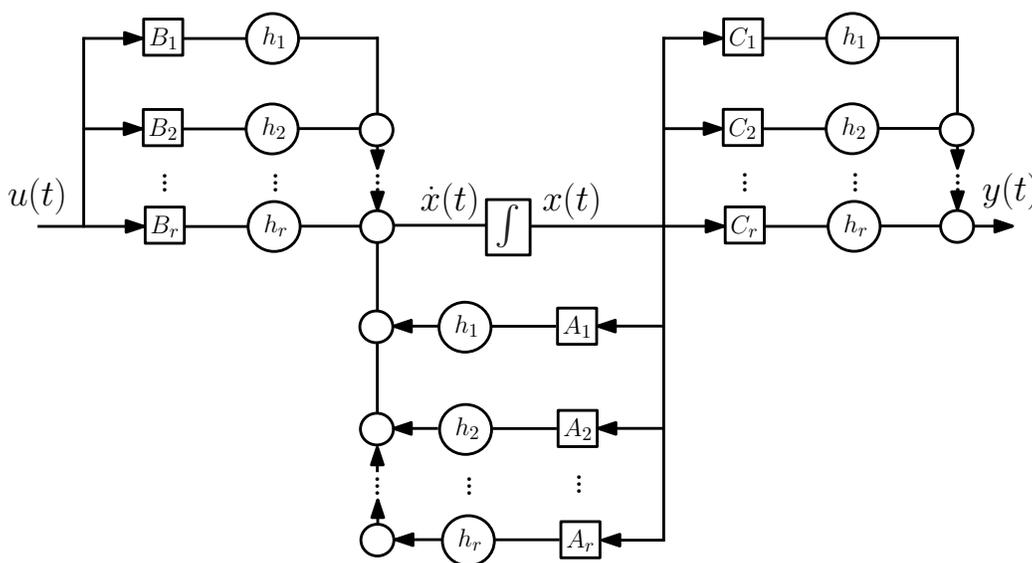


Figura 4-2: Estructura total del modelo difuso Takagi-Sugeno

Las no linealidades de la planta determinará el vector de las variables programadas

³Las variables accesibles pueden incluir algunos o todos los estados del sistema y variables externas.

utilizadas en el antecedente. Una correcta elección de éstas variables hará que se obtenga una buena aproximación de la dinámica de la planta. El modelo difuso total (defusificación) de la planta corresponde a una ponderación difusa del submodelo lineal válido localmente asociado a cada implicación R_i [58], es decir:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t)) [A_i x(t) + B_{u_i} u(t)]}{\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t))} \\ y(t) &= \frac{\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t)) [C_{y_i} x(t) + D_{y_{u_i}} u(t)]}{\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t))} \end{aligned} \quad (4.13)$$

donde

$$\delta(t) = [\delta_1, \dots, \delta_p] \quad w_i(\delta(t)) = \prod_{j=1}^p M_{ij}(\delta_j(t)) \quad (4.14)$$

El término $w_i(\delta(t))$ es el grado de pertenencia de $\delta(t)$ en M_{ij} , tal que:

$$\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t)) > 0, \quad w_i(\delta(t)) \geq 0 \quad \forall \quad i = 1, 2, \dots, r$$

En algunos casos, en vez de $w_i(\delta(t))$ es más adecuado trabajar con la siguiente función de pesos normalizada,

$$h_i(\delta(t)) = \frac{w_i(\delta(t))}{\sum_{i=1}^r w_i(\delta(t))} \quad (4.15)$$

que cumpla con

$$0 \leq h_i(\delta(t)) \leq 1, \quad \sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) = 1 \quad (4.16)$$

Por lo tanto el modelo difuso (4.13) puede ser reescrito como

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) [A_i x(t) + B_{u_i} u(t)] \quad (4.17)$$

$$y(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) [C_{y_i} x(t) + D_{y_{u_i}} u(t)] \quad (4.18)$$

A continuación, se presentan los modelos difusos T-S de los convertidores buck-boost y boost, tomando como punto de partida sus correspondientes modelos bilineales incrementa-

les.

Modelo difuso T-S de un convertidor buck-boost

El modelo bilineal incremental del convertidor buck-boost, basado en el apartado 1.4.3, puede ser escrito como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & \frac{D'}{L} \\ -\frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\tilde{v}_o(t)}{L} \\ \frac{V_g D}{D'^2 RC} + \frac{\tilde{i}_L(t)}{C} \end{bmatrix} \tilde{d}(t) \quad (4.19)$$

donde el vector de estado incremental corresponde a $\tilde{x}(t) = [\tilde{i}_L(t) \quad \tilde{v}_o(t)]$. A partir de (4.19) y aplicando los siguiente pasos, se obtiene el modelo difuso T-S [111, 112].

1. Determinación de las variables de programación $\delta(t)$ del sistema:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(\delta(t)) \tilde{x}(t) + B_u(\delta(t)) \tilde{d}(t) \quad (4.20)$$

$$A(\delta(t)) = A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{D'}{L} \\ -\frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_u(\delta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_2(t)}{L} \\ \frac{V_g D}{D'^2 RC} + \frac{\delta_1(t)}{C} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

siendo $\delta(t) = [\delta_1(t) \quad \delta_2(t)] = [\tilde{i}_L(t) \quad \tilde{v}_o(t)]$.

2. Determinación de los modelos lineales ($r = 2^p$) a partir de los valores extremos de $\delta(t)$.
 Para las parejas ordenadas: $(\delta_{1_{min}}, \delta_{2_{min}})$, $(\delta_{1_{max}}, \delta_{2_{min}})$, $(\delta_{1_{min}}, \delta_{2_{max}})$, $(\delta_{1_{max}}, \delta_{2_{max}})$ se obtiene:

$$B_{u_1} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_{2_{min}}}{L} \\ \frac{V_g D}{(D'^2 R)C} + \frac{\delta_{1_{min}}}{C} \end{bmatrix} \quad B_{u_2} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_{2_{min}}}{L} \\ \frac{V_g D}{(D'^2 R)C} + \frac{\delta_{1_{max}}}{C} \end{bmatrix} \quad (4.22)$$

$$B_{u_3} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_{2_{max}}}{L} \\ \frac{V_g D}{(D'^2 R)C} + \frac{\delta_{1_{min}}}{C} \end{bmatrix} \quad B_{u_4} = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_{2_{max}}}{L} \\ \frac{V_g D}{(D'^2 R)C} + \frac{\delta_{1_{max}}}{C} \end{bmatrix}$$

3. Determinación de las funciones de pertenencia. A partir de los valores extremos de

$\delta(t)$, se definen las funciones de pertenencia tal como se muestra:

$$\eta_{small}(\delta_1) = \frac{\delta_{1max} - \delta_1}{\delta_{1max} - \delta_{1min}} \quad \eta_{big}(\delta_1) = 1 - \eta_{small}(\delta_1) \quad (4.23)$$

$$\eta_{small}(\delta_2) = \frac{\delta_{2max} - \delta_2}{\delta_{2max} - \delta_{2min}} \quad \eta_{big}(\delta_2) = 1 - \eta_{small}(\delta_2)$$

4. Construcción de la base de reglas R_i de los modelos difusos T-S. El modelo difuso T-S del convertidor buck-boost se define por las siguiente cuatro reglas:

R_1 : If δ_1 is small and δ_2 is small then

$$\dot{\tilde{x}}_1(t) = A_1 \tilde{x}(t) + B_{u_1} \tilde{d}(t) \quad (4.24)$$

R_2 : If δ_1 is big and δ_2 is small then

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = A_2 \tilde{x}(t) + B_{u_2} \tilde{d}(t) \quad (4.25)$$

R_3 : If δ_1 is small and δ_2 is big then

$$\dot{\tilde{x}}_3(t) = A_3 \tilde{x}(t) + B_{u_3} \tilde{d}(t) \quad (4.26)$$

R_4 : If δ_1 is big and δ_2 is big then

$$\dot{\tilde{x}}_4(t) = A_4 \tilde{x}(t) + B_{u_4} \tilde{d}(t) \quad (4.27)$$

Una vez se realiza los pasos anteriores, el modelo difuso total del convertidor puede ser expresado como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \sum_{i=1}^r h_i \left(A_i \tilde{x}(t) + B_{u_i} \tilde{d}(t) \right) \quad (4.28)$$

ya que $\sum_{i=1}^r h_i = 1$ y $A_i = A$ el modelo difuso (4.28) puede ser reescrito como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A \tilde{x}(t) + \left(\sum_{i=1}^r h_i(\delta_1, \delta_2) B_{u_i} \right) \tilde{d}(t) \quad (4.29)$$

donde

$$\begin{aligned} h_1(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{small}(\delta_1) \cdot \eta_{small}(\delta_2) & h_3(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{small}(\delta_1) \cdot \eta_{big}(\delta_2) \\ h_2(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{big}(\delta_1) \cdot \eta_{small}(\delta_2) & h_4(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{big}(\delta_1) \cdot \eta_{big}(\delta_2) \end{aligned} \quad (4.30)$$

Cabe destacar que 4.28 representa exactamente el modelo bilineal 4.19 en la región politópica $[\delta_{1_{min}}, \delta_{1_{max}}] \times [\delta_{2_{min}}, \delta_{2_{max}}]$. Este espacio de operación puede ser visto en la Figura 4-3.

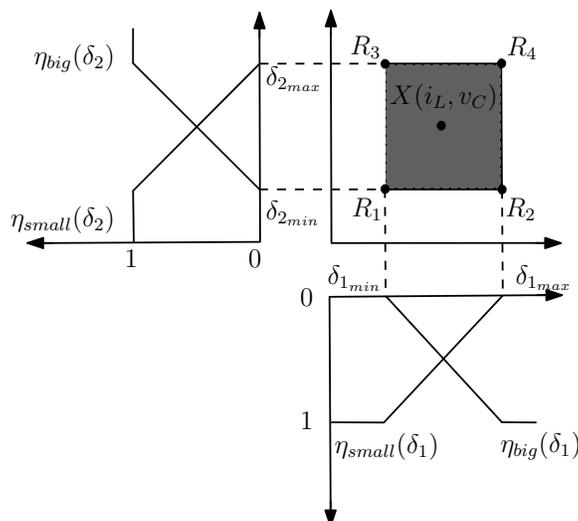
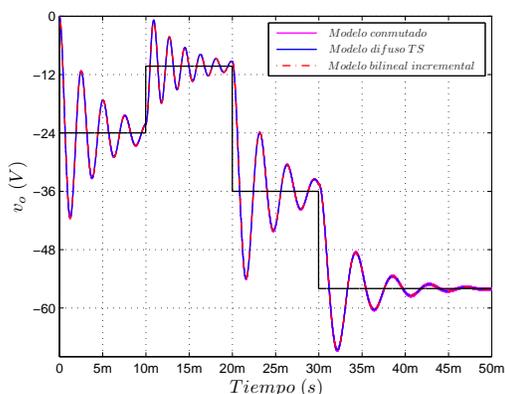
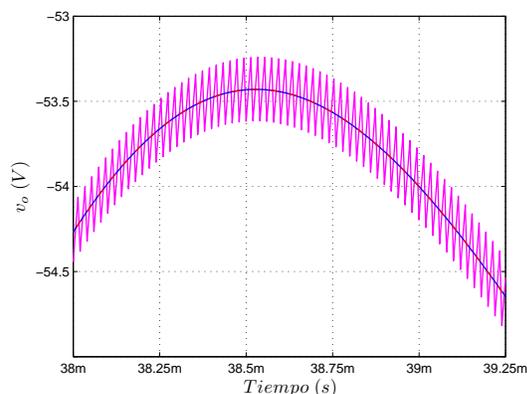


Figura 4-3: Representación difusa del convertidor buck-boost basado en 4 reglas

A continuación se muestra unas gráficas comparativas del modelo difuso T-S con los modelos bilineal incremental y conmutado del convertidor buck-boost frente a variaciones en el ciclo de trabajo, simulados mediante SIMULINK. Los valores de los parámetros considerados del convertidor son los mismos que se utilizaron en el apartado 1.4.4. Los valores de la región politópica del modelo difuso que se seleccionaron son iguales a $[\delta_{1_{min}} = -20, \delta_{1_{max}} = 40] \times [\delta_{2_{min}} = -80, \delta_{2_{max}} = 10]$.



(a) Voltaje $v_o(t)$



(b) Detalle del voltaje $v_o(t)$

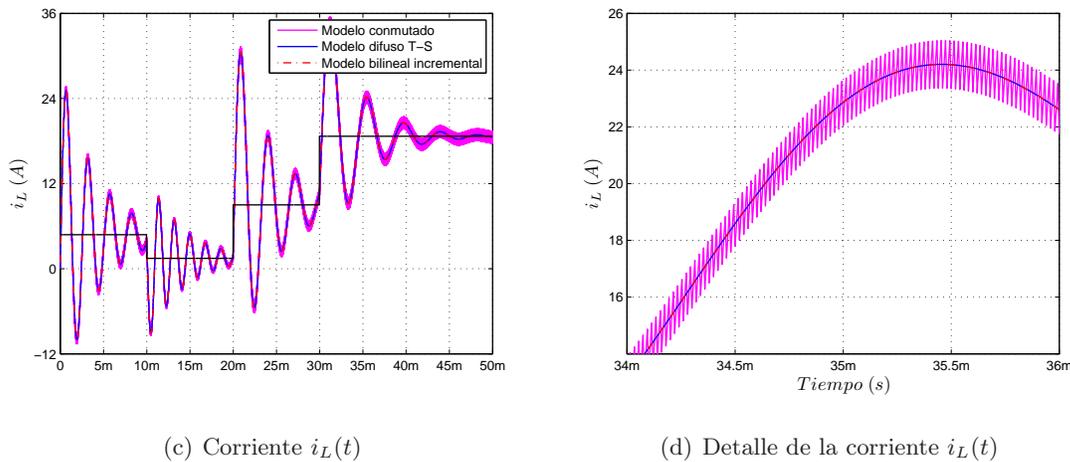


Figura 4-4: Respuesta de las variables de estado del convertidor buck-boost con los modelos: conmutado, difuso T-S y bilineal incremental

La Figura 4-4 muestra la respuesta transitoria del voltaje de salida $v_o(t)$ y la corriente en el inductor $i_L(t)$ durante el arranque del convertidor. Puede observarse que los modelos simulados presentan una correcta concordancia entre ellos. En el siguiente apartado se presenta el modelo difuso T-S del convertidor conmutado boost.

Modelo difuso T-S de un convertidor boost

La representación en el espacio de estado del modelo del bilineal incremental del convertidor boost, puede ser escrita como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \tilde{x}(t) + \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\tilde{v}_o(t)}{L} \\ -\frac{V_g}{D'^2 RC} - \frac{\tilde{i}_L(t)}{C} \end{bmatrix} \tilde{d}(t) \quad (4.31)$$

donde el vector de estado incremental corresponde a $\tilde{x}(t) = [\tilde{i}_L(t) \quad \tilde{v}_o(t)]$. A partir de la metodología descrita en el apartado anterior y del modelo bilineal incremental (4.31), se obtiene el modelo difuso T-S del convertidor boost [113, 114]. Este modelo difuso T-S se conforma por cuatro reglas al igual que en el caso del convertidor buck-boost, como se puede observar en los siguientes pasos:

1. Variables de programación $\delta(t)$:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A(\delta(t)) \tilde{x}(t) + B_u(\delta(t)) \tilde{d}(t) \quad (4.32)$$

$$A(\delta(t)) = A = \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} \end{bmatrix} \quad B_u(\delta(t)) = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_2(t)}{L} \\ -\frac{V_g}{D'^2 RC} - \frac{\delta_1(t)}{C} \end{bmatrix} \quad (4.33)$$

siendo $\delta(t) = [\delta_1(t) \quad \delta_2(t)] = [\tilde{i}_L(t) \quad \tilde{v}_o(t)]$.

2. Modelos lineales ($r = 2^p$) a partir de los valores extremos de $\delta(t)$. Para las parejas ordenadas: $(\delta_{1_{min}}, \delta_{2_{min}})$, $(\delta_{1_{max}}, \delta_{2_{min}})$, $(\delta_{1_{min}}, \delta_{2_{max}})$, $(\delta_{1_{max}}, \delta_{2_{max}})$ se obtiene:

$$\begin{aligned} B_{u_1} &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_{2_{min}}}{L} \\ -\frac{V_g}{(D'^2 R)C} - \frac{\delta_{1_{min}}}{C} \end{bmatrix} & B_{u_2} &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_{2_{min}}}{L} \\ -\frac{V_g}{(D'^2 R)C} - \frac{\delta_{1_{max}}}{C} \end{bmatrix} \\ B_{u_3} &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_{2_{max}}}{L} \\ -\frac{V_g}{(D'^2 R)C} - \frac{\delta_{1_{min}}}{C} \end{bmatrix} & B_{u_4} &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_{2_{max}}}{L} \\ -\frac{V_g}{(D'^2 R)C} - \frac{\delta_{1_{max}}}{C} \end{bmatrix} \end{aligned} \quad (4.34)$$

3. Determinación de las funciones de pertenencia.

$$\eta_{small}(\delta_1) = \frac{\delta_{1_{max}} - \delta_1}{\delta_{1_{max}} - \delta_{1_{min}}} \quad \eta_{big}(\delta_1) = 1 - \eta_{small}(\delta_1) \quad (4.35)$$

$$\eta_{small}(\delta_2) = \frac{\delta_{2_{max}} - \delta_2}{\delta_{2_{max}} - \delta_{2_{min}}} \quad \eta_{big}(\delta_2) = 1 - \eta_{small}(\delta_2)$$

4. Construcción de la base de reglas R_i de los modelos difusos T-S.

R_1 : If δ_1 is small and δ_2 is small then

$$\dot{\tilde{x}}_1(t) = A_1 \tilde{x}(t) + B_{u_1} \tilde{d}(t) \quad (4.36)$$

R_2 : If δ_1 is big and δ_2 is small then

$$\dot{\tilde{x}}_2(t) = A_2 \tilde{x}(t) + B_{u_2} \tilde{d}(t) \quad (4.37)$$

R₃ : **If** δ_1 *is small* and δ_2 *is big* **then**

$$\dot{\tilde{x}}_3(t) = A_3\tilde{x}(t) + B_{u_3}\tilde{d}(t) \quad (4.38)$$

R₄ : **If** δ_1 *is big* and δ_2 *is big* **then**

$$\dot{\tilde{x}}_4(t) = A_4\tilde{x}(t) + B_{u_4}\tilde{d}(t) \quad (4.39)$$

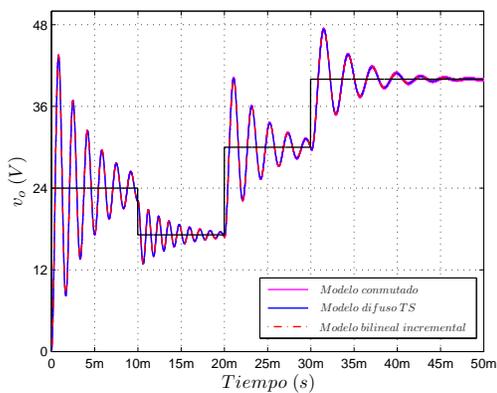
El modelo difuso total del convertidor puede ser expresado como:

$$\dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + \left(\sum_{i=1}^r h_i(\delta_1, \delta_2) B_{u_i} \right) \tilde{d}(t) \quad (4.40)$$

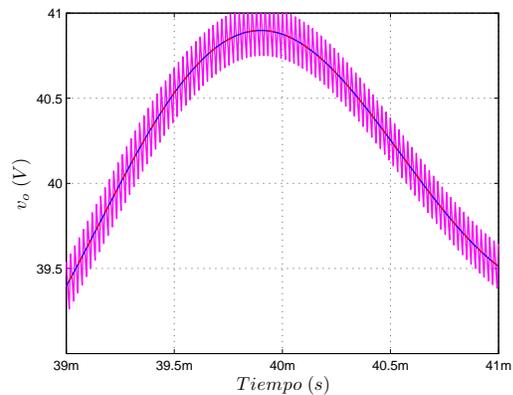
donde

$$\begin{aligned} h_1(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{small}(\delta_1) \cdot \eta_{small}(\delta_2) & h_3(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{small}(\delta_1) \cdot \eta_{big}(\delta_2) \\ h_2(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{big}(\delta_1) \cdot \eta_{small}(\delta_2) & h_4(\delta_1, \delta_2) &= \eta_{big}(\delta_1) \cdot \eta_{big}(\delta_2) \end{aligned} \quad (4.41)$$

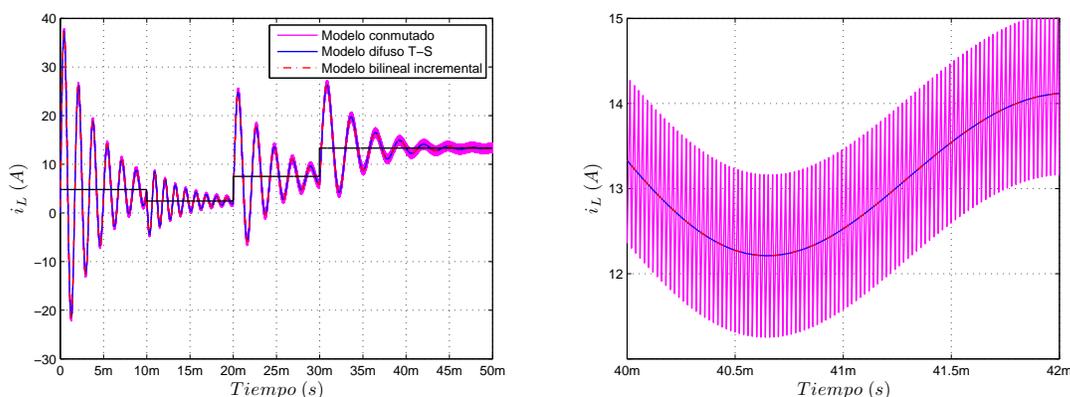
Al igual que en el apartado anterior, en la Figura 4-5 se muestra unas gráficas comparativas del modelo difuso T-S con los modelos bilineal incremental y conmutado del convertidor boost frente a variaciones en el ciclo de trabajo. Los valores de los parámetros considerados del convertidor son los mismos que se utilizaron en el apartado 1.4.4, mientras que los valores de la región politópica del modelo difuso corresponden a $[\delta_{1min} = -10, \delta_{1max} = 40] \times [\delta_{2min} = -10, \delta_{2max} = 80]$.



(a) Voltaje $v_o(t)$



(b) Detalle del voltaje $v_o(t)$



(c) Corriente $i_L(t)$

(d) Detalle de la corriente $i_L(t)$

Figura 4-5: Respuesta de las variables de estado del convertidor boost con los modelos: conmutado, difuso T-S y bilineal incremental

La Figura 4-5 muestra la respuesta transitoria de las variables de estado del convertidor durante el arranque. Al igual que en el caso del convertidor buck-boost, la comparación entre los modelos difuso T-S, bilineal incremental y conmutado presentan una correcta concordancia.

4.1.2. Compensación distribuida paralela (CDP)

Como se mencionó al inicio del capítulo, el diseño de un controlador difuso a través de la técnica CDP, se originó con el procedimiento propuesto por Sugeno et al. en [98], donde la estabilidad del controlador no se tuvo en cuenta. Sin embargo, años después Tanaka et al. en [96], mejoraron la técnica considerando análisis de estabilidad a través de funciones de Lyapunov formuladas mediante LMIs.

La técnica CDP es un procedimiento para el diseño de controladores difusos a partir del modelo difuso T-S de una planta. Esta técnica consiste en que cada regla de control se asocia con las correspondiente reglas del modelo difuso T-S, compartiendo de esta manera los mismos conjuntos difusos de los antecedentes del modelo, es decir:

$$R_i : \text{If } \delta_1 \text{ is } M_{i1} \text{ and...and } \delta_j \text{ is } M_{ji} \text{ Then}$$

$$u(t) = \mathbf{F}_i x(t) \quad i = 1, \dots, r \quad (4.42)$$

donde \mathbf{F}_i son los vectores de ganancias de realimentación lineal asociados a cada regla. Por lo tanto, el controlador difuso T-S total puede ser representado como

$$u(t) = \frac{\sum_{i=1}^r w_i \mathbf{F}_i x(t)}{\sum_{i=1}^r w_i} = \sum_{i=1}^r h_i \mathbf{F}_i x(t) \quad (4.43)$$

A diferencia de otras técnicas de control que requieren un tratamiento complejo, la técnica PDC es un procedimiento simple para el manejo de sistemas de control no lineal [57].

4.1.3. Condiciones de estabilidad para sistemas difusos T-S

Para sistemas variantes en el tiempo, como los sistemas difusos T-S, cuya estabilidad es difícil de predecir, el método de Lyapunov permite encontrar y garantizar una estabilidad asintótica del sistema. Éste método, tal como se mencionó en el Capítulo 2, puede ser visto como un método de energía generalizado, que consiste en encontrar una función escalar $V(x)$ que describa la energía del sistema y decrezca continuamente con el tiempo. En la literatura generalmente este tipo de funciones son de tipo cuadrático (2.9) .

Estabilidad para sistemas difusos T-S en lazo abierto

Al igual que en el caso de un sistema LTI (2.7), como se muestra en el Capítulo 2, las funciones de Lyapunov cuadráticas se pueden utilizar para estudiar la estabilidad de sistemas difusos T-S. Considérese el sistema difuso T-S en lazo abierto, es decir, $u(t) = 0$,

$$\dot{x}(t) = \sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) A_i x(t) \quad (4.44)$$

la existencia de una función cuadrática de la forma $V(x(t)) = x(t)^T \mathbf{P} x(t)$, que satisfaga $\dot{V}(x(t)) < 0$, es una condición suficiente para asegurar una estabilidad asintótica del sistema. De esta manera, a partir de la expresión (4.44) el cálculo de la derivada temporal de la función

de Lyapunov $\dot{V}(x(t))$, se obtiene como:

$$\dot{V}(x(t)) = x(t)^T \left[\sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) (A_i \mathbf{P} + \mathbf{P} A_i) \right] x(t) < 0 \quad (4.45)$$

Teniendo en cuenta que $h_i > 0$ y $\sum_{i=1}^r h_i(\delta(t)) = 1$, el sistema (4.45) es asintóticamente estable si existe una matriz común \mathbf{P} tal que:

$$\begin{cases} A_i^T \mathbf{P} + \mathbf{P} A_i < 0 \\ \mathbf{P} > 0 \end{cases} \quad i = 1, \dots, r \quad (4.46)$$

donde \mathbf{P} es una matriz simétrica definida positiva $\in \mathbb{R}^{n \times n}$. La expresión (4.46) equivale a decir que se debe hallar una función de Lyapunov común a todos los subsistemas A_i .

Cabe mencionar, que la consideración de utilizar las funciones de pertenencia del modelo en el diseño del controlador, implica una condición de estabilidad relajada, lo que a su vez conduce al aumento del conservatismo en la condición [61].

Estabilidad para sistemas difusos T-S en lazo cerrado

El sistema en lazo cerrado consiste en sustituir la ley de control difusa (4.43) dentro de la ecuación de estado del modelo difuso (4.17), de esta manera el sistema dinámico en lazo cerrado vendrá dado por:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\delta) \left[A_i x(t) + B_i \left(\sum_{j=1}^r h_j(\delta) \mathbf{F}_j x(t) \right) \right] \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\delta) \left[A_i + B_i \sum_{j=1}^r h_j(\delta) \mathbf{F}_j \right] x(t) \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i(\delta) h_j(\delta) [A_i + B_i \mathbf{F}_j] x(t) \end{aligned} \quad (4.47)$$

La expresión (4.47), tomada de [57], puede ser reescrita de la siguiente forma :

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\delta) h_i(\delta) \left(\underbrace{A_i + B_i \mathbf{F}_i}_{G_{ii}} \right) x(t) + \sum_{i=1}^r \sum_{j>1}^r h_i(\delta) h_j(\delta) \left(\underbrace{A_i + B_i \mathbf{F}_j + A_j + B_j \mathbf{F}_i}_{G_{ij} + G_{ji}} \right) x(t) \\ \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i^2(\delta) G_{ii} x(t) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j>1}^r h_i(\delta) h_j(\delta) \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) x(t) \end{aligned} \quad (4.48)$$

donde $G_{ij} = A_i + B_i \mathbf{F}_j$.

La condición de estabilidad asintótica del sistema en lazo abierto descrito en el apartado anterior, puede ser aplicada al sistema difuso T-S realimentado (4.48) a través del desarrollo de la siguiente desigualdad matricial:

$$x(t)^T \left\{ \sum_{i=1}^r h_i^2(\delta) (G_{ii}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} G_{ii}) + 2 \sum_{i=1}^r \sum_{j>1}^r h_i(\delta) h_j(\delta) \left[\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \right] \right\} x(t) < 0 \quad (4.49)$$

Al igual que en (4.46), teniendo en cuenta que $\sum_{i=1}^r \sum_{j=1}^r h_i = 1$, se puede establecer el siguiente teorema:

Teorema 4.1.1. *El equilibrio del sistema de control difuso (4.48) es asintóticamente estable si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{P} tal que:*

$$\mathbf{P} > 0$$

$$G_{ii}^T \mathbf{P} + \mathbf{P} G_{ii} < 0 \quad (4.50)$$

$$\left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right)^T \mathbf{P} + \mathbf{P} \left(\frac{G_{ij} + G_{ji}}{2} \right) \leq 0, \quad j > i \quad (4.51)$$

donde (4.51) se cumple si y solo si $h_i(\delta) \cap h_j(\delta) \neq 0, \forall t$.

Sin embargo, las desigualdades (4.50) y (4.51) presentan la multiplicación de las variables \mathbf{P} y \mathbf{F}_i , lo que indica que son no lineales. Por tal motivo, con el fin de reescribir la condición de forma lineal, se multiplica a ambos lados de cada desigualdad por \mathbf{P}^{-1} , y se define una nueva variable $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$, tal como se realizó en el Capítulo 2. De esta manera el Teorema 4.1.1 puede ser reescrito de la siguiente forma:

Teorema 4.1.2. *El sistema difuso (4.48) es asintóticamente estable para algunas ganancias de realimentación \mathbf{F}_i si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que:*

$$A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_i \mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_i^T B_i^T < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (4.52)$$

$$A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + A_j \mathbf{W} + \mathbf{W} A_j^T + B_i \mathbf{Y}_j + \mathbf{Y}_j^T B_i^T + B_j \mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_i^T B_j^T \leq 0, \quad i < j < r$$

siendo $\mathbf{Y}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{W}$ de modo que para $\mathbf{W} > 0$, se tiene que $\mathbf{F}_i = \mathbf{Y}_i \mathbf{W}^{-1}$.

En adición a la condición de estabilidad asintótica descrita anteriormente (4.52), a continuación se presentan otras restricciones LMI, para el diseño de las ganancias de realimentación \mathbf{F}_i del control difuso T-S de los convertidores conmutados de la sección 4.2.

4.1.4. Formulaciones de diseño LMI para el control difuso T-S

Con el propósito de mejorar las prestaciones dinámicas de la síntesis de control difusa T-S, en esta subsección se presentan algunas condiciones de diseño LMI tales como: rechazo a perturbaciones, tasa de decaimiento y limitación en el esfuerzo de control, al igual como se describió en el apartado 2.2.

Formulación LMI para el diseño de control H_∞

Considérese el siguiente sistema difuso T-S con perturbación $w(t)$:

$$\begin{aligned} \dot{x}(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\delta) (A_i x(t) + B_{u_i} u(t) + B_w w(t)) \\ z(t) &= \sum_{i=1}^r h_i(\delta) (C_{z_i} x(t) + D_{z_u} u(t) + D_{z_w} w(t)) \end{aligned} \quad (4.53)$$

El mínimo nivel de atenuación de una perturbación externa $w(t)$ sobre la salida controlada $z(t)$, al igual que en 2.2.1, se puede determinar minimizando γ , tal que:

$$\sup_{\|w(t)\|_{L_2} \neq 0} \frac{\|z\|_{L_2}}{\|w\|_{L_2}} < \gamma \quad (4.54)$$

Con lo que cualquier frecuencia de la señal de perturbación no será amplificada más que γ .

El siguiente teorema, adaptado de [57], garantiza una máxima norma H_∞ de la relación salida-perturbación.

Teorema 4.1.3. *El sistema difuso definido por (4.53) es asintóticamente estable para algunas ganancias de realimentación \mathbf{F}_i y $\frac{\|z\|_2}{\|w\|_2} < \gamma$ si existe una matriz simétrica definida positiva $\mathbf{W} \in \mathbb{R}^{n \times n}$ y una matriz $\mathbf{Y}_i \in \mathbb{R}^{m \times n}$, tal que*

$$\begin{bmatrix} \left(\frac{1}{2} \left\{ A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + A_j \mathbf{W} + \mathbf{W} A_j^T + \right. \right. \\ \left. \left. B_i \mathbf{Y}_j + \mathbf{Y}_j^T B_i^T + B_j \mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_i^T B_j^T \right\} \right) & \frac{B_{w_i} + B_{w_j}}{2} & \mathbf{W} \frac{(C_{z_i} + C_{z_j})^T}{2} \\ \frac{(B_{w_i} + B_{w_j})^T}{2} & -\gamma \mathbb{I} & \mathbf{0} \\ \frac{(C_{z_i} + C_{z_j})}{2} \mathbf{W} & \mathbf{0} & -\mathbb{I} \end{bmatrix} < \mathbf{0} \quad (4.55)$$

donde $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ y $\mathbf{F}_i = \mathbf{Y}_i \mathbf{W}^{-1}$

La validez de la desigualdad (4.55) se demuestra en [57].

Formulación LMI para la tasa de decaimiento

A diferencia de los Capítulos 2 y 3, en el diseño del control difuso T-S, se tendrá en cuenta como restricción del comportamiento transitorio solo la tasa de decaimiento. Esta condición, también conocida en la literatura como el mayor exponente de Lyapunov [12], se encuentra relacionada con la velocidad de respuesta del sistema, cuyo propósito se basa en encontrar el mayor α , tal que:

$$\lim_{t \rightarrow +\infty} e^{\alpha t} \|x(t)\| = 0 \quad (4.56)$$

De esta manera, una condición suficiente que cumpla con (4.56), considerando la función cuadrática $V(x) = x^T \mathbf{P} x$ será:

$$\dot{V}(x) < 2\alpha V(x) \quad (4.57)$$

para todas las trayectorias.

El siguiente teorema, adaptado de [57], corresponde con la restricción LMI para la tasa de decaimiento, que puede ser visto como un caso especial de ubicación de polos sobre el

sistema en lazo cerrado dentro de la región $S(\alpha)$, tal como se muestra en la Figura 4-7.

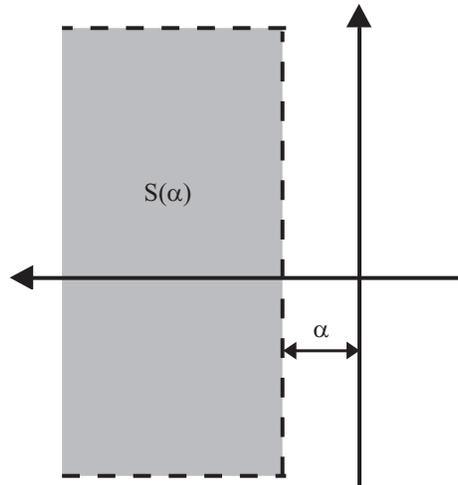


Figura 4-6: Región de ubicación de polos $S(\alpha)$

Teorema 4.1.4. *Los polos en lazo cerrado del sistema difuso (4.53) se ubican en la región $S(\alpha)$ si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que:*

$$A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + B_i \mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_i^T B_i^T + 2\alpha \mathbf{W} < 0, \quad i = 1, \dots, r \quad (4.58)$$

$$A_i \mathbf{W} + \mathbf{W} A_i^T + A_j \mathbf{W} + \mathbf{W} A_j^T + B_i \mathbf{Y}_j + \mathbf{Y}_j^T B_i^T + B_j \mathbf{Y}_i + \mathbf{Y}_i^T B_j^T + 4\alpha \mathbf{W} \leq 0, \quad i < j < r$$

siendo $\mathbf{F}_i = \mathbf{Y}_i \mathbf{W}^{-1}$.

Una explicación más detallada de la restricción (4.58), puede ser encontrada en [57, 58].

Formulación LMI para la restricción en la entrada de control

Las limitaciones físicas sobre la salida de un controlador $u(t)$ en un sistema dinámico, es una de las preocupaciones constantes de los diseñadores en las aplicaciones prácticas del control automático. Una herramienta matemática para tratar la saturación de la señal de control, al igual que en el apartado 2.2.3, se basa en la aplicación de restricción $\|u(t)\|_2 \leq \mu \quad \forall t \geq 0$, para alguna condición $x(0)$ que se encuentre dentro del elipsoide $x(0)^T \mathbf{P} x(0)$ [12]. El siguiente teorema, adaptado de [57], establece la restricción sobre el esfuerzo del control.

Teorema 4.1.5. *Asumiendo que la condición inicial $x(0)$ del sistema (4.53) es conocida, la restricción de acotamiento del esfuerzo de control $\|u(t)\|_2 \leq \mu$ es aplicada en todo tiempo $t \geq 0$ si existe una matriz simétrica definida positiva \mathbf{W} tal que satisfaga las siguientes LMIs*

$$\begin{bmatrix} 1 & x(0)^T \\ x(0) & \mathbf{W} \end{bmatrix} \geq 0, \quad \begin{bmatrix} \mathbf{W} & \mathbf{Y}_i^T \\ \mathbf{Y}_i & \mu^2 \mathbf{I} \end{bmatrix} \geq 0 \quad (4.59)$$

donde $\mathbf{W} = \mathbf{P}^{-1}$ y $\mathbf{Y}_i = \mathbf{F}_i \mathbf{W}$.

La validez de la desigualdad (4.59) se demuestra en [57].

Entre todos los conjuntos factibles de ganancias de realimentación, el procedimiento de la síntesis de control difuso T-S consiste en resolver la desigualdades (4.55), (4.58) y (4.59) con el fin de encontrar las variables matriciales \mathbf{W} y \mathbf{Y}_i que minimice la norma H_∞ γ y satisfaga las limitaciones sobre la tasa de decaimiento y el esfuerzo de control. Por lo tanto, el procedimiento de diseño del control difuso T-S LMI (CDTS-LMI) se puede expresar a través del siguiente algoritmo de optimización:

$$\begin{aligned} & \text{minimizar } \gamma \quad \text{sujeto a} \\ & \mathbf{W}, \mathbf{Y}_i \\ & (4.55), (4.58), \text{ y } (4.59) \\ & \forall i = 1, \dots, r \end{aligned} \quad (4.60)$$

La solución de este algoritmo de optimización con sus correspondientes LMIs, proporcionará el conjunto de ganancias de realimentación $\mathbf{F}_{CDTS-LMI} = \{F_1, \dots, F_r\}$. En la siguiente sección, se presenta dos ejemplos de diseño de CDTS-LMI para el problema de regulación de los convertidores buck-boost y boost.

4.2. Control difuso T-S LMI de convertidores de CC/CC básicos

En esta sección se presenta dos ejemplos de diseño de CDTS-LMI aplicado a convertidores conmutados de CC/CC básicos de fase no mínima, para el problema de regulación de la tensión de salida. El primer ejemplo de control se aplica a un convertidor reductor-elevador de tensión, teniendo en cuenta el modelo difuso T-S descrito en el apartado 4.1.1. El

segundo ejemplo de control, se aplica a un convertidor elevador de tensión con su correspondiente modelo difuso T-S (4.40). Ambos ejemplos de control aseguran el cumplimiento de requerimientos de diseño sobre la estabilidad, la tasa de decaimiento y el esfuerzo de control, optimizando el rechazo de perturbaciones en la corriente de carga, mediante la aplicación del algoritmo de optimización (4.60) propuesto en la sección anterior. Además, en esta sección se muestran algunas simulaciones en PSIM de ambos ejemplos, donde se compara el enfoque propuesto frente a controladores LMI no difusos. Finalmente, para el caso del ejemplo del convertidor elevador de tensión, se demuestra la validez del procedimiento de diseño a través de resultados experimentales.

4.2.1. Control difuso T-S LMI de un convertidor buck-boost

En este primer ejemplo, como se mencionó anteriormente, se muestra el diseño de una ley de CDTS-LMI como una alternativa a la regulación de tensión del convertidor buck-boost, basado en el modelo difuso (4.28), cuyo conjunto de parámetros se muestra en la Tabla 4.1. Los valores de las variables de estado en régimen estacionario, de acuerdo a la expresión (1.33), corresponden a $[I_L, V_o] = [4.8 \text{ A}, -24 \text{ V}]$. Así pues, el prototipo de simulación del convertidor se considera para procesos menores de 60 W, teniendo en cuenta una resistencia de carga $R=10 \Omega$.

Tabla 4.1: Parámetros del convertidor buck-boost

Parámetro	Valor
V_g	24 V
$v_o(V_{ref})$	-24 V
L	200 μH
C	200 μF
R	10 Ω
D'	0.5
$[\tilde{i}_{min} \times \tilde{i}_{max}]$	[-30, 20]
$[\tilde{v}_{min} \times \tilde{v}_{max}]$	[0, 50]
T_s	10 μs

Con el propósito de regular la tensión de salida $\tilde{v}_o(t)$ del convertidor, se adiciona una variable de estado $\tilde{x}_3(t)$ correspondiente a la función integral $\tilde{x}_3(t) = \int \tilde{v}_o(t)$, tal que el error en

estado estacionario sea cero. Por ende, teniendo en cuenta la variable adicional y el sistema de matrices de la representación en el espacio de estado descrito en el apartado 1.4.4, el modelo bilineal incremental aumentado del convertidor buck-boost, puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B_w\tilde{w}(t) + B_u(\delta(t))\tilde{d}(t) \\ \tilde{z}(t) = C_z\tilde{x}(t) + D_{zw}\tilde{w}(t) + D_{zu}\tilde{d}(t) \end{cases} \quad (4.61)$$

donde

$$\tilde{x}(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{v}_o(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{w}(t) = \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} \quad \tilde{z}(t) = [\tilde{v}_o(t)] \quad \delta(t) = \begin{bmatrix} \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{v}_o(t) \end{bmatrix}$$

$$A = \begin{bmatrix} 0 & \frac{D'}{L} & 0 \\ -\frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad B_u = \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} - \frac{\delta_2(t)}{L} \\ \frac{V_g D}{D'^2 RC} + \frac{\delta_1(t)}{C} \\ 0 \end{bmatrix} \quad B_w = \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \quad (4.62)$$

$$C_z = \begin{bmatrix} 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} \quad D_{yw} = [0] \quad D_{yd} = [0]$$

El objetivo de la síntesis de control es encontrar un vector de ganancias de realimentación \mathbf{F}_i que minimice la norma $H_\infty(\gamma)$ satisfaciendo las restricciones sobre la tasa de decaimiento y el esfuerzo de control para los cuatro submodelos lineales que conforman el modelo difuso T-S (4.28). Los valores de los parámetros del controlador (α, μ) se especifican en la Tabla 4.2.

Tabla 4.2: Parámetros del controlador del convertidor buck-boost

α	450 s^{-1}
μ	7

Cabe notar, que la tasa de decaimiento α que se ha seleccionado, corresponde con un tiempo máximo de establecimiento de $4 * (1/450) \text{ s}$, mientras que el valor de umbral límite para la saturación de la señal de control, corresponde con un $\mu = 7$. De esta manera, resolviendo el algoritmo de optimización (4.60) a través del toolbox LMI de MATLAB [62], se obtienen

las ganancias de realimentación de estados difusas $\mathbf{F}_{CDTS-LMI} = \{\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_r\}$:

$$\begin{aligned}\mathbf{F}_1 &= \begin{bmatrix} -0.1094 & 0.1537 & -165.2341 \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_2 &= \begin{bmatrix} -0.1231 & 0.2248 & -196.2015 \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_3 &= \begin{bmatrix} -0.0802 & 0.1041 & -121.4163 \end{bmatrix} \\ \mathbf{F}_4 &= \begin{bmatrix} -0.1230 & 0.2254 & -201.5697 \end{bmatrix}\end{aligned}$$

Este controlador asegura una ganancia H_∞ del voltaje de salida con respecto a la perturbación de corriente de salida de $\gamma = 1.3$, el cual equivale a 2.2789 dB. En un caso general, la ley de difusa correspondiente que produce el ciclo de trabajo vendrá dada por:

$$\tilde{d}(t) = [h_1\mathbf{F}_1 + h_2\mathbf{F}_2 + h_3\mathbf{F}_3 + h_4\mathbf{F}_4] \tilde{x}(t) \quad (4.63)$$

Como se mencionó al inicio de la sección, con el fin de evaluar el funcionamiento y la robustez de la metodología propuesta, se compara los resultados con una ley de control lineal robusta LMI (CLR-LMI), aplicando el enfoque propuesto en [10]. Por tal motivo, el vector de ganancias de realimentación $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$ que se obtiene corresponde a:

$$\mathbf{F}_{CLR-LMI} = \begin{bmatrix} -0.6292 & 0.5371 & -525.2079 \end{bmatrix}$$

Este controlador asegura un mínimo nivel de rechazo de perturbación de $\gamma = 2.2$, que equivale a 6.8485 dB. Para este caso, la ley equivalente que genera cada ciclo de trabajo del convertidor viene dada por:

$$\tilde{d}(t) = \mathbf{F}_{CLR-LMI} \tilde{x}(t) \quad (4.64)$$

Simulaciones

A través del diagrama esquemático del CDTS-LMI para el convertidor buck-boost de la Figura 4-7, se realizó en PSIM algunas simulaciones del comportamiento dinámico del convertidor en presencia de cambios en la carga y en el voltaje de entrada dentro y fuera de las condiciones nominales, teniendo en cuenta los valores de las Tablas 4.1 y 4.2.

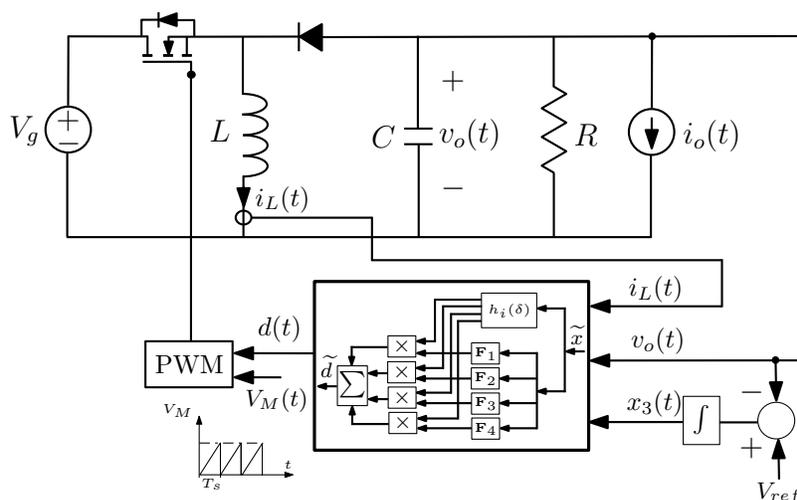
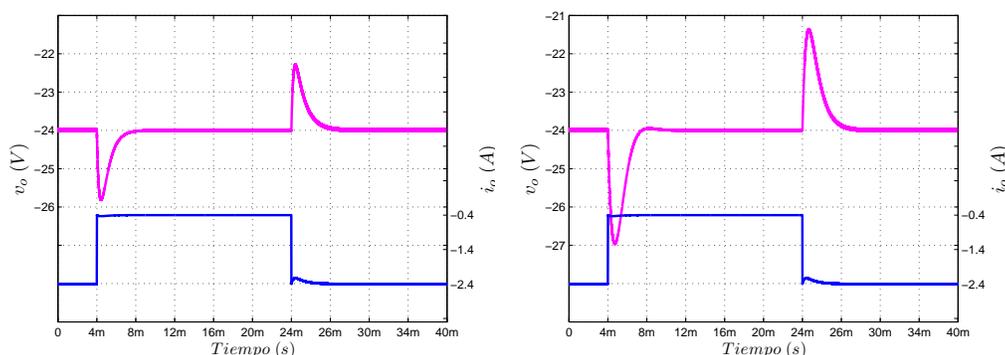


Figura 4-7: Circuito esquemático del convertidor buck-boost con el CDTS-LMI

En la Figura 4-8(a) se muestra la respuesta del voltaje de salida v_o del convertidor buck-boost con el CDTS-LMI, en condiciones nominales y frente a cambios en la corriente de carga de 2 A. Se puede observar que el controlador regula el voltaje suavemente en -24 V después de un corto período transitorio, equivalente a una constante de tiempo de 4 ms ($\alpha = 1000$), valor que se encuentra por encima de la mínima tasa de decaimiento garantizada ($\alpha = 450$). En la Figura 4-8(b), con las mismas condiciones anteriores, se muestra la respuesta del voltaje de salida v_o con el CLR-LMI propuesto en [10]. Vale la pena destacar que la respuesta del voltaje presenta una constante de tiempo aproximadamente de 5 ms, equivalente a una tasa de decaimiento de $\alpha = 800$, en acuerdo también con la mínima tasa garantizada. Sin embargo, comparando los dos resultados anteriores, se puede resaltar que la ley de CDTS-LMI presenta mejor comportamiento dinámico que la ley de CLR-LMI, ya que muestra mejor tasa de decaimiento y rechazo a perturbaciones.

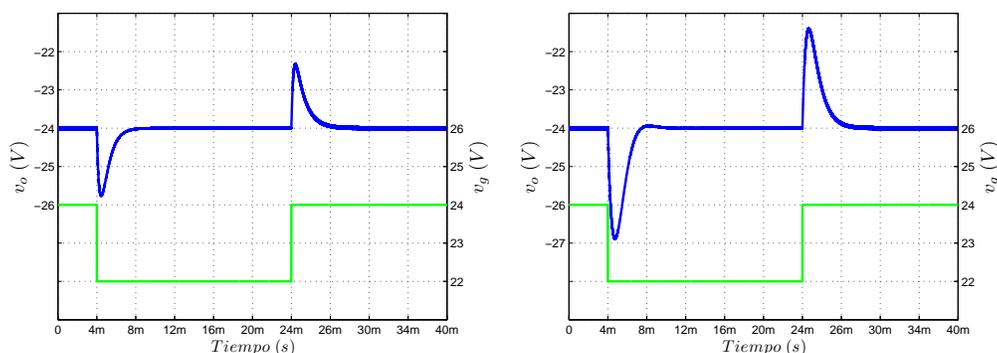
Por otra parte, en la Figura 4-9 se ilustra la respuesta del voltaje de salida v_o del convertidor con las leyes de CDTS-LMI y CLR-LMI, cuando el voltaje de entrada presenta cambios: primero en $t = 4\text{ ms}$, éste disminuye de 24 V a 22 V y luego, en $t = 24\text{ ms}$, éste retorna a 24 V. También, se puede observar que para ambos controladores la respuesta del voltaje de salida presenta tasas de decaimiento mayores que el mínimo garantizado ($\alpha = 450$). Al igual que en caso anterior, la ley de CDTS-LMI presenta mejor comportamiento dinámico, tanto en tasa de decaimiento como en rechazo a perturbaciones.



(a) Voltaje v_o con CDTS-LMI

(b) Voltaje v_o con CLR-LMI [10]

Figura 4-8: Respuesta del convertidor buck-boost en presencia de perturbaciones de carga con los controladores $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$



(a) Voltaje v_o con CDTS-LMI

(b) Voltaje v_o con CLR-LMI [10]

Figura 4-9: Respuesta del convertidor buck-boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con los controladores $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$

En la siguiente subsección, se presentará el diseño de un CDTS-LMI para el caso de un convertidor conmutado boost.

4.2.2. Control difuso T-S LMI de un convertidor boost

Al igual que en el apartado anterior, en esta subsección se presenta el diseño de un CDTS-LMI para la regulación del voltaje de salida de un convertidor conmutado boost, teniendo en cuenta su correspondiente modelo difuso (4.40). Este diseño consiste en resolver el algoritmo de optimización (4.60) para el conjunto de parámetros que se muestra en la

Tabla 4.3, donde la carga nominal del convertidor es igual a 10Ω y el ciclo de trabajo complementario en régimen estacionario igual a 0.5.

Tabla 4.3: Parámetros del convertidor boost

Parámetro	Valor
V_g	12 V
$v_o(V_{ref})$	24 V
L	88 μH
C	200 μF
R	10 Ω
R_2	20 Ω
$[\tilde{i}_{min} \times \tilde{i}_{max}]$	[0, 50]
$[\tilde{v}_{min} \times \tilde{v}_{max}]$	[20, 30]
D'	0.5
T_s	10 μs

Una vez más, con el propósito de asegurar un error de salida cero en estado estacionario, se utiliza una variable de estado adicional $\tilde{x}_3(t)$ que tiene en cuenta la integral del error del voltaje de salida. De esta manera, el modelo bilineal incremental aumentado del convertidor boost, puede ser escrito como:

$$\begin{cases} \dot{\tilde{x}}(t) = A\tilde{x}(t) + B_w\tilde{w}(t) + B_u(\delta(t))\tilde{d}(t) \\ \tilde{z}(t) = C_z\tilde{x}(t) + D_{zw}\tilde{w}(t) + D_{zu}\tilde{d}(t) \end{cases} \quad (4.65)$$

donde

$$\begin{aligned} \tilde{x}(t) &= \begin{bmatrix} \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{v}_o(t) \\ \tilde{x}_3(t) \end{bmatrix} & \tilde{w}(t) &= \begin{bmatrix} 0 \\ \tilde{i}_o(t) \end{bmatrix} & \tilde{z}(t) &= [\tilde{v}_o(t)] & \delta(t) &= \begin{bmatrix} \delta_1(t) \\ \delta_2(t) \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \tilde{i}_L(t) \\ \tilde{v}_o(t) \end{bmatrix} \\ A &= \begin{bmatrix} 0 & -\frac{D'}{L} & 0 \\ \frac{D'}{C} & -\frac{1}{RC} & 0 \\ 0 & 1 & 0 \end{bmatrix} & B_u &= \begin{bmatrix} \frac{V_g}{D'L} + \frac{\delta_2(t)}{L} \\ -\frac{V_g}{D'^2RC} - \frac{\delta_1(t)}{C} \\ 0 \end{bmatrix} & B_w &= \begin{bmatrix} \frac{1}{L} & 0 \\ 0 & -\frac{1}{C} \\ 0 & 0 \end{bmatrix} \\ C_z &= [0 \quad 1 \quad 0] & D_{yw} &= [0] & D_{yd} &= [0] \end{aligned} \quad (4.66)$$

Tal como se estableció en el apartado anterior, el objetivo de la síntesis de control es minimizar γ mientras se satisface las restricciones sobre la tasa de decaimiento α y el esfuerzo de control para los cuatro submodelos lineales que conforman el modelo difuso T-S (4.40), como se resume en el algoritmo (4.60). Los valores de los parámetros (α, μ) para el diseño del controlador se especifican en la Tabla 4.4.

Tabla 4.4: Parámetros del controlador del convertidor boost

α	450 s^{-1}
μ	7

Con el objetivo de demostrar la ventaja del CDTS-LMI, al igual como se realizó en la subsección anterior, se hace una comparación con los resultados de la ley de control lineal robusta LMI (CLR-LMI) propuesta en [10]. Por lo tanto, para el conjunto de parámetros de las Tablas 4.3 y 4.4, se obtienen los vectores de ganancias de realimentación $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$, a través del Toolbox LMI de MATLAB [62].

De esta manera, para el caso del CDTS-LMI, las ganancias de realimentación de estado difuso $\mathbf{F}_{CDTS-LMI} = \{\mathbf{F}_1, \dots, \mathbf{F}_r\}$ obtenidas son:

$$\begin{aligned}
 \mathbf{F}_1 &= \begin{bmatrix} -0.6 & -0.982 & 1229.7 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_2 &= \begin{bmatrix} -0.7 & -1.272 & 1498.7 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_3 &= \begin{bmatrix} -0.97 & -1.67 & 2053.7 \end{bmatrix} \\
 \mathbf{F}_4 &= \begin{bmatrix} -1.01 & -1.824 & 2143.6 \end{bmatrix}
 \end{aligned} \tag{4.67}$$

Este controlador asegura una ganancia H_∞ del voltaje de salida con respecto a la perturbación de corriente de salida de $\gamma = 1.0145$, el cual equivale a 0.1250 dB.

De la misma forma, para el caso CLR-LMI, el vector de ganancias de realimentación $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$ obtenido corresponde a:

$$\mathbf{F}_{CLR-LMI} = \begin{bmatrix} -0.5555 & -0.6090 & 743.8420 \end{bmatrix} \tag{4.68}$$

Este controlador asegura un mínimo nivel de rechazo de perturbación equivalente al inverso

de $\gamma = 2.31$, que corresponde con un valor de 7.2 dB

Simulaciones

Con el fin de verificar el comportamiento dinámico del convertidor boost bajo las leyes CLR-LMI (4.68) y CDTS-LMI (4.67), a continuación se ilustran algunas simulaciones numéricas realizadas mediante PSIM, en presencia de perturbaciones de la corriente de salida y del voltaje de entrada.

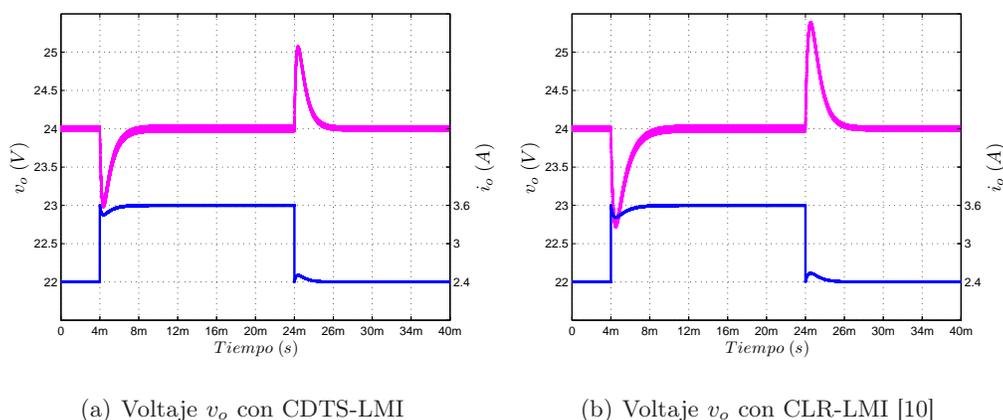


Figura 4-10: Respuesta del convertidor boost en presencia de perturbaciones de carga con los controladores $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$

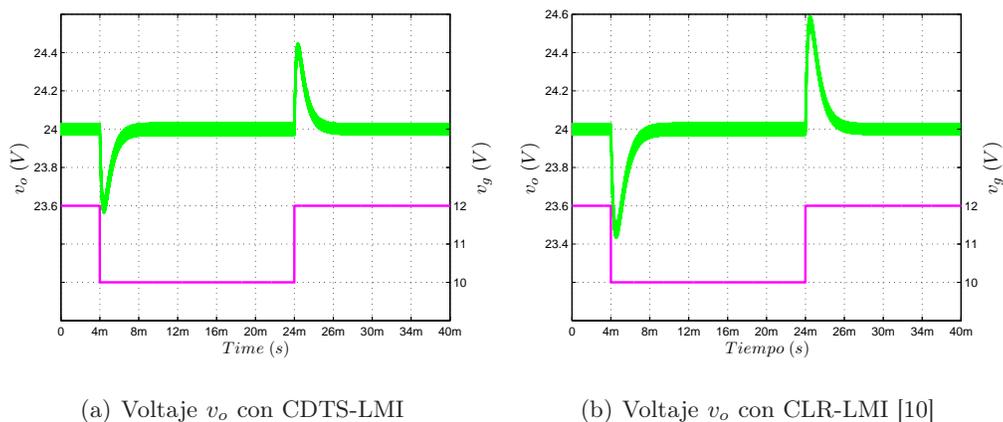


Figura 4-11: Respuesta del convertidor boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con los controladores $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$

La Figura 4-10(a) ilustra las formas de onda de la corriente de salida i_o y el voltaje regulado v_o del convertidor, controlado por las ganancias de realimentación (4.67). La forma de onda inferior muestra un cambio en la corriente de salida i_o de 2.4 A a 3.6 A en $t = 4 \text{ ms}$, y la transición opuesta en $t = 24 \text{ ms}$. Tal como se esperaba, el tiempo de establecimiento se encuentra por debajo de 8.9 ms, que corresponde con la mínima tasa de decaimiento fijada en la Tabla 4.4. Ahora, la misma perturbación de corriente i_o se aplica al convertidor boost controlado por la ganancia de realimentación (4.68), donde se puede apreciar en la forma de onda que el tiempo de establecimiento una vez más se encuentra dentro del límite de diseño escogido. Al igual que en el caso del convertidor buck-boost, cabe resaltar que los resultados del CDTS-LMI presenta mejor comportamiento dinámico que el CLR-LMI, tanto en tiempo de establecimiento como en el rechazo a perturbaciones.

Las Figuras 4-11(a) y 4-11(b) muestra la respuesta del voltaje de salida v_o para una variación del voltaje de entrada, tanto para la ley de CDTS-LMI como para la ley CLR-LMI, respectivamente. Los cambios en el voltaje de entrada V_g se realizan de 12 V a 10 V en $t = 4 \text{ ms}$, retornando luego a 12 V en $t = 24 \text{ ms}$. Una vez más, las formas de onda presentan un tiempo de establecimiento por debajo de la mínima tasa de decaimiento fijada. También, puede observarse que el rechazo de perturbación es mejor en el caso del CDTS-LMI.

A continuación, mediante implementaciones experimentales se corroboran los resultados de las simulaciones anteriores.

Resultados experimentales

Con el fin de corroborar las predicciones teóricas del CDTS-LMI y el CLR-LMI, se implementó un prototipo experimental de 60 W del convertidor boost acorde con los valores de la Tabla 4.3. La Figura 4-12 muestra el diagrama circuital del prototipo con la estructura de realimentación que se utilizó para el CDTS-LMI, donde se puede apreciar que la medida de la corriente i_L se realiza a través de la resistencia shunt R_s , con un valor igual a 25 m Ω ; además se utilizó un amplificador diferencial INA139.

En la Figura 4-13 se muestra la fotografía del prototipo del convertidor boost utilizado para la aplicación de ambos controladores, donde las variables de salida son: la corriente sensada en el inductor $\frac{i_L}{2}$ y el voltaje de salida del convertidor v_o , mientras que las entradas

corresponden con la señal del ciclo de trabajo $d(t)$ y la señal de alimentación V_{CC} . También se puede observar que la etapa conmutadora se encuentra conformada por el mosfet IRFP150NPBF y el diodo schottky MBR745, los cuales son accionados por una señal PWM generada por el regulador UC3524 a través de un driver de configuración totem-pole.

Por otra parte, en las Figuras 4-14 y 4-16 se muestran los esquemas de diseño de la ley de control $F_{CDTS-LMI}$ (4.67). En la Figura 4-14 se detalla el diagrama circuital para el cálculo de las funciones de pertenencia (4.35) y de los pesos normalizados (4.41), mientras que en la Figura 4-16 se detalla el diagrama circuital del controlador difuso T-S total (4.43). Las fotografías de las placas de los correspondientes diagramas circuitales se presentan en la Figuras 4-15 y 4-17, respectivamente. Para el caso del controlador $F_{CLR-LMI}$ (4.68), el diagrama de implementación es similar al que se describe en [10]. Ambos leyes de control se implementaron con amplificadores operacionales OPA4131. Vale destacar que la implementación del controlador CDTS-LMI es mucho más compleja, ya que requiere de más amplificadores operacionales y de multiplicadores AD633.

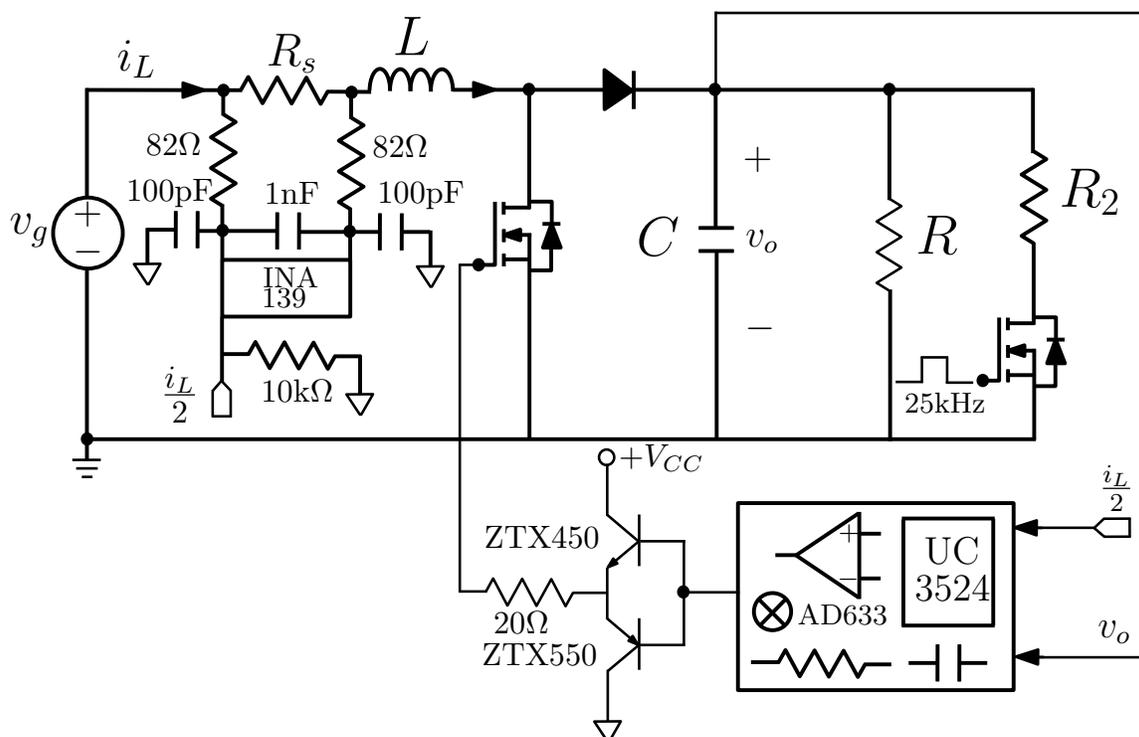


Figura 4-12: Diagrama circuital del convertidor boost con el CDTS-LMI

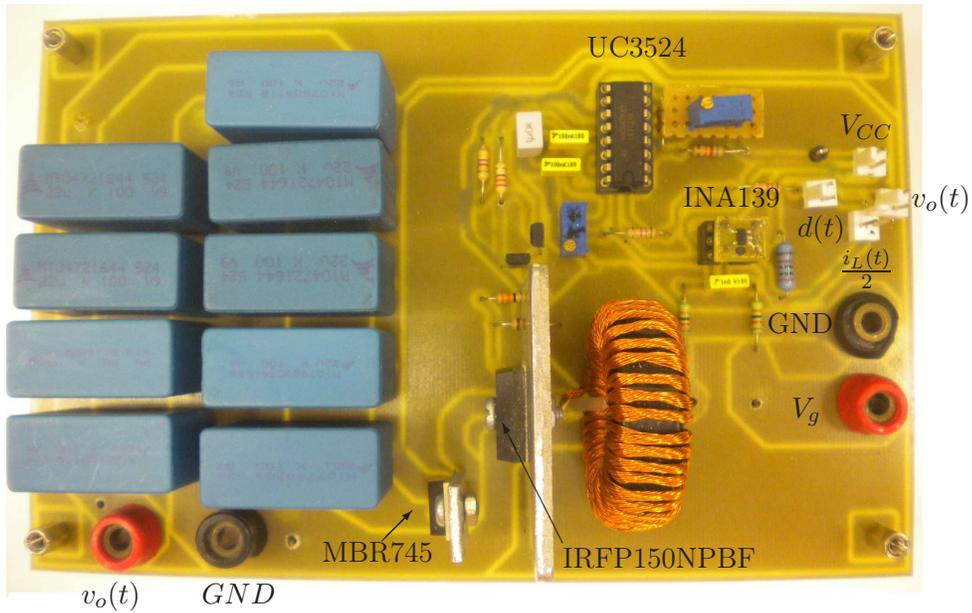


Figura 4-13: Fotografía del prototipo del convertidor boost

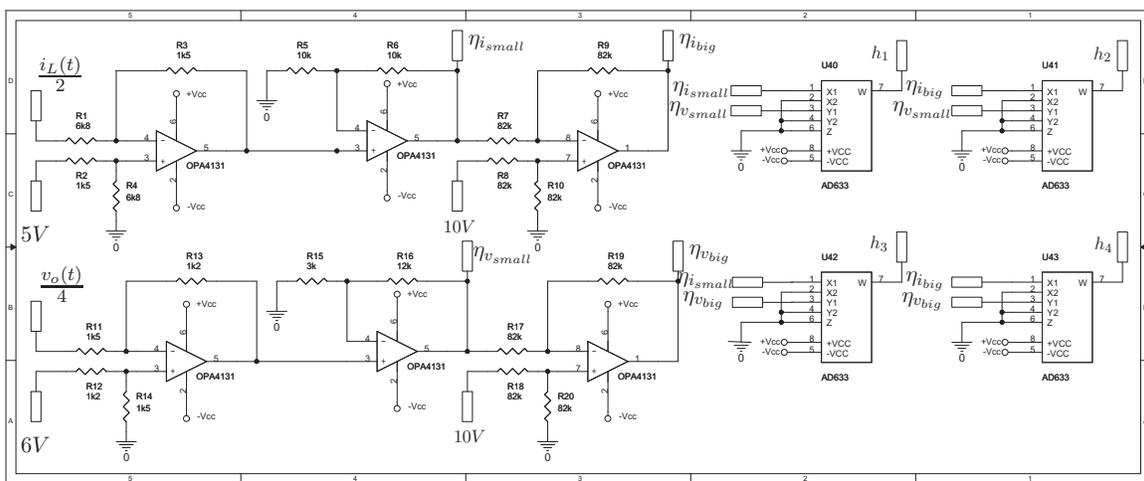


Figura 4-14: Diagrama circuital para la determinación de las funciones de pertenencia y los pesos normalizados

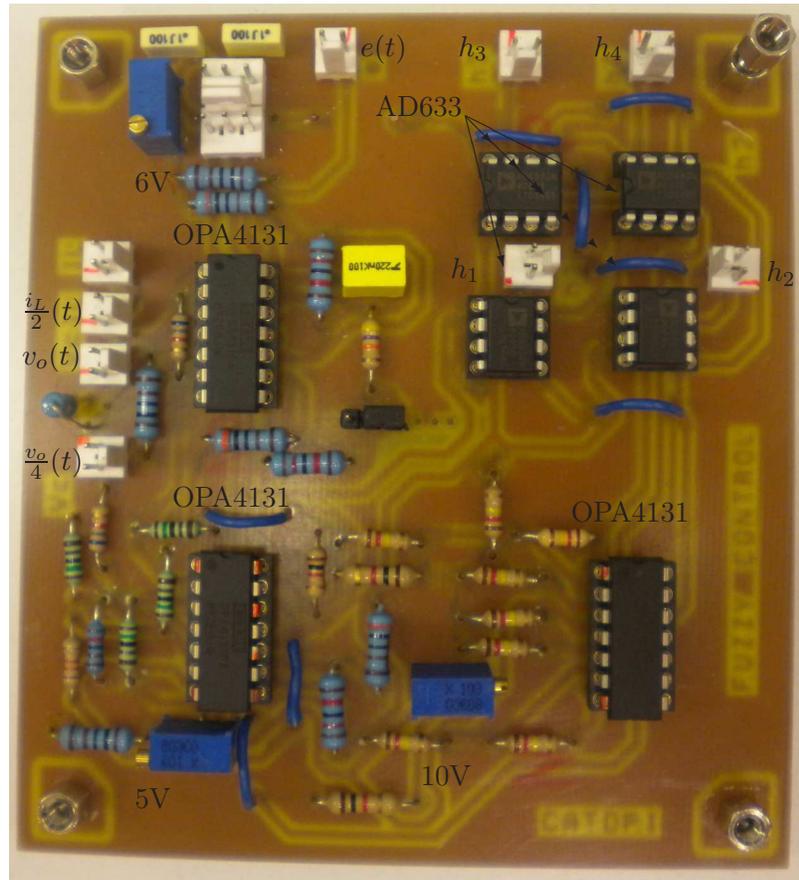


Figura 4-15: Fotografía de la placa para la determinación de las funciones de pertenencia y los pesos normalizados

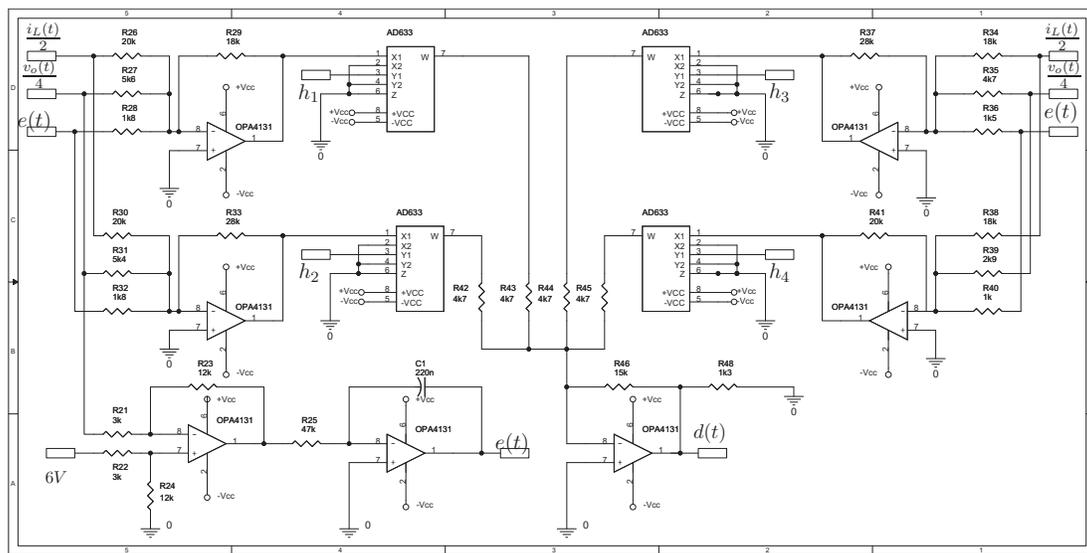


Figura 4-16: Diagrama circuital controlador difuso T-S total

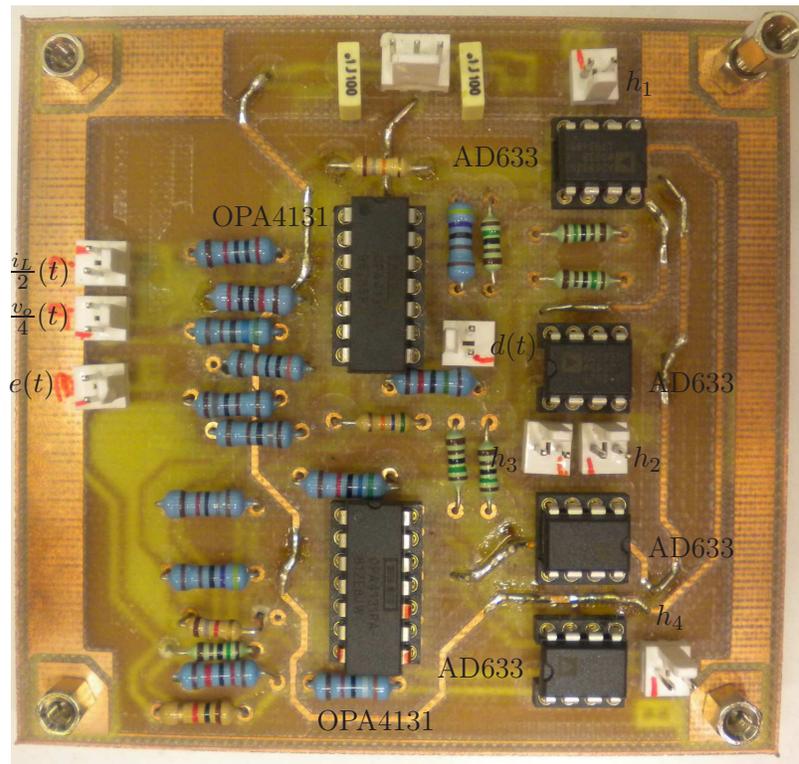
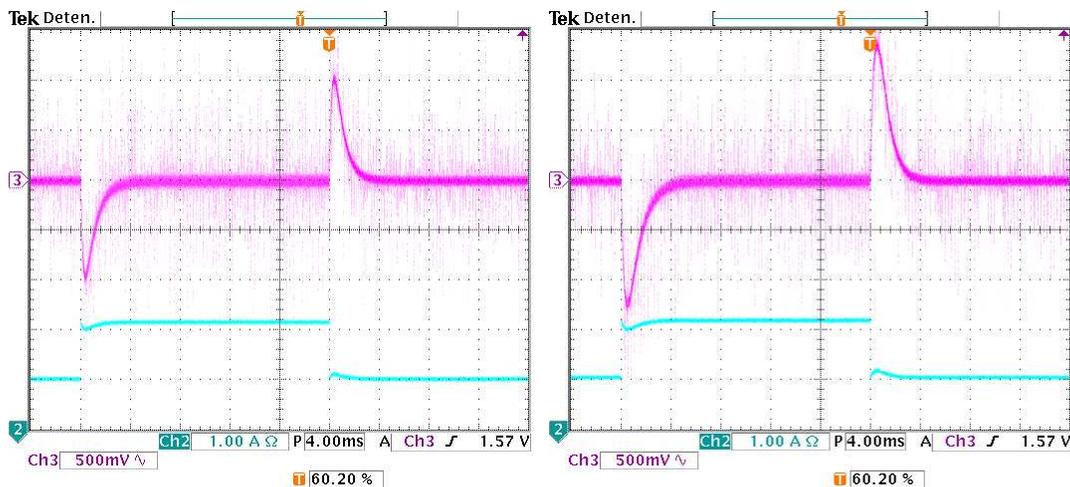


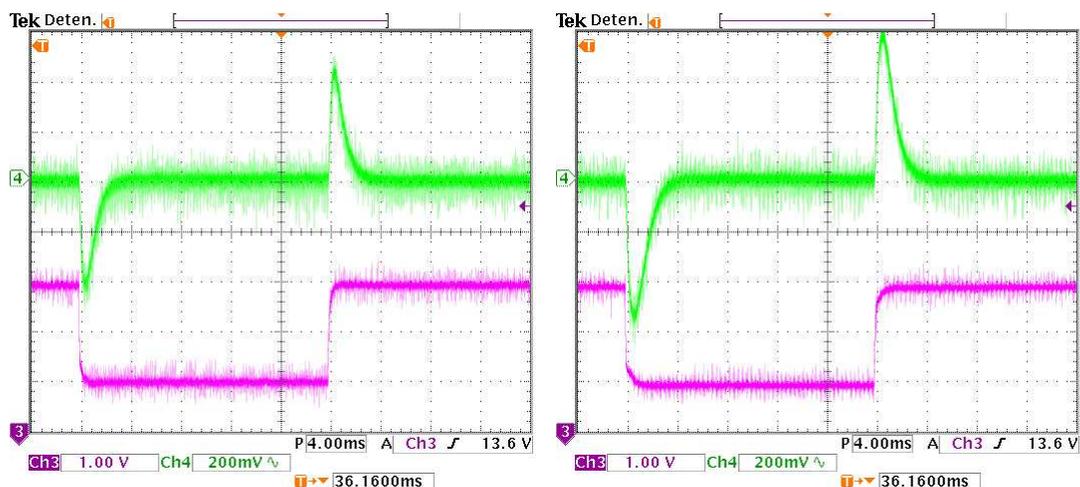
Figura 4-17: Fotografía de la placa del controlador difuso T-S total



(a) Voltaje v_o con CDTS-LMI

(b) Voltaje v_o con CLR-LMI [10]

Figura 4-18: Respuesta experimental del convertidor boost en presencia de una perturbación de 1.2 A con los controladores $F_{CDTS-LMI}$ y $F_{CLR-LMI}$



(a) Voltaje v_o con CDTS-LMI

(b) Voltaje v_o con CLR-LMI [10]

Figura 4-19: Respuesta experimental del convertidor boost en presencia de variaciones en el voltaje de entrada con los controladores $\mathbf{F}_{CDTS-LMI}$ y $\mathbf{F}_{CLR-LMI}$

En las figuras 4-18(a) y 4-18(b) se muestra la respuesta transitoria del voltaje de salida del convertidor en presencia de una perturbación de corriente de carga de 1.2 A, para los controladores (4.67) y (4.68), respectivamente. Se puede apreciar una perfecta correspondencia entre los resultados de las simulaciones presentados en figuras 4-11(a) y 4-11(b). Al igual que en el Capítulo 3, los cambios de corriente en la carga en el prototipo se llevaron a cabo por medio de un interruptor controlado por voltaje, tal y como se observa en el diagrama circuital del convertidor en la Figura 4-12.

De igual forma, en las Figuras 4-19(a) y 4-19(b) se muestra la forma de onda del voltaje de salida v_o para el CDTS-LMI y el CLR-LMI, respectivamente, frente a cambios en el voltaje de entrada de 12 V a 10 V. Estos resultados presentan una muy buena precisión con respecto a los formas de onda de las simulaciones de las Figuras 3-9 y 3-10.

4.3. Conclusiones

En este capítulo se ha presentado un enfoque de control difuso T-S basado en LMIs para la regulación del voltaje de salida de convertidores conmutados de CC/CC básicos bilineales. En la síntesis de control se tuvo en cuenta requerimientos de estabilidad cuadrática, tasa de

decaimiento y esfuerzo de control, maximizando a su vez el rechazo de perturbación de la corriente de salida. Como punto clave en la estrategia de diseño, se consideró la naturaleza bilineal de la dinámica de los convertidores en la construcción de las reglas difusas. Los resultados del funcionamiento dinámico del control difuso T-S LMI ha sido verificado mediante la comparación con un control lineal robusto LMI, donde se pudo observar que el enfoque difuso presenta mejor comportamiento dinámico frente a perturbaciones en la corriente de salida y variaciones en el voltaje de entrada. Sin embargo, a pesar de sus buenas prestaciones, la implementación del control difuso presenta mayor complejidad. Por otra parte, cabe señalar que la aplicación del CDTS-LMI solo presenta mayor interés en convertidores bilineales, puesto que cuando el modelo promediado es lineal una implementación CDTS-LMI coincide con un CLR-LMI [114].

El aporte principal de este capítulo se centra en la verificación experimental de un enfoque de control difuso LMI a través de amplificadores operacionales estándar para convertidores de CC/CC básicos bilineales. En la actualidad, se desconoce de trabajos basados en esta técnica con resultados experimentales en convertidores bilineales, por ello se trata de una contribución novedosa de la cual se ha verificado y corroborado su eficacia.

Capítulo 5

Conclusiones de la tesis y futuras líneas de investigación

En este último capítulo se expondrán los principales resultados obtenidos durante el desarrollo de la tesis y el direccionamiento de futuras líneas de investigación.

5.1. Contribuciones de la Tesis

En esta tesis se ha propuesto la utilización de controladores robustos como una forma de conseguir la mejora dinámica para la regulación del voltaje de salida de convertidores conmutados de CC/CC básicos y en cascada, en presencia de perturbaciones. Con dicho propósito, se abordó la aplicación de estrategias de control por realimentación de estados basadas en desigualdades matriciales lineales teniendo en cuenta requerimientos dinámicos, tales como: especificaciones transitorias, nivel de rechazo a perturbaciones y estabilidad robusta. Así, en el capítulo 2 se revisaron los principales aspectos de diseño del control robusto LMI entre los que se encuentra, la definición del concepto de LMI, el enunciado de algunos lemas importantes, la representación politópica de incertidumbres y las formulaciones de los requerimientos de diseño: rechazo a perturbaciones, localización de polos en lazo cerrado y limitación en el esfuerzo de control. Además, en éste capítulo se realizó un ejemplo de diseño de un controlador LMI para la regulación de un convertidor conmutado boost, el cual mediante simulaciones numéricas realizadas en PSIM y resultados experimentales se

corroboró su validez. A diferencia de la metodología propuesta por Olalla et al. en [10], en éste capítulo se adiciona la restricción para limitación en el esfuerzo de control.

La primera contribución destacable se encuentra en el capítulo 3, donde la metodología de diseño del control robusto LMI del capítulo 2 se adapta a convertidores conmutados de CC/CC en cascada. En este capítulo 2 se presentan dos tipos de controladores por realimentación de estados robustos LMI teniendo en cuenta requerimientos de estabilidad cuadrática, ubicación de los polos en lazo cerrado y limitación en el esfuerzo de control, maximizando a su vez el rechazo de perturbación de la corriente de salida. Además, en el procedimiento de la síntesis se consideraron incertidumbres paramétricas a través de una representación politópica. El primer controlador consiste de un controlador monovariante, el cual proporciona la misma señal de control para cada etapa del convertidor, mientras que el segundo controlador se basa en una ley multivariante que entrega señales de control independiente a cada etapa del convertidor. Ambos controladores se exponen en detalle mediante dos ejemplos de aplicación, el primero corresponde a un convertidor buck de dos etapas en cascada, y el segundo a un convertidor boost de dos etapas en cascada. Para éste último ejemplo, los resultados experimentales permitieron corroborar unas buenas características de funcionamiento frente a perturbaciones en la corriente de salida y variaciones en el voltaje de entrada. Además, para los dos ejemplos de aplicación se puede destacar que el controlador multivariante registra mejor comportamiento dinámico, teniendo como desventaja su compleja implementación. La aplicación del control robusto LMI a convertidores conmutados de CC/CC en cascada se desconoce en la actualidad, por lo que se considera una contribución novedosa de la cual se ha corroborado su eficacia.

La aplicación e implementación de un control difuso basado en desigualdades matriciales lineales para la regulación de convertidores conmutados de CC/CC bilineales, desarrollada en el capítulo 4, es también otra contribución destacable de la presente tesis. La aplicación de éste enfoque se centra en la construcción de un modelo difuso T-S a partir de la naturaleza bilineal de los convertidores, clave en el diseño de los controladores difusos. La síntesis de control asegura el cumplimiento de limitaciones, tales como: la tasa de decaimiento de las variables de estado y el esfuerzo de control garantizando a su vez un mínimo nivel de atenuación entre una perturbación de corriente de carga y el voltaje de salida regulado. La

aplicación de la metodología se expone en detalle mediante dos ejemplos de diseño para la regulación de los convertidores básicos buck-boost y boost. Para el caso del convertidor boost, mediante la implementación de un prototipo experimental se pudo corroborar las predicciones teóricas desarrolladas. Además, con el fin de evaluar el funcionamiento de la metodología propuesta, se realizó una comparación con un control LMI no difuso mediante el enfoque propuesto en [10], donde se comprobó la eficacia del control difuso T-S LMI, a pesar de su compleja implementación. La principal contribución de este capítulo se enfoca en la verificación experimental del diseño propuesto, el cual valida las predicciones teóricas. Por lo tanto, se diferencia del trabajo de Lan et al. en [61] donde solo se describen resultados de simulación. Además, en la metodología difusa LMI se consideró la restricción para limitación en el esfuerzo de control, a diferencia de los enfoques propuestos en [60, 61]. La verificación experimental de controladores difusos T-S LMI en convertidores conmutados de CC/CC bilineales se desconoce en la actualidad, por lo que se considera una contribución novedosa.

5.2. Futuras líneas de investigación

Como se ha podido observar y comprobar durante el desarrollo de la presente tesis, el control basado en desigualdades matriciales lineales presenta alternativas atractivas y potentes para el cumplimiento de requerimientos dinámicos de los convertidores conmutados de CC/CC. Sin embargo, a pesar de que en la actualidad existen trabajos sobre el control robusto de convertidores basados en LMIs, esta metodología se encuentra todavía en un proceso de evolución. Por ello, a continuación se presentan las posibles líneas de investigación que se han generado en el transcurso de esta tesis.

- Inicialmente basado en el capítulo 3, se propone como una futura línea de investigación extender la aplicación de los controladores robustos monovariante y multivariantes en la regulación de otras topologías de convertidores conmutados de CC/CC en cascada, así como de otros convertidores de orden superior.
- Por otra parte, dada la necesidad de disponer de sensores de corriente para la implementación de controladores por realimentación de variables de estado, otra posible línea de investigación que se propone es el análisis e implementación de observadores

basados en LMIs teniendo en cuenta las mismas restricciones de diseño consideradas en esta tesis.

- Dentro del ámbito del ítem anterior, otra línea de investigación para la no utilización de sensores de corriente en los convertidores conmutados de CC/CC, se propone el diseño de controladores PIDs robustos mediante desigualdades matriciales lineales iterativas (ILMI) [115]. En la mayoría de las aplicaciones industriales los sistemas en lazo cerrado son controlados por simples lazos PIDs debido a su simplicidad funcional e implementación. En la literatura existen una gran variedad de métodos de sintonización de controladores PIDs, desde estrategias simples hasta técnicas avanzadas [23]. A lo largo de esta tesis se pudo observar que el diseño de controladores por realimentación de estado robusto se realizó fácilmente mediante la aplicación de la técnica LMI. Sin embargo, este no es el caso para el diseño de los controladores por realimentación de salida, como es el caso de los PIDs, debido a que su formulación bilineal no es fácilmente tratable. Por esta razón, una solución para el problema del control por realimentación de salida es mediante el uso de las ILMIs.
- Finalmente, otro aspecto que surge como futura línea de investigación basado en el capítulo 4, es el análisis e implementación de un control difuso T-S LMI en tiempo discreto para la regulación de convertidores conmutados de CC/CC.

Bibliografía

- [1] R.W. Erickson and D. Macksimovic, *Fundamental of Power Electronics*, Kluwer Academic, Norwell, Massachusetts, 2001.
- [2] D.W. Hart, *Introduction to Power Electronics*, New Jersey, Prentice-Hall, 1997
- [3] R. Leyva, “Control de convertidores conmutados mediante técnicas no lineales: Pasividad, linealización entrada-salida y redes neuronales.”, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 2000.
- [4] R. Giral, “Síntesis de estructuras multiplicadoras de tensión basadas en células convertidoras continua-continua de tipo conmutado”, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 1999.
- [5] F.J. Calvente, “Control en modo deslizante aplicado a sistemas de acondicionamiento de potencia de satélites”, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.
- [6] R.D. Middlebrook and S. Cuk, “A general unified approach to modeling switching-converter power stages,” in *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, PESC’76*, vol. 1, pp.18-34, 1976
- [7] C. Olalla, “Robust linear control of dc-dc converters”, Ph.D. dissertation, Universitat Politècnica de Catalunya, 2009.
- [8] M.I. Arteaga, “Control no lineal de convertidores conmutados CC/CC: Análisis de prestaciones y verificación experimental”, Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 2007.

- [9] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, and I. Queinnec, "Robust LQR control design for PWM converters: an LMI approach," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 7, pp. 2548-2558, 2009.
- [10] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, P. Garcés, and I. Queinnec, "LMI robust control design for boost PWM converters," *IET Power Electronics*, vol. 3, no. 1, pp. 75-85, 2010.
- [11] R. Leyva, A. Cid-Pastor, C. Alonso, I. Queinnec, S. Tarbouriech, and L. Martinez-Salamero, "Passivity-based integral control of a boost converter for large-signal stability," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 153, no. 2, pp. 139-146, 2006.
- [12] S. Boyd, L. El Ghaoui, E. Feron, and V. Balakrishnan, *Linear Matrix Inequalities in Systems and Control Theory*, ser. Studies in Applied and Numerical Mathematics, Philadelphia, PA:SIAM, 1994.
- [13] J. Calvente, L. Martinez-Salamero, H. Valderrama, and E. Vidal-Idiarte, "Using magnetic coupling to eliminate right half-plane zeros in boost converters," *IEEE Power Electronics Letters*, vol. 2, no. 2, pp. 58-62, 2004.
- [14] H.J. Sira-Ramirez, "Switched control of bilinear converters via pseudolinearization," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 36, no. 6, pp. 858-865, 1989.
- [15] J. Majó, L. Martinez-Salamero, E. Fossas, A. Poveda, L. García de Vicuña, F. Guinjoan, and A.F. Sánchez, "Large-signal control of a bidirectional coupled-inductor Cuk converter via pseudolinearization," in *Proceedings of the 33rd Midwest Symposium on Circuits and Systems*, pp.1107-1110, 1990
- [16] S.R. Sanders, and G.C.Verghese, "Lyapunov-based control for switched power converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 7, no. 1, pp. 17-24, 1992.
- [17] H.J. Sira-Ramirez, R.A. Perez-Moreno, R. Ortega, and M. Garcia-Esteban, "Passivity-based controllers for the stabilization of dc-to-dc power converters," *Automatica*, vol. 33, no. 4, pp. 499-513, 1997.

- [18] R. Leyva, C. Olalla, I. Queinnec, S. Tarbouriech, C. Alonso, and L. Martínez-Salamero, "Passivity-based control for large-signal stability of high-order switching converters," *Asian Journal of Control*, vol. 15, no. 2, pp. 1-13, 2013.
- [19] K.D. Young, V.I. Utkin, and Ü. Özgüner, "A control engineer's guide to sliding mode control," *IEEE Transactions on Control Systems Technology*, vol. 7, no. 3, pp. 328-342, 1999.
- [20] H.J. Sira-Ramirez, "Sliding motions in bilinear switched networks," *IEEE Transactions on Circuits and Systems*, vol. 34, no. 8, pp. 919-933, 1987.
- [21] E. Fossas, L. Martinez-Salamero, and J. Ordinas, "Sliding mode control reduces audiosusceptibility and load perturbation in the Cuk converter," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 39, no. 10, pp. 847-849, 1992.
- [22] N. Kawasaki, H. Nomura, and M. Masuhiro, "A new control law of bilinear dc-dc converters developed by direct application of Lyapunov," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 10, no. 3, pp. 318-325, 1995.
- [23] K. Ogata, *Modern Control Engineering*, New Jersey: Prentice-Hall, 1998.
- [24] J. Calvente, L. Martinez-Salamero, P. Garcés, and A. Romero, "Zero dynamics-based design of damping networks for switching converters," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 39, no. 4, pp. 1292-1303, 2003.
- [25] A. Capel, M. Clique, and A.J. Fossard, "Current control modulators: general theory on specific designs," *IEEE Transactions on Industrial Electronics and Control Instrumentation*, vol. IECI-28, no. 4, pp. 292-307, 1981.
- [26] T. Suntio, M. Hankaniemi, and M. Karppanen, "Analysing the dynamics of regulated converters," *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 153, no. 6, pp. 905-910, 2006.
- [27] G. Garcerá, E. Figueres, M. Pascual, and J.M. Benavent, "Analysis and design of a robust average current mode control loop for parallel buck dc-dc converters to reduce

- line and load disturbance," *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 151, no. 4, pp. 414-424, 2004.
- [28] J. Leyva-Ramos, M.G. Ortiz-Lopez, L.H. Diaz-Saldierna, and J.A. Morales-Saldaña, "Switching regulator using a quadratic boost converter for wide dc conversion ratios," *IET Power Electronics*, vol. 2, no. 5, pp. 605-613, 2009.
- [29] O. Ojo, "Robust control of series parallel resonant converters," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 142, no. 5, pp. 401-410, 1995.
- [30] S. Buso, " μ -synthesis of a robust voltage controller for a buck-boost converter," in *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, PESC'96*, vol. 1, pp.766-772, 1996
- [31] G.F. Wallis, and R. Tymerski, "A generalized approach for μ synthesis of robust switching regulators," in *Proceedings of the IEEE Power Electronics Specialist Conference, PESC'98*, vol. 1, pp.322-328, 1998
- [32] J. Bu, M. Sznaiier, Z-Q. Wang, and I. Batarseh, "Robust controller design for a parallel resonant converter using μ -synthesis," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 5, pp. 837-853, 1997.
- [33] R. Naim, G. Weiss, and S. Ben-Yaakov, " H_∞ control applied to boost power converters," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 12, no. 4, pp. 677-683, 1997.
- [34] E. Vidal-Idiarte, L. Martinez-Salamero, H. Valderrama-Blavi, F. Guinjoan, and J. Maixé, "Analysis and design of H_∞ control of nonminimum phase-switching converters," *IEEE Transactions on Circuits and Systems I: Fundamental Theory and Applications*, vol. 50, no. 10, pp. 1316-1323, 2003.
- [35] C.H. Houpis, S.J. Rasmussen, and M. Garcia-Sanz, *Quantitative Feedback Theory. Fundamentals and Applications*, 2nd ed. Boca Raton: Taylor & Francis, 2006.
- [36] C.A. Jacobson, A.M. Stankovic, and G. Tadmor, "Design of robust controllers for resonant dc/dc converters," in *Proceedings of the IEEE Conference on Control Applications*, pp.360-365, Albany, New York: IEEE, 1995.

- [37] C. Yeong-Hwa, and C. Li-Wei, "QFT-based robust controller design of series resonant dc/dc converters," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Electric Machines and Drives*, IEMD'97, pp. TC2/8.1-TC2/8.3, Cambridge, UK, 1997.
- [38] Z.Y. Wu, N. Schofield, C.M. Bingham, D. Howe, and D.A. Stone, "Design of robust current tracking control for active power filters," in *Proceedings of the IEEE International Electric Machines and Drives Conference*, IEMDC'01, pp. 948-953, 2001.
- [39] C. Olalla, R. Leyva, A. El Aroudi, and P. Garcés, "QFT robust control of current-mode converters: application to power conditioning regulators," *International Journal of Electronics*, vol. 96, no. 5, pp. 503-520, 2009.
- [40] F.H.F. Leung, P.K.S. Tam, and C.K. Li, "The control of switching dc-dc converters-a general LQR problem," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 38, no. 1, pp. 65-71, 1991.
- [41] F.H.F. Leung, P.K.S. Tam, and C.K. Li, "An improved LQR-based controller for switching dc-dc converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 40, no. 5, pp. 521-528, 1993.
- [42] C. Jaen, J. Pou, R. Pindado, V. Sala, and J. Zaragoza, "A linear-quadratic regulator with integral action applied to PWM dc-dc converters," in *Proceedings of the IEEE Industrial Electronics Conference*, pp. 2280-2285, 2006.
- [43] V.F Montagner and P.L.D. Peres, " H_∞ control with pole location for a dc-dc converter with a switched load," in *Proceedings of the IEEE International Symposium on Industrial Electronics*, ISIE'03, vol. 1, pp. 550-555, 2003.
- [44] V.F Montagner, R.C.L.F. Oliveira, V.J.S. Leite, and P.L.D. Peres, "LMI approach for H_∞ linear parameter-varying state feedback control," *IEE Proceedings Control Theory and Applications*, vol. 152, no. 2, pp. 195-201, 2005.
- [45] C. Olalla, I. Queinnec, R. Leyva, and A. El Aroudi, "Robust optimal control of bilinear dc/dc converters," *Control Engineering Practice*, vol. 19, no. 7, pp. 688-699, 2011.
- [46] L.A Zadeh, "Fuzzy Sets," *Information and Control*, 8:338-353, 1965.

- [47] L.A Zadeh, "Outline of a new approach to the analysis of complex systems and decision processes," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. 3, no. 1, pp. 28-44, 1973.
- [48] E.H. Mamdani and S. Assilian, "An experiment in linguistic synthesis with a fuzzy logic controller," *International Journal of Man-Machine Studies*, vol. 7, no. 1, pp. 1-13, 1975.
- [49] F. Ueno, T. Inoue, I. Oota, and M. Sasaki, "Regulation of Cuk converters using fuzzy controllers," in *Proceedings of the IEEE International Telecommunications Energy Conference*, INTELEC'91, pp. 261-267, 1991.
- [50] F.H. Wang and C.Q. Lee, "Comparison of fuzzy logic and current-mode control techniques in buck, boost and buck/boost converters," in *Proceedings of the IEEE International Power Electronics Specialists Conference*, PESC'95, pp. 1079-1085, 1995.
- [51] V.S.C. Raviraj and P.C. Sen, "Comparative study of proportional-integral, sliding mode, and fuzzy logic controllers for power converters," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 33, no. 2, pp. 518-524, 1997.
- [52] S. Gomáriz, E. Alarcón, J.A. Martínez, and A. Poveda, "Minimum time control of a buck converter by means of fuzzy logic approximation," in *Proceedings of the 24th Annual Conference of the IEEE Industrial Electronics Society*, IECON'98, pp. 1060-1065, 1998.
- [53] S. Gomáriz, F. Guinjoan, D. Biel, E. Fossas, and E. Vidal-Idiarte, "Nonlinear control of switching dc-dc converters by means of fuzzy logic," in *Proceedings of the Fifth European Space Power Conference*, ESPC'98, pp. 149-154, 1998.
- [54] E. Vidal-Idiarte, L. Martinez-Salamero, F. Guinjoan, J. Calvente, and S. Gomariz, "Sliding and fuzzy control of a boost converter using an 8-bit microcontroller," *IEE Proceedings Electric Power Applications*, vol. 151, no. 1, pp. 5-11, 2004.
- [55] D. He and R.M. Nelms, "Fuzzy logic average current-mode control for dc-dc converters using an inexpensive 8-bit microcontroller," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. 41, no. 6, pp. 1531-1538, 2005.

- [56] G. Liping, J.Y. Hung, R.M. Nelms, and R.M. Nels, "Evaluation of DSP-based PID and fuzzy controllers for dc-dc converters," *IEEE Transactions on Industrial Electronics*, vol. 56, no. 6, pp. 2237-2248, 2009.
- [57] K. Tanaka and H.O. Wang, *Fuzzy Control Systems Design an Analysis*, sJhon Wiley & Sons, Inc., New York, 2001.
- [58] P. Korba, R. Babuska, H.B. Verbruggen, and P.M. Frank, "Fuzzy gain scheduling: controller and observer design based on Lyapunov method and convex optimization," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 11, no. 3, pp. 285-298, 2003.
- [59] C. Arinõ, A. Sala, and J.L. Navarro, "Diseño de controladores en varios puntos de funcionamiento para una clase de modelos borrosos Takagi-Sugeno afines," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 4, no. 2, pp. 98-105, 2007.
- [60] K.Y. Lian, J.J. Liou and C.Y. Huang, "LMI-based integral fuzzy control of dc-dc converters," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 14, no. 1, pp. 71-80, 2006.
- [61] H.K. Lan, and S.C. Tan, "Stability analysis of fuzzy-model-based control systems: application on regulation of switching dc-dc converter," *IET Control Theory and Applications*, vol. 3, no. 8, pp. 1093-1106, 2009.
- [62] P. Gahinet, A. Nemirovski, A.J. Laub, and M. Chilali, *LMI Control Toolbox for use with Matlab*. Natick: MathWorks, Inc., 1995.
- [63] A.I. Lur'e and V. N. Postnikov, "On the theory of stability of control systems," *Applied mathematics and mechanics*, vol. 8, no. 3, 1944. In Russian.
- [64] V.A. Yakubovich, "The solution of certain matrix inequalities in automatic control theory," *Soviet Mathematics. Doklady*, vol. 3, pp. 620-623, 1962. In Russian, 1961.
- [65] V.M. Popov, "Absolute stability of nonlinear systems of automatic control," *Automation and Remote Control*, vol. 22, pp. 857-875, 1962.
- [66] R.E. Kalman, "Lyapunov functions for the problem of Lur'e in automatic control," *Proceedings of the National Academy of Sciences of the USA*, vol. 49, no. 2, pp. 201-205, 1963.

- [67] E.S. Pyatnitskii and V.I. Skorodinskii, "Numerical method of construction of Lyapunov functions and absolute stability criteria in the form of numerical procedures," *Automation and Remote Control*, vol. 4, no. 11, pp. 1427-1437, 1983.
- [68] N. Karmarkar, "A new polynomial time algorithm for linear programming," *Combinatorica*, vol. 4, no. 4, pp. 373-395, 1984.
- [69] Y. Nesterov and A. Nemirovsky, *A general approach to polynomial-time algorithms design for convex programming*. Technical Report, Centr. Econ. & Math. Inst., USSR Acad. Sci., Moscow, USSR, 1988.
- [70] J. Sturm, "Using SeDuMi 1.02, a MATLAB toolbox for optimization over symmetric cones," *Optimization Methods and Software*, vol. 11-12, pp. 625-653, 1999, [online] <http://fewcal.kub.nl/sturm>.
- [71] H. Khalil, *Nonlinear Systems*, Macmillan Publishing Company, 1992.
- [72] V.A. Yakubovich, "The s-procedure in nonlinear control theory," *Vestnik Leningrad University*, vol. 4, pp. 73-93, 1977. In Russian, 1971, No. 1, 62-77.
- [73] M. Chilali and P. Gahinet, " H_∞ design with pole placement constraints: an LMI approach," *IEEE Transactions on Automatic Control*, vol. 41, no. 3, pp. 358-367, 1996.
- [74] D. Maksimovic and S. Cuk, "Switching converters with wide dc conversion range," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 6, no. 1, pp. 151-157, 1991.
- [75] H. Matsuo and K. Harada, "The cascade connection of switching regulators," *IEEE Transactions on Industry Applications*, vol. IA-12, no. 2, pp. 192-198, 1976.
- [76] J.A. Morales-Saldaña, E.E. Carbajal-Gutierrez and J. Leyva-Ramos, "Modeling of switch-mode dc-dc cascade converters," *IEEE Transactions on Aerospace and Electronic Systems*, vol. 38, no. 1, pp. 295-299, 2002.
- [77] G.R. Walker and P.C. Sernia, "Cascaded dc-dc converter connection of photovoltaic modules," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 19, no. 4, pp. 1130-1139, 2004.

- [78] J.A. Morales-Saldaña, J. Leyva-Ramos, E.E Carbajal-Gutierrez and M.G. Ortiz-Lopez, "Average current-mode control scheme for a quadratic buck converter with a single switch," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 23, no. 1, pp. 485-490, 2008.
- [79] J.A. Morales-Saldaña, R. Galarza-Quirino, J. Leyva-Ramos, E.E Carbajal-Gutierrez and M.G. Ortiz-Lopez, "Multiloop controller design for a quadratic boost converter," *IET Power Electronics*, vol. 1, no. 3, pp. 362-367, 2007.
- [80] M.G. Kim and Y.S. Jung, "A novel soft-switching two-switch flyback converter with a wide operating range and regenerative clamping," *Journal of Power Electronics*, vol. 9, no. 5, pp. 772-780, 2009.
- [81] R.D. Middlebrook, "Transformerless dc-to-dc converters with large conversion ratios," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 3, no. 4, pp. 484-488, 1988.
- [82] H.L. Do, "Zero-voltage-switching boost converter using a coupled inductor," *Journal of Power Electronics*, vol. 11, no. 1, pp. 16-20, 2011.
- [83] E. Wells and M. Jordan, "Low power boost converter for portable applications," *Unitrode Seminar 1200*, Topic 2, 2001, [online] <http://www.ti.com/lit/ml/slup115/slup115.pdf>.
- [84] A. Franco-González, R. Marquez and H. Sira-Ramírez, "On the generalized-proportional-integral sliding mode control of the boost-boost converter," in *Proceedings of the fourth International Conference on Electrical and Electronics Engineering, ICEEE'07*, pp. 209-212, 2007.
- [85] J. Yan Zhu and B. Lehman, "Control loop design for two-stage dc-dc converters with low voltage/high current output," *IEEE Transactions on Power Electronics*, vol. 20, no. 1, pp. 44-54, 2005.
- [86] Y.R. de Novaes, A. Rufer and I. Barbi, "A new quadratic, three-level, dc/dc converter suitable for fuel cell applications," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Power Conversion, PCC'07*, pp. 601-607, 2007.

- [87] E. Vidal, "Aportación de la lógica borrosa y del control H_∞ a la regulación de sistemas conmutados continua-continua", Tesis Doctoral, Universitat Politècnica de Catalunya, 2001.
- [88] T. Taniguchi and Kazuo Tanaka, "Model construction, rule reduction, and robust compensation for generalized form of Takagi-Sugeno fuzzy systems," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 9, no. 4, pp. 525-537, 2001.
- [89] S.K. Hong and Y. Nam, "Stable fuzzy control system design with pole-placement constraint: an LMI approach," *Computers in Industry*, vol. 51, no. 1, pp. 1-11, 2003.
- [90] S. Gomariz, E. Alarcon, F. Guinjoan, E. Vidal-Idiarte, L. Martinez-Salamero and D. Biel, "TSK-Fuzzy controller design for a PWM boost dc-dc switching regulator operating at different steady state output voltages," in *Proceedings of the 2004 International Symposium on Circuits and Systems, ISCAS'04*, pp. 848-851, 2004.
- [91] H.O. Wang, K. Tanaka and M.F. Griffin, "An approach to fuzzy control of nonlinear systems: stability and design issues," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 4, no. 1, pp. 14-23, 1996.
- [92] J. Park, J. Kim and D. Park, "LMI design of stabilizing fuzzy controllers for nonlinear systems described by Takagi-Sugeno fuzzy model," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 122, no. 1, pp. 73-82, 2001.
- [93] K. Tanaka, T. Ikeda and H.O. Wang, "Fuzzy regulators and fuzzy observers: relaxed stability conditions and LMI-based designs," *IEEE Transactions on Fuzzy Systems*, vol. 6, no. 2, pp. 250-265, 1998.
- [94] D. Wan Kim, J.B. Park, Y.H. Joo and S.H. Kim, "Multirate digital control for fuzzy systems: LMI-based design and stability analysis," *International Journal of Control, Automation, and Systems*, vol. 4, no. 4, pp. 506-514, 2006.
- [95] T. Takagi and M. Sugeno, "Fuzzy identification of systems and its applications to modeling and control," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. SMC-15, no. 1, pp. 116-132, 1985.

- [96] T. Tanaka and M. Sugeno, "Stability analysis and design of fuzzy control systems," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 45, no. 2, pp. 135-156, 1992.
- [97] B.M. Al-Hadithi, F. Matía and A. Jiménez, "Análisis de estabilidad de sistemas borrosos," *Revista Iberoamericana de Automática e Informática Industrial*, vol. 4, no. 2, pp. 7-25, 2007.
- [98] M. Sugeno and G. T. Kang, "Fuzzy modeling and control of multilayer incinerator," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 18, no. 3, pp. 329-345, 1986.
- [99] H.O. Wang, K. Tanaka and M. Griffin, "Parallel distributed compensation of nonlinear systems by Takagi-Sugeno fuzzy model," *International Joint Conference of the Fourth IEEE International Conference on Fuzzy Systems and The Second International Fuzzy Engineering Symposium. In Proceedings of 1995 IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, vol. 2, pp. 531-538, 1995.
- [100] M. Soliman, A.L. Elshafei, F. Bendary and W. Mansour, "LMI static output-feedback design of fuzzy power system stabilizers," *Expert Systems with Applications*, vol. 36, no. 3, part. 2, pp. 6817-6825, 2009.
- [101] K. Mehran, D. Giaouris and B. Zahawi, "Stability analysis and control of nonlinear phenomena in boost converters using model-based Takagi-Sugeno fuzzy approach," *IEEE Transactions on Circuits and Systems-I: Regular Papers*, vol. 57, no. 1, pp. 200-212, 2010.
- [102] E.H. Mamdani, "Application of fuzzy logic to approximate reasoning using linguistic synthesis," *IEEE Transactions on Computers*, vol. c-26, no. 12, pp. 1182-1191, 1977.
- [103] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems-fuzzy logic controller: Part 1," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, no. 2, pp. 404-416, 1990
- [104] C.C. Lee, "Fuzzy logic in control systems-fuzzy logic controller: Part 2," *IEEE Transactions on Systems, Man and Cybernetics*, vol. 20, no. 2, pp. 417-435, 1990
- [105] L.X. Wang., "Fuzzy systems are universal approximators," in *Proceedings of the IEEE International Conference on Fuzzy Systems*, pp. 1163-1170, March, 1992.

- [106] M. Sugeno and K. Murakami, "Fuzzy parking control of model car," in *Proceedings of the 23rd IEEE Conference on Decision and Control*, CDC'84, pp. 902-903, 1984.
- [107] W.J.M. Kickert and E.H. Mamdani, "Analysis of a fuzzy logic controller," *Fuzzy Sets and Systems*, vol. 1, no. 1, pp. 29-44, 1978.
- [108] T. Hojo, T. Terano and S. Masui, "Stability analysis of fuzzy control systems based on phase plane analysis," *Journal of Japan Society for Fuzzy Theory and Systems*, vol. 4, no. 6, pp. 1133-1146, 1992.
- [109] K.S. Ray and D.D. Majumder, "Application of circle criterion for stability analysis of linear SISO and MIMO systems associated with fuzzy logic controller," *IEEE Transactions on Systems, Man, and Cybernetics*, vol. SMC-14, no. 2, pp. 345-349, 1984.
- [110] S. Kitamura, "A stability condition for ruled control systems-an extension of circle criterion," *Transactions of the Society of Instrument and Control Engineers*, vol. 27, no. 5, pp. 532-537, 1991.
- [111] C.A. Torres-Pinzón, R. Leyva, C. Restrepo and Javier Calvente, "Modelado de un convertidor buck-boost mediante la técnica difusa Takagi-Sugeno," *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial*, SAAEI'09, Leganés, España, 2009.
- [112] C.A. Torres-Pinzón and R. Leyva, "Fuzzy control in dc-dc converters: an LMI approach," in *Proceedings of the IEEE Annual Conference on Industrial Electronics*, IECON'09, pp. 510-515, Porto, Portugal, November, 2009.
- [113] C.A. Torres-Pinzón and R. Leyva, "Estudio y verificación PSIM de un control difuso analógico basado en LMI para un convertidor boost," *Seminario Anual de Automática y Electrónica Industrial*, SAAEI'10, Bilbao, España, 2010.
- [114] C.A. Torres-Pinzón and R. Leyva (2011), "Matlab: a systems tool for design of fuzzy LMI controller in dc-dc converters," *MATLAB-A Ubiquitous Tool for the Practical Engineer*, Prof. Clara Ionescu (Ed.), ISBN: 978-953-307-907-3, InTech.
- [115] S. Kitamura, "Static output feedback stabilization: an ILMI approach," *Automatica*, vol. 34, no. 12, pp. 1642-1645, 1991.